El problema de la jardinera

Zully Lenith Duarte Perico
dma_zlduartep147@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)
Sergio Alejandro Malagón Murcia
dma_samalagonm886@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)
Nilza Alejandra Murcia Murcia
dma_namurciam111@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)
Rafael David Téllez Garzón
dma_rdtellezg207@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)

Resumen

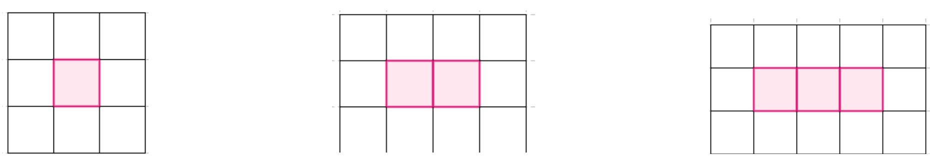
Este artículo busca analizar el método y proceso, que realiza una estudiante de séptimo grado para llegar a una generalización algebraica. Para esto se le presenta el problema de la jardinera y se le hace entrega de una hoja donde puede llevar acabo la solución de dicho problema, las anotaciones que ella realiza servirán de evidencia para el análisis de la situación siendo ella consiente que dichos procesos serán de apoyo para el estudio de este. Ahora bien, se realiza un análisis acerca de los tres componentes establecidos por Radford (2013), proceso fenomenológico, proceso epistemológico y proceso semiótico en relación a lo hecho por una estudiante, donde se pudo concluir que ella hizo una generalización algebraica en lenguaje natural.

Palabras clave: Epistemológico; Fenomenológico; Generalización; Semiótico.

1. Introducción

La experiencia se ha desarrollado en primer semestre del año en curso (2016), en el espacio académico Enseñanza y Aprendizaje del Cálculo establecido en el currículo de la licenciatura en matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, a través de trabajos y del análisis de artículos, nos permitimos realizar un estudio basado en el planteamiento de un ejercicio, durante el cual Eliana Valentina, estudiante de séptimo grado de secundaria, lleva a cabo un método para lograr una generalización algebraica. En el transcurso de los pasos realizados por Eliana, se realizará un análisis a la luz de artículos expuestos en el espacio académico (Enseñanza y Aprendizaje del Cálculo), teniendo como evidencia algunos apuntes que la estudiante describió en el desarrollo del problema planteado.

En la actividad se presentó el siguiente problema a la estudiante, el enunciado es: Con baldosas de 1 cuadrado de ancho, vamos a construir un borde alrededor de una jardinera, como se muestra en la figura:



Jardinera de longitud 1. Jardinera de longitud 2. Jardinera de longitud 3.

¿Cuántas baldosas necesitamos para hacer un borde de longitud 5? ¿Cuántas baldosas necesitamos para hacer un borde de longitud 10? ¿Cuántas baldosas necesitamos para hacer un borde de longitud X?

2. Referente conceptual

A continuación se mostrarán algunos aspectos conceptuales (términos) que se involucran en la experiencia de aula en relación al proceso de generalización algebraica.

En primer lugar, hay un componente fenomenológico que tiene que ver con la elección de las determinaciones sensibles al modo en que la intuición, la atención y la intención interactúan con el fin de hacer frente a los objetos particulares que constituyen la base de la generalización (Radford, 2015); en este sentido lo que se busca con el ejercicio de la jardinera es que la estudiante encuentre una generalización, basada en la experimentación y la familiarización con el objeto (fenómeno social) que hace que el mismo sea percibido en distintas formas.

Después de presentar el ejercicio para poder llegar a una generalización, los alumnos deben proceder a una serie de determinaciones sensibles y notar similitudes y diferencias. La escogencia de similitudes y diferencias se hará, en principio, según la comprensión que hacen los estudiantes del objeto de la actividad de generalizaci6n. (Radford, 2013). En una de estas determinaciones sensibles se puede dar el caso en que un método de abordar el problema sea a través del recuento, por esta razón se debe tener presente la indeterminación, en otras palabras algo que no es fijo como una variable, incógnita, etc. (Rojas & Vergel, 2013).

