Revista Latinoamericana de Etnomatemática

E-ISSN: 2011-5474

revista@etnomatematica.org

Red Latinoamericana de Etnomatemática

Colombia

Sousa, Filipe; Palhares, Pedro; Oliveras, María Luisa

Raciocínio proporcional e resolução de problemas em contextos piscatórios portugueses

Revista Latinoamericana de Etnomatemática, vol. 8, núm. 2, junio-septiembre, 2015, pp. 76-104

Red Latinoamericana de Etnomatemática

San Juan de Pasto, Colombia

Sousa, F., Palhares, P., & Oliveras, M. L. (2015). Raciocínio proporcional e resolução de problemas em contextos piscatórios portugueses. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(2), 76-104.

Artículo recibido el 28 de noviembre 2014; Aceptado para publicación el 20 de abril de 2015

Raciocínio proporcional e resolução de problemas em contextos piscatórios portugueses

Proportional reasoning and problem solving in portuguese fishing contexts

Filipe Sousa[1]
Pedro Palhares[2]
María Luisa Oliveras[3]

Resumo

Desde os tempos remotos que o ser humano, em particular os mercadores, utilizavam conhecimentos matemáticos que lhes permitiam resolver problemas ligados às trocas comerciais, e que os menos hábeis no contexto dos negócios e da matemática, julgavam não ter solução ou serem de difícil resolução. Os problemas que envolvessem raciocínio proporcional eram considerados de média ou elevada complexidade. No entanto, os mercadores há muitos séculos atrás, sem escolarização formal, resolviam engenhosamente problemas de relativa complexidade. Ainda hoje, alguns profissionais, apesar da sua baixa escolarização, têm uma relação muito próxima com problemas que envolvam raciocínio proporcional. É o exemplo de comunidades piscatórias que utilizam conhecimentos matemáticos informais no seu quotidiano, mas que por vezes se torna difícil transpô-los para a sala de aula e vice-versa. Também em contextos escolares que não nos piscatórios, os alunos revelam dificuldades na resolução de problemas sobre raciocínio proporcional. Este trabalho tratando-se de uma investigação de natureza qualitativa e com enfoque na Etnomatemática como pano de fundo, foi desenvolvido em duas comunidades piscatórias (Câmara de Lobos-Madeira e Caxinas) recolhendo informação sobre elementos matemáticos utilizados no seu quotidiano (construção de barcos). Em fase posterior teve lugar a aplicação de tarefas no contexto do raciocínio proporcional em duas escolas com alunos (10-12 anos) de contextos distintos: alunos da comunidade piscatória de Caxinas e alunos de contexto mais citadino de Vila Nova de Famalicão. Os dados são apresentados de forma descritiva e interpretativa, nomeadamente as estratégias de resolução e as dificuldades dos alunos. Apresenta-se também uma breve referência sobre a possível influência/interferência da matemática escolar no desempenho dos alunos destes dois contextos sociais tão distintos, perante as mesmas tarefas matemáticas. Com a escassez deste tipo de investigação (Etnomatemática – Raciocínio Proporcional – Contexto Piscatório) em Portugal, pode ser o impulso para novas investigações na Etnomatemática, estudando contrastes e/ou semelhanças no desempenho de alunos de contextos culturais específicos relativamente aos demais.

Palavras-chave: Etnomatemática; Educação Matemática; Raciocínio Proporcional.

Abstract

Since ancient times human beings, particularly the merchants, used mathematical knowledge enabling them to solve problems related to trade, which the least skilled in the business or the mathematics context, thought to

[1] Doutorando em Ciências da Educação – Educação Matemática. CIEC, Institute of Education, University of Minho. Braga, Portugal. Email: filipe.fcm@gmail.com
[2] University Professor, CIEC, Institute of Education, University of Minho. Braga, Portugal. Email: palhares@ie.uminho.pt
[3] University Professor, Faculty of Education, University of Granada. Granada, España. Email: oliveras@ugr.es

have no solution or to be too difficult to solve.Problems involving proportional reasoning were considered of medium to high complexity. However, the merchants, many centuries ago, without formal schooling, ingeniously solved some problems of relative complexity.Even today, some professions, despite their low levels of education, have a very close relationship with problems involving proportional reasoning. Such is the case of fishing communities that use informal mathematical knowledge in their daily lives, although sometimes this becomes difficult to translate into the classroom language and vice versa.
This study, of a qualitative nature with Ethnomathematics as a reference, was developed in two fishing communities (Câmara de Lobos - Madeira and Caxinas) by collecting information on mathematical elements used in everyday life (boat building). At a later stage, tasks in the context of proportional reasoning were applied with students (of 10-12 years) of two schools of different contexts: with the fishing community of Caxinas and with the more urban context of Vila Nova de Famalicão.
Data will be presented in a descriptive and interpretative form, including both students' strategies and difficulties. Also we will present a brief analysis on the possible influence or interference of school mathematics on the performance of students in these two very different social contexts while faced with the same mathematical tasks.

Keywords: Ethnomathematics; Mathematics Education; Proportional Reasoning.

INTRODUÇÃO

Em escolas de países culturalmente distintos, é frequente encontrar alunos com fraco aproveitamento escolar, mas com capacidades matemáticas singulares em situações do quotidiano. Atendendo a esta problemática, pretende-se investigar estratégias e dificuldades de alunos de contextos culturais distintos, bem como averiguar se a matemática escolar influência a forma como os alunos resolvem tarefas de contexto cultural específico. Este estudo, desenvolveu-se em Portugal junto de duas comunidades piscatórias: Câmara de Lobos - Madeira e Caxinas - norte de Portugal, mas também em duas escolas de contextos cultuais distintos: escola das Caxinas (contexto piscatório) e escola de Calendário (contexto citadino). Numa primeira fase do trabalho procedeu-se à recolha de informação sobre o conhecimento matemático utilizado no quotidiano piscatório e fez-se, numa segunda fase, a "transposição" desses conhecimentos matemáticos, aplicando tarefas matemáticas em contexto de sala de aula. A informação recolhida nas comunidades piscatórias envolve conhecimentos sobre raciocínio proporcional, no contexto da construção de barcos.

As tarefas, no contexto da resolução de problemas, e enquadradas com os documentos curriculares, foram aplicadas em sala de aula, em duas fases distintas; antes da lecionação do tema matemático relacionado com a proporcionalidade direta, e após a lecionação desse tema matemático. Assim, este artigo apresenta uma das tarefas utilizadas em sala de aula, sobre proporcionalidade direta, realizada em 4 turmas de duas escolas de contextos diferentes, analisando as estratégias, dificuldades e a possível influência que a matemática escolar pode ter na escolha da(s) estratégia(s) de resolução por parte dos alunos, sem esquecer os diferentes contextos sociais dos alunos.

Brousseau (1997) reconhece que os matemáticos, ao comunicar matemática, tendem a despersonalizar e remover tanto o contexto como as marcas temporais. O objetivo é um passo importante na matemática formal, porque ao fazê-lo, generalidade e abstração são então alcançados. Os professores, contudo, devem dar sentido a esse conteúdo matemático e por isso têm de personalizar, contextualizar e inscrevê-lo temporalmente. Isso chama-se transposição didática. Acreditamos que a etnomatemática (a matemática de grupos culturais identificáveis) (D'Ambrosio, 2006) pode-nos ajudar nesse processo de contextualização, mas também à humanização da matemática (Palhares, 2012).

Atendendo ao problema e objetivos descritos em introdução: "pretende-se investigar estratégias e dificuldades de alunos de contextos culturais distintos, bem como averiguar se a matemática escolar influência a forma como os alunos resolvem tarefas de contexto cultural específico", vamos tentar responder às seguintes questões de investigação:

- Que estratégias são utilizadas pelos alunos na resolução de problemas que envolvem relações de proporcionalidade direta?
- Quais as dificuldades que os alunos revelam na resolução de problemas que envolvem relações de proporcionalidade direta?
- Haverá influência da matemática escolar na escolha de estratégias de resolução por parte dos alunos?

ETNOMATEMÁTICA

Este trabalho está intimamente ligado à etnomatemática. Etimologicamente, D' Ambrósio entende a palavra etnomatemática como "a arte ou técnica (techné = tica) de explicar, de entender, de se desempenhar na realidade (matema), dentro de um contexto cultural próprio (etno)." (D'Ambrósio, 1993, p. 10).

A Etnomatemática implica uma conceituação muito mais ampla do etno e da matemática. Muito mais do que simplesmente uma associação a etnias (D'Ambrósio, 1998), é a investigação de tradições, práticas e conceções matemáticas de um grupo social subordinado, mas também, o trabalho pedagógico que se desenvolve com o objetivo de identificar e descodificar o conhecimento do grupo e estabelecer comparações entre o seu conhecimento e o conhecimento académico (Knijnik, 2008).

