O CONHECIMENTO PARA ENSINAR PROBABILIDADES DE FUTUROS EDUCADORES E PROFESSORES DOS PRIMEIROS ANOS

José António Fernandes[1], *María Magdalena Gea*[2], *Floriano Viseu*[3]
[1]Universidade do Minho, jfernandes@ie.uminho.pt
[2]Universidad de Granada, mmgea@ugr.es
[3]Universidade do Minho, fviseu@ie.uminho.pt

Resumo. *O presente estudo teve por objetivo estudar o conhecimento para ensinar probabilidades de futuros educadores e professores dos primeiros anos escolares. Participaram no estudo 62 alunos, futuros educadores e professores dos primeiros anos, que se encontravam a frequentar o 2.º ano do curso de Licenciatura em Educação Básica numa universidade do Norte de Portugal. Para tal, os alunos resolveram várias tarefas, cada uma com duas questões: na primeira o aluno determinava probabilidades de acontecimentos e na segunda averiguava a correção ou incorreção das resoluções de três alunos da mesma questão. Este trabalho apresenta os resultados de uma tarefa, em que se salienta o razoável desempenho dos alunos, melhor na classificação correta das resoluções dadas do que na determinação das probabilidades, a existência de vários erros e a determinação correta das probabilidades repercutiu-se, mais frequentemente, na classificação correta das três resoluções dos alunos que eram dadas*.

Abstract. *The present work aimed to study the knowledge to teach probability of prospective educators and primary school teachers. The study included 62 students, prospective educators and primary school teachers, who were attending the 2nd year of the Basic Education Degree course at a Northern Portuguese university. In order to achieve this, the students solved several tasks, each with two questions: in the first one the student solved probabilities problems and in the second one checked three students' resolutions of the same question in order to determine their correctness or not. In this paper we present the students' results of a task where they exhibit a reasonable performance. Their performance was better when they had to check three students' resolutions than when they had to solve the probability problems. The existence of several errors and the correct determination of probabilities was more often reflected in the correct checking of the three students' resolutions given*.

Palavras-chave: *conhecimento para ensinar; probabilidades; futuros educadores e professores dos primeiros anos.*

Introdução

Os recentes desenvolvimentos da área de probabilidades e estatística e as suas inúmeras aplicações às mais variadas situações científicas, sociais e políticas têm-se repercutido, cada vez mais, na importância social que lhe é reconhecida e numa maior visibilidade do seu ensino nas escolas.

No nosso país, os temas de Probabilidades e Estatística, integrados conjuntamente no domínio matemático de Organização e Tratamento de Dados (OTD) fazem parte dos programas de todos os anos escolares, desde o 1.º ao 12.º ano de escolaridade (Ministério da Educação e Ciência, 2013).

Ora, a introdução destes temas nos primeiros anos escolares requer que os professores dessas crianças tenham uma formação compatível em termos do que lhes é requerido para o ensino (Batanero, 2009). Trata-se de uma exigência relativamente recente pois até à introdução dos novos programas escolares da década de 90 estes temas não faziam parte da aprendizagem escolar destas crianças, donde também não faziam parte do programa formativo dos respetivos professores.

Assim, face às atuais exigências dos programas escolares, a inclusão destes temas nos programas formativos destes futuros educadores e professores reveste-se de uma grande importância, seja em termos de formação inicial, seja em termos de formação contínua, pois com um conhecimento adequado é possível ministrar um ensino de qualidade às crianças implicadas no processo de ensino-aprendizagem (Vasquez & Alsina, 2015).

Neste contexto, no presente estudo investiga-se o conhecimento para ensinar probabilidades de futuros educadores e professores dos primeiros anos escolares. Por outro lado, sendo o conhecimento do professor para ensinar um conhecimento multifacetado, neste estudo salientam-se o conhecimento comum do conteúdo e o conhecimento do conteúdo e os alunos (Hill, Ball & Schilling, 2008).

Em termos de estruturação do texto, de seguida abordaremos o enquadramento teórico, os aspetos metodológicos, a resolução da tarefa pelos alunos e, por último, a conclusão.

Enquadramento teórico

O conhecimento para ensinar é um conhecimento multifacetado, em que se intervêm variadas áreas científicas, como sejam o conhecimento da disciplina, o conhecimento do aluno e o conhecimento do currículo. Esses conhecimentos servem de pilar para a construção do conhecimento profissional, que tem um impulso decisivo nos cursos de formação inicial de professores e se desenvolve com a experiência que se acumula com a prática letiva.

O interesse pelo conhecimento profissional do professor ganhou relevância com os trabalhos de Shulman (1986, 1987). Debruçando-se sobre o conhecimento que o professor precisa para ensinar, este autor organiza-o em conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico, tanto geral como específico do conteúdo, e conhecimento do currículo. Nesta classificação, salienta-se o conhecimento pedagógico do conteúdo pois é um "conhecimento que vai mais além do conhecimento do conteúdo em si, [trata-se de] um conhecimento do conteúdo para ensinar" (Shulman, 1986, p. 9) e inclui as formas de representação e estratégias para ensinar um tema e o conhecimento da aprendizagem do aluno.

