

Campinas, SP  
Dezembro, 2009

## Autores

### Alexandre de Castro

Mestre em Física,  
Doutorando em Ciências  
pela Universidade Federal  
de São Paulo (UNIFESP);  
Pesquisador da Embrapa  
Informática Agropecuária  
[acastro@cnptia.embrapa.br](mailto:acastro@cnptia.embrapa.br)  
+55 (19) 3211-5700

### Anderson Luis Ruhoff

Mestre em Geomática,  
Doutorando em  
Recursos Hídricos e  
Saneamento Ambiental  
pela Universidade Federal  
do Rio Grande do Sul  
(UFRGS), Professor  
Assistente da Universidade  
Federal do Rio Grande  
(FURG)  
[anderson.ruhoff@ufrgs.br](mailto:anderson.ruhoff@ufrgs.br)  
+55 (53) 3233-8698

# Estudo de regionalização de vazões médias na região do Médio Uruguai

## Introdução

No Brasil ainda existem regiões onde os dados hidrológicos básicos são reduzidos ou inexistentes, devido aos elevados custos de implantação, operação e manutenção de uma rede hidrométrica, principalmente em grandes bacias. Além disso, muitos postos hidrológicos com poucos anos de dados não retratam necessariamente uma amostra representativa.

A necessidade de se estimar a médio e longo prazo as vazões máximas, médias e mínimas, em áreas com carência de dados hidrológicos é de extrema importância para a previsão de cheias, planejamento hídrico para a agricultura, dimensionamento do volume de reservatórios, dimensionamento de obras hidráulicas para irrigação etc. Uma das técnicas comumente utilizadas para tratamento da informação em recursos hídricos é a regionalização hidrológica ou regionalização de vazões.

Como um método estatístico da Hidrologia, a regionalização objetiva, principalmente, estimar o escoamento superficial médio na rede de drenagem de uma bacia hidrográfica. A regionalização é realizada a partir das séries históricas de vazão por meio de uma função de regressão relacionando a vazão com uma ou mais variáveis independentes, tais como a área de contribuição ou precipitação na bacia.

Neste artigo a regionalização de vazões é aplicada para estimar as vazões médias de longo período para a Região do Médio Uruguai, tendo como variáveis independentes a área da bacia (A), o número de confluências de drenagem (D) e o comprimento do rio principal (L).

## Material e Métodos

A Região Hidrográfica do Médio Uruguai localiza-se no norte do Estado do Rio Grande do Sul. O clima da Região Hidrográfica do Médio Uruguai é temperado e apresenta uma distribuição regular intra-anual de chuvas, porém com alguma elevação no período de maio a setembro, que coincide com o inverno. A precipitação média anual é de 1.784 mm, com temperatura média anual variando entre 16 e 20°C, e evapotranspiração média anual de 1.041 mm. A disponibilidade hídrica natural da bacia hidrográfica da Região Hidrográfica do Médio Uruguai é muito influenciada por importantes variações espaciais e temporais de alguns dos parâmetros climáticos, como o regime pluviométrico, o que se reflete nas atividades desenvolvidas, principalmente na agricultura.

A região também apresenta um regime de precipitações marcado por uma distribuição regular de chuvas ao longo do ano, com totais mensais superiores a 60 mm, sem ocorrência de grandes extremos: máximos ou mínimos. A análise do regime de chuvas não permite caracterizar um período de estiagem característico, já que os valores médios mensais de precipitação são muito próximos entre si. O que pode ser constatado é um acentuado déficit de umidade nos meses de verão, já que os valores de evapotranspiração superam os de precipitação.



**Tabela 1.** Dados de área, comprimento do rio principal, número de confluências e vazão média para a Região Hidrográfica do Médio Uruguai, no Estado do Rio Grande do Sul. Fonte: Instituto de Pesquisas Hidráulicas (UFRGS).