Cuando se han escogido todas las diferencias y similitudes el estudiante realiza una abducción para elegir lo que se va a dejar de lado y lo que se va a conservar, es lo que Radford (2013) denomina como el paso entre lo fenomenológico y lo epistemológico; pero ¿Qué es lo epistemológico?, lo epistemológico es la extrapolación o generalización propiamente dicha y a través de la cual se produce el nuevo objeto (Radford, 2013), esto se da cuando el estudiante es capaz de hacer esta extrapolación a los términos siguientes y después realizar una deducción (hipótesis) con el fin de poder referirse al valor de cualquier término de una secuencia. Lo anterior se puede aclarar con el siguiente diagrama. Diagrama tomado de Radford (2013).

Diagrama 1. Estructura de la generalización algebraica de secuencias figurales.

Ya cuando el estudiante ha generalizado es importante ver como este se refiere a la generalización, es decir, los diferentes sistemas de denotación de la generalización que se da cuando los alumnos han llegado a constituir una fórmula encarnada en la acción y en el lenguaje y que se aplica a cualquier término particular. Lo que se denomina el problema de la denotación o proceso semiótico (Radford, 2013).

3. Descripción de la experiencia

Se presentó a Eliana Valentina el problema de la jardinera en una hoja, problema que surgió bajo el contexto del curso de enseñanza y aprendizaje del álgebra y se aplicó a estudiantes de un colegio de la ciudad de Bogotá D.C.; Además de la hoja de la actividad se anexó otra en blanco por si los estudiantes la necesitaba para la solución del problema, durante el desarrollo y resolución del problema se filmó (se grabó todo lo dicho y hecho por Eliana y por el profesor que dirigía la actividad).

Durante la grabación se puede evidenciar que en un primer momento Eliana acude a la percepción visual y reconoce de cierta manera el método que va a utilizar, pues ella se centrar en la actividad de recuento y en la forma en que están ubicadas las baldosas inicialmente, contando secuencialmente en voz alta la cantidad de baldosas, al tiempo que dibujaba los esos números en forma del borde de cada jardinera; esto es a grandes rasgos lo que Radford (2013) llama el problema fenomenológico y de la intención perceptiva, puesto que es la forma en que ella entiende el problema.

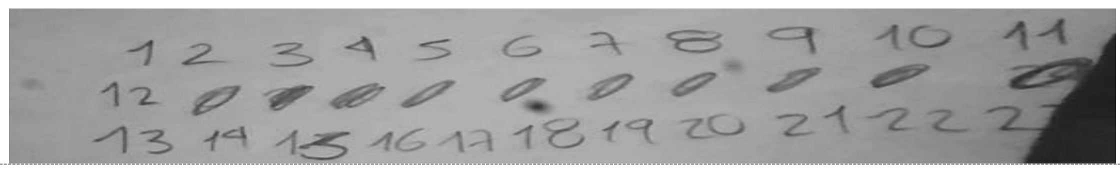


Figura 1. Reconteo hecho por Eliana

Como se mencionó anteriormente en este documento, la forma en que Eliana aborda el problema es mediante estrategias basadas en procedimientos de conteo (recuento) ver figura 1. Partiendo de ello y como un primer acercamiento se quiere destacar la indeterminación (Rojas & Vergel, 2013), Esta se ve reflejada cuando Eliana evidencia la cantidad de baldosas que aumenta a medida que se cambie la longitud de la jardinera, esto es, la cantidad de baldosas que van arriba y debajo de la jardinera (el doble de la longitud de la jardinera) y las tres baldosas constantes que van en cada lado del borde, (6 baldosas).