Posteriormente, Hill et al. (2008) focam-se no conhecimento do conteúdo e no conhecimento pedagógico do conteúdo. No caso do conhecimento do conteúdo, distinguem três tipos de conhecimento: o comum, no horizonte matemático e o especializado. O conhecimento comum do conteúdo traduz o conhecimento que qualquer pessoa com formação matemática manifesta quando responde corretamente a uma tarefa matemática, enquanto o conhecimento no horizonte matemático se refere a aspetos mais avançados do conteúdo. O conhecimento especializado do conteúdo é o que distingue o professor de Matemática de qualquer outra pessoa que também utiliza matemática. Este conhecimento está na base da capacidade do professor para explicar a razão de ser dos procedimentos matemáticos e a especificidade da linguagem matemática. É este conhecimento especializado que permite ao professor usar representações adequadas dos conceitos matemáticos.

No conhecimento pedagógico do conteúdo inclui-se o conhecimento do currículo e relaciona-se o conhecimento do conteúdo com os alunos e com o ensino, resultando no conhecimento do conteúdo e os alunos e no conhecimento do conteúdo e o ensino, respetivamente (Hill et al., 2008).

De entre as múltiplas facetas do conhecimento para ensinar, atendendo à natureza do objetivo deste trabalho, destacamos o conhecimento comum do conteúdo e o conhecimento do conteúdo e os alunos (em termos de Hill et al., 2008), que na classificação de Ponte (2012) podemos identificar com o conhecimento do conteúdo e o conhecimento dos alunos e da aprendizagem.

O conhecimento dos alunos e dos seus processos de aprendizagem abrange o conhecimento dos alunos como pessoas, dos seus interesses, dos seus gostos, das suas formas habituais de reagir, dos seus valores, das suas referências culturais (Santos & Ponte, 2002) e das formas como aprendem e desenvolvem as suas ideias matemáticas (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001). Ball, Thames e Phelps (2008), ao analisarem a relação entre o conteúdo e os alunos, identificam que o conhecimento do conteúdo e os alunos resulta da combinação do conhecimento sobre os alunos e sobre a Matemática. Trata-se de um conhecimento que ajuda a compreender as reações dos alunos e o que emerge do seu pensamento. A tarefa apresentada neste trabalho exige uma compreensão matemática específica neste sentido, sobre as conceções mais comuns e as conceções erróneas dos alunos em relação a um conteúdo matemático de probabilidades.

Não são muito frequentes os estudos de investigação sobre o conhecimento para ensinar probabilidades de futuros educadores e professores dos primeiros anos, até porque se trata de uma temática recentemente introduzida nos programas escolares dos primeiros anos de escolaridade.

Numa investigação em que participaram 37 futuros professores do 1.º e 2.º ciclo do ensino básico, que já tinham concluído o estudo de Probabilidades e Estatística, Fernandes e Barros (2005) verificaram dificuldades dos futuros docentes em formular acontecimentos, em compreender acontecimentos compostos e frequentemente recorriam a um raciocínio aditivo para comparar probabilidades. Também neste nível de ensino, Begg e Edwards (1999) verificaram que cerca de dois terços dos professores do ensino primário em serviço e em formação, de um total de 36, considerava todos os acontecimentos como sendo igualmente prováveis e muito poucos compreendiam o conceito de independência.

No caso da afirmação da equiprobabilidade dos acontecimentos, trata-se de avaliar os acontecimentos como sendo igualmente prováveis pelo facto de serem aleatórios, isto é, pela impossibilidade de se determinar antecipadamente os resultados a obter. Lecoutre e Durand (1988) designaram este raciocínio falacioso por enviesamento de equiprobabilidade e demonstraram que ele é resistente a variados fatores, como sejam variações da situação experimental (tipo de informação disponibilizada) e classificação dos sujeitos (formação, género e prática de jogos de sorte e azar).

Em vários estudos, envolvendo futuros educadores e professores dos primeiros anos de escolaridade, Fernandes, Viseu e Gea (2016) constataram que os futuros educadores e professores, à exceção do caso da probabilidade simples, em que a generalidade dos sujeitos foi capaz de responder corretamente, demonstraram um desempenho muito limitado: 60% nos itens de definição de acontecimentos certos; 72% nos itens de probabilidade simples; 56% nos itens de probabilidade condicionada e 26% nos itens de probabilidade conjunta. Para estes autores, quando se trabalha no contexto da extração com ou sem reposição, como aqui aconteceu, a maior dificuldade dos alunos na probabilidade conjunta pode explicar-se por este conceito ser mais elaborado do que o conceito de probabilidade condicionada, pois esta última foi explorada a partir da restrição do espaço amostral.

