

ELTE  
Környezettan Tudományos Diákkör

# **Fénykoncentrátoros napelem rendszer tervezése**

Básti József és Ünneper Renáta  
*III. éves fizikus hallgatók*

Témavezetők:

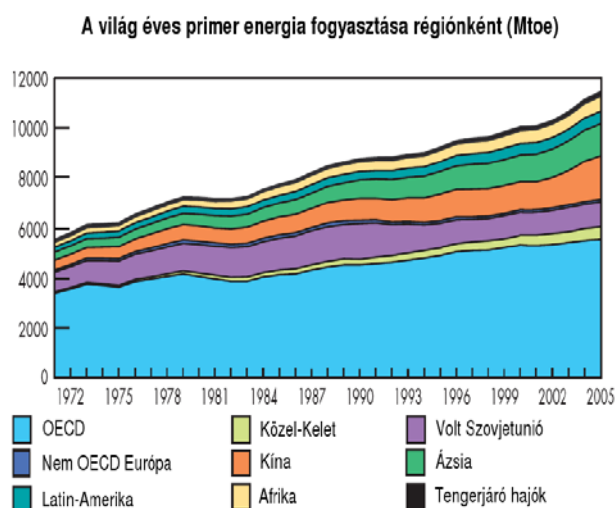
Czirók András  
*egyetemi adjunktus*  
*ELTE, Biológiai Fizika Tanszék*

Farkas Zénó  
*tudományos munkatárs*  
*ELTE, Komplex Rendszerek Fizikája Tanszék*

Budapest, 2007

# I. Bevezetés

Jól ismert, hogy a világ országainak energiaigénye egyre nő (1. ábra). Ez az energiaszükséglet egyre nehezebben biztosítható a hagyományos fosszilis energiahordozók fokozott ütemű kiaknázásából – részben a környezeti ártalmak, részben az egyre nehezedő hozzáférhetőség miatt. Ezért napjainkban az alternatív, általában megújuló energiaforrások újra az érdeklődés előterébe kerültek. Számos új kutatási és ipari projekt célja nap-, szél-, illetve geotermikus erőművek létrehozása vagy fejlesztése.



1. ábra. A Föld energiafelhasználása, régiók szerint.  
Forrás: Key World Energy Statistics 2007, International Energy Agency [1.] 1 Mtoe (millió tonna olaj ekvivalens) =  $4.1868 \times 10^{16}$  J

Dolgozatunkban a napenergia hasznosításának egy új lehetőségét vizsgáljuk meg részletesebben. A Nap által kisugárzott teljesítmény a Föld távolságában merőleges beesést véve  $1300 \text{ W/m}^2$ . A Föld felszínére érve ez  $1000 \text{ W/m}^2$ -re csökken a légkör miatt. A napenergia potenciális jelentőségét (2. ábra) jól mutatja, hogy a Földön található és kitermelhető kőolajkészletekben rejlő energiamennyiséget ( $10^{12}$  hordó =  $10^5$  Mtoe =  $4 \times 10^{21}$  J [1]) a Nap 10-20 óra alatt sugározza a Földre. Az emberiség évi energiafogyasztása ( $600 \times 10^{18}$  J = 15000 Mtoe [1]) így megfelel a Földre 1 óra alatt kibocsátott napsugárzásnak.

Jelenleg a napsugárzás energiájának közvetlen kinyerésének két módja terjedt el. Az egyik a napkollektor, melyben napfénnel folyadékot (általában vizet) melegítünk, majd a melegített folyadékot használjuk közvetlenül vagy közvetetten – például turbinák segítségével – villamos áram termelésére. A másik a napelem, amely a fényt közvetlenül villamos energiává alakítja át. Egyre gyakoribb a napelemek *grid-tied* kapcsolása, amiben – elkerülve az energiatárolás költségeit – a fel nem használt energiát visszatáplálják az elektromos hálózatba.



2. ábra. Egy négyzetméter vízszintes felületre egy év alatt jutó napenergia (kWh) [2].

A fenti lehetőségeket jelentős mértékben árnyalják a napenergia hasznosításának költségei. Egy déli tájolású, 45 fokos szögben elhelyezett felszínre érő évi átlagteljesítmény a Naplopó Kft nyilvános mérései alapján  $1,4 \text{ MWh/m}^2$  [2]. A kereskedelmi forgalomban kapható napelemtáblák P névleges elektromos teljesítményét egy  $1 \text{ kW/m}^2$  intenzitású besugárzást feltételezve adják meg. Így egy déli tájolású döntött táblától évente  $1,4 \text{ kWh}$  elektromos áramot várhatunk minden installált Watt névleges PV (photovoltaics) teljesítmény után. A 2006 nyarán kapható napcella táblák névleges teljesítményenkénti átlagos nettó ára  $1500 \text{ Ft/W}$  ( $7,5 \text{ USD/W}$ ) körül alakult, míg a villamosenergia fogyasztói árát  $40 \text{ Ft/kWh}$ -al becsülhetjük. Tehát, amortizációtól és a szintén jelentős járulékos költségektől (inverter elektronika, tárolókapacitás kiépítése) eltekintve, befektetésünk után évi  $40 \text{ Ft/kWh}$ .  $1,4 \text{ kWh} = 56 \text{ Ft}$ , tehát  $56 \text{ Ft} / 1500 \text{ Ft} = 3\%$ -os kiadáscsökkenést várhatunk. Harminc éves élettartamot feltételezve azonban csak az évi amortizáció

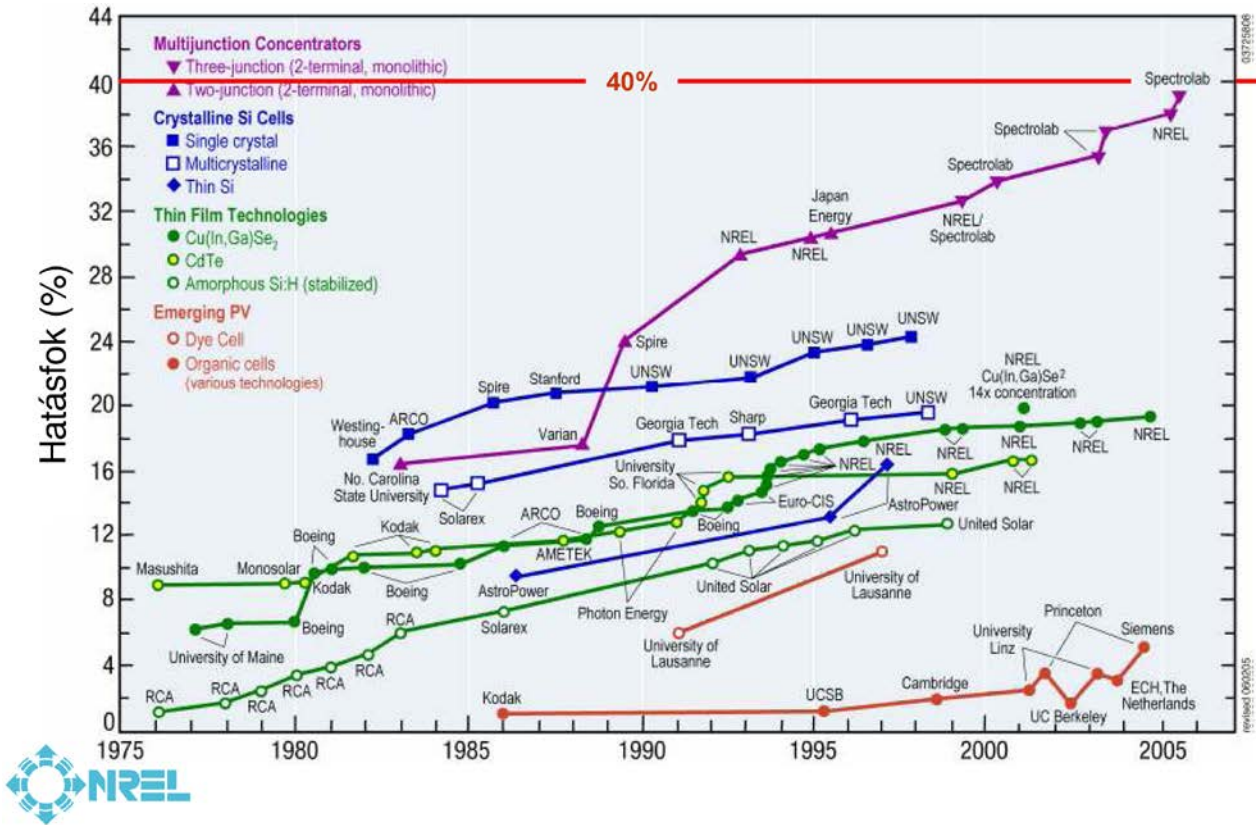
$$e^{-\left(\frac{1}{30}\right)} = 4\%.$$

Ezt a két rátát összevetve láthatjuk, hogy a jelenlegi árak mellett a napelemtáblák széleskörű alkalmazása határozottan nem gazdaságos.

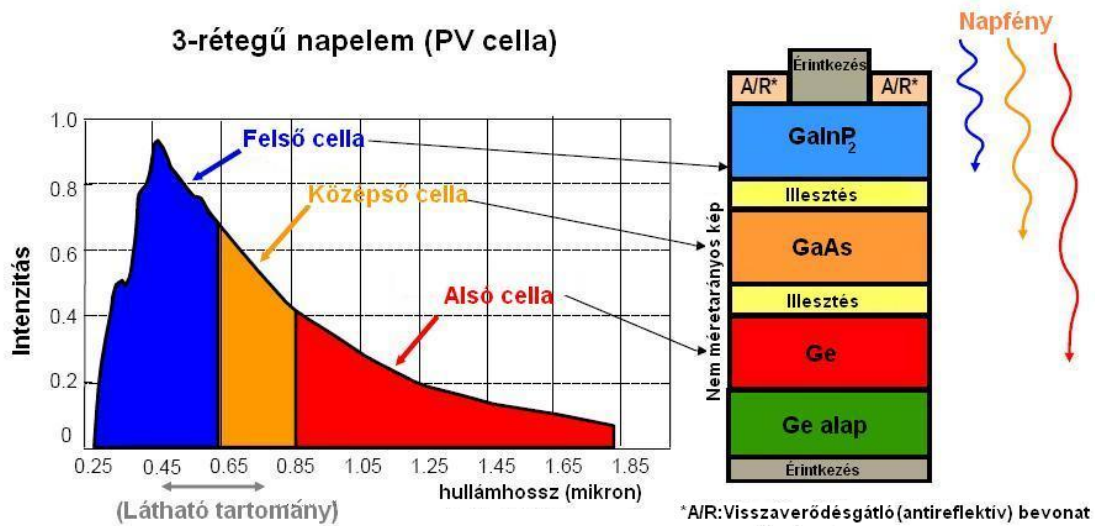
Napkollektoroknál 90% hatásfokot feltételezve négyzetméterenként évi  $1,2 \text{ MWh}$  hőenergiát nyerhetünk, ami  $12 \text{ Ft/kWh}$  gázzal számolva  $15 \text{ eFt}$  megtakarítást eredményez évenként. Mivel a 2007-ben kapható napkollektoros rendszerek négyzetméterára átlagosan  $80 \text{ eFt}$ , a többi rendszerkomponens árától eltekintve befektetésünk után évi 18%-os kiadáscsökkenést várhatunk. A legnagyobb hatásfokot, és a leggazdaságosabb befektetést a napelemek és napkollektorok kombinálásával érhetjük el (PV-T, photovoltaics-thermal). Mivel a napelemek hatásfoka még mindig alacsony, így a nem villamos árammá alakított energiát valamilyen közeg melegítésére használhatjuk.

