

---

# La enseñanza de las matemáticas a estudiantes hispanos que aprenden inglés como segunda lengua. El uso de material manipulable

Fecha de recepción: Noviembre, 1996

ARTÍCULOS  
DE  
INVESTIGACIÓN

*Educación Matemática*  
Vol. 10 No. 3 Diciembre  
1998 pp. 37-64

Rafael Lara-Alecio, Leonel Morales-Aldana,  
Beberly J. Irby y Richard Parker

College of Education  
Texas A&M University  
College Station, EE.UU.

e-mail: RoL8886@tamu.edu/rparker@acs.tamu.edu\_bid@shsu.edu/lmorales@uvg.edu.gt

---

---

**Resumen:** El propósito de este estudio fue examinar el uso de manipulativos como una forma alternativa de evaluar la metodología en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con estudiantes hispanos aprendiendo inglés como segunda lengua. Cuarenta y cinco estudiantes en el nivel educativo parvulario y los grados segundo y tercero de la educación bilingüe en los Estados Unidos de Norteamérica participaron en este estudio. Un total de 14 tareas basadas en manipulativos para la enseñanza de la matemática fueron administradas. Cada tarea fue re-examinada en un período de 2-3 semanas. Cada tarea fue calificada en cuatro escalas: (1) Entendimiento Conceptual, (2) Uso eficiente en la estrategia a seguir, (3) Precisión, y (4) Fluidez. Esta investigación estudió las siguientes preguntas: (a) Confiabilidad en la reexaminación, (b) dificultad de la tarea y relación entre las subescalas, (c) patrones de cambio en las subescalas, relación de estas tareas con las habilidades generales en matemáticas, (d) relación con la habilidad entre lenguajes, y (d) relación de estas tareas usando manipulativos con el género de los participantes. Las respuestas a cada pregunta son presentadas con la precaución de que estos resultados provienen de una muestra pequeña diseñada con propósitos de explotación, y por consiguiente una replicación del estudio necesita llevarse a cabo.

**Abstract:** The purpose of this study was to examine the use of manipulatives-based mathematics tasks as alternative assessment methodology with young, Hispanic students with Limited English Proficiency (LEP). Fortyfive students in Kindergarten, Grades 2 and 3 were administered a total of 14 manipulativesbased tasks. Each task was retested over a period of 2-3 weeks. Task performance was scored on four scales: (1) conceptual understanding, (2) efficient strategy use, (3) accuracy, and (4) fluency. This study addressed research questions of retest reliability, task difficulty, and relationships among subscales, patterns of change in subscales, relationship to general math skills, relationship to language proficiency, and relationship to gender. Answers to each question are presented, along with the caution that these results are from a small sample population, exploratory study, and need replication.

---

## Estudiantes hispanos con bajo rendimiento en matemáticas.

De acuerdo a investigaciones llevadas a cabo en los pasados diez años, los estudiantes hispanos en los Estados Unidos se encuentran por debajo de las normas nacionales en su rendimiento en matemáticas y continúan fracasando. (Laosa y Henderson, 1991; Orum, 1986; Valencia, 1991). Otros investigadores reportan que para ellos, el aprendizaje de la matemática es realmente problemático. (Haycock & Navarro, 1988; MacCorquodale, 1988; Policy Analysis for California Education, 1990;). Este bajo rendimiento en matemáticas es identificado en el tercer año de educación primaria en los Estados Unidos. De acuerdo a estudios psicométricos, este es el grado más apropiado para el uso de instrumentos formales (válidos y confiables), (Dossey, Mullis, Lindquist, y Chambers, 1988). Debido a esta situación generalizada, donde las normas indican sobre este bajo rendimiento en matemáticas, un desproporcionado número de estudiantes hispanos se clasifica "en desventaja académica" y se les recomienda inscribirse en programas suplementarios patrocinados por el gobierno federal. (Kennedy, Birman, y Demaline, 1986). La mayoría de los estudiantes hispanos que ingresan al sistema escolar público son clasificados como estudiantes con competencia académica limitada en inglés. (ECALI). De acuerdo a ciertas normas federales y estatales, estos estudiantes asisten a programas bilingües, o programas de inglés como segunda lengua. De acuerdo a investigaciones realizadas, la mayoría de estos programas son percibidos como programas con deficiencias en su efectividad. (Cziko, 1992; Lam, 1992).

Sin embargo, la literatura cita posibles explicaciones a este bajo rendimiento en matemáticas por parte de estudiantes hispanos. Estas explicaciones no son mutuamente excluyentes; cualquier investigador en lo particular sostendría de hecho más de una de ellas. Un primer argumento es que el contenido académico enseñado y examinado no es apropiado. Esto, —según los investigadores— se debe a que tanto la enseñanza como la evaluación de la misma toman lugar fuera del contexto cultural del estudiante hispano. La solución ofrecida por estos investigadores consiste precisamente en desarrollar en los estudiantes competencia y confianza usando etnomatemática. (D'Ambrosio, 1987; Massey, 1989; Stigler y Barnaces, 1988, ). El punto de vista de la etnomatemática se enfoca hacia una reconstrucción del currículum para la enseñanza de la matemática a fin de alcanzar lo que se denominaría "compatibilidad cultural" (Moll y Diaz, 1987; Trueba, 1988). El término *contextualización curricular* ha sido también empleado para referirse a la instrucción de la matemática en la cultura del hogar. (Tharp, 1989). En esta reconstrucción, tanto la experiencia como el vocabulario empleado por la familia del estudiante son utilizados como base en la creación de problemas matemáticos en el salón de clases. (Henderson y Landesman, 1992).

