

Investigación en Educación Matemática XXI

Editores:

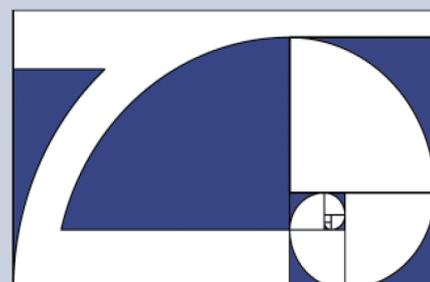
José M. Muñoz Escolano

Alberto Arnal Bailera

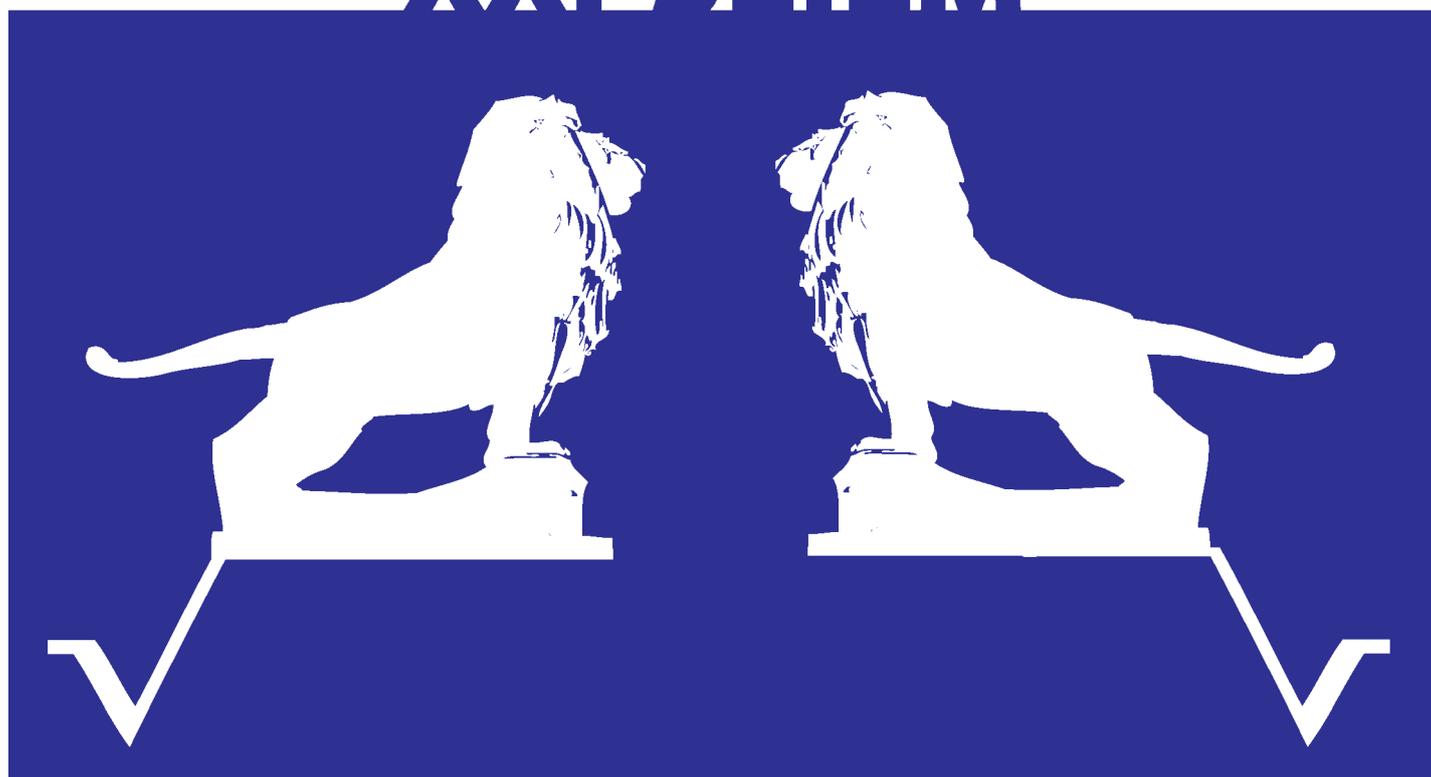
Pablo Beltrán Pellicer

M. Luz Callejo de la Vega

José Carrillo Yáñez



XXI SEIEM



ZARAGOZA

6, 7, 8 y 9 de septiembre de 2017

Facultad de Educación de la Universidad de Zaragoza



Universidad
Zaragoza



Instituto Universitario de Investigación
de Matemáticas
y Aplicaciones
Universidad Zaragoza



Departamento de
Matemáticas
Universidad Zaragoza

Investigación en Educación Matemática

XXI



1542

Universidad
Zaragoza

Investigación en Educación Matemática

XXI

José M. Muñoz-Escolano, Alberto Arnal-Bailera,
Pablo Beltrán-Pellicer, M. Luz Callejo y José Carrillo (Eds.)

Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática

Zaragoza, 6, 7, 8 y 9 de septiembre de 2017

Investigación en Educación Matemática XXI

Edición científica

Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM)

Facultad de C. Educación, Universidad de Granada. Campus de Cartuja s/n, 18071 Granada (España)

José María Muñoz-Escolano

Alberto Arnal-Bailera

Pablo Beltrán-Pellicer

M. Luz Callejo de la Vega

José Carrillo Yáñez

Comité científico

María Luz Callejo de la Vega (coordinadora)

José Carrillo Yáñez (coordinador)

Angel Alsina Pastells

Matías Arce Sánchez

Alicia Bruno Castañeda

Francisco Javier García García

José María Muñoz Escolano

© de los textos: los autores

© de la edición: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Zaragoza

Edita: Servicio de Publicaciones. Universidad de Zaragoza

Diseño del logo: Juan Cruz Resano López y Nora Ramos Vallecillo

Diseño de la portada: Juan Cruz Resano López y Nora Ramos Vallecillo

ISBN: 978-84-16723-42-3

ISSN: 1888-0762

Cítese como:

J.M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M.L. Callejo y J. Carrillo (Eds.), (2017) *Investigación en Educación Matemática XXI*. Zaragoza: SEIEM.

Las comunicaciones aquí publicadas han sido sometidas a evaluación y selección por parte de investigadores miembros de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM).

ÍNDICE

PRESENTACIÓN.....	13
SEMINARIO I: DIDÁCTICA DEL ÁLGEBRA EN EL GRUPO DE INVESTIGACIÓN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA COMO DISCIPLINA CIENTÍFICA	15
DIDÁCTICA DEL ÁLGEBRA Wilhelmi, M.R.....	17
EL PROBLEMA DEL ÁLGEBRA ELEMENTAL EN LA TEORÍA ANTROPOLÓGICA DE LO DIDÁCTICO Gascón, J., Bosch, M. y Ruiz-Munzón, N.....	25
PERSPECTIVA ONTOSEMIÓTICA DEL RAZONAMIENTO ALGEBRAICO ESCOLAR Godino, J.D. y Burgos, M.	49
SEMINARIO II: DIMENSIONES DE LA DIVERSIDAD EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA.....	67
DIMENSIONES DE LA DIVERSIDAD EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA Planas, N.	69
INVESTIGACIÓN SOBRE ESTUDIANTES CON ALTA CAPACIDAD MATEMÁTICA Jaime, A. y Gutiérrez, Á.....	71
APRENDIZAJE MATEMÁTICO MULTILINGÜE: QUÉ SE SABE Y DESDE QUÉ TEORÍAS Planas, N.	91
COMUNICACIONES	107
ESTUDIO DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS PRODUCIDOS POR ALUMNOS DE ENSEÑANZA OBLIGATORIA AL RESOLVER UN PROBLEMA DE FERMI Albarracín, L., Ferrando, I. y Boliart, J.	109
APROXIMACIÓN AL CONOCIMIENTO COMÚN DEL CONTENIDO MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES PARA MAESTRO DE PRIMARIA DE NUEVO INGRESO DESDE LA PRUEBA DE EVALUACIÓN FINAL DE EDUCACIÓN PRIMARIA Arce, M., Marbán, J.M. y Palop, B.	119
NIVELES DE LECTURA DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS EN ESTUDIANTES DE FORMACIÓN PROFESIONAL Arteaga, P., Vigo, J.M. y Batanero, C.	129
COMPRENSIÓN DEL ENFOQUE FRECUENCIAL DE LA PROBABILIDAD POR ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA Begué, N., Batanero, C., Gea, M.M. y Beltrán-Pellicer, P.	137
RAZONAMIENTO Y ARGUMENTACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS EN EDUCACIÓN INFANTIL: UN ESTUDIO DE CASO Berciano, A., Jiménez-Gestal, C. y Salgado, M.	147