Már a 70-es években felmerült, hogy a PV rendszerek árát fénykoncentrátorok alkalmazásával csökkentésük. A fénykoncentrátoros rendszerekben a költséges félvezetőt potenciálisan olcsóbb optikai és mechanikai elemekkel váltják ki. Ezek a kísérletek azonban nem jártak sikerrel: az alacsony hatásfokú cellákat nagyméretű fénykoncentrátorokkal kell ellátni, ami megnehezíti a szerkezet precíz mozgatását. Ahogy azt a 3. ábra mutatja, az elmúlt években azonban jelentős fejlődés történt a félvezető napcellák technológiájában. A nagy

hatásfokú és alacsony hőfoktényezőjű cellák piaci megjelenése a PV és PV-T rendszerek árának drasztikus csökkenését eredményezheti.



3. ábra. Napelemek teljesítményének alakulása. [3]



4. ábra. A napsugárzás intenzitáseloszlása és a három rétegű spectrolab cella szerkezete. [4]

A napelemek hatásfokát erősen befolyásolja, hogy milyen félvezetőből készültek. A félvezetőrétegekben az elektronszerkezet összetételétől függő, így a cellák összetételével meghatározható, hogy a cella milyen frekvenciájú fotonoktól képes energiát felvenni. A 4. ábrán vázolt Spectrolab cella esetében GaInP<sub>2</sub>, GaAs és Ge félvezető alkot három réteget, és mindegyik réteg más tartományát nyeli el a napsugárzás spektrumának. A cella további előnye, hogy akár 1 W/cm<sup>2</sup> (1000X koncentráció) bejövő napsugárzás esetén is képes szobahőmérsékleten 40%-os hatásfokra. A fénykoncentrátoros alkalmazásokat az is segíti, hogy a cella hőfoktényezője csak 0,06%/°C, huszada a szokásos Si alapú cellák hatásfok romlásának.

Magyarország energiaszükséglete 6 GW körül ingadozik, legnagyobb fogyasztáskor 6,3 GW [5]. Tehát, ha Magyarország energiaigényét kizárólag 1000-szeres fénykoncentrációval működő, többrétegű Spectrolab napelemekkel szeretnénk fedezni, akkor a kb. 40 %-os hatásfokot figyelembe véve 100 km<sup>2</sup>-ről kellene összegyűjteni a napfényt, de a cellák felülete csak 0,1 km<sup>2</sup> lenne. Összehasonlításképpen, a 80-as évek eleje óta iparszerűen gyártott napelemcellák összterülete 30 km<sup>2</sup> [6]. A Spectrolab cellák ára nagy mennyiségben történő vétel esetén 10 USD, azaz 2000 Ft cm<sup>2</sup>-ként. Tehát a napelem költsége 330 Ft/W, negyede a táblás cellák árának.

Ha napelemeket a megengedettnél nagyobb hőmérsékletnek, vagy inhomogén intenzitású fénynek tesszük ki, akkor rövidtávon a hatásfokuk csökken, hiszen a napelem egy részére több fény esik, más részeire pedig kevesebb, mint amennyit át tud alakítani. Hosszabb távon visszafordíthatatlan károsodást is szenvedhetnek [7].

A napelem túlhevülésének elkerülése miatt hűtést kell alkalmaznunk. A hűtés típusának a kiválasztásánál figyelembe kell vennünk, hogy a PV-T hatásfokának növelése céljából minél több, a napelemtől elvezetett hőt tudjunk felhasználni a későbbiekben. Ezen kívül a lehető legmegbízhatóbban kell működnie, vagy meghibásodása esetén egy ideig még hűtőképes állapotban kell maradnia, hiszen hűtés nélkül az érzékeny napelem tönkremehet.

A hűtésnek két alaptípusát különböztetjük meg: aktív hűtés esetén valamilyen külső eszköz (keringető szivattyú, ventilátor) biztosítja a hűtőközeg folytonos áramlását. A passzív hűtés esetén a hőáramlás spontán módon kialakul és fennmarad. Ez utóbbinak a működtetése olcsóbb, és általában megbízhatóbb. Hátránya, hogy sokszor nagy hőkapacitású, azaz nagyméretű, nehéz objektumok alkalmazását igényli.

Egyetlen, kisméretű, nagy koncentrációjú fényt átalakítani képes cellához általában elegendő a passzív hűtés: Például 50-szeres koncentrációhoz elég a napelem felületénél 50-szer nagyobb, jó vezetőképességű hűtőlemezre helyezni a napelemet. Ha a hűtőlemezen kialakuló hőmérsékletkülönbségek kicsik, akkor a lemez hőáramlási energiamérlege nem függ attól, hogy a bejövő energiaáramnak milyen a térbeli eloszlása [7].

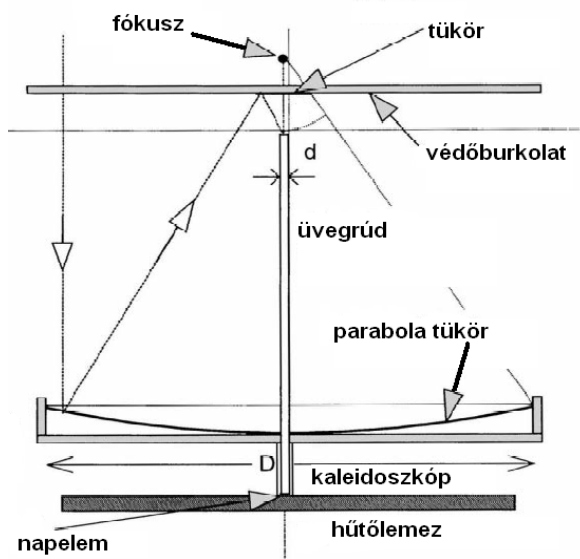
A fénykoncentrátor felépítése is behatárolhatja a hűtés megvalósítható megoldásait. Lencsés koncentrátoroknál a cella a lencse és a hűtőfelület közé esik, így a hűtés nem árnyékolja a Napot. Parabola tükrös koncentrátoroknál ezzel szemben a fókuszpont (és így a napelem is) a Nap és a tükrök között helyezkedik el. Ilyen esetekben nem lehet a napelemet egy kiterjedt hűtőfelület közepére szerelni, hiszen kitakarná a beeső fény jelentős részét. Emiatt, ahogy a következő szakaszban bemutatjuk, a tükrös koncentrátorokban a fényt optikai szálakkal gyakran elvezetik a tükrök mögé, ahol a cella és annak passzív hűtőfelülete található.

## II. Történeti áttekintés

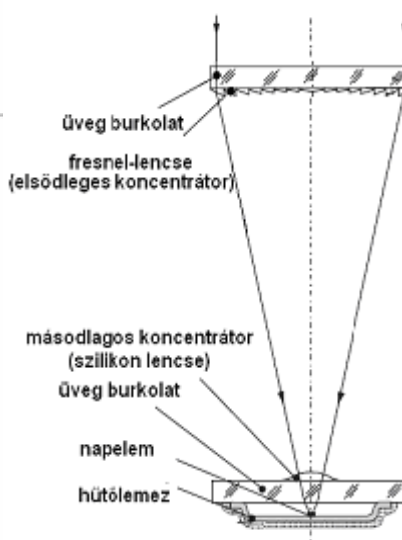
Az 1970-es évek végétől kísérleteznek fénykoncentrátoros napelem rendszerekkel. Már a kezdetekkor alkalmaztak passzív és aktív hűtést, parabola tükröket és Fresnel-lencsákat. Ezek azonban sokáig nem tudtak elterjedni, mert a teljes rendszer (koncentrátor és PV átalakító) hatásfoka csak 10% körül mozgott, az adott teljesítményhez szükséges nagyméretű koncentrátorok mechanikája túl költségesnek bizonyult. Mozgó alkatrészek nélküli koncentrátorokkal, mint például boltíves Fresnel-lencsékkel csak alacsony (2X) koncentrációt, de 15% hatásfokot el lehetett érni [8].

A különböző, fény összegyűjtésére alkalmas eszközöket vegyesen, több lépcsőben szokták alkalmazni. A fény elsődleges koncentrációjára egy képalkotó eszközt, általában parabolatükröt, vagy Fresnel-lencsét használnak. Másodlagos koncentrátoroként gyakran kaleidoszkóp, optikai szál, vagy kisebb lencsék szolgálnak. A másodlagos koncentráció célja, hogy az elsődleges koncentráció hibáit – a Nap-követő mechanika tökéletlenségét, a diszperziót – korrigálja, illetve növeli a napelem teljesítményét azáltal, hogy a napelemben egyenletes fényeloszlást biztosít.

A többlépcsős koncentráció koncepcióját, valamint a passzív hűtessel járó kényszereket jól mutatja Feuerman és munkatársai által javasolt [9] elrendezés. Mivel a parabola tükröknél a hűtőrendszer nem helyezhető a tükrő fölé, ezért egy optikai kábel segítségével a koncentrált napfényt a parabola fókuszából a tükrő mögé vezetik. A tükrő mögött a cella és a passzív hűtést szolgáló hővezető lemez már nem árnyékol. Az optikai szálként funkcionáló üvegrúd végére egy néhány centiméteres kaleidoszkópot helyeztek, amely a négyzet alakú cella és az üvegrúd közti csatolást biztosítja. Az üvegrúdban és a kaleidoszkópban haladó fény sokszor verődik vissza, ezért a kilépő nyáláb intenzitásának térbeli eloszlása homogén (5. ábra).



5. ábra. Parabola tükrös koncentrátor optikai szállal



6. ábra. Fresnel-lencsés koncentrátor szférikus lencsével

Andreev és munkatársai egy olyan Fresnel-lencsés koncentrátor elrendezést javasolnak (6. ábra), ahol a cellát egy üveglemez védi a káros hatásoktól [10]. Mivel a felületről a nem merőlegesen érkező fény egy része

visszaverődik, az üveglemez rontja a rendszer hatásfokát. Ezt a hatást enyhítendő, egy szférikus lencsét helyeztek az üveglemezre, így az üvegfelületet elérő fénysugarak beesési szöge nagymértékben lecsökken. A lencse jelenléte a rendszer fókusztávolságát, így méretét is csökkenti.

### III. Fénykoncentrátorok optikája

#### 1. Definíciók

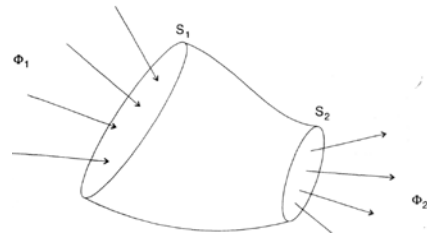
A hatékony fénykoncentrátorok tervezésénél úgy optimalizáljuk a fénysugarak útjába kerülő fénytörő vagy visszaverő felületeket, hogy a rendszerbe bejutó fény minél nagyobb hányada eljusson egy adott felületre, a kimeneti apertúrára. Érdekes módon, számos ilyen fénykoncentráló eszközben nem jön létre a fényforrás hű képe. Az optikának ezen ágát ezért nem képalkotó optikának is nevezik.