Una segunda explicación de este bajo rendimiento en la matemática se basa en el hecho de que la examinación de los problemas de la matemática se presentan en forma abstracta, y se sobrecargan en habilidades verbales incluyendo lectura y, generalmente siguen un razonamiento lineal. Existe evidencia, según lo han reportado varios estudios, que nuestros ECALI mejoran su rendimiento académico en matemática mediante el uso de material concreto, tanto en la enseñanza como en su evaluación o examinación. (García, 1991; Tharp, 1989). A través del uso de este material instruccional, los estudiantes pueden crear conexiones visibles en forma concreta de los principios y procedimientos para el estudio de la matemática.

(Bohan, 1955). Por su parte, otros investigadores han proclamado el potencial del material concreto en la instrucción de la matemática; pero al mismo tiempo, han advertido que el material instruccional concreto ha sido utilizado erróneamente con frecuencia (Carpenter, Fennema, Fuson, Heibert, Human, Murray, Olivier, y Wearne, 1994).

Un tercer punto de vista, consiste en que nuestros ECALI carecen de una conexión lingüística con su primera lengua —español— en matemáticas. (Henderson y Landesman, 1992). Esta falta de competencia en inglés, les impide tener acceso a una participación dinámica en la abstracción superior del vocabulario usado, al igual que les dificulta la comprensión de los principios y procedimientos matemáticos. Además, los problemas debidos a la naturaleza de la lengua empleada, constituyen un factor más en la identificación de los elementos claves del problema y de su nivel de dificultad en su resolución. (Carpenter y Moser, 1984, 1983, 1982; Lara-Alecio, et al 1996; Riley y Greeno, 1988, 1983). Recientemente muchos educadores han comenzado a entender que la matemática en sí misma es un lenguaje discreto. (Dale y Cuevas, 1987; Orr, 1987, Pimm, 1987; Reilly, 1988). Varios investigadores sostienen que un entendimiento completo en la resolución de problemas matemáticos requiere conocimiento de la naturaleza de la lengua involucrada, incluyendo la lógica, la semántica y los rasgos sintácticos. (Briars y Larkin, 1984; Dean y Malik, 1986; Kintsch y Greeno, 1985; Greeno y Heller, 1983; Riley y Greeno, 1988;)

Un cuarto punto de vista señala que los estudiantes hispanos con un bajo rendimiento académico en esta área, reciben una enseñanza de pobre calidad; esta forma pobre de enseñanza tipifica a muchos salones de clases con alto número de estudiantes hispanos. Como se ha indicado con anterioridad, estos programas son auspiciados económicamente por el gobierno federal y son denominados programas suplementarios de inglés como segunda lengua. El objetivo fundamental de estos programas es que los estudiantes adquieran una competencia académica en inglés que les permita funcionar académicamente en un salón de clases regular. Estos programas son severamente criticados debido a que la instrucción se enfoca únicamente al desarrollo de habilidades de memorización. Los problemas matemáticos presentados generalmente son de naturaleza rígida. Los estudiantes no tienen la oportunidad de verse involucrados en la resolución de problemas que requieren la habilidad de un desarrollo mental superior. (Kennedy, Birman y Demaline, 1986; Cole y Griffin, 1987; Nunes, 1992). Por su parte, como algunos estudios señalan, en las escuelas donde asisten alumnos en su mayoría de origen anglosajón, se involucran a los estudiantes en los cursos de matemáticas en el desarrollo de habilidades de pensamiento superior (Simmons, 1985). Algunos estudios llevados a cabo con estudiantes que aprendieron inglés como segunda lengua, y donde se fomentó el desarrollo de habilidades de pensamiento superior, se encontró que estos estudiantes obtuvieron un alto nivel de rendimiento académico, (Tikunoff, 1983; Wong Fillmore, Ammon, McLaughlin, and Ammon, 1985), especialmente en aquellas áreas con grandes concentraciones de hispanos. (García, 1991, 1988),

Organizaciones como el Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas llevan a cabo grandes esfuerzos que parecen influenciar la enseñanza de la matemática mediante la práctica descrita anteriormente. Sin embargo, no existe evidencia alguna de que esto suceda también en los salones de clases donde acuden hispanos para adquirir la lengua académica que les permita funcionar en el salón de clases regular. (National Council of Teachers of Mathematics, 1995).