A etnomatemática envolve tanto uma prática investigativa como uma prática pedagógica (Oliveira, 2004). Não se limita às questões do quotidiano, ela revela-se também uma proposta educacional comprometida com os grupos menos favorecidos que nos desafia a buscar meios reveladores da trama imposta pelos grupos dominantes (Monteiro, 2004).

Nas sociedades multiculturais nós, educadores, temos que refletir sobre que cultura queremos utilizar nas nossas salas de aula. A dominante? A minoritária? Ou, talvez, possamos dar origem a uma nova cultura, resultante de todas as culturas que convivem entre si e que será a herança de todos os cidadãos que vivem no mesmo território. Conhecimento e cultura são os dois fundamentos da matemática. A partir do relativismo epistemológico e demarcação das culturas como sistemas de interpretação do mundo, talvez possamos passar a falar de etnomatemática, ou multimatemáticas (Oliveras, 2006).

Neste trabalho adopta-se a posição de D'Ambrósio (1993; 1998; 2002); Oliveira (2004); Monteiro (2004); Knijnik (2008), que resumidamente assumem um carácter investigativo da matemática presente em minorias sociais e um carácter educacional que pretende conjugar esse conhecimento matemático com o conhecimento matemático formal/escolar. O carácter investigativo deste estudo enquadra-se na recolha de informação diretamente dos vários elementos de comunidades piscatórias, de matemáticas do quotidiano utilizadas nas suas atividades profissionais. O carácter educativo enquadra-se na análise dessas matemáticas, o seu enquadramento a nível curricular bem como a sua contextualização e implementação em sala de aula.

Uma proposta educacional centrada na Etnomatemática implica uma reorganização escolar no que respeita à multiculturalidade, à valorização do saber do quotidiano, para que assim se possa entender o currículo (flexível e passível de alterações que contemplem os saberes dos diferentes grupos culturais (Monteiro, Orey & Domite, 2004)) como um sistema de valores e identidade, que permita a alunos e professores serem agentes deste processo.

RACIOCÍNIO PROPORCIONAL

Os conhecimentos relacionados com questões de proporcionalidade e de raciocínio proporcional, são considerados de grande importância no quotidiano e utilizados desde a antiguidade. A proporcionalidade e o raciocino proporcional são conceitos fundamentais da Matemática escolar. Mas, para Nunes (2010) as pessoas que aprendem matemática fora da escola constroem a sua aprendizagem com base na compreensão das situações, em vez da aprendizagem algorítmica. Elas também são mais versáteis nos seus esquemas de raciocínio. E, de facto, proporcionalidade e raciocínio proporcional estão presentes em muitas situações da vida cotidiana, tanto das crianças como dos pais (Sousa, 2008). Mais importante, é termos em linha de conta, que as crianças também desenvolvem esse tipo de versatilidade em situações que fazem sentido para elas.

Este é um tema fundamental da álgebra, primeiro pelas suas ligações com as áreas de matemática, tais como números e geometria, mas especialmente no estudo das funções lineares. Ao longo do ensino básico, o conceito é desenvolvido no contexto dos números racionais e na sua interpretação como uma função.

Devemos no entanto distinguir proporcionalidade de raciocínio proporcional. Enquanto a proporcionalidade desempenha um papel importante em aplicações dominadas por princípios físicos, o raciocínio proporcional utiliza-se para compreender contextos e aplicações baseadas na proporcionalidade (Lamon, 2005). O raciocínio proporcional vai muito além da mecanização, está associado a competências no sentido de fazer análises conscientes de relação entre quantidades. Implica, tanto a compreensão de uma relação constante entre duas grandezas (invariância), como a percepção de que estas mesmas grandezas estão relacionadas e variam de forma conjunta (covariância). Ou seja, na resolução de problemas, por exemplo, a mecanização e uso da expressão $a/b = c/d$ não é suficiente, é necessária também a utilização do raciocínio proporcional.

Langrall & Swafford (2000) defendem que o raciocínio proporcional envolve quatro componentes:

- reconhecimento da diferença entre as mudanças absolutas ou aditivas e as relativas ou multiplicativas;
- reconhecimento de situações em que usar a razão é apropriado;
- compreensão de que as quantidades que constituem uma razão covariam de forma a que a relação entre elas não se altere;
- capacidade para construir, de forma crescente, as estruturas unitárias complexas.

Estratégias de resolução

Pesquisas realizadas sublinham variadas estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de tarefas que envolvem situações de proporcionalidade direta. Investigadores como Oliveira (2000); Vergnaud (1991); René de Cotret (1991); Tournaire (1986); Noelting (1978); Karplus et al., (1974) salientam as seguintes estratégias:

- **Estratégia aditiva.** É estabelecida uma relação, sendo que o valor dessa relação é adicionado várias vezes até que seja encontrado o valor solicitado no problema.

  Exemplo

  A embarcação "Rosa Maria" descarregou na lota da Póvoa de Varzim 900kg de pescado, faturando 1500 euros.

  Para faturar 4500 euros, quantos kg de pescado teria que descarregar?

  Para faturar 4500 euros, terá de faturar 1500 euros + 1500 euros + 1500 euros.

  Então, usando o mesmo raciocínio para o pescado, terá que descarregar:

  900 kg + 900 kg + 900 kg = 2700 kg

  O barco "Rosa Maria teria que descarregar 2700 kg de pescado.

- **Procura do valor unitário ou "quanto para um".** É procurado o valor correspondente à unidade, para de seguida responder ao que é pedido no problema.

  Exemplo

  Três cabazes de sardinha custam, na lota, 60 euros. Qual será o preço de 10 cabazes de sardinha?

  Se o preço de 3 cabazes é 60 euros, então o preço de 1 cabaz é 20 euros.

  Então o preço de 10 cabazes será 200 euros.

- **Estratégia escalar ou "tantas vezes como".** É estabelecido o fator de proporcionalidade entre grandezas da mesma natureza.

  Exemplo

  Três cabazes de sardinha custam, na lota, 60 euros. Qual será o preço de 9 cabazes de sardinha?

  Se o número de cabazes é o triplo, então o preço também será o triplo, ou seja 180 euros.

- **Estratégia funcional.** Num determinado problema, é estabelecido um fator de proporcionalidade entre grandezas de natureza diferentes.

  Exemplo

  Três cabazes de sardinha custam, na lota, 60 euros. Qual será o preço de 9 cabazes de sardinha?

  O preço (60 euros) é 20 vezes superior ao número de cabazes (3 cabazes), então, para 9 cabazes o preço também será 20 vezes mais, ou seja 180 euros.

- **Estratégia linear**. O problema é resolvido com recurso a uma estratégia aditiva e uma estratégia funcional.

  Exemplo

  A embarcação "Rosa Maria" descarregou na lota da Póvoa de Varzim 900kg de pescado, faturando 1500 euros.

  Para faturar 5250 euros, quantos kg de pescado teriam que descarregar?

  Para faturar 5250 euros, terá de faturar o triplo de 1500, mais 750 euros que é metade de 1500 euros.

  Então, usando o mesmo raciocínio para o pescado:

  3 x 900 kg = 2700 kg

  900 kg : 2 = 450 kg

  2700 kg + 450 kg = 3150 kg

  O barco "Rosa Maria" teria de descarregar 3150 kg de pescado.

- **Estratégia do produto cruzado ou "regra de três simples"** É um processo mecânico (um algoritmo) que permite calcular corretamente algumas situações de proporcionalidade direta. É muitas vezes, desprovido de raciocínio matemático e de significado no contexto dos problemas. (Hart, 1984; Post, Lesh & Behr, 1988; Cramer, Post e Currier, 1993).

Exemplo

Três cabazes de sardinha custam, na lota, 60 euros. Qual será o preço de 9 cabazes de sardinha?

$$\frac{3}{60} = \frac{9}{x}$$

METODOLOGIA

Neste estudo, desenvolve-se um trabalho de natureza qualitativa porque "investigar de forma qualitativa representa um processo sério, rigoroso, carregado de dúvidas e inseguranças" (Garcia, 1992, p. 14).

A investigação qualitativa valida a utilização de variados desenhos de investigação como por exemplo, estudos de caso múltiplos em contexto etnográfico. Este foi o recurso metodológico utilizado nesta investigação, porque consistiu em observar de forma detalhada os indivíduos em cada um dos contextos específicos referidos (Lessard-Hérbert, Goyette & Bouti, 1994).

Construíram-se tarefas, no contexto da resolução de problemas, que em colaboração com os professores, foram aplicadas em sala de aula, oferecendo experiências de aprendizagem ricas e significativas no contexto social dos alunos. As tarefas foram aplicadas em turmas de 5.º e 6.º anos de escolaridade (10-12 anos), de duas escolas com contextos culturais e profissionais distintos: uma pertence à área geográfica de uma das comunidades piscatórias, e a outra, de um meio citadino.