A fénykoncentrátorokat legtöbbször a geometriai koncentrációs tényezőjükkel (geometric concentration ratio)  $C$  és az optikai hatásfokukkal (optical efficiency)  $\eta$  jellemzik. Ha a 7. ábra jelölései szerint  $S_1$  és  $S_2$  azoknak a felületeknek a nagysága, amelyeken keresztül a fény belép, illetve elhagyja a koncentrátort, tehát a bemeneti és a kimeneti apertúra nagysága, akkor

$$C = \frac{S_1}{S_2}.$$

Ha  $\Phi_1$  és  $\Phi_2$  jelöli a fényenergia fluxusát ( $W$ ) a bemeneti ill. kimeneti apertúrán, akkor az optikai hatásfok

$$\eta = \frac{\Phi_2}{\Phi_1}.$$



7. ábra. Kimeneti és bemeneti apertúra

Gyakran használt jellemző ezeken kívül az optikai koncentrációs tényező (optical concentration ratio), amely a kimeneti és a bemeneti apertúrán áthaladó energiasűrűség hányadosa:

$$\eta_c = \frac{\Phi_2/S_2}{\Phi_1/S_1} = \eta C.$$

Ideális koncentrátorban nincsenek optikai veszteségek ( $\eta=1$ ), tehát az optikai- és a geometriai koncentrációs tényező egyenlő.

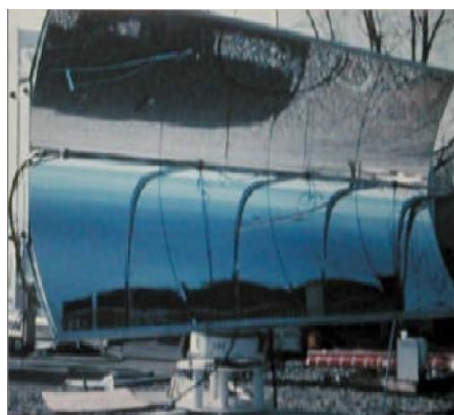
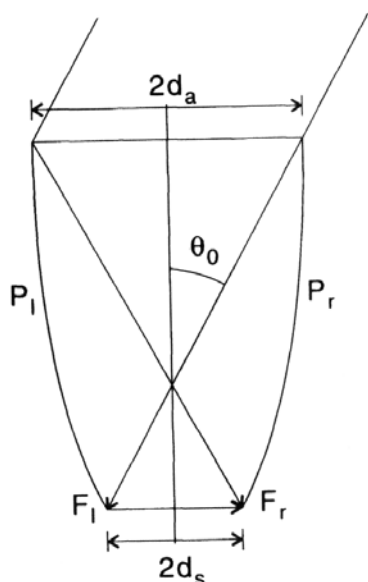
Azt a legnagyobb  $\varphi_e$  beesési szöveget, amikor az érkező fénysugár – beesési pozíciójától függetlenül – még biztosan eléri a kaleidoszkóp kimeneti apertúráját, elfogadási szögnek (acceptance angle) nevezzük. A nemképalkotó optika egyik alapvető eredménye szerint a geometriai koncentrációs tényező és az elfogadási szög szorosan összefügg [11]:

$$C \leq \frac{1}{\sin^2 \varphi_e}$$



## 2. Parabolatükrökből összetett koncentrátor (CPC)

Ideális, nem képző optikára jó példa a kétdimenziós CPC (compound parabolic concentrator). Ez két tengelyszimmetrikus parabola ágból áll, amelyek fókuszpontjai  $F_l$  és  $F_r$  (8. ábra). Mindkét parabola az optikai tengelyhez képest  $\Theta_0$  szöggel el van forgatva pozitív, illetve negatív irányban. A CPC parabolái a bemenetre  $\Theta_0$  beesési szögben érkező párhuzamos fénysugarakat a kimeneti apertúra jobb illetve bal szélére tükrözi. Ha a beesési szög ennél kisebb, akkor a visszavert fénysugarak – esetleg többszöri visszaverődés után – az  $F_l F_r$  szakaszra esnek.



8. ábra. CPC kétdimenziós metszete (a) és egy háromdimenziós, már megépült változata (b).

Mivel az  $f$  fókusz távolságú parabola egyenlete  $(r, \varphi)$  polár-koordinátarendszerben

$$r = \frac{2f}{1 + \cos \varphi},$$

Ha a fókuszpont az origóban van, a 8a ábra jelöléseivel teljesül:

$$2d_s = \frac{2f}{1 + \cos(\pi/2 - \Theta_0)}$$

$$\frac{d_a + d_s}{\sin \Theta_0} = \frac{2f}{1 + \cos(\pi - 2\Theta_0)}$$

a koncentráció  $C$  nagysága a fenti egyenletek felhasználásával:

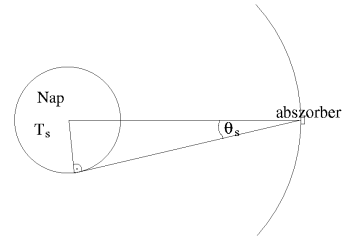
$$C = \frac{1}{\sin \Theta_0}.$$

Vagyis, a kétdimenziós CPC eléri az ideális koncentrátorokra felállított koncentrációs határt.

### 3. A koncentráció termodinamikai korlátja

A fényenergia koncentrációjának azonban termodinamikai korlátai is vannak: a Nap és a Föld csillagászati adataiból egy felső korlátot adhatunk a napsugárzás koncentrációjának lehetséges mértékére. Ha a Napot egy  $T_s=5777\text{K}$  hőmérsékletű fekete testnek tételezzük fel, akkor a belőle kiinduló sugárzási energiafluxus (luminositás) nagysága

$$q = \sigma T_s^4 2\pi r_s^2$$



9. ábra. A Nap fél látószöge az abszorbertől.

ahol  $r_s$  a Nap sugara és  $\sigma$  a Stefan-Boltzmann állandó. Ez a sugárzás gömbszimmetrikusan terjed, és így az / Nap-Föld távolságra lévő koncentrátor  $A_a$  bemeneti apertúráján

$$q_{s \rightarrow a} = \sigma T_s^4 2\pi r_s^2 \frac{A_a}{2\pi l^2}$$

energiafluxus halad keresztül. Ezt kifejezhetjük a  $\Theta_s=0,55^\circ$ -kal, ami a Nap látószöge a Földről (9. ábra)

$$q_{s \rightarrow a} = \sigma A_a T_s^4 \sin^2 \Theta_s.$$

Ha a  $T_a$  hőmérsékletű és  $A_{abs}$  felületű abszorber csak hőszugárzással adhatna le energiát, akkor a kisugárzott energia mennyisége

$$q_{abs \rightarrow s} = \sigma A_{abs} T_{abs}^4.$$

Az abszorber egyensúlyi hőmérsékleténél a kisugárzott és bejövő energiafluxus egyenlő, valamint munkavégzés nélkül  $T_{abs} < T_s$ , így

$$\begin{aligned} \sigma A_a T_s^4 \sin^2 \Theta_s &= \sigma A_{abs} T_{abs}^4 \leq \sigma A_{abs} T_s^4 \\ \frac{A_a}{A_{abs}} \sin^2 \Theta_s &\leq 1 \end{aligned}$$

Vagyis, az elérhető legnagyobb koncentráció:

$$C_{3D, \max} = \frac{1}{\sin^2 \Theta_s} \approx 43400.$$

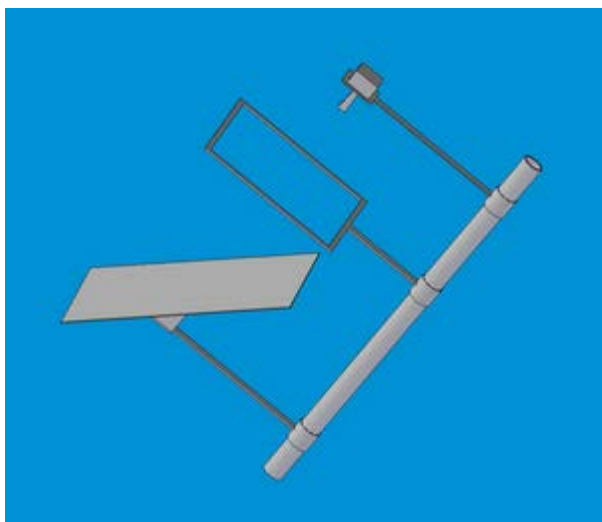
Hasonló gondolatmenet alapján lineáris koncentrátor esetében:

$$C_{2D, \max} = \frac{1}{\sin \Theta_s} \approx 208.$$

## IV. Célkitűzés

Ahogy azt a bevezetőben említettük, gazdaságossági megfontolásokból koncentrálni szeretnénk a Naptól érkező fényt egy jó hatásfokú többrétegű napelemre. Mivel a közvetlenül elektromos árammá át nem alakított napenergiát, a hulladékhőt is fel szeretnénk használni, ez vagy nagy tömegű folyadék elhelyezését, vagy a folyadék keringtetést igényel. Mindkét esetben előnyös, ha az abszorber felszín a térben rögzített – így a napsugárzást egy heliosztát tükör segítségével juttatjuk a koncentrátorba. A heliosztát tükör egyszerű és kevés áramot igénylő mozgatása miatt ekvatoriális konfigurációt vizsgálunk, azaz a koncentrátor rendszer optikai tengelyét párhuzamosan állítjuk be a Föld forgástengelyével. Ilyen módon a tükröt elég naponta egyetlen léptetőmotorral, az optikai tengely körül a Napot követve, forgatni. A kis tömegű tükör pozicionálása is egyszerűbb mechanikai megoldásokat igényel, mint a teljes fénygyűjtő rendszer megfelelő irányítása.

Dolgozatunkban részletesen megvizsgáljuk az optikai koncentrátor-rendszer egy egyszerű – és így a olcsón megvalósítható – elrendezését. CPC esetén nagyon nehéz olyan görbe tükröfelületet készíteni, amely pontosan követi az ideális esetet. A vizsgált elrendezés esetén egy akril Fresnel lencséből és egy síktükör oldallapokból álló, nem képképző másodlagos koncentrátorból (kaleidoszkópból) áll. Ez utóbbi a pozicionálás hibáiból (nem merőleges beesésből) és a lencse leképzési aberrációjából adódó optikai veszteségeket enyhíti, valamint a napelem homogén megvilágítását is elősegíti. Az abszorber felszín hűtését vizsgálva egy felső korlátot adunk a szabad konvekcióval elérhető hőáramra. A megfontolásaink alapján elképzelt összeállítást a 10. ábra mutatja.



10. ábra. Fénykoncentrátoros rendszer tervezett elrendezése.

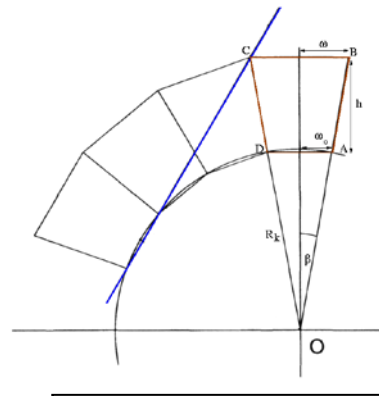
# V. A fénygyűjtő rendszer tervezése.

## 1. Kaleidoszkóp optika

Elsődleges koncentrációra egy akril Fresnel-lencsét tervezünk (10. ábra). Ezeket a lencsét két változtatható paraméter jellemzi, az alapterületük és a fókusztávolságuk. A lencse területét – a kereskedelmi forgalomban könnyen beszerezhető választékból – 30 cm X 30 cm-nek választjuk, mivel a Spectrolab cellát 300-1000X fénykoncentrációra optimalizálták, és a cella mérete 1cm X 1cm. Az  $f$  fókusztávolságot egy optimalizálandó paraméternek tekintjük.