Estação	Área da Bacia (km <sup>2</sup> )	Comprimento do rio principal (km)	Nº de confluências	Vazão média (m <sup>3</sup> /s)
43	62.199,00	800,00	1.850,00	1.295,18
44	442,00	42,50	11,00	9,97
45	5.298,00	343,50	222,00	132,86
46	328,00	68,50	3,00	7,02
47	902,00	78,50	25,00	31,33
48	604,00	62,50	19,00	17,03
49	2.008,00	158,50	53,00	55,69
50	536,00	195,00	15,00	11,98
51	1.545,00	292,50	44,00	37,07
52	2.201,00	151,50	113,00	49,42
53	1.113,00	116,00	56,00	25,06
54	355,00	40,00	16,00	7,62
55	822,00	106,00	64,00	19,99
56	1.240,00	154,50	100,00	34,92
57	1.951,00	93,00	113,00	46,06
58	593,00	66,50	79,00	14,31
59	609,00	68,00	158,00	19,17
60	784,00	75,00	172,00	22,92
61	5.050,00	233,00	453,00	119,20
62	867,00	57,50	206,00	24,33
63	2.005,00	158,00	348,00	54,13
64	9.030,00	358,50	973,00	228,03
65	915,00	60,00	83,00	23,50
66	3.174,00	162,50	270,00	80,98
67	5.146,00	286,50	417,00	108,64
68	3.724,00	165,00	324,00	49,43
69	2.765,00	105,50	300,00	55,05
70	3.323,00	134,20	375,00	65,55
71	12.210,00	192,50	681,00	208,08
72	2.339,00	158,00	225,00	49,64
73	921,00	58,00	83,00	26,37
74	4.574,00	208,50	472,00	104,47
75	27.260,00	256,50	2.287,00	481,87
76	379,60	28,00	54,00	10,15
77	28.820,00	293,50	2.570,00	541,07
78	2.451,00	125,00	272,00	56,83
79	3.089,00	147,50	108,00	82,31
80	1.426,00	94,00	90,00	31,11
81	5.776,00	182,50	245,00	116,85
82	35.935,00	493,50	2.760,00	806,90

nação de alguns critérios para se construir um modelo representativo da região estudada, ou seja:

1) estabelecimento da relação empírica entre valores da função e características conhecidas do sistema hidrológico; e,

2) estabelecimento de uma função com base nos valores do item anterior ou de relações adimensionais.

Geralmente, as principais variáveis explicativas das características físicas utilizadas na regionalização são:

- 1) área de drenagem,
- 2) comprimento do rio principal,
- 3) declividade média do rio principal,
- 4) densidade de drenagem,
- 5) precipitação, entre outras.

A área da bacia corresponde à área drenada pelo rio principal e por todos seus afluentes. Considerando que, para cada bacia existe um rio principal, o comprimento deste é definido como o curso d'água que drena a maior área no interior da bacia. A densidade de drenagem corresponde a um indicador do relevo superficial e das características geológicas da bacia. A densidade de drenagem é dada pela razão entre o somatório do comprimento de todos os segmentos de drenagem e a área da bacia. Em função da morosidade de medição, utiliza-se o número de confluências como determinante da densidade de drenagem.

## Metodologia e eficiência do modelo

Como não são conhecidas as variáveis independentes que melhor explicam a variável dependente, torna-se necessário procurar a melhor combinação possível de variáveis independentes que melhor representem a distribuição dos valores da variável dependente. Para buscar o modelo mais eficiente que permita estimar com pequeno erro as vazões da região estudada, e que inclua o menor número possível de variáveis independentes, são utilizadas as técnicas estatísticas da análise de regressão e da análise de variância.

## Análise de regressão

A função matemática que relaciona a variável dependente  $y$  com as variáveis independentes  $x_i$ , sendo  $i$  equivalente a 1, 2, 3, ...,  $n$  pode ser linear, conforme a equação (1).

$$y = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n + b \quad (1)$$

Quando  $n=1$  a equação é linear simples, pois apresenta somente uma variável independente. Quando  $n>1$ , a regressão torna-se linear múltipla (HINES et al., 2006).

