Exploração de conceitos probabilísticos nos primeiros anos de escolaridade através de jogos

José António Fernandes, Pedro Palhares
Universidade do Minho
jfernandes@ie.uminho.pt, palhares@ie.uminho.pt

Número 4
Junho 2015
aeme
ASSOCIAÇÃO PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA ELEMENTAR
Ludus

aeme
ASSOCIAÇÃO PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA ELEMENTAR
Ludus

Jogos

Exploração de conceitos probabilísticos nos primeiros anos de escolaridade através de jogos

José António Fernandes, Pedro Palhares
Universidade do Minho
jfernandes@ie.uminho.pt, palhares@ie.uminho.pt

Resumo: *Recentemente, o estudo das Probabilidades, conjuntamente com a Estatística, tem sido aprofundado nos programas escolares de Matemáica de muitos países, dando-se início ao seu estudo logo nos primeiros anos de escolaridade. Motivado por essa tendência, no presente artigo apresentam-se e discutem-se vários jogos tendo em vista a aprendizagem de conceitos probabilísticos por alunos dos primeiros anos de escolaridade. Com os jogos propostos, vistos numa perspetiva exploratória e de decoberta, promove-se a comparação intuitiva de probabilidades de acontecimentos, o desenvolvimento da compreensão de aspetos lógicos e a descoberta de acontecimentos mutuamente exclusivos, contrários e idênticos.*

Palavras-chave: aprendizagem; conceitos probabilísticos; primeiros anos de escolaridade; jogos.

1 Introdução

Ao abordarmos a questão da introdução de jogos no ensino da matemática no Ensino Básico devemos ter presente a existência de duas visões que têm estado em conflito desde há mais de um século e que ainda subsistem hoje, uma é conhecida como tradicional ou instrumental e outra como relacional ou construtivista [7, 8, 12]. Estas duas visões têm posições claramente distintas relativamente à aquisição do conhecimento por parte das crianças e relativamente à escolha do tipo de tarefas por parte do professor.

No que respeita à aquisição do conhecimento, a visão instrumental segue o velho princípio de Thorndyke, reforçado pelo behaviorismo de Skinner, da *tabulae rasae*, que implica a transmissão de conhecimento por parte do professor e a não consideração de quaisquer conhecimentos intuitivos prévios [6].

Já a visão relacional defende a construção do conhecimento pela criança, reconhecendo ainda assim que há conhecimento de origem social para além do conhecimento de tipo lógico [5], ou seja, conhecimento arbitrário do qual a criança terá de ser informada [3].

No que respeita ao tipo de tarefas na sala de aula, convém começar pela distinção de Ponte [10], que constrói um esquema com dois eixos bidirecionais, o do desafio reduzido a elevado e o do grau de divergência desde o totalmente aberto ao totalmente fechado, de forma que emergem quatro categorias de tarefas: exercícios (tarefas fechadas de desafio reduzido), problemas (tarefas fechadas de desafio elevado), explorações (tarefas abertas de desafio reduzido) e investigações (tarefas abertas de desafio elevado).

A apologia fundamentada dos exercícios no ensino de matemática na visão instrumental deve-se em grande medida a Thordyke, que no início do século XX, estipulou os exercícios como componente central do ensino da matemática. A sua teoria teve tanto sucesso junto de professores e demais agentes do sistema educativo que ainda hoje está disseminada por todo o mundo [4].

É com Polya [9] que a resolução de problemas emerge com força suficiente para se ir impondo aos poucos, de tal forma que atualmente se encontra incluída na maior parte dos curricula a nível mundial, podendo ainda assim constituir apenas uma prática pontual, já que alguns mudaram o nome das tarefas que propõem mas não a natureza das mesmas [11]. As explorações e as investigações matemáticas são mais recentes, mas constituiram-se, juntamente com a resolução de problemas, como escolhas do professor numa visão relacional que procura fomentar a descoberta por parte dos alunos.

Tem havido algumas experiências de introdução de jogos na educação matemática elementar, com pressupostos de base diferentes entre si. Para a visão instrumental do ensino da matemática, o jogo só é admissível como potenciador de prática de técnicas já ensinadas previamente. Já na visão relacional do ensino da matemática é possível introduzir o jogo como veículo para a construção de conhecimentos, sejam estes conhecimentos científicos, mais ou menos formalizados, ou conhecimentos intuitivos.