A kaleidoszkópnak, mint nem képalkotó koncentrátornak, szintén két paramétere van: a geometriai koncentrációs tényező ( $C$ ), és az elfogadási szög ( $\varphi_e$ ). A kaleidoszkópba érkező fénysugarak egy része ugyanis nem éri el a kimeneti apertúrájánál elhelyezett PV cellát, hanem a tükrök közötti néhány visszaverődés után a bejövő nyíláson elhagyják a kaleidoszkópot, csökkentve annak fénykoncentrációs hatását. Mivel a mi esetünkben a kimeneti apertúra adott ( $2\omega_0=1\text{cm}$ ), a geometriai koncentrációs tényezőt a bemeneti apertúra  $\omega$  félszélessége, az elfogadási szöget pedig a kaleidoszkóp  $h$  magassága határozza meg (11. ábra).

A kaleidoszkóp működését, és az alakját jellemző paraméterek szerepét a következő egyszerűsített, kétdimenziós geometriai optikai kép segítségével vizsgáljuk. A fénygyűjtő kaleidoszkóp metszetét alkotó trapéz két szárát meghosszabbítva egy  $2\beta$  szárszögű háromszöget kapunk. Közismert módon [12] a Fermat-elv alapján egy  $P$  pontból  $Q$  pontba jutó, és közben visszaverődő fénysugár útját úgy határozhatjuk meg, hogy mindkét pontot tükrözzük a visszaverő síkra ( $P'$  és  $Q'$ ). A fény útja ekkor a  $PQ'$  és  $P'Q$  szakaszok megfelelő féltérben lévő részeiként fog előállni. Ennek analógiájára, ha az  $ABCD$  oldalú trapézt tengelyesen tükrözzük a  $CD$  szárára, majd a tükröképeken is a megfelelő tükrözéseket sorra végrehajtjuk, akkor a 11. ábrán látható elrendezést kapjuk. Annak eldöntésére, hogy egy beeső fénysugár eljut-e a kimeneti apertúrára, elég megvizsgálni azt, hogy a beeső sugár meghosszabbított egyenes (a 11. ábrán látható kék színű egyenes) metszi-e a tükrözött trapézok  $DA$  oldalainak valamelyikét. Ezeket a tükrözött oldalakat – megfelelően kis  $\beta$  szögek esetén – jól közelíthetjük egy  $R_k$  sugarú körrel.



11. ábra  
A Fermat-elv felhasználásával végig tudjuk követni a fénysugarak útját a kaleidoszkópban belül

A 12. ábra alapján könnyen meghatározhatjuk  $\omega$  és  $h$ , valamint az elfogadási szög  $\varphi_e$  kapcsolatát. Az  $ABC$  és az  $ADF$  háromszög hasonlóságából

$$C = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{g + R_k}{R_k} \quad (1)$$

Mivel  $g = \sqrt{(\omega - \omega_0)^2 + h^2}$  és általában  $\omega - \omega_0 \ll h$ , ezért  $h \approx g$ .

Az elfogadási szög meghatározásához tekintsük a 12. ábrán kékkel jelölt egyenest: ha ennek az egyenesnek és a bemeneti apertúra középpontjának a távolságát csökkentjük, vagy az egyenes beesési szögét

csökkentjük, akkor mindkét esetben a K kört metsző egyeneseket kapunk. Az is látható, hogy olyan fénysugarak is léteznek, amelyek, bár egy kicsivel nagyobb beesési szög tartozik hozzájuk, mégis el tudják érni a napelemet. Mivel a DFG, illetve az AGH háromszögek derékszögűek,

$$y \operatorname{tg} \varphi_e = \omega \quad (2)$$

$$(y + h + R_k) \sin \varphi_e = R_k \quad (3)$$

Az (1) – (3) egyenletrendszer egyértelműen meghatározza adott C és  $\varphi_e$  esetén a h,  $R_k$  és y értékeket. Az (1) és (3) egyenletekből az is látszik, hogy a különböző  $C_v$ -jú kaleidoszkópok csak egy adott  $\varphi$  szögnél kisebb szögben beeső sugarakat képesek összegyűjteni: ha az (1) egyenletből kifejezzük a h-t, majd a (3) egyenletbe behelyettesítjük, akkor

$$(y + R_k C) \sin \varphi_e = R_k$$

adódik. Vagyis,

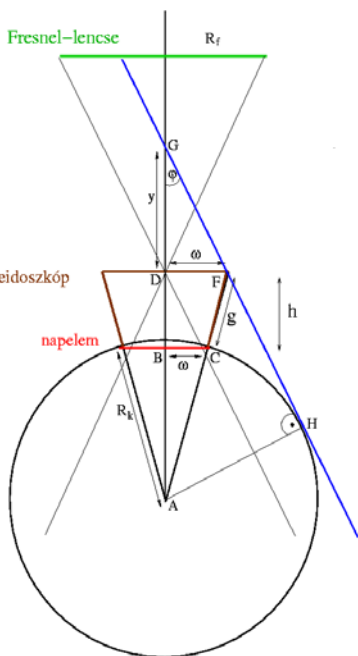
$$\sin \varphi_e = \frac{R_k}{y + R_k C} < \frac{1}{C}, \text{ azaz, mivel } y > 0:$$

$$\varphi_e < \arcsin \frac{1}{C}$$

Tehát, nagy geometriai koncentrálás kis elfogadási szöget eredményez, valamint a kaleidoszkóp koncentrátor is megközelítheti az elméletileg lehetséges határt, ha  $y \rightarrow 0$ , azaz  $R_k \gg h$ .

A kaleidoszkóp magasságát ki tudjuk fejezni a geometriai koncentrálási tényező és az elfogadási szög segítségével az (1) – (3) egyenletrendszer segítségével

$$h = \frac{(C \omega_0 \cos \varphi_e)(C - 1)}{(1 - C \sin \varphi_e)} = R_k (C - 1)$$



12. ábra. A kaleidoszkóp paramétereinek meghatározása.  
 $R_f$  - Fresnel-lencse sugara,  
 $f$  - Fresnel-lencse fókusztávolsága,  
 $h$  - kaleidoszkóp hossza,  
 $R_k$  - kör sugara,  
 $\varphi$  - elfogadási szög,  
 $\omega$  - kaleidoszkóp négyzet alakú bemeneti apertúrájának oldalhosszának a fele,  
 $\omega_0$  - kaleidoszkóp négyzet alakú kimeneti apertúrájának oldalhosszának a fele,  
 $g$  - kaleidoszkóp trapéz alakú oldalának a szára

Sajnos, nagy geometriai koncentrációk esetén az optikai hatások lecsökken, mivel a kaleidoszkóp hossza megnő, és a számos, nem tökéletes visszaverődés miatt drasztikusan lecsökken a fénysugár energiája.

A visszaverődések  $n$  számát a következő, koordináta geometriai módon határozhatjuk meg. Koordináta-rendszerünket a 13. ábrán látható módon vesszük fel: az x tengely a bemeneti apertúra

vonala, az y tengely pedig egybeesik az optikai tengellyel. Egy általános fénysugarat egyértelműen meghatároz két paramétere: az x tengellyel bezárt  $\varphi$  szöge és az a d koordináta, ahol a fénysugár egyenese metszi a kaleidoszkóp bemeneti apertúráját az x tengelyen.

$$y = -\operatorname{tg} \varphi (x - d)$$

A fénysugár egyenese metszheti a kört egy vagy két pontban. Az első (a bemeneti apertúra síkjához közelebb eső) metszéspont meghatároz egy AED háromszöget. Ahogyan a 13. ábrán látható, ennek  $\gamma$  szögét kell meghatározoznunk ahhoz, hogy megmondhassuk, hány trapézot metsz a fénysugár. Legyen  $\beta$  az a középponti szög, amelyből a napelem oldalhosszának a fele látszik a kör középpontjából (ABC). Ha a  $\gamma$  és a  $\beta$  hányadosának egészrésze  $u$ , akkor  $n=u/2$  ha  $u$  páros, illetve  $n=(u+1)/2$  ha  $u$  páratlan.

A kaleidoszkóphoz tartozó  $R_k$  kör sugara

$$R_k = \frac{C \omega_0 \cos \varphi_e}{1 - \sin \varphi_e C}$$

A kör középpontja az optikai tengelyen található és az  $y$  koordinátája  $-(h+l)$ , ahol  $l = (\cos \beta) R_k$ . Így a kör egyenlete:

$$x^2 + (y + (h+l))^2 = R_k^2$$

Ha az egyenes egyenletéből kifejezzük az  $y$ -t és behelyettesítjük a kör egyenletébe, akkor  $x$ -re egy másodfokú egyenletet,  $ax^2 + bx + c = 0$ , kapunk. Az együtthatók

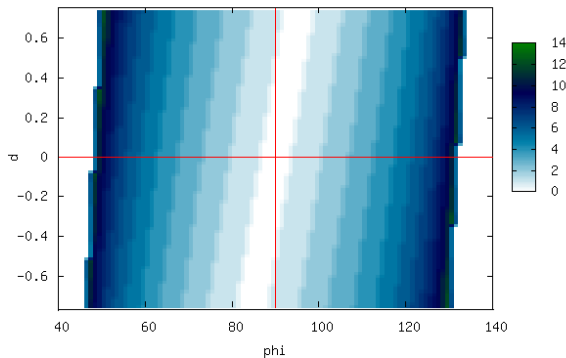
$$\begin{aligned} a &= 1 + \operatorname{tg}(\varphi)^2 \\ b &= -\operatorname{tg}(\varphi)^2 2d - 2k \operatorname{tg}(\varphi) \\ c &= -(R_k^2) + k^2 + 2k \operatorname{tg}(\varphi) d + \operatorname{tg}(\varphi)^2 d^2 \\ k &= h+l \end{aligned}$$

A másodfokú egyenlet diszkriminánsa határozza meg a metszéspontok számát. Ha a diszkrimináns pozitív, akkor a két metszéspont közül azt kell választanunk, amelyikhez nagyobb  $y$  tartozik. Az AED derékszögű háromszögnek ismerjük az egyik oldalát, hiszen az a kör sugara. Ha meghatározzuk az ED oldalának a hosszát, ki tudjuk számolni a gamma szöget. Legyen ED oldal hossza  $z$ .

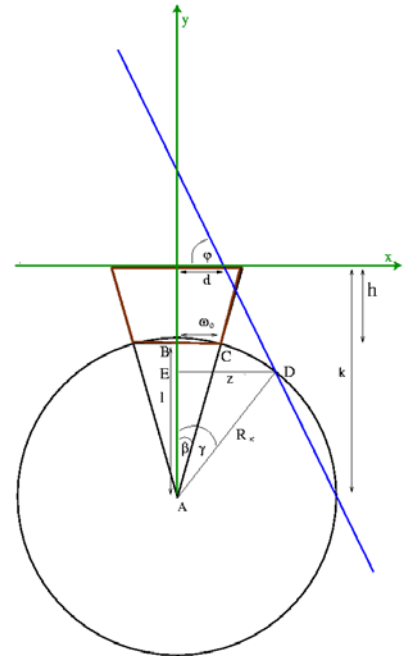
Ekkor

$$\gamma = \arcsin \frac{z}{R_k}$$

A 14. ábrán látható a visszaverődések száma egy adott kaleidoszkóp geometriára ( $C=1,5$ ,  $\varphi_e=40^\circ$ ) számolva, a  $d$  és  $\varphi$  függvényében, ahol a beesési szög  $90-\varphi$ . Ahogy várjuk, minél jobban megközelítjük az elfogadási szöget, a visszaverődések száma egyre nő.

