

Conflictos semióticos relacionados con la organización de datos bidimensionales en libros de texto de Bachillerato

Semiotic conflicts related to two-dimensional data organisation in High School textbooks

María M. Gea¹, José António Fernandes², María del Mar López- Martín¹ y Pedro Arteaga¹

¹Universidad de Granada (España), ²Universidade do Minho (Portugal)

Resumen

El objetivo de este trabajo es caracterizar los conflictos semióticos relacionados con la organización de datos bidimensionales que se presentan en los libros de texto de Bachillerato en España. Se analizan 16 libros de texto, según el Enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos, donde encontramos una amplia variedad de conflictos, relacionados principalmente con el lenguaje, así como en la definición de conceptos o presentación de procedimientos. Estos resultados ayudarán al docente en el diseño, planificación e implementación del tema, y poder evitar que dichos conflictos se manifiesten en sus estudiantes.

Palabras clave: Conflicto semiótico; estadística bidimensional; libros de texto; Bachillerato.

Abstract

The aim of this work is to characterize the semiotic conflicts related to organizing two-dimensional data that arise in the Spanish High School textbooks. An analysis in a sample of 16 textbooks is carried out, based on the onto-semiotic approach of mathematical knowledge and instruction in mathematics education. We found a wide variety of conflicts that mainly concern the language used, as well as the definition of concepts and presentation of methods. These results will assist the teacher in the design, planning and implementation of this topic, in order to avoid that such conflicts are transmitted to the student.

Keywords: Semiotic conflicts; two-dimensional statistics; textbooks; High School.

1. Introducción

El estudio de la dependencia entre variables aleatorias ha producido importantes avances en diversas disciplinas, como por ejemplo la Economía, Psicología o Sociología, gracias al desarrollo de conceptos y métodos estadísticos fundamentados en el análisis de datos bivariados. En nuestro día a día, los medios de comunicación presentan informes y gráficos sobre la relación entre dos sucesos (variables) y la intensidad con la que se relacionan y, además, el ciudadano toma decisiones sobre la posible dependencia entre dos variables que, en la mayoría de los casos, se basan en expectativas y creencias propias que no están fundamentadas en los datos que la situación proporciona (Chapman y Chapman, 1969). Todos estos son algunos ejemplos que fundamentan la necesidad de una formación adecuada del ciudadano en el tema.

El tratamiento de datos bivariados en el sistema educativo español comienza de manera intuitiva en cuarto curso de Educación Secundaria, con la construcción e interpretación del diagrama de dispersión (MECD, 2015), pero se aborda en profundidad en primer

Gea, M. M., Fernandes, J. A., López-Martín, M. M. y Arteaga, P. (2017). Conflictos semióticos relacionados con la organización de datos bidimensionales en libros de texto de Bachillerato. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponible en, enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html

curso de bachillerato, tanto en la modalidad de Ciencias como en la de Humanidades y Ciencias Sociales, con contenidos similares en ambas modalidades.

El estudiante, además de utilizar adecuadamente el vocabulario estadístico para analizar e interpretar la información, se espera que desarrolle las siguientes capacidades en torno a la organización de datos bivariados, que se concretan en criterios de evaluación:

Describir y comparar conjuntos de datos de distribuciones bidimensionales, con variables discretas o continuas, procedentes de contextos relacionados con la economía y otros fenómenos sociales y obtener los parámetros estadísticos más usuales mediante los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora, hoja de cálculo) y valorando la dependencia entre las variables. (MECD, 2015, p.385).

En este trabajo prestamos atención a la organización de datos bivariados en el tema de estadística bidimensional pues, como indica Estepa (2007, p.126): “En el estudio de la relación entre dos variables es de sumo interés distinguir si las dos variables constituyen una distribución bidimensional o no.” y, en realidad, ésta es una dificultad que manifiestan los estudiantes (Estepa, 2008; Estepa y Batanero, 1995). Por otra parte, centramos el análisis en el libro de texto, ya que se trata de un recurso que tanto el profesor como el alumno utilizan con mucha frecuencia y regula, habitualmente, las acciones que se realizan en el aula (Cordero y Flores, 2007).

Nuestro objetivo es analizar la presencia de conflictos semióticos relacionados con la organización de datos bivariados en una muestra de libros de texto españoles dirigidos a primer curso de Bachillerato, continuando el trabajo realizado en Gea, Batanero, López-Martín y Contreras (2015) y Gea, López-Martín y Roa (2015). En lo que sigue, se presenta la fundamentación teórica de nuestro trabajo, el método utilizado y los resultados obtenidos; finalizando con una breve reflexión e implicaciones para la enseñanza.