Também no contexto espanhol, Contreras, Estrada, Díaz e Batanero (2010), num estudo em que participaram 69 futuros professores do ensino primário, sobre o cálculo da probabilidade simples, composta e condicionada a partir de dados apresentados numa tabela de dupla entrada, concluíram que os futuros professores tiveram uma grande dificuldade no cálculo da probabilidade condicionada e conjunta e alguns desses futuros professores aderiram à falácia da condicional transposta (trocar o acontecimento condicionante com o condicionado) e à falácia da conjunção (atribuir à probabilidade da interseção de dois acontecimentos um valor superior à probabilidade de um desses acontecimentos, contrariando assim a lei da extensão).

Ao nível dos raciocínios erróneos, Fernandes, Batanero, Correia e Gea (2014) observaram que os futuros educadores e professores dos primeiros anos combinaram erradamente os valores de probabilidades, em que se destaca a aplicação da operação de adição em vez da de multiplicação, consideraram apenas a probabilidade de uma das duas ordens possíveis e determinaram o valor de probabilidade de apenas um dos acontecimentos envolvidos na probabilidade conjunta.

Tal como se constatou nos estudos antes referidos, também Vásquez e Alsina (2015) concluíram que os professores do ensino primário do Chile revelaram um conhecimento insuficiente nas diferentes categorias que compõem esse conhecimento.

Em síntese, os estudos revistos mostram que os futuros educadores e professores dos primeiros anos revelam um conhecimento para ensinar probabilidades muito limitado, manifestam muitas dificuldades e frequentemente aderem a raciocínios probabilísticos erróneos.

Método

O estudo, aqui relatado, teve por objetivo averiguar o conhecimento de futuros educadores e professores dos primeiros anos escolares para ensinar probabilidades. Estes futuros professores poderão lecionar matemática no 1.º ciclo ou no 1.º e 2.º ciclo, consoante o curso de mestrado para a docência que tenham a frequentado.

Participaram na investigação 62 alunos que se encontravam a frequentar o 2.º ano do curso de Licenciatura em Educação Básica, de uma universidade do Norte de Portugal. À entrada na universidade, estes alunos tinham uma formação muito variada em matemática, o que explica que muitos deles tenham declarado ter dificuldades a matemática; especificamente 64,5% declararam ter dificuldades ou muitas dificuldades, 33,9% declararam ter poucas dificuldades e apenas 1,6% declararam não ter dificuldades.

No âmbito do estudo, os participantes resolveram três tarefas sobre probabilidades, que foram administradas num contexto de avaliação formal em sala de aula, das quais, por razões de espaço, é aqui estudada apenas uma (Figura 1). Essa tarefa foi aplicada na unidade curricular de Números e Probabilidades, quando os alunos já tinham concluído o estudo do tema de Probabilidades.

a) Miguel e Luís jogam um jogo com dois dados vulgares (como sabes cada dado está numerado de 1 a 6). Lançam os dois dados e multiplicam os números obtidos. Miguel ganha um euro se o produto é par; se o produto é ímpar, Luís ganha um euro.
O jogo é equitativo? Porquê? Se o Miguel ganha 1 euro, quanto teria que ganhar o Luís para que o jogo seja equitativo?

b) Apresentam-se, a seguir, as respostas dadas por três alunos a esta tarefa. Classificar as respostas dos alunos em corretas ou incorretas. No caso das respostas incorretas explicar os erros cometidos pelos alunos.

A	O Miguel tem mais 2 possibilidades de ganhar que o Luís, logo considero justo que o Luís ganhe 2 euros.	☐ Correta ☐ Incorreta
	Erros:	
B	O Luís deve ganhar 6 euros para que seja justo porque tem menos possibilidades.	☐ Correta ☐ Incorreta
	Erros:	
C	Se o Luís ganhar 3 euros, o jogo estaria equilibrado uma vez que o Miguel tem três vezes mais oportunidades de ganhar que o Luís e de cada vez que ganha recebe um euro.	☐ Correta ☐ Incorreta
	Erros:	

Figura 1. Enunciado da tarefa proposta aos alunos.

A tarefa é constituída por duas questões: na questão a), relativa ao conhecimento comum do conteúdo, os alunos deveriam avaliar se o jogo é equitativo; e na questão b), relativa ao conhecimento do conteúdo e os alunos, deviam averiguar se as respostas dadas por três alunos à mesma questão eram corretas ou incorretas e indicar os erros no caso das respostas incorretas. Uma vez que em ambas as questões estava em jogo a mesma pergunta, para evitar qualquer contaminação entre as respostas, os alunos responderam à questão a), cujas resoluções foram recolhidas, e só depois foi distribuída a questão b).

Em termos de análise de dados determinaram-se frequências dos tipos de resposta (correta e incorreta) dos alunos e dos erros cometidos e relacionaram-se as frequências de respostas corretas e incorretas à questão a) com as respostas corretas à questão b).

Também, nos itens abertos da questão b), determinaram-se frequências dos tipos erros identificados pelos alunos.

Resolução da tarefa pelos futuros educadores e professores

Na Tabela 1 apresentam-se as frequências de respostas corretas e erradas, bem como as não respostas, apresentadas pelos alunos na questão a) e nos itens fechados da questão b).

Tabela 1. Frequências (%) dos tipos de resposta nos itens das questões a) e b)

Resposta	a)	b) A	b) B	b) C
Correta	41(66,1)	54(87,1)	57(91,9)	52(83,9)
Incorreta	20(32,3)	6(9,7)	4(6,5)	9(14,5)
Não resposta	1(1,6)	2(3,2)	1(1,6)	1(1,6)

Na questão a) pretendia-se que os alunos averiguassem se um jogo com dois dados era ou não equitativo, questionando-se ainda os alunos para que estabelecessem a quantia que cada jogador deveria ganhar na condição do jogo ser equitativo. Nesta questão cerca de dois em cada três alunos (66,1%) responderam corretamente, o que corresponde a um desempenho razoável dos alunos e que, por sua vez, denota um razoável conhecimento comum do conteúdo por parte dos alunos.

Quase todas as respostas corretas se basearam na descrição dos casos possíveis e favoráveis numa tabela de dupla entrada (Figura 2), tendo apenas dois alunos enumerado esses casos sem a ajuda de uma tabela tal como se ilustra na resolução do aluno A6 da Figura 3.

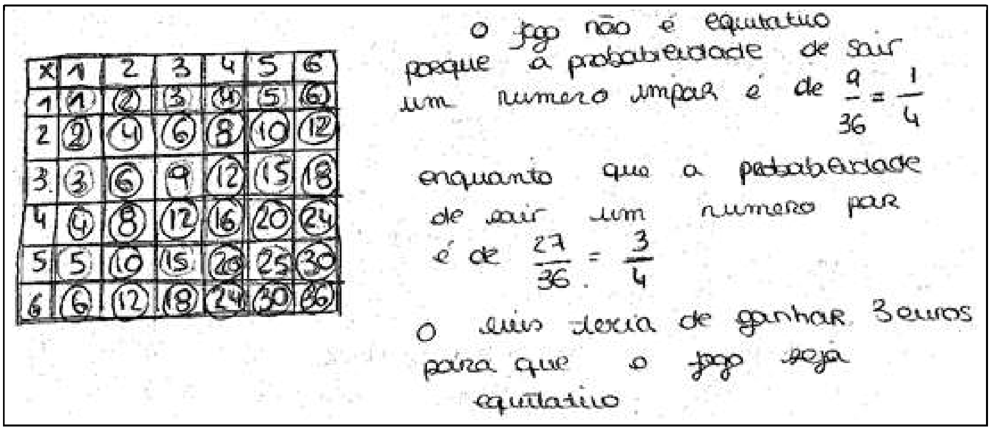


Figura 2. Resposta do aluno A59 à questão a).

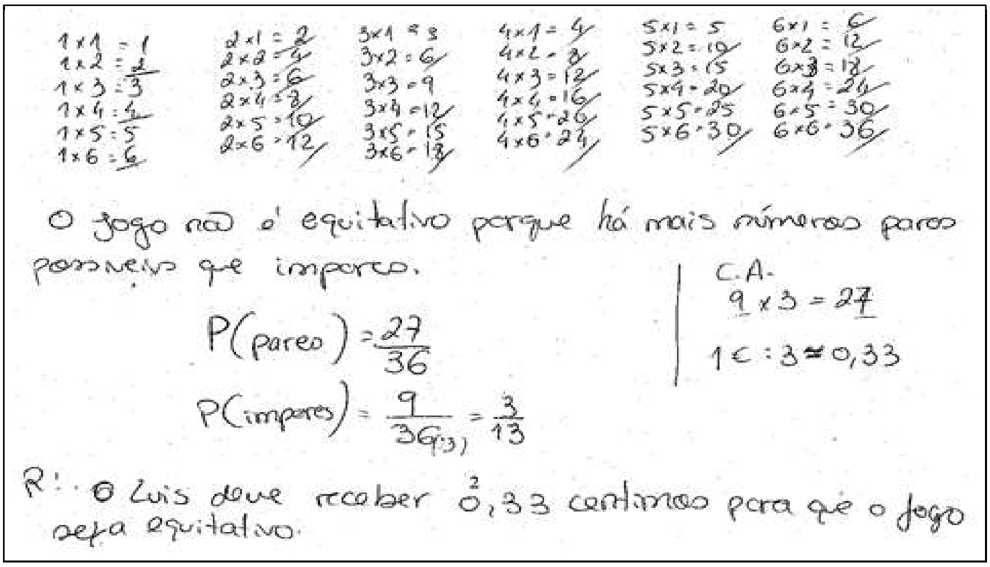


Figura 3. Resposta do aluno A6 à questão a).

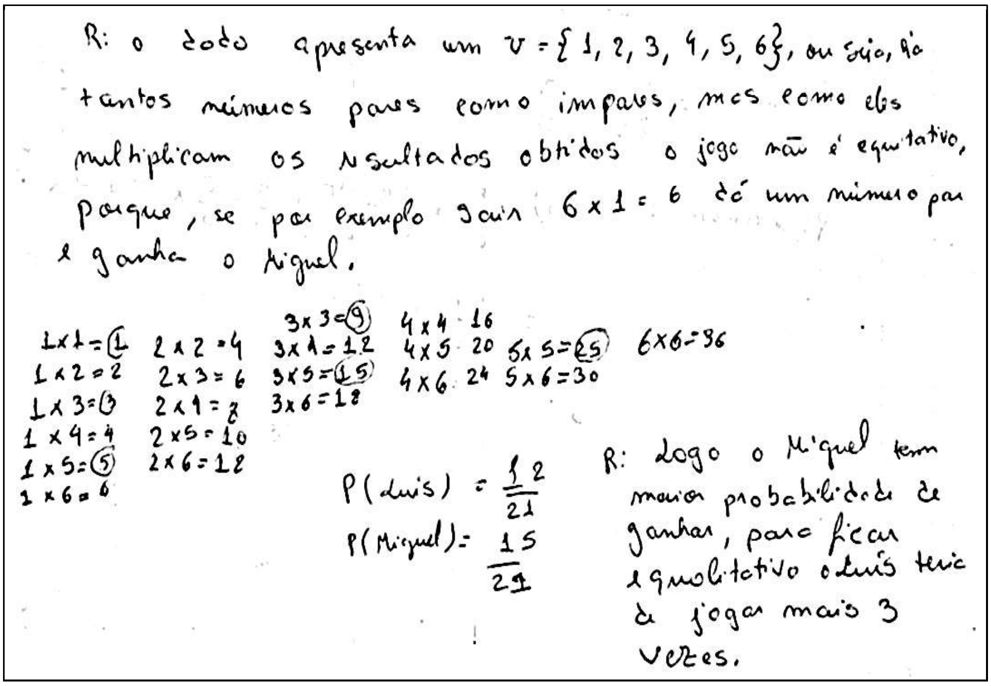
Na Figura 3 pode observar-se que o aluno falhou na simplificação da fração $\frac{9}{36} = \frac{3}{13}$ e também trocou os nomes pois deveria ser o Miguel a ganhar 0,33 cêntimos se Luís ganha 1 euro (para que o jogo seja equitativo).

Em relação às respostas incorretas, foram vários os erros cometidos pelos alunos, conforme se pode constatar na Tabela 2.

Tabela 2. Frequências (%) dos tipos de erro na questão a)

Erro	Frequência (%)
Não ordem	3(4,8)
Equiprobabilidade de obter n.º par e n.º ímpar	4(6,5)
Enumeração não exaustiva	8(12,9)
Comparar as diferentes formas de obter n.º par e n.º ímpar	2(3,2)
Adicionar em vez de multiplicar os valores dos dados	2(3,2)
Não inteligível	1(1,6)
Não resposta	1(1,6)

De entre os erros dos alunos destacam-se, pela sua frequência, os erros de não ordem (Figura 4), de equiprobabilidade de obter número par e número ímpar (Figura 5) e de enumeração não exaustiva (Figura 6).



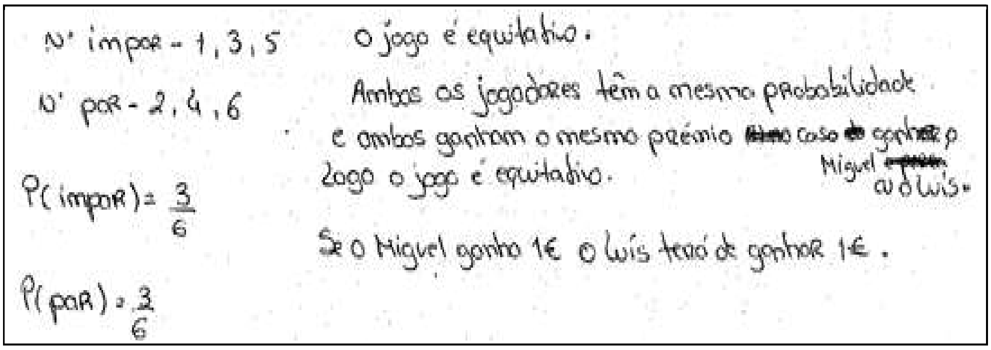
R: o dado apresenta um $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, ou seja, há tantos números pares como impares, mas como eles multiplicam os resultados obtidos o jogo não é equitativo, porque, se por exemplo sair $6 \times 1 = 6$ dá um número par e ganha o Miguel.

1x1=1 1x2=2 1x3=3 1x4=4 1x5=5 1x6=6
2x2=4 2x3=6 2x4=8 2x5=10 2x6=12
3x3=9 3x4=12 3x5=15 3x6=18
4x4 16 4x5 20 4x6 24
5x5=25 5x6=30
6x6=36

P(Luís) = $\frac{12}{21}$
P(Miguel) = $\frac{15}{21}$

R: Logo o Miguel tem maior probabilidade de ganhar, para ficar equitativo o Luís teria de jogar mais 3 vezes.

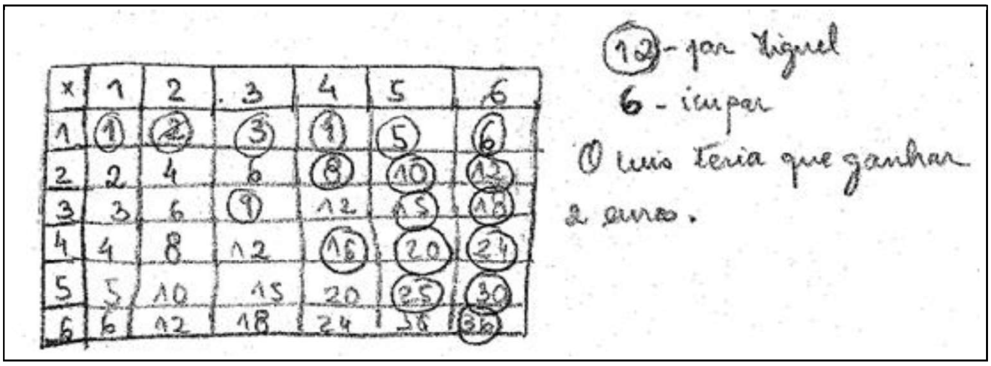
Figura 4. Resposta do aluno A22 à questão a).



Nº impar - 1, 3, 5
Nº par - 2, 4, 6
P(impar) = $\frac{3}{6}$
P(par) = $\frac{3}{6}$

O jogo é equitativo.
Ambos os jogadores têm a mesma probabilidade e ambos ganham o mesmo prémio caso ganhe o Miguel ou o Luís.
Logo o jogo é equitativo.
Se o Miguel ganha 1€ o Luís terá de ganhar 1€.

Figura 5. Resposta do aluno A26 à questão a).



x	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	36	36

12 - par Miguel
6 - impar
O Luís teria que ganhar 2 euros.

Figura 6. Resposta do aluno A29 à questão a).

No caso da resolução do aluno A22, exemplificativa do erro de ordem, verifica-se que este também determinou erradamente o número de casos favoráveis do Luís.

Seguidamente analisam-se as respostas dos alunos à questão b) da tarefa, com a qual se pretende avaliar o conhecimento do conteúdo e os alunos.

Nos itens fechados da questão b), em que era pedido aos alunos para decidirem se cada uma das três resoluções dadas, atribuídas a outros alunos, era correta ou incorreta, observa-se pela Tabela 1 que a percentagem de respostas corretas foi de 87,1%, 91,9% e 83,9%, respetivamente para as respostas A, B e C. Conclui-se, assim, que o desempenho dos alunos na classificação das resoluções dadas, como correta ou incorreta, foi claramente melhor do que nas suas próprias resoluções da mesma tarefa (questão a)).

Quando se pediu aos alunos para identificarem os erros, nos itens abertos da questão b), em geral, observou-se uma considerável diminuição do desempenho dos alunos. Na Tabela 3 apresentam-se as frequências dos erros identificados pelos alunos em cada uma das três resoluções apresentadas.

Tabela 3. Frequências (%) dos erros identificados nos itens abertos da questão b)

	Frequência (%)		
Erros	A	B	C
O Miguel tem mais do que 2 possibilidades	20(32,3)	—	—
Igual probabilidade de ganhar	4(6,5)	3(4,8)	3(4,8)
O Miguel tem mais 3 possibilidades de ganhar/triplo	18(29,0)	23(37,1)	—
O Luís passaria a ganhar mais/o dobro	—	28(45,2)	—
O Miguel tem menos do que 3 vezes mais hipóteses de ganhar	—	—	5(8,1)
Calcular e comparar as probabilidades	9(14,5)	—	—
Repetir em parte ou no todo o enunciado	3(4,8)	3(4,8)	1(1,6)
Sem erros	6(9,7)	4(6,5)	52(83,9)
Não resposta	2(3,2)	1(1,6)	1(1,6)

Na resolução A, em que se adota um raciocínio aditivo para comparar as chances do Luís ganhar em relação ao Miguel, muito poucos alunos (9,7%) a classificaram como correta. Em relação aos erros identificados pelos alunos, em termos de frequência, salienta-se que o Miguel tem mais do que 2 possibilidades de ganhar (32,3%) ou tem mais três possibilidade ou o triplo em relação ao Miguel (29,0%), em que os alunos se reportam ao número de casos favoráveis por comparação com o Luís; calcularam e compararam as respetivas probabilidades (14,5%); e poucos alunos afirmaram a igual probabilidade do Luís e o Miguel ganharem (6,5%). Neste último caso, dois alunos basearam-se na igualdade da probabilidade de obter um número par e um número ímpar, enquanto os restantes não esclareceram a origem da sua resposta.

Na resolução B, em que é referida uma quantia excessiva para o Luís, sem a explicitação de uma relação que a justifique, também muito poucos alunos a identificaram como correta (6,5%). Já em relação aos erros identificados pelos alunos, verifica-se que muitos deles afirmaram que o Miguel tem mais 3 possibilidades de ganhar do que o Luís ou o triplo do Luís (37,1%), e ainda mais alunos reconheceram que o jogo passaria a beneficiar o Luís (45,2%), tornando novamente o jogo não equitativo. Destes alunos, alguns foram mais específicos, referindo que nesta hipótese o Luís passaria a ganhar o dobro do Miguel. Poucos alunos afirmaram a igual probabilidade do Luís e o Miguel ganharem (4,8%).

Finalmente, a resolução C está correta, verificando-se que mais de quatro em cada cinco alunos a identificaram como tal. Em termos dos poucos erros identificados pelos alunos, salienta-se que o Miguel teria menos do que três vezes mais hipóteses de ganhar em relação ao Luís (8,1%), tendo mesmo dois alunos referido que o Miguel teria duas vezes mais hipóteses de ganhar. Neste último caso, é possível que estes dois alunos tenham sido influenciados por um raciocínio aditivo, tal como se salientava na resolução A. Como aconteceu nas resoluções anteriores, poucos alunos afirmaram a igual probabilidade do Luís e o Miguel ganharem (4,8%).

Assim, embora o desempenho nos itens fechados da questão b) seja superior ao observado na questão a), esse desempenho diminui quando é solicitado aos alunos para identificarem os erros nas resoluções dadas.

Por último, estudou-se a influência dos tipos de resposta (correta e incorreta) à questão a) sobre a resposta correta à questão b). Para tal, determinaram-se as percentagens de respostas corretas em cada um dos itens (A, B e C) da questão b) segundo as respostas corretas e incorretas da questão a), que constam da Tabela 4.

Tabela 4. Percentagens de respostas corretas nos itens da questão b) segundo o tipo de resposta (correta e incorreta) dada na questão a)

	% de respostas corretas de b)		
Tipo de resposta de a)	A	B	C
Correta	97,6	97,6	97,6
Incorreta	73,7	85,0	60,0

Pelos valores da Tabela 4 verifica-se que, sistematicamente, as percentagens de respostas corretas nos itens da questão b) são maiores quando o aluno respondeu também corretamente ao item a) do que quando respondeu incorretamente, tendo o teste Exato de Fischer determinado diferenças estatisticamente significativas no caso dos itens A ($p = 0{,}010$) e C ($p = 0{,}000$). Deste resultado, conclui-se que o conhecimento comum do conteúdo tem uma influência positiva sobre o conhecimento do conteúdo e os alunos.

Conclusão

Quando comparado com outros estudos (e.g., Fernandes et al., 2014, 2016), em que também estavam implicadas probabilidades de acontecimentos em experiências compostas, no presente estudo os futuros educadores e professores dos primeiros anos escolares revelaram um melhor desempenho na tarefa proposta. A este resultado não terá sido estranho o facto de que quase todos os alunos que resolveram corretamente a questão recorreram à representação dos resultados possíveis e favoráveis através de uma tabela de dupla entrada. A ser assim, tal como Fischbein (1975) advoga, devemos enfatizar na formação inicial destes futuros educadores e professores representações em diagrama de árvore e em tabela de dupla entrada.

Apesar de muitos futuros educadores e professores dos primeiros anos escolares terem sido capazes de identificar as respostas corretas nos itens fechados da questão b), quando se tratou de identificar e explicar os erros cometidos nas três resoluções dadas a situação complicou-se, tendo muito menos futuros educadores e professores sido capazes de o fazer. Num sentido complementar, Gómez-Torres, Batanero, Díaz e Contreras (2016) também concluíram que os futuros professores do ensino primário revelaram um conhecimento comum do conteúdo razoável, mas revelaram muitas dificuldades no conhecimento do conteúdo no horizonte matemático (em termos de Hill et al., 2008).

Finalmente, confirmou-se que às respostas corretas dos futuros educadores e professores na resolução da questão a), em geral, correspondeu também um melhor desempenho na classificação correta das resoluções dadas dos alunos, o que significa que o domínio do conhecimento comum do conteúdo repercutiu-se positivamente no conhecimento do conteúdo e os alunos.

A concluir, em termos da formação dos futuros educadores e professores dos primeiros anos, consideramos ser conveniente aprofundar o conhecimento comum do conteúdo e o conhecimento do conteúdo e os alunos (Hill et al. 2008), em particular, desenvolver a sua compreensão acerca dos erros dos alunos.

Agradecimento.

Este trabalho é financiado pelo CIEd — Centro de Investigação em Educação, UID/CED/01661/, Instituto de Educação, Universidade do Minho, através de fundos nacionais da FCT/MCTES-PT; Proyecto EDU2016-74848-P (MEC) e grupo FQM126 (Junta de Andalucía).

Referências bibliográficas

Ball, D., Thames, M. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407.

Batanero, C. (2009). Retos para la formación estadística de los profesores. In J. A. Fernandes, F. Viseu, M. H. Martinho & P. F. Correia (Orgs.), *Actas do II Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 7-21). Braga (Portugal): Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.

Begg, A. & Edwards, R. (1999). Teachers' ideas about teaching statistics. Paper presented at the *Annual Meeting of the Australian Association for Research in Education and the New Zealand Association for Research in Education*. Melbourne, Australia.

Contreras, J. M., Estrada, A., Díaz, C. & Batanero, C. (2010). Dificultades de futuros profesores en la lectura y cálculo de probabilidades en tablas de doble entrada. In M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T. A. Sierra, (Eds.), *Investigación en educación matemática XIV* (pp. 271-280). Lleida: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

Fernandes, J. A. & Barros, P. M. (2005). Dificuldades de futuros professores do 1º e 2º ciclos em estocástica. In *Actas do V Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática* (CIBEM). Porto (Portugal): Faculdade de Ciências da Universidade do Porto.

Fernandes, J. A., Batanero, C., Correia, P. F. & Gea, M. M. (2014). Desempenho em probabilidade condicionada e probabilidade conjunta de futuros professores do ensino básico. *Quadrante*, *XXIII*(1), 43-61.

Fernandes, J. A., Viseu, F. & Gea, M. M. (2016). O conhecimento de probabilidades de futuros educadores e professores dos primeiros anos. In L. G. W. Coan, & M. T. Moretti (Orgs.), *Aplicações matemáticas com tecnologias de informação e comunicação* (pp. 123-142). Florianópolis, SC: Editora Insular.

Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

Gómez-Torres, E., Batanero, C., Díaz, C. & Contreras, J. M. (2016). Developing a questionnaire to assess the probability content knowledge of prospective primary school teachers. *Statistics Education Research Journal*, *15*(2), 197- 215.

Hill, H. C., Ball, D. L. & Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, *39*(4), 372-400.

Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (Eds.) (2001). *Adding it Up: Helping Children Learn Mathematics*. Washington, D. C.: National Academy Press.

Lecoutre, M.-P. & Durand, J.-L. (1988). Jugements probabilistes et modèles cognitifs: étude d'une situation aléatoire. *Educational Studies in Mathematics*, *19*(3), 357-368.

Ministério da Educação e Ciência. (2013). *Programa de matemática para o ensino básico*. Lisboa: Autor.

Ponte, J. P. (2012). Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. In N. Planas (Coord.), *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática* (pp. 83-98). Barcelona, España: Graó.

Santos, L. & Ponte, J. P. (2002). A prática lectiva como actividade de resolução de problemas: Um estudo com três professoras do ensino secundário. *Quadrante*, *11*(2), 29-54.

Shulman, L. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, *15*(2), 3-14.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: foundations of new reform. *Harvard Educational Review*, *57*(1), 1-22.

Vásquez, C. & Alsina, C. (2015). El conocimiento del profesorado para enseñar probabilidad: un análisis global desde el modelo del conocimiento didáctico-matemático. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, *7,* 27-48.

ATAS DO XXVIII SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

2017

Editores

Luís Menezes
António Ribeiro
Helena Gomes
Ana Patrícia Martins
Fernanda Tavares
Hélia Pinto

APM
Associação de Professores de Matemática

Título: Atas do XXVIII Seminário de Investigação em Educação Matemática

Editores: Luís Menezes, António Ribeiro, Helena Gomes, Ana Patrícia Martins, Fernanda Tavares, Hélia Pinto

ISBN: 978-972-8768-67-6

Capa: Luís Menezes

Edição: 1.ª edição - Viseu, abril de 2017

Editora: Associação de Professores de Matemática

ATAS DO XXVIII SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Editores
Luís Menezes, António Ribeiro,
Helena Gomes, Ana Patrícia Martins,
Fernanda Tavares, Hélia Pinto

ÍNDICE