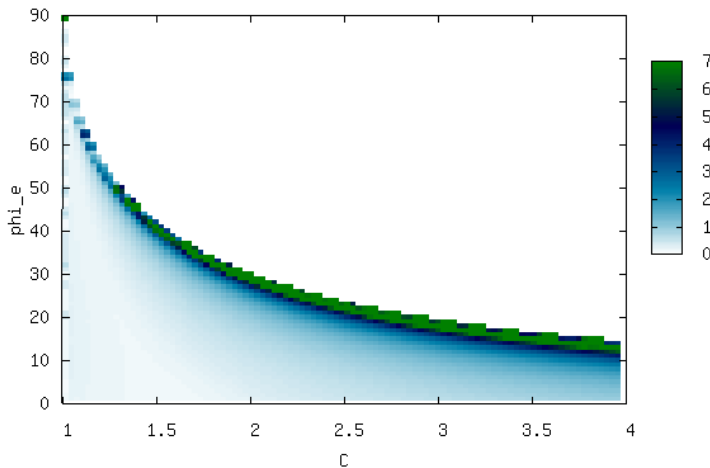


14. ábra.  $\varphi$  és  $d$  függvényében a visszaverődések száma.  $\varphi$  fokban van megadva,  $d$  cm-ben. A különböző színek jelzik a visszaverődések darabszámát.



13. ábra. Visszaverődések számának meghatározása.

Tudnunk kell az elrendezés optimalizálásához, hogy adott koncentrálású és elfogadási szögű kaleidoszkópban átlagosan hányszor szenvednek visszaverődést a fénysugarak amíg elérik a napelemet. Az átlagolást a  $\varphi$ -d síkon egyenletes eloszlást feltételezve végeztük el, csak azokra a sugarakra, amelyek elérik a kaleidoszkóp kimenetét. A 15. ábrán a különböző C koncentrációjú és elfogadási szögű kaleidoszkópok átlagos visszaverődési számát ábrázoltuk. A  $\varphi$  értéke  $0^0$ - $180^0$ -ig változott egy fok lépésekben, a d értéke az aktuális C-hez tartozó  $[-C \omega_0, C \omega_0]$  intervallumban változott  $C\omega_0/100$  lépésekben. Látható, hogy az elméletileg lehetséges C értéket megközelítve a tükröződések száma jelentősen megnő.



15. ábra. Az átlagos visszaverődések száma a koncentráció és az elfogadási szög függvényében. Az átlagos visszaverődések számát a színek jelzik a skála szerint.

## 2. A kaleidoszkóp és a Fresnel-lencse illesztése

A Fresnel-lencse és a kaleidoszkóp illesztését a következő módon tudjuk optimalizálni. Figyelembe kell vennünk, hogy a fény, a mechanika pontatlansága miatt nem merőlegesen érkezik a Fresnel-lencsére, ami a fókusz eltolódásához, valamint aberrációkhoz vezet. A kaleidoszkóp bemeneti apertúráját érdemes a Fresnel-lencse fókuszsíkjába helyezni, hiszen a fókuszált fényfolt oldalirányú kiterjedése ilyenkor a legkisebb. A lencsét elhagyó nyalábok (merőleges beesést és ideális lencsét feltételezve) a  $[-\varphi', \varphi']$  tartományba eső, különféle beesési szögekkel haladnak tovább, ahol

$$\varphi' = \arctg \frac{R_f}{f}.$$

Mint azt későbbiekben látni fogjuk a mechanika pontatlansága miatt és a Fresnel-lencse geometriai és kromatikus aberrációi miatt a fénysugarak maximális beesési szöge a kaleidoszkópnál kicsit nagyobb lehet, mint  $\varphi'$ .

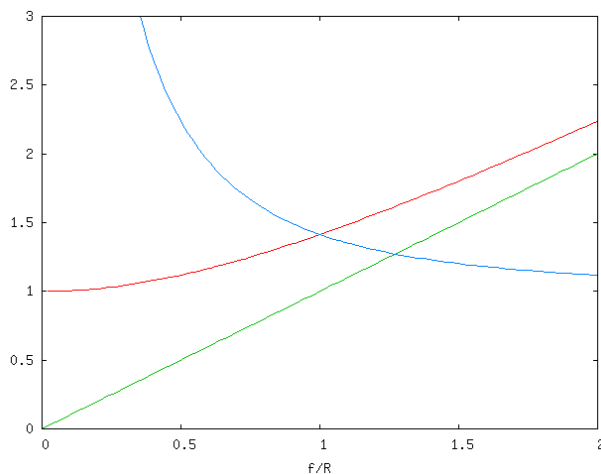
Ha a lencsére a tükör rossz pozícionálása miatt kis  $\delta$  szögben érkeznek a Napsugarak a merőleges helyett, akkor az optikai tengelyre merőleges fókuszeltolódásban lineárisan fog megjelenni. Ez azt jelenti, hogy az optikai tengelytől a fókusz

$$x = f \tan(\delta)$$

távolságra toódik el, jó közelítéssel a fókusz síkban. Ha a fókusz távolság túl nagy, akkor előfordulhat, hogy a fókusz annyira eltolódik a fókusz síkban, hogy a legtöbb fénysugár nem is halad keresztül a kaleidoszkóp bemeneti apertúráján. Ennek elkerülése érdekében meg kell határozni az optimális fókusz távolságot. A nagy fókusz eltolódást ugyan lehet kompenzálni nagyobb koncentrációra képes kaleidoszkóppal, hiszen ezeknek a bemeneti apertúrájuk nagyobb. Ugyanakkor megnő a kaleidoszkóp hossza, nő a visszaverődések száma a kaleidoszkóp belsejében, lecsökken az optikai hatások.

A 16. ábrán a fókusz hosszának a függvényében ábrázoljuk a fókusz eltolódását ( $x$ , zöld egyenes), valamint a bemeneti apertúra maximális  $\omega/\omega_0$  szélességét (piros görbe). Látható, hogy a bemeneti apertúra és a fókusz eltolódás aránya (kék görbe) annál nagyobb, minél kisebb a Fresnel-lencse fókusz távolsága. Mivel a gyakorlatban nem lehetséges tetszőlegesen kis fókusz távolságú Fresnel-lencsét készíteni, a továbbiakban egy beszerezhető [13], 14cm sugarú és 17,5 cm fókusz távolságú lencsével számolunk.

$$C(\varphi(f)) = \frac{1}{\sin\left(\arctg \frac{R}{f}\right)}$$



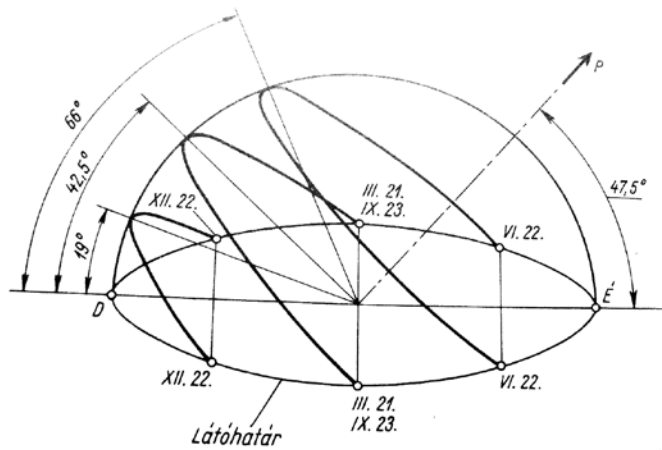
16. ábra. A fénykoncentráció rendszer optimalizálása. A Fresnel-lencse fókusz távolságának függvényében a bemeneti apertúra legnagyobb lehetséges szélessége (piros görbe), a fókusz eltolódás mértéke egy adott  $\theta$  szög esetén (zöld görbe), és a kettő hányadosa (kék görbe).

### 3. A napkövető rendszer tengelyének és a tükörnek a beállítása

A Nap delelési magassága az év folyamán változik. Ez abból adódik, hogy a Föld keringési pályasíkja, az ekliptika nem esik egybe a földi Egyenlítő síkjával. A két sík által bezárt szög nagysága  $23,5^\circ$ . Ezt a síkbeli eltérést nevezzük az ekliptika ferdeségének.

A Nap delelési magasságának szélső értékeit a nyári és a téli napfordulókor éri el. Ez a két érték Budapesten a tavaszi és az őszi napéjgyenlőséghez képest – amikor azonosan  $42,5^\circ$ -s a delelési magasság –  $\pm 23,5^\circ$ -os eltérést mutat. A látóhatárral  $47,5^\circ$ -os szöget zár be a Föld forgástengelye ( 17. ábra).





17. ábra. A Nap évi és napi járása a látóhatárhoz viszonyítva [14].

Mivel a napkövető rendszer tengelye, ami egyben az optikai tengely, a Föld forgásának tengelyével párhuzamos, a tükört elég ezen tengely körül forgatni egy-két napig. Ennél hosszabb távon a tükörrel követni kell a Nap delelési magasságának változását is, ez nem haladja meg a kétnaponta egy fok változást [14].

A napkövető mechanika a Napot léptetőmotorok segítségével követi, ezek felbontása kisebb mint egy fok (0.9 fok) féllépéses üzemmódban. Ha a Nap évi járását  $\varepsilon$  szöghibával tudjuk követni a tükörrel, akkor a Fresnel-lencsén a sugarak beesési szögét  $2\varepsilon$ -nal becsülhetjük, hiszen ez egy kétdimenziós probléma. Ha a Nap napi járását  $\eta$  szöghibával követjük, akkor a sugarak beesési szöge a Fresnel-lencsén  $(1/\sqrt{2})\eta$ -val becsülhető.

## IV. Sugárkövetéses szimulációk

### 1. Módszer

Az előző részben leírt eredmények csak ideális esetre vonatkoznak. Nem számoltunk azzal, hogy a Napból érkező fény különböző hullámhosszúságú, nem párhuzamos fénysugarakból áll, ami miatt a fókuszsíkban nem egy pontban találkoznak a sugarak. Ha a napkövető mechanika pontatlansága miatti fókuszeltolódást is figyelembe vesszük, akkor már nehéz analitikus eredményeket kapni.

A vizsgálatok során felhasználtunk egy, a laboratóriumunkban kifejlesztett Python [www.python.org] nyelvű sugárkövető szoftvert. A program egymásra épülő modulokból áll. A szükséges matematikai modelleket tartalmazó algebrai (vektorok, vektor-műveletek) és geometriai (nyaláb, sík, körlemez, henger, kúp stb.) modulra épül az optikai modul, amelyben implementáltuk az alapvető optikai fogalmakat és objektumokat (sugárnyaláb, sugárforrás, hullámhossz-függő törésmutató, tükör, Fresnel-lencse stb.).

A program úgy működik, hogy a sugárforrás által kibocsátott nyalábok útját egyenként végigköveti: megvizsgálja, hogy melyik objektummal találkozik először a nyaláb, ott végrehajtja a megfelelő geometriai optikai műveletet (teljes visszaverődés, fénytörés vagy elnyelés), újra megnézi, hogy az eltérített nyaláb melyik objektummal találkozik leghamarabb, és ezt a ciklust addig végzi, míg a sugár bele nem ütközik egy elnyelő lemezbe (a teljes rendszer egy megfelelően nagy, elnyelő oldalfalakkal határolt dobozban van).

Sugárforrásként egy olyan nyalábot használtunk, amely hullámhossz-eloszlása megfelel a napfény légkörben mért spektrumával (4. ábra), az egyes sugarak és a teljes sugárnyaláb irányvektorának szöge pedig egyenletes eloszlású a [-0,004653; 0,004653] intervallumon – ezzel a Nap véges kiterjedését modellezzük.