CARACTERÍSTICAS DE LA COMPRESIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS EN ESTUDIANTES DE 6 A 12 AÑOS	
Bernabeu, M., Llinares, S. y Moreno, M.	157
CONOCIMIENTO DEL RAZONAMIENTO PROPORCIONAL DE LOS ESTUDIANTES PARA MAESTRO Y CÓMO RECONOCEN CARACTERÍSTICAS DE LA COMPRESIÓN DE LOS ESTUDIANTES	
Buform, À., Fernández, C. y Llinares, S.	167
RECONOCIMIENTO DE NIVELES DE ALGEBRIZACIÓN EN UNA TAREA DE PROPORCIONALIDAD POR FUTUROS PROFESORES DE MATEMÁTICAS DE SECUNDARIA	
Burgos, M., Giacomone, B., Beltrán-Pellicer, P. y Godino, J.D.	177
CONCEPCIONES SOBRE LA ADICIÓN Y LA SUSTRACCIÓN EN UN GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA	
Castro, A., Prat, M. y Gorgorió, N.	187
CONOCIMIENTO DIDÁCTICO, ENSEÑANZA DE FRACCIONES Y FORMACIÓN INICIAL DE MAESTROS	
Castro-Rodríguez, E. y Rico, L.	197
CONSTRUCCIÓN DE UN CUESTIONARIO PARA EVALUAR LA INTERPRETACIÓN CRÍTICA DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS POR FUTUROS PROFESORES	
Contreras, J.M., Molina-Portillo, E., Godino, J.D., y Batanero, C.	207
LECTURA DE PICTOGRAMAS POR ESTUDIANTES CHILENOS DE EDUCACIÓN PRIMARIA	
Díaz-Levicoy, D., Arteaga, P. y Batanero, C.	217
DISEÑO Y EVALUACIÓN DE UN CURSO DE FORMACIÓN CONTINUA EN MODELIZACIÓN	
Ferrando, I., Segura, C. y Pla-Castells, M.	227
FORMACIÓN DIDÁCTICA DEL PROFESORADO UNIVERSITARIO: ANÁLISIS DE UN CURSO	
Florensa, I., Bosch, M. y Gascón, J.	237
ANÁLISIS DIDÁCTICO EN UN TRABAJO DE FIN DE MÁSTER DE UN FUTURO PROFESOR	
Font, V., Breda, A. y Pino-Fan, L.	247
ANÁLISIS DE LOS RASGOS DE LA ACTIVIDAD PROFESIONAL DEL PROFESOR	
García-Honrado, I., Fortuny, J.M., Morera, L. y Rodríguez, R.	257
COMPRESIÓN DE LA PROBABILIDAD CLÁSICA Y FRECUENCIAL POR FUTUROS PROFESORES	
Gea, M.M., Parraguez, R. y Batanero, C.	267
INTERACCIÓN ENTRE PARES: TERRENO DE APRENDIZAJE MATEMÁTICO Y DE ‘EMPATÍA MATEMÁTICA’	
Gómez-Lázaro, H.D. y Rigo-Lemini, M.	277
¿MIDEN LONGITUDES CON UNA REGLA LOS NIÑOS Y NIÑAS DE 4 A 7 AÑOS?	
Gómezescobar Camino, A. y Fernández-César, R.	287

INTENCIÓN DE CAMBIO Y CONOCIMIENTO TECNOLÓGICO PEDAGÓGICO DEL CONTENIDO DEL FUTURO PROFESOR DE MATEMÁTICAS: UN ESTUDIO DE CASO	
González-Ruiz, I. y González, M.J.	295
ESTUDIO EXPLORATORIO SOBRE EL LENGUAJE DEL AZAR EN EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA	
Hernández-Salmerón, E., López-Martín, M.M. y Batanero, C.	305
USO DE UNA TRAYECTORIA DE APRENDIZAJE SOBRE FRACCIONES PARA DESARROLLAR LA COMPETENCIA MIRAR PROFESIONALMENTE	
Ivars, P., Fernández, C. y Llinares, S.	315
INFLUENCIA DE UN ENTORNO VIRTUAL DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE EN LA AFECTIVIDAD HACIA LAS MATEMÁTICAS DE ESTUDIANTES DE SECUNDARIA: ESTUDIO DE CASOS	
Jorge-Pozo, D., Jiménez-Gestal, C. y Murillo, J.	325
ANÁLISIS DE PROCESOS DIDÁCTICOS PARA LOGRAR CONVENCIMIENTO EN UN CONOCIMIENTO MATEMÁTICO BIEN FUNDAMENTADO	
Martínez Navarro, B. y Rigo-Lemini, M.	335
MODELIZACIÓN COMO PROCESO BÁSICO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CONTEXTUALIZADOS: UN ANÁLISIS DE NECESIDADES	
Montejo-Gámez, J., Fernández-Ahumada, E., Jiménez-Fanjul, N., Adamuz-Povedano, N. y León-Mantero, C.	347
PERCEPCIONES SOBRE LAS COMPETENCIAS DEL FUTURO PROFESORADO DE MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN SECUNDARIA	
Muñiz-Rodríguez, L., Alonso, P., Rodríguez-Muñiz, L.J. y Valcke, M.	357
A LOS FUTUROS MAESTROS NO LES AGRADAN LAS MATEMÁTICAS... PERO LAS CONSIDERAN ÚTILES	
Nortes Martínez-Artero, R. y Nortes Checa, A.	367
LA ESTIMACIÓN DE LA MEDIA: ANÁLISIS DEL LENGUAJE EN LIBROS DE TEXTO DE BACHILLERATO	
Ortiz, J.J., Mohamed, N., Serrano, L. y Albanese, V.	377
LAS PREGUNTAS DE LOS MAESTROS EGRESADOS COMO GUÍA DE SU FORMACIÓN: UNA APROXIMACIÓN METACOGNITIVA	
Pascual, M.I. y Montes, M.	387
CÓMO PROGRESAN ESTUDIANTES PARA MAESTRO EN LA IDENTIFICACIÓN DE ELEMENTOS MATEMÁTICOS NECESARIOS PARA INTERPRETAR LA COMPRESIÓN DE LA LONGITUD Y SU MEDIDA EN ALUMNOS DE EDUCACIÓN INFANTIL	
Pérez-Tyteca, P., Callejo, M.L., Moreno, M., Sánchez-Matamoros, G. y Valls, J.	397
ESTRUCTURAS Y GENERALIZACIÓN DE ESTUDIANTES DE TERCERO Y QUINTO DE PRIMARIA: UN ESTUDIO COMPARATIVO	
Pinto, E. y Cañadas, M.C.	407
CONCEPTUALIZACIÓN DE LA NOCIÓN DE PROBLEMA MANIFESTADA POR FUTUROS PROFESORES DE PRIMARIA	
Piñeiro, J.L., Castro-Rodríguez, E. y Castro, E.	417