## Evaluación alternativa en matemáticas

La evaluación formal tanto de la enseñanza de la matemática como del lenguaje, se ha encontrado bajo severos ataques durante las décadas pasadas y esta crítica, como es lógico, parece aumentar. Wixson, Valencia, y Lipson (1994) observaron recientemente que tales críticas provienen de diversos sectores. Por ejemplo, en el campo de la psicometría se tienen los estudios llevados a cabo por Linn, Baker, y Dunbar, 1991; Shepherd, 1991. En el sector responsable de elaborar las normas para la enseñanza, se encuentran los estudios llevados a cabo por Darling-Hammond, 1991; Smith, 1991. En la construcción de exámenes, se encuentra Kean, 1992. En el campo de la investigación educativa, se encuentran muchos estudios, entre los cuales sobresalen Calfee y Hiebert, 1991; Farr, 1992; Valencia y Pearson, 1987). Por lo que respecta a estudios de críticas efectuados por educadores involucrados en el diario quehacer del salón de clases, se encuentra el estudio de Howard, 1990. La examinación formal del aprendizaje de la matemática es criticada desde muchos ángulos. Se le critica por un excesivo énfasis en el desarrollo de habilidades básicas y por basarse únicamente en un formato de selección múltiple, donde el problema presentado considera rígidamente tan sólo una sola respuesta. También se le critica por no permitir a los estudiantes ganar crédito parcial y por concentrarse en la obtención de la respuesta final o producto únicamente, excluyendo así el proceso comprendido en la resolución del problema. Se le critica también por omitir la enseñanza y evaluación de la matemática bajo un contexto cultural y real, al igual que por examinarla bajo restricciones de tiempo y sin la oportunidad de proveer al estudiante la revisión debida del proceso y su producto. (Alexander y James, 1987; Hambleton y Swaminathan, 1985; Gentry-Norton, 1995; LaCelle-Peterson y Rivera, 1994; Murnane y Raizen, 1988; Schmidt, 1983; Stone, 1989; Tindal y Marston, 1990; USDOE, 1992).

Con base en las críticas señaladas anteriormente, el movimiento contemporáneo en la educación de la enseñanza de la matemática ha evolucionado en su misión y se ha concentrado en el proceso para la resolución de problemas fomentando el uso de habilidades superiores de pensamiento. Este nuevo enfoque incluye la utilización de estrategias múltiples para la resolución de problemas y el uso de material de instrucción concreto. Como se ha mencionado anteriormente, todo esto no es posible a través de la examinación formal de la matemática. Incrementando aún más las críticas, algunos investigadores señalan que la examinación de la matemática y otras áreas es penetrante e impacta indistintamente a los estudiantes por la forma en que se planean y se enseñan las lecciones, y por la forma en que se premian los esfuerzos en el proceso de enseñanza y aprendizaje. (Salmon-Cox, 1980; Stiggins, Conklin, y Bridgeford, 1986). Debido a que los resultados de la evaluación de la matemática son influenciados, los estudiantes pueden esperar un impacto negativo de los mismos. Estos, a su vez, reflejan cambios pobres en el curriculum y la instrucción. (Gentry-Norton, 1995).

Como han indicado muchos estudios, el trabajo que supone una variedad de formatos para la examinación de la matemática, tales como la examinación del proceso y los problemas de respuesta abierta y cerrada, se encuentran todavía bajo exploración. (Romberg, Zarinnia, y Collis, 1990). Los reportes basados en estas formas diversas de examinación enfatizan típicamente su uso informal, sin establecer propiedades psicométricas en los instrumentos. Se hace un énfasis especial en la confiabilidad de los resultados entre las preguntas, así como en la validez de criterio y la

---

estabilidad de los resultados a través del tiempo. En efecto, la mayoría de formatos de examinación alternativa, aún cuando poseen validez de presentación, demuestran baja calidad psicométrica. (Gullickson, 1982; Natriello, 1986; Stiggins y Bridgeford, 1985). Algunos investigadores sostienen que es únicamente mediante el uso de instrumentos confiables, que los juicios de valor pueden reproducirse y comunicarse objetivamente a los estudiantes, a sus padres, y a otras personas interesadas en el sistema educativo. (Bird, 1990; Linn, Baker y Dunbar, 1991; Valencia y Pearson, 1987).

En contraposición a los formatos formales de examinación y calificación basados en propiedades psicométricas bien establecidas y entendidas, los formatos de examinación alternativa frecuentemente incluyen tareas complejas que pueden tener dimensiones múltiples en su calificación. El mejor ejemplo son las tareas que examinan el proceso en la resolución de problemas. Este proceso puede evaluarse mediante múltiples pasos. Un simple resultado de adición, usando por ejemplo estas dimensiones discretas, puede incluso reflejar resultados engañosos. Además, para una tarea simple pueden precisarse diferentes tipos de escalas en su calificación. Por ejemplo, una asignación holística con un objetivo simple de calificación que puede ser cero, o uno. La confiabilidad en las escalas, así como en las calificaciones de puntajes en tareas complejas, es una preocupación continua que se espera pueda mostrar soluciones satisfactorias.

