
La didáctica de la matemática y la formación de profesores de matemática

Fecha de recepción: Noviembre, 1997

Dilma Fregona

Universidad Nacional de Córdoba, Facultad de Matemática, Astronomía y Física
y Centro de Estudios Avanzados
Fa. M. A. F. Ciudad Universitaria, Córdoba, Argentina
fregona@mate.uncor.edu

ARTÍCULOS
DE
INVESTIGACIÓN

Educación Matemática
Vol. 11 No. 2 Agosto 1999
pp. 5-15

Resumen: Tradicionalmente, la formación de los profesores consiste en la comunicación de saberes teóricos y prácticos necesarios para la instrucción y el desarrollo armonioso de los sujetos. Se juxtaponen entonces tres dominios de conocimiento: el disciplinar, el pedagógico y el relativo a la práctica de la enseñanza. La institución que forma profesores tiene, con respecto a la matemática, una problemática de enseñanza. ¿Cuál es allí el lugar de la didáctica de la matemática? Depende de lo que se entienda por "didáctica de la matemática" y del tipo de establecimiento donde se forman los futuros docentes, pero una respuesta conciliadora diría que "atraviesa" los tres dominios señalados porque aporta conocimientos que ayudan a corregir aspectos considerados negativos en el sistema de enseñanza. Pretendemos en este artículo esbozar un lugar para la didáctica de la matemática en la formación de profesores desde la perspectiva –fundamentalmente– de la teoría de situaciones y de la transposición didáctica: se trata de reorganizar los saberes de matemática. ¿Significa esto añadir "metodología" a la matemática que proviene de las instituciones productoras de esos saberes? De ninguna manera, la propuesta es realizar una actividad socialmente reconocida de textualización de saberes de matemática con fines didácticos.

Résumé: Traditionnellement, la formation des professeurs consiste en la communication de savoirs théoriques et pratiques nécessaires à l'instruction et le développement harmonieux des sujets. Trois domaines de connaissances y sont en juxtaposition: la pédagogie, les connaissances scientifiques et celles qui ont leur origine dans les pratiques d'enseignement. L'institution qui assure la formation des professeurs a une problématique d'enseignement des mathématiques. La didactique des mathématiques occupe-t-elle une place dans ce cadre? La réponse dépend de la description qu'on fait de la "didactique des mathématiques" et du type d'institution qui prend à sa charge la formation des enseignants. Pour concilier les opinions on pourrait dire que la didactique des mathématiques est "à travers" les trois domaines car elle fournit les connaissances pour améliorer l'enseignement. Nous avons l'intérêt d'esquisser à partir de la théorie des situations et de la transposition didactique –fondamentalement– une place où la didactique des mathématiques devient responsable de l'organisation de savoirs à enseigner.

S'agit-il d'ajouter de la "méthodologie" aux savoirs mathématiques des mathématiciens? Absolument pas, nous proposons de mener à bien une activité socialement reconnue de textualisation des savoirs mathématiques aux finalités didactiques.

Abstract: *Traditionally, teacher training consists in the communication of theoretical knowledge, the necessary practice for instruction, and the harmonious development of the individuals. Three levels of knowledge are juxtaposed: the domain-specific, the pedagogical, and the one related to the practice of teaching. The institution which trains teachers has, with regard to Mathematics, a teaching problematic. Which exactly is the place Didactics of Mathematics should occupy? It depends on what is understood by Didactics of Mathematics and on the type of institution where future teachers are trained, but a conciliatory answer would say that it cuts through the three aforementioned domains, because it imparts knowledge that helps to correct aspects, considered negative, in the teaching system. It's our intention in this paper to sketch a scenario for the Didactics of Mathematics in the training of teachers, from the perspective, fundamentally, of the theory of situations, and of didactical transposition: it has to do with reorganizing mathematical knowledge. Does this mean that "methodology" should be added to the mathematics coming from the institutions which produce this knowledge? Not at all, our proposal is to have a socially accepted activity of textualisation of mathematical knowledge with didactical purposes.*

1. Didáctica de la matemática

En el amplio dominio de investigación de la educación matemática, *la didactique des mathématiques* es un espacio que desde hace poco más de 20 años se desarrolla en Francia y se define¹ actualmente como "el estudio de las condiciones de creación, difusión y adquisición provocada de saberes y conocimientos matemáticos".

En ese dominio las teorías más importantes son tres: la *transposición didáctica*, la *teoría de situaciones didácticas* y la *teoría de los campos conceptuales*. La primera observa —desde una perspectiva antropológica— las modificaciones que sufren los saberes matemáticos en el transcurso de su difusión. La segunda modeliza y clasifica las interacciones entre los sujetos y su medio [*milieu*] según las diferentes funciones de los conocimientos, las formas de los saberes, de los aprendizajes y de las enseñanzas. La tercera estudia la adquisición de nociones de matemática desde una perspectiva más psicológica. En este artículo utilizaremos fundamentalmente herramientas que proveen las dos primeras teorías.

2. El papel del docente

Los docentes de la escolaridad obligatoria cumplen durante el horario escolar con múltiples tareas. Así distribuyen su tiempo y energía en actividades relativas a la salud de los alumnos, los vínculos de la escuela con la comunidad, las exigencias administrativas del sistema educativo, las condiciones de funcionamiento de la institución, ... La escuela, a través de su personal, diversifica sus funciones. En la mayor parte de los casos las exigencias sociales desconocen uno de los roles fundamentales de la institución: **la enseñanza**.

¹ Brousseau, Guy (1995).

¿A qué llamamos enseñanza? Brousseau afirma: podemos llamar *enseñanza* a todo proyecto social de hacer que un alumno o una institución designados se apropien de un saber constituido (o en vía de constitución).

El saber que nos preocupa aquí es el que proviene de la matemática². Los docentes tienen la enorme responsabilidad de alfabetizar matemáticamente a quienes la sociedad considera que necesitan esos conocimientos. No se puede ignorar que la matemática ocupa, en las exigencias que la sociedad tiene con respecto al sistema de enseñanza, el lugar que antes ocupaba el latín y el griego: es un instrumento de selección.

Sin ninguna duda, para el docente la manera más económica de llevar a cabo el proceso de enseñanza sería la enunciación directa del saber como objeto cultural. Pero es bien conocido por docentes y didactas que no es fácil lograr que ese saber formulado por el maestro realmente “pase” al alumno, es decir, que el alumno pueda disponer de esa información en prácticas reconocidas por la institución. ¿Es necesario explicar más y mejor? En los últimos años investigaciones en el dominio de la psicología muestran que el modelo de aprendizaje por “absorción” es reemplazado por el de la “construcción”³ de las nociones.

Muchos autores, de diferentes disciplinas científicas y de países diversos han tratado este enfoque en la enseñanza y el aprendizaje, en particular en educación matemática.⁴ Sin la preocupación de ubicarse explícitamente entre los constructivistas, pero con base en los trabajos de Piaget —al adoptar una posición interaccionista y constructivista— la *teoría de situaciones didácticas* postula que cada saber debe poder ser determinado por una *situación*. El estudio de una situación, de las condiciones que permitirán hacer funcionar el saber en la clase, exige —entre otras— organizar los saberes de modo que se pueda explicar su origen, las preguntas y los problemas que se plantearon. No se trata de reproducir su desarrollo histórico; se trata más bien de organizar un *medio* donde ese saber pueda “vivir”.⁵

¿Cuál es, desde este enfoque, el trabajo del docente? Brousseau⁶ lo describe así: el profesor tiene que enseñar saberes reconocidos por la sociedad, en el caso de la matemática, producciones de los matemáticos o saberes reconocidos por ellos.

El trabajo del matemático en la etapa de producción del conocimiento no es exactamente el mismo que realiza cuando tiene que comunicar lo que piensa haber encontrado: debe emprender una reorganización completa de los saberes —anteriores y nuevos— relacionados con su resultado. El productor del saber debe *desperso-nalizar, descontextualizar y destemporalizar*⁷ lo más posible sus resultados.

El profesor trabaja, en cierta medida, en sentido inverso al investigador: debe producir una *recontextualización* y una *repersonalización* de los conocimientos. Para ello busca situaciones que den sentido a los conocimientos a enseñar. Estos se van a convertir

² No vamos a discutir aquí en qué consiste el proyecto social acerca de la matemática en la escolaridad obligatoria.

³ No se trata de una cuestión de moda: la mayoría de los que actualmente somos adultos aprendimos por “absorción” y algunos aprendieron más y mejor que otros. La demanda social de una educación básica masiva y cada vez con mayores pretensiones, exige abordar la enseñanza con aportes de diferentes dominios de investigación.

⁴ El lector interesado puede consultar Davis, R., Maher C. y Noddings N. (ed.).

⁵ Esta idea aparece en numerosos investigadores, expresada de maneras diferentes: Brousseau propone el “medio”, Chevallard el “nicho ecológico”, Confrey la “base operacional” de las nociones, Thurston afirma que para comprender la matemática hay que estudiar el origen de las cuestiones.

⁶ Brousseau, Guy (1986) y (1988).

⁷ Acerca de los condicionamientos que sufren los saberes en “una transmisión escolar burocrática” ver Verret (1975) y Chevallard (1991).

en el conocimiento de un alumno, es decir una respuesta bastante natural a condiciones relativamente particulares y en consecuencia pueden tener limitaciones muy fuertes y contrasentidos. El docente y la sociedad tienen que admitir que esos conocimientos de los alumnos son provisorios.

Pero además, cuando el alumno respondió a las situaciones propuestas no sabe que “produjo” un conocimiento que podrá utilizar en otras ocasiones. Para transformar sus respuestas y conocimientos en un saber cultural y comunicable, los alumnos con ayuda del profesor, deberán *redescontextualizar* y *redespersonalizar* sus producciones de modo tal que puedan identificarlas con el saber que se desarrolla en la comunidad científica y cultural de su época. Por supuesto, se trata de una simulación de la “verdadera” actividad de producción de saberes, pero es una manera de iniciarse en la dinámica del saber en una sociedad científica.

¿Qué formación necesitan los docentes para desempeñarse en tal actividad?

La irónica sentencia de George Bernard Shaw “El que puede, puede; el que no, enseña”. aparece, al menos, como una imprudencia.

3. La formación de los docentes de matemática

Postulamos que la enseñanza es una actividad profesional, y en tanto que tal, determinada, reconocida o tolerada por una sociedad y de la cual un sujeto puede obtener sus medios para vivir. Aún para transmitir los conocimientos “simples” de los primeros años de escolaridad, reconocemos que no existe una cultura común ni tampoco estrategias de enseñanza “naturales” que produzcan de un modo casi automático la enseñanza y el correspondiente aprendizaje de dichas nociones.

Dicho esto, resulta sencillo aceptar que la formación de los docentes de matemática se inscribe en una problemática social.

¿Cuáles son los componentes de la formación?

Tradicionalmente, la formación de los profesores consiste en la comunicación de saberes teóricos y prácticas necesarias para la instrucción y el desarrollo armonioso de los sujetos. Se yuxtaponen entonces tres dominios de conocimiento: el disciplinar, el pedagógico y el relativo a la práctica de la enseñanza. La institución que forma profesores tiene, con respecto a la matemática, una *problemática de enseñanza*.⁸

Con los avances científicos y tecnológicos, aparece todo un conjunto de conocimientos y sugerencias que tienden a profundizar y a mejorar, en un sentido considerado positivo, la formación de los docentes. Es así como, los responsables administrativos y los formadores de profesores se encuentran con una gran cantidad de aportes de calidades diversas que hacen más difícil la elección de los conocimientos “mínimos” compatibles con el tiempo de estudio (que, en general, es muy corto) aceptado por la sociedad para la formación de los docentes.

Parece haber al menos tres grandes aspectos que un docente “debe” dominar:

- i) los saberes que permiten entender los conocimientos de los niños,
- ii) los conocimientos y las prácticas que les permiten mantener la relación didáctica (en el interior de la clase) y las relaciones institucionales (colegas, directivos, supervisores, padres),

⁸ Chevallard, Yves (1991).

- iii) los saberes de matemática que le permitirán ajustar las nociones que enseña con respecto a lo que hacen los matemáticos.

¿Qué institución (entendida como sistema de prácticas sociales) puede garantizar la formación de profesores?⁹ Según ese esquema, se puede pensar en:

La pedagogía y las ciencias de la educación, que harán una síntesis de conocimientos de origen diferente

El “terreno” —es decir, las aulas y los establecimientos educativos— y la experiencia profesional, donde colegas más experimentados o con responsabilidades administrativas “mostrarán”, para reproducirlo, lo que su experiencia les enseñó,

Los departamentos de matemática de las universidades que, en tanto que instituciones *productoras* de saberes, enfatizan naturalmente los contenidos.

4. Los desequilibrios en esas instituciones

Un saber no vive solo, sino en instituciones.¹⁰ Cada institución tiende a desarrollar su propia cultura: los padres, los alumnos, los profesores, los matemáticos, los ingenieros hablan con las mismas palabras de conocimientos diferentes. Hay instituciones que *producen* los saberes, otras que los *enseñan*, otras que los *utilizan* e incluso están aquéllas que los *transponen*. La manipulación de un saber de una institución a otra transforma esos saberes, en particular los saberes matemáticos se transforman en el proceso de transposición que los “lleva” de la producción a la enseñanza.

Cualquiera de las instituciones que forma profesores presenta limitaciones:¹¹

- I. Las Facultades de Ciencias de la Educación trabajan sobre ideas generales comunes a todos los dominios que representan, y usualmente consideran los problemas de comunicación del conocimiento como un problema tecnológico menor. Tratan de aplicar métodos generales de enseñanza e ignoran entonces los fenómenos específicos ligados a saberes particulares de matemática. Las relaciones con el “terreno” no son satisfactorias. La didáctica aparece generalmente como normativa: produce entonces prescripciones que tienden a la acción, al cambio, a la ruptura con las prácticas vigentes.
- II. La solución administrativa y puramente profesional —dada por ejemplo por supervisores o directores de escuela— no asegura una buena preparación académica de los docentes frente a otras profesiones, no da flexibilidad ni favorece las adaptaciones.

En estas instituciones —que distinguimos por I y II— los docentes y los estudiantes (futuros docentes de matemática) están distanciados de la actividad y de la comunidad científica. No pueden hacer escuchar las exigencias de su función social, aún si tienen una buena formación de base y mantienen al día su formación científica.

⁹ Brousseau, Guy (1995).

¹⁰ Chevallard, Yves (1989).

¹¹ Brousseau, Guy (1995).

III. Los departamentos de matemática tienen por actividad principal la investigación: su problemática se refiere a la *producción* de saberes. La problemática de la *enseñanza* aparece, a la luz de las transposiciones institucionales, como un subproducto de la tarea fundamental de la comunidad matemática. Allí, la formación de los profesores de matemática está centrada en la formación disciplinar de sus estudiantes. A veces, miembros de esa comunidad expresan abiertamente que la enseñanza en la escolaridad obligatoria no exige un esfuerzo intelectual susceptible de ser institucionalizado. Su distancia al “terreno” lleva a los estudiantes a ignorar casi todo sobre lo que será el trabajo futuro, y hasta pueden llegar a subestimarlo.

La profundización en la formación matemática suministra al profesor una sólida base para crear entornos favorables de aprendizaje. En nuestro país son muy pocos los Profesorados de Matemática que están en relación de dependencia con Facultades de Matemática, pero ¿es esta la solución buscada? En otros países donde hay cierta tradición en la formación universitaria de los docentes no se manifestaron cambios significativos en la enseñanza de la matemática¹². Todo parece indicar que la matemática organizada por los matemáticos en la investigación y en la formación de su comunidad no necesariamente se adapta como organización universal pertinente para todos los usos posibles, en particular para la enseñanza.

En realidad, ingenua y resignadamente, la formación de profesores reposa sobre el supuesto de que si el egresado docente sabe qué enseñar y conoce a quién le está enseñando, será la práctica la que lo ayudará a hacer mejor su trabajo y poco a poco le dará mayores satisfacciones.

5. El profesor: sujeto de diferentes instituciones

El profesor, al cumplir con su trabajo, es un sujeto de diversas instituciones y recibe entonces diversos condicionamientos: de la administración escolar, de sus colegas, de los padres, de los alumnos, del gremio, de los matemáticos, de los psicólogos, de los especialistas en educación, etc. Esas exigencias se traducen, en la práctica, en consejos e instrucciones que muestran una gran diversidad. ¿Cómo compatibilizar esas recomendaciones y transformarlas en aportes para la práctica docente? ¿Y cómo viven los docentes esas exigencias?

Un modo de expresar esas vivencias es una carta de una maestra de Texas dada a conocer por Virginia Warfield [Universidad de Washington] y citada por Brousseau. La misiva es una respuesta a la cuestión: **¿Qué se supone que tengo que hacer para cumplir con mi tarea como docente?**

“Fundamentalmente se supone que tengo que **crear** un ambiente escolar rico y protegido en el que todos los alumnos desarrollan sus capacidades matemáticas, trabajando activamente juntos en grupos heterogéneos, ejecutando tareas matemáticas importantes y llenas de sentido, utilizando —en el momento oportuno— las tecnologías modernas como instrumento apropiado para la resolución de problemas, con el fin de alcanzar niveles de comprensión cada vez más profundos, y esto principalmente como

¹² Steffe, Leslie (1990).

consecuencia de mis preguntas pertinentes, bien expresadas y razonablemente concisas, al mismo tiempo, debo **convencer** a mis colegas profesores de que ellos también deben enseñar así y, finalmente, debo **vender** a los padres, a los contribuyentes, a los administradores y a los inspectores, la idea de que es así como se debe hacer verdaderamente, mientras que la mayoría de ellos piensa que sería mejor que consagre mi tiempo a mejorar los resultados de mis alumnos en sus evaluaciones, contentándome con aplicar lo mejor posible lo que estábamos acostumbrados a hacer 20 años atrás y que a ellos les parece suficiente y encima todo esto debe hacerse en un ambiente donde la mayoría de ellos ni siquiera quiere arriesgar un pie. La respuesta es "sí".

¿Cómo se reflejan esas presiones en el saber que efectivamente se encuentra en el aula? Estudios realizados en torno al contrato didáctico que se teje entre docente y alumnos en torno a un saber determinado, distinguen roles bien diferenciados entre ambos:¹³

El docente: tiene la responsabilidad de comunicar el saber y de controlar que lo que el alumno aprendió corresponde a la relación oficial con el saber. Además, debe rendir cuentas ante las instancias oficiales, los padres de los alumnos y los alumnos del avance del tiempo didáctico. Teóricamente tiene libertad en la elección de los medios.

El alumno: tiene la responsabilidad de ocupar el lugar de alumno que le asigna el profesor, no de manera pasiva sino "motivado". Los requerimientos para convertir un "individuo" en "alumno" varían en función de las elecciones didácticas de los enseñantes.

Los condicionamientos sobre el profesor producen desplazamientos en relación con el saber: hay momentos en los que prioriza la enseñanza y otros en los cuales prioriza el aprendizaje. Y esto sin control. ¿En qué casos no puede evitar iniciar un acto didáctico que priorice el aprendizaje?

6. El saber enseñado

El saber enseñado es el que encuentra un observador en una clase. Se supone que el docente tiene un conocimiento de ese objeto de saber y al preparar la clase elabora — basado en el programa, los manuales, la tradición — la textualización de ese saber.¹⁴

Ese **texto** no existe previamente en ninguna parte, y aparece en la clase bajo la forma de un discurso oral o escrito (como manual o guías de actividades elaboradas por docentes del establecimiento). Es allí, desde la perspectiva de la transposición didáctica, que el docente ejerce su fuertemente limitado poder de elección: invertirá el orden de presentación de ciertos objetos, incluirá o eliminará ejercicios y/o demostraciones, etc. A través de esas modificaciones intenta economizar la gestión de la enseñanza o favorecer los aprendizajes, siempre en el marco de los programas que legitiman sus decisiones.

Los programas son marcos de acción y explícitamente indican "la libertad" del docente para organizar la enseñanza; pero como ya lo señalamos, en la práctica tal autonomía es difícil de ejercer. Investigadores en educación matemática describen e interpretan estos hechos.

¹³ Berthelot y Salin (1992).

¹⁴ Chevallard, Y. (1991).

Steffe¹⁵ distingue al menos dos razones que condicionan el mejoramiento de la enseñanza de la matemática. En primer lugar, el enorme esfuerzo y tiempo que invierten los docentes en la enseñanza, rara vez les permite ocuparse de explorar la matemática en la búsqueda de percepciones y conceptos unificadores que posiblemente puedan enseñar. Toman entonces lo que aparece en los manuales escolares como dado y rara vez franquean la brecha entre la matemática de la formación (aunque sea universitaria) y la matemática que enseñan. Otro elemento clave es que los profesores de matemática encuentran muy difícil cambiar sus estrategias de enseñanza. Investigadores en el Segundo Estudio Internacional de Matemática mostraron que la enseñanza de la matemática casi universalmente puede caracterizarse como presentaciones formales de reglas matemáticas o procedimientos presentados en clases magistrales.

“El estudiante es expuesto a una versión formal, higienizada del tema. A lo largo de los años cualquier indicio de lucha y controversia ha sido borrado... el mundo matemático que se presenta al estudiante es... completamente intimidatorio. Y sin embargo este estudiante continua para ser profesor de matemática”¹⁶.

El profesor de matemática necesita experimentar un cambio de punto de vista: creer que la matemática es una actividad humana y que el significado matemático se construye como un resultado de tal actividad.

Cuando el profesor prepara su clase, hace tiempo que se inició el proceso de transformación de los saberes de la comunidad que los produce a la institución que los enseña. En particular, la *despersonalización* del saber se inicia en la comunidad científica —con el fin de compartirlo y favorecer su producción social— y logra su forma más acabada en la enseñanza donde sirve a la reproducción y representación del saber.

“Pueden creerme, parece decir el enseñante, para afirmar su rol de transmisor [*porteur*] quien solamente puede hacer pasar si no produce nada, pueden creerme porque esto no es mío ...”¹⁷.

¿Es posible entonces que el docente cumpla con el rol asignado en la sección 2 del presente artículo? ¿O ese rol es solamente una expresión de deseo?

El docente no puede hacer ese trabajo solo, tiene que estar acompañado por la sociedad. Por ejemplo, la *contextualización* y *descontextualización* de los saberes exige una forma de “hacer” matemática que no es necesariamente válida ni reconocida ni por los matemáticos ni por los padres pero imprescindible para el sistema de enseñanza. Si los científicos juzgan permanentemente el trabajo de los docentes para señalar la distancia entre sus saberes y los de la escuela, el profesor terminará por **pedirles el texto** de lo que tiene que enseñar. Y esta actitud no es un valor en la comunidad matemática.

Diferentes investigadores proponen crear en el aula condiciones que reproduzcan una micro comunidad científica. La manera de lograrlo no parece estar determinada, pero hay coincidencias en cuanto a la importancia de la experiencia matemática de los alumnos. Y esto, tampoco está determinado. ¿Todo lo que los alumnos hacen durante una lección de matemática es actividad matemática? Cualquier científico que mire aún superficialmente la enseñanza dirá que no. La posibilidad de hacer o no matemática, ¿depende solamente de la metodología de enseñanza? NO, depende también de la organización del saber enseñado.

¹⁵ Steffe, L. (1990).

¹⁶ Byers, B. (1983).

¹⁷ Chevallard Y. (1991).

Veamos un ejemplo en geometría elemental acerca del reconocimiento de rectas paralelas en el plano. Habitualmente, en particular en los primeros años de escolaridad, la geometría se enseña a través de procesos generales como observar, describir, reflexionar, abstraer.¹⁸ Así, las rectas paralelas se “muestran”, o más bien se muestran *dos* rectas paralelas: las vías del tren, los bordes de una mesa o de una puerta, etc. Los manuales por ejemplo dicen que el alumno debe observar —y ante el previsible fracaso en el aprendizaje, se agrega “atentamente” o “cuidadosamente”— y abstraer luego la noción.

Generalmente los manuales acompañan el dibujo de rectas paralelas con enunciados del tipo:

- a) Las rectas paralelas son las que tienen la misma dirección; o
- b) Las líneas que no se cortarán nunca, no importa cuánto se las prolongue son paralelas; o
- c) Las rectas paralelas tienen la misma separación en toda su longitud.

Cada una de estas “definiciones” oculta problemas en relación a otras nociones tales como las de dirección, infinito, distancia. Además, el trazado de rectas paralelas es toda otra actividad: se siguen los renglones del cuaderno, se siguen los lados de una regla, se desplaza la escuadra a lo largo de una regla, etc.

Con esas definiciones, ¿cómo hace un alumno para reconocer rectas paralelas? ¿Cuál es la funcionalidad de ese conocimiento? ¿Cómo justifica la construcción?

El saber oficial parece exigir, tanto en la identificación del paralelismo como en la construcción de rectas paralelas, que el alumno observe y asocie el vocabulario correcto a las representaciones adecuadas.

¿Puede haber una experiencia matemática diferente en torno a esa noción? Sin duda, y proponemos una organización del saber donde la “definición” es **un enunciado verdadero pero provisorio** que favorece una interacción efectiva del alumno con su medio. Así, durante el estudio de los cuadriláteros, el docente propone a los alumnos construir una figura que responda a la siguiente descripción:

Es un cuadrilátero. Tiene dos lados iguales de 4,5 cm y los otros dos de 6 cm. Una de las diagonales es de 8 cm.

Con esos datos es posible obtener dos figuras que responden a la descripción: un paralelogramo y un romboide. La tarea de construcción es individual y se obtienen en la clase los dos tipos de figuras. En una fase colectiva, el enseñante pone en evidencia estos resultados diferentes y plantea un nuevo problema: “Creo que algunas de las figuras que hicieron son paralelogramos, vamos a verificarlo”. Rescata los conocimientos de la clase y anota en el pizarrón las definiciones en juego:

*“Un cuadrilátero es un paralelogramo si sus lados opuestos son paralelos”, y
“Dos rectas son paralelas si son perpendiculares a una misma recta”.*

Entonces para verificar si el cuadrilátero es un paralelogramo hay que determinar rectas auxiliares en relación a las cuales los lados opuestos son perpendiculares. La determinación de una recta auxiliar no es evidente, el alumno debe tomar decisiones sobre la hoja, recibe sanciones —no del maestro, sino del medio— y confronta sus conocimientos en una experiencia efectiva con el micro espacio determinado por la hoja de papel.

¹⁸ Sobre la ostensión en geometría, ver: Ratsimba-Rajohn, H. (1977); Berthelot R. y Salin, M.H. (1992); Fregona, D. (1995).

Este tipo de reorganizaciones de los saberes no es producto del voluntarismo. Tanto el diseño de la actividad como la gestión de la clase exigen ciertas condiciones —competencias profesionales, apoyo institucional— que son raras en la enseñanza.

Y además, ¿es esa una actividad matemática reconocida como tal por los matemáticos?

7. Conclusiones

La relación didáctica debe mantenerse y el reto para el profesor está en mantener un equilibrio entre las diversas instituciones que lo presionan. La búsqueda de esos equilibrios puede ser el origen de las aberraciones que muchas veces se señalan en la enseñanza de la matemática. Frecuentemente esas distorsiones son compartidas por toda una comunidad de enseñantes, y si un error es producido por, digamos 100000 enseñantes, ¿debemos suponer que tratamos con 100000 tontos? Parece que no se trata de eso sino que hay allí un fenómeno que merece ser estudiado.

Como señala Brousseau, la finalidad esencial de la didáctica es comprender los fenómenos de enseñanza y en consecuencia aliviar a los profesores de la responsabilidad social de los fenómenos que no pueden controlar. Es muy desagradable para los profesores asumir que hay cosas que suceden fuera de su control, que hay cosas que pasan en su vida profesional que no dependen de ellos. Pero al mismo tiempo es importante comprender que hay fenómenos resistentes en la enseñanza y que no se deben a las decisiones de los profesores.