LA CONSTRUCCIÓN DE LA CULTURA DE RACIONALIDAD EN UNA CLASE DE MATEMATICAS	
Rodríguez-Rubio, S.G. y Rigo-Lemini, M.....	427
CONOCIMIENTO DIDÁCTICO DE MAESTROS EN FORMACIÓN SOBRE OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	
Ruiz-Hidalgo, J.F., Lupiáñez, J.L., Castro-Rodríguez, E., Rico, L., Fernández-Plaza, J.A., Flores, P. y Segovia, I.....	437
DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO SOBRE PRUEBAS DE SIGNIFICACIÓN DE ESTUDIANTES DE BACHILLERATO EN UN AMBIENTE TECNOLÓGICO	
Sánchez, E., García-Ríos, V.N. y Mercado, M.....	447
DESARROLLO DE LA COMPETENCIA “MIRAR PROFESIONALMENTE”: UN ESTUDIO DE CASO	
Sánchez-Matamoros, G., Moreno, M., Callejo, M.L., Pérez-Tyteca, P. y Valls, J.	457
RAZONAMIENTO CONFIGURAL Y ARGUMENTACIÓN EN PROCESOS DE PRUEBA EN CONTEXTO GEOMÉTRICO	
Saorín, A., Torregrosa, G. y Quesada, H.....	467
EVOLUCIÓN DE LA MIRADA PROFESIONAL: CAMBIOS EN EL DISCURSO DE ESTUDIANTES PARA MAESTRO	
Zapatera, A., Callejo, M.L. y Badillo, E.	477
PÓSTERES	487
METODOLOGÍAS ACTIVAS Y SU RELACIÓN CON LAS ACTITUDES HACIA LA ESTADÍSTICA EN EDUCACIÓN SECUNDARIA	
Amador-Saelices, M.V. y Montejo-Gámez, J.....	489
INTELIGENCIAS MÚLTIPLES EN PROYECTOS DE ESTADÍSTICA	
Anasagasti, J.....	491
USO DE APPLETS E INTERACCIÓN ENTRE IGUALES PARA FAVORECER LA COMPRESIÓN DEL CONCEPTO DE INTEGRAL DEFINIDA COMO LÍMITE	
Aranda, C. y Callejo, M.L.....	493
INICIACIÓN A LA GENERALIZACIÓN EN ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN PRIMARIA	
Arbona, E., Gutiérrez, Á., Beltrán-Meneu, M.J. y Jaime, A.	495
EDUCACIÓN MATEMÁTICA ATENDIENDO A LA DIVERSIDAD EN EL GRADO EN EDUCACIÓN PRIMARIA	
Arce, M., Conejo, L., Pecharromán, C. y Ortega, T.	497
MAESTROS EN FORMACIÓN CONSTRUYENDO CON GEOGEBRA PERPENDICULARES A UN SEGMENTO	
Arnal-Bailera, A. y Oller-Marcén, A.M.	499
ANÁLISIS DE LA DEMANDA COGNITIVA DE RESOLUCIONES DE PROBLEMAS DE VISUALIZACIÓN	
Benedicto, C., Gutiérrez, Á. y Jaime, A.....	501
ANÁLISIS DE PRÁCTICAS CON ROBOTS PARA LA ENSEÑANZA DE ÁNGULOS EN EDUCACIÓN PRIMARIA	
Blanco, T.F., Salgado, M. y Gorgal Romarís, A.....	503

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICAS EN SECUNDARIA CON DISPOSITIVOS MÓVILES: UNA INVESTIGACIÓN CON ALUMNOS DE ALTAS CAPACIDADES	
Camacho-Machín, M., Trujillo-González, R. y Cónsul-Pérez, G.	505
ACTITUDES HACIA LA ESTADÍSTICA EN PROFESORES EN FORMACIÓN DE LA UNIVERSIDAD DEL TOLIMA	
Castro, D., Villarraga, M.E., Casas-Rosal, J.C., León-Mantero, C. y Maz-Machado, A.	507
DEL ARTEFACTO AL INSTRUMENTO: DM EN LA FORMACIÓN ESTADÍSTICA DE FUTUROS MAESTROS	
Coello, Y.M. y González, M.T.	509
LA ENSEÑANZA BASADA EN PROYECTOS: MATEMÁTICAS Y CIENCIAS A TRAVÉS DE LA REALIDAD AUMENTADA	
Delgado Martín, L., Gimeno-González, M.A., Martín-García, T., Almaraz-Menéndez, F. y Ruiz Méndez, C.	511
CONEXIONES DE LA FORMACIÓN MATEMÁTICA CON LAS COMPETENCIAS PROFESIONALES EN LOS ACTUALES GRADOS EN ADMINISTRACIÓN Y DIRECCIÓN DE EMPRESAS	
Díaz, F.J. y Marbán, J.M.	513
LA VISUALIZACIÓN ESPACIAL EN ESTUDIANTES DE MATEMÁTICAS DE PRIMARIA	
Escrivà, M.T., Jaime, A., Gutiérrez, Á. y Beltrán-Meneu, M.J.	515
ESTIMACIONES RAZONABLES EN TAREAS NUMÉRICAS	
Fariña, M. y Bruno, A.	517
RAZONAMIENTO PROBABILÍSTICO DE ESTUDIANTES DE BACHILLERATO FRENTE A UNA SITUACIÓN BINOMIAL	
García, J., Sánchez, E. y Mercado, M.	519
MODELO GRANULAR LINGÜÍSTICO PARA DESCRIBIR FENÓMENOS DEL CAMPO DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA	
García-Honrado, I.	521
USO DE RECURSOS VIRTUALES EN LA DIFUSIÓN Y CONSTRUCCIÓN DE CONOCIMIENTO CIENTÍFICO: EL CASO DEL CONGRESO CIVEOS	
Godino, J.D. y Contreras, J.M.	523
EVALUACIÓN DE ACTITUDES PRESENTADAS HACIA LA ESTADÍSTICA EN ALUMNOS DE EDUCACIÓN PRIMARIA	
Gómez, G. y Contreras, J.M.	525
EVALUACIÓN DE INTUICIONES PRESENTADAS HACIA LA ESTADÍSTICA EN ALUMNOS DE EDUCACIÓN PRIMARIA	
Gómez, G. y Contreras, J.M.	527
INTERPRETACIÓN DE PLANOS MEDIANTE EL USO DE ROBOTS EDUCATIVOS	
González-Calero, J.A., Cózar, R., Villena, R. y Merino, J.M.	529
PATRONES ERRÓNEOS DE RESOLUCIÓN EN PROBLEMAS DE M.C.M. Y M.C.D	
González-Calero, J.A., Martínez, S. y Sotos, M.A.	531

UNA EXPERIENCIA DE AULA CON NIÑOS DE EDUCACIÓN INFANTIL DE TRES AÑOS. LA NOCIÓN (LÓGICA) DE CLASE Guerrero, A.Á., Prieto, J.A., Piñero, J.C. y Moreno, F.....	533
LOS BENEFICIOS DE LOS BLOQUES MULTIBASE Izagirre, A. y Murgia, U.	535
LA ENSEÑANZA DEL NÚMERO EN LA ESCUELA INFANTIL: UN ESTUDIO EXPLORATORIO DEL LOGOS DE LOS ESTUDIANTES DEL GRADO DE EDUCACIÓN INFANTIL Lendínez, E., García, F.J. y Lerma, A.M.....	537
MOTIVACIÓN HACIA LAS MATEMÁTICAS EN ESTUDIANTES DEL GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA León-Mantero, C., Casas-Rosal, J.C., Maz-Machado, A. y Pedrosa-Jesús, C.....	539
FENOMENOLOGÍA EN LOS TRATADOS ESPAÑOLES DE AGRIMENSURA DEL SIGLO XVIII León-Mantero, C., Maz-Machado, A., Jiménez-Fanjul, N. y Madrid, M.J.....	541
LA FORMACIÓN MATEMÁTICA DE MAESTROS EN ESPAÑA DURANTE EL SIGLO XVIII. INSTITUCIONES Madrid, M.J., López-Esteban, C., León-Mantero, C. y Maz-Machado, A.	543
PEDRO DE LUCUCE Y PEDRO PADILLA: DOS MATEMÁTICOS Y MILITARES EN EL SIGLO XVIII ESPAÑOL Madrid, M.J., Maz-Machado, A., López-Esteban, C. y León-Mantero, C.	545
EVALUACIÓN DE LA FALACIA DE COMPARACIONES EN VALORES ABSOLUTOS EN FUTUROS PROFESORES DE EDUCACIÓN PRIMARIA Martínez-Ortiz, F., Molina-Portillo, E., Burgos, M., Garzón, J., Arteaga, P. y Contreras, J.M.	547
LA HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS EN EL AULA: MÉTODOS ANTIGUOS DE MULTIPLICACIÓN Maz-Machado, A., Madrid, M.J. y León-Mantero, C.	549
EVALUACIÓN DE LAS DESTREZAS MATEMÁTICAS DE LA COMPETENCIA GRÁFICA EN FUTUROS PROFESORES Molina-Portillo, E., Burgos, M., Garzón, J., Martínez-Ortiz, F., Arteaga, P. y Contreras, J.M.	551
DESEMPEÑO DE LOS FUTUROS MAESTROS ANTE UNA TAREA DE COMPARACIÓN NUMÉRICA Monje, J. y Gómez, B.....	553
NIVELES DE SECUENCIA NUMÉRICA DE UN ALUMNO CON DISCALCULIA Moral Sánchez, M.J. y Gutiérrez-Soto, J.	555
LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN EL PROYECTO EDINSOST Moreno-Pino, F., Guerrero, A.Á. y Prieto, J.A.....	557
LA FIABILIDAD DE PISA EN SU EVALUACIÓN DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA Moya Pérez, J.A. y Ferrando, I.	559
ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN SOBRE EL CONCEPTO DE FUNCIÓN Muñoz Orozco, A., Arenas-Peñaloza, J. y Rodríguez Vásquez, F.M.....	561