Para funções matemáticas não-lineares, procura-se transformar esta equação em uma expressão linear. Uma das funções usadas normalmente em hidrologia segue a equação (2).

$$y = Cx_1^{a_1} * x_2^{a_2} * \dots * x_n^{a_n} \quad (2)$$

onde  $C$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ , ...,  $a_n$  são parâmetros. Transformando a equação em uma equação logarítmica, obtém-se a equação (3).

$$\ln y = \ln C + a_1 * \ln x_1 + a_2 * \ln x_2 + \dots + a_n * \ln x_n \quad (3)$$

Esta equação é semelhante à equação (1), na qual os termos em logaritmo são transformados conforme a equação (4).

$$z = a_1 * w_1 + a_2 * w_2 + \dots + a_n * w_n + b \quad (4)$$

em que  $z = \ln y$  e  $w_i = \ln x_i$ .

Para se verificar a adequação do ajuste da função matemática aos dados observados, existe uma série de avaliações objetivas que podem ser utilizadas. Dentre estas avaliações as mais adotadas são o coeficiente linear de correlação e o desvio-padrão dos erros de ajustamento, também conhecido como erro padrão de estimativa.

Considerando uma equação de regressão original não-linear para estimar vazões  $Q$ , o erro padrão calculado para a expressão linearizada pelo operador logaritmo refere-se ao logaritmo da variável dependente, havendo a necessidade de se estabelecer uma expressão para o intervalo de variação da estimativa da vazão e não para seu logaritmo. Para tanto se utiliza o erro padrão fatorial (TUCCI, 2002), dado pela equação (5).

$$\sigma_f = e^s \quad (5)$$

onde  $s$  corresponde ao erro padrão dos logarítmicos de  $y$  (erro padrão do logaritmos da vazão  $Q$ ). O erro padrão fatorial é multiplicativo e o intervalo de um desvio padrão encontra-se entre  $\frac{Q}{\sigma_f}$  e  $Q \sigma_f$ .

O coeficiente linear de correlação ao quadrado ( $R^2$ ), ou seja, coeficiente de determinação múltipla representa a proporção com que a variação dos valores da variável independente em torno da média é explicada por uma função linear. Sua faixa de variância é entre 0 e 1, sendo que uma função linear é mais adequada, quanto mais próximo de 1 for o  $R^2$ . O coeficiente de determinação não-tendencioso é dado pela equação (6).

$$R^2 = 1 - \frac{s^2}{s_y^2} \quad (6)$$

Para  $R^2$ , no entanto, tem-se um aumento deste coeficiente na medida em que se acrescentam mais variáveis independentes. O maior valor para  $R^2$  é obtido através da inserção de todas as variáveis na equação, mas o melhor modelo não se utiliza necessariamente de todas as variáveis. Em função dessa falha, utiliza-se o coeficiente de determinação ajustado  $R^2$ , dado pela equação (7).

$$R^2 \text{ ajustado} = 1 - \frac{(n-1)}{[n-(k+1)]} (1 - R^2) \quad (7)$$

onde  $n$  corresponde ao tamanho amostral e  $k$  corresponde ao número de variáveis independentes.

## Análise de Variância ANOVA

A análise de variância ANOVA é um método de se testar a igualdade de três ou mais médias populacionais, através da análise das variâncias amostrais. Dessa forma, torna-se possível avaliar a correlação entre cada variável independente e as possíveis combinações das demais variáveis independentes. O resultado apresentado conterá os maiores coeficientes de correlação encontrados para cada variável e a combinação das demais variáveis independentes que gerou tal correlação. Esta opção efetua todas as possíveis combinações entre as variáveis independentes e efetua a regressão entre estas combinações e uma variável independente específica e, por isto, pode reduzir a performance de execução (HIRSCH et al., 1993).

A tabela ANOVA contém a análise da variância, os graus de liberdade  $gl$ , a soma quadrática, a variância quadrática média, o teste F de Fischer e a probabilidade  $p$  de significância para  $F$  ou para a equação de regressão múltipla linear como um todo.

O teste de significância da análise de regressão pode ser obtido pela estatística  $F$ , de acordo com a equação (8).

$$F = \frac{s_y^2}{s^2} \quad (8)$$

onde  $s$  corresponde ao erro padrão dos logaritmos de  $y$ .