Después de haber encontrado las características, ella hace una abducción de la característica principal y esta a su vez es extrapolada a los siguientes términos (Radford, 2013), puesto que, para encontrar la cantidad de baldosas de una jardinera de longitud 5 y 10, ha hecho una generalización. Ha notado que si la longitud de la jardinera es 1, 2 o 3 entonces la cantidad de baldosas que se necesitan para bordear la jardinera es poner 2 baldosas más, tanto arriba como abajo y además cuando realiza la representación de la jardinera 5, *figura 2*, se observa que automáticamente separa 3 baldosas como se puede evidenciar en lo que ella explica al MF: maestro en formación.

1	MF	Espera, ¿cómo hiciste para saber que eran 16?
2	Eliana	Porque en la jardinera de longitud 1 hay un cuadro en la mitad y al rededor el borde [Señalando el borde de la longitud 1] y pues así cada una, jardinera de longitud 2 [Señalando la jardinera de longitud 2] habían 2 coloreados, subrayados y esta el borde, y de longitud 3 había 3 coloreados y este es el borde.
3	MF	Y acá ¿por qué empezó a contar [señalando figura 2] digamos hizo 7 líneas y aquí 3?.
4	Eliana	Porque lo hice en mi mente
5	MF	¿Cómo así?, explícate
3	Eliana	Pues sí, eran 5, entonces supongamos que eran 3 ubiqué otros 2 entonces eran 5 y aquí también 5 y ubiqué otros 2.

Transcripción 1. Justificación de la matera de longitud 5

Se puede notar que la propiedad en común que ha sido extrapolada a la jardinera de longitud 5 y posteriormente lo hace para la jardinera de longitud 10. Ya que se hace a un lado la representación gráfica y se da paso al uso de números manteniendo estas propiedades, como se muestra en la *figura 1*.

En la última pregunta Eliana Intenta dar solución por medio del conteo, es decir, permanece en un procedimiento numérico, después se puede evidenciar que ella descubre una forma de encontrar la cantidad para cualquier número, pero ella lo expresa dando el ejemplo con la jardinera de longitud 5 como se muestra en la *figura 2 y transcripción 2*.

1	MF	¿Cuántas baldosas necesitamos para hacer un borde de longitud x?, es decir, ¿Cómo harías para saber el borde de una matera de cualquier longitud?
2	Eliana	(…) Contando alrededor las…, suponiendo por ejemplo la longitud que sea contando los que están alrededor de ellas ¿no?
3	MF	¿Y si fuera 100?

4	Eliana	¿100? Emm... Eh, Ya las cogí, depende digamos por ejemplo 100 se suma el doble serian 200 y se le suman 6, porque digamos. [señalando figura 2]
5	MF	Serían 5 y se le suma el doble aquí hay 5 y otros 5 serian 10 aquí hay 3 y otros 3 serían en total 16. Entonces por ejemplo 300 serian 600 y más los otros 6 serian 606
6	Eliana	Y ¿Para *x?*
7	MF	Dependiendo el número se multiplicaría por 2 y se le sumaria 6

Transcripción 2. Justificación de la matera de longitud 5

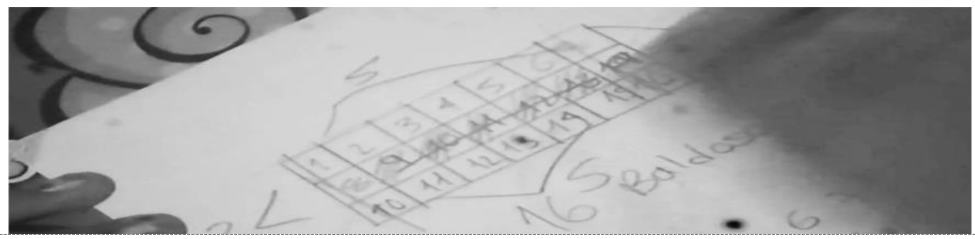


Figura 2. Forma de explicar la generalización con baldosas de longitud 5.