UN EJEMPLO DE TRAYECTORIA DE APRENDIZAJE-ENSEÑANZA PARA EDUCACIÓN INFANTIL: ORIENTAR, CONSTRUIR, OPERAR CON CUERPOS Y FIGURAS Novo, M.L. y Espina, E.....	563
ARTICULANDO MODOS DE COMPRENDER LA DERIVADA DESDE UNA PERSPECTIVA LOCAL Pinto-Rojas, I. y Parraguez, M.	565
UN PASO MÁS EN EL APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS: APRENDIZAJE MIXTO EN ENSEÑANZAS SUPERIORES Piñero, J.C. y Guerrero, A.Á.	567
ESTRATEGIAS INFORMALES EN PROBLEMAS DE DIVISIÓN DE UN ESTUDIANTE CON AUTISMO Polo, I., González, M.J., Olivera, B. y Bruno, A.....	569
EL SIGNIFICADO DEL INFINITO EN UN EXPERIMENTO CON ESPEJOS ENFRENTADOS Prieto-Sánchez, J.A., Gómez-Alfonso, B. y Fernández Escalona, C.M.	571
TALENTO MATEMÁTICO EN UN PROBLEMA DE GEOMETRÍA Ribera, J.M., Ramírez, R., Jaime, A., Beltrán-Meneu, M.J. y Gutiérrez, Á.	573
DEMOSTRACIONES VISUALES PARA LA INTRODUCCIÓN DE LA DEMOSTRACIÓN EN ALUMNOS DE ALTAS CAPACIDADES Ribera, J.M. y Rotger, L.	575
LOS TIPOS DE LENGUAJE DEL MUESTREO EN LOS TEXTOS ESCOLARES CHILENOS DE EDUCACIÓN SECUNDARIA Ruiz, K., Batanero, C. y Contreras, J.M.....	577
CARACTERIZACIÓN DE LAS REFLEXIONES DE ESTUDIANTES DEL MÁSTER EN FORMACIÓN DEL PROFESORADO DE MATEMÁTICAS DE EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA Y BACHILLERATO SOBRE EL RECUERDO DE SU EXPERIENCIA ESCOLAR EN MATEMÁTICAS DE SECUNDARIA Salomón, M.S., Melo, L., Chamoso, J.M., Cáceres, M.J., Sánchez, B., Rodríguez, M., González, M.T. y Corrochano, D.	579
METODOLOGÍA CLASE INVERTIDA COMO ALTERNATIVA PARA LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN LA ENSEÑANZA UNIVERSITARIA Sánchez-Cruzado, C., Sánchez-Compañá, T. y García-Pardo, F.....	581
ANÁLISIS DE PERCEPCIONES ALEATORIAS EN ALUMNOS DE EDUCACIÓN SECUNDARIA Serrano, L., Esteban, R., Ortiz, J.J. y Batanero, C.	583
ÍNDICE DE AUTORES	585

CONCEPTUALIZACIÓN DE LA NOCIÓN DE PROBLEMA MANIFESTADA POR FUTUROS PROFESORES DE PRIMARIA

Prospective primary teacher's conceptualization on the notion of problem

Piñeiro, J.L., Castro-Rodríguez, E. y Castro, E.

Universidad de Granada

Resumen

En el marco de la investigación en la formación del profesorado, en este trabajo presentamos el conocimiento que manifiestan sobre la noción de problema estudiantes del grado de maestro de Educación Primaria al terminar su formación inicial en la universidad. Para ello, hemos construido un cuestionario y lo hemos aplicado a 51 estudiantes de la especialidad anteriormente citada y que habían participado en un curso optativo sobre profundización del currículo en el que uno de sus contenidos es la resolución de problemas. Los resultados se muestran duales, puesto que los estudiantes manifiestan conocimientos acordes al campo de la resolución de problemas, sin embargo, hemos encontrado contradicciones, por una parte dan importancia a la consideración del resolutor, y por otra no la tienen en cuenta en la práctica.

Palabras clave: *noción de problema, maestros en formación inicial, conocimiento del profesor.*

Abstract

In the teacher training framework, this paper present the knowledge that a group of prospective primary teachers manifest about the notion of problem when finishing their initial training in the university. To do this, we have built a questionnaire and applied it to 51 students of the above mentioned specialty and who had participated in an optional course on deepening the curriculum in which one of its contents is problem solving. The results are shown to be dual, since the students present knowledge according to the field of problem solving, however, we have found contradictions, on the one hand they give importance to the consideration of the resolver, and on the other they do not take it into account in practice.

Keywords: *problem solving, prospective primary teacher, teacher knowledge.*

INTRODUCCIÓN

La investigación ha mostrado que la calidad de los profesores es uno de los factores más influyentes en el desempeño de los estudiantes (Mourshed, Chijiote y Barber, 2010). Uno de los elementos indicativos de esta calidad es el conocimiento que el docente posee, ya que las actividades que realice en el aula dependen en gran medida de este (Ball, Lubienski y Mewborn, 2001). La caracterización del conocimiento del profesor es una tarea compleja cuyos límites no son claros (Ball, Thames y Phelps, 2008; Bromme, 1994). Además, autores como Escudero-Ávila et al. (2015) destacan la importancia de profundizar en el conocimiento del profesor, no solo sobre contenidos matemáticos, si no también sobre competencias como es la resolución de problemas (RP). En este sentido, se ha señalado que situarse en un modelo de conocimiento del profesor desde la perspectiva de la RP presenta particularidades en la organización de sus dimensiones (Chapman, 2012, 2015; Foster, Wake y Swan, 2014).

Chapman (2012, 2015) a partir de una revisión de diversos aportes a lo largo de años de investigación, reinterpreta el trabajo de Ball y colaboradores (2008), proponiendo un modelo de conocimiento del profesor específico para la enseñanza de la RP. La caracterización realizada por esta autora contempla

la competencia para resolver problemas del docente, sus factores afectivos y creencias, un conocimiento del contenido (sobre problemas, su resolución y su invención) y un conocimiento didáctico del contenido (sobre los estudiantes y sobre prácticas de enseñanza). Si bien este modelo presenta un avance al describir el conocimiento del contenido, hemos detectado dificultades en su delimitación (Piñeiro, Castro-Rodríguez y Castro, 2016).

En este contexto, nuestro trabajo pretende contribuir a este panorama, específicamente analizando y describiendo la conceptualización sobre la noción de problema matemático escolar en estudiantes para profesores de Educación Primaria al terminar su formación. Para ello, comenzamos enmarcando el modelo de conocimiento del profesor en que nos situamos y posteriormente mostramos la construcción, diseño y análisis de un instrumento que nos permitió indagar en uno de los componentes de este constructo.