### **Propósito**

El propósito del presente estudio fue investigar el uso de material de instrucción concreto para la enseñanza y examinación de la matemática. Este estudio se enfocó en estudiantes hispanos que asisten a escuelas públicas y adquieren inglés como segunda lengua. La justificación en la utilización de este material concreto, llamado más propiamente manipulativos, se basó en cuatro razones principales sugeridas por la literatura, así como en prácticas efectivas para la enseñanza de la matemática en el salón de clases. La sugerencia del uso de este material instruccional para estudiantes con poca habilidad verbal se originó a partir de nuestra experiencia como educadores en los salones de clase bilingües. Estas cuatro razones se detallan a continuación. En primer lugar, la naturaleza de este material concreto (véase la sección de apéndice), está basada en el empleo escaso de material, incluso en las habilidades verbales lingüísticas. Este criterio es recomendado ampliamente para programas donde los estudiantes aprenden la lengua académica. En segundo lugar, los manipulativos permiten representaciones concretas de abstracciones y son fácilmente manejables en la resolución de problemas. En tercer lugar, las tareas presentadas usando manipulativos no están culturalmente diseñadas para un grupo en particular. Estas pueden emplearse indistintamente para cualquier estudiante, sin distinción de grupo étnico alguno. Este material, por ejemplo, no refleja las características culturales del grupo anglosajón o del grupo hispano. En cuarto lugar, a través del uso de este material un estudiante tiene más posibilidad de demostrar tanto la resolución de problemas como su producto, haciendo posible de esta forma su examinación y evaluación.

Conscientes del hecho de que este estudio es en naturaleza exploratorio, los autores quisieron investigar diferentes métodos de evaluar las tareas de matemática a través del uso de manipulativos. Paralelamente a lo anterior, se evaluaron la dificultad de estas tareas, así como los criterios de validez y confiabilidad de estas tareas en

comparación con los exámenes utilizados por el distrito escolar. De este estudio inicial se espera establecer guías para la construcción de estas tareas y su evaluación, las cuales puedan ser aplicadas en una forma más comprensiva en un estudio que incluya a más estudiantes y en el mejor de los casos, a otras entidades educativas con grandes concentraciones de estudiantes hispanos en proceso de adquisición del inglés académico como segunda lengua.

## Preguntas investigadas

Las siguientes preguntas fueron formuladas en este estudio de tareas de matemática mediante el uso de manipulativos:

1. *Confiabilidad en la reexaminación:*  
¿Muestran los estudiantes hispanos resultados similares cuando son reexaminados dentro de un período de 3 días en la resolución de tareas matemáticas a través de manipulativos?
2. *Dificultad en la tarea:*  
¿Qué tan difíciles son las tareas matemáticas a través de manipulativos para estudiantes hispanos en el nivel parvulario, segundo y tercer año del nivel primario que aprenden inglés como segunda lengua?
3. *Relaciones entre los cuatro criterios para calificar las tareas/pruebas.*  
¿Qué patrones de mejoramiento son identificados en los cuatro criterios para su calificación? (1) ¿Entendimiento conceptual? (2) ¿Estrategias válidas y eficientes?, (3) ¿Precisión?, y (4) ¿Fluidez intercorrelacionada?
4. *Criterio para patrones de cambio en la evaluación de tareas.* ¿Qué patrones de mejoramiento son identificados en los cuatro criterios para su evaluación?
  - (1) ¿Entendimiento Conceptual?
  - (2) ¿Estrategias válidas y eficientes?,
  - (3) ¿Precisión?, y
  - (4) ¿Fluidez intercorrelacionada en un intervalo de 3-4 semanas?
5. *Tareas de matemáticas con manipulativos y habilidades generales en matemáticas.*  
¿Cómo son comparados con el desarrollo en los cuatro criterios las habilidades generales en matemáticas, siendo estas medidas a través de instrumentos estandarizados en la evaluación académica de la matemática?
6. *Tareas de matemáticas con manipulativos y competencia en la lengua:*  
¿Cómo es comparado el desarrollo basado en manipulativos con la competencia del estudiante en su lengua nativa -español- e inglés como segunda lengua?
7. *Tareas de matemáticas con manipulativos y género:*  
¿Cómo está relacionado el desarrollo en los cuatro criterios al género del estudiante: femenino/masculino?

## Metodología

### *Contexto:*

Este estudio se llevó a cabo en una escuela primaria localizada en un área urbana en la ciudad de Houston, Texas, USA. Esta área urbana está caracterizada por el rápido crecimiento de la población hispana. Las estadísticas señalan que el 60% de la población que asiste a esta escuela es hispano. El 78% de esta población califica para desayuno o almuerzo gratis. En esta escuela se prestan servicios para los niveles parvularios, primero, segundo, y tercer grado del nivel primario. El rendimiento de los estudiantes que asisten a esta escuela en las áreas de matemática y lectura, fue en el orden del percentil 18 comparado con las normas y exámenes para el estado de Texas. Únicamente el 9% de estos estudiantes demostraron dominio satisfactorio del nivel esperado al final del tercer grado.

Esta escuela fue el lugar en el que se desarrolló un programa con una duración de tres años, con el patrocinio del gobierno federal. Este programa fue identificado como un programa de transición bilingüe, el cual se concentró en el aprendizaje de la matemática y del inglés como segunda lengua. A través de este programa, la escuela adquirió computadoras, impresoras y material de instrucción que incluyó manipulativos para la enseñanza de la matemática.

