*Educación Matemática
Vol. 10 No. 1 Abril 1998
pp. 26-37*

Diversas concepciones sobre resolución de problemas en el aula

Fecha de recepción: Octubre, 1996

Luis Carlos Contreras y José Carrillo
Departamento de Didáctica de las Ciencias Universidad de Huelva
Campus del Carmen Avda. Fuerzas Armadas s/n 21007 Huelva, España
carrillo@uhu.es

Resumen: *Partiendo de los antecedentes de nuestra propia investigación sobre las concepciones de los profesores en relación con la Matemática y su enseñanza–aprendizaje y, más concretamente, desde el instrumento de análisis cualitativo diseñado para aproximarnos a las concepciones sobre la enseñanza de la Matemática, hemos elaborado una herramienta teórica que podría permitir diferenciar el papel que los profesores otorgan a los problemas en el aula, dependiendo de sus concepciones sobre la enseñanza (recíprocamente, es muy probable que dicho papel defina en gran medida la mencionada concepción).*

Abstract: *Starting from our previous research on teachers' conceptions of mathematics and its teaching, and, to be more exact, starting from our instrument for a qualitative analysis, designed in order to obtain a closer understanding of mathema-tics teaching conceptions, we have developed a theoretical instrument that (we think) can characterize the role teachers give to problems in a classroom, depending on their teaching conceptions (viceversa, it is very probable that such a role defines in a big way the abovementioned conception). Moreover, we illustrate some aspects of the behaviour different teachers show when dealing with problems in classroom.*

Antecedentes en la investigación

Hace ya algún tiempo que venimos preocupándonos de las concepciones o creencias del profesor de matemáticas, intentando (sumergidos en la hermenéutica actual) efectuar aportaciones encaminadas a obtener nuevas aproximaciones a la comprensión del hecho educativo, fundamentalmente en lo que concierne al proceso de enseñanza-aprendizaje.

Los dos ejes de nuestras investigaciones han sido, y continúan siendo, las concepciones del profesor de secundaria sobre la matemática y los procesos de enseñanza-aprendizaje de la misma, y los modos de resolver problemas de dichos profesores. En lo que respecta a nuestras investigaciones sobre concepciones, los primeros pasos fueron guiados, primordialmente, por los estudios de Ernest (1991) y Porlán (1989); mientras que en resolución de problemas la orientación inicial provino de Schoenfeld (1985). La primera fase de nuestra investigación consistió en un estudio teórico–práctico (con 9 casos) que nos permitió ofrecer una categorización de 4 tendencias didácticas (o concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática)[1] y 3 modelos de concepción de la matemática a través de múltiples indicadores o descriptores (Carrillo y Contreras, 1993; 1994; 1995), al mismo tiempo que un instrumento de evaluación cualitativa (con escala de niveles) de las características como resolutor de problemas (Carrillo, 1993; 1995; Carrillo y Guevara, 1996).

Puede comentarse que, en gran parte, ambas líneas de investigación han sido desarrolladas por separado por la mayoría de los investigadores. Por contra, ha sido objeto de nuestra investigación estudiar las posibles relaciones entre las formas de resolver problemas de los profesores y sus concepciones sobre la Matemática y su enseñanza (el fruto de este interés puede verse parcialmente en Carrillo y Contreras (1995), y, sobre todo, en Carrillo (1996), donde se detallan las relaciones encontradas, así como posibles explicaciones a la inexistencia de relaciones en su caso). Por otra parte, consideramos la resolución de problemas como particularidad metodológica y pensamos que el papel que el profesor les otorga en el curriculum puede determinar bastante la concepción de la enseñanza y el aprendizaje, de manera que *casi podrían sobrar* los demás indicadores para obtener la caracterización de un profesor.

A casi nadie, en el ámbito de la educación matemática, le resulta ajeno el término *resolución de problemas* y, sin embargo, bajo esa aparente uniformidad se esconde una gama de significados diferentes. Nos será fácil encontrar a dos profesores que nos aporten, en esencia, una misma definición del término; un poco menos fácil que le otorguen el mismo papel en el curriculum y bastante difícil que, de hecho, utilicen de igual forma la resolución de problemas en sus aulas.

Este es nuestro punto de partida; nuestra hipótesis de trabajo tendrá que ser contrastada empíricamente[2], pero creemos que es posible elaborar un perfil de la tendencia didáctica de un profesor a partir de sus creencias sobre el papel de la resolución de problemas en el aula. Pero, además, indagar sobre esa posibilidad nos puede permitir, asimismo, usar la propia resolución de problemas como vehículo metodológico de la formación del profesorado (Block et al., 1990). Así, en cierta medida, el objeto de investigación se convierte en instrumento impulsor del desarrollo profesional, pues estamos convencidos de que trabajar en resolución de problemas con profesores cuyos perfiles han sido obtenidos, no sólo propicia un avance en su capacitación metodológica, sino que puede provocar cambios positivos en sus concepciones sobre la matemática, su enseñanza y su aprendizaje (Carrillo, 1995), así como una mayor autoestima.