CONOCIMIENTO DEL CONTENIDO SOBRE RP

El conocimiento del contenido es descrito como un entramado interconectado de ideas matemáticas, sus representaciones y formas de proceder (Ponte y Chapman, 2016). Concretamente, el MKT (Ball, et al., 2008) plantea que esta dimensión distingue un conocimiento común, uno especializado y uno del horizonte del contenido. Desde la perspectiva de la RP, el conocimiento común del contenido se correspondería con la competencia para resolver problemas y el especializado, con los aspectos específicos para la enseñanza. Chapman (2012, 2015) propone un posible refinamiento al conocimiento especializado, planteando un conocimiento sobre los problemas, su resolución e invención. No obstante, hemos detectado algunos solapamientos y especificidades del profesor de primaria que dificultan su utilización (Piñeiro, et al., 2016). Así, realizamos una reinterpretación del conocimiento especializado del contenido (en términos de Ball y colaboradores) o del conocimiento del contenido (en términos de Chapman). Esta reinterpretación es realizada a partir de los componentes que hemos distinguido en lo que entendemos por competencia para resolver problemas y se encuentra en concordancia con trabajos de otros autores que han señalado las dificultades para delimitar el conocimiento especializado del contenido señalado por Ball y sus colaboradores (Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán, 2013; Montes, Contreras y Carrillo, 2013).

A partir de algunas teorizaciones sobre competencia matemática (Abrantes, 2001; Kilpatrick, Swafford y Findell, 2001; Niss, 2003; Rico, 2007) y sobre competencia para resolver problemas (Chapman, 2012, 2015; OECD, 2014), entendemos por este constructo como la manifestación que se produce cuando un sujeto identifica una situación como problemática, procede a su resolución a través de una serie de fases no necesariamente lineales usando una estrategia, y se involucra, con una disposición positiva, en el desafío de resolverla. Por consiguiente, entendemos que el conocimiento del profesor distingue tres aspectos o componentes sobre este constructo: noción de problema, la resolución de un problema y la disposición. Para efectos de este trabajo, solo profundizamos en el primero de ellos.

Noción de problema

En el campo de la RP se distingue entre problema y RP (Puig, 1996). Si bien en nuestro proyecto general vamos a trabajar ambos aspectos, en este trabajo solo nos centramos en la noción de problema, haciendo referencia al proceso de RP cuando sea estrictamente necesario. Puig (1996) contextualiza la noción de problema desde distintos puntos de vista y para los problemas escolares. Nuestro trabajo se centra en la noción de problema en el sistema educativo que, como indica Puig (1996), se ve afectado por el alumno y el profesor.

En este sentido, la identificación de un problema por parte del estudiante es primordial para dar existencia a este (Agre, 1982). Sin embargo, cuando hablamos de problemas matemáticos escolares no necesariamente es de esta manera, pues es el profesor el que diseña y selecciona los problemas (Lester y Cai, 2016). Este hecho implica que el docente realiza una primera etiquetación de una tarea como problema atendiendo a sus objetivos y a sus estudiantes. Por tanto, si bien la existencia del problema

está determinada por la aceptación del resolutor (Mason, 2016), los problemas matemáticos escolares tienen la particularidad de tener dos niveles de lectura, la del alumno y la del profesor, realizada en dos etapas. El profesor es el primero en decidir si una tarea es un problema para algunos de sus estudiantes. Esta elección podría ser realizada en función de sus elementos estructurales, es decir, su formulación, su contexto, el conjunto de soluciones aceptables que presenta y los métodos por los que puede ser abordado (Borasi, 1986). Por sí sola, esta acción genera una caracterización/diferenciación entre las tareas que son consideradas problemas de las que no lo son. Debido a que es el resolutor/estudiante el que finalmente etiqueta el problema, la perspectiva del profesor debe complementarse con un conocimiento sobre el desarrollo de la competencia en sus estudiantes, puesto que posteriormente, cuando esta tarea se le plantee, serán estos quiénes realicen una formulación propia para su resolución. La formulación y reformulaciones sucesivas que se realicen para alcanzar la meta serán hechas por el estudiante (Kilpatrick, 2016), a través de la movilización de una serie direccionada, dirigida y dinámica de procesos cognitivos (conocimientos y metacognición) y no cognitivos (afectos y creencias) que no están predeterminados por un conocimiento previo de dicho proceso (Mayer y Wittrock, 2006). Además, estas situaciones deben presentar un nivel de dificultad adecuado que no provoquen un rechazo frontal por parte de los estudiantes, sino que favorezcan su involucración, por ello deben ser vistos como posibles de solucionar (Agre, 1982). Esta involucración generalmente está dada por la no existencia de un procedimiento conocido de resolución (Agre, 1982).

En la anterior reflexión, es importante destacar la diferenciación/caracterización que plantea Borasi (1986). Desde la perspectiva de esta autora, se puede inferir la existencia de diferentes tareas que pueden ser llamadas problemas. Existen numerosas clasificaciones en las que no existe un acuerdo completo, sin embargo podemos encontrar dicotomías en las que los investigadores concuerdan, por ejemplo: ejercicios y problemas, rutinarios y no rutinarios o abiertos y cerrados. Para efectos de este trabajo hemos utilizado la clasificación propuesta por Holmes (1985), con cuatro categorías (aplicados/no aplicados y rutinarios/no rutinarios) que dan origen a cuatro tipos de problemas diferentes. Los problemas aplicados describen situaciones reales, mientras los no aplicados involucran relaciones numéricas y espaciales sin un contexto (Holmes, 1985). Por su parte, los problemas rutinarios requieren recordar un procedimiento de solución, mientras que los no rutinarios exigen un diseño del procedimiento (Holmes, 1985). Baroody (1988) agrega que en los problemas no rutinarios la incógnita no es evidente, se dispone de poca información y puede tener varias soluciones o ninguna, por contraposición los rutinarios no. Es importante recalcar que los problemas no rutinarios pueden ser cerrados o abiertos, no así los rutinarios que siempre se presentan como cerrados (Holmes, 1985), por tanto, nos encontramos con seis tipos de problemas.

En la Tabla 1 resumimos las características del componente noción de problema que hemos considerado en el conocimiento del contenido para la enseñanza de la RP.

Tabla 1. Componentes de conocimiento de contenido para enseñar la RP matemáticos

Componente	Conocimientos
Noción de problema	<ul style="list-style-type: none"> – Tarea sin (con) procedimiento de resolución conocido – Consideración o no del resolutor – Tipos de tareas que se presentan como problemas

La consideración de estos conocimientos se fundamenta en la reflexión teórica previa. A continuación describimos qué entendemos por cada uno de los conocimientos de la componente noción de problema.

Tarea sin procedimiento de resolución conocido se refiere a que el camino a la solución no sea inmediatamente reconocible y que no exista instrucción previa sobre algún procedimiento prototípico de solución. *La consideración del resolutor*, abarca dos aspectos: etiquetación del problema y existencia de una solución razonable y a la vista. Por etiquetación de un problema entendemos que la experiencia y conocimiento del estudiante determinan si una tarea se considera un problema. Respecto a la existencia de una solución razonable y a la vista, consideramos lo que Agre (1982) denomina resolubilidad, refi-

riéndose a ser capaz de anticipar un posible camino de solución, articulado en base a los conocimientos que se tienen y que permiten abordar la resolución. Finalmente, respecto a los *tipos de tareas que se presentan como problemas*, emergen dos aspectos. El primero tiene que ver con las características de un problema, es decir, el nivel de complejidad cognitiva que puedan proveer a través de las variables de tarea que intervienen en él, las formas de resolución que permite, etc. Por otra parte, están los tipos de problemas que como ya señalamos, en este trabajo diferenciamos seis tipos de problemas.

Teniendo en cuenta estos elementos, el objetivo de este trabajo es analizar y describir los conocimientos asociados a la noción de problema manifestados por un grupo de futuros profesores de Educación Primaria al terminar su formación universitaria.

MÉTODO

Participantes

En este estudio han participado 51 estudiantes de cuarto curso del grado de maestro de Educación Primaria de la Universidad de Granada. Este grupo de estudiantes presenta la particularidad de haber cursado la asignatura optativa “Competencias Matemáticas en Educación Primaria”, de la cual uno de sus contenidos es la RP. Específicamente, los estudiantes trabajan estrategias y heurísticos, invención de problemas y estrategias docentes para enseñanza de la RP.

Instrumento

Hemos construido y aplicado un cuestionario con 24 ítems, cerrados y de carácter dicotómico, debido a que no intentamos identificar el significado que dan los futuros profesores a los problemas y su resolución, sino que esperamos ciertas respuestas que nos muestren presencia o ausencia de un determinado conocimiento (Fink, 2003), analizando si se muestra acorde al campo de investigación sobre RP.