Para los maestros que participaron en el programa se desarrollaron talleres a nivel de seminario; además, este programa incluyó la contratación de personal de apoyo para los maestros en el programa. Todos estos recursos fueron adjudicados a cinco salones de clases, los cuales fungieron como la fuente principal en el suministro de información para los estudiantes. El programa empleó cuatro componentes principales:

1) aprendizaje activo, 2) manipulativos en matemáticas, 3) instrucción vía computación, y 4) participación de los padres de familia. Como parte del componente de manipulativos para la enseñanza de la matemática, se capacitó a los maestros de estas cinco clases acerca del empleo de dichos materiales; no únicamente por lo que respecta a la enseñanza, sino también a la creación de centros de aprendizaje enfocados en tres sistemas: Unidades cúbicas, El sistema de Cuisenaire, y Bloques de base diez. En los cinco salones de clase, cada centro de aprendizaje de matemática dispuso de dichos materiales. Los maestros en el programa, incluyendo sus asistentes, tenían fluidez tanto en español como en inglés y trabajaron tanto con grupos pequeños como con grupos grandes. Aún cuando se enfatizó el empleo de manipulativos diariamente, esta parte del curriculum se complementó con el programa de matemática utilizado por el distrito escolar, en su versión en español.

## Participantes

Se seleccionó un total de 45 estudiantes hispanos para participar en este estudio. Participaron cinco clases de estudiantes: dos fueron del nivel parvulario, dos de segundo grado y una de tercero. La selección fue estratégica y se basó en el juicio del maestro y del nivel de funcionamiento en matemática demostrado por el alumno. Se seleccionaron nueve estudiantes de cada clase; 2 de cada una con una puntua-

ción alta, identificada entre los percentiles 70-87 en su rendimiento en matemática en su clase. Dos de cada clase con una puntuación media identificada entre los percentiles 39-58 en su rendimiento en matemática, y dos de cada clase con una puntuación baja, identificada entre los percentiles 12-30 en su rendimiento en matemática. El grupo investigador deseaba obtener un rango de habilidades en cada nivel de grado, con el propósito de conocer cómo funcionarían las tareas matemáticas a través de manipulativos para la mayoría de los estudiantes. También se solicitó que cada estudiante seleccionado fuera lo suficientemente comunicativo como para responder verbalmente en español dentro de una relación de examen de 1:1.

Para cada estudiante, también se seleccionó un sustituto en el caso de que la deserción del titular tuviera lugar dentro del programa. Debido a la inclusión de sustitutos, el estudio se llevó a cabo con 45 estudiantes (18 niños y 27 niñas). Los niños y niñas fueron distribuidos en forma equitativa, de acuerdo a los niveles de habilidades en matemática. La Tabla 1 muestra la distribución de estudiantes por género y por nivel de habilidad en matemática.

**Tabla 1**

**Estudiantes Participantes, por Género y Nivel de Rendimiento en Matemáticas usando un Examen Normalizado con Referencia a Criterio**

Habilidades Generales*	Párvulos	Grado 2	Grado 3	Totales y Género
Alto	9	3	3	15 (9 F, 5 M)
Medio	8	4	4	16 (9 F, 7 M)
Bajo	9	3	2	14 (9 F, 6 M)
	26	10	9	45 (27 F, 18 M)

\* Habilidades Generales en Matemáticas Normalizado con Referencia a Criterio. Alto = 87th - 70th % iles. Medio = 58th - 39th % iles. Bajo = 30th - 12th % iles.

La Tabla 1 indica que el estudio fue llevado a cabo con el doble número de estudiantes del nivel de párvulos, como también de los grados segundo y tercero. Para cada grado en el estudio, las categorías de rendimiento alto, medio y bajo fueron similares.

El dominio de los idiomas español e inglés para los niños que participaron en este estudio había sido evaluada durante los últimos 6 meses. El instrumento psicométrico administrado para establecer tal conocimiento fue un examen de competencia oral (The Oral Proficiency Test). La Tabla 2 indica que ningún estudiante que participó en el estudio tenía fluidez en las habilidades en inglés (FHI), y un número menor de los mismos tenía fluidez en español. Esta deficiencia en ambos idiomas puede esperarse debido a la influencia en el aprendizaje de todas las áreas académicas. La mitad de los estudiantes no hablaban lo que se llamaría un inglés de subsistencia. Esta fue la razón por la cual la instrucción en el salón de clases se llevó a cabo completamente en español. La conversación en inglés fue integrada como una área de estudio en forma separada. Para los 45 estudiantes hispanos en el programa, el español era el idioma empleado en sus hogares.



**Tabla 2**  
**Competencia de los Participantes en Español e Inglés en el Test**  
**de Competencia en la Lengua (IDEA Test)**

Español/Inglés*	Párvulos	Grado 2	Grado 3	Totales
FCE/LCI	4	0	1	5
FCE/NCI	6	2	5	13
LCE/LCI	8	4	0	12
LCE/NCI	8	2	1	11
NCE/NCI	0	2	2	4
	26	10	9	45

- \* 1. (FCE/LCI) = Fluidez de Competencia en Español/Limitada Competencia en Inglés  
 2. (FCE/NCI) = Fluidez de Competencia en Español/Ninguna Competencia en Inglés  
 3. (LCE/LCI) = Limitada Competencia en Español/Limitada Competencia en Inglés  
 4. (LCE/NCI) = Limitada Competencia en Español/Ninguna Competencia en Inglés  
 5. (NCE/NCI) = Ninguna Competencia en Español/Ninguna Competencia en Inglés