O teste segue uma distribuição  $F$  com  $p$  e  $n-p-1$  graus de liberdade, desde que os coeficientes das  $p$  variáveis sejam iguais a zero. Esses termos são determinados como os termos da equação (7), sendo, portanto, transformada para a equação (9).

$$F = \frac{(n-p-1) R^2}{p (1+R^2)} \quad (9)$$

Quando o valor calculado de  $F$  é maior que o  $F$  da distribuição de Fischer, para um nível de significância de 100  $(1 - \alpha)$ , a hipótese de que os coeficientes da equação de regressão são nulos pode ser rejeitada e a regressão é aceita a esse nível de significância.

## Resultados e Discussão

Com a correlação das vazões médias de longo período da área de estudo e suas características físicas e climáticas, foram definidas as equações de regressão.

Como características físicas das bacias foram escolhidas aquelas mais representativas da distribuição da vazão média e as mais facilmente mensuráveis.

Como a análise de regressão procura inferir a relação matemática entre uma variável dependente  $y$  e uma ou mais variáveis independentes  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , a equação de regressão para a vazão pode ser definida conforme a equação (10), utilizando-se as variáveis descritas anteriormente.

$$Q = f(A, D, L) \quad (10)$$

A função mais utilizada na literatura para a regressão da vazão é do tipo não-linear, expressa conforme a equação (11).

$$Q = a * A^b * D^f * L^d \quad (11)$$

onde  $a, b, d$  e  $f$  são parâmetros constantes (TUCCI, 2004).

A equação (11) pode ser transformada numa equação linear aplicando-se o operador logaritmo, conforme a equação (13).

$$\ln Q = \ln a + b \ln A + f \ln D + d \ln L \quad (12)$$

Neste trabalho foram examinadas todas as combinações possíveis de regressão múltipla, mantendo-se a área como a variável constante em todas as regressões. Dessa forma, quatro combinações são possíveis.

A partir da combinação das variáveis independentes (A, AD, AL e ADL), com base nas estatísticas do  $R^2$  ajustado e do teste  $\sigma_f$  definiu-se a equação de regressão para a regionalização das vazões médias de longo período.

A Tabela 2 apresenta as estatísticas de regressão da variável independente Área (A). A Tabela 3 apresenta as estatísticas de regressão das variáveis independentes área (A) e número de confluências (D). A Tabela 4 apresenta as estatísticas de regressão das variáveis independentes área (A) e comprimento do rio principal (L). A Tabela 5 apresenta as estatísticas de regressão das variáveis independentes área (A), número de confluências (D) e comprimento do rio principal (L).

A hipótese nula é rejeitada se o Valor P for muito pequeno, tal que menor que 0,05 (nível de significância) (TRIOLA, 2005). A partir da análise do Valor P para as quatro combinações de variáveis independentes, para um nível de significância  $\alpha = 0,05$ , desconsideraram-se as variáveis independentes comprimento do rio principal (L) e número de confluências (D), uma vez que

**Tabela 2.** Estatísticas de regressão para a variável independente A, com intervalo de 95% de confiança.

	Coeficientes	Erro padrão	Stat t	Valor P
Interseção	-3,26112238	0,1516359	-21,506258	7,117E-23
A	0,93595842	0,0194086	48,223745	1,073E-35

**Tabela 3.** Estatísticas de regressão para as variáveis independentes área (A) e número de confluências (D), com intervalo de 95% de confiança.

	Coeficientes	Erro padrão	Stat t	Valor P
Interseção	-3,15370195	0,18521298	-17,0274349	4,3034E-19
D	0,036676873	0,0363301	1,009545018	0,31927011
A	0,898143497	0,04218487	21,29065644	2,3408E-22

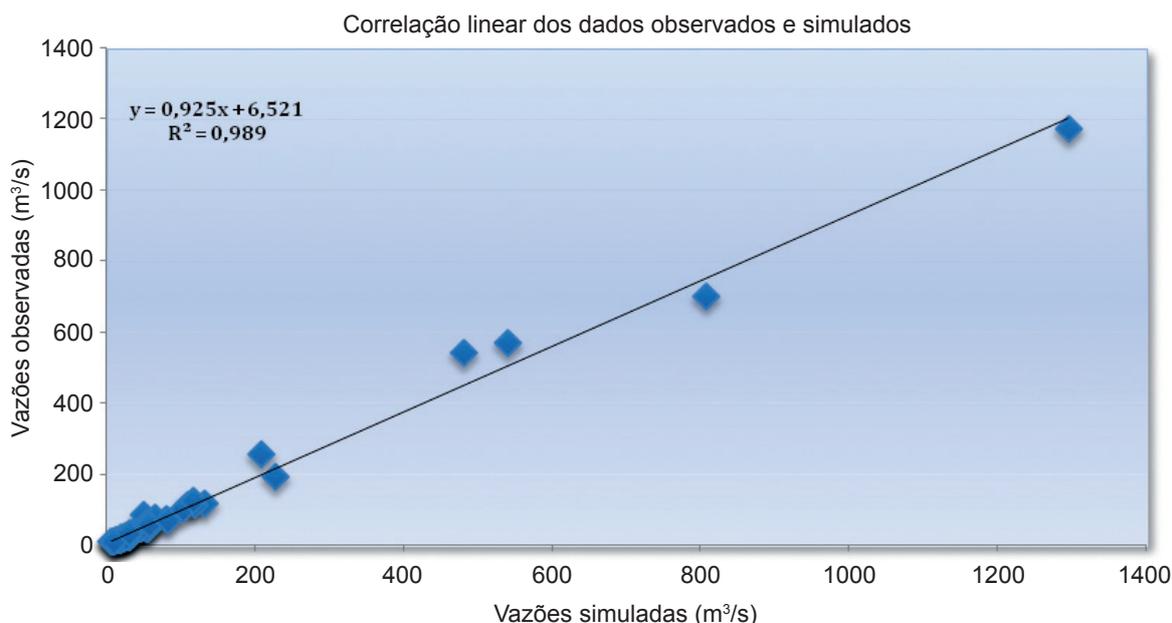
**Tabela 4.** Estatísticas de regressão para as variáveis independentes área (A) e comprimento do rio principal (D), com intervalo de 95% de confiança.

	Coeficientes	Erro padrão	Stat t	Valor P
Interseção	-3,31615672	0,175731	-18,87068	1,408E-20
A	0,915183661	0,038136	23,9977249	3,7399E-24
L	0,044017256	0,069361	0,63461008	0,5295875

**Tabela 5.** Estatísticas de regressão para as variáveis independentes área (A), número de confluências (D), e comprimento do rio principal (L), com intervalo de 95% de confiança.

	Coeficientes	Erro padrão	Stat t	Valor P
Interseção	-3,2092392	0,1926559	-16,657882	1,6878E-18
A	0,8488918	0,06356109	13,355527	1,6252E-15
L	0,0754324	0,07287257	1,0351278	0,30751284
D	0,049916	0,0384826	1,2971051	0,20284674

**Figura 2.** Vazões simuladas e observadas na Região Hidrográfica do Médio Uruguai.



**Figura 3.** Gráfico de correlação linear de vazões simuladas e observadas na Região Hidrográfica do Médio Uruguai.

estas não apresentam significância (valores  $P$  maiores que 0,05). Rejeita-se a hipótese nula e aceita-se a regressão apenas para a variável independente área (A), em função de sua elevada significância, correspondente a  $1,07 \cdot 10^{-35}$ .

A partir do coeficiente de interseção e do coeficiente A, estabeleceu-se a equação de regressão (13).

$$Q = 0,0383 \cdot A^{0,9359} \quad (13)$$

A Figura 2 apresenta a distribuição dos valores das vazões observadas e simuladas pela regionalização de vazões (equação 13). Observa-se que o modelo apresentou um ótimo ajuste para os valores calculados.

De posse dos valores de vazão calculados pelo modelo, plotam-se os dados simulados e observados em um gráfico da Figura 3, que mostra o  $R^2$  do ajuste feito entre os valores de vazões observados com os calculados de aproximadamente 99% de acerto do modelo.

A partir das Figuras 2 e 3, considera-se satisfatória a estimativa e a simulação das vazões da Região Hidrográfica do Médio Uruguai, a partir da variável independente área (A), uma vez que os dados simulados e observados apresentam uma forte correlação linear.

## Conclusão

1. Para a regionalização de vazões médias de longo período para a região do Médio Uruguai, foram

utilizados os dados de vazão média, área da bacia, número de confluências e comprimento do rio principal. De posse das combinações, através de análise de regressão, foram obtidos os coeficientes das variáveis independentes que melhor se ajustaram à simulação da vazão média.

2. A estatística de regressão mostrou que, para o nível de confiança de 95%, a coluna de Valor P foi determinante na escolha dos coeficientes que melhor se ajustaram à regressão, uma vez que a hipótese nula foi rejeitada para a variável independente área (A), enquanto para as outras variáveis independentes, como número de confluências (D) e comprimento do rio principal (L), em nível de significância
3. As análises de variância e de regressão mostraram que os ajustes para as combinações  $Q=ADL$ ,  $Q=AD$  e  $Q=AL$  não foram significativos para 95% de probabilidade. Para o ajuste da equação de regressão baseado em  $Q=AP$ , obteve-se um coeficiente  $R^2$  com 99% de acerto para este modelo.

## Referências

HINES, W. W.; MONTGOMERY, D. C.; GOLDSMAN, D. M.; BORROR, C. M. **Probabilidade e estatística na engenharia**. Rio de Janeiro: LTC, 2006. 592 p.

IRSCH, R. M.; HELSEL, D. R.; COHN, T. A.; GILROY, E. J. Statistical analysis of hydrologic data. In: MAIDMENT, D. R. **Handbook of hydrology**. New York: McGraw-Hill, 1993.

RIO GRANDE DO SUL. Secretaria Estadual do Meio Ambiente.

**Sistema Estadual de Recursos Hídricos.** Porto Alegre, 2006.  
Disponível em: <<http://www.sema.rs.gov.br>>. Acesso em: 25 Jul. 2009.

TRIOLA, M. F. **Introdução a estatística.** 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2005. 656 p.

TUCCI, C. E. M. **Hidrologia:** ciência e aplicação. Porto Alegre: Ed. UFRGS, 2004. 944 p.

TUCCI, C. E. M. **Regionalização de vazões.** Porto Alegre: Ed. UFRGS, 2002. 250 p.

**Circular  
Técnica, 04**



Ministério da  
Agricultura, Pecuária  
e Abastecimento

Governo  
Federal

**Embrapa Informática Agropecuária**  
Endereço: Caixa Postal 6041 - Barão Geraldo  
13083-886 - Campinas, SP  
Fone: (19) 3211-5700  
Fax: (19) 3211-5754  
<http://www.cnptia.embrapa.br>  
e-mail: [sac@cnptia.embrapa.com.br](mailto:sac@cnptia.embrapa.com.br)

1ª edição on-line - 2009

Todos os direitos reservados.

**Comitê de  
Publicações**

**Presidente:** Sílvia Maria Fonseca Silveira Massruhá

**Membros:** Poliana Fernanda Giachetto, Roberto Hiroshi Higa, Stanley Robson de Medeiros Oliveira, Marcia Izabel Fugisawa Souza, Neide Makiko Furukawa, Adriana Farah Gonzalez, Suzilei Almeida Carneiro (secretária)

**Suplentes:** Alexandre de Castro, Fernando Attique Máximo, Maria Goretti Gurgel Praxedes, Paula Regina Kuser Falcão

**Expediente**

**Supervisão editorial:** Neide Makiko Furukawa, Suzilei Almeida Carneiro

**Normalização bibliográfica:** Maria Goretti Gurgel Praxedes

**Revisão de texto:** Nadir Rodrigues Pereira

**Editoração eletrônica:** Neide Makiko Furukawa