Tendencias de uso de la resolución de problemas en el aula

Dentro de las concepciones, creencias (Thompson, 1984; 1992), perspectivas (Tabachnick & Zeichner, 1984), ideologías (Sharp & Green, 1975) o expectativas (Block et al., 1990) de los profesores sobre la enseñanza de las matemáticas parece ocupar un lugar relevante el papel que, implícita o explícitamente, otorgan dichos profesores a la resolu-

[1] Podría parecer caprichosa la determinación de 4 tendencias y no 3 ó 5; el detalle de la justificación desborda las dimensiones de este trabajo, no obstante, el punto de partida lo referimos en un trabajo anterior en este mismo medio (Carrillo y Contreras, 1995). El modelo así diseñado "heredaba" un considerable número de aportaciones relevantes (Kuhs y Ball, 1986; Jurdak, 1991; Ernest, 1986, 1991; Marrero, 1993; Tabachnik y Zeichner, 1984) que, aunque no siempre coincidentes en el número de tendencias, sí nos permitió entender nuestra aportación como una síntesis integradora.

[2] En nuestro grupo se desarrolla en la actualidad un trabajo de tesis que, mediante un estudio de tres casos, está poniendo de relieve la posibilidad de elaborar el perfil de un profesor en función del papel que otorga a la resolución de problemas en el aula, utilizando los caracterizadores que se exponen en este artículo.

ción de problemas en el aula. De entre las razones argumentadas citaremos la de Kilpatrick (1985), que sostiene que la ausencia de información de cómo los profesores entienden la resolución de problemas podría ser una de las razones de que la mejora de la enseñanza por este medio no haya tenido mucho éxito. Su posición es compartida con Grows, Lester, Silver y Thompson (Silver, 1985).

Identificar los rasgos característicos de ese uso en un profesor concreto nos aporta información acerca de las categorías básicas en las que podríamos encuadrar su actuación en el aula: metodología, sentido de la matemática escolar, concepción del aprendizaje, papel de profesor y alumnos y evaluación (Carrillo y Contreras, 1993, 1994); por tanto, tiene sentido intentar describir los rasgos característicos de las concepciones de un profesor sobre la resolución de problemas en el aula (CRP) como si constituyeran un subconjunto de las concepciones de este profesor sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática (CEM)[3]

Por ello, en su comienzo, alguno de estos descriptores se obtuvieron mediante una adecuada "manipulación" de los correspondientes a las tablas CEM (véase Carrillo y Contreras, 1995) usando "como lente" la resolución de problemas. Posteriormente, distintos trabajos empíricos en este mismo ámbito (Block, Dávila y Martínez 1990, 1991; Grows, Good y Dougherty, 1992; Cooney, 1985; Marcelo, 1987; Chapman, 1997) han permitido contrastar y perfilar un istrumento que pensamos permitirá visualizar la imagen teórica de las distintas *tendencias didácticas en resolución de problemas* (tradicional, tecnológica, espontaneísta e investigativa) (Carrillo y Contreras, 1995)[4] .

Para comenzar, creemos conveniente tomar posición definiendo *qué es para nosotros la resolución de problemas en la educación matemática.* Lo haremos simultáneamente desde la perspectiva teórica, exponiendo una versión de lo que hemos llamado *tendencia investigativa en resolución de problemas*, y desde la práctica, comentando los aspectos más destacables en un problema concreto cuyo enunciado se hará desde esta perspectiva y se irá transformando a medida que vayamos describiendo las otras tendencias. Los términos claves que aparecerán entre paréntesis a lo largo del texto (TI, TE, TT y TTR) se corresponden con los indicadores que aparecen en los cuadros 1 y 2 (tablas CRP), al final del documento.

La tendencia investigativa

Los problemas tienen, en esta tendencia, un carácter de instrumento institucionalizador de los aprendizajes en un marco de socialización (en el sentido de hacer explícito y organizar el conocimiento adquirido bajo una estructura coherente). Se resuelven problemas durante todo el proceso de aprendizaje dentro de un marco flexible de adquisición de conocimiento conceptual y procedimental. Se organizan acorde con los objetivos planteados y su secuencia responde a un enfoque procedimental inmerso en una red conceptual organizada.