2. Fundamentación

2.1. Marco teórico

Nuestro trabajo se fundamenta en el Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos (EOS) (Godino, 2002; Godino y Batanero, 1994; 1999; Godino, Batanero y Font, 2007), pues asumimos que el conocimiento surge de las prácticas matemáticas (acciones u operaciones) que realiza un sujeto como respuesta a situaciones problemáticas, y que tienen una dualidad, según se consideren desde el punto de vista institucional (por ejemplo, una institución de enseñanza) o personal (de cada persona).

Nos interesamos por los procesos de semiosis que se realizan en la actividad matemática, es decir, cuando entre dos objetos matemáticos se establece una dependencia en la que uno de ellos se pone en lugar del otro, o bien uno es usado por otro, adquiriendo uno de los objetos matemáticos el estatus de significante y el otro de significado. La relación que se establece entre la expresión y el contenido no se limita a la representación en sí misma, sino que se pueden distinguir tres tipos de funciones semióticas (Font, Godino y D'Amore, 2007; Godino, Font, Contreras y Wilhelmi, 2006): 1) cuando un objeto se pone en lugar de otro para un cierto propósito (función semiótica representacional); 2) si un objeto utiliza a otro u otros como instrumento (función semiótica instrumental); y 3) si dos o más objetos componen un sistema del cual emergen nuevos objetos (función semiótica estructural).

Con todo ello, las prácticas que desarrolla el alumno se considerarán correctas si se adecúan al significado institucional, por lo que en el EOS surge la noción de *conflicto semiótico*, que se refiere a cualquier “disparidad o desajuste entre los significados atribuidos a una expresión por dos sujetos (personas o instituciones) en interacción comunicativa y pueden explicar las dificultades y limitaciones de los aprendizajes y las enseñanzas implementadas” (Godino, 2002, p.250).

Estas interpretaciones o representaciones incorrectas, pueden llevar a producir errores durante la resolución de problemas, que no son debidos a falta de conocimiento, sino a no haber relacionado adecuadamente los dos términos de una función semiótica. Así, este constructo ayuda al investigador a reflejar las relaciones entre objetos matemáticos (función semiótica) y los procesos interpretativos en las prácticas matemáticas que explicarían algunos errores de los estudiantes (Godino, Batanero y Font, 2007).

2. 2. Investigaciones previas

La investigación sobre contenidos de estadística en los libros de texto de matemáticas es escasa, aunque encontramos algunos ejemplos desarrollados principalmente en nuestro grupo de investigación, utilizando el EOS. Destacamos, entre otros, los trabajos de Tauber (2001) sobre la distribución normal, Alvarado (2007) sobre el teorema central del límite y Olivo (2008) sobre intervalos de confianza.

En el tema de estadística bidimensional, una primera investigación es la de Sánchez Cobo (1999), quien analiza 11 libros de texto publicados entre 1977 y 1990. Para el análisis de la presentación teórica se tiene en cuenta los objetivos de los libros, la metodología usada en la exposición del tema, contenidos matemáticos presentados, número de ejercicios y ejemplos, y presencia de consideraciones históricas. Se ofrece una clasificación de definiciones y un análisis de las demostraciones, tanto desde el punto de vista de la función que realizan como de las componentes que la integran.

Como complemento, Lavallo, Micheli y Rubio (2006) pretenden acercarse un poco más al estudio del tema y analizan el contenido de 7 libros de texto, precisando las nociones “que necesitan ser incorporados al tratamiento de la regresión y la correlación lineal para favorecer la comprensión” (Lavallo Micheli y Rubio, 2006, p.387), así como los procedimientos con los que se vincula, y sus relaciones entre ellos. Se centran en el enfoque con que se presentan las nociones tratadas (teoría-práctica o al contrario), el nivel de profundidad, si se deducen las fórmulas de cálculo, el tipo de situaciones problemáticas y si se utilizan herramientas tecnológicas.

Nuestro objetivo es completar los anteriores pues, por un lado, Sánchez Cobo analiza libros de hace casi dos décadas, los libros analizados por Lavallo, Micheli y Rubio (2006) fueron publicados en Argentina y los documentos curriculares actuales en España (MECD, 2015) han reforzado el tema. Por otro lado, nos centramos en identificar conflictos semióticos relacionados con la organización de datos bivariados, aspecto no abordado en profundidad en las investigaciones previas.