A Fresnel-lencsét hengerpalástokból és kúppalást-szeletekből állítottuk össze a

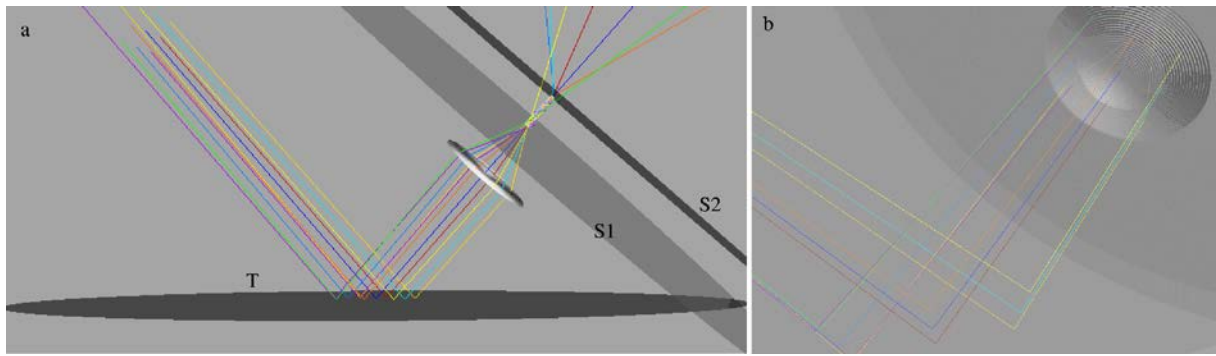
$$\tan \alpha = \frac{R}{n\sqrt{R^2 + f^2} - f}$$

képletnek megfelelően, ahol  $\alpha$  az optikai tengelytől  $R$  távolságra lévő kúppalást szöge [15]. A kaleidoszkópot négy darab trapézból raktuk össze. A konfigurációban elhelyeztünk olyan síkokat, amelyek rögzítik és adatfájlba írják a rajta áthaladó sugarak pozícióját.

A programba hullámhossz szerinti törésmutató változást (kromatikus aberráció) is tudtunk szimulálni. Például a Fresnel-lencsének az anyaga polimetil-metakrilát (PMMA), amely hullámhossz-függő törésmutatója

$$n(\lambda) = 1.4681 + \frac{9.343}{\lambda - 0.1235}$$

Hartmann-formulával írható le [16]. A képletben a  $\lambda$  hullámhossz nanométer egységben szerepel. A 18. ábrán egy sugárkövetéses szimuláció háromdimenziós megjelenítése látható. A teljes elrendezés egy tükörből (T), a Fresnel-lencséből, a kaleidoszkópból, és két vizsgálati síkból (S1, S2) áll. Az S síkknál határozzuk meg az egyes fénysugarak dőfspontját.

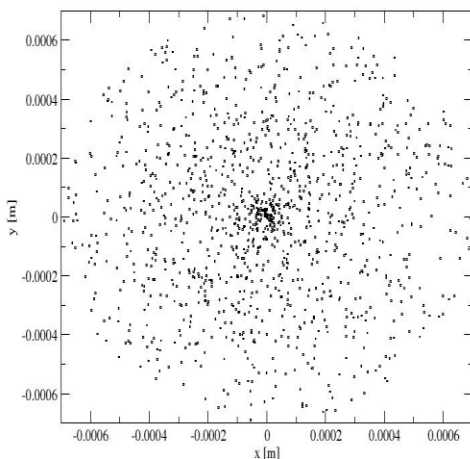


18. ábra. Sugárkövetéses szimulációk háromdimenziós megjelenítése. a: teljes elrendezés, b: a tükör felületéről nézve a Fresnel-lencsét elérő sugarakat

## 2. A Fresnel-lencse optikai aberrációi

A sugárkövetéses szimulációkban egy száz gyűrűből álló, 14 cm sugarú Fresnel-lencsét használtunk, melynek fókusztávolsága 17,5 cm volt. A tükör és a lencse távolsága 50 cm. A Fresnel-lencse aberrációinak vizsgálatához meghatároztuk a fénysugarak dőléspontjait az S1 fókuszsíkban.

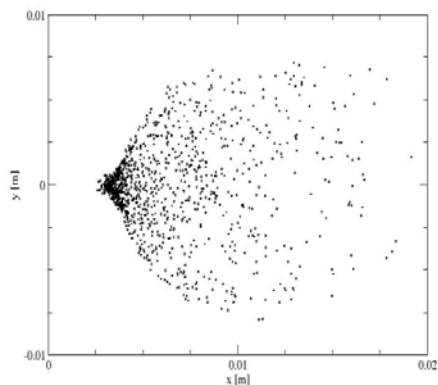
**Szférikus aberráció.** Fresnel-lencse széléhez közel áthaladó fénysugarak az optikai tengelyt nem a fókuszpontban fogják metszeni, hanem még a fókuszpont előtt. Emiatt a fókuszpont elmosódik. Szimulációkkal meghatároztuk, hogy mekkora szférikus aberráció jön létre a Fresnel-lencse fókuszsíkjában, ha a párhuzamos fénysugarak merőlegesen esnek a lencsére, illetve a lencse törésmutatója nem hullámhossz függő. A 19. ábrán látható, hogy a lencse szférikus aberrációja kicsi, a fókuszfolt kiterjedése 1 mm körül van.



19. ábra. Szférikus aberráció.

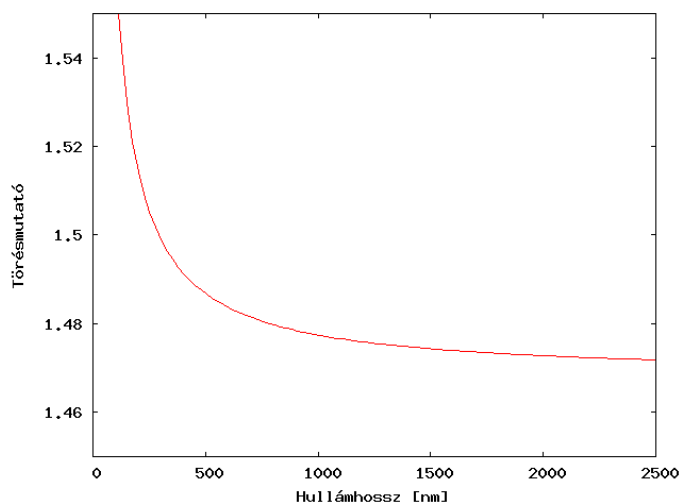
**Üstökőshiba.** Az üstökőshiba (kóma) akkor jön létre, ha a leképezni kívánt pont nem az optikai tengelyen található. Ilyenkor az optikai tengelyre merőleges fókuszsíkjában pont helyett egy üstökőshöz hasonlító folt alakul ki. Meridiánsíknak nevezzük azt a síkot, amelyiket az optikai tengely, a lencse alap pontjai és a tárgy pont határoz meg. A szagittális sík erre merőleges. A szagittális síkban fellépő hiba általában kisebb, mint a meridián síkban fellépőé. Kóma a mi esetünkben azért jön létre, mert a Nap-követő mechanika pontatlansága miatt a fénysugarak nem pontosan merőlegesen esnek a lencsére, valamint a Napból jövő fénysugarak sem párhuzamosak. A 20.

ábrán látható, körülbelül 1cm kiterjedésű kóma jellemzi azt a sugármenetet, amikor a tükört az optikai tengely körül  $0,5^\circ$ -kal forgattuk el, és a lencse törésmutatója továbbra sem volt hullámhosszfüggő.



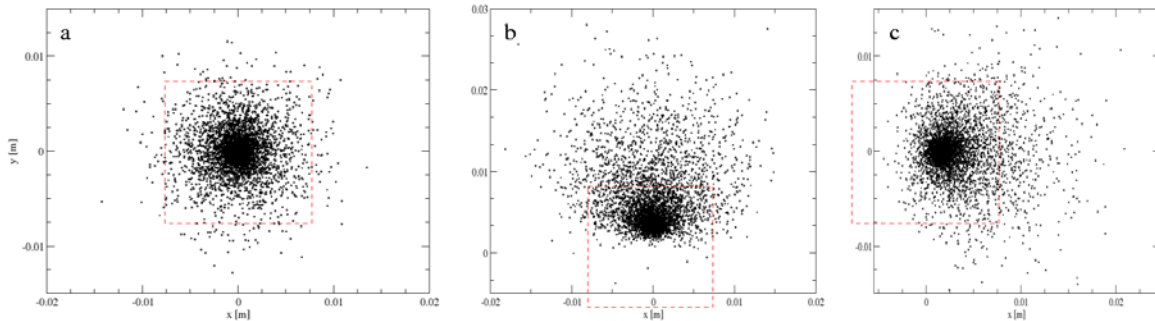
20. ábra. Üstökőshiba.

**Kromatikus aberráció.** A kromatikus hiba abból származik, hogy a lencse anyagának  $n$  törésmutatója függ a fénycső hullámhosszától – általában a vöröstől az ibolyáig csökken. A Fresnel-lencse törésmutatójának hullámhossz függése a 21. ábrán látható. A 22. ábra az S1 fókusz síkban mutatja a fénysugarak dőléspontjait. Ebben a síkban található a piros szaggatott vonallal jelölt kaleidoszkóp 1,5 X 1,5 cm-es bementi apertúrája is. Mindhárom ábra elkészítéséhez használt szimulációkban a lencse anyaga akril, tehát az ennek megfelelő kromatikus aberrációt tudtuk szimulálni. A tükörrre érkező fénysugarak a Nap látószögének megfelelő egyenletes szögeloszlásban érkeznek. A 22a ábrán a tükör pontosan be van állítva, a fénycső kiterjedése a nap véges látószögéből valamint a lencse kromatikus hibájából ered. A 22.b, c ábrán a tükör az optikai tengelyre merőleges tengely körül, illetve az optikai tengely körül el van forgatva  $0,5^\circ$ -kal. Látható, hogy a fénysugarak nagy része belemegy a kaleidoszkópba.



21. ábra. A Fresnel-lencse anyagának törésmutató változása.

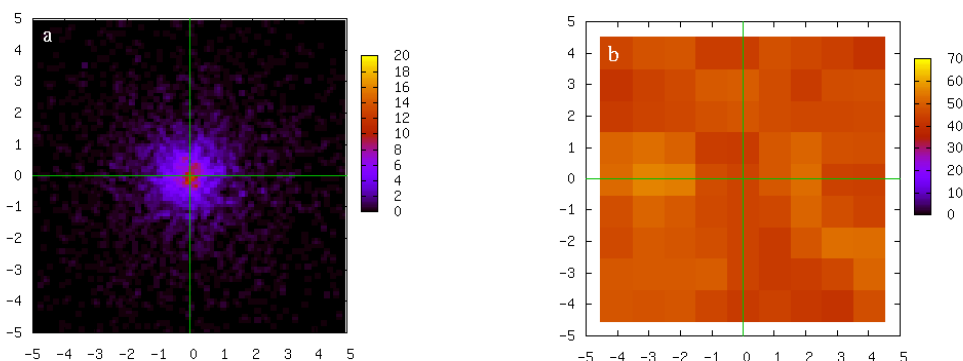
### 3. A koncentrátor geometriai hatásfokának vizsgálata sugárkövetéses szimulációkkal



22. ábra. Fókuszpont elmosódásának és odébb tolódásának szimulálása a sugárkövető program segítségével a fókusz síkban. A skálák beosztása m-ben van feltüntetve. a: a tükör pontosan be van állítva, b: a tükör az optikai tengelyre merőleges tengely körül, c: az optikai tengely körül el van forgatva  $0,5^{\circ}$ -kal.