Na nossa opinião, o uso de jogos só para prática repetida de capacidades de baixo nível é limitador e pouco interessante. Os jogos com fins educativos podem e devem ser usados antes, durante e depois da instrução seja para ajudar os alunos a desenvolver capacidades de nível mais elevado ou para construir conhecimento novo, ou mesmo para desenvolver o conhecimento intuitivo, construindo pontes com o conhecimento formal de conceitos matemáticos.

É neste último sentido que propomos o conjunto de jogos que se seguem, que incluem atividade de tipo exploratória no seu desenrolar. Cremos que devidamente utilizados poderão permitir às crianças melhorar os seus conceitos intuitivos de probabilidade, que mais tarde permitirão um acesso facilitado à construção do conhecimento matemático formalizado.

2 Descrição e exploração dos jogos

A prática dos vários jogos, que se apresentam a seguir, requer a existência de um saco com 5 contas vermelhas e 3 contas azuis. A cada um dos alunos que participa nos jogos devem ser distribuídos os oito cartões que são apresentados na Figura 1.

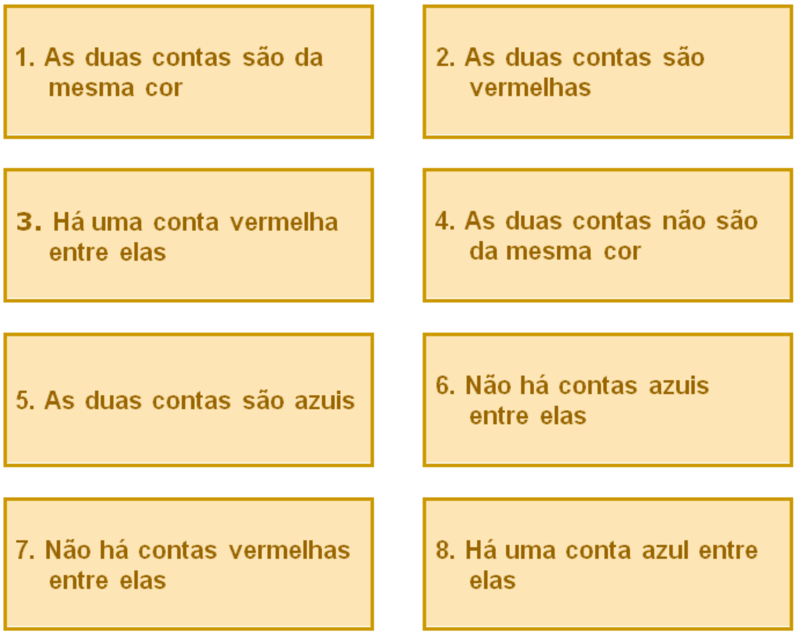

Figura 1: Cartões a distribuir por cada um dos alunos que participa nos jogos.

Deve ser distribuído também um tabuleiro de jogo por cada um dos alunos participantes, onde ele registará o seu progresso ao longo das jogadas que vão sendo efetuadas por outro aluno, que assume o papel de líder, retirando, ao acaso e sem ver, duas contas do saco, mostrando-as aos restantes alunos e voltando a colocá-las no saco. O tabuleiro do jogo deve ter sete casas e o aluno avança da casa em que se encontra para a seguinte quando ganha (Figura 2), o que significa que o resultado da extração das duas contas verifica o acontecimento definido no cartão por si previamente escolhido.

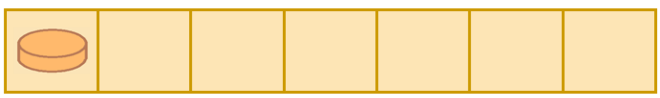

Figura 2: Tabuleiro do jogo a ser distribuído por cada um dos alunos participantes.

2.1 Jogo 1

Objetivos. Comparar intuitivamente probabilidades de acontecimentos; e Desenvolver a compreensão de conectivos lógicos.

Regras. Cada aluno escolhe um cartão e regista o seu número. O aluno líder tira duas contas do saco. Cada aluno verifica, então, se a afirmação do cartão é verdadeira para as duas contas que foram retiradas. Se for, o aluno pode avançar uma casa no seu tabuleiro de jogo. Cada aluno mantém o mesmo cartão durante o jogo, o qual termina quando algum aluno atingir a última casa do seu tabuleiro.