3. Método

Se realiza un análisis de contenido en una muestra intencional de 16 libros de texto de primer curso de Bachillerato en España. Se divide la muestra en 8 textos de la especialidad en Humanidades y Ciencias Sociales y otros 8 de la especialidad en Ciencias, publicados en editoriales de gran tradición y prestigio (Anexo 1). Se ha

tratado de buscar una muestra comprehensiva para capturar la mayor riqueza posible de la realidad analizada (Martínez, 2006).

Es una investigación cualitativa, donde se asume que un texto puede dividirse en unidades que pueden clasificarse en un número reducido de categorías y que permiten realizar inferencias sobre su contenido (Noguero, 2002). Se comienza por identificar en cada texto el tema de estadística bidimensional y, para cada capítulo, se analizan las situaciones problemáticas, lenguajes, conceptos, propiedades, procedimientos y argumentos en relación a la organización de datos bivariados. Con la finalidad de identificar los posibles conflictos semióticos asociados a la organización de datos bivariados, para cada uno de estos objetos se realiza un estudio detallado de su presentación, los ejemplos propuestos y el uso que se hace a lo largo del capítulo. Posteriormente, siguiendo un proceso cíclico e inductivo, característico del análisis de contenido (Cook y Reichardt, 2005), se clasifican cada uno de los conflictos encontrados. Para asegurar la fiabilidad del proceso, se revisan los resultados del análisis con la ayuda de otros miembros del equipo de investigación.

4. Resultados

Como se expuso anteriormente, cuando se realiza una actividad matemática se activa una trama de funciones semióticas, que serán correctas en la medida en que se adapten a la institución; en otro caso, se manifiesta un conflicto semiótico (Godino, 2002; Godino, et al., 2006). En el análisis de un libro de texto, podemos encontrar conflictos de modo explícito o implícito; considerando que un conflicto semiótico es explícito cuando identificamos una asignación de significado a un objeto matemático que no concuerda con el significado institucional que posee; será implícito cuando la asignación es imprecisa o incompleta y, aunque no llega a ser incorrecta, puede originar un conflicto en el estudiante al inducir generalizaciones excesivamente amplias o interpretaciones inadecuadas.

Describimos a continuación los conflictos potenciales identificados en nuestro análisis, clasificados según se refieran al lenguaje o a los conceptos y, para ambos casos, cuando se relacionan con procedimientos. En ambas clasificaciones se muestran ejemplos que clarifiquen estas categorías.

4.1. Conflictos semióticos potenciales ligados al lenguaje y procedimientos asociados

La organización de datos bidimensionales se encuentra principalmente ligada al lenguaje, ya que los datos recolectados deberán ser organizados para construir tablas y gráficos, y se hace uso de la notación simbólica para identificar su organización en dichas representaciones. Los principales conflictos encontrados son:

Representación gráfica inadecuada o imprecisa. Se presenta este conflicto cuando se utilizan gráficos estadísticos no adecuados al tipo de datos que se desean representar. La principal confusión se encuentra entre el histograma y el diagrama de barras, pues no se tiene en cuenta que estas representaciones se deben utilizar dependiendo de si las variables son continuas o categóricas, respectivamente. Ello puede llevar al estudiante a confundir estos dos tipos de gráficos o a no diferenciar los casos en que uno y otro debe aplicarse, como se muestra en la siguiente tarea resuelta en [H7] (también en [T7]):

12 Se estudia la relación entre la antigüedad, X , de los trabajadores de una empresa y el número de productos defectuosos, Y , que han elaborado en el último año.

Los resultados se recogen en esta tabla de doble entrada.

$Y \backslash X$	1	2	3	4	Total
3	10	5	5	0	20
4	20	10	15	5	50
Total	30	15	20	5	70

Representa los datos en un gráfico que refleje la frecuencia de cada uno de ellos.

TERCERO. También se puede representar la distribución en el espacio, dibujando paralelepípedos de volúmenes proporcionales a las frecuencias. Este gráfico se llama **estereograma**.

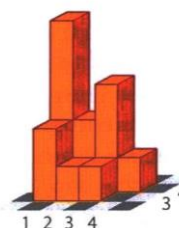


Figura 1. Representación gráfica de un histograma tridimensional ([H7], p. 256)

Esta situación se complica en textos como [H2] y [T2], que consideran transparente la construcción del gráfico de barras tridimensional y lo presentan sin explicar cómo se construye, es decir, no se explica cómo se sitúan las barras y la altura de las mismas, induciendo implícitamente el conflicto semiótico con el histograma, donde se ha de mantener la proporcionalidad entre la altura de las barras y la frecuencia de los datos.

Lenguaje simbólico impreciso. Encontramos en algunos textos conflictos cuando se describe cómo se organiza la información que suministran los datos en una tabla o cómo se traduce la información de tabla a gráfico, o viceversa. Por ejemplo, en [H4] y [T4] se muestran tablas en las que aparecen frecuencias (marginales y/o condicionadas) con notación no habitual, como en el ejemplo que reproducimos en la Tabla 1. En particular, los símbolos A_i y B_j se refieren a las frecuencias absolutas marginales de las variables X_i e Y_j (para $i=1, \dots, n$ y $j=1, \dots, m$), respectivamente. El uso de este lenguaje podría generar un conflicto semiótico en la interpretación de la notación, pudiendo el estudiante entender las expresiones $(f_r)A_i$ o $(f_r)B_j$ como producto de dos elementos.

Tabla 1. Tabla de doble entrada de frecuencias relativas ([H4], p. 219).

	y_1	y_2	...	y_m	$\sum_{j=1}^m (f_r)_{ij}$
x_1	$(f_r)_{11}$	$(f_r)_{12}$...	$(f_r)_{1m}$	$(f_r)A_1$
x_2	$(f_r)_{21}$	$(f_r)_{22}$...	$(f_r)_{2m}$	$(f_r)A_2$
...		
x_n	$(f_r)_{n1}$	$(f_r)_{n2}$...	$(f_r)_{nm}$	$(f_r)A_n$
$\sum_{i=1}^n (f_r)_{ij}$	$(f_r)B_1$	$(f_r)B_2$...	$(f_r)B_m$	1

Esta situación complica el uso de fórmulas, como es el caso de la covarianza, puesto que la notación simbólica no es adecuada. Así, en [H1], [H5], [H6], [T1], [T5] y [T6] se muestran los datos bidimensionales en un listado, donde no sería necesario utilizar dos índices ($i=1, \dots, n$ y $j=1, \dots, m$), pero sí es necesario explicar su uso puesto que los datos poseen frecuencia distinta a la unidad y esto provoca que en la fórmula se utilice únicamente el índice i . Los textos [H2], [H8] y [T2] previenen este conflicto implícitamente, cuando se indica al estudiante la utilidad de transformar la tabla de

doble entrada en una tabla simple o listado de datos para trabajar con la fórmula de la covarianza más fácilmente.

También encontramos otras situaciones en donde el uso del lenguaje es confuso, como se muestra en la Figura 2, donde se presenta una tabla estadística (a modo de listado de datos), una gráfica asociada a ella y se espera que el estudiante relacione ambas representaciones, a pesar de que la notación dificulta la traducción entre ellas.

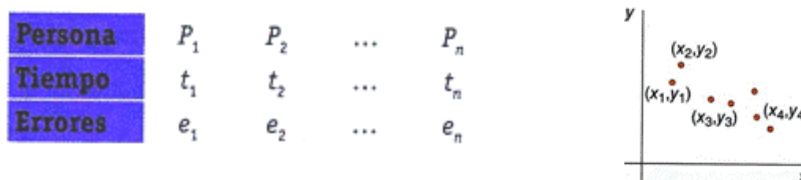


Figura 2. Proceso de traducción entre la representación gráfica y tabular con diferente notación ([H5], p. 250).

Explicación confusa de la construcción de tablas bidimensionales. Encontramos textos que explican de manera confusa cómo se organizan los datos en una tabla. Se presentan habitualmente los datos en un listado, pero en el ejercicio resuelto que se muestra en la Figura 3, las indicaciones que se dan a los estudiantes no son muy precisas.

Se clasifican los puntos obtenidos en intervalos bidimensionales, presentando la tabla final como listado, sin dar la posibilidad de que aparezcan otras combinaciones de las dos variables; por ejemplo, un estudiante con puntuación (95, 3). Otra dificultad se presenta al sustituir los intervalos por su marca de clase en la tabla final. Todas estas imprecisiones dificultan la comprensión de este procedimiento al alumno, y le puede inducir a conflictos en la construcción de la tabla, la interpretación de los intervalos y sus extremos, o incluso la identificación correcta de la distribución bidimensional.

9 Una prueba a la que se han presentado 20 personas consta de un test de inteligencia y un test de conocimientos. Las puntuaciones obtenidas por cada persona han sido, respectivamente, las siguientes.

Test de inteligencia:

90	102	110	91	100	115	93
104	116	95	107	116	96	109
103	111	92	97	104	99	

Test de conocimientos:

0,4	2	4	0	2,4	4,6	0,8
3	5,4	1	3,4	5,9	1,6	3,6
2,2	5	0,6	1,4	3,8	1,8	

PRIMERO. Se determinan los intervalos para la primera variable y las marcas de clase correspondientes. Como las puntuaciones del test de inteligencia van de 90 a 116 puntos, se puede hacer la división en tres intervalos:

[90, 100)	[100, 110)	[110, 120)
-----------	------------	------------

Las marcas de clase son los puntos medios de cada intervalo, esto es:

95	105	115
----	-----	-----

TERCERO. Se construye la tabla de frecuencias simple para datos agrupados. Para ello se cuentan los datos que pertenecen a cada intervalo, para determinar las frecuencias absolutas, y se representa cada intervalo mediante su marca de clase.

Puntuación del test de inteligencia	95	105	1
Puntuación del test de conocimientos	1	3	
Frecuencias absolutas	8	7	

SEGUNDO. Se determinan los intervalos para la segunda variable y las marcas de clase correspondientes. Como las puntuaciones del test de conocimientos van de 0 a 5,9 puntos, podemos hacer la división en tres intervalos:

[0, 2)	[2, 4)	[4, 6)
--------	--------	--------

En este caso, las marcas de clase son:

1	3	5
---	---	---

Agrupar las puntuaciones del test de inteligencia en intervalos de 10 puntos, y las puntuaciones de test de conocimientos, en intervalos de 2 puntos. Construye la tabla de frecuencias simple para datos agrupados.

Figura 3. Ejercicio resuelto de representación tabular de datos bivariados ([H7], p. 254).

4.2. Conflictos semióticos potenciales ligados a la definición de conceptos y procedimientos asociados

Identificación de un concepto con su representación. El carácter no ostensivo de los objetos matemáticos conceptuales hace necesario el uso de representaciones de los mismos para su trabajo en el aula. Como indica Duval (1993), es importante manejar diferentes representaciones en la actividad matemática, pero también recuerda que los objetos matemáticos nunca deben ser confundidos con su representación. En nuestro análisis encontramos que algunos libros inducen esta confusión al definir conceptos. En

el caso de la organización de datos bidimensionales lo encontramos al definir el concepto de variable estadística bidimensional, así como la distribución de datos bivariados.

En los textos [H1] y [T1], por ejemplo, se define la distribución bidimensional mediante un ejemplo de representación gráfica y otro tabular, prestando más interés en cómo organizar los datos que en el concepto en sí mismo; no es hasta avanzado el tema, cuando se da una definición más precisa del concepto: “El conjunto de pares de valores $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \dots (x_n, y_n)$ se llama una distribución bidimensional” ([T1], p.333). Es necesario cuidar esta introducción de conceptos pues, como se muestra en Estepa (2007), sólo el 52% de los alumnos elige, en un ítem de opción múltiple, la definición correcta de distribución bidimensional.

Esta imprecisión al definir los conceptos se encuentra también en [H1] y [T1], cuando se muestra un ejemplo de una distribución marginal de la distribución bivariada y los autores se limitan a etiquetar su nombre en la tabla bidimensional, sin definirla, a pesar de su relevancia. Este hecho puede provocar que el alumno no llegue a comprender este concepto o lo interprete simplemente como sinónimo de “total” de una fila o columna y no como conjunto de valores de la variable fila o columna, junto con las correspondientes frecuencias marginales.

Variable estadística bidimensional. Algunos textos definen de modo impreciso este concepto, pues se reduce su significado a variables estadísticas unidimensionales cuantitativas, como ocurre en [H8] y [T8]: “Una variable estadística bidimensional (X, Y) es el resultado del estudio de dos características cuantitativas X e Y en los individuos de una población.” ([H8], p.248). Se trataría de un conflicto potencial pues es importante que el estudiante distinga si las dos variables constituyen una distribución bidimensional o no (Estepa y Batanero, 1995; Estepa, 2008).

5. Reflexión e implicaciones para la enseñanza

En este trabajo se presenta un análisis de los conflictos semióticos identificados en una muestra de libros de texto de primer curso de Bachillerato en España. Un resumen se presenta en la Tabla 2, que muestra la representatividad de los mismos en los textos de Ciencias. No hay ninguna diferencia con los textos de la otra modalidad, por lo que esta tabla es la misma para ambas modalidades.

Tabla 2. Conflictos semióticos en los textos analizados de la modalidad en Ciencias.

	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8
Representación gráfica inadecuada o imprecisa	x	x						x
Lenguaje impreciso	x			x	x	x		
Construcción de tablas								x
Confusión objeto-representación	x							
Variable bidimensional								x

Encontramos una variedad de conflictos semióticos relacionados con la organización de datos bivariados, siendo mayor su presencia en la representación gráfica (inadecuada o imprecisa en la explicación de su construcción) y en el uso del lenguaje (por la notación utilizada), pues se presenta también con poco rigor. Las imprecisiones en el lenguaje, así como de los procedimientos asociados a estos objetos, puede potenciar errores en los estudiantes y sus interpretaciones sobre la correlación en los mismos (Estepa, 2008). La presencia de conflictos respecto a los procedimientos para construir la tabla

bidimensional, la confusión entre un objeto y su representación o la definición de variable bidimensional es menor.

El profesor debiese estar atento a la adaptación que el libro de texto realiza del contenido a enseñar, pues el estudio de la dependencia entre dos variables y su posible modelización (en el caso de que dicha relación fuese intensa) comienza con la recogida de datos y la organización de la información para ser analizada e interpretada. Si el estudiante no posee una comprensión adecuada en este nivel, será difícil que comprenda conceptos y métodos más avanzados.

La intención es evitar que estos conflictos se manifiesten en el estudiante, debido a la introducción, uso o interpretación inadecuada de objetos matemáticos, junto a sus representaciones (funciones semióticas que no se adecúan al significado institucional) en el libro de texto. Como indica Ortiz (1999), el libro de texto es una fuente de datos y actividades para el aula; el resultado de un gran esfuerzo de planificación y síntesis, y se considera como un conocimiento que hay que transmitir. El profesor deberá estar atento a su uso en la enseñanza y el aprendizaje del tema, prestando especial atención al análisis de los conflictos potenciales que en él se presenten

Agradecimientos: Proyecto EDU2013-41141-P y EDU2016-74848-P (MEC) y grupo FQM126 (Junta de Andalucía).

Referencias

- Alvarado, H. (2007). *Significados del teorema central del límite en la enseñanza de la estadística en ingeniería*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- Chapman, L. J. y Chapman, J. P. (1969). Illusory correlation as an obstacle to the use of valid psychodiagnostic signs. *Journal of Abnormal Psychology*, 74(3), 271-280.
- Cook, T. D. y Reichardt, C. S. (2005). *Métodos cualitativos y cuantitativos en investigación evaluativa*. Madrid: Ed. Morata.
- Cordero, F. y Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 10(1), 7-38.
- Duval, R. (1993). *Semiosis et Noesis. Lecturas en didáctica de la matemática: Escuela Francesa*. México: Sección de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.
- Estepa, A. (2007). Caracterización del significado de la correlación y regresión de estudiantes de Educación Secundaria. *Zetetiké*, 15(28), 119-151.
- Estepa, A. (2008). Interpretación de los diagramas de dispersión por estudiantes de Bachillerato. *Enseñanza de las Ciencias*, 26(2), 257-270.
- Estepa, A. y Batanero, C. (1995). Concepciones iniciales sobre la asociación estadística. *Enseñanza de las Ciencias*, 13(2), 155-170.
- Font, V., Godino, J. D. y D'Amore, B. (2007). An onto-semiotic approach to representations in mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 27(2), 2-7.
- Gea, M. M., Batanero, C., López-Martín, M. M. y Contreras, J. M. (2015). Los recursos tecnológicos en la estadística bidimensional en los textos españoles de bachillerato. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, 38, 113-132.
- Gea, M. M., López-Martín, M. M. y Roa, R. (2015). Conflictos semióticos sobre la correlación y regresión en los libros de texto de Bachillerato. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 1(8), 29-49.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática.

- Recherches en Didactique des Mathématiques*, 22(2-3), 237-284.
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1999). Funciones semióticas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En I. Vale y J. Portela (Eds.), *Actas de la IX Reunión de la Sociedad Portuguesa de Investigación en Educación Matemática (SIEM)* (pp. 47-62). Guimaraes (Portugal): Sociedad Portuguesa de Profesores de Matemáticas.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Font, V., Contreras, A. y Wilhelmi, M. R. (2006). Una visión de la didáctica francesa desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(1), 117-150.
- Lavalle, A. L., Micheli, E. B. y Rubio, N. (2006). Análisis didáctico de regresión y correlación para la enseñanza media. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 9(3), 383-406.
- M.E.C.D. (2015). *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato*. Madrid: Autor.
- Martínez, M. (2006). La investigación cualitativa (síntesis conceptual). *Revista de Investigación en Psicología*, 9(1), 123-146.
- Noguero, F. L. (2002). El análisis de contenido como método de investigación. *Revista de Educación*, 4, 167-180.
- Olivo, E. (2008). *Significados de los intervalos de confianza para los estudiantes de ingeniería en México*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- Ortiz, J. J. (1999). *Significado de los conceptos probabilísticos elementales en los textos de Bachillerato*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Sánchez Cobo, F. T. (1999). *Significado de la correlación y regresión para los estudiantes universitarios*. Tesis doctoral no publicada. Universidad de Granada.
- Tauber, L. (2001). *La construcción del significado de la distribución normal en un curso de análisis de datos*. Tesis doctoral. Universidad de Sevilla.

Anexo 1: Textos utilizados en el análisis

- [H1] Colera, J., Oliveira, M. J., García, R. y Santaella, E. (2008). *Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales I*. Madrid: Grupo Anaya.
- [H2] Arias, J. M. y Maza, I. (2011). *Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales I*. Madrid: Grupo Editorial Bruño.
- [H3] Anguera, J., Biosca, A., Espinet, M. J., Fandos, M. J., Gimeno, M. y Rey, J. (2008). *Matemáticas I aplicadas a las Ciencias Sociales*. Barcelona: Guadiel.
- [H4] Monteagudo, M. F. y Paz, J. (2008). *1º Bachillerato. Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales*. Zaragoza: Luis Vives.
- [H5] Martínez, J. M., Cuadra, R. y Heras, A. (2008). *Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales. 1º Bachillerato*. Madrid: McGraw-Hill.
- [H6] Bescós, E. y Pena, Z. (2008). *Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales. 1º Bachillerato*. Vizcaya: Oxford University Press.
- [H7] Antonio, M., González, L., Lorenzo, J., Molano, A., del Río, J., Santos, D. y de

- Vicente, M. (2009). *Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales I*. Madrid: Santillana Educación.
- [H8] Vizmanos, J. R., Hernández, J., Alcaide, F., Moreno, M. y Serrano, E. (2008). *Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales I*. Madrid: Grupo SM.
- [T1] Colera, J., Oliveira, M. J., García, R. y Santaella, E. (2008). *Matemáticas I*. Madrid: Grupo Anaya.
- [T2] Arias, J. M. y Maza, I. (2011). *Matemáticas I*. Madrid: Grupo Editorial Bruño.
- [T3] Biosca, A., Doménech, M., Espinet, M. J., Fandos, M. J. y Jimeno, M. (2008). *Matemáticas I*. Barcelona: Guadiel - Grupo Edebé.
- [T4] Monteagudo, M. F. y Paz, J. (2008). *1º Bachillerato. Matemáticas. Ciencias y Tecnología*. Zaragoza: Edelvives (Editorial Luis Vives).
- [T5] Martínez, J. M., Cuadra, R. y Barrado, F. J. (2007). *Matemáticas 1º Bachillerato*. Madrid: McGraw-Hill.
- [T6] Bescós, E. y Pena, Z. (2009). *Matemáticas. 1º Bachillerato*. Navarra: Oxford University Press España.
- [T7] Antonio, M., González, L., Lorenzo, J., Molano, A., del Río, J., Santos, D. y de Vicente, M. (2008). *Matemáticas 1º Bachillerato*. Madrid: Santillana Educación.
- [T8] Vizmanos, J. R., Hernández, J., Alcaide, F., Moreno, M. y Serrano, E. (2008). *Matemáticas I*. Madrid: Ediciones SM.