[3] También se podrán encontrar relaciones entre la concepción sobre la Matemática y la de la resolución de problemas en el aula pero, de momento, no se ha abordado su estudio.

[4] Al igual que ocurriera con estas tendencias en las tablas CEM, la lectura de las tablas CRP (que se ofrecen al final de este trabajo) ha de hacerse en sentido vertical y horizontal. Vertical, puesto que un indicador por si sólo no caracteriza una tendencia didáctica, es preciso leer los indicadores en su conjunto para ver un perfil; horizontal, en el sentido que un profesor concreto podría tener indicadores de más de una tendencia, poniendo de relieve un cierto sentido de evolución profesional. Además, un mismo indicador visto desde la tendencia tradicional hasta la investigativa revela todo su significado. Por ejemplo, un profesor investigativo puede usar, en algún momento, los problemas como ejercicios sin que ello le convierta en tradicional o tecnológico.

Se utilizan para el aprendizaje de heurísticos y toma de conciencia de procesos que permiten construir y formalizar conceptos. Se resuelven incluso problemas abiertos, se plantean situaciones en las que las condiciones iniciales son susceptibles de ser modificadas para generar otros problemas y sus múltiples vías de resolución, que concuerdan con los procesos matemáticos de resolución (inducción–deducción), pueden conducir a múltiples soluciones.

Para poder contribuir a la construcción de redes semánticas, los problemas son polivalentes. Tienen como objetivo la adquisición de estilos heurísticos y la potenciación de aspectos metacognitivos que favorezcan la construcción autónoma del conocimiento. Se combina el trabajo individual y el de grupo, en situaciones donde el alumno se sienta capaz de crear (lo que le hace implicarse) consiguiendo ampliar sus capacidades resolutorias; hay una negociación final en gran grupo.

El alumno aborda un problema como una investigación, discute las aportaciones de los demás cuestionando las suyas propias y analiza y pule su estilo personal de resolución. El profesor genera problemas, orienta, canalizando las aportaciones positivas o negativas, en los atascos sugiere heurísticos (pero no proporciona claves semánticas) y organiza la discusión y la síntesis final.

La observación del proceso de resolución puede permitir, en su caso, reorientar el aprendizaje y conocer su evolución y, por tanto, la valoración de los problemas se hace desde una perspectiva formativa. Se valoran las variables personales, la adquisición de heurísticos, los significados construidos y la relevancia de los mismos. Se discute la calidad de los procesos con la intención de mejorarlos, se valoran las estrategias personales y se analizan alternativas. Las situaciones erróneas se aprovechan con un fin constructivo y, en bloqueos graves, se procede a la simplificación del problema manteniendo intacta la estructura matemática subyacente.

La tendencia investigativa puede conducir a enunciar un problema de estas características:

> *Encuentra un número con dos cifras que cumpla cada una de las siguientes condiciones:*
> *a) al ser multiplicado por 10 resulta un número primo*
> *b) si invertimos el orden de las cifras y multiplicamos por 10, el resultado es un número par*
> *c) el producto de las cifras es múltiplo de 6*
> *d) la diferencia entre los cuadrados de las cifras es un número primo.*[5]

Evidentemente no se trata de un *ejercicio rutinario* y no se proporcionan *claves semánticas* (TI8)[6] que inviten a la aplicación de algún algoritmo para su resolución inmediata.

Aunque el marco conceptual más definido en el problema parece ser la divisibilidad entre números enteros[7], en realidad el problema es *conceptualmente*

[5] Para poder comprender el fin que se persigue con su resolución, parece adecuado que, antes de continuar se aborde su resolución.

[6] Es más, el «con dos cifras» se supone que sea inicialmente asociado a «de dos cifras», es decir número entero de dos cifras, que llevará a un camino sin salida.

[7] En diversos cursos encuadrados en la formación permanente de profesores de secundaria, nos hemos encontrdo con profesores que abandonan el problema con un «imposible» cuando analizan la condición a) y con un "obvio" con la b). Esta actitud encaja en una concepción tradicional de problema.

polivalente (TI8). De hecho, no está acotado el campo numérico de búsqueda. Tras descartar como posibles soluciones a los enteros (notesé que, en tal caso, la condición b) sería superflua), se tratará de buscar otras expresiones posibles —combinaciones no enteras— con dos dígitos: a.b, a/b, a^b, raíz a de b,... y comenzar por la que parece tener más relación con las condiciones del problema, a.b[8].