Exploração. Naturalmente o jogo começa com a exemplificação do jogo de modo a que as suas regras sejam claramente compreendidas pelos alunos. A comparação intuitiva das probabilidades, tendo em vista a identificação do acontecimento mais provável, que conduzirá mais provavelmente a vencer o jogo, pode basear-se na comparação do número de bolas de cada cor existentes no saco e do significado dos conectivos que intervêm nas definições dos acontecimentos. Temos o seguinte:

1. Definindo os cartões 2 e 6 o mesmo acontecimento, as suas probabilidades são iguais, e o mesmo acontece em relação aos acontecimentos definidos pelos cartões 5 e 7;

2. Entre os acontecimentos definidos pelos cartões 1 e 4, o correspondente ao cartão 4 é mais provável porque as duas contas de cor diferente podem ser obtidas segundo duas ordens (primeiro a conta vermelha e seguidamente a conta azul ou vice-versa), enquanto o mesmo não acontece com o acontecimento relativo ao cartão 1. Esta conclusão pode ser invalidada à medida que o número de contas azuis diminui em relação ao número de contas vermelhas;

3. Entre os acontecimentos definidos nos cartões 3 e 8, o acontecimento estabelecido pelo cartão 3 é mais provável porque o número de contas vermelhas é superior ao número de contas azuis.

4. O acontecimento definido no cartão 3 é o mais provável, donde dá mais chances ao aluno que o escolher de ganhar o jogo.

2.2 Jogo 2

Objetivos. Comparar intuitivamente probabilidades de acontecimentos; Desenvolver a compreensão de conetivos lógicos; e Descobrir acontecimentos mutuamente exclusivos.

Regras. Cada aluno escolhe dois cartões e é permitido avançar no tabuleiro de jogo quando se verificar exatamente um dos dois acontecimentos definidos nos cartões escolhidos, o que significa que exatamente uma das afirmações dos dois cartões é verdadeira.

Exploração. Sendo a ideia nova neste jogo a questão de que exatamente uma das afirmações deve ser verdadeira para poder avançar no tabuleiro, iniciar-se-á uma pequena discussão sobre o seu significado. Um aluno ou o professor pode clarificar o seu significado com a seguinte formulação: "Não é permitido moveres-te se ambas as afirmações são verdadeiras ou se ambas são falsas". Tendo em vista maximizar as possibilidades de vencer o jogo, o aluno deve proceder da seguinte forma:

1. Escolher dois cartões cujos acontecimentos sejam mutuamente exclusivos pois a verificação de um implica a não verificação do outro, como acontece com os pares de acontecimentos definidos nos cartões 2 e 5;

2. Escolher dois cartões cujos acontecimentos sejam contrários pois, além de serem mutuamente exclusivos, a sua reunião é o acontecimento certo, como acontece com os pares de acontecimentos definidos nos cartões 1 e 4, 2 e 4, 4 e 5, 3 e 7 ou 6 e 8. Neste caso, porque os acontecimentos são mutuamente exclusivos e a sua reunião é o acontecimento certo, um dos dois acontecimentos verifica-se sempre e outro não se verifica ou, por outras palavras, qualquer par de acontecimentos contrários é sempre ganhador.

2.3 Jogo 3

Objetivos. Comparar intuitivamente probabilidades de acontecimentos; Desenvolver a compreensão de conetivos lógicos; e Descobrir acontecimentos mutuamente exclusivos.

Regras. Neste jogo, cada aluno deve escolher um acontecimento definido num dos cartões e definir um segundo acontecimento através de uma nova afirmação por si estabelecida. O aluno pode então avançar no seu tabuleiro quando se verificar exatamente um dos dois acontecimentos, seja o definido pelo cartão escolhido ou o criado pelo aluno.

Exploração. Este jogo é em tudo semelhante ao jogo 2, diferindo apenas pelo facto de um dos dois acontecimentos ser o aluno a defini-lo, enquanto antes ambos os acontecimentos eram definidos pelos dois cartões escolhidos. Neste caso, porque se espera que os alunos sejam criativos, definindo um dos seus próprios acontecimentos, distinto dos definidos nos cartões, a maximização das suas possibilidades de vencer o jogo consiste em definir acontecimentos mutuamente exclusivos, já que o acontecimento contrário de qualquer um dos acontecimentos definidos nos oito cartões está também incluído nesses cartões. Assim, embora a escolha do acontecimento contrário do acontecimento definido pelo cartão escolhido maximize as hipóteses de ganhar o jogo, isso conduziria a escolher um acontecimento definido por outro cartão, ficando os dois acontecimentos definidos por dois cartões, diferentemente do que se pretende. Na procura de acontecimentos mutuamente exclusivos, alguns alunos poderão definir acontecimentos como "Uma das contas é amarela", que é um acontecimento impossível e, portanto, incompatível com qualquer outro acontecimento.