A 22. ábra szimulációjánál a tükör fél fokos beállítási hibája a léptetőmotorok  $1^{\circ}$ -os lépéseiből eredt. Fontos tudni, hogy ilyen mechanikai pontosság mellett mekkora a rendszerünk geometriai hatásfoka. A 22. ábra szimulációiban a lencsén körülbelül 4800 fénysugár halad keresztül mind a három esetben. Pontosán beállított tükör esetén a fénysugarak 96%-a éri a napelemet. A mechanika pontatlansága a vizsgált esetekben a hatásfokot 71 %-ra (b), 88 %-ra (c) rontja.

Meghatároztuk, hogy pontosan beállított tükör esetén mennyire kapunk homogén eloszlást a kimeneti apertúrán elhelyezett napelemen. A 23.a ábra a fókusz síkban készült. Látható, hogy 1 mm sugarú körbe esik a fénysugarak döntő része. A 23.b ábrán az 1X1 cm-es napelemre érkező fény közel homogén eloszlású. Mivel 9X9 db részre osztottuk fel a napelem felszínét, a kaleidoszkópba jutó 4600 sugárból egyenletes eloszlás esetén várhatóan 56 sugár esik egy-egy tartományba. Ennek statisztikai szórása várhatóan  $\sqrt{56} \approx 8$ , azaz 14%.



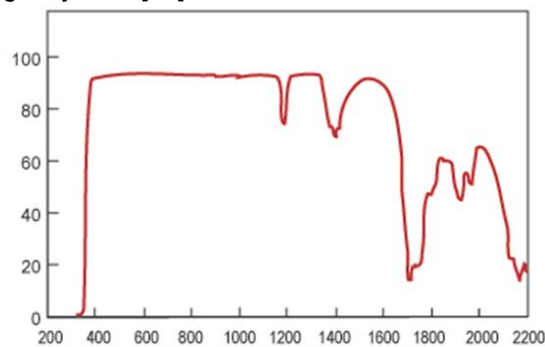
23. ábra. Sugárkövetéses szimulációkból számolt fényintenzitás eloszlás a Fresnel-lencse fókusz síkjában.

## 4. További veszteségek:

Az előállított energia egy részét fel kell használnunk a napkövető rendszer működtetésére:

-a két tengely mozgatására, amihez nem kell túl sok energia, mert ha 1 fokként léptetjük - például léptetőmotorral – azt a tengelyt, ami a Nap napi járásához igazítja a koncentrátort, akkor kb. 4 percenként kell egyet léptetni. Ha a rendszerünk optikai tengelye a Föld forgástengelyével párhuzamos, és maximum 1 fokos hibát engedünk meg, akkor a deklinációs szög évszakos változásához elég ezt a tengelyt egy-két naponta a Naphoz igazítani. A vezérlő elektronikához és az inverterhez is kell energia.

Optikai veszteségek adódnak Fresnel-lencse miatt, hiszen mint minden anyag, így a Fresnel-lencse is csak egy részét engedi át a fénynek. Az általunk használt Fresnel-lencse áteresztőképessége 3,17 mm-re vonatkoztatva, a hullámhossz függvényében [13]:



24. ábra

Fresnel-lencse áteresztőképessége 3,17 mm-re vonatkoztatva, a hullámhossz [nm] függvényében

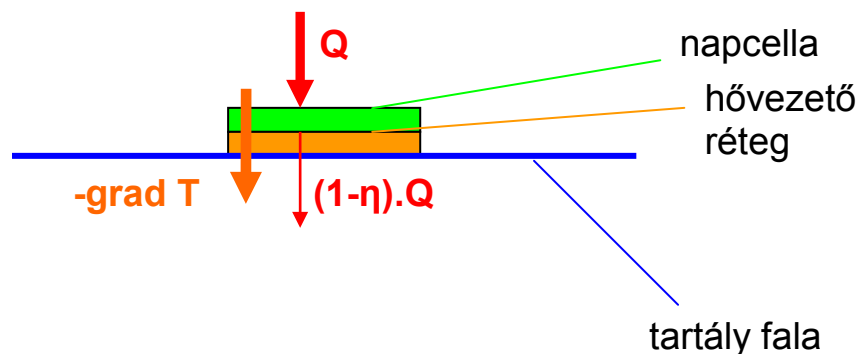
A fény minden egyes tükröződéskor a tükör tisztaságától, és minőségétől függően 1-3%-os veszteséget okoz. A napelem elé tett védőréteg 2-4 %-os veszteséget okozhat [9].

# VII. Konvekciós hűtés

## 1. Egyenletek

A napelem hatásfoka a hőmérséklet emelkedésével csökken, méghozzá a Spectrolab többrétegű napelem esetében 0,06 %-kal °C-onként. A hűtést a lehető legolcsóbban kell megoldanunk, és az elvezetett hőt szeretnénk felhasználni. Az alábbiakban megvizsgálunk egy szabad konvekción alapuló passzív hővezetési megoldást. A számításokat a Navier-Stokes egyenletek és a hővezetési egyenletek végeselem módszerrel történő megoldásával végeztük.

Ahogy a 25. ábrán látjuk, a cellára eső energia egy része elektromos energiává alakul, míg a maradék része egy felületi hőforrásként jelentkezik a cella felszínén. Stacionárius esetben ez a hő elvezetődik a hűtőrendszer felé. A cellában, a cellát hordozó felületen, valamint a kettő csatolásánál kialakuló hőmérsékletgradiens annál kisebb, minél nagyobb ezek hővezetőképessége. A cella hőmérsékletét pedig ezek a hőmérsékletgradiensek, valamint a hordozófelület és a hűtőrendszer érintkezési pontjának  $T$  stacionárius hőmérséklete határozza meg. Mivel a cella és a hordozó hővezetőképességét nem áll módunkban változtatni, célunk az, hogy a hordozó hűtőrendszerrel hozzáférhető felületet minél alacsonyabb hőmérsékleten tartsuk.



25. ábra A teljes rendszerben fellépő kölcsönhatásokat befolyásoló tényezők

A hordozófelület és a hűtőrendszer érintkezési pontjának  $T$  hőmérsékletét egy gyors és egy lassú folyamat állítja be. A nagy bejövő energiasűrűség gyorsan felmelegíti a felszín közelében a vizet, és a meleg folyadékra ható felhajtóerő mozgásba hozza a folyadéktömeget. Így, miután a konvekció kialakult, a besugárzott felszín közelébe mindig hűvös víz áramlik a tartály belsejéből. A tartály belsejében a hőmérséklet csak lassan változik, hiszen a teljes víztömegnek nagyon nagy a hőkapacitása. Egy realiztikus hűtőrendszerben a teljes víztömeg hőmérsékletét egyszerűen, tetszőlegesen kicsi energiabefektetéssel járó cirkulációval (vagy nagyon nagy tartály alkalmazásával) közel állandó értéken tudjuk tartani. Az általunk vizsgált szimulációk tehát annak a megbecslésére szolgálnak, hogy a konvekció beindulását követően – de még a tartályban lévő folyadékmennyiség számottevő felmelegedése előtt – a tartályban kialakuló szabad konvekció hatására mennyi lesz a napcella hordozófelületének  $T$  hőmérséklete. Ez egy felső becslésként értelmezendő, hiszen egy valós rendszerben a tartály anyagának is véges hővezetőképessége van, ami ezt a hőmérsékletet tovább csökkenti.

A Navier – Stokes egyenlet összenyomhatatlan folyadéokra:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} - \eta \nabla^2 \mathbf{u} + \rho (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nabla p = \mathbf{F}$$

ahol

$$\nabla \mathbf{u} = 0$$

és  $\eta$  a folyadék viszkozitása,  $\rho$  a sűrűsége,  $p$  a nyomása,  $\mathbf{u}$  a sebességtér,  $\mathbf{F}$  pedig a térfogati erőket jelöli. Esetünkben az egyetlen térfogati erő a gravitáció, és a meleg,  $T$  hőmérsékletű folyadékelemre ható felhajtóerőt a Boussinesq közelítéssel vettük figyelembe:

$$\mathbf{F} = \alpha_0 \cdot \mathbf{g} \cdot \rho_0 \cdot (T - T_0)$$

ahol  $\alpha_0$  a hőtágulási együttható,  $g$  a nehézségi gyorsulás,  $\rho_0$  a víz sűrűsége a környezet  $T_0$  hőmérsékleténél. Vagyis, a folyadék mozgását csak a hőmérsékletkülönbségek vezérik.

Egy zárt tartályt vizsgálunk, ezért a falak mentén  $\mathbf{u} = 0$ . Ha a határ egy szimmetriasík, akkor nincs átfolyás  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{u} = 0$ , illetve nincsenek a sík irányában nyíróerők:  $\mathbf{t}_1 \cdot \mathbf{K} = 0$ ,  $\mathbf{t}_2 \cdot \mathbf{K} = 0$ , ahol  $\mathbf{K}$  a nyírófeszültség tenzor,  $\mathbf{n}$  a felület normálisa,  $\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2$  tangenciális (érintő irányú) egységvektorok. Kétdimenzióban csak egy  $\mathbf{t}$ -vel számolunk.

A hővezetést és hőáramlást leíró egyenlet:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (-k \nabla T + \rho C_p \mathbf{u} T) = Q$$

ahol  $C_p$  a folyadék hőkapacitása,  $k$  a hővezetési tényező,  $Q$  pedig a hőforrások térbeli eloszlása. Határfeltételként megadtuk a hőmérsékletet a határon ( $T=T_0$ ), vagy a bejövő hőáramot. Mivel a hidrodinamikai határfeltételek miatt  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{u} = 0$ , az általános

$$-\mathbf{n} \cdot (-k \nabla T + \rho C_p \mathbf{u} T) = q_0$$

Határfeltétel helyett az

$$\mathbf{n} \cdot k \nabla T = q_0$$

alakot használhatjuk, ahol  $q_0$  a felületi hőforrás.



## 2. Végeselem-módszer

A parciális differenciálegyenleteket végeselem-módszerrel oldjuk meg. A módszer elvét jól mutatja a következő, egydimenziós Dirichlet peremérték probléma:

$$(1) \quad u'' = f \quad x \in (0,1) \text{-en}$$

és  $u(0) = u(1) = 0$ , ahol  $f$  adott és  $u$  ismeretlen.