Na primeira fase da investigação, junto dos calafates (construtores de barcos), utilizou-se a observação participante, as entrevistas não estruturadas (com a ajuda de gravações áudio e vídeo) e também a análise de documentos. Na segunda fase do estudo, além da observação participante e de entrevistas não estruturadas gravadas em vídeo, foram analisados documentos e experiências de ensino em contexto de sala de aula.

Neste artigo será alvo de análise apenas uma das tarefas implementadas em sala de aula, sendo que na escola de contexto piscatório foi resolvida por 45 alunos distribuídos por 11 grupos de trabalho, e na outra escola por 39 alunos constituindo 10 grupos de trabalho. Os alunos foram organizados em grupos promovendo desta forma a discussão de diferentes raciocínios, pontos de vista e ideias matemáticas. Os seus raciocínios e estratégias foram registados em suporte de papel e em vídeo.

A tarefa em análise é uma tarefa de contexto, que surge do trabalho de campo realizado nas comunidades piscatórias de Câmara de Lobos (Madeira) e de Caxinas (Vila do Conde). O seu enfoque matemático é no raciocínio proporcional (proporcionalidade direta), enquanto o contexto cultural se centra na construção de barcos.

Câmara de Lobos é uma pequena cidade na ilha da Madeira, onde existe uma comunidade piscatória. Nessa comunidade piscatória existem alguns calafates que prestam serviços aos pescadores. Os calafates constroem os barcos de pesca e fazem a sua manutenção sempre que os barcos regressam do mar. O Sr. Jorge é o calafate em Câmara de Lobos mais concorrido. Utiliza várias técnicas na construção de barcos. Em Vila do Conde, na zona das Caxinas, encontra-se a maior comunidade piscatória do país. Nesta comunidade, existe um estaleiro naval onde trabalham 5 calafates. As técnicas de construção de barcos são as mesmas nas duas comunidades piscatórias. Portanto, a aplicação de conhecimentos matemáticos é em tudo muito semelhante.

A tarefa que se apresenta tem em linha de conta os conhecimentos que os calafates utilizam no seu quotidiano e foi por eles validada no que diz respeito à adequação ao contexto específico destas comunidades piscatórias. Foi também validada por um painel de especialistas em educação matemática, sendo que três são docentes dos vários níveis do ensino básico 1.º ciclo (6 – 10 anos); 2.º ciclo (10 – 12 anos) e 3.º ciclo (12 – 15 anos), e dois são especificamente especialistas em etnomatemática e no raciocínio proporcional.

RACIOCÍNIO PROPORCIONAL: ESTRATÉGIAS E DIFICULDADES DOS ALUNOS, E INFLUÊNCIA DA MATEMÁTICA ESCOLAR NA ESCOLHA DE ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO.

Na tarefa apresentada, a figura 1 representa o corte longitudinal de uma embarcação construída pelos calafates de Câmara de Lobos, e que será para os alunos uma fonte de informação para a resolução do problema. A análise da tarefa, recairá nas estratégias utilizadas pelos alunos, bem como nas dificuldades que eventualmente sentiram na sua resolução. Far-se-á também a indagação acerca da influência da matemática escolar na escolha das estratégias utilizadas pelos alunos. Serão apresentadas as estratégias dos alunos de ambas as escolas, antes e após a lecionação do tema matemático relativo à proporcionalidade direta.

Tarefa

O Sá Carneiro (pescador) encontrou-se com o Sr. Jorge (calafate) e pediu-lhe para construir o barco de pesca representado na figura. O calafate utilizou a escala para fazer corresponder as medidas do projeto às medidas reais do barco. Assim, 1 centímetro no projeto corresponderá a uma determinada medida no barco real. O Sr. Jorge observou o projeto e verificou que a medida de comprimento do barco era 7 metros. Com a ajuda de uma régua, também ficou a saber a medida de comprimento do barco no desenho, medindo-o "de fora a fora".

Mas o que ele pretende saber é:

um centímetro no projeto, a quantos centímetros corresponde no barco?

Mostra como chegaste à tua resposta. Podes usar palavras, esquemas ou cálculos.

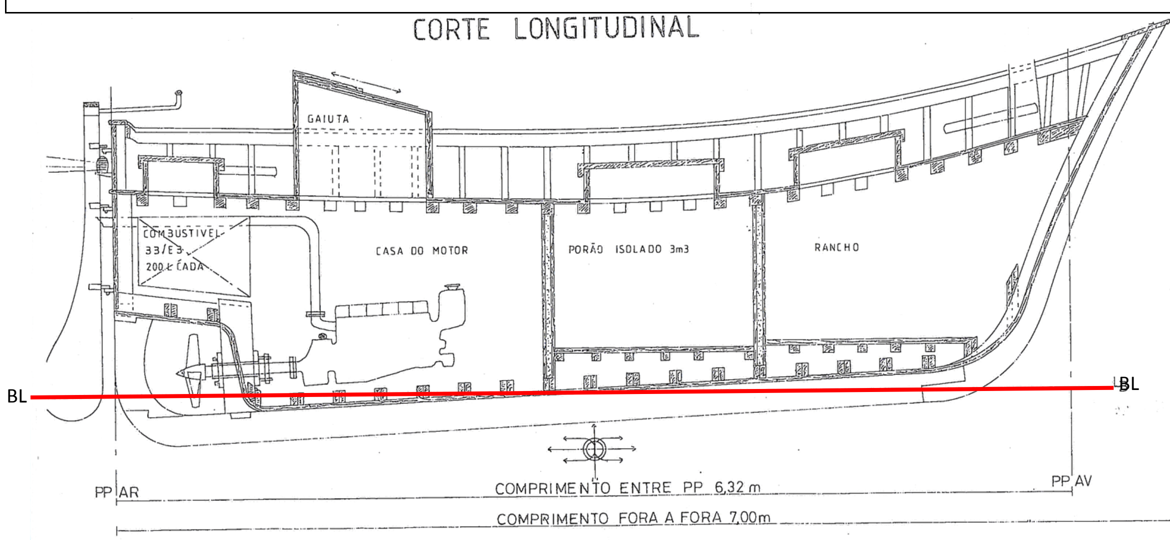

Figura 1. Imagem retirada do projeto de um barco contruído em Câmara de Lobos.

Escola da Comunidade piscatória das Caxinas

Estratégias (antes da lecionação do tema relativo à proporcionalidade)

Os alunos da escola de Caxinas, apresentam um número considerável de estratégias de resolução. Quatro grupos resolvem o problema utilizando a estratégia representada na figura 2 e que é explicada num pequeno texto. De um modo geral, os alunos tentam relacionar grandezas de natureza diferente (medidas reais e medidas no projeto), procurando um fator de proporcionalidade, que é a divisão ou multiplicação por dois de uma das grandezas, de modo a obter a outra grandeza. Esta estratégia, de natureza funcional (Lamon, 1994), verifica-se também nas figuras 5 e 6, sendo que na estratégia da figura 5 os alunos estabelecem dois fatores de proporcionalidade, entre as duas grandezas de natureza diferente. Inicialmente utilizam o 2 como fator de proporcionalidade entre medida real (metros) e medida no projeto (centímetros). Depois decidem trabalhar com a mesma unidade de medida estabelecendo como fator de proporcionalidade o 50, que lhes permite obter a resposta ao problema na unidade de medida pedida no enunciado (centímetros).

O raciocínio proporcional vai muito além da aplicação mecanizada de estratégias formais de resolução de problemas. Implica a compreensão da relação constante entre duas grandezas (invariância), mas também a noção de que estas grandezas variam em conjunto (covariância) (Lamon, 2005). Na estratégia apresentada na figura 3, o grupo de trabalho resolve o problema dividindo o valor numérico de uma grandeza pelo da outra, parecendo obter inconscientemente a constante de proporcionalidade. Parece utilizar uma estratégia mecanizada (sem raciocínio proporcional) para resolver o problema.

A figura 4 expõe a estratégia utilizada por um dos grupos de trabalho, que estabelece relações entre grandezas da mesma natureza (natureza escalar), mas também entre grandezas de natureza diferente (natureza funcional) (Lamon, 1994). Neste caso os alunos utilizam duas estratégias diferentes do ponto de vista do raciocínio proporcional: uma estratégia escalar e uma estratégia funcional. Ambas são estratégias multiplicativas, sendo que a estratégia escalar, é utilizada com frequência e pressupõe compreensão (Spinillo, 1994). A estratégia funcional apesar de pressupor compreensão, estabelece uma relação entre grandezas de natureza diferente, o que envolve processos cognitivos diferentes, e por esse motivo é importante a sua distinção (Lamon, 1994). Dos onze grupos que resolveram este problema, dois não conseguiram desenvolver uma estratégia nem um raciocínio lógico que os levasse à solução, nem tão pouco conseguiram depreender que se trata de uma situação de proporcionalidade direta.

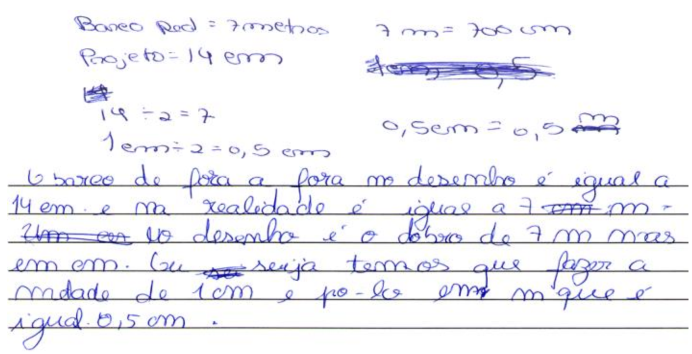
Barco Real = 7 metros
7 m = 700 cm
Projeto = 14 cm
14 ÷ 2 = 7
1 cm ÷ 2 = 0,5 cm
0,5cm = 0,5 m
O barco de fora a fora no desenho é igual a 14 cm. e na realidade é igual a 7 ~~cm~~ m. No desenho é o dobro de 7 m mas em cm. Ou seja temos que fazer a metade de 1 cm e po-lo em m que é igual 0,5 cm.

Figura 2. Estratégia utilizada pelos grupos 1; 2; 7; 10.

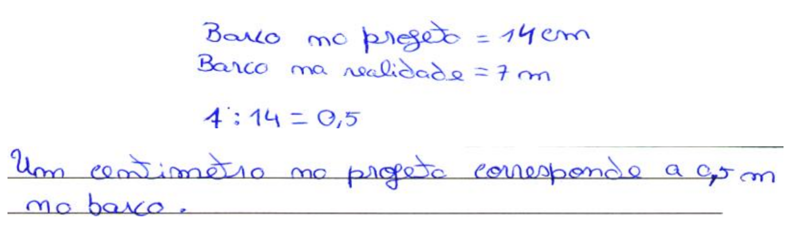
Barco no projeto = 14 cm
Barco na realidade = 7 m
4 : 14 = 0,5
Um centímetro no projeto corresponde a 0,5 m no barco.

Figura 3. Estratégia utilizada pelo grupo 3.

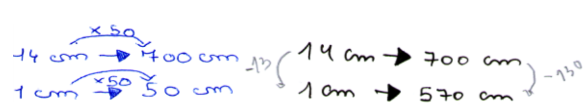
14 cm $\xrightarrow{\times 50}$ 700 cm
1 cm $\xrightarrow{\times 50}$ 50 cm
14 cm → 700 cm
1 cm → 570 cm

Figura 4. Estratégia utilizada pelo grupo 6.

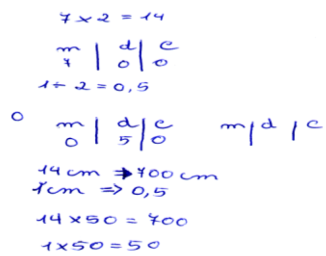

Figura 5. Estratégia utilizada pelo grupo 11.

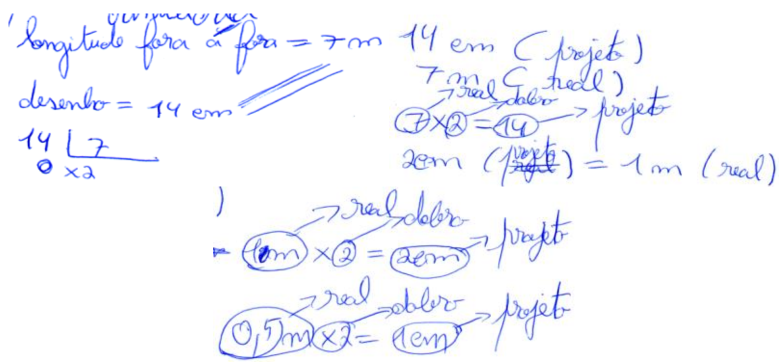

Figura 6. Estratégia utilizada pelo grupo 8.

Estratégias (após a lecionação do tema relativo à proporcionalidade)

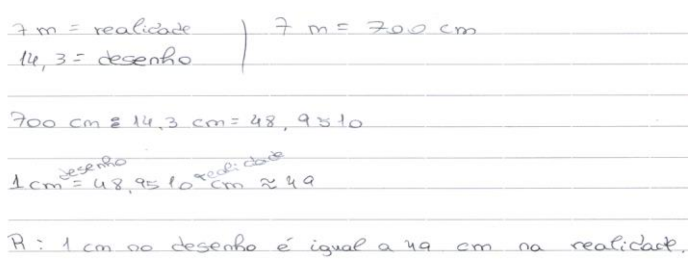

Figura 7. Estratégia utilizada pelo grupo 1.

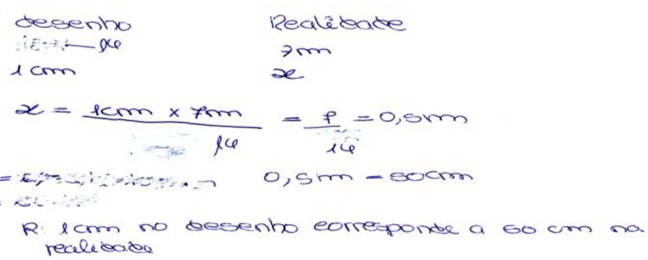

Figura 8. Estratégia utilizada pelos grupos 2; 4; 6 e 9.

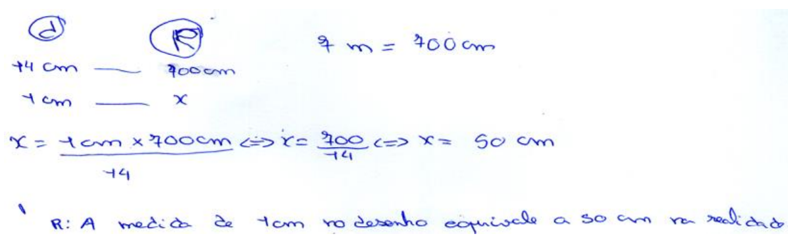

Figura 9. Estratégia utilizada pelos grupos 3; 5; 7; 10 e 11.

A esmagadora maioria dos grupos de trabalho utiliza a regra de três simples como ferramenta na estratégia de resolução (figuras 8 e 9). O raciocínio envolvido é o mesmo em ambos os casos, com a nuance de na resolução representada na figura 8, os alunos utilizam unidades de medida diferentes (metros e centímetros) e na figura 9 utilizam a mesma unidade de medida (centímetros). Em ambos os casos utilizam uma estratégia funcional, estabelecendo uma relação entre variáveis de natureza diferente (medida real e medida no desenho). Alguns destes grupos fazem referência a “escala”: “- A escala é 1:50”. No fundo os alunos estão a determinar a escala, embora no enunciado da tarefa, propositadamente, não haja qualquer referência ao nome desta razão.

Lesh; Post & Behr (1988) consideram que a regra de três simples ou produto cruzado é frequentemente utilizada de forma mecânica, como um simples algoritmo, impossibilitando o raciocínio proporcional. Embora permita que o aluno utilize relações multiplicativas, só envolve raciocínio proporcional de houver evidência de que o aluno reconhece a semelhança estrutural e a relação entre as grandezas envolvidas. Nos casos relativos às figuras 8 e 9 parece evidente que os alunos utilizam o raciocínio proporcional, o que não acontece no grupo da figura 7. Neste caso os alunos conseguem chegar corretamente à solução de forma mecânica, sem raciocínio proporcional.

Vejamos:

Investigador – Expliquem-me qual a estratégia que utilizaram…

Aluno – Dividimos a medida real pela medida no desenho.

Investigador – E porque é que fizeram isso? Como é que pensaram?

Aluno – Porque é assim que se faz, quando queremos saber a escala dividimos a medida real pela medida no desenho, foi assim que nos ensinaram nas aulas.

Os alunos deste grupo, (embora não seja pedido diretamente) sabem que devem determinar a escala e aplicam uma "receita" que lhes permite rapidamente chegar à resposta. Este mecanismo é despido de qualquer raciocínio e portanto para estes alunos a tarefa não passou de um exercício. A resolução apresentada por este grupo de trabalho é o exemplo de que o problema foi corretamente resolvido, mas sem a utilização do raciocínio proporcional. A proporcionalidade é muitas vezes limitada ao uso de procedimentos mecânicos, o que na opinião de Spinillo (1994) não garante a compreensão do significado das relações envolvidas, e que neste caso, não devemos considerar que estamos a trabalhar com raciocínio proporcional, mas com proporcionalidade.

Dificuldades (antes da lecionação do tema relativo à proporcionalidade)

Os alunos do grupo 5 (figura 10) começam por relacionar as duas grandezas (medida real e medida no desenho), estabelecendo um fator de proporcionalidade que lhes permite obter uma grandeza a partir da outra. Ignoram as unidades de medida a assumem que ao utilizarem o fator de proporcionalidade, dividem 14 centímetros por dois e obtêm 7 metros, no entanto têm dificuldade em transpor essa forma de pensar quando dividem 1 centímetro por 2 para obter 0,5 metros. Ou seja inicialmente consideram o 2 como fator de proporcionalidade, mas depois utilizam o 2 no sentido de metade (de 1 centímetro) obtendo 0,50 centímetros.

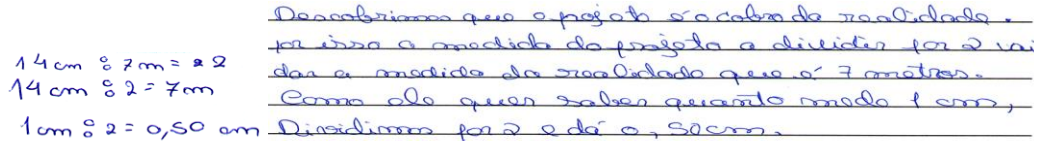

Figura 10. Estratégia utilizada pelo grupo 5.

No grupo 7 (figura 11) os alunos apresentam uma resposta sem mostrar como a obtiveram. Parecem utilizar o mesmo raciocínio do grupo 5, pois obtêm a mesma resposta. Em ambos os casos há evidências de dificuldades na comunicação matemática, não respondendo de forma clara e com o devido rigor matemático. O grupo 9 (figura 12) tem a preocupação de converter metros para centímetros para trabalhar com uma única unidade de medida, mas depois tem dificuldade em desenvolver uma estratégia de resolução.

Figura 11. Estratégia utilizada pelo grupo 7.

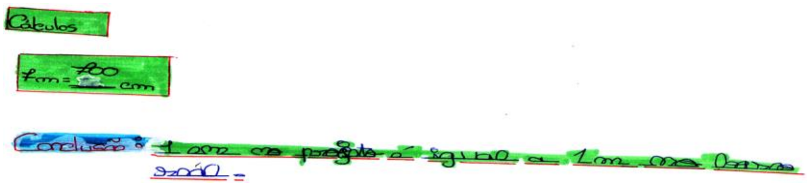

Figura 12. Estratégia utilizada pelo grupo 9.

Dificuldades (após a lecionação do tema relativo à proporcionalidade)

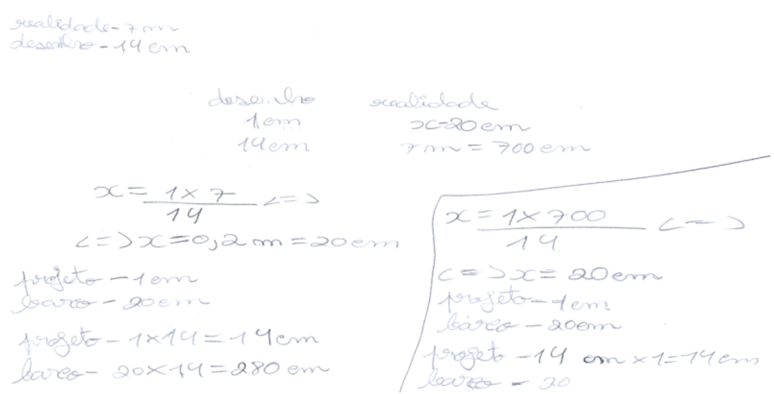

Figura 13. Estratégia utilizada pelo grupo 8.

O grupo 8 (figura 13) procura estabelecer uma relação de proporcionalidade direta entre as duas grandezas (medida real e medida no desenho). Primeiro utilizando as unidades de medida apresentadas no problema, depois convertendo metros em centímetros para utilizarem apenas uma unidade de medida. Usam a regra de três simples (produto cruzado) para tentar chegar à solução. É evidente alguma confusão no raciocínio que desenvolvem, revelando dificuldades no estabelecimento de um fator de proporcionalidade que assumem ser 14. Além disso erram nos cálculos, obtendo 0,2 metros e 20 centímetros, não conseguindo confirmar que estes resultados estavam errados, apesar de utilizarem a propriedade fundamental das proporções. A utilização desta propriedade revela que algo está errado, no entanto estes alunos não têm sentido crítico suficientemente apurado para se aperceberem que a solução não está correta. Os alunos deste grupo de trabalho utilizaram a estratégia do produto cruzado, criando restrições ao uso do raciocínio proporcional em vez de o facilitar (Lesh, R., Post, T., & Behr, M., 1988). Para estes investigadores (1983) e esta estratégia é ensinada nas escolas é mal compreendida pelos alunos, que a veem como algo "infalível" que lhes permite resolver rapidamente um problema, como se verifica neste caso e que é corroborado por Post, Behr & Lesh (1988). Para alguns grupos de trabalho, a simples tarefa de medir com rigor o comprimento do barco no desenho, torna-se uma dificuldade, pois nem sempre o conseguem fazer com rigor como se pode verificar na figura 7.

Escola de Calendário

Estratégias (antes da lecionação do tema relativo à proporcionalidade)

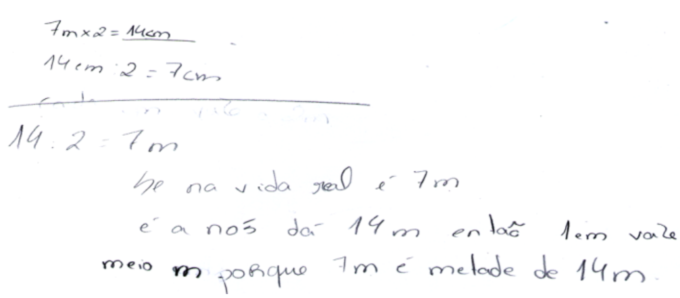

Figura 14. Estratégia utilizada pelos grupos 1; 9 e 10.

As estratégias aqui apresentadas são muito semelhantes e envolvem raciocínios igualmente semelhantes, apresentando no entanto algumas variantes. Em todas as resoluções os alunos utilizam uma estratégia funcional, estabelecendo relações proporcionais entre grandezas de natureza diferente. Assumem que o fator de proporcionalidade é 2 (metade/dobro) e com base nessa descoberta utilizam esse fator de proporcionalidade para determinar que metade de 1 centímetro corresponde a 0,5 metros. Ainda assim há diferenças na forma como apresentam cada uma das resoluções. Os grupos da figura 14 apresentam alguns cálculos e uma breve explicação escrita, enquanto o grupo da figura 16 apresenta uma explicação escrita mais longa (embora pouco clara) e cálculos escassos. O grupo da figura 15 apresenta apenas cálculos sem resposta.

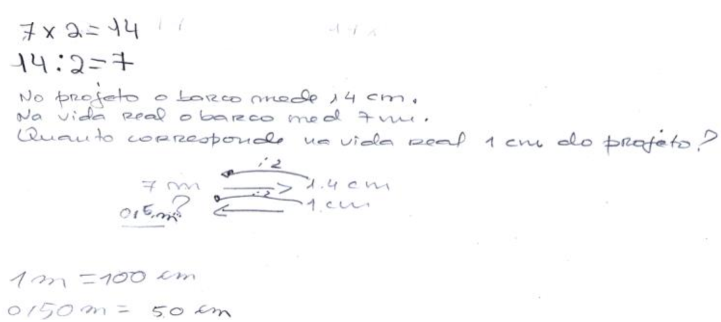

Figura 15. Estratégia utilizada pelo grupo 2.

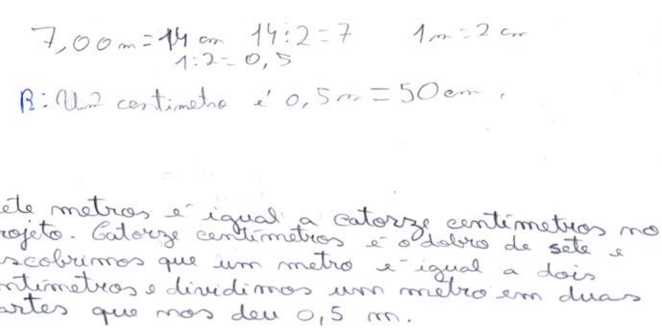

Figura 16. Estratégia utilizada pelo grupo 6.

Os grupos 3; 4; 5; 7 e 8 (cerca de metade dos alunos) não conseguem desenvolver uma estratégia com lógica, nem utilizam mesmo que erradamente o raciocínio proporcional. Cingem-se a adicionar ou a subtrair os números apresentados no enunciado do problema, apresentando respostas totalmente descabidas. Apesar de alguns grupos de trabalho utilizarem estratégias multiplicativas, que surgem num estádio intermédio do raciocínio proporcional (Lesh, Post & Behr, 1988) e são ponto de vista do raciocínio proporcional, mais complexas do que as estratégias aditivas (Lamon, 2005), cerca de metade dos alunos não consegue encontrar uma estratégia que lhes permita resolver o problema. No que respeita à capacidade de resolver o problema, verifica-se uma discrepância considerável relativamente aos alunos da escola das Caxinas, que nesta fase (antes da lecionação do tema sobre a proporcionalidade direta) apenas dois grupos de trabalho não conseguiram resolver o problema. Este facto pode ter explicação na experiência diária no mundo físico e social dos alunos, ou seja, na compreensão intuitiva do mundo (Singer, Kohn e Resnick, 1997) que influencia a compreensão matemática da criança.

Estratégias (após a lecionação do tema relativo à proporcionalidade)

Os grupos de trabalho apresentam estratégias de resolução bastantes variadas com incidência na utilização da regra de três simples. O grupo 1 (Figura 17) responde corretamente, representa corretamente a escala, mas não mostra como chegou à resposta. Revela portanto dificuldades em apresentar as suas estratégias limitando-se praticamente a responder. O grupo 2 (Figura 18) apresenta uma estratégia de resolução em tudo semelhante à que utilizaram antes da lecionação do tema relativo à proporcionalidade, como se pode verificar pela figura 15.

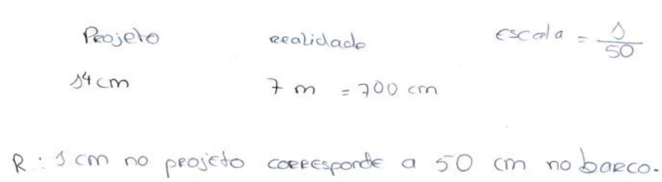

Figura 17. Estratégia utilizada pelo grupo 1.

Figura 18. Estratégia utilizada pelo grupo 2.

Os grupos 3 e 4 (Figura 19) utilizam a regra de três simples (produto cruzado), ferramenta adquirida com a intervenção da matemática escolar. Utilizam uma estratégia funcional, estabelecendo uma relação entre variáveis de natureza diferente, com unidades de medida diferentes e efetuando todos os cálculos sem se preocuparem com esse facto. Obtêm o valor correto em metros que convertem corretamente para centímetros e respondem corretamente.

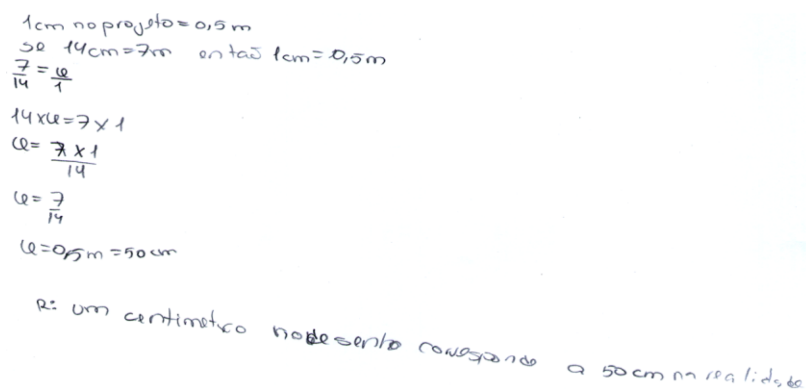

Figura 19. Estratégia utilizada pelos grupos 3 e 4.

O grupo 5 (Figura20) desenvolve um raciocínio em que utiliza inicialmente uma estratégia aditiva e numa segunda fase uma estratégia multiplicativa. Estabelece a razão de 1 para 2 relativamente às grandezas “medida real”(em metros) e “medida no desenho”(em centímetros). Vão adicionando sucessivamente os termos dessa razão até obter a razão de 7 para 14, ou seja, 7 metros para 14 centímetros. Este grupo começa por obter a razão unitária, para de seguida por adições sucessivas obter a relação estabelecida no enunciado “14 centímetros no desenho correspondem a 7 metros no barco real”. Concluem então que 2 centímetros no desenho equivalem a 1 metro no barco real. Com base neste pressuposto e como pretendem saber a quanto corresponde 1 centímetro no desenho, decidem dividir ambas as grandezas por dois e assim concluir que a 1 centímetro no desenho corresponde no barco a meio metro que são 50 centímetros. Nesta resolução do problema os alunos utilizam uma estratégia linear estabelecendo relações aditivas e multiplicativas. Compreender a diferença entre adicionar e multiplicar bem como os contextos em que cada uma se pode usar, requer alguma maturidade matemática (Lamon, 2005) Esta situação evidencia a dificuldade que os alunos têm em passar das estruturas aditivas para multiplicativas.

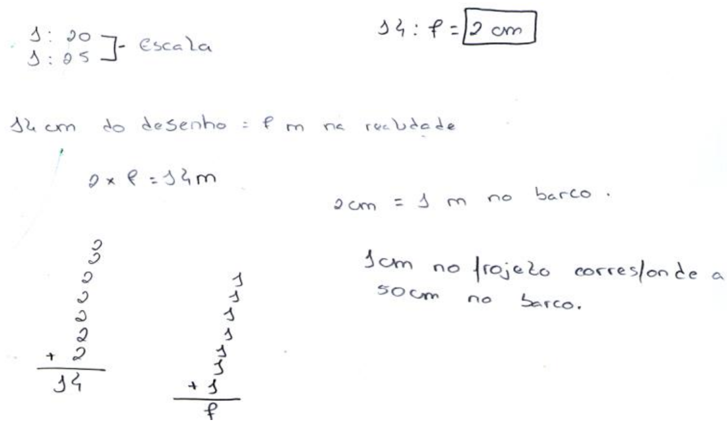

Figura 20. Estratégia utilizada pelo grupo 5.

A figura 21 ilustra a resolução do grupo 6, que utiliza a regra de três simples (produto cruzado), mas converte antecipadamente para metros a grandeza apresentada em centímetros. Efetua corretamente todos os cálculos e responde corretamente ao problema. Este grupo faz referência explícita à escala mesmo sem que o enunciado refira que se pretende determinar a escala. Existem aqui evidências de que o grupo se apropriou desta ferramenta (regra de três simples) para determinar a escala e há também evidência de que o grupo conhece a propriedade fundamental das proporções, pois utiliza-a para confirmar se o resultado obtido está correto. Fica claro neste caso que a matemática escolar alterou a estratégia utilizada pelos alunos, comparando esta estratégia com a estratégia utilizada pelo mesmo grupo antes da lecionação do tema relacionado com a proporcionalidade (figura 14).

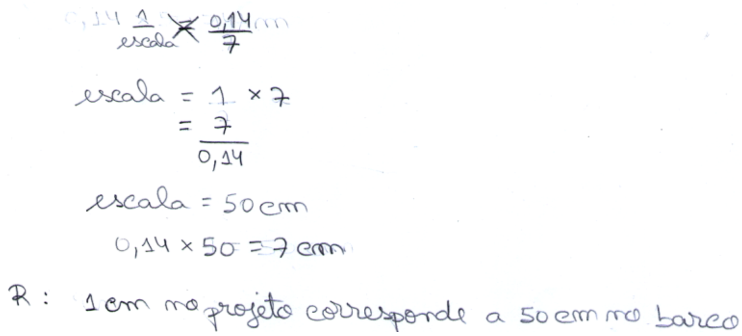

Figura 21. Estratégia utilizada pelo grupo 6.

A figura 22 ilustra a resolução do grupo 8, que antes da lecionação do tema relativo à proporcionalidade não conseguiu desenvolver uma estratégia correta e chegar à solução do problema. Aqui estamos perante uma estratégia funcional com fortes evidências de aplicação mecânica de procedimentos. Não fica claro que os alunos utilizam o raciocínio proporcional, mostrando apenas uma única operação que lhes permite obter a resposta correta ao problema. Mais uma forte evidência de que a matemática escolar influenciou a forma como os alunos resolveram o problema, despindo a estratégia de qualquer forma de raciocínio matemático.

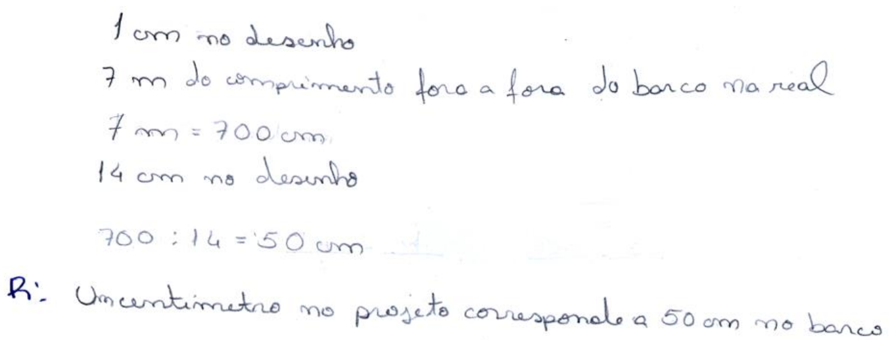

Figura 22. Estratégia utilizada pelo grupo 8.

O grupo 10 (Figura 23) procura numa primeira fase a razão unitária (1 metro para 2 centímetros), indica que a escala é 1:2 e apresenta como solução do problema 0,5 centímetros. Numa segunda fase utiliza a regra de três simples (produto cruzado), representando uma proporção como uma igualdade entre duas razões, mostrando claramente que existe uma relação entre as duas grandezas (medida no desenho e medida real) e com alusão clara ao cálculo da escala. Quando o aluno reconhece a semelhança estrutural representada pelos dois lados da equação, que é o que acontece neste caso, então há evidências de raciocínio proporcional (Lesh, Post & Behr, 1988). O grupo não responde ao problema mas calcula corretamente a medida real que corresponde a 1 centímetro no desenho.

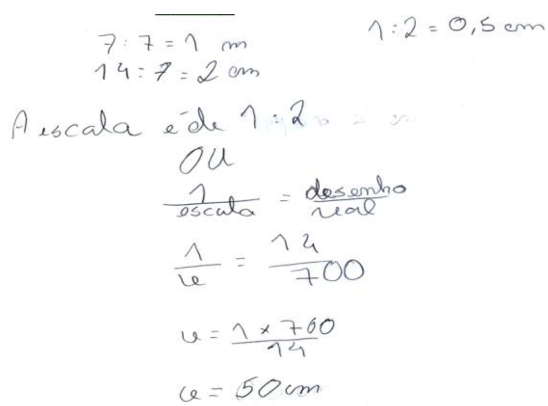

Figura 23. Estratégia utilizada pelo grupo 10.

Nas suas estratégias, a maioria dos alunos, sente necessidade de representar na folha de registo, todos os cálculos efetuados. Os alunos preferem apresentar as suas estratégias utilizando cálculos em detrimento de textos escritos. Ainda assim verificam-se dificuldades na comunicação matemática escrita. Parte considerável dos grupos apresenta os seus raciocínios e estratégias de forma pouco clara, verificando-se uma literacia matemática algo pobre.

Dificuldades (antes da lecionação do tema relativo à proporcionalidade)

Na fase de implementação da tarefa antes da lecionação do tema relativo à proporcionalidade, os alunos da escola de Calendário, revelaram muitas dificuldades em encontrar uma estratégia e a desenvolver um raciocínio que lhes permitisse chegar à solução do problema. Dos 10 grupos de trabalho, 5 não conseguiram desenvolver um raciocínio lógico e correto, nem sequer que envolvesse o raciocínio proporcional. Para metade dos grupos os conhecimentos do quotidiano sobre proporcionalidade não foram suficientes para resolver com sucesso o problema.

Dificuldades (após a lecionação do tema relativo à proporcionalidade)

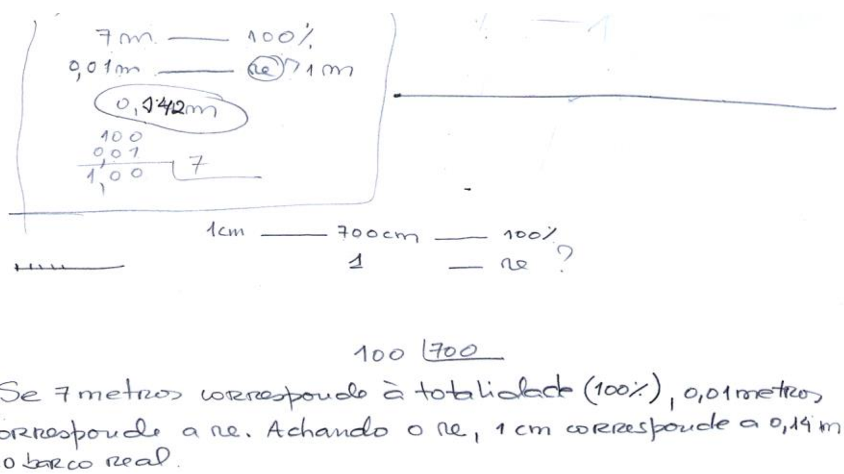

Figura 24. Estratégia utilizada pelo grupo 7.

Os alunos do grupo 7 (figura 24) optam por utilizar a regra de três, mas não interpretam corretamente o problema, pelo que procuram determinar algo que não é pedido. Este grupo considera na sua resolução a noção de percentagem, não se apercebendo que no problema, embora se trate de proporcionalidade, este não envolve percentagem. Este grupo não estabelece uma relação proporcional entre a medida no desenho e a medida real. Convencidos de que o seu raciocínio está correto, aplicam mecanicamente de forma precipitada a regra de três simples obtendo uma solução descontextualizada com o que é pedido no problema. À semelhança de outras investigações (Oliveira, 2009) o grupo revela pouco sentido crítico relativamente ao resultado obtido, o que se verifica também relativamente ao grupo 9 (figura 25). Este parece estabelecer uma relação entre a medida no desenho e a medida real, mas por interpretação errada no problema, distração ou confusão, determina “a quantos centímetros no desenho corresponde 1 centímetro na realidade”, quando o correto seria o contrário,” a quantos centímetros no barco real corresponde 1 centímetro no projeto”. Ainda assim desenvolve um raciocínio com lógica e apresenta uma resposta verdadeira, embora não responda ao que é pedido no problema.

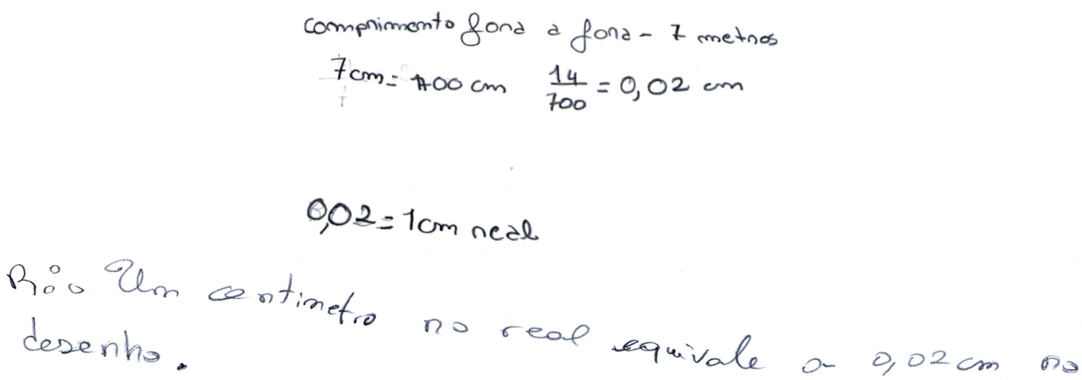

Figura 25. Estratégia utilizada pelo grupo 9.

CONCLUSÕES

A implementação desta tarefa matemática em sala de aula com alunos de contextos culturais distintos revelou informações curiosas sobre as estratégias/dificuldades dos alunos, mas também a influência da matemática escolar na escolha das estratégias utilizadas e no desempenho da resolução do problema.

Antes da lecionação do tema relativo à proporcionalidade, os alunos da comunidade piscatória utilizaram estratégias diversificadas, com incidência nas estratégias multiplicativas. Dos 11 grupos de trabalho, 9 resolveram corretamente o problema. Dois grupos não conseguiram definir uma estratégia que os conduzisse à solução correta.

Na escola de Calendário, as estratégias utilizadas pelos alunos são muito semelhantes, recaindo também nas estratégias multiplicativas (funcionais). Uma grande diferença relativamente aos alunos da comunidade piscatória é que na escola de Calendário, 5 dos 10 grupos de trabalho não conseguiram desenvolver uma estratégia que os levasse à solução correta do problema. Estudos desenvolvidos com base na etnomatemática, revelam uma tendência para as crianças oriundas de grupos culturais e profissionais minoritários serem mais capazes, na resolução de situações matemáticas do seu quotidiano (Carraher, Carraher & Shilemann, 1988; Gerdes, 2007; Sousa, 2006) o que se pode verificar também neste caso. De salientar que nesta fase de implementação da tarefa pretendeu-se evidenciar os conhecimentos matemáticos do quotidiano dos alunos, ainda sem a intervenção da matemática escolar no assunto matemático em estudo. Ainda nesta fase (antes da matemática formal) os alunos da comunidade piscatória sentem dificuldades na comunicação matemática e revelam pouco sentido crítico. Quanto aos alunos da escola de Calendário, a sua maior dificuldade prende-se com a definição de uma estratégia para resolver o problema, entrando em situação de bloqueio.

Após a intervenção da matemática escolar, verifica-se em ambas as escolas que a maioria dos grupos de trabalho utiliza a regra de três simples (produto cruzado) como ferramenta para chegar à solução do problema, fazendo referência à escala. Verifica-se também que em alguns casos os alunos chegam à solução de forma mecânica, sem utilização do raciocínio proporcional. Ainda assim na escola de Calendário os alunos apresentam um conjunto de estratégias mais variado, verificando-se uma melhoria no seu desempenho, sendo que apenas 2 grupos não conseguiram chegar à solução do problema.

Na fase após matemática escolar os alunos da comunidade piscatória revelam dificuldade em medir com rigor e em alguns casos em estabelecer um fator de proporcionalidade. Na escola de Calendário alguns alunos revelam dificuldades em interpretar corretamente o problema, bem como pouco sentido crítico em relação ao resultado obtido.

Fazendo uma análise global, verifica-se que os alunos da comunidade piscatória utilizam os seus conhecimentos do quotidiano e que estes são eficazes e poderosos na resolução deste problema em comparação com os alunos da escola de Calendário. Podemos ainda concluir que a matemática escolar teve uma forte influência na escolha das estratégias utilizadas na resolução deste problema, orientando a maioria dos alunos a utilizar a regra de três simples (produto cruzado), por vezes de forma mecânica e desprovida de raciocínio proporcional.

REFERÊNCIAS

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht: Kluwer.

Carraher, D., Carraher, T. N., & Shilemann, A. (1988). *Na Vida Dez, na Escola Zero.* São Paulo: Cortez.

Cramer, P, Post, T, & Currier, S. (1993). Learning and teaching ratio and proportion: Research implications. In: D. Owers (Ed.), Research ideias for the classroom (pp. 159-178). New York, NY: Macmillan.

D'Ambrósio, U. (1993). Etnomatemática: um programa. *A Educação Matemática em Revista, 1*(1), 5-11.

D'Ambrósio, U. (1998). *Etnomatemática: Arte ou técnica de explicar e conhecer.* 5ª Edição. São Paulo: Editora Ática.

D'Ambrósio, U. (2002). *Etnomatemática: o elo entre as tradições e a modernidade.* 2ª edição. Belo Horizonte. Editora Autêntica.

D'Ambrosio, U. (2006). *Ethnomathematics – Link between traditions and modernity*. Rotterdam, Netherlands: Sense Publishers.

Garcia, M. C. (1992). Dar sentido a los datos: la combinación de perspectivas cualitativa e cuantitativa en el análisis de entrevistas. In M. C. Garcia. *La investigatión sobre la formatión del professorado. Métodos de Investigatión y Análisis de Datos.*(pp. 13-48) Argentina: Editorial Cincel.

Gerdes, P. (2007). *Etnomatemática. Reflexões sobre Matemática e Diversidade Cultural.* V. N. Famalicão: Edições Humus.

Hart, K.M. (1984). Ratio: Children'satrategies & errors. Windsor, England: NFER-Nelson Publishing Company.

Karplus, E. F., Karplus, R., & Wollmann, W. (1974). The influence of cognitive style. School Science and Mathematics, 6, 476-482.

Knijnik, G. (2008). Mathematics education and cultural diversity: peasant's mathematics in struggle for land. In P. Palhares (Coord.), *Ethnomathematics: a look at the cultural diversity and mathematics learning* (pp. 131-156). V. N. Famalicão: Húmus.

Lamon, S. (1994). Ratio and proportion: Cognitive foundations in unitizing and norming. In G. Harel, & J. Confrey (Eds.), *The development of multiplicative reasoning* (pp. 89-120). New York: Suny Press.

Lamon, S. (2005). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers* (2ª ed.). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Langrall, C., & Swafford, J. (2000). Three balloons for two dollars: Developing proportional reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School, 6,* 254-261.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1988). Proportional reasoning. In J. Hiebert, & M. Behr (Eds.), *Number Concepts and Operations in the Middle Grades* (pp. 93-118). Reston, VA: Lawrence Erlbaum & National Council of Teachers of Mathematics.

Lessard-Hérbert, M., Goyette, G., & Bouti, G. (1994). *Investigação Qualitativa: Fundamentos e Práticas.* Lisboa: Instituto Piaget.

Monteiro, A. (2004). A Etnomatemática em Cenários de Escolarização: alguns elementos de reflexão. In G. Knijnik, F. Wanderer, & C. J. Oliveira (Orgs.), *Etnomatemática: Currículo e Formação de Professores* (pp. 432-446). Santa Cruz do Sul: UNISC.

Monteiro, A., Orey, D. C., & Domite, M. C. S. (2004). Etnomatemática: papel, valor e significado. In J. P. M. Ribeiro, M. C. S. Domite, & R. Ferreira (Orgs.), *Etnomatemática: papel, valor e significado* (pp. 13-37). São Paulo: Zouk.

Noelting, G. (1978). *La construction de la notion de proportion chez l'enfant et l'adolescent et les mécanismes d' equilibration.* Numéro special de L'APAME, École de Psichology, Université Laval, Québec.

Nunes, T. (2010). Continuities and discontinuities between informal and scientific mathematical thinking: insights for education. In Márcia M. F. Pinto & Teresinha F. Kawasaki (Eds.), *Proceedings of the 34th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* vol 1, (pp. 328-332). Belo Horizonte, Brazil: PME.

Oliveira, H. D. L. (2004). A Etnomatemática em Cenários de Escolarização: alguns elementos de reflexão. In G. Knijnik, F. Wanderer, C. J. Oliveira (Org.). *Etnomatemática: Currículo e Formação de Professores* (pp. 305-322). Santa Cruz do Sul: UNISC.

Oliveira, I. A. F. G. (2000). *Um estudo sobre proporcionalidade: a resolução de problemas de proporção simples no ensino fundamental*. Dissertação de mestrado em Educação. Universidade Federal de Pernambuco, Recife.

Oliveira, I. (2009). *Proporcionalidade: estratégias utilizadas na Resolução de Problemas por alunos do Ensino Fundamental no Quebec.* Bolema, Rio Claro (SP), Ano 22, n.º 34, pp. 57-80.

Oliveras, M. L. (2006). Etnomatemáticas. De la multiculturalidad al mestizaje [Ethnomathematics. From multiculturality to miscegenation]. En: *Matemáticas e interculturalidad* (pp. 117-149). *Biblioteca de UNO. Número 232,* Graó. Barcelona. ISBN: 13: 978-84-7827-464-2.

Palhares, P. (2012). Mathematics Education and ethnomathematics: a connection in need of reinforcement. *Redimat–Journal of Research in Mathematics Education, 1*(1), 79-92.

Post, T., Behr, M., & Lesh, R. (1988). Proportionality and the development of pre-algebra understandings. In: *Algebraic concepts in the curriculum K-12 (1988 Yearbook).* Reston, VA: National Council of Mathematics.

René de Contret, S. (1991*). Étude de l'influence dês variables indique de proportionalité du théme et nombre de couples de données sur la reconnaissance, le taitement et la compréhension de problèmes de proportionalité chez dês élèves de 13-14 ans.* Tese de Doutoramnto em Educação Matemática – Université Joseph Fourier, Grenoble.

Singer, J., Kohn, A., & Resnick, L. (1997). Knowing about proportions in diferente contexts. In: T. Nunes & P. Bryant (Orgs.), *Learning and teaching mathematics: An international perspective* (pp. 115-132). Hove: Psychology Press.

Sousa, F. (2006). *Pescadores e Calafates: A Etnomatemática na Baía de Câmara de Lobos.* Tese de mestrado. Instituto de Estudos da Criança: Universidade do Minho. Portugal.

Sousa, F. (2008). Proporcionalidade Direta. In E. Mamede (Ed.), *Matemática – ao encontro das práticas – 2.º ciclo* (pp. 227-238). Instituto de Estudos da Criança – Universidade do Minho. Braga.

Spinillo, A. G. (1994). Raciocínio proporcional em crianças; considerações acerca de alternativas educacionais. Pro-posições, vol. 5, n.º 1 (13), 109-114.

Tournaire, F. (1986). Proportions in elementary school. *Educational Studies in Mathematics*, 17, 401-412.

Vergnaud, G. (1991). *El niño, las matemáticas y la realidade: problemas de la enseñanza de las matemáticas.* Trillas, México.