Es necesario un mayor conocimiento de los fenómenos que acompañan a la enseñanza, de los indicadores de su existencia y de situaciones efectivas, específicas de cada saber que den la posibilidad al profesor de ejercer en su trabajo el margen de libertad que le otorga la sociedad.

Los didactas ponen en evidencia los fenómenos y analizan sus causas. Los formadores de profesores intentan utilizar esos conocimientos para corregir los aspectos y las consecuencias más negativas de las improvisaciones. La decisión de suprimir todo “lo difícil” asociada a la voluntad obstinada de conservar una gestión empírica y administrativa de los saberes terminará por no dejar pasar más nada. Hay que preservar los conceptos fundamentales, las palabras necesarias para utilizarlos, los ejercicios para aprenderlos, las situaciones que les dan sentido. Y esa es una responsabilidad de los profesores.

Sin embargo, la reorganización de los saberes con el fin de recuperar —al menos en algunos casos— el sentido de las nociones matemáticas excede la manipulación que pueden hacer los profesores, exige estudios de historia y trabajo sobre la epistemología de esas nociones.

¿Quién se hace cargo de esa reorganización de los saberes? No se trata de organizar una comisión —integrada por docentes, matemáticos, funcionarios educativos y didactas— que piense y negocie una reforma educativa donde solamente al final se manipulen los contenidos porque desde el punto de vista administrativo es más económico de gestionar. Es necesario profundizar el dominio de investigación de la didáctica de la matemática y el trabajo con los matemáticos: desde el momento en que se toca la reorganización de los saberes, sus productores no deberían ser indiferentes a esas adaptaciones.

Bibliografía

- Berthelot y Salin (1992): *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*, Thèse Université Bordeaux I.
- Brousseau, Guy (1986): "Fundamentos y métodos en didáctica de las matemáticas, Investigaciones" en *Didactique des Mathématiques*, vol. 7/2, La Pensée Sauvage, Grenoble. (Traducción publicada por la Universidad Nacional de Córdoba).
- Brousseau, Guy (1988): "Los diferentes roles del maestro", *Bulletin de l'A.M.Q.* n° 23, (Traducción: "Los diferentes roles del maestro", en *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*, (1994), Parra y Saiz (comps.), Paidós.
- Brousseau, Guy (1994): "La investigación en didáctica de las matemáticas", conferencia del 7.02.94, IMIPAE, Barcelona.
- Brousseau, Guy (1995): "Didactique des sciences et formation des professeurs", conférence, Hô Chi Minh Ville.
- Byers, B. (1983): "Beyond structure: Some thoughts on the nature of mathematics", in Bergeron & Herscovics (eds), *The Proceedings of the Fifth Annual Meeting of PME-NA*, Montreal.
- Chevallard, Yves (1991): *La transposition didactique - Du savoir savant au savoir enseigné*, La Pensée Sauvage, Grenoble, deuxième édition augmentée.
- Chevallard, Yves (1989): *Le concept de rapport au savoir. Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel*, Dida Tech, Année 1988-1989, LSD2-IMAG, Université Joseph Fourier, Grenoble.
- Davis R., Maher C. y Noddings N. (ed.) (1990): *Constructivist Views on the Teaching and Learning of Mathematics*, Journal for Research in Mathematics Education, monograph n° 4, National Council of Teachers of Mathematics.
- Fregona, D. (1995): *Les figures planes comme "milieu" dans l'enseignement de la géométrie: interactions, contrats et transposition didactiques*, Thèse, Université Bordeaux I.
- Ratsimba-Rajohn, Harrisson (1977): *Etude didactique de l'introduction ostensive des objets mathématiques*, Mémoire de D.E.A., IREM de Bordeaux.
- Steffe, L. (1990): "On the Knowledge of Mathematics Teachers", in *Constructivist Views on the Teaching and Learning of Mathematics*, Journal for Research in Mathematics Education, monograph n° 4, National Council of Teachers of Mathematics.