

# El tratamiento dado a las ecuaciones en los textos, ¿tiene en cuenta a los alumnos?

Fecha de recepción: Abril, 1999

*Educación Matemática*  
Vol. 12 No. 3 diciembre 2000  
pp.19-29

Maria Rita Otero, Inés Elichiribehety, Magdalena Roa  
Departamento de Formación Docente.  
Facultad de Ciencias Exactas. Universidad Nacional del Centro.  
rotero@exa.unicen.edu.ar; elichi@exa.unicen.edu.ar

**Resumen.** *En este trabajo se analizan libros de texto escolares, para establecer alguna relación con lo que determinan las investigaciones, acerca de las dificultades que tienen los alumnos con los primeros aprendizajes del Álgebra. En particular, se estudia el tratamiento del tema ecuaciones.*

*Para esto se consideran los libros más usados en la escuela. Se generan categorías de análisis como: introducción al tema de ecuaciones; secuencia que se desarrolla; ubicación temática de las mismas; referencia a la Historia del Álgebra; ejemplos que se presentan; ejercicios que se proponen y simbolización. Los resultados tienen el propósito de elaborar algunas recomendaciones para el diseño de materiales didácticos.*

**Abstract.** *In this work, an analysis of textbooks is carried out in order to establish some relationship with the findings of researches performed about the difficulties students have with their first learnings of Algebra. In particular, the development of the subject 'equations' is studied.*

*Considering the most common textbooks used at school, categories of analysis are generated, some examples of these categories are: introduction to equations, sequence developed, thematic position of equations, reference to History of Algebra, examples given, exercises proposed and symbolization. The results aim at elaborating some recommendations for the design of didactic materials.*

## 1- Introducción

Se detectan numerosas dificultades en los contenidos matemáticos relacionados con los aprendizajes del Álgebra en la escuela media. Los resultados de investigación publicados sobre las dificultades en el aprendizaje y la enseñanza del Álgebra (Chevallard, 1989-1990; Filloy Yagüe, 1993; Gascón Pérez, 1985; Grupo Azarquiél, 1993; Hebert, 1991; Kieran, Filloy Yagüe 1989; Meavilla Segui, 1995; Rojano, 1994) reportan la existencia de múltiples causas, tanto epistemológicas, psicológicas, como didácticas. Con relación a estas últimas, es posible que los problemas surjan desde la misma presentación y podrían deberse a la complejidad del tema y también al modo de enseñarlo. En la práctica escolar tradicional, los profesores elaboran sus clases guiados casi totalmente por los libros de texto escolares y

probablemente sin realizar un análisis previo de los mismos. Esta postura acrítica, posiblemente obedece a múltiples causas; lo que interesa destacar a los efectos de nuestro trabajo, es que la propuesta de los textos suele ser reproducida por los profesores.

En este contexto, parece acertado analizar los libros de texto que utilizan tanto los profesores como los alumnos, particularizando en el desarrollo del tema Ecuaciones. El análisis se hace a partir de libros de texto de 8vo. año de la Educación General Básica (EGB) y de 1er. año de la escuela media argentina que se utilizaban antes de la Reforma Educativa. El trabajo analiza cualitativamente cómo se desarrolla el tema ecuaciones en los libros de texto mencionados. Además, se intenta establecer relaciones con los resultados de las investigaciones acerca de los problemas que surgen al enseñar estas nociones matemáticas. Los aspectos considerados son: introducción del tema, su ubicación temática, secuencia que se desarrolla, tipo de actividades y ejercicios que se proponen, forma de simbolización y referencia a la Historia del Álgebra.

## 2- Preguntas de la investigación

Nos proponemos responder las siguientes preguntas:

1. ¿Qué tratamiento introductorio se da en los libros de texto escolares al desarrollo del tema ecuaciones?
2. ¿Qué categorías de análisis se pueden formular con relación a (1) en los libros considerados?
3. ¿En qué medida el tratamiento encontrado en los libros se relaciona con las dificultades en el aprendizaje del Álgebra?

## 3- Metodología

La metodología que se utiliza en este trabajo es cualitativa y descriptiva. La tarea consiste en analizar qué tratamiento se refleja en los textos de 8vo. año de EGB y 1er. año de escuela media, con relación a las ecuaciones. Es en este año, donde se inicia, el aprendizaje de la resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Se consideraron los libros de texto más utilizados en la escuela media argentina, constituyendo un conjunto de once textos a los que aludimos con números. Como puede advertirse en las referencias bibliográficas, los textos recorren un amplio espectro de grupos editoriales.

Una vez establecidos los libros se efectuó el primer análisis, que consiste en registrar globalmente los distintos aspectos de los datos como un todo. Luego, se realizó una primera categorización que se aplicó a cada texto por medio de una matriz de análisis. Si el texto revelaba una información que no estaba categorizada, se ampliaba la categorización vigente, así hasta completar los 11 libros. Obtenidas las categorías definitivas, se realizó la categorización definitiva que permite efectuar el meta-análisis. La matriz de análisis es una tabla de doble entrada, que contiene como filas a los textos y como columnas a las diferentes categorías. La matriz así generada se presenta en la Tabla 6 del Anexo.

Se consideran las categorías que a partir de los datos, reflejarían el tratamiento didáctico presentado en el texto. Ellas son: introducción de las ecuaciones en los libros; ubicación temática; secuencia que se desarrolla; tipos de actividades y ejercicios; ejemplos; referencia a la historia del álgebra; y simbolización. A continuación, se presenta la categorización efectuada y los resultados obtenidos a partir de ella.

## 4- Construcción de categorías de análisis, presentación, descripción y discusión de datos

### 4.1.1 Introducción de las ecuaciones en los libros

Esta categoría se refiere al modo en que se introducen las ecuaciones en los libros de texto, es decir a su primera presentación. Se establecieron las siguientes subcategorías:

**Igualdad (I):** Se refiere a la forma de presentación como igualdad, se está hablando de introducir la ecuación como una expresión en la que hay una incógnita. La igualdad no refiere a ninguna situación concreta y la incógnita a determinar no tiene más sentido que el de cumplir con la expresión.

**Incógnita Función lineal (IFL):** Esta categoría se refiere a la introducción de las ecuaciones como funciones lineales conociendo la abscisa y debiendo determinar la ordenada, ó a la inversa.

**Problema:** Alude a la introducción de ecuaciones recurriendo a problemas. Pueden ser de dos tipos; **(PVEA):** problemas que verbalizan la ecuación algebraica y **(PRRMRE):** problemas cuya resolución requiere una modelización a partir del discurso en el que son formulados, extrayendo sus rasgos estructurales.

**Definición (D):** Se categoriza cuando se formaliza la noción.

En virtud de que la categoría Definición se encuentra acompañando a las otras categorías en la totalidad de los libros analizados, aunque en ningún caso es presentada en forma inicial para introducir las ecuaciones, se decide incluirla en el Gráfico 1, con el objeto de mostrar que la intención de definir aparece en la mayoría de los textos.

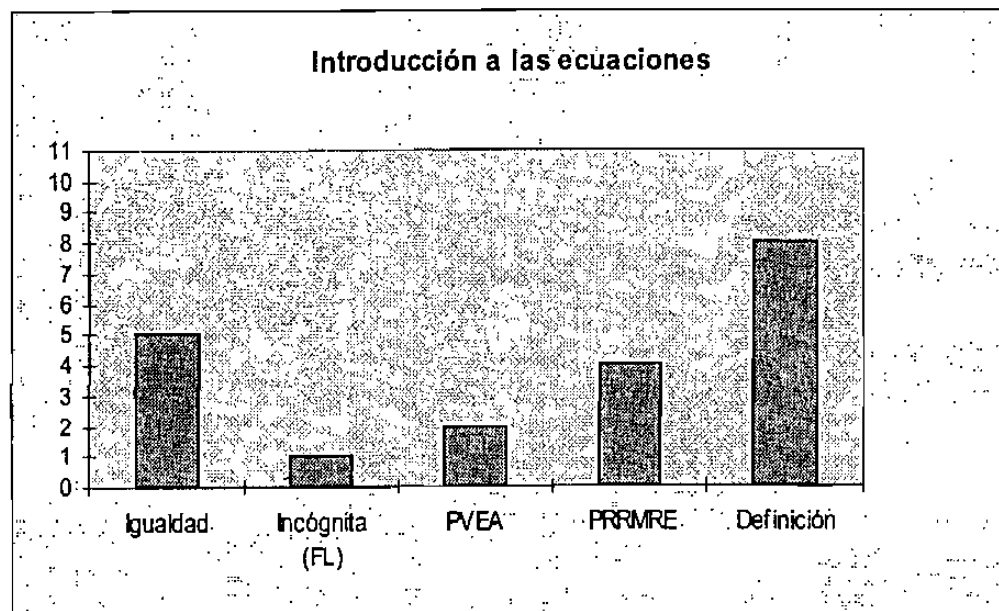


GRÁFICO 1

Como se demuestra en el Gráfico 1, la introducción de las ecuaciones en los libros de texto es muy variada. La tendencia más frecuente es comenzar con la igualdad. En menor proporción aparecen los problemas cuya resolución requiere de una modelización de los rasgos estructurales, seguidos por los problemas que verbalizan las expresiones algebraicas. Sólo el Texto 3 establece una relación entre ecuaciones y funciones.

TABLA 1

	Introducción al tema ecuaciones
Texto 1	"Hallar el valor de $x$ ", sin explicar cómo se resuelve. "[...] resolver ecuaciones tales como las siguientes: A) $2x-1=9$ y B) $x:2-1=9$ "
Texto 2	"Si a un $n^\circ$ le restamos 3 obtenemos 10, ¿cuál es el número? Al número que queremos hallar lo llamamos <b>INCÓGNITA</b> y lo simbolizamos con la letra $x$ . Simbólicamente planteamos la situación $x - 3=10$ . A estas igualdades que se verifican para determinado valor de la incógnita las llamamos <b>ECUACIONES</b> . Resolver una ecuación significa hallar el valor de la incógnita que verifica la igualdad dada".
Texto 3	"En la función: $x \rightarrow y = x+5$ se presentan dos problemas: 1. Conocido el valor de $x$ calcular el valor correspondiente de la imagen $y$ . $4+5=y$ 2. Conocido el valor $y$ de la imagen, calcular el valor de $x$ . $x+5=9$ Las propiedades [...] utilizándolas convenientemente nos permiten resolver ecuaciones".
Texto 4	" $x+9=24$ Una igualdad que tiene una incógnita $x$ se llama ecuación. La solución de la ecuación debe ser tal que al reemplazar $x$ por ese número en la igualdad dada, ésta deba cumplirse".
Texto 5	"Recuadra las igualdades en las que figura un número desconocido. [...] Se llama <b>ECUACIÓN</b> a una igualdad en la que figura un número desconocido. Observa la siguiente ecuación: $+ 5 = 13$ que la podemos escribir de otra manera $x + 5 = 13$ Al número que no conocemos, (en este caso $x$ ) lo llamamos incógnita. El número que hace verdadera la igualdad se llama <b>RAÍZ</b> de la <b>ECUACIÓN</b> ."
Texto 6	"En un rectángulo de 42 cm de perímetro la altura es 5 cm mayor que un tercio de la base. ¿Cuál es la longitud de la base? Una ecuación es una igualdad que contiene uno o más números desconocidos llamados incógnitas. Resolver una ecuación es encontrar el valor de la incógnita (o incógnitas) que hace verdadera la igualdad."
Texto 7	"María, Cecilia y Pedro fueron al circo. María pagó la entrada de Cecilia y la propia y gastó \$2 en golosinas. Pedro pagó su entrada y al finalizar, invitó a las chicas a tomar un helado, y gastó \$9 más. Si María y Pedro gastaron lo mismo, ¿cuánto costaba la entrada? Una ecuación es una igualdad en la que aparecen uno ó más elementos desconocidos, llamados incógnitas. Resolver la ecuación significa hallar el (los) valor(es) de la (las) incógnita(s) que verifica(n) la igualdad."
Texto 8	"Coral tiene un pequeño perrito al que quiere pesar. Pero su balanza no tiene ninguna línea indicadora entre el 0 y el 5. Pese a ello, Coral ha logrado establecer el peso del perrito usando esta balanza. Se ha pesado y la balanza indicó 45 kg. Luego se pesó con el cachorro en brazos y la balanza indicó en este caso 49 kg. Ha anotado $45+...=49$ . Cualquier condición sobre una o más incógnitas que se expresa como una igualdad se llama ecuación."
Texto 9	"Mariano tiene la balanza de platillos, [...] con una pesa de 1 kg y otra de 5 kg. Encontró una caja de rulemanes, todos iguales y se propuso averiguar el peso de cada uno. [...] Después de varios intentos logró equilibrar la balanza como muestra el dibujo. (Dibujo) Se le ocurrió llamar 'p' al peso de cada rulemán y escribió simbólicamente la igualdad que había logrado entre los pesos de ambos platillos. Llamamos ecuaciones a las igualdades en las que aparecen elementos desconocidos o incógnitas. Resolver una ecuación significa encontrar qué valores asignados a las incógnitas, hacen verdadera la igualdad. Tales valores se llaman soluciones o raíces de la ecuación."
Texto 10	"No todas las igualdades son identidades. A las igualdades que no se verifican para cualquier valor que les demos a las letras, las llamamos ecuaciones. $3x-6 = 15$ En la ecuación dada llamamos incógnita a la letra $x$ . Resolver una ecuación significa calcular para qué valor o valores de la incógnita se cumple la igualdad dada."
Texto 11	"Piensa cuál es el número que sumado a 3 nos da el mismo resultado que se obtiene restándole 5 a 15. Al $n^\circ$ que queremos hallar lo llamamos incógnita y lo simbolizamos con la letra $x$ . A estas igualdades que se verifican para determinado valor de la incógnita las llamamos ecuaciones. Resolver una ecuación significa hallar el valor de la incógnita que verifica la igualdad dada."

La Tabla 1 resume lo que contiene cada texto con relación a la introducción del tema ecuaciones.

Como se dijo en la presentación de las categorías, la definición está presente en la introducción a las ecuaciones con una frecuencia muy alta. Esta presencia es importante, porque el texto representa el saber compartido por la comunidad matemática en un lenguaje cercano al alumno. Si bien el estudiante desde su experiencia, construirá una representación probablemente incompleta y quizás errónea, siempre podrá acceder a la definición propuesta en el texto. Es posible definir de un modo intuitivo en el inicio del tema y progresivamente aproximarse de manera más precisa al concepto. A nuestro juicio, los textos deben en algún momento explicitar el concepto que se propusieron desarrollar.

Cuando los textos introducen ecuaciones como igualdades (Texto 1, Texto 3 y Texto 4) en el sentido aludido en este trabajo, emplean expresiones muy sencillas, por ejemplo:  $x + 3 = 5$ ; por lo tanto, el resultado puede obtenerse sin ninguna dificultad por tanteo. Esta presentación trivializada del tema, no contribuye a mostrar la necesidad e importancia del tratamiento algebraico. Si el objetivo es mostrar la potencia del álgebra frente a la aritmética, la selección de estas situaciones como introducción es claramente desafortunada, porque refuerza en el alumno la idea de una complejidad innecesaria.

Una segunda alternativa a la que recurren los textos, es la introducción de ecuaciones a partir de «problemas». Lo hacen de dos formas:

- a) Problemas que verbalizan las expresiones algebraicas, y que pueden resolverse muy fácilmente por tanteo. Esto sugiere que las ecuaciones sólo complican la situación problemática.
- b) Problemas cuya resolución requiere de una modelización de los rasgos estructurales. Si esto se efectúa como en el Texto 8, la sencillez de la situación lleva a las mismas consideraciones realizadas en (a). En los otros casos (Texto 6, Texto 7 y Texto 9) se advertiría una mayor complejidad, cuya finalidad sería evitar que se encuentre el resultado en forma directa.

Algunas investigaciones (Otero et. al., 1998 a, b, c) están mostrando que aún problemas que podrían considerarse complejos, son resueltos aritméticamente por los alumnos. En estas situaciones, los alumnos ejecutan procedimientos recursivos basados en una enorme cantidad de cálculos y llegan a la solución correcta por caminos sumamente ingeniosos y sofisticados, captando de algún modo los rasgos estructurales del problema, que permanecen enmascarados en las resoluciones algebraicas. Este estilo de resolución, se pone de manifiesto cuando los sujetos tienen la oportunidad de resolver «a su aire», tal como ocurre en las Olimpiadas Matemáticas o en clases donde el uso de fórmulas no es una imposición. Curiosamente, estas resoluciones suelen ser penalizadas en la escuela y el modo espontáneo de resolver de los alumnos es muy poco considerado en las clases de Matemática, y como estamos mostrando, absolutamente ignorado en los libros de texto.

En los textos escolares, cuando la introducción es con problemas en lenguaje coloquial de cualquiera de los dos tipos categorizados, que en todos los casos pueden resolverse fácilmente con cálculos aritméticos, la traducción del lenguaje coloquial al algebraico y el posterior planteo de la ecuación para obtener el resultado, son impuestos. Este «mandato» es incomprensible para el alumno y en la escuela, se estructura a partir de un conjunto de mensajes que integran el “contrato implícito”:

*“Si no se hace con letras seguro que está mal, porque las letras tienen un status superior”.*

*“La Matemática es difícil, complicada, lo que no tiene letras no es Matemática”.*

*“Sólo los inteligentes entienden Matemática, nunca está bien lo que yo pienso de estos problemas...porque yo pienso con números”.*

Es claro que los alumnos tienen que aprender Álgebra en la escuela y deben por lo tanto «romper» con sus modos espontáneos de resolver. Sin embargo, la solución al problema de la adquisición de estrategias algebraicas, no pasa exclusivamente por el control de la variable complejidad de las situaciones propuestas y mucho menos, por ignorar las formas espontáneas de resolución de los estudiantes.

La modelización algebraica de un problema, supone interpretarlo, reconocer la o las incógnitas, reconocer la estructura y realizar la correcta traducción al lenguaje algebraico,

además de la posesión de un conjunto de estrategias cognitivas y metacognitivas que un «experto» maneja explícitamente. Por ejemplo, el experto sabe que es necesario encontrar relaciones explícitas entre incógnitas y datos, y también, que una vez conseguido esto, el Álgebra hará su trabajo sin que él deba preocuparse por lo que las operaciones intermedias significan con relación al problema concreto planteado. Un «profesional» tampoco tendrá dificultades en volver a la situación concreta si lo desea, para trabajar con más de un marco representacional. Sabe que puede «olvidar» transitoriamente un conjunto de significados y recuperarlos mas tarde si es necesario, y lo sabe en virtud de su «expertez». Pero: ¿cómo podrían saberlo nuestros alumnos, a menos que se lo digamos de modo explícito? ; ¿por qué presuponemos que ellos tienen conocimientos que son fruto de un complejo y largo proceso de construcción?.

#### 4.1.2 Ubicación temática

La ubicación temática de las ecuaciones en los textos analizados aparece de cuatro modos diferentes. Se establecen las siguientes subcategorías:

- 1) **(DPO):** Después de las propiedades de las operaciones de los conjuntos de números Naturales, Enteros y Racionales.
- 2) **(IO):** Al introducir las operaciones, en los siguientes casos:
  - Después de la adición para introducir la sustracción.
  - Después de la multiplicación para introducir la división.
  - Después de la potenciación para introducir la radicación.
- 3) **(ICN):** Al introducir los conjuntos de números:
  - Para definir el conjunto de números enteros a partir de ecuaciones sin solución en el conjunto de números naturales.
  - Para definir el conjunto de números racionales a partir de ecuaciones sin solución en el conjunto de números naturales y enteros.
- 4) **(UA):** Unidad aparte.

Ubicación temática de las ecuaciones

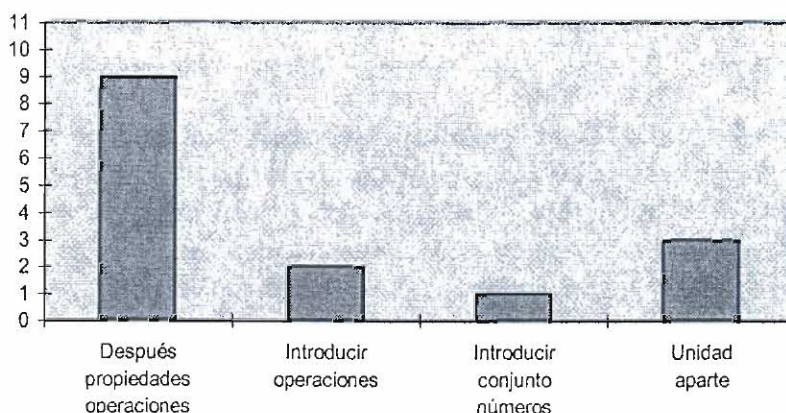


GRÁFICO 2

En cuanto a la ubicación temática, el gráfico muestra una aparición muy frecuente luego de las propiedades de las operaciones. Con una presencia mucho menor le siguen, el

tratamiento en una unidad aparte, la utilización en la introducción de las operaciones y en la introducción a los conjuntos de números.

Plantear las ecuaciones después de las propiedades de las operaciones, como lo realizan 9 de los 11 textos considerados, está bien justificado, pues la resolución de ecuaciones debe hacerse aplicándolas. Sin embargo, generalmente no se explicita porqué es necesario introducir las ecuaciones en ese momento. La resolución utilizando propiedades es olvidada y casi totalmente reemplazada por el pasaje de términos.

Los Textos 3 y 8 introducen las operaciones, con ecuaciones. Éste, es un buen método para definir las operaciones y no las ecuaciones. Las ecuaciones deberían ser por lo menos definidas anteriormente, como en el Texto 8, pero no se está discutiendo aquí como introducir las operaciones. Lo que se quiere resaltar es que las ecuaciones podrían constituir una herramienta útil para definir las operaciones.

Emplear las ecuaciones que no pueden resolverse en un conjunto numérico para introducir uno nuevo, es una buena idea para resaltar los límites de dicho conjunto. Es conveniente que se hayan resuelto ecuaciones previamente en el conjunto de números que se encuentra condicionado, pero la introducción de conjuntos numéricos no es el tema analizado en este trabajo, aunque se insiste en que sería un modo muy útil de aplicar las operaciones.

Tratar en una unidad aparte las ecuaciones, hace que éstas sean analizadas en profundidad en todos los conjuntos de números y en todas sus formas al mismo tiempo, pero tiene la dificultad de resultar desvinculado de los demás temas.

Si se considera que los textos tienen por destinatarios a los alumnos y que éstos construyen sus nociones a partir de complejos procesos que se prolongan en el tiempo, la presentación de los temas debería ser espiralada mostrando además todos los contextos que permitan una conceptualización "rica" de la noción de ecuación.

#### 4.1.3 Secuencia que se desarrolla

Después de analizados los textos, se observó que la secuencia más amplia que éstos desarrollan para el tratamiento de las ecuaciones se reduce a: cualquiera sea la presentación de la situación inicial, la ecuación que surge exige obtener el valor de la incógnita. La solución puede encontrarse por tanteo, usando las propiedades ó mediante el pasaje de términos. Eventualmente, se verifica el resultado, se resuelven ejemplos y se proponen ejercicios.

Dentro de esta secuencia, existen pequeñas variaciones en cuanto al orden, que no se consideran relevantes para este estudio. Sin embargo, algunos caminos merecen ser analizados.

En los Textos 2, 5 y 8 la igualdad determinada en la situación inicial es resuelta por tanteo, sin proponer después ninguna resolución de otro tipo. Ésto, no transmite la necesidad de utilizar el Álgebra, ni las propiedades de las operaciones para su resolución. Obtener el resultado de una ecuación por tanteo, está dentro de los métodos que puede utilizar un alumno frente a cualquier situación problemática que se le presente. Dado el año de la escolarización en que nos encontramos, debería considerarse luego algún método matemático por el que se llegue también a dicho resultado, de otro modo carecería de sentido estudiar las ecuaciones.

Es fundamental enfatizar que cualquier ecuación planteada será resoluble si se aplican las propiedades de las operaciones. Si únicamente se da un ejemplo aplicando propiedades y todo lo demás se reduce al pasaje de términos, ó a cualquiera de sus deno-

minaciones, los alumnos olvidarán totalmente la situación inicial y la resolución de ecuaciones se convertirá en una mecanización no explicada. Por lo tanto, hay que insistir en el uso de las propiedades en la resolución.

Si bien algunos libros no prestan demasiada atención a la verificación del valor obtenido al resolver la ecuación, esta es una práctica recomendable tanto por la corrección del resultado en cuestión, como por la resignificación que esto supone.

La tabla 2 resume la secuencia que desarrolla cada texto en el tratamiento de las ecuaciones.

TABLA 2

	Secuencia que se desarrolla en el tratamiento del tema ecuaciones
Texto 1	Planteo de la igualdad. Resolución utilizando propiedades. Resolución por pasaje de términos. Se pide la verificación. Se plantean ejercicios.
Texto 2	Planteo de un problema. Resolución de la igualdad por tanteo y luego utilizando propiedades. Resolución de ejemplos de ecuaciones utilizando propiedades. Propuesta de ejercicios del mismo tipo. Realización de ejemplos aplicando transposición de términos. Propuesta de ejercicios del mismo tipo.
Texto 3	Planteo de una igualdad. Resolución de un ejemplo utilizando propiedades. Propuesta de ejercicios.
Texto 4	Planteo de una igualdad. Resolución a la par aplicando propiedades y por pasaje de términos. Verificación del resultado. Propuesta de ejercicios.
Texto 6	Presentación de un problema. Planteo de la igualdad del problema. Resolución aplicando propiedades. Verificación del resultado. Resolución de ejemplos aplicando propiedades. Propuesta de ejercicios.
Texto 7	Formulación de un problema. Resolución aplicando propiedades. Propuesta de ejercicios.
Texto 8	Presentación de un problema. Resolución de la igualdad que resuelve el problema, primero por tanteo y luego utilizando operadores inversos. Se verifica el resultado. Se resuelven ejemplos. Se plantean ejercicios.
Texto 9	Se plantea un problema. Se resuelve la igualdad primero por tanteo y luego “deshaciendo operadores inverso”. Se verifica el resultado. Se discuten ejemplos. Se proponen ejercicios.
Texto 10	Presentación de un problema. Resolución por tanteo. Resolución de ejemplos por método de transposición y aplicando propiedades. Verificación del resultado. Se proponen ejercicios.
Texto 11	Se plantea un problema. Resolución de ejemplos aplicando propiedades y verificando el resultado. Se proponen ejercicios.

#### 4.1.4 Tipos de actividades y ejercicios

Las categorías definidas para las actividades y ejercicios que se presentan pueden ser:

- 1) **Igualdades (I):** Categorizadas del mismo modo que en la introducción al tema.
- 2) **Problemas (P):** Categorizados del mismo modo que en la introducción al tema, tanto PVEA como PRRMRE.
- 3) **Balanzas y ‘operadores inversos’ (B Y OI):** Se pide resolver las ecuaciones mediante estas representaciones gráficas.
- 4) **Verificación de resultados (VR):** Se pide la verificación de un valor de la incógnita para comprobar si es correcto.
- 5) **Enunciado de problemas (EP):** Se solicita el enunciado de problemas que respondan a una igualdad dada.

En la tabla del anexo, se observa que las actividades y ejercicios que se proponen son en la mayoría de los casos, similares a los ejemplos o a las situaciones introductorias. Sólo los Textos 8, 9 y 10 proponen ejercicios de otro tipo.



Sería conveniente que las actividades y ejercicios reflejen la variedad de aspectos desarrollados con relación al tema: que se utilicen las propiedades, que se verifique y analice el resultado, que se formulen distintos enunciados que respondan a una misma estructura, etc.

#### 4.1.5 Ejemplos

Los ejemplos que se presentan pueden ser:

- 1) **Problemas (P):** Como se categorizaron para la introducción a las ecuaciones.
- 2) **Igualdades (I):** Como se categorizaron para la introducción a las ecuaciones.
- 3) **No resuelve ejemplos (NRE)**

En la Tabla 6 del Anexo, que resume lo que contiene cada texto, se advierte que, si los libros resuelven ejemplos, éstos en general son sencillos, todos similares en complejidad entre sí y no aportan a la comprensión del tema. Son excepciones, el Texto 6, que resuelve un ejemplo que es en realidad una identidad y otro que no tiene solución; y el del Texto 9, que da un ejemplo con resolución absurda.

La presentación de ejemplos resueltos en los textos es importante, a menos que ésta se reduzca al enunciado de una serie de igualdades todas similares. Sin embargo, al parecer, la resolución de ejemplos como la conciben los textos, no agrega nada al tratamiento del tema. Sólo pretende, servir como guía a los alumnos, que de este modo son instados a “reproducir” el procedimiento mecánico.

Tanto en las situaciones introductorias como en la resolución de los ejemplos, se transmite la idea de la mecanización en la resolución de ecuaciones.

#### 4.1.6 Referencia a la historia del álgebra

La Tabla 6 del Anexo muestra que sólo los Textos 6 y 9 hacen alusión a la historia del Álgebra. Sería conveniente que los alumnos conocieran cómo fue evolucionando la simbolización en Matemática hasta constituir lo que hoy denominamos Álgebra, y el tiempo que le llevó a la humanidad lograrlo.

#### 4.1.7 Simbolización

Las letras que se emplean para simbolizar son:

- 1) **La letra x (x)**
- 2) **Otras (o)**

Si se observa en la Tabla del Anexo, los Textos 7 y 8 utilizan la t y sólo uno, el Texto 9, cualquier letra para representar la incógnita, todos los demás utilizan la x. Esto explicaría el hecho de que los alumnos identifiquen de modo casi excluyente a las incógnitas con la letra x.

Denominar de un modo distinto ó ilustrar la resolución de ecuaciones, puede constituir un buen método para facilitar la primera interpretación, pero deben tomarse en cuenta los límites. Si se utilizan las balanzas para resolver ecuaciones con los números naturales, éstas podrían ser un obstáculo al querer resolver ecuaciones con números enteros. Además, debe ser como se dijo antes, una primera presentación, y luego los alumnos tendrían que desprenderse de éstas representaciones.

No hay en la mayoría de los casos una asociación entre la letra que se utiliza y lo que dicha letra representa. Esto permitiría a los alumnos recuperar el significado de las ecuaciones; tanto en el planteo, como una vez finalizada la resolución.

## 5- Conclusiones

La adquisición de conceptos y procedimientos algebraicos, es un proceso complejo y de largo aliento. En parte, consiste en un cambio de «modo de ver» por parte de los sujetos, quienes deben abandonar sus modos espontáneos de resolver, fundamentalmente basados en procedimientos aritméticos y concretos, por otros algebraicos, mucho más poderosos y abstractos.

Los procedimientos empleados por los estudiantes, tienen éxito (Otero, 1998). Aún cuando los problemas que se les propongan sean complejos, los alumnos encuentran modos de resolución que sortean el Álgebra, fundamentalmente cuando se les permite trabajar sin imposiciones. Es decir que, el control de la variable complejidad en las situaciones didácticas, no nos aseguraría la actualización de procedimientos algebraicos.

Parece claro que el modo trivializado de abordar la resolución de ecuaciones, tanto se planteen como igualdades o como problemas, tal como aparecen en los textos, no contribuye a vencer las dificultades encontradas. Por el contrario, el tratamiento registrado en los textos analizados, refuerza las dificultades y las razones de los alumnos para resistirse al uso del Álgebra. Además, los textos terminan enfatizando únicamente la adquisición de procedimientos mecánicos, que poco tienen que ver con las habilidades requeridas para ser un usuario competente del Álgebra.

En general, podría decirse que los textos tienen muy poco en cuenta la situación de los destinatarios y las complejidades que supone el cambio en la «manera de mirar» y abordar los problemas. Las características del proceso de modelización algebraica deben ser explicitadas al alumno, mostrándole esencialmente cuáles son sus ventajas. En esta dirección, consideramos que los textos deberían incluir una variedad de ejemplos y situaciones que muestren los diferentes sentidos que adquieren las ecuaciones. Al respecto, cabe mencionar las problemáticas asociadas a la resolución, como: la existencia de soluciones, la cantidad de las mismas, la descripción, y las condiciones adicionales a la ecuación. Es importante mostrar la relación entre funciones y ecuaciones, vinculada al concepto de variable y de incógnita. Además, enfatizar la utilidad de las ecuaciones en la modelización de situaciones, en las que una misma “forma” funcional puede referir a distintos objetos e interpretarse contextualmente según las condiciones y características de un problema determinado en un cierto campo de conocimiento. Por esta razón, todas las modalidades categorizadas son pertinentes al tratamiento del tema, lo que parece desacertado es que cada texto se centra en una de ellas y excluye las demás.

Con relación a la resolución de problemas, resulta central que se tomen en cuenta los modos de resolución de los alumnos, constituyéndolos en puntos de partida. A partir de la consideración de varios problemas cuya estructura sea similar, es posible mostrar que el Álgebra permite «captar», la forma común a la que ellos responden. Más aún, el Álgebra minimiza los significados relativos al problema concreto y posibilita resolver «olvidándolos» transitoriamente, hasta encontrar el resultado.

La mayor dificultad para el alumno es pasar bidireccionalmente del marco concreto al que refiere el problema al marco algebraico, «perdiendo» y recuperando significados. En este proceso, el sujeto requiere de ayudas e interacciones adecuadas con los pares, con el docente y con los textos.

Cuando los procedimientos algebraicos forman parte del bagaje cognitivo del sujeto, el Álgebra funciona como «memoria», en el sentido señalado por Chevallard (1990). Esta memoria libera al sistema cognitivo de la necesidad de mantener en la memoria de trabajo todas las relaciones en forma simultánea, sólo conserva las relaciones indispensables para resolver el problema.

El Álgebra es indispensable en la construcción de conocimiento matemático en particular y en la adquisición de conocimiento científico en general. La escuela debe proporcionar a los alumnos la posibilidad de adquirir habilidades y nociones algebraicas. El diseño de materiales didácticos y textos escolares que contemplen las dificultades y los puntos de partida de los estudiantes, podría colaborar positivamente con el lento y complejo proceso de adquisición mencionado.

## BIBLIOGRAFIA

- Chevallard, Yves (1989 - 1990) *Le passage de l'arithmétique a l'algebre dans l'enseignement des mathematiques au college*, Troisieme partie, Petit X 29. pp. 5 a 38.
- Douady, R. (1995) « *La Ingenieria Didáctica y la evolución de su relación con el conocimiento* » pág. 61-97. En *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática*. Grupo Editorial Iberoamericana, México.
- Filloy Yagüe, E. (1993) *Tendencias cognitivas y procesos de abstracción en el aprendizaje del álgebra y de la geometría*. Enseñanza de las Ciencias 11.2 160-166.
- Gascon Perez, J. (1985) *El aprendizaje de la resolución de problemas de planteo algebraico*. Enseñanza de las Ciencias. 3.1 18-27.
- Grupo Azarquiel (1993) *Ideas y actividades para enseñar álgebra*. Editorial Síntesis. Madrid.
- Hebert, E. (1991) "*Les Oeufs*" *Entretiens sur la modelisation algebrique en classe de seconde*". D.E.A. de didactique des mathematiques Université Paris VII.
- Kieran, C. Filloy Yagüe, E. (1989) *El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica*. Enseñanza de las Ciencias. 7.3 229-240.
- Meavilla Segui, V. (1995) *Estudio sobre el comportamiento visual en álgebra de los alumnos del segmento educativo*. 14-16. Enseñanza de las Ciencias. 13.1 97-105.
- Otero, M. R.; Papini, M. C. Elichiribehety, I. (1998 a) *Las representaciones mentales y la resolución de un problema: un estudio exploratorio*. Revista Investigacoes em Ensino de Ciencias. Instituto de Física, Universidad Federal de Rio Grande do Sur, Porto Alegre ,Brasil.
- Otero, M. R (1998 b) *Buscando Modelos Mentales*, Disertación de Maestría, Fac. Ciencias Humanas, Universidad Nacional del Centro, Noviembre.
- Otero, M. R.; Papini, M. C. Elichiribehety, Y. (1998 c) *Las representaciones mentales y la Enseñanza de la Matemática*. Publicado en la Revista de Educación Matemática, Vol 10 (3), pág. 90. México: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Rojano, T (1994) *La matemática escolar como lenguaje. Nuevas perspectivas de investigación y enseñanza*. Enseñanza de las Ciencias, vol.12 (1), 45-56.

### LOS LIBROS ANALIZADOS SON:

- 1) Matemática 1. Cortes. Editorial Stella. 1993.
- 2) Estudio dirigido de Matemática 1. Englebert, Mascanfroni, Pedemonti y Semino. AZ editora. Serie Plata. 1993.
- 3) Matemática 1. Vázquez de Tapia, Tapia de Bibiloni y Tapia. Editorial Estrada. 1979.
- 4) Matemática 1. Bogani, Estévez de Destuet y Oharriz. Plus Ultra. 1989.
- 5) Matemática 1. Buteler de Defrancisco y Bochaty de Ferreyra. 1993.
- 6) Matemática 8 E.G. B. 1er. año. Seveso de Larotonda, Wykowsky y Ferrarini. Editorial Kapeluz. 1997.
- 7) Matemática 1. Amenedo, Carranza, Diñeiro, Grau y Latorre. Editorial Santillana. 1995.
- 8) Matemática 1. Sadovsky, Melguizo y Rubinstein de Waldman. Editorial Santillana. 1988.
- 9) Matemática 1. Bindstein y Hanfling. Editorial Aique. 1993.
- 10) Matemática 8. 3er. ciclo EGB. Semino, Englebert y Pedemonti. AZ editora. 1997.
- 11) Matemática . Englebert, Pedemonti y Semino. AZ editora. Serie Plata. 1994.

	Introducción				Ubicación temática				Ejercicios				Ejemplos			Historia Álgebra		Simbolización	
	I	I(FL)	PVEA	PRRMRE	DPO	IO	ICN	UA	I	P	VR	BYOI	P	I	NRE	SI	NO	X	O
Texto 1	X				X				X	X			X				X		
Texto 2			X		X				X					X			X		
Texto 3	X	X			X	X			X	X					X		X		
Texto 4	X				X				X	X					X		X		
Texto 5	X				X				X	X			X				X		
Texto 6				X			X		X				X			X			
Texto 7				X	X				X	X							X		X
Texto 8				X	X	X				X	X		X				X		X
Texto 9				X	X			X	X	X	X		X			X			X
Texto 10	X							X	X	X							X		
Texto 11			X		X				X	X				X			X		

Referencias:

- I: Igualdad
- I(FL): Incógnita función lineal
- PVEA: Problemas que verbalizan las ecuaciones algebraicas
- PRRMRE: Problemas cuya resolución requiere una modelización de los rasgos estructurales
- DPO: Después de las propiedades de las operaciones
- IO: Para introducir las operaciones
- ICN: Para introducir conjunto de números
- UA: Unidad aparte
- P: Problemas
- VR: Verificación del resultado
- BYOI: Balanzas y operadores inversos
- X: Letra x
- O: Otra letra