CORE
Metadata, citation and similar papers at core.ac.uk
Provided by Funes

Revista EJES

Números primos cubanos[1]

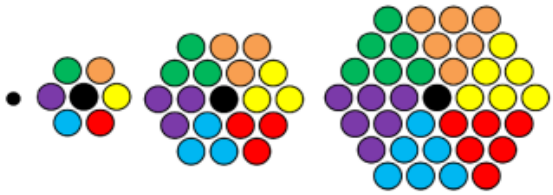
Diana Isabel Quintero Suica[2]
Ingrith Yadira Álvarez Alfonso[3]

Una definición conocida de números primos, encontrada en Apóstol (1984), nos dice que un número entero se llama primo si $n > 1$ y si los únicos divisores positivos de n son 1 y n. A pesar de ello, hay conjuntos formados por unos determinados números primos, que además de esta característica, comparten una o más propiedades adicionales. Caso de estos conjuntos de números primos, son los números primos cubanos que presentamos en este trabajo en la modalidad de póster y que son abordados por medio de actividades matemáticas como: visualizar, identificar patrones, conjeturar, verificar conjeturas y generalizar.

En el primer semestre universitario de la Licenciatura en Matemáticas en el año 2013, se presenta a los estudiantes de la asignatura Modelos Pedagógicos, un taller que contiene una secuencia de tareas orientada a un objetivo especifico: caracterizar la forma de los números primos cubanos. Este objetivo se desarrollaba por medio de la puesta en acción de actividades que se utilizan en el proceso de inducir, a saber: visualizar, identificar patrones, conjeturar, verificar conjeturas y generalizar[4]. Dicha caracterización, además, permitía identificar las relaciones que existen entre los números triangulares y este tipo especial de números primos.

Se presenta una tarea general y las tareas que contribuyen al objetivo general de la actividad. La tarea principal se describe así:

Teniendo en cuenta la secuencia, determinar el número de puntos necesarios para armar un hexágono regular en la posición $n - P_n -$



Las actividades que se proponen después de establecer la tarea general son las siguientes:

	Gráfico	Tarea	Visualización
Paso 1		Observa el inicio de la secuencia. Un punto.	Se observa un punto de color negro en el centro. No hay puntos de otros colores
Paso 2		Construye el siguiente hexágono regular utilizando seis puntos más, para rodear el punto negro del paso anterior	Los puntos adicionados son de diferente color. Si se unen dichos puntos por medio de segmentos, se forman los lados de un hexágono regular.

[1] Este artículo corresponde al trabajo presentado en el Congreso Iberoamericano de Educación Matemática CIBEM realizado entre los días 16 y 20 de septiembre de 2013, en Montevideo, Uruguay
[2] Estudiante de Licenciatura en Matemáticas, Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá D.C. dma_dquintero472@pedagogica.edu.co
[3] Profesora Departamento de Matemáticas, Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá D.C ialvarez@pedagogica.edu.co
[4] Detalladas en el documento inédito Actividades matemáticas: conjeturar y argumentar

Paso 3		Imagina construir el siguiente hexágono regular a partir del anterior, agregando doce puntos más.	Cada lado del "nuevo" hexágono tiene un punto más que el lado del anterior hexágono. Por cada color se está formando un triángulo.

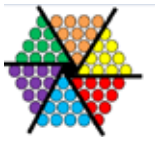
Posterior a la actividad de visualización se propone la *Tarea A*, que busca que los estudiantes identifiquen patrones, conjeturen y validen su conjetura.