Para el desarrollo del cuestionario hemos seguido una serie de fases: a) análisis teórico de la noción de competencia para resolver problemas; b) estudio sobre las exigencias curriculares de Educación Primaria relativas a la RP; c) revisión de la literatura de investigaciones sobre RP con profesores de primaria; d) construcción de la versión piloto del instrumento; e) revisión mediante juicio de expertos y aplicación piloto; y f) construcción de la versión final del cuestionario.

El instrumento consta de dos partes: la primera referida a la conceptualización de la noción de problema y la segunda, a aspectos relativos al proceso de resolución. En este trabajo, presentamos solo resultados del primer apartado.

La primera parte de este cuestionario se ha diseñado a partir de los conocimientos involucrados en la noción de problema y consta de tres secciones: a) tarea sin o (con) procedimiento de resolución conocido; b) consideración de resolutor en cuanto a: la etiquetación del problema y la existencia de una solución razonable previa; y c) tareas que se presentan como problemas.

La Figura 1 muestra los ítems de la primera parte del cuestionario. Las respuestas fueron codificadas con uno para SÍ y dos para NO.

ANÁLISIS Y RESULTADOS

Para el logro de nuestra meta, en primer lugar hemos realizado agrupamientos que emergen de las respuestas, describiendo el rasgo común de estas y etiquetando el atributo presente en ellas. Posteriormente, hacemos un análisis descriptivo de los agrupamientos organizados de acuerdo a los conocimientos involucrados y la adecuación de estas a lo reportado por la literatura.

En el primer paso hemos sometido las respuestas producidas por los futuros profesores a un análisis multivariante a través de un escalamiento multidimensional ALSCAL (SPSS), que permite agrupar, describir el rasgo común y etiquetar el atributo presente en ellas (Gil, 1993). Siguiendo las recomendaciones de

<p>1. Los problemas deben resolverse solo con procedimientos previamente aprendidos.</p> <p>2. Un problema es una tarea sin un procedimiento conocido para resolverlo.</p> <p>3. Un problema es una tarea que el resolutor acepta como reto.</p> <p>4. En un problema el resolutor debe disponer de conceptos matemáticos que le permitan articular un procedimiento de resolución.</p> <p>5. La siguiente tarea: <i>Un granjero tiene una huerta de verduras de forma rectangular de 60 m² de superficie y quiere cercarla para evitar que entren animales. Si sus lados se miden solo en números naturales, ¿cuáles son los diferentes perímetros de cerca que puede utilizar?</i> ¿Es un problema para cualquier estudiante? (sin importar su curso, edad, etc.)</p> <p>6. Para que una tarea sea un problema depende de la experiencia del resolutor.</p> <p>7. Para que una tarea sea un problema, el estudiante debe ser capaz de detectar en los primeros momentos de su abordaje una posible forma de resolverlo.</p> <p>8. Los cálculos que presentan los textos escolares para practicar las operaciones aritméticas son problemas.</p> <p>9. Para practicar las operaciones aritméticas en segundo de primaria, los textos escolares al finalizar las lecciones proponen tareas como la siguiente: <i>El día que cumplí 8 años me trajeron 6 regalos por la mañana y 5 regalos por la tarde. ¿Cuántos regalos recibí ese día?</i> Este tipo de tareas, ¿son problemas?</p> <p>10. A lo largo de la enseñanza obligatoria aparecen tareas como las siguientes. En algún momento de esta escolaridad ¿pueden ser considerados problemas? a. $(745.580 + 898.834) : (15.3745 \times 8.203)$</p>	<p>b. Las pelotas de ping-pong vienen en paquetes de 3 unidades. Una caja trae 24 paquetes. El sr. López, dueño de una tienda deportiva, compró 1.800 pelotas de ping-pong. ¿Cuántas cajas compró el sr. López?</p> <p>c. Un granjero tiene patos y ovejas. Contó 10 cabezas y 26 pies en total. ¿Cuántos patos y ovejas tiene?</p> <p>d. Empleando únicamente 6 cerillas, forma cuatro triángulos equiláteros.</p> <p>e. ¿Cuántas chuches comen tus compañeros de clase en una semana?</p> <p>f. Los tetrominós son formas geométricas construidas con cuatro cuadrados unidos por alguno de sus lados. Las siguientes imágenes representan distintos tetrominós.</p>  <p>Construye el mayor número de formas distintas posibles utilizando los 5 tetrominós.</p> <p>11. Un problema tiene solo una respuesta correcta.</p> <p>12. Un problema puede tener ambigüedades en su enunciado.</p> <p>13. Un problema puede tener datos poco precisos en su enunciado.</p> <p>14. Un problema debe considerar siempre un contexto que refleje una situación.</p> <p>15. Hay problemas que se pueden resolver de más de una manera.</p> <p>16. Un problema puede tener más de una solución.</p> <p>17. Un problema debe tener toda la información necesaria en el enunciado.</p> <p>18. Para llegar a la solución de un problema debe existir un solo camino correcto.</p> <p>19. Un problema puede contener información innecesaria en el enunciado.</p>
--	---

Figura 1. Ítems del cuestionario 1

Bisquerra (1989) sobre la dimensionalidad con la que realizar el análisis, hemos detectado tres dimensiones, con un stress del 0,07 y un s-stress del 0,08 respectivamente. Las tres dimensiones que han emergido de este análisis las interpretamos como acuerdo en el conocimiento, desacuerdo en el conocimiento y contradicción en el conocimiento. Antes de profundizar en los motivos de esta interpretación, mostramos la distribución de los ítems según la dimensión en la que tomaron mayor peso (ver Tabla 2), no obstante existen preguntas que tienen presencia significativa en más de una dimensión.

Tabla 2. Distribución de ítems según dimensiones y conocimientos

	Dimensión 1 Acuerdo	Dimensión 2 Desacuerdo	Dimensión 3 Contradicción
Tarea sin (con) procedimiento de resolución conocido	I1, I2, I4		
Consideración o no del resolutor	I3, I5	I7	I6
Tipos de tareas presentadas como problemas	I8, I10A, I10B, I10C, I11, I12, I13, I15, I16, I18, I19	I10E, I10F, I14, I17	I9

Un primer grupo de ítems que presenta características similares son I1, I5 e I18 que se corresponden con un alto porcentaje de acuerdo en su respuesta negativa, es decir, respondieron no a la afirmación dada. I1 obtiene un 86,3%, I5 un 90,2% e I18 un 100%. Además destaca que, por una parte se corresponden con la respuesta esperada y, por otra, tienen un peso marginal en las otras dos dimensiones. Otro grupo de gran peso en esta dimensión son I2, I3, I4, I10A, I10B, I10C, I12, I13, I15 e I19, todas

ellas respuestas con alto grado de acuerdo. Junto a ellas, emergen dos preguntas que tienen mayor peso en la dimensión uno (I8 e I16), pero que también muestran gran presencia en la dimensión tres. Estas preguntas presentan contradicciones al ser comparadas con otras preguntas.

El segundo grupo que presenta respuestas agrupadas son I7, I10E, I10F, I11, I14 e I17. De ellas, I7, I17 y I10E presentan discrepancias en la cantidad de respuestas afirmativas y negativas, fluctuando sus porcentajes en el aproximadamente 50% para ambas opciones. Las otras, tienen un grado de acuerdo de aproximadamente 70%, y a diferencia de las mencionadas anteriormente, estas muestran altos porcentajes en otras dimensiones.

Finalmente, una cantidad menor de ítems se encuentran agrupadas en torno a lo que denominamos contradicción. En ellas se diferencian dos grupos de ítems, por una parte I6 e I9, siendo estas las únicas que determinan esta dimensión. Por la otra, están los ítems I8, I10E, I16 e I17, que si bien tienen un mayor peso en otra dimensión, también muestran un peso en esta. Es importante señalar esto pues como explicitamos más adelante, se presentan contradicciones en estas respuestas. En los siguientes apartados especificamos estos ítems y sus respuestas, organizando y describiendo de acuerdo a nuestro análisis teórico previo.

Tarea sin procedimiento de resolución conocido

Los ítems que indagan si los futuros profesores tiene una conceptualización de los problemas matemáticos escolares como una tarea sin procedimiento de resolución conocido, se agrupan en la dimensión que presentó un mayor acuerdo en sus respuestas. En el ítem 2 que plantea a los problemas como una tarea sin procedimiento conocido para resolverlo, un 74,5% se muestra en desacuerdo. Sin embargo, al plantear otro ítem focalizando en sí el procedimiento debe ser aprendido, un 86,3% plantea que no se consideraría problema. Así mismo, un 98% declara que se deben disponer de conceptos matemáticos que permitan articular un procedimiento de solución. En general, existe acuerdo sobre este aspecto y se encuentra alineado a la conceptualización de problema reportado por la literatura, en términos de tareas que promueven el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes (Lester y Cai, 2016).

Consideración del resolutor

Los ítems sobre este conocimiento se encuentran organizados en torno a las tres dimensiones, es decir, los futuros profesores manifiestan conocimientos similares o en los que están de acuerdo, conocimientos dubitativos o en los que no existe acuerdo, y por último en los que existen contradicciones. Un ejemplo de este último caso es que I6 muestra la particularidad de que al analizarla en conjunto al ítem I9, ambas presentan gran presencia en la tercera dimensión y además atienden al resolutor, la primera de forma directa y la segunda a través de un ejemplo. Respecto a los porcentajes de acuerdo, I6 presenta poco acuerdo debido a que se reparten en ambas opciones. Mientras que I9 tiene un acuerdo de casi el 78,4%. Ahora bien, si analizamos con mayor detalle, se observa que el 50% de las repuestas correctas a I6, no se corresponden con una respuesta correcta a I9, pues en esta existe casi un 80% erróneas. Es decir, de ese 50% que contestaron correctamente a una afirmación directa sobre la importancia del resolutor, luego solo un tercio es capaz de identificar esa importancia declarada en una situación escolar.

En relación a la consideración del resolutor, un 90,2% de los futuros profesores concuerdan con que un problema de cálculo de perímetros no es un problema para cualquier estudiante y que debe considerarse su curso o edad para etiquetarlo de esa forma. No obstante, no existe un conocimiento común sobre que la etiquetación de un problema dependa de la experiencia del resolutor, pues un 51% se manifiesta de acuerdo, mientras que un 49% declara lo opuesto. En esta misma línea, sobre el conocimiento sobre resolubilidad, los futuros profesores tampoco presentan conocimientos similares entre ellos, manifestando un 49% de acuerdo frente a un 51% de desacuerdo. Además, un 94,1% se muestran de acuerdo en que se debe aceptar el reto de resolver un problema para considerarlo como tal.

Tipos de tareas que se presentan como problemas

Sobre los tipos de tareas que se presentan como problemas, los futuros profesores manifiestan acuerdo en etiquetar como tal a problemas rutinarios aplicados (98%), a los no rutinarios aplicados cerrados (100%) y a los no rutinarios, no aplicados y cerrados (80,4%). Así mismo, un 70,6% está de acuerdo al etiquetar a un problema no rutinario, no aplicado y abierto como tal. El mayor desacuerdo en sus respuestas se presenta con los problemas no rutinarios, aplicados y abiertos, pues un 54,9% presenta acuerdo en que puedan ser problemas y un 45,1% presenta la respuesta contraria. Así mismo, un porcentaje del 78,4%, se muestran de desacuerdo en etiquetar los problemas rutinarios y no aplicados como problemas. La organización de este conocimiento está determinado por las dimensiones de acuerdo y desacuerdo en las respuestas. Los ítems referidos a problemas cerrados, muestran bastante acuerdo en los futuros docentes y los referidos a problemas abiertos, generan un mayor desacuerdo. Además, al analizar estos ítems conjuntamente con las características de los problemas, existen algunas contradicciones, por ejemplo, un ítem (I19) indaga en si un problema debe tener toda la información necesaria en su enunciado y otro, muestra un problema abierto del tipo investigación matemática (10F). En ellos, del 52,9% que contestó afirmativamente al primero (I9), aproximadamente la mitad contestó que una situación abierta es un problema. Del modo contrario, los que contestaron negativamente al hecho de que un problema deba tener toda la información, aproximadamente un cuarto no consideró el problema abierto como tal.

Ahora bien, sobre las características de las tareas presentadas como problemas, un 68,6% manifiesta que los cálculos que presentan los textos para practicar las operaciones aritméticas no son problemas. En concordancia con esto, un 72,5% manifiesta que los problemas no tienen una sola respuesta correcta, un 88,2% responde que los problemas pueden tener ambigüedades en sus enunciados, un 82,4% se muestra de acuerdo con que pueden existir datos poco precisos. Así mismo, un 100% se muestra de acuerdo con que un problema se puede resolver de más de una manera y un 76,5% contesta que puede existir más de una solución. En esta misma línea, un 100% declara que no existe un solo camino para llegar a la solución. Un menor porcentaje de acuerdo existe cuando se plantea que un problema tenga toda la información necesaria en el enunciado, pues solo un 52,9% contestaron de forma afirmativa frente a un 47,1% que manifiesta lo contrario. De esta misma forma, un 76,5% se muestra de acuerdo con que los problemas deben tener un contexto.

CONCLUSIONES

La meta general de nuestro trabajo es identificar el conocimiento profesional que poseen los profesores de primaria sobre RP matemáticos al terminar su formación. La reinterpretación realizada del conocimiento del contenido permite identificar tres componentes sobre esta dimensión: a) tareas sin procedimiento de resolución conocido, b) consideración del resolutor y c) tipos de tareas que se presentan como problemas.

El primer conocimiento de la componente noción de problema se corresponde con tarea con procedimiento de resolución conocido, y lo hemos explorado mediante tres ítems que tienen relación con el procedimiento utilizado para resolver un problema y si este determina, en parte si el problema es considerado como tal o no. Sobre este conocimiento, los estudiantes producen respuestas que se sustentan con la conceptualización contemporánea de problema. En sus respuestas se observa una idea clara de que el resolutor no debe tener conocimiento sobre el procedimiento de resolución y que los conocimientos matemáticos son los encargados de suscitar la estrategia adecuada. Creemos que la discrepancia que se produce en los ítems I y II se debe a una interpretación equívoca de la frase “sin procedimiento conocido”, pues al preguntárseles con una redacción diferente (II), los futuros profesores responden de la forma esperada.

El segundo conocimiento tiene relación con la consideración del resolutor. Las respuestas de los docentes se muestran mucho más heterogéneas que en el primer conocimiento, no existiendo acuerdo e incluso mostrando contradicciones. Esto puede deberse a lo que planteamos anteriormente, cuando

establecimos que la etiquetación de un problema, en contextos escolares, se da en dos etapas, primero es el docente el que decide si el problema es pertinente a alguno de sus estudiantes, y posteriormente, este último es el que lo etiqueta de acuerdo a su experiencia. Junto con ello, un posible factor que determina este resultado son las concepciones que muestran los profesores, dando solo validez a la etiquetación de problema por su parte, dejando de lado la consideración del estudiante (Block, Martínez, Dávila y Ramírez, 2001). Esta situación indudablemente influirá en el uso del conocimiento didáctico para enseñar la RP, pues no considerar al resolutor en la actividad de resolver el problema provocará que la elección de tareas seleccionadas como problemas se realice desde una perspectiva utilitaria y no desde su significado más profundo y significativo, que es aprender matemáticas. Del mismo modo, esta visión, promueve un enfoque de enseñanza *para* la resolución. Enfoque que por sí solo no es perjudicial, pero que debe acompañarse de la enseñanza *sobre y a través* de la RP para equilibrar los procesos de aprendizaje (Castro y Ruíz-Hidalgo, 2015).

Finalmente, el tercer conocimiento que hemos analizado han sido los tipos de tareas que se presentan como problemas. En este conocimiento hemos diferenciado entre elementos relativos a los tipos de problemas y las características de formato presentes en los problemas. Los estudiantes para profesor manifiestan conocimientos concordantes con los expuestos por la literatura como buenos problemas en el sentido que permitan más de una solución o exista más de un único procedimiento para lograr una respuesta (Lester y Cai, 2016). No obstante, existe un mayor acuerdo en los tipos de problemas que son más comunes en los libros de texto (Zhu y Fan, 2006). Lamentablemente, estos problemas son generalmente rutinarios. En este contexto, el conocimiento que tienen sobre características adecuadas no concuerda con la elección de ejemplos de problemas, pues si bien los futuros profesores saben, por ejemplo, que existe más de un camino para llegar a la solución, no tienen los conocimientos necesarios para reconocer problemas que permiten esta acción en los posibles estudiantes.