Első lépésként átírjuk a differenciálegyenletet variációs megfelelőjére. Ha  $u$  megoldása (1)-nek, akkor bármilyen sima  $v$  függvény, amely kielégíti a  $v(0)=v(1)=0$  határfeltételeket, teljesíti az

$$\int_0^1 f(x)v(x)dx = \int_0^1 u''(x)v(x)dx$$

összefüggést. Parciális integrálással

$$\int_0^1 u''(x)v(x)dx = -\int_0^1 u'(x)v'(x)dx + [u'(x)v(x)]_0^1$$

adódik. A jobb oldal második tagjában a  $v(x)$  a határokon eltűnik, tehát:

$$\int_0^1 f(x)v(x)dx = -\int_0^1 u'(x)v'(x)dx = -\Phi(u, v) \quad \forall v(x)$$

ahol bevezettük a  $\Phi(u, v)$  függvényt.  $v(x)$  legyen szakaszosan lineáris, írjuk fel  $v(x) = \sum a_k v_k$  alakban. Hasonlóan közelítsük az  $f(x)$  és  $u(x)$  függvényeket:  $f(x) = \sum f_k v_k$ , és  $u(x) = \sum u_k v_k$  alakokkal. Ezeket behelyettesítve  $v$ ,  $f$  és  $u$  helyére a következő egyenletet kapjuk:

$$\int_0^1 (\sum_k f_k v_k) (\sum_j a_j v_j) dx = -\Phi(\sum_k u_k v_k, \sum_j a_j v_j)$$

$\Phi$  mindkét tagjában lineáris, ezért kiemelhető  $a_j$  és  $u_k$ , és az összegzés felcserélhető:

$$(2) \quad \sum_j a_j (\sum_k f_k \int_0^1 v_k v_j) dx = -\sum_j a_j (\sum_k u_k \Phi(v_k, v_j))$$

Mivel véges összegekről van szó, és (2) tetszőleges  $a_j$  együtthatókra igaz,

$$(3) \quad -\sum_k u_k \Phi(v_k, v_j) = \sum_k f_k \int_0^1 v_k v_j dx$$

is fennáll. Az  $\underline{L}$  és  $\underline{M}$  operátort bevezetve (3) a

$$-\underline{L} u = \underline{M} f$$

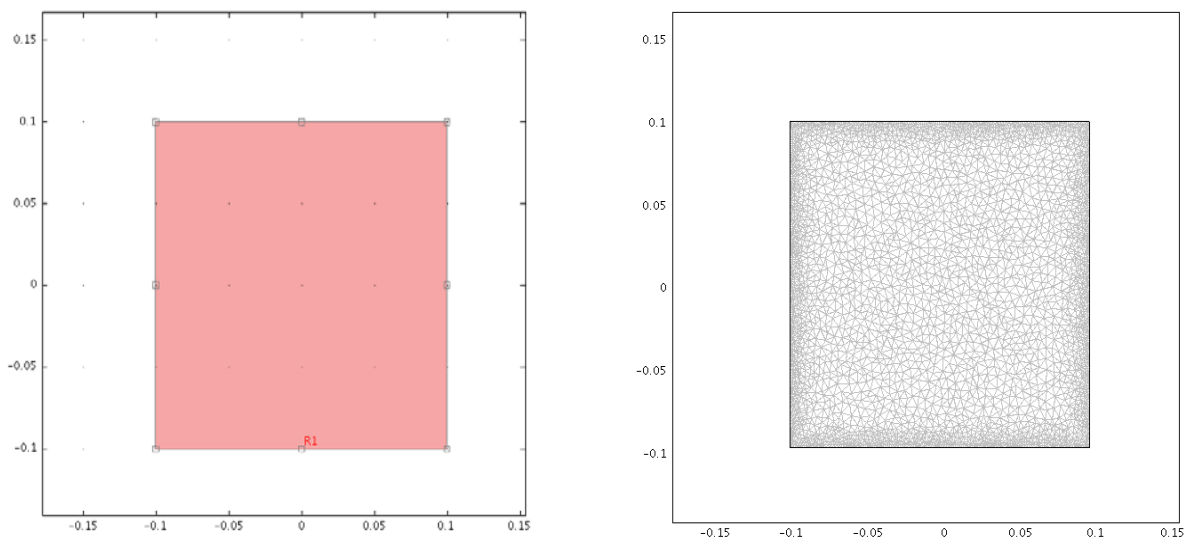
lineáris alakba írható, amiből  $u$  numerikus lineáris algebra kódok segítségével kiszámolható.

A napelemek hűtését a Comsol végeelem solver-rel szimuláltuk. Miután megadtuk a geometriát, meghatároztuk, hogy melyik rész milyen anyagból van. Így rögzítettük a víz hővezetési együtthatóját, hőkapacitását, viszkozitását és sűrűségét. Megadtuk a határfeltételeket a falakon, majd a kezdeti feltételeket – a kezdeti sebességet, hőmérsékletet, nyomást valamint a hőáramokat.

A napelemről elszállítandó hőt egy időben állandó, a napelemcella helyén Gauss térbeli eloszlású hőáramnak tekintettünk. A többi határt vagy állandó hőmérsékleten tartottuk, vagy figyelembe vettük a környezetbe leadott hőt  $6W/(K \cdot m^2)$  hőátadási tényezővel [17]. A stacionárius megoldás általában nem volt meghatározható, megfelelően finom rácsok esetén azonban időfüggő megoldást találtunk.

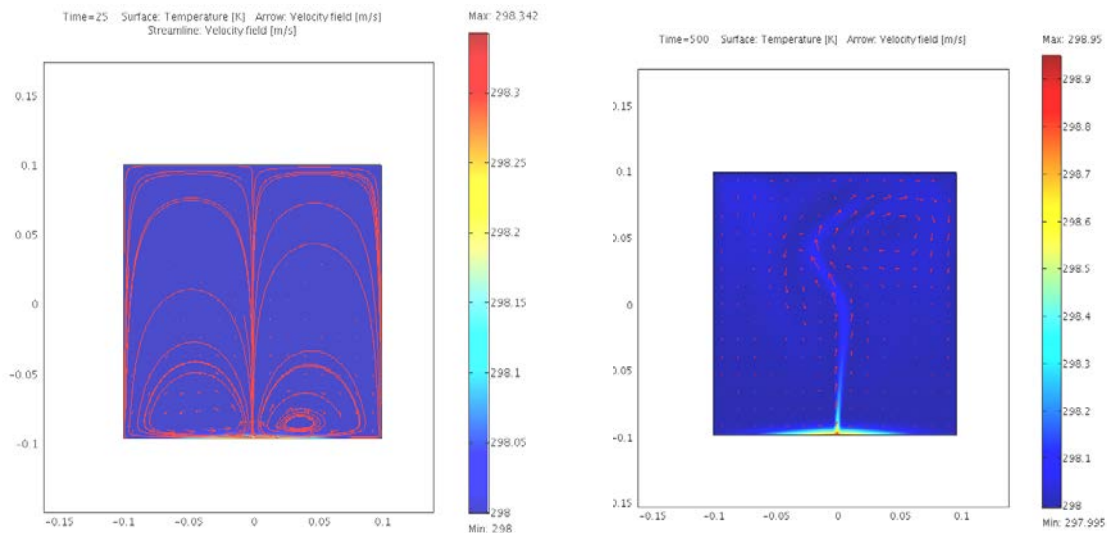
### 3. Kétdimenziós szimulációk

Feltételeztük, hogy a három dimenziós fizikai rendszer eltolásinvariáns az egyik (y) koordinátában. Az y koordinátára merőleges keresztmetszet egy 20x20 cm-es négyzet, a végeelem megoldáshoz használt hálót a széleken besűrítettük (26a és b ábra). Ez azért fontos, mert a határokon nagyobb a hőmérséklet és sebesség gradiens.



26. ábra. Kétdimenziós szimuláció geometriája (a) és végeelem hálója (b)

Határfeltételként az alsó oldalt Gauss eloszlással fűtjük  $100 \cdot e^{-400x^2}$  teljesítménnyel, ahol x az oldal középpontjától mért távolság. Ez kb. 16 W bejövő teljesítménynek felel meg hosszúságegységenként. A másik három oldalt állandó hőmérsékleten tartottuk. Bár az áramlás turbulens volta miatt stacionárius megoldást nem találtunk, a megfelelő rácssűrűséggel futtatott időfüggő szimulációk tipikus viselkedését a 27. ábra mutatja.



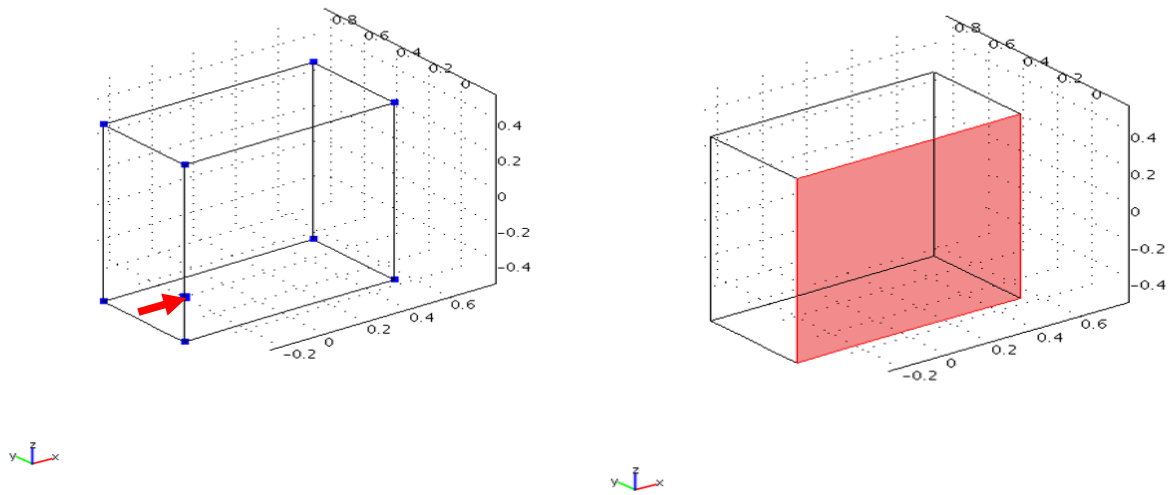
27. ábra. Kétdimenziós szimuláció során (a: 25s, b:500s) kirajzolódó áramvonalak (a) és hőmérséklet profil (b, nyílak a sebességteret jelölik).

Láthatjuk, hogy a konvektív hűtés elég hatékony, a hőmérséklet emelkedése nem számottevő.

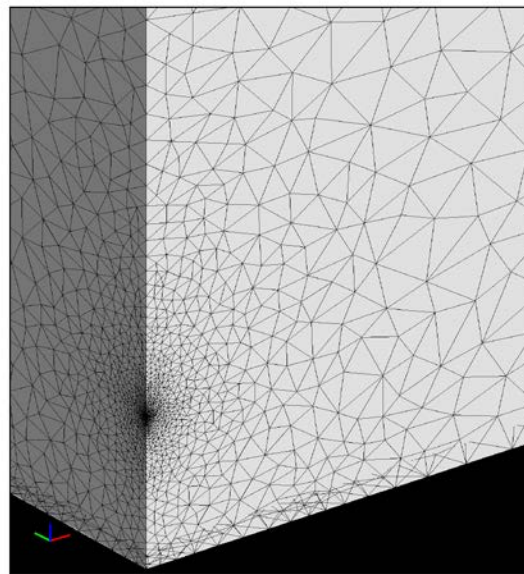
## 4. Háromdimenziós szimulációk

I. A következőkben megvizsgáltuk a konvektív hőszállítást egy oldalánál fűtött 10 cm X 10 cm X 10 cm –es kockában. A vízkocka oldalát egy 100 W/cm<sup>2</sup> amplitúdójú, Gauss-eloszlású hőáram érte, a 28a ábrán látható módon. Ekkor az összes bemenő teljesítmény 314 W, összemérhető a termelt fénygyűjtő optika hulladék hőjével. Kihasználtuk a rendszer szimmetriáját, hiszen a kocka felezősíkjára a számolt mennyiségek szimmetrikusak. Így, amint a 28b ábrán is látható, csak a kocka egyik felével kellett számolnunk. A hő beáramlásának helyén és az élek mentén sűrűbb hálót használtunk, mivel ezeken a helyeken nagyobb a sebesség- és hőgradiens.

A megoldást két lépcsőben kerestük: Az első esetben a Navier-Stokes egyenlet numerikus megoldhatóságát azzal könnyítettük, hogy a sebességteret a solver bizonyos lépésenként az áramvonalak mentén diffúzióval stabilizálta (simított). Második lépésben stabilizáció nélkül számoltunk, finomabb rácson.



28. ábra A vizsgált geometria. A nyíl a hő beáramlásának közepét jelzi, a beáramlás Gauