

Foto: Woody Thrower



Modelagem e simulação de padrões arquiteturais de plantas

Alexandre de Castro¹
Domingos Alves²

Introdução

A simulação pode ser vista como ferramenta (ou técnica) para o estudo da dinâmica de sistemas reais através do desenvolvimento de modelos que permitam representar aspectos relevantes de seu comportamento, seja em termos determinísticos, caóticos ou estocásticos. O termo simulação é bastante genérico, visto que são diversas as formas e mecanismos utilizados para a representação do comportamento dos sistemas.

De modo geral, o uso da simulação é recomendado principalmente quando a solução de problemas é cara ou mesmo impossível por meio de experimentos ou, ainda, quando os objetos de estudo apresentam-se de forma complexa para tratamento analítico.

A execução de modelos de simulação em computador possui grande potencial para fornecer resultados mais precisos sem que haja a necessidade de interferência no sistema. Tais resultados, quando analisados estatisticamente, produzem informações que podem contribuir para a tomada de decisão e, consequentemente, auxiliando na solução dos mais diversos problemas.

Nesse sentido, a utilização criteriosa da modelagem e simulação pode contribuir para o estudo dos mais diversos processos físico-químicos e biológicos que envolvem o sistema planta-solo-meio ambiente, além de outros sob a égide do agronegócio, como sistemas econômicos, socioeconômicos e biológicos em geral, pois, diferentemente das técnicas experimentais, o domínio de validade da simulação não está restrito somente às regiões com características geográficas e climáticas semelhantes à região em que os experimentos de campo são realizados.

Uma boa razão para a utilização de simulações *in silico* de processos agrícolas é a possibilidade de prever o comportamento dos fenômenos, ganhando-se tempo e viabilidade econômica em comparação aos experimentos realizados em campo ou *in vivo*. A partir das técnicas de modelagem, por exemplo, têm-se criado modelos para descrever o comportamento de vegetais, desde a germinação, até a fase final de produção ou, ainda, em determinados períodos do ciclo de vida de plantas visando, principalmente, a otimização da produção de grãos, a produção de biomassa, a reação de determinada planta em relação à adição de nutrientes e água, entre vários outros fenômenos.

¹ Mestre em Física, Doutorando em Informática em Saúde pela Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP); Pesquisador da Embrapa Informática Agropecuária, Campinas, SP, acastro@cnptia.embrapa.br

² Doutor em Física; Professor Assistente Doutor da Universidade de São Paulo (USP), quiron@fmrp.usp.br

Existem diversas técnicas de modelagem e síntese de padrões naturais como, por exemplo, modelos de reação-difusão (*reaction-diffusion models*), modelos estocásticos, modelos de agregação de difusão limitados (*diffusion-limited aggregation*), autômatos celulares, sistemas de Lindenmeyer (*L-systems*), sistemas de funções iterativas (*iterated function systems*) etc (ZUBEN; ATTUX, 2009).

O grande avanço da computação tornou possível a visualização de diversos modelos e estruturas naturais com grande realismo. As imagens, animações e sistemas resultantes são úteis para pesquisa em diversas áreas como criação de paisagens naturais, arquitetura de plantas, previsão de safras, estudo de processos de desenvolvimento e crescimento, modelagem e síntese de diversos padrões e formas naturais.

O crescimento das plantas, por exemplo, obedece a certos princípios fisiológicos. Esses podem ser descritos em termos qualitativos, mas, até certo ponto, os vários processos de crescimento podem também ser quantificados em resposta ao meio ambiente.

Nesse contexto emerge uma nova linha de pesquisa, relacionada à arquitetura vegetal, na qual se constrói plantas virtuais simulando, individualmente, o desenvolvimento estrutural dos órgãos e estruturas de plantas no espaço tridimensional.

A modelagem matemática do crescimento da estrutura de plantas ainda é uma área incipiente no Brasil e apresenta-se como uma promissora metodologia de análise de dados de sistemas acima e abaixo do solo, possibilitando uma adequada visualização de diferentes estratégias adaptativas da planta, conforme as diferentes arquiteturas produzidas para cada condição ambiental. A potencial capacidade de arquitetar plantas vai além de gerar imagens reais de plantas. A arquitetura de plantas também pode ser usada para modelar e simular árvores integradas a ecossistemas florestais, identificar respostas de plantas a ataques de insetos, projetar novas variedades, reconstruir espécies extintas, classificar padrões de ramificação e inflorescências, entre outras aplicações.

Arquitetura de plantas

Uma planta virtual é gerada a partir de um modelo que contém regras para a formação de novas partes da planta e para mudanças no tamanho e forma das partes já existentes. Uma planta virtual não é somente uma simples imagem gerada por computador, mas um modelo no sentido de representar o mais fidedignamente uma planta em um instante particular.

O processo de arquitetura de plantas envolve a observação das plantas para que seja possível determinar quais partes dão origem a outras e como suas dimensões e posições variam tridimensionalmente no tempo. Os resultados são analisados para derivar as regras de crescimento as quais serão codificadas como instruções para o computador. As simulações geram relações de arquitetura e topológicas as quais são propriedades das regras de crescimento.

Desenvolvimento topológico

Os atributos da arquitetura das diferentes partes das plantas podem ser representados virtualmente por números, tamanhos, áreas de superfície, ângulos, idades, conexões topológicas etc. A simulação *in maquina* pode representar graficamente esses atributos por imagens realísticas ou esquemáticas, ou ainda por animações que simulam o desenvolvimento num intervalo de tempo. Essas representações são realizadas mais eficientemente quando medidas as posições em 3-D ou quando inferidas pela análise do crescimento da planta. Igualmente, a coleta de informação da geometria 3-D de todas as partes da planta é um requisito fundamental para determinar a arquitetura da planta. Alguns equipamentos utilizados para realizar essas mensurações suportam propriedades sonoras e eletromagnéticas com considerável precisão.

Regras de desenvolvimento

As regras pelas quais partes da planta dão origem a outras partes são obtidas a partir da inspeção e observação do crescimento. Quase que invariavelmente a regra é condicionada de modo que novas partes não sejam formadas, a menos que a parte que está dando origem tenha atingido um tamanho em particular, idade ou estágio de desenvolvimento. Regras mais complexas expressam a ação de fatores internos tais como dominância apical e condições ambientais ao redor da planta.

Discussão

A simulação do desenvolvimento arquitetural de uma planta pode ser realizada através de várias técnicas. As principais são:

- i) Algoritmos morfológicos para gerar modelos vegetais, por exemplo, fractais;
- ii) Gramática formal que representa o crescimento da planta por regras morfológicas como, por exemplo, Sistemas-L;

iii) Técnica de eixos de referência que tem sido implementada no pacote AMAPmod (VPlants), através da linguagem AML, desenvolvida pelo grupo de “botA et bioinform de l’ Ardes P” (AMAP) do Centre de Coopération Internationale em Recherche Agronomique pour Le Développement (CIRAD).

As últimas duas técnicas consideram uma modelagem morfogenética para tentar gerar arquiteturas tridimensionais fidedignas às características botânicas. A modelagem resulta num simulador de crescimento que descreve o desenvolvimento arquitetural (fenotípico) de acordo com o programa genético da planta e um dado ambiente biofísico. Essa aproximação consiste, principalmente, em elaborar os modelos matemáticos baseados no conhecimento botânico, realizar as medidas experimentais e simular computacionalmente o desenvolvimento vegetal por meio dos modelos formulados (ZUBEN; ATTUX, 2009).

É importante ressaltar ainda que gama de técnicas de modelagem é bastante diversificada e que algumas ferramentas como *autômatos celulares mapas ou funções iterativos* – que correspondem a uma classe de sistemas matemáticos determinísticos – igualmente podem ser utilizados em protótipos de sistemas complexos e processos que consistem em um grande número de componentes simples, idênticos e sujeitos a interações locais (ZUBEN; ATTUX, 2009).

A seguir, descrevemos sucintamente algumas das principais técnicas de modelagem atualmente utilizadas em arquitetura vegetal, finalizando com o modelador AMAPmod.

Geometria fractal

A geometria Euclidiana descreve formas ideais, como pontos, círculos, retas, esferas, quadrados, cubos etc. Entretanto, estas formas Euclidianas são geralmente encontradas apenas em objetos produzidos artificialmente. A natureza não possui formas suaves e uniformes e muitos padrões são irregulares e fragmentados, como a forma de flocos de neve, montanhas, nuvens, árvores e diversas outras formas naturais. O termo *fractal* foi cunhado por Mandelbrot (1983) para identificar uma família de padrões naturais irregulares e fragmentados. A *geometria fractal* é a geometria das formas irregulares encontradas na natureza.

Fractais pioneiros foram descobertos por Cantor (1874) e Koch (1904), dentre outros. Estes fractais são considerados “monstros matemáticos” devido a características não-intuitivas que apresentavam. A seguir, são mostrados exemplos pictóricos do Conjunto de Cantor

e da Curva de Koch (Figuras 1, 2 e 3) (ZUBEN; ATTUX, 2009).

O Conjunto de Cantor

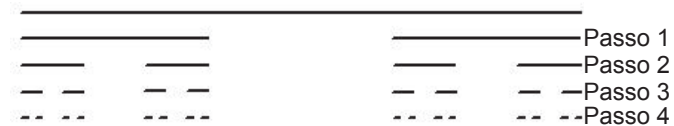


Figura 1. Primeiros passos para criação do conjunto de Cantor.

A Curva de Koch

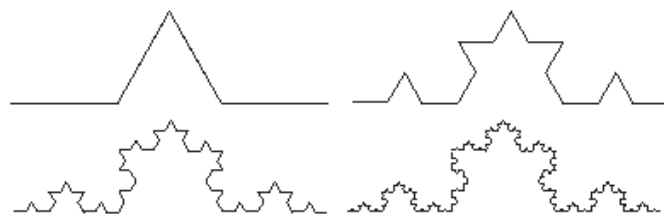


Figura 2. Primeiros passos para criação da curva de Koch.

Propriedades gerais da curva de Koch

- No limite, a curva de Koch não possui segmento algum de reta e é inteiramente constituída por cantos;
- A curva não apresenta derivada (tangente) em ponto algum;
- No passo t a curva possui $4t$ segmentos, cada qual com comprimento $1/3^t$. Portanto, o comprimento total da curva é $(4/3)^t$.

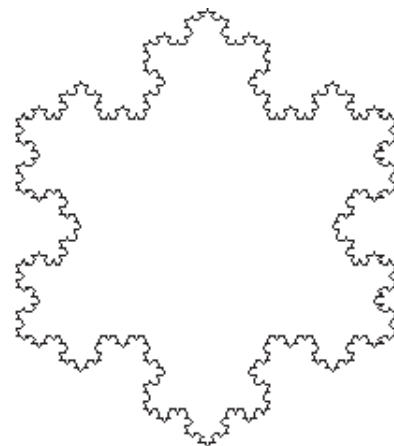


Figura 3. A Ilha de Koch.

As irregularidades ou fragmentação de algumas formas não podem ser alcançadas definindo-se dimensão como sendo um número de coordenadas. Por exemplo, a curva de Koch possui dimensão topológica 1, mas não pode ser considerada uma curva sob a perspectiva da geometria Euclidiana, pois o comprimento entre quaisquer dois pontos da curva é infinito. Nenhuma de suas partes é uma linha ou um plano. De certa forma, é

possível dizer que a curva de Koch é muito grande para ser unidimensional e ao mesmo tempo muito pequena para ser bidimensional (ZUBEN; ATTUX, 2009).

Sistemas de Lindenmayer

O formalismo por trás dos Sistemas-L (Sistemas de Lindenmayer) é baseado em *sistemas de produção* e em uma *gramática* específica. Um *sistema de produção*, também conhecido como *sistema baseado em regras*, emprega *implicações* como sua representação primária. Tipicamente seu elemento mais importante é um conjunto de *regras de produção* ou simplesmente *produções*.

A ideia básica de um Sistema-L está contida na natureza das linguagens formais. As formas geométricas (fractais) a serem estudadas são palavras em uma linguagem formal paralela. As gramáticas em Sistemas-L são similares às gramáticas formais apresentadas anteriormente, porém as produções são aplicadas simultaneamente (paralelamente) e não existe distinção entre símbolos terminais e não-terminais.

Em 1968, Lindenmayer estendeu o formalismo conceitual incluindo os colchetes $\{[,]\}$ no alfabeto dos Sistemas-L, criando os *bracketed L-systems*. A motivação foi a de descrever formalmente estruturas ramificadas observadas em plantas, algas, árvores etc (Figura 4) (ZUBEN; ATTUX, 2009).

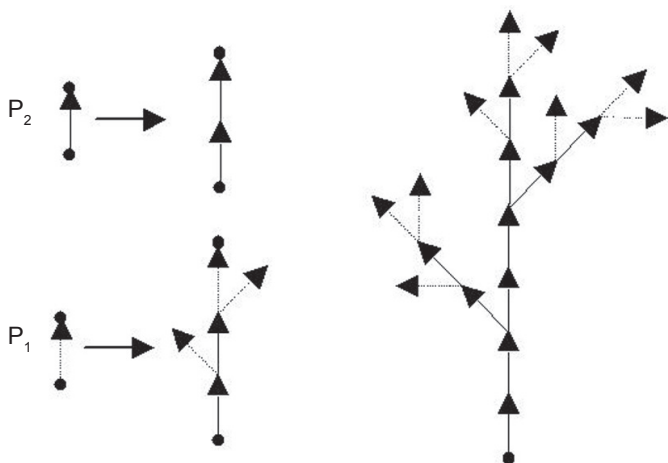


Figura 4. Representação de um bracketed L-Systems. p1 e p2 constituem o conjunto de regras.

Um simples procedimento que descreve o funcionamento de um Bracketed L-System é mostrado abaixo. A Figura 5 mostra dois exemplos de plantas geradas através de Sistemas-L e os parâmetros utilizados (ZUBEN; ATTUX, 2009).

```

procedimento [palavra]=DOL_tartaruga(max_it,ω,P,d,δ)
  palavra ← ω
  t ← 1
  enquanto t < max_it faça,
    palavra ← reescrever(palavra,P)
    t ← t+1
  fim enquanto
  tartaruga (mundo,d,δ);
fim procedimento
    
```

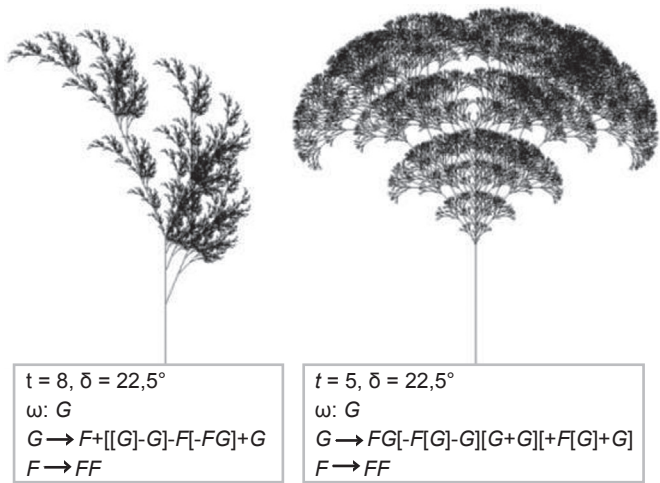


Figura 5. Exemplo de plantas geradas com L-Systems.

Funções iterativas

Os sistemas de funções ou mapas iterativos *Iterated Function Systems* (IFS) foram desenvolvidos por Hutchinson (1981), Barnsley e Demko (1985) como uma ferramenta para a geração de fractais por meio de um conjunto de transformações, também denominadas de mapeamentos contrativos de uma imagem sobre si própria. Os IFS consistem basicamente da aplicação recursiva de um conjunto de transformações afins a um conjunto de pontos iniciais (imagem). Após um determinado número de iterações, o conjunto final, definirá a configuração resultante (ZUBEN; ATTUX, 2009).

Fundamentos teóricos

Um *espaço X* é um conjunto, e os *pontos* do espaço são elementos do conjunto. Um espaço métrico (X,d) é um espaço X juntamente com uma função real $d: X \times X \rightarrow \mathfrak{R}$ que mede a distância entre pares de pontos $x, y \in X$. A função d , denominada de *métrica*, deve obedecer às seguintes propriedades

1. $d(x,y) = d(y,x) \forall x,y \in X$
2. $0 < d(x,y) < \infty \forall x,y \in X, x \neq y$
3. $d(x,x) = 0 \forall x \in X$
4. $d(x,y) \leq d(x,z) + d(z,y) \forall x,y,z \in X$.

Seja (X, d) um espaço métrico. Uma transformação sobre X é uma função $f: X \rightarrow X$ que especifica exatamente um ponto $f(x) \in X$ a cada ponto $x \in X$. Uma transformação $w: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ da forma $w(x_1, x_2) = (ax_1 + bx_2 + e, cx_1 + dx_2 + f)$, onde a, b, c, d, e, e, f são números reais é denominada de *transformação afim (bidimensional)*. Em notação matricial:

$$w(x) = w \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix} = Ax + t$$

Uma transformação $f: X \rightarrow X$ sobre um espaço métrico (X, d) é denominada *contrativa*, ou *mapeamento contrativo*, se existe uma constante $0 \leq s \leq 1$ tal que: $d(f(x), f(y)) \leq s \cdot d(x, y), \forall x, y \in X$, onde s é chamado de *fator de contratividade* para f (ZUBEN; ATTUX, 2009).

Uma propriedade importante de contrações é que, independentemente do ponto inicial, a aplicação iterativa do mapeamento contrativo resulta sempre na convergência para o mesmo ponto, denominado de *atrator*. Um *sistema de funções iterativas* consiste em um espaço métrico completo (X, d) juntamente com um conjunto finito de mapeamentos contrativos $w_n: X \rightarrow X$ (com os respectivos fatores de contratividade $s_n, n = 1, 2, \dots, N$).

Um exemplo pode ser dado pelo arbusto de Barnsley. Os mapeamentos necessários encontram-se na Tabela 1, enquanto o resultado obtido encontra-se na Figura 6. Na Figura 7 é possível comparar o resultado obtido com um exemplo de plantas naturais (ZUBEN; ATTUX, 2009).

Tabela 1. Geração do arbusto de Barnsley.

w	A	B	C	D	e	f	P
1	0	0	0	0.16	0	0	0.01
2	0.85	0.04	-0.04	0.85	0	1.6	0.85
3	0.2	-0.26	0.23	0.22	0	1.6	0.07
4	0.15	0.28	0.26	0.24	0	0.44	0.07

AMAP Modeling Language: AMAPmod e AMAPsim

A simulação do desenvolvimento arquitetural de uma planta também pode ser realizada utilizando-se da técnica de eixos de referência que tem sido implementada nos pacotes AMAPmod (VPlants), através da linguagem funcional AML (Amap Modeling Language), desenvolvida pelo grupo de “botA et bioinforM de l’ Ardes P” (AMAP) do Centre de Coopération Internationale em Recherche Agronomique pour Le Développement (CIRAD).

O AMAPmod é um código que representa, analisa e modela arquiteturas vegetais mensuradas experimentalmente. A aproximação desenvolvida no AMAPmod



Figura 6. O arbusto de Barnsley gerado pelos parâmetros da Tabela 1. Código gerado em GNU OCTAVE 3.2.3 e dados de saída (outputs) graficados pelo GNU PLOT 4.2.6.



Figura 7. Exemplo de plantas encontradas na natureza.

para caracterizar a dinâmica de plantas é baseada em uma descrição botânica hierárquica, de multi-escala e crescimento estocástico. As ferramentas e métodos para operar as bases de dados são disponibilizadas pela linguagem AML (Figura 8).

O AMAPmod permite padronizar a descrição e codificação topológica da estrutura vegetal, como folhas, entrenós, unidades de crescimento, ramificações etc. Também permite padronizar as estruturas geométricas como orientação 3-D dos ramos, comprimento e diâmetro das unidades de crescimento. A representação computacional das plantas é realizada através de Multi-scale Tree Graphs (MTG).

O AMAPmod também pode ser usado para explorar a organização das plantas por meio da seleção e visualização de diferentes tipos de dados como valores, sequências de valores, valores estruturados em árvores etc. (Figuras 9, 10).

O AMAPmod integra vários tipos de modelos como distribuições discretas, por exemplo, para modelar o nú-

A metodologia do AMAPmod

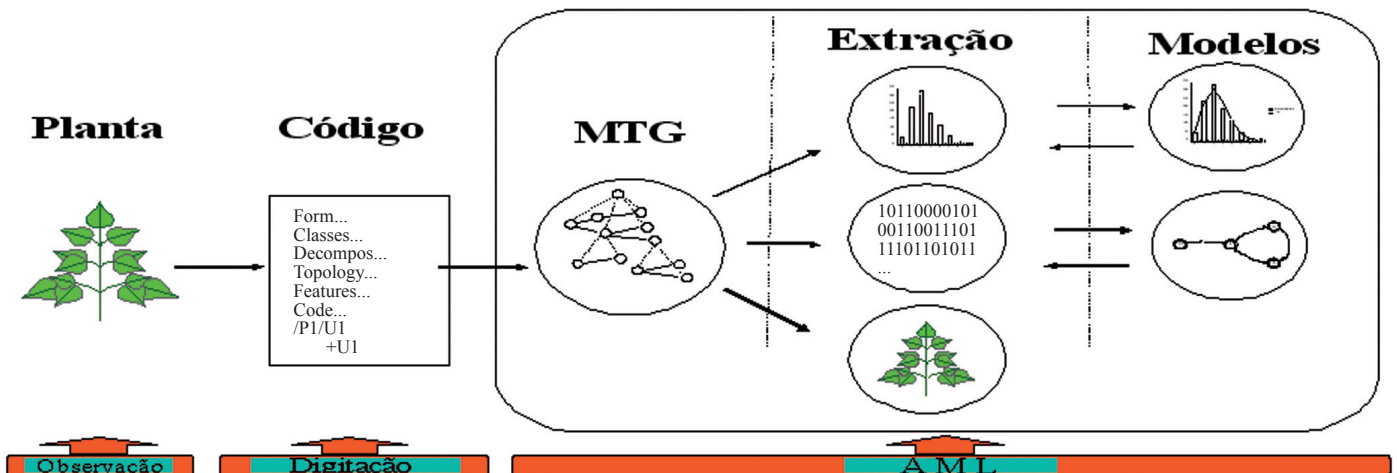


Figura 8. Software AMAPmod: da observação à modelagem de plantas (CIRAD).

Tipos de dados

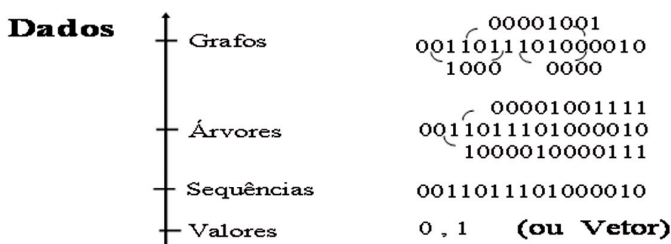


Figura 9. Formas de apresentação de dados.

Sequências

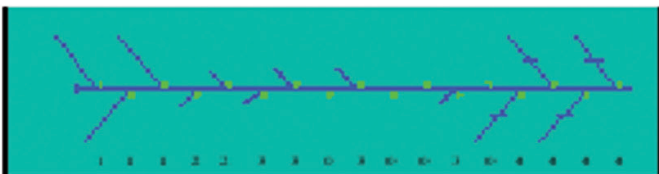


Figura 10. Produção axilar.

mero de entrenós por unidade de crescimento. Outras ferramentas importantes disponibilizadas no pacote são processos iterativos para, por exemplo, analisar sequências de eventos, tais como, surgimento de folhas ou, ainda, processos Markovianos para modelar sequências de ramificações ao longo do desenvolvimento temporal. (Figura 11).

O pacote modelar AMAPmod e o simulador AMAPsim permitem, através de processos estocásticos Markovianos, estimar as probabilidades de transição entre estados a partir de dados experimentais, diferentemente, da maioria dos métodos de simulação que não podem ser alimentados por dados de observação. Essa técnica permite estabelecer uma ponte entre as

observações empíricas da arquitetura da planta e as simulações morfogenéticas do AMAPsim, possibilitado ajustar e validar o modelo. Uma grande vantagem na utilização dos pacotes AMAPmod/AMAPsim consiste em explorar a variabilidade arquitetural de plantas através de variáveis endógenas e exógenas como genótipos e condições ambientais.

Os eixos de referência do AMAPsim podem ser considerados grafos que descrevem e relacionam os diferentes estados arquiteturais das unidades de crescimento (GU) dentro de uma mesma planta. Os grafos são associados às mudanças na "idade fisiológica" das unidades de crescimento. Para uma dada idade fisiológica, o AMAPsim possibilita associar modelos estocásticos e parâmetros. Os modelos e parâmetros podem ser identificados e estimados a partir da observação de campo utilizando-se o pacote AMAPmod ou, se para uma determinada idade fisiológica não existirem informações disponíveis, o AMAPsim interpola os dados para as quais os parâmetros são conhecidos.

As funcionalidades do AMAPsim são ilustradas nas Figuras 12 e 13. O AMAPsim pode ser usado para gerar plantas virtuais 3-D diretamente observadas em campo (Figura 13) ou interpolar para obter arquétipos de experimentos controlados (Figura 12). O AMAPsim também pode ser usado para estimar biomassa, simular processos de condução de água e radiatividade, além de representar e simular arquiteturas de sistemas radiculares (Figura 13) para avaliar a profundidade de penetração de raízes no solo.

Dessa forma, os métodos de análise geométrica baseada em medidas digitais tridimensionais, como os disponibilizados no AMAPmod, podem ser usados não

Tipos de dados e modelos

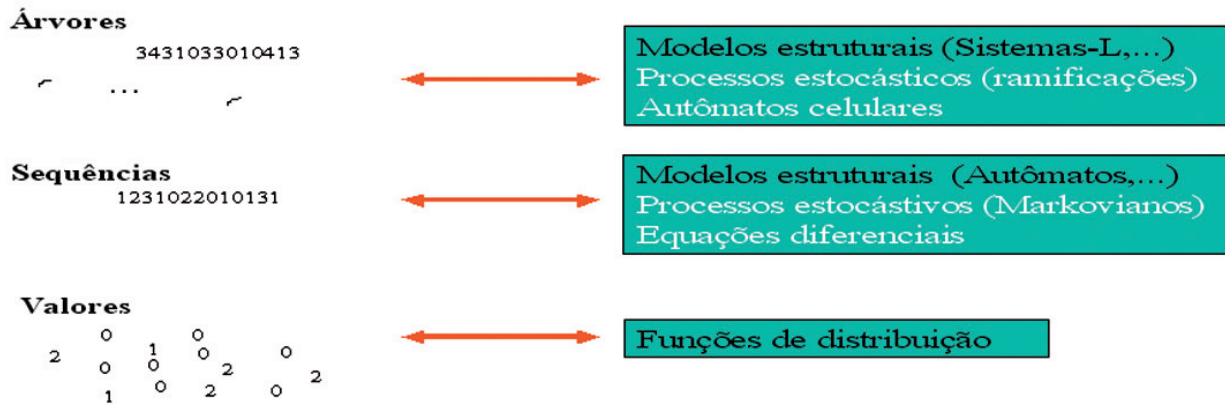


Figura 11. Apresentação dos dados e ferramentas matemáticas de análise do AMAPmod.

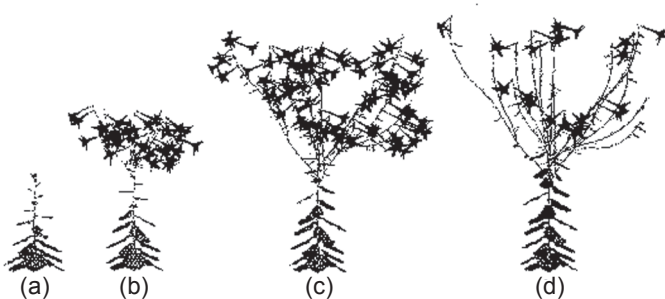


Figura 12. Visualização do resultado da simulação do Tabaco sob diferentes condições de luminosidade.

Fonte: Colloque... (1998).



Figura 13. A arquitetura do sistema radicular e acima do solo são independentemente modelados com o AMAPmod e simulados pelo AMAPsim.

Fonte: Colloque... (1998).

somente em análise topológica, mas, também, para derivar os atributos de microclima na geometria das plantas, na reconstrução de brotos anuais, em aplicações populacionais etc.

Considerações finais

Plantas virtuais não estão restritas somente à simulação de partes visíveis da planta. É possível incorporar qualquer processo mensurável ou hipotético que seja influenciado pela arquitetura da planta como, por exemplo, movimento de metabólitos, hormônios, patógenos ou pesticidas sistêmicos. Esses e outros processos podem ser simulados em relação à morfogênese e visualizados por cores ou símbolos. Simulações de processos externos também podem ser interligados ao sistema para representar a incidência de luz ou movimento de insetos sobre a superfície da planta. As simulações podem ainda ser restritas à dinâmica observada num ambiente com condições constantes ou podem incluir respostas geradas pelas condições ambientais.

Referências

- BARNESLEY, M. F.; DEMKO, S. Iterated function systems and the global construction of fractals. **Mathematical and Physical Sciences**, London, v. 399, n. 1817, p. 243-275, June, 1985. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences.
- CANTOR, G. Über eine Eigenschaft des Inbegriffes aller reellen algebraischen Zahlen. **Journal für die reine und angewandte Mathematik**, Berlin, v. 77, p. 258-262, 1874.
- CANTOR, G. Ein Beitrag zur Mannigfaltigkeitslehre. **Jurnal für die reine und angewandte Mathematik**, Berlin, v. 84, p. 242-58, 1878.
- CANTOR, G. Über eine elementare Frage der Mannigfaltigkeitslehre. **Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung**, Stuttgart, v. 1, p.75-78,1891.

COLLOQUE SUR LES RECHERCHES FRUITIÈRES, 11., 1998, Montpellier France, 1998. **Architecture et modélisation en arboriculture fruitière**. France: INRA, 1998. p. 45-55.

HUTCHINSON, J. Fractals and Self-Similarity. **Indiana Journal of Mathematics**, Allahabad, v. 30, 713-747, 1981.

KOCH, H. von. Une méthode géométrique élémentaire pour l'étude de certaines questions de la théorie des courbes planes. **Acta Mathematica**, Djursholm, v. 30, p.145-174, 1906.

KOCH, H. von. Sur une courbe continue sans tangente, obtenue par une construction géométrique élémentaire. **Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik**, Stockholm, v. 1, p. 681-702, 1904.

LINDENMAYER, A. Mathematical models for cellular interaction in development. **Journal of Theoretical Biology**, London, v. 18, p. 280-315, 1968.

MANDELBROT, B. B. **The fractal geometry of nature**, New York: W. H. Freeman, 1983, 495 p.

ZUBEN, F. J. Von; ATTUX, R. R. F. **Introdução à Computação Natural**. Disponível em: < ftp://ftp.dca.fee.unicamp.br/pub/docs/vonzuben/ia013_1s07/topico8_07.pdf >. Acesso em: 22 de nov 2009.

Literatura recomendada

BOUCHON, J.; de REFFYE, P.; BARTHÉLÉMY, D. (Ed.). **Modélisation et simulation de l'architecture des végétaux**. Paris, France: INRA, 1997. 435 p.

CARAGLIO, Y.; DABADIE, P. Le peuplier: quelques aspects de son architecture. In: SÉMINAIRE INTERNE, 1., Montpellier. "**Architecture, structure, mécanique de l'arbre**". Montpellier, 1989. p. 94-107. (FRA) 01/89.

CILAS, C.; GUÉDON, Y.; MONTAGNON, C.; DE REFFYE, P. Analyse du suivi de croissance d'un cultivar de caféier (*Coffea canephora* Pierre) en Côte d'Ivoire. In: COLLOQUE SUR LES RECHERCHES FRUITIÈRES, MONTPELLIER, 11., France, 1998. **Architecture et modélisation en arboriculture fruitière**, France: INRA, 1998. p. 45-55. 5-6/03/1998.

COSTES, E.; GUÉDON, Y. Modelling the sylleptic branching on one-year-old trunks of apple cultivars. **Journal of the American Society for Horticultural Science**, Alexandria v. 122, n. 1, p. 53-62, 1997.

COSTES, E.; SINOQUET, H.; GODIN, C.; KELNER, J. J. 3D digitizing based on tree topology: application to study the variability of apple quality within the canopy. **Acta Horticulturae**, Hague, Holanda, 1999.

DE REFFYE, P. Modèle Mathématique aléatoire et simulation de la croissance et de l'architecture du caféier Robusta. 3ème Partie. Etude de la ramification sylleptique des rameaux primaires et de la ramification proleptique des rameaux secondaires. **Café, Cacao**, Paris, v. 26, n. 2, p. 77-96, 1982.

DE REFFYE, P.; DINOUDARD, P.; BARTHÉLÉMY, D. Modélisation et simulation de l'architecture de l'Orme du Japon *Zelkova serrata* (Thunb.) Makino (Ulmaceae): la notion d'axe de référence. Montpellier. **Naturalia Monspeliensa**, Montpellier, p. 251-266, 1991. 2ème Colloque International sur l'Arbre, Montpellier. v. hors-série, (FRA) 9-14/09/90.

DE REFFYE, P.; EDELIN, C.; FRANÇON, J.; JAEGER, M.; PUECH, C. Plant models faithful to botanical structure and development. **Computer Graphics**, New York, v. 22, n. 4, p. 151-158, Aug. 1988. Proceedings of the 15th annual conference on Computer graphics and interactive techniques, 1988.

DE REFFYE, P.; HOULLIER, F.; BLAISE, F.; BARTHÉLÉMY, D.; DAUZAT, J.; AUCLAIR, D. A model simulating above- and below- ground tree architecture with agroforestry applications. **Agroforestry Systems**, Dordrecht, Holanda, v. 30, n. 1-2. p. 175-197, May, 1995.

DEMPSTER, A. P.; LAIRD, N. M.; RUBIN, D. B. Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm (with discussion). **Journal of the Royal Statistical Society**, London, v. 39, n. 1, p. 1-38, 1977. Series B (Methodological).

FERRARO, P.; GODIN, C. Un algorithme de comparaison d'arborescences non ordonnées appliqué à la comparaison de la structure topologique des plantes. In: SFC'98, RECUEIL DES ACTES, Montpellier. **Proceedings...** Montpellier: ENSAM, p. 77-81. 1998.

FERRARO, P.; GODIN, C. A distance measure between plant architectures. **Annales des Sciences Forestières**, Versailles, v. 56, 1999.

FISHER, J. B.; WEEKS, C. L. Tree architecture of *Neea* (Nyctaginaceae): geometry and simulation of branches and the presence of two different models. **Bulletin du Muséum National d'Histoire Naturelle**. Paris, v. 7, n. 4, p. 385-401, 1985. Section B. *Adansonia*, botanique.

FITTER, A. H. An architectural approach to the comparative ecology of plant root systems. **New Phytologist**. Cambridge, v. 106, n.1, p. 61-77. 1987. Suplemento.

FOURNIER, D.; GUÉDON, Y.; COSTES, E. A comparison of different fruiting shoots of peach trees. **Acta Horticulturae**, Hague, Holanda, n. 465, p. 557-565. 1998. International Peach Symposium, 4., 1998, Bordeaux, France.

FRIJTERS, D.; LINDENMAYER, A. Developmental descriptions of branching patterns with paraclial relationships. In: G. ROZENBERG, G.; LINDENMAYER, A. (Ed.) **Formal languages, automata and noordwijkerhout**. Netherlands: Blackwell Publishing, 1976. p. 57-73.

GODIN, C.; BELLOUTI, S.; COSTES, E. Restitution virtuelle de plantes réelles: un nouvel outil pour l'aide à l'analyse de données botaniques et agronomiques. In: JOURNÉES INTERNATIONALES INFORMATIQUES, 5., 1996, Montpellier. **L'interface des mondes réels et virtuels: proceedings**. 1996. p. 369-378.

GODIN, C.; CARAGLIO, Y. A multiscale model of plant topological structures. **Journal of Theoretical Biology**, 191: 1-46. 1998.

- GODIN, C.; COSTES, E. How to get representations of real plants in computers for exploring their botanical organisation. *ISHS. Acta Horticulturae*, Hague, Holanda, v. 416, p. 45-52, 1996. International Symposium on Modelling in Fruit Trees and Orchard Management, Avignon (FRA) 1995.
- GODIN, C.; COSTES, E.; CARAGLIO, Y. Exploring plant topology structure with the AMAPmod software : an outline. *Silva Fennica*, v. 31, n. 3, p. 355-366, 1997.
- GODIN, C.; COSTES, E.; SINOQUET, H. A method for describing plant architecture which integrates topology and geometry. *Annals of Botany*, v. 84, n. 3, p. 343-357, 1999.
- GODIN, C.; GUÉDON, Y.; COSTES, E. Exploration of plant architecture databases with the AMAPmod software illustrated on an apple-tree bybird family. *Agronomie*, v. 19, n. 3/4, p. 163-184, 1999.
- GODIN, C.; GUÉDON, Y.; COSTES, E.; CARAGLIO, Y. Measuring and analyzing plants with the AMAPmod software. In: MICHALEWICZ, M. T. (Ed.). **Plants to ecosystems - Advances in Computational Life Sciences**. Colingwood: CSIRO, p. 53-84, 1997.
- GUÉDON, Y. **Analyzing nonstationary discrete sequences using hidden semi-markov chains**. Montpellier: CIRAD, p. 41. 1998.
- GUÉDON, Y. Hidden semi-markov chains: a new tool for analyzing nonstationary discrete sequences. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON SEMI-MARKOV MODELS, 1998, Compiègne. **Theory and applications**. Compiègne: Université de Technologie de Compiègne, p. 1-7. 1998. Edited J. Janssen, N. Limnios
- GUÉDON, Y.; BARTHÉLÉMY, D.; CARAGLIO, Y. Analyzing spatial structures in forests tree architectures. In: AMARO, A.; TOMÉ, M. **Empirical and process-based models for forest tree and stand growth simulation**. Oeiras: Salamandra 1999. p. 23-42.
- GUÉDON, Y.; COSTES, E. A statistical approach for analyzing sequences in fruit tree architecture. *Acta Horticulturae*, Hague, Holanda, p. 271-280, 1999.
- HALLÉ, F.; OLDEMAN, R. A. A. Essai sur l'architecture et la dynamique de croissance des arbres tropicaux. **Monographie de Botanique et de Biologie Végétale**, Masson, Paris, v. 6. 176 p.
- HALLÉ, F.; OLDEMAN, R. A. A.; TOMLINSON, P. B. **Tropical trees and forests: an architectural analysis**. New-York: Springer-Verlag, 1978.
- HANAN, J.; ROOM, P. Practical aspects of plant research. In: MICHALEWICZ, M. T. (Ed.). **Plants to ecosystems - advances in computational life sciences**. Colingwood: CISRO, 1997. p. 28-43.
- HARPER, J. L.; ROSEN, B. R.; WHITE, J. **The growth and form of modular organisms**. The Royal Society, London, 1986.
- HONDA, H. Description of the form of trees by the parameters of the tree-like body : Effects of the branching angle and the branch length on the shape of the tree-like body. *Journal of Theoretical Biology*, London, v. 31, p. 331-338. 1971.
- HONDA, H.; TOMMLINSON, P.; FISHER, J. B. Two geometrical models of branching of tropical trees. *Annals of Botany*, London, v. 49: 1-12, 1982.
- JACKSON, J. E.; PALMER, J. W. Light distribution in discontinuous canopies: calculation of leaf areas and canopy volumes above defined irradiance contours for use in productivity modelling. *Annals of Botany*, London, v. 47: 561-565, 1981.
- JAEGER, M.; DE REFFYE, P. Basic concepts of computer simulation of plant growth. In: The 1990 Mahabaleshwar Seminar on Modern Biology, Mahabaleshwar (IND). *Journal of Biosciences*, Bangalore, v. 17, p. 275-291, 1992.
- MITCHELL, K. J. Dynamics and simulated yield of Douglas-fir. *Forest Science*, Lawrence, v. 21, n. 4, p. 1-39, 1975.
- PRUSINKIEWICZ, P.; LINDENMAYER, A. **The algorithmic beauty of plants**. Springer Verlag, 1990.
- PRUSINKIEWICZ, P. W.; REMPHREY, W. R.; DAVIDSON, C. G.; HAMMEL, M. S. Modeling the architecture of expanding *Fraxinus pennsylvanica* shoots using L-systems. *Canadian Journal of Botany*, Ottawa, v. 72, p. 701-714, 1994.
- RAPIDEL, B. **Etude expérimentale et simulation des transferts hydriques dans les plantes individuelles**. Application au caféier (*Coffea arabica* L.). Thèse (Doctorat) - Université des Sciences et Techniques du Languedoc, Montpellier, France, 1995. 246 f.
- REMPHREY, W. R.; NEAL, B. R.; STEEVES, T. A. The morphology and growth of *Arctostaphylos uva-ursi* (bearberry): an architectural model simulated colonizing growth. *Canadian Journal of Botany*, Ottawa, v. 61: 2451-2458, 1983.
- ROOM, P.; HANAN, J. Virtual plants: new perspectives for ecologists, pathologists and agricultural scientists. *Trends in Plant Science Update*, Oxford, v. 1, n. 1, p. 33-38, 1996.
- ROSS, J. K. **The radiation regim and the architecture of plant stands**. Netherlands; Hague: Junk W, 1981.
- SABATIER, S.; DUCOUSSO, I.; GUÉDON, Y.; BARTHÉLÉMY, D.; GERMAIN, E. Structure de scions d'un an de Noyer commun, *Juglans regia* L., variété Lara greffés sur trois porte-greffe (*Juglans nigra*, *J. regia*, *J. nigra* x *J. regia*). In: COLLOQUE SUR LES RECHERCHES FRUITIÈRES, 11., 1998, Montpellier, **Architecture et modélisation en arboriculture fruitière**. Montpellier: INRA, 1998. p. 75-84.
- SINOQUET, H.; ADAM, B.; RIVET, P.; GODIN, C. Interactions between light and plant architecture in an agroforestry walnut tree. *Agroforestry Forum*, v. 8, n. 2, p. 37-40. 1998.
- SINOQUET, H.; GODIN, C.; COSTES, E. Mesure de l'architecture par digitalisation 3D. In: NUMÉRISATION 3D, Design et digitalisation, Création industrielle et artistique, **Actes du Congrès**, Paris, 1998.
- SINOQUET, H.; RIVET, P.; GODIN, C. Assessment of the three-dimensional architecture of walnut trees using digitising. *Silva Fennica*, Helsinki, v. 31, n. 3, p. 265-273, 1997.

SINOQUET, H.; THANISAWANYANGKURA, S.; MABROUK, H.; KASEMSAP, P. Characterisation of the light environment in canopies using 3D digitising and image processing. **Annals of Botany**, London, v. 82, p. 203-212, 1998.

ZHANG, K. A new editing based distance between unordered labeled trees. In: ANNUAL SYMPOSIUM ON COMBINATORIAL PATTERN MATCHING, 4., 1993, Padova. **Proceedings...** Itálie: Springer LNCS, 1993.

**Comunicado
Técnico, 99**



Embrapa Informática Agropecuária
Endereço: Caixa Postal 6041 - Barão Geraldo
13083-886 - Campinas, SP
Fone: (19) 3211-5700
Fax: (19) 3211-5754
<http://www.cnptia.embrapa.br>
e-mail: sac@cnptia.embrapa.com.br

Ministério da
Agricultura, Pecuária
e Abastecimento

Governo
Federal

1ª edição on-line - 2009

Todos os direitos reservados.

**Comitê de
Publicações**

Presidente: Sílvia Maria Fonseca Silveira Massruhá

Membros: Poliana Fernanda Giachetto, Roberto Hiroshi Higa, Stanley Robson de Medeiros Oliveira, Marcia Izabel Fugisawa Souza, Neide Makiko Furukawa, Adriana Farah Gonzalez, Suzilei Almeida Carneiro (secretária)

Suplentes: Alexandre de Castro, Fernando Attique Máximo, Maria Goretti Gurgel Praxedes, Paula Regina Kuser Falcão

Expediente

Supervisão editorial: Neide Makiko Furukawa, Suzilei Almeida Carneiro

Normalização bibliográfica: Maria Goretti Gurgel Praxedes

Revisão de texto: Nadir Rodrigues Pereira

Editoração eletrônica: Neide Makiko Furukawa