En términos generales, los resultados se muestran alineados con el conocimiento sobre la noción de problemas que reporta la literatura. La mayoría de los participantes se muestran de acuerdo con afirmaciones que son reconocidas por la comunidad como adecuadas para conceptualizar un problema (Lester y Cai, 2016). Del mismo modo que afectan las concepciones y creencias, la formación generalista que reciben los profesores de primaria podría ser una de las causas de que su conocimiento se muestre acorde a la conceptualización contemporánea sobre lo que es un problema. Esto debido a que este tipo de formación se ha señalado como influyente en las creencias contemporáneas sobre la enseñanza de las matemáticas (Anderson, White y Sullivan, 2005).

Es importante destacar que este grupo de estudiantes para maestros se corresponden con los participaron en una asignatura optativa sobre el currículo de matemática. En dicho curso recibieron instrucción adicional sobre la RP que puede influir en sus respuestas, por lo que estos resultados no son generalizables a otro colectivo que no haya recibido esta instrucción específica. No obstante, este trabajo permite identificar la existencia de contradicciones fundamentales que coexisten y que pueden interferir en que el conocimiento adquirido en su formación se transfiera al aula. Por ejemplo, al declarar que una situación no rutinaria, abierta y aplicada es considerada un problema, para luego afirmar que los problemas deben tener toda la información necesaria en el enunciado para resolverla.

Agradecimientos

Este trabajo se enmarca dentro del Proyecto EDU2015-70565-P del Plan Nacional de I+D+I (MICIN); y gracias a CONICYT, a través de una Beca de Doctorado en el Extranjero, folio 72170314.

Referencias

Abrantes, P. (2001). Mathematical competence for all: Options, implications and obstacles. *Educational Studies in Mathematics*, 47(2), 125-143.

- Agre, G. P. (1982). The concept of problem. *Educational Studies*, 13(2), 121-142.
- Anderson, J., White, P. y Sullivan, P. (2005). Using a schematic model to represent influences on, and relationships between, teachers' problem-solving beliefs and practices. *Mathematics Education Research Journal*, 17(2), 9-38.
- Ball, D. L., Lubienski, S. T. y Mewborn, D. S. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. En V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (4th ed., pp. 433-456). Washington, DC: American Educational Research Association.
- Ball, D. L., Thames, M. H. y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching. What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Baroody, A. J. (1988). *El pensamiento matemático de los niños*. Madrid, España: Visor.
- Bisquerra, R. (1989). *Introducción conceptual al análisis multivariable. Un enfoque informático con los paquetes SPSS-X, BMDP, LISREL y SPAD* (Vol. 1). Barcelona, España: PPU.
- Block, D., Martínez, P., Dávila, M. y Ramírez, M. (2001). Usos de los problemas en la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. En J. Carrillo y L. C. Contreras (Eds.), *Resolución de problemas en los albores del siglo XXI: una visión internacional desde múltiples perspectivas y niveles educativos* (pp. 147-179). Huelva, España: Hergué.
- Borasi, R. (1986). On the nature of problems. *Educational Studies in Mathematics*, 17(2), 125-141.
- Bromme, R. (1994). Beyond subject matter: A psychological topology of teachers' professional knowledge. En R. Biehler, R. Scholz, R. Sträber y B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (pp. 73-88). Dordrech, Países Bajos: Kluwer Academic Publishers.
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C. y Muñoz-Catalán, M. C. (2013). Determining specialised knowledge for mathematics teaching. En B. Ubuz, Ç. Haser y M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the 8th CERME* (Vol. 8, pp. 2985-2994). Antalya, Turquía: ERME.
- Castro, E. y Ruíz-Hidalgo, J. F. (2015). Matemáticas y resolución de problemas. En P. Flores y L. Rico (Eds.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria* (pp. 89-108). Madrid, España: Pirámide.
- Chapman, O. (2012). Practice-based conception of secondary school teachers' mathematical problem-solving knowledge for teaching. En T.-Y. Tso (Ed.), *Proceedings of the 36th PME international conference* (Vol. 2, pp. 107-114). Taipéi, Taiwán: PME.
- Chapman, O. (2015). Mathematics teachers' knowledge for teaching problem solving. *LUMAT*, 3(1), 19-36.
- Escudero-Ávila, D. I., Carrillo, J., Flores-Medrano, E., Climent, N., Contreras, L. C. y Montes, M. (2015). El conocimiento especializado del profesor de matemáticas detectado en la resolución del problema de las cuerdas. *PNA*, 10(1), 53-77.
- Fink, A. (Ed.). (2003). *How to ask survey questions* (2nd ed). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Foster, C., Wake, G. y Swan, M. (2014). Mathematical knowledge for teaching problem solving: Lessons from lesson study. En S. Oesterle, P. Liljedahl, C. Nicol y D. Allan (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36* (Vol. 3, pp. 97-104). Vancouver, Canadá: PME.
- Gil, J. (1993). La posición del profesorado ante el cambio educativo. Un escalamiento multidimensional no métrico de los discursos sobre la reforma. *Revista de Investigación Educativa*, 21, 67-82.
- Holmes, E. E. (1985). *Children learning mathematics: A cognitive approach to teaching*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Kilpatrick, J. (2016). Reformulating: Approaching mathematical problem solving as inquiry. En P. Felmer, E. Pehkonen y J. Kilpatrick (Eds.), *Posing and solving mathematical problems* (pp. 69-81). Cham, Suiza: Springer.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. y Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.

- Lester, F. K. y Cai, J. (2016). Can Mathematical Problem solving be taught? Preliminary answers from 30 years of research. En P. Felmer, E. Pehkonen y J. Kilpatrick (Eds.), *Posing and solving mathematical problems* (pp. 117-135). Cham, Suiza: Springer.
- Mason, J. (2016). When is a problem...? "When" is actually the problem! En P. Felmer, E. Pehkonen y J. Kilpatrick (Eds.), *Posing and solving mathematical problems* (pp. 263-285). Cham, Suiza: Springer.
- Mayer, R. E. y Wittrock, M. C. (2006). Problem solving. En P. A. Alexander y P. H. Winne (Eds.), *Handbook of educational psychology* (pp. 287-303). Nueva York, NY: Routledge.
- Montes, M. A., Contreras, L. C. y Carrillo, J. (2013). Conocimiento del profesor de matemáticas: Enfoques del MKT y del MTSK. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 403-410). Bilbao, España: SEIEM.
- Mourshed, M., Chijote, C. y Barber, M. (2010). *How the world's most improved school systems keep getting better*. Toronto, Canadá: McKinsey & Company.
- Niss, M. A. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The danish KOM project. En A. Gagatsis y S. Papastavridis (Eds.), *3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education: Mathematics in modern world, mathematics and didactics, mathematics and life, mathematics and society* (pp. 115-124). Atenas, Grecia: Hellenic Mathematical Society.
- OECD. (2013). *Draft PISA 2015 mathematics framework*. París, Francia: OECD Publishing.
- Piñeiro, J. L., Castro, E. y Castro-Rodríguez, E. (2016). Conocimiento profesional para la enseñanza de la resolución de problemas en primaria: una perspectiva curricular. En J. A. Macías, et al. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 427-436). Málaga, España: SEIEM.
- Pólya, G. (1981). *Como plantear y resolver problemas*. DF, México: Trillas.
- Ponte, J. P. y Chapman, O. (2016). Prospective mathematics teacher's learning and knowledge for teaching. En L. D. English y D. Kirshner (Eds.), *Handbook of international research in Mathematics Education* (3rd ed., pp. 275-296). Nueva York, NY: Routledge.
- Puig, L. (1996). *Elementos de resolución de problemas*. Granada, España: Comares.
- Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA. *PNA*, 1(2), 47-66.
- Zhu, Y. y Fan, L. (2006). Focus on the representation of problem types in intended curriculum: A comparison of selected mathematics textbooks from Mainland China and the United States. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 4(4), 609-626.