2.4 Jogo 4

Objetivos. Comparar intuitivamente probabilidades de acontecimentos; Desenvolver a compreensão de conectivos lógicos; e Descobrir acontecimentos iguais.

Regras. Neste jogo, cada aluno deve escolher um acontecimento definido num dos cartões e definir um segundo acontecimento através de uma nova afirmação. O aluno pode então avançar no seu tabuleiro quando se verificarem ambos os acontecimentos ou quando não se verificar nenhum dos dois acontecimentos, o que significa que ambas as afirmações são verdadeiras ou que ambas as afirmações são falsas.

Exploração. Este jogo envolve a definição de acontecimentos iguais, ou seja, definidos através de afirmações com o mesmo significado. Em consequência, os alunos podem apresentar pares de afirmações, como por exemplo:

1. Escolher o cartão 1 e definir a nova afirmação: "As duas contas são ambas vermelhas ou ambas azuis";

2. Escolher o cartão 2 e definir a nova afirmação: "Nenhuma das duas contas é azul";

3. Escolher o cartão 3 e definir a nova afirmação: "Há no máximo uma conta azul entre elas";

4. Escolher o cartão 4 e definir a nova afirmação: "As duas contas são de cores diferentes".

Alterando a composição do saco para 4 contas vermelhas, 3 contas verdes e 1 conta azul, extraindo três contas do saco e distribuindo os oito cartões da Figura 3 a cada um dos alunos, obtêm-se novas versões dos jogos antes apresentados, agora com um maior nível de desafio.

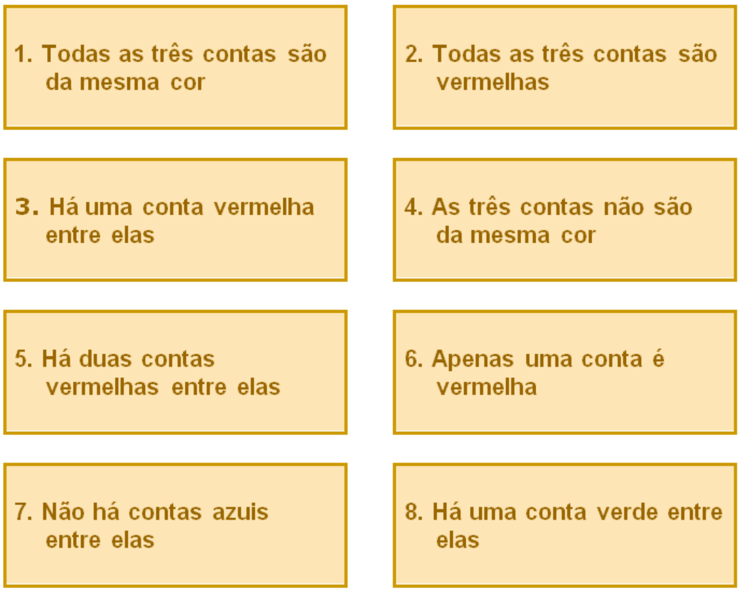

Figura 3: Cartões a distribuir por cada um dos alunos que participa nos jogos.

Tal como anteriormente, deve ser distribuído também um tabuleiro de jogo por cada um dos alunos participantes (ver Figura 2), onde ele registará o seu progresso ao longo das jogadas que vão sendo efetuadas por outro aluno, que assume o papel de líder retirando, ao acaso e sem ver, três contas do saco, mostrando-as aos restantes alunos e voltando a colocá-las no saco. O aluno avança da casa em que se encontra no tabuleiro para a seguinte quando ganha, o que significa que o resultado da extração das três contas verifica o acontecimento ou acontecimentos definidos, respetivamente, no cartão ou cartões por si previamente escolhidos.

Seguidamente, nas novas condições (nova composição do saco e extração de três contas em vez de duas), os alunos exploram cada um dos jogos referidos anteriormente, mantendo-se os objetivos e as regras. Naturalmente, o facto de estarem envolvidas três contas em vez de duas em cada extração, torna a exploração dos novos jogos muito mais desafiante.

3 Considerações didáticas

A prática dos jogos descritos anteriormente poderá ser explorada com alunos do último ano de escolaridade do 1.° ciclo do ensino básico e do 2.° ciclo do ensino básico. No caso dos jogos que envolvem a extração de duas contas do saco, a abordagem intuitiva sugerida no texto permite a alunos do 4.° ano identificarem o acontecimento mais provável, o qual maximizará as chances de vencer o jogo. Sobretudo no caso de comparações de probabilidades, Fernandes [2] constatou que a maioria de alunos do 8.° ano, que não tinham aprendido a calcular probabilidades pela regra de Laplace, adotaram uma abordagem intuitiva, e essas estratégias intuitivas continuaram a ser também largamente usadas por alunos do 9.° ano, já depois terem aprendido a determinar probabilidades pela regra de Laplace.

Já a prática dos jogos envolvendo a extração de três contas do saco é muito mais desafiante para os alunos, donde é recomendável que eles sejam explorados apenas por alunos de anos de escolaridade mais avançados, como seja do 2.° ciclo do ensino básico. Nestes jogos, o facto de estarem envolvidas três contas em vez de duas torna as situações bem mais complexas, especialmente por poderem implicar a necessidade de os alunos reconhecerem as diferentes configurações de realização dos acontecimentos. A este respeito, Correia [1] verificou que alunos do 9.° ano foram capazes de estabelecer técnicas intuitivas de contagem, para além das técnicas de contagem standard.

Em termos de organização dos alunos nos jogos, sugere-se que os alunos se organizem em grupos de cerca de cinco alunos, em que um dos alunos assume o papel de líder (responsabilizando-se pela extração das conta do saco) e os restantes assumem o papel de jogador. A cada grupo será distribuído o conjunto dos oitos cartões, do qual cada aluno jogador escolherá um ou dois cartões de acordo com o jogo. A cada aluno jogador deve ser-lhe distribuído um tabuleiro de jogo onde ele assinalará o seu progresso ao longo da realização do jogo.

Depois de terminado o jogo, deve proceder-se a uma síntese, no grupo-turma, do que aconteceu nos diferentes grupos, seguindo-se uma discussão entre os alunos, com a orientação do professor, de modo a serem identificadas as razões que explicam o facto de alguns acontecimentos terem sido vencedores, enquanto outros não se revelaram vencedores. Este momento de discussão reveste-se, assim, de uma importância decisiva na elaboração e refinamento dos argumentos dos alunos, acerca da comparação de probabilidades e do significado dos conectivos lógicos, de acontecimentos mutuamente exclusivos e de diferentes definições do mesmo acontecimento.

Referências

[1] Correia, P. F. *Raciocínios em Combinatória de alunos do 9.º ano de escolaridade*, Dissertação de mestrado, Universidade do Minho, Braga, Portugal, 2008.

[2] Fernandes, J. A. *Intuições e aprendizagem de probabilidades: uma proposta de ensino de probabilidades no 9.º ano de escolaridade*, Tese de doutoramento, Universidade do Minho, Braga, Portugal, 1999.

[3] Hewit, D. "Arbitrary and necessary Part 1: a way of viewing the mathematics curriculum", *For the learning of mathematics*, 19(3), 2-9, 1999.

[4] Kilpatrick, J. "A history of research in mathematics education", in Douglas A. Grouws (Ed.), *Handbook of research in mathematics teaching and learning*, 3-38, New York: MacMillan, 1992.

[5] Nunes, T., Bryant, P. *Children doing mathematics*, Oxford: Blackwell, 1996.

[6] Orton, A. *Learning mathematics: issues, theory and classroom practice*, London: Cassell, 1992.

[7] Palhares, P., Gomes, A., Mamede, E. "A formação para o ensino da matemática no pré-escolar e no 1.º ciclo - análise teórica e estudo de caso", in L. Serrazina (Org.), *A formação para o ensino da matemática na educação pré-escolar e no 1.º ciclo do ensino básico*, 21-36, Porto: Porto Editora, 2002.

[8] Palhares, P., Gomes, A., Carvalho, P., Cebolo, V. "From teacher education to teacher practice: A gap affecting the implementation of tasks", in R. Millman, B. Grevholm & B. Clarke (eds.), *Effective Tasks in Primary Mathematics Teacher Education*, 275-284, New York: Springer, 2008.

[9] Pólya, G. *How to solve it*, New York: Anchor Books, 1957.

[10] Ponte, J. P. "Gestão curricular em Matemática" in GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular*, 11-34, Lisboa: APM, 2005.

[11] Schoenfeld, A. H. "Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics", in D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research in mathematics teaching and learning*, 334-370, New York: Macmillan, 1992.

[12] Skemp, R. R. *The psychology of learning mathematics*, Middlesex, U. K.: Penguin Books, 1971.