Una tercera parte de los estudiantes había residido en los Estados Unidos por un período de menos de 3 años; mientras que el resto de los estudiantes eran provenientes de México y/o Centro América. La mayoría de ellos no había asistido a la escuela en sus países de origen. Los niños inmigrantes en edad de asistir a la escuela en los grados segundo y tercero, a menudo tenían una asistencia escolar esporádica en sus países de origen. En suma, además de esta pérdida de potencial lingüístico traído por estos niños a su nuevo sistema escolar, dichos estudiantes hispanos estuvieron expuestos a la influencia del proceso de aculturación a la sociedad norteamericana, la cual naturalmente incluye la relación con la escuela. Es de capital importancia el tener en mente estos elementos cuando se lleva a cabo una evaluación de esta naturaleza y se incluyen otros factores determinantes del éxito de los niños en el nuevo sistema escolar, y posteriormente en la comunidad.

**Materiales**

A partir de un manual suplementario del maestro, y de libros de referencia que acompañaron a los diferentes tipos de manipulativos empleados para la enseñanza de la matemática, el grupo de estudio modificó varias tareas de aprendizaje en estos manipulativos, con el propósito de crear instrumentos adaptables a la naturaleza de los alumnos. El material manipulativo finalmente seleccionado satisfizo los siguientes rubros:

1. Las tareas debían estar incluidas en principios y conceptos matemáticos importantes.
2. Las tareas debían ser apropiadas para niños de corta edad, y de un nivel promedio en matemática para los niveles de párvulos, segundo, y tercero del nivel primario.
3. Las tareas no habían sido enseñadas ni/o practicadas por los maestros con anterioridad.

4. Ambos, el proceso y producto de las tareas de solución, fueron visibles y aparentemente calificables.
5. Las tareas parecían ser suficientemente desafiantes y motivadoras para los grados designados, de modo que podrían anticiparse múltiples prácticas para cada estudiante antes de alcanzar el dominio en la tarea.
6. Las tareas podían ser efectuadas eficientemente con un mínimo de indicaciones por parte del maestro, y con relativamente pocos manipulativos de instrucción.

El estudio comenzó desarrollando 35 tareas. Sin embargo, después de tres meses de prueba, ese número se redujo a 14 tareas claves. De estas 14, 7 fueron más apropiadas para párvulos, únicamente 2 para segundo grado y 5 para tercer grado.

De haber tenido la oportunidad de incluir al primer grado, varias de las tareas para párvulos podrían haber sido más apropiadas para primero. Sin embargo, debido a que una examinación final se llevó a cabo en los meses de marzo y abril, el rendimiento de varios de los estudiantes parvularios fue similar al de sus compañeros del primer grado.

Las 14 tareas de referencia se presentan en Tabla 3. Estas se encuentran identificadas de acuerdo al nivel y clave matemática del concepto que se pretende alcanzar en la tarea. Las indicaciones ilustradas y los materiales para cada tarea, están incluidos en el apéndice.

**Tabla 3**  
**Catorce Tareas de Exámenes usando Manipulativos de Acuerdo al Nivel y Grado, Incluyendo Conceptos y Principios Claves.**

TAREA/GRADO PARVULOS	CONCEPTOS Y PRINCIPIOS	HABILIDADES Y COMPUTACION
1. Haciendo gradas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>* relación ordinal.</li> <li>* incremento de uno.</li> <li>* incrementos en volúmenes fijos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* examinación visual por aproximación de los objetos.</li> <li>* comparación y contraste de objetos.</li> <li>* descripción de acuerdo al tamaño.</li> </ul>
2. Igualando trenes.	<ul style="list-style-type: none"> <li>* equivalencia en la combinación de objetos.</li> <li>* adicción de dos cantidades para formar una nueva unidad.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* adición.</li> <li>* selección de objetos para encontrar el objeto ausente en la unidad.</li> </ul>
3. Encontrando el objeto ausente.	<ul style="list-style-type: none"> <li>* encontrando la parte ausente para completar la unidad.</li> <li>* incremento en cantidad y/o diferencia en cantidades.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* adición o sustracción.</li> <li>* descripción visual mediante la,aproximación de la longitud de los objetos.</li> <li>* medición de los objetos.</li> </ul>

4. ¿Cuál es más grande?	<ul style="list-style-type: none"> <li>* incremento en cantidad para formar una nueva unidad (equivalencia)</li> <li>* “más” relacionada a la longitud de los objetos.</li> <li>* combinaciones que forman una unidad.</li> <li>* sentido del número-diferencia en cantidades.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* combinando y midiendo objetos.</li> <li>* comparación/contraste de objetos.</li> </ul>
5. Encontrando. “uno más grande”	<ul style="list-style-type: none"> <li>* incremento de uno y/o suma de uno.</li> <li>* contando en relación al incremento de uno.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* nombre de la asociación de la longitud del objeto. * midiendo objetos.</li> <li>* adición.</li> </ul>
6. Encontrando la longitud de un tren.	<ul style="list-style-type: none"> <li>* relación entre combinación de objetos y conteos continuos.</li> <li>* relación uno a uno.</li> <li>* incremento en la cantidad, para formar una nueva unidad.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* seleccionado objetos y nombres.</li> <li>* uso de líneas numéricas para encontrar la longitud total.</li> <li>* adición.</li> <li>* conteo (numeración).</li> </ul>
7. Mitad de tamaño.	<ul style="list-style-type: none"> <li>* “mitad de tamaño”.</li> <li>* “duplicado” para formar una unidad.</li> <li>* fracciones equivalentes.</li> <li>* adición de dos cantidades para formar una nueva unidad.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* identificación de mitades pares del 2 al 10.</li> <li>* adición or división.</li> </ul>
<p><b>GRADO 2                      CONCEPTOS Y PRINCIPIOS HABILIDADES Y COMPUTACION</b></p>		
8. Sumando con cantidades ausentes	<ul style="list-style-type: none"> <li>* concepto de sumandos ausentes ausentes del total.</li> <li>* fijando modelos concretos a la abstracta.</li> <li>* adición y/o substracción de cantidad necesaria para formar una unidad igual.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* resolviendo sumandos con cantidades ausentes en ecuación. * adición y/o substracción. * descripción por cantidad necesaria para completar una unidad.</li> </ul>
9. Diez más que.	<ul style="list-style-type: none"> <li>* concepto de “Diez más que” como incremento a los lugares de las decenas.</li> <li>* incremento a los valores de base diez</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* habilidad de leer unidades en los objetos como números de dos dígitos. * adición.</li> <li>* conteo.</li> </ul>
10. Escribiendo números con tres dígitos.	<ul style="list-style-type: none"> <li>* relación entre lugar numérico y tamaño particular del objeto.</li> <li>* representación concreta de cantidades digitales.</li> <li>* valores de lugar de base diez (centenas, decenas, unidades).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* escribiendo números de tres dígitos a partir del modelo de valores de lugar.</li> <li>* haciendo substituciones del valor concreto.</li> </ul>

9. Diez más que.	<ul style="list-style-type: none"> <li>* concepto de "Diez más que" como incremento a los lugares de las decenas.</li> <li>* incremento a los valores de base diez</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* habilidad de leer unidades en los objetos como números de dos dígitos. * adición.</li> <li>* conteo.</li> </ul>
10. Escribiendo números con tres dígitos.	<ul style="list-style-type: none"> <li>* relación entre lugar numérico y tamaño particular del objeto.</li> <li>* representación concreta de cantidades digitales.</li> <li>* valores de lugar de base diez (centenas, decenas, unidades).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* escribiendo números de tres dígitos a partir del modelo de valores de lugar.</li> <li>* haciendo sustituciones del valor concreto.</li> </ul>
11. Adición simple de dos dígitos	<ul style="list-style-type: none"> <li>* relación entre tamaño de objeto y valor de lugar.</li> <li>* agregando cantidades hasta formar una nueva unidad (de base diez)</li> <li>* fijando lo abstracto y lo concreto: columnas de adición como combinación de objetos similares.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* agregando números de dos dígitos de dos en columnas de adición.</li> </ul>
12. Adición de dos dígitos con agrupación.	<ul style="list-style-type: none"> <li>* relación entre re-agrupación en adición, y valores de acuerdo al lugar.</li> <li>* valores de lugar de base diez.</li> <li>* agregando cantidades hasta formar una nueva unidad (de base diez)</li> <li>* fijando lo concreto y lo abstracto. representación de incrementos en cantidad.</li> <li>* re-agrupando para representar valores correctos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* adición de dos dígitos en columnas, con re-agrupación.</li> <li>* sustitución de unidades por decenas.</li> </ul>
13. Intercambio en orden ascendente.	<ul style="list-style-type: none"> <li>* sustituciones de valores de base diez: equivalencia de diez unidades a una de diez, y diez de diez a una de cien.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* haciendo sustituciones de valores: re-agrupando a partir de unidades a decenas, y de decenas a centenas.</li> </ul>
14. Sustracción de dos dígitos con re-agrupación.	<ul style="list-style-type: none"> <li>* valores de base diez.</li> <li>* sustracción de cantidades para formar una nueva unidad (de base diez)</li> <li>* re-agrupación para representar el valor correcto.</li> <li>* relación de re-agrupación invertido en la sustracción de valores de lugar.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* sustracción de dos dígitos en columna con préstamo.</li> <li>* sustituciones de decenas por unidades.</li> </ul>

## Calificación de la tarea

La realización de la tarea por el estudiante fue calificada de acuerdo a los cuatro criterios descritos anteriormente: (1) Entendimiento conceptual, (2) Estrategias válidas y eficientes, (3) Precisión, y (4) Fluidez intercorrelacionada. Cada tarea cubrió tanto el proceso de la resolución de problemas, como la solución final. Cada criterio recibió marcas en una escala ordinal entre 1 y 5. Los primeros tres criterios usaron la misma escala; sin embargo, el cuarto criterio requirió una escala diferente. A continuación se detallan los cuatro criterios y sus escalas: (a) Entendimiento conceptual, (b) Uso de estrategias válidas y efectivas, y (c) Precisión en la finalización de la tarea. — [Escala: 1 = ninguno o casi ninguno; 2 = únicamente un poco; 3 = algo, parcialmente; 4 = la mayoría, casi siempre; 5 = Completamente, satisfecha]; y (d) fluidez y rapidez en la realización de la tarea. — [Escala: 1 = muy despacio y sin fluidez. 2 = algo despacio y sin fluidez.

3 = adecuado/rapidez promedio y fluidez. 4 = buena rapidez y fluidez. 5 = muy bien/rapidez excelente y fluidez.]

Debido al múltiple criterio de calificación, a todos los estudiantes se les pidió que intentaran realizar la tarea. Por esta razón, si los estudiantes no continuaban con la tarea, se les hacían sugerencias mínimas en forma de preguntas, con el propósito de ayudarles a concentrarse en los rasgos relevantes de la tarea. Tales sugerencias fueron escritas en la hoja de calificaciones y sirvieron para regular la calificación final.

## Procedimiento

Durante 90 días, dos estudiantes graduados del programa bilingüe pilotearon las tareas matemáticas usando manipulativos. Este plan piloto incluyó 15 estudiantes hispanos que asistían a un programa bilingüe en una escuela diferente a donde este estudio se llevó a cabo. Este grupo piloto tuvo las mismas características en su estructura. Cuando fueron evaluados por sus maestros, los grupos habían sido clasificados como grupos de alto, mediano y bajo nivel de rendimiento en matemáticas. Durante esta fase de pilotaje, se mejoraron las instrucciones, la estructura de las tareas a examinarse, y los procedimientos en su calificación. También durante esta fase, y con 15 estudiantes, se determinaron coeficientes de confiabilidad entre las tareas y sus elementos. Todo lo anterior tomó un período de 3 días, para finalmente usar las versiones finales de las tareas y las hojas de registro de las exámenes. Para establecer la reexaminación de las tareas, se examinó a cada estudiante dos veces con cuatro tareas diferentes. Estas tareas fueron seleccionadas con la ayuda del maestro y bajo el criterio de ser estimulantes para los estudiantes.

Siguiendo la evaluación de pilotaje y sus revisiones, las tareas a evaluarse fueron presentadas a un grupo seleccionado de 45 participantes. Se administraron todas las instrucciones en español. Tres de las cuatro tareas fueron escogidas por el estudiante, en función de la rapidez con que estos estudiantes eran capaces de trabajar. Tres de las cuatro tareas fueron presentadas a cada estudiante individualmente dentro de una sesión regular

(50 minutos). La administración de cada tarea requirió aproximadamente entre 3 a 5 minutos. Después de un lapso de 2 a 3 semanas, se administraron versiones equivalentes de las mismas tareas a todos los estudiantes.

## Resultados

### *Reexaminación de la confiabilidad*

La reexaminación de la confiabilidad de las pruebas fue establecida durante la fase de pilotaje. Para esta fase, participaron 15 estudiantes hispanos. Nuestras expectativas para estas medidas psicométricas fueron diferentes para estas tareas con el uso de manipulativos, de las que hubiesen sido para preguntas típicas en un examen regular. El grado de precisión en estas tareas de matemáticas usando manipulativos fue dinámico. La situación siguiente lo prueba: por ejemplo, los examinadores proveyeron sugerencias a los estudiantes. Lo anterior implica parcialmente que los estudiantes pudieron haber aprendido en el proceso de examinación. Este fenómeno de aprendizaje puede ocurrir aún cuando el estudiante no haya recibido revisiones en la corrección de su respuesta final. En efecto, una ventaja en este tipo de evaluación dinámica es precisamente la habilidad del estudiante de aprender mientras se le examina. (Lidz, C.S. (1987). Debido al hecho de que nuestros estudiantes pueden aprender en forma diferente a las sugerencias del examinador, es que se esperó obtener puntuaciones bajas en la confiabilidad reexaminada.

Los resultados de la confiabilidad en la reexaminación de las pruebas son presentados en la Tabla 4. Esta Tabla indica que los coeficientes de confiabilidad obtenidos de un rango ordenado simple (Coeficiente de contingencia), fueron moderadamente fuertes (.69 - .77). Sin embargo, cuando estos fueron corregidos por irregularidades en la escala (Cramer's V), los coeficientes de confiabilidad fueron bajos (.48 - .71). Finalmente, cuando el nivel de acuerdo fue corregido en forma conservadora usando la fórmula de Cohen Kappa, (Cohen, 1960) el resultado de los coeficientes varió. Esta variación fue desde fuerte hasta débil (.74 - .32). Los valores del coeficiente de Kappa, oscilaron entre .40 and .75, lo que representa una situación de acuerdo entre muy bueno y bueno. (Fleiss, 1989). La Tabla 4 indica así mismo que la confiabilidad de la reexaminación varió en función del grado y/o nivel en la cual la tarea fue empleada. (Estas dos variables fueron confundidas). Los dos grados en estudio, párvulos y segundo, produjeron resultados menos confiables para las tareas reexaminadas.

**Tabla 4**

**Confiabilidad en la Re-examinación de Doce Tareas en la Resolución de Problemas Matemáticos Usando Manipulativos en Quince Estudiantes Hispanos Aprendiendo Inglés Académico Como Segundo Lenguaje.**

Grado	N	CC*	Cramer's V	Cohen's Kappa
Párvulos	6	.69	.48	.40
Grado 2o.	5	.74	.63	.32
Grado 3o.	4	.77	.71	.74

\* Coeficiente de Contingencia