Se trata, ahora, de "traducir" las condiciones como procedimiento para hacer más comprensible el problema. Así, de ab primo debería deducirse que b es impar (distinto de 5); de la misma forma, de ba par debe deducirse que a es par. Por su parte, la condición c) nos ayuda a efectuar una criba de entre los candidatos que nos han sugerido las condiciones anteriores. La cuarta condición requiere, sin embargo, un proceso de transformación más complejo y, además, no directamente vinculado con la divisibilidad (TI8). De $a^2 - b^2$ primo se espera que el resolutor exprese $(a + b)(a - b)$ primo (bien por la identificación algebraica, bien por la necesidad de expresar las cantidades como producto de factores en los que aplicar los criterios de divisibilidad es más fácil) y de ahí tomar conciencia de que entonces $a + b$ es primo y $a - b = +/- 1$.

El problema así tratado ha pretendido ser un elemento que *movilice* conocimientos dentro de una red conceptual prevista (TI4). Estos conocimientos no son *exclusivamente conceptuales* (TI5), de hecho los procedimientos llegan a adquirir mayor relevancia en un marco de aceptación y respeto de estilos cognitivos (TI26).

La tendencia espontaneísta.

En esta tendencia, los problemas se conciben como actividad potenciadora del descubrimiento, como vehículo para potenciar el descubrimiento espontáneo de nociones. Se seleccionan de forma aleatoria aquellos problemas cotidianos más acordes con el contexto (que marca la secuencia) y el ambiente de la clase.

Los problemas, desde esta perspectiva, sirven para adquirir procedimientos, fomentar actitudes positivas y para implicar a los alumnos en su aprendizaje. Son situaciones que invitan a actuar, válidas para modelizar y sin un fin conceptual concreto. Suelen identificarse con problemas cotidianos que se abordan de forma intuitiva (admitiendo, por tanto, múltiples procesos) y que pueden poseer múltiples soluciones.

De esta forma, se establece que se aprende dotando de significado a los conceptos, tomando conciencia de las estrategias personales y potenciando los procesos intuitivos. El trabajo más adecuado es el de grupos, en situaciones donde el alumno se sienta capaz de crear (lo que le hace implicarse) consiguiendo ampliar sus capacidades resolutorias.

El alumno suele desarrollar una actividad de ensayo–error. Al ver que sus opiniones y aportaciones son potencialmente relevantes mantiene una actitud empírica.

Hay un protagonismo compartido. El profesor sugiere problemas y estimula en momentos clave manteniendo el interés. En los atascos no proporciona claves semánticas explícitas y, al final, aporta sus conclusiones a la resolución colectiva.

La observación del proceso de resolución puede permitir, en su caso, reorientar el proceso de aprendizaje y, por tanto, la valoración de los problemas se hace desde una perspectiva formativa. Se valoran el esfuerzo, la implicación, la dinámica de grupos, las estrategias personales y el significado de las nociones construidas. Se analiza

[8] Naturalmente, en algún momento del problema el profesor investigativo abordará la reducción a éste de los demás casos.

la calidad de los procesos y no preocupan los eventuales logros conceptuales. Ante situaciones erróneas existe una llamada de atención y, en bloqueos graves, se procede a un cambio de actividad.

El elemento distintivo clave (para establecer las diferencias de tratamiento entre esta tendencia y la investigativa) es que la(s) solución(es) del problema no marca (n) el final del proceso, sino más bien el final de una etapa. El profesor investigativo procuraría, de un lado, una *institucionalización de los aprendizajes* (TI1) (Carrillo, 1995) organizando la información movilizada a raíz del proceso de resolución y, de otro, utilizaría el problema como *generador de nuevos problemas* (TI7).

Por ejemplo, cabe plantear, ¿hay alguna condición superflua? Esta actitud de discusión y modificación de las condiciones iniciales (TI14) es muy característico del proceso de construcción matemático y, por eso, es distintivo de la tendencia de resolución investigativa.

En nuestro problema, de hecho, es fácil ver que, por ejemplo, la condición b) puede deducirse de la a) y la d), o que las soluciones de un problema que prescindiera de la condición c) son las mismas que las de éste (la criba con la condición a = b +/– 1 nos proporciona soluciones que cumplen la condición c)).

La tendencia tecnológica

La filosofía reproductiva de la metodología en esta tendencia lleva a que los ejercicios en que son convertidos los problemas se suelan plantear como cuestiones teóricas, al final de los temas y como aplicación de la teoría impartida. Provienen de un listado organizado según orden creciente de complejidad, en una estructura de espiral conceptual, en función de los conceptos que abarca.

La resolución de problemas se utiliza para dotar de un significado práctico a la teoría. No siempre se usan para el mismo fin; a veces sirven para introducir un tema, otras para sondear conocimientos previos, opiniones,...y otras como modelo para conducir el hilo de la teoría. Los problemas suelen tener proceso y solución únicos y, aunque se abordan formalmente, mantienen una cierta vinculación con la realidad.

Ello pone de manifiesto la idea de que aplicando sobre problemas monográficos se estructuran los conceptos. Aprender, bajo este esquema, consiste en identificar los elementos en los procesos formales de prueba y comprender los estilos resolutores del profesor, con lo que los problemas son estandarizados. Así entendido el aprendizaje, al cliente se le exige una capacidad que, de no poseer, le lleva a la autoexclusión. No obstante, a veces el contexto consigue involucrar a estos sujetos.

En este contexto, el alumno capta y repite estilos y acepta procesos y resultados; su actividad se limita a intentar asimilar los conceptos teóricos aplicándolos y reconstruyendo procesos. El profesor es el protagonista principal del proceso, aunque concede algún protagonismo al alumno; plantea y contextualiza el problema, espera y corrige (con intención de enmendar) las respuestas de los alumnos, proporciona claves semánticas implícitas y explícitas y, finalmente, expone su proceso de resolución como el más correcto.

De los productos de los alumnos se consideran, además del resultado, los pasos e intentos dentro de un marco convencional. La evaluación es, por tanto, un elemento sancionador donde los procesos se consideran adecuados o inadecuados en función del esquema previsto por el profesor. Se valora la capacidad de identificar las nociones y algoritmos a aplicar, obviándose los estilos y estrategias personales. En las pruebas, se valoran los problemas en la medida que éstos sirven para comprobar la capacidad de aplicar la teoría. Cuando se detecta algún error se corrige en aras de obtener un mejor producto final. La mecánica que se utiliza para la recuperación es el entrenamiento para el refuerzo.

La tendencia tradicional

En esta tendencia se conciben los problemas como ejercicios que suelen ser propuestos por el profesor al finalizar un período de instrucción de corte teórico con la intención de que se apliquen los conocimientos impartidos. Los problemas suelen provenir de listados externos (texto, libros de problemas,...), extensos y sin una organización específica por el profesor.

La perspectiva que implícitamente soporta esta metodología es que aplicando la teoría se asimila y afianza aquella. Coherentemente, los problemas están bien definidos (con proceso y solución únicos), requieren unos conocimientos concretos (los impartidos) y se resuelven por procesos prioritariamente deductivos.

De esta manera se está asumiendo que se aprende ampliando y reforzando el campo conceptual, mediante un entrenamiento individual en los procesos formales y por imitación de los estilos del profesor, con lo que los problemas son monográficos y estandarizados. Así entendido el aprendizaje, al cliente se le exige una capacidad que, de no poseer, le lleva a la autoexclusión; en tal caso se dirá que al sujeto no le gustan los problemas.

En este contexto, el alumno capta y repite estilos y acepta procesos y resultados; su actividad se limita a intentar identificar los conceptos o algoritmos a aplicar. El profesor es el protagonista exclusivo del proceso; enuncia el problema, espera y corrige (sancionando) las respuestas de los alumnos, proporciona claves semánticas explícitas y, finalmente, expone su resolución como la correcta.

De los productos de los alumnos se valora fundamentalmente el resultado, calificando ponderadamente sus aspectos (expresión numérica, simplificación,...). La evaluación es, por tanto, un elemento sancionador donde lo correcto o incorrecto queda determinado por el esquema previsto por el profesor. Se valora la capacidad de recordar fórmulas y otros hechos y la aplicación mecánica de los conceptos impartidos, obviándose los estilos y estrategias personales. En las pruebas, se valoran los problemas en la medida que éstos sirven para comprobar la adquisición de la teoría. No se pueden cometer errores; de detectar alguno hay que erradicarlo con la misma mecánica que se utiliza para la recuperación: el entrenamiento para el refuerzo.

Volviendo a nuestro problema, un profesor tradicional o tecnológico focalizaría las cuestiones derivadas de la divisibilidad con la intención de consolidar un marco teórico previamente impartido (TT8, TTR5).

La tarea se entendería siempre como *aplicación de la teoría* (TT, TTR3) y se usaría normalmente como colofón de aquella. En la tendencia tecnológica el contexto se haría más presente (TT13) (p.e. "Enuncia los criterios de divisibilidad por 2 y 5, ¿cuándo un número con dos cifras de la forma a.b es par al ser multiplicado por 10?") eliminando aspectos colaterales distractores y tendiendo a una *estandarización* (TT10) (Ernest, 1992; Vila, 1995).

En un contexto tradicional (p.e. "¿Son enteros todos los números **con** dos cifras?. Calcula los números con dos cifras que al ser multiplicados por 10 nos da un número par») se proporcionan *claves semánticas* claras (TTR18); además, en ambos casos nos situamos ante unos ejercicios de corte más o menos teórico elegidos para *afianzar* conceptos (TTR8).

Los descriptores que hemos expuesto en la ejemplificación están vinculados, fundamentalmente, al enunciado. El resto de los aspectos diferenciadores que figuran en las descripciones de las tendencias ve la luz en la dinámica de resolución del aula. Usados en conjunción con el análisis de documentos como, por ejemplo, el tipo de problema utilizado en pruebas o exámenes, nos pueden ayudar a caracterizar la tendencia didáctica en resolución de problemas de un determinado profesor y, potencialmente, su tendencia didáctica respecto a la enseñanza de la Matemática[9] .

Finalmente, creemos conveniente insistir en que aún no hemos concluido la aplicación empírica de este instrumento. Estamos convencidos de la importancia de esta fase, pero al mismo tiempo somos conscientes de la necesidad de disponer de instrumentos y diseños teóricos para poder efectuar una primera interpretación significativa de la realidad, de manera que el contacto con ella pueda ser entendido en función de esquemas previamente organizados que, por supuesto, se han de ver sometidos a mejoras tras las reflexiones oportunas. De esta forma, el estudio teórico facilita las *gafas* con las que *mirar* la realidad para proseguir con los estudios empíricos.

[9] En la fase empírica de nuestro trabajo se está obteniendo información a través de entrevistas (que incluyen simulaciones de situaciones de aula), observación y evocación del recuerdo, además de los artefactos antes descritos.

CAT/IND.		TRADICIONAL	TECNOLÓGICA	ESPONTANEÍSTA	INVESTIGATIVA
cómo se conciben	1	Problemas como ejercicios	Problemas como ejercicios; cuestiones teóricas	Problemas como actividad potenciadora del descubrimiento	Problemas con instituc. de los aprendizajes
cómo se eligen	2	Listado externo no organizado	Listado organizado según el orden creciente de la complejidad de los conceptos a impartir	Selección aleatoria de problemas cotidianos en función de la motivación y el contexto de la clase	Colección organizada acorde con los objetivos planteados
cuándo y cómo se usan	3	Al final de los temas, como aplicación de la teoría impartida	Al final de los temas, como aplicación de la teoría impartida	Como vehículo para potenciar el descubrimiento espontáneo de nociones	Durante todo el proceso como entrenamiento en un marco flexible de adquisición de conocimiento conceptual y procedimental
cómo se organizan	4	Secuencias exhaustivas no organizadas	Secuencias estructuradas; espiral conceptual	Secuencias aleatorias dependientes del contexto	Enfoque procedimental inmerso en redes conceptuales organ.
para qué SENTIDO EN LA ASIGNATURA	5	Para asimilar y afianzar la teoría, aplicando aquella	Para dotar de un significado pragmático a la teoría; para introducir un tema, para sondear y para simular la construcción del conocimiento	Adquirir procedimientos y fomentar actitudes positivas; para implicar a los alumnos en su aprendizaje	Aprendizaje de heurísticos y análisis de procesos para la construcción y formalización de conceptos
cómo se resuelven	6	Resolución formal; vía prioritariamente deductiva	Resolución formal de problemas de corte real	Abordaje intuitivo de problemas cotidianos	Resolución matemática de problemas: ind-deduc.
tipo de problemas	7	Problemas bien definidos. Resolución con "artillería pesada", con proceso y solución únicos	Problemas bien definidos. Resolución con "artillería pesada", con proceso y solución únicos	Problemas que invitan a actuar; válidos para modelizar; sin un fin conceptual concreto; de proceso y solución múltiples	Problemas incluso abiertos. Cond. iniciales susceptibles de ser modif. generando nuevos problemas; de proceso y solución múltiples
se aprende....	8	Ampliando y reforzando el campo conceptual; prob. monográficos	Aplicando se estructuran conceptos; problemas monográficos	Dotando de significado a los conoc.; problemas polivalentes	Contribuyendo a la construcción de redes semánticas. Problemas polivalentes
Procesos mediante...	9	Entrenamiento en procesos formales de prueba	Identificar los elementos de los procesos formales de prueba	Potenciar los procesos intuitivos	Aspectos metacognitivos que favorezcan la construcción autónoma del conocimiento
PAPEL EN EL APRENDIZAJE	10	Imitación de estilos deductivos del profesor. Estandarización	Comprensión de los estilos resolutores del profesor. Estandarización	Tomar conciencia de las estrategias personales	Adquisición de estilos heurísticos
mediante...	11	Resolución individual	Resolución individual	Resolución por grupos	Individual y colectiva. Neg. final en gran grupo
aptitud matemática	12	Las capacidades resolutorias están definidas	Las capacidades resolutorias están definidas	Las capacidades resolutorias pueden potenciarse	Las capacidades resolutorias pueden potenciarse
actitud	13	Resolver problemas gusta o no gusta	A veces, el contexto consigue involucrar a más alumnos	Cuando el alumno se siente capaz de crear, se implica	Cuando el alumno se siente capaz de crear, se implica

CAT/IND.		TRADICIONAL	TECNOLÓGICA	ESPONTANEÍSTA	INVESTIGATIVA
PAPEL DEL ALUMNO	14	Intenta identificar conceptos y algoritmos a aplicar	Intenta asimilar los conceptos teóricos aplicándolos; reconstruye procesos	Desarrolla una actividad de ensayo-error.	Aborda el problema como una investigación
qué hace	15	Capta y repite estilos	Capta y repite estilos	Prueba; mantiene una actitud empírica	Analiza y pule su estilo personal de resolución
	16	Acepta procesos y resultados	Acepta procesos y resultados	Es considerada su opinión sobre los eventos	Discute las aportaciones de los demás y las suyas propias
cómo reparte responsabilidades	17	Inicia y protagoniza el proceso de forma exclusiva	Plantea y contextualiza el problema dando algún protagonismo a los alumnos	Sugiere problemas	Genera problemas e implica a los alumnos
PAPEL DEL PROFESOR	18 i	Proporciona claves semánticas explícitas	Proporciona claves semánticas implícitas y explícitas	No hay claves semánticas explícitas	No proporciona claves semánticas; sugiere heurísticos
nteracciones	19	Espera y corrige respuestas de los alumnos	Espera y corrige respuestas de los alumnos con intención de enmendar	Estimula en momentos clave; mantiene el interés	Orienta, canalizando las aportaciones positivas o negativas
cómo se concluye	20	Expone su resolución como la correcta	Expone su proceso de resolución como el mas correcto	Aporta sus conclusiones a la resolución colectiva	Organiza la discusión y la síntesis final
LOS PROBLEMAS EN LA EVALUACIÓN	21	Elemento sancionador; énfasis en el resultado	Elemento sancionador; se consideran los pasos e intentos dentro de un marco convencional	Instrumento formativo que permite reorientar el proceso	Instrumento formativo que permite reorientar el proceso y valorar la evolución
qué se valora	22	Cuantificación ponderada de las partes	Cuantificación ponderada de las partes	Valoración del esfuerzo, la implicación del alumno y la dinámica de los grupos	Valoración de variables pers. y disc. con explicitación de vías de mejora
cómo se valora	23	Correcto o incorrecto ajustado al esquema previsto por el profesor	Procesos adecuados o inadecuados ajustados al esquema previsto por el profesor	Discusión de la calidad de los procesos	Discusión de la calidad de los procesos y mejora de los mismos
	24	Recuerdo de fórmulas y otros hechos	Identificación de nociones a aplicar	Implicación de los alumnos	Adquisición de heurísticos y significados conceptuales
qué se valora	25	Aplicación mecánica de conceptos impartidos	Identificación y aplicación de algoritmos adecuados	Significado de las nociones construidas	Relevancia de las nociones construidas
	26	No valoración de estilos y estrategias personales	No valoración de estilos y estrategias personales	Valoración de estrategias personales	Valoración de estrategias personales; análisis de alternativas
reactivación	27	Entrenamiento en ejercicios tipo, de refuerzo	Entrenamiento en ejercicios tipo, de refuerzo	Cambio de actividad	Simplificación del probl. manteniendo la estructura matemática subyacente
preocupación por la teoría	28	Problemas a la par con la teoría; de hecho sólo sirven para medir aquella	Los problemas se valoran pues ponen de relieve la aplicabilidad de la teoría	No preocupan los eventuales logros conceptuales	Reflexión y análisis de los eventuales logros conceptuales
papel del error	29	Erradicación del error; sanción	Corrección del error para buen fin	Advertencia sobre la existencia del error	Utilización constructiva del error

Bibliografía

BLOCK, D. et al. (1990). Procedimientos de resolución de problemas y expectativas de los maestros. Capítulo II del informe final del proyecto Formación de profesores sobre áreas fundamentales de la educación básica. CINVESTAV. México.

BLOCK, D. et al. (1991). Los algoritmos en la resolución de problemas: concepciones de los maestros. Epsilon, 21, 129-138.

CARRILLO, J. (1993). Algunas aportaciones de la investigación en Resolución de Problemas. Comunicación presentada en las VI Jornadas Andaluzas de Educación Matemática. Sevilla.

CARRILLO, J. (1994). Resolución de problemas: clave del desarrollo profesional. Epsilon, 30, 27-38.

CARRILLO, J. (1995). La resolución de problemas en Matemáticas: ¿cómo abordar su evaluación?. Investigación en la Escuela, 25, 79-86.

CARRILLO, J. (1996). Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza de profesores de matemáticas de alumnos de más de 14 años. Algunas aportaciones a la metodología de la investigación y estudio de posibles relaciones. Tesis doctoral inédita. Departamento de Didáctica de las Ciencias. Universidad de Sevilla.

CARRILLO, J & CONTRERAS, L.C.(1993). La identificación de las concepciones del profesor sobre la matemática y la educación matemática como claves para el diseño de estrategias de formación del profesorado. Actas VI Jornadas Andaluzas de Educación Matemática "Thales". Sevilla.

CARRILLO, J & CONTRERAS, L.C.(1994). The relationship between the conceptions of mathematics and of mathematics teaching. A model using categories and descriptors for their analysis. 18 th PME Conference, Vol. II.152-159.

CARRILLO, J & CONTRERAS, L.C.(1995). Un modelo de categorías e indicadores para el análisis de las concepciones del profesor sobre la Matemática y su Enseñanza. Educación Matemática, 7(3), 79-92.

CARRILLO, J. y GUEVARA, F. (1996). Un instrumento para evaluar la resolución de problemas. Uno, 8, 65-81.

COONEY, T. (1985). A begining teacher's view of problem solving. Journal for Research in Mathematics Education, 16(5), 324-336.

CHAPMAN, O. (1997). Metaphors in the teaching of mathematical problem solving. Educational Studies in Mathematics, 32, 201-228.

ERNEST, P. (1986). Political and social values. Mathematics teaching, 116, 16-18.

ERNEST, P. (1991). The philosophy of mathematics education. London: Falmer Press.

ERNEST, P. (1992). Problem Solving: Its Assimilation to the Teacher's Perspective, in PONTE, J.P. et al. (Eds.) Mathematical Problem Solving and New Information Technologies. Nato ASI Series F: Computer and Systems Sciences, vol 89. Berlin.

GROWS, D.A., GOOD, T.A. & DOUGHERTY,B. (1992). Teacher conceptions about problem solving and problem solving instruction. Proceedings of 14th PMENA conference, vol.I, 135-142.

JURDAK, M. (1991). Teachers' conceptions of mathematics education and the foundations of mathematics. Proceedings of 15th PME Conference, vol. II, 221-228.

KILPATRICK, J. (1985). A retrospective account of the past 25 years of research on teaching mathematical problemsolving. En SILVER, E.A. (Ed.) Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives. Hillsdale, New Jersey: LEA.

KUHS, T.M. y BALL, D.L. (1986). Approaches to teaching mathematics:

Mapping the domains of knowledge, skills and dispositions. East Lansing, MI: Michigan State University, Center of Teacher Education.

MARCELO, C. (1987). A study of the implicit theories and beliefs about teaching in elementary school teachers. Paper presented at the Meeting of American Research Association. Wahington.

MARRERO, J. (1993). Las teorías implícitas del profesorado: vínculo entre la cultura y la práctica de la enseñanza. En RODRIGO, M.J. et al. (Eds.) Las teorías implícitas. Una aproximación al conocimiento cotidiano. Madrid: Visor.

PORLÁN, R. (1989). Teoría del Conocimiento, Teoría de la Enseñanza y Desarrollo Profesional. Tesis Doctoral inédita. Departamento de Didáctica de las Ciencias. Universidad de Sevilla.

SHARP, R. & GREEN, A. (1975). Education and Social Control. London: Routledge and Kegan Paul.

SHOENFELD, A.H. (1985). Mathematical Problem Solving. New York: Academic Press.

SILVER , E.A. (1985). Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives. Hillsdale, New Jersey: LEA

TABACHNIC, B.R. & ZEICHNER, K.M.(1984). The Impact of the Student Teaching Experience on the Developmente of Teacher Perspectives. Journal of Teacher Education, 35(6), 28-36.

THOMPSON, A.G. (1984). The relationship of teachers' conceptions of mathematics teaching to instructional practice. Educational Studies in Mathematics, 15, 105-127.

THOMPSON, A.G. (1992). Teacher's Beliefs and Conceptions: a Syinthesis of the Research. En Grouws, D.A.(Ed.) Handbook on Mathematics Teaching and Learning. New York: McMillan.

VILA, A. (1995). ¿Problemas de Matemáticas?¿para qué?. Una contribución al estudio de las creencias de los profesores/as y alumnos/as. Actas VII JAEM, 32-37. Madrid: Sociedad madrileña de Profesores de Matemáticas "Emma Castelnuovo".