También se puede observar que aun cuando se había tenido en cuenta una propiedad previamente descubierta, la cual era sumar 2 baldosas más, esto lo podía realizar para pequeñas figuras, lo cual se volvía impráctico para encontrar la cantidad de baldosas en el caso de la jardinera de longitud 100. Sin embargo la nueva propiedad le permite encontrar la cantidad de baldosas para la jardinera de longitud 100 y posteriormente para una de longitud 300 hasta concluir como hallar la longitud x. Con lo que se puede decir que la característica que había extrapolado la tomó como hipótesis y por ende hizo una deducción, al probar que lo que había descubierto se podía extender a otros casos, es decir, hizo una deducción para describir la cantidad de baldosas de cualquier término; en otras palabras, Eliana llegó a una generalización.

Hasta ahora, se evidenció que Eliana ya reconoce la generalización, pero vemos que ella hace uso de otras denotaciones como la percepción y el lenguaje natural como lo denomina Radford (2013) puesto que en un primer momento su forma de encontrar el número de baldosas era contar las baldosas que estaban alrededor, y en un segundo momento cuando el maestro en formación le expuso un número muy grande, ella al ver que no era fácil contar, entonces expresó esta cantidad en un lenguaje natural diciendo, por ejemplo, para 100 se suma el doble serian 200 y se le suman 6.

Si bien es cierto que Eliana hace uso de la percepción y del lenguaje natural para expresar la generalización, también es cierto que ella escribe la formula *encarnada (embodiment)* en la acción y el lenguaje y que se aplica a cualquier termino en particular (Radford, 2013), pues ella para explicar lo encontrado de sumar el doble y sumarle 6, menciona otro número y le aplica la fórmula, en este caso al número 300, "Entonces por ejemplo 300 serían 600 y más los otros 6 serian 606". Lo que para Radford (2013) es un problema semiótico ya que Eliana hace uso de una notación distinta a la convencional (usual) para referirse al objeto generalizado.

4. Reflexiones y conclusiones

Es importante ver como desde una propuesta o actividad se desarrolla en los estudiantes procesos algebraicos como lo son los procesos de generalización, puesto que nos permite dar cuenta de cómo los estudiantes hacen uso del álgebra sin haber estado inmersos en él. En otras palabras podemos experimentar o dar herramientas a los estudiantes desde edades tempranas, con lo que nos deja como enseñanza que hasta ahora teníamos una concepción del álgebra como una aritmética con letras, donde a las letras se le da el significado de incógnita y no se le da el significado de variable. También es importante hacer un buen análisis, basándonos en diferentes autores, para guiar al estudiante y hacerle preguntas acertadas que nos conlleven como este caso a una generalización algebraica.

Se pudo observar que efectivamente como lo expone Radford (2013), la estudiante primero tiene un acercamiento al proceso fenomenológico, puesto que logró identificar características generales (determinaciones sensibles) sobre el objeto, en un segundo momento al escoger de todas las características aquello que es común y lograr tener una hipótesis y corroborarla en las siguientes figuras, para después llegar a una generalización, pasa por el proceso epistemológico; en un último momento recurre a varios métodos para expresar lo generalizado, es decir, se da paso al proceso semiótico, con lo que se puede concluir que Eliana llegó a una generalización algebraica en lenguaje natural.

Referencias bibliográficas

Radford, L. (2013). En torno a tres problemas de la generalización. En L. Rico, M. C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina e I. Segovia (Eds.), *Investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje a Encarnación Castro* (pp.3-12). Granada, España: Editorial Comares.

Radford, L. (2015). Introduction: The phenomenological, epistemological, and semiotic components of generalization. *PNA*, 9(3), 129-141.

Rojas P & Vergel, R. (2013) Procesos de Generalización y Pensamiento Algebraico. *Revista Científica 1(1)*, 760-766. Bogotá D.C.: Colombia.