Tarea A. Determinar cuántos puntos más necesitas para construir el hexágono regular de la siguiente posición - P_n -

	Actividad Matemática	Registros
Paso 1	Identificar Patrones	P_a: Puntos adicionales $P_{a_1} = 0$, $P_{a_2} = 6$, $P_{a_3} = 12$
	Escribe el Patrón	El número de puntos que se agrega es múltiplo de 6.
Paso 2	Conjetura	En la posición n debe agregarse $6 * (n-1)$ puntos.
Paso 3	Verifica la Conjetura	$P_{a_n} = 6 * (n-1)$ $P_{a_1} = 6 * (1-1) = 0$ $P_2 = 6 * (2-1) = 6$ $P_{a_3} = 6 * (3-1) = 12$ $P_{a_4} = 6 * (4-1) = 18$

Seguido a esto, se plantea la *Tarea B,* que busca realizar nuevamente una conjetura pero no sobre el número de puntos adicionales requeridos, sino sobre el número total de puntos necesarios para construir un determinado hexágono.

Tarea B. Establece cuántos puntos necesitarías en total para armar el hexágono regular de la posición 24 $-P_{24}-$

	Actividad Matemática	
Paso 1	**Visualizar:** Se observan seis triángulos equiláteros cada uno de diferente color. 	
Paso 2	**Identifica el patrón**: La cantidad de puntos que los forman corresponde a un número triangular T_n: número triangular n (número figurado que representa la suma de los primeros naturales). $T_n = 1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + n$	**Establece regularidades**

Representación	Descomposición	Triangular	Total
$P_1 = 1$	$= 1$	$= 1$	1
$P_2 = 1 + 6$	$= 1 + 6(1)$	$= 1 + 6(T_1)$	7
$P_3 = 1 + 6 + 12$	$= 1 + 6(1 + 2)$	$= 1 + 6(T_2)$	19
$P_4 = 1 + 6 + 12 + 18$	$= 1 + 6(1 + 2 + 3)$	$= 1 + 6(T_3)$	37

Paso 3	**Formular conjeturas:** En la posición 24 deben ir 1 más 6 veces la suma de los $(n-1)$ números naturales, en este caso 24-1, es decir la suma de los primeros 23 números naturales.	**Verificar la conjetura:** $P_{24} = 1 + 6(1 + 2 + \cdots + 23) = 1 + 6(T_{23}) = 1657$

A partir de esta tarea se realiza el proceso de generalizar el número de puntos requeridos para construir cualquier hexágono regular teniendo en cuenta lo hecho anteriormente: "*El hexágono regular de la posición n está conformado por 6 veces el número triangular* $(n-1)$*, más una unidad que corresponde al punto con el que se inició* $P_n = 1 + 6(T_{n-1})$"

Por último, se presenta la *Tarea C*, en la cual se pretende identificar los números primos y la característica adicional que poseen: ser diferencias de números cubos consecutivos.

Tarea C: La cantidad de puntos necesarios para armar los hexágonos regulares, está dada por la sucesión $S_n = 1, 7, 19, 37, 61, 91, 127, 169, \ldots, 1657, \ldots$ *Encuentra características comunes entre los números* $7, 19, 37, 61, 127$ *y* 1657. .

7	$= 2^3 - 1^3$	$= 8 - 1$
19	$= 3^3 - 2^3$	$= 27 - 8$
37	$= 4^3 - 3^3$	$= 64 - 27$
61	$= 5^3 - 4^3$	$= 125 - 64$
1657	$=?^3 - ?^3$	$=? - ?$

Con esta tarea, además de desarrollar las actividades de visualizar, identificar patrones, formular y validar conjeturas también entra en juego la actividad de generalizar.

Referencias

Ángel, L., Álvarez, I., Carranza, E. y Soler-Álvarez, N. (2013). *Actividades matemáticas: conjeturar y argumentar*. Artículo inédito no publicado. Bogotá: Colombia.

Carmody, P., Pegg, E. y Weisstein, E. (s.f.). *Cuban Prime*. From MathWorld--A Wolfram Web Resource. Recuperado de http://mathworld.wolfram.com/CubanPrime.html

Luque, C., Mora, L. y Páez, J. (2002). *Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos: Contar e Inducir.* Bogotá: Antropos.

Pickover, C. (2002). *El prodigio de los números. Desafíos, paradojas y curiosidades matemáticas.* Barcelona: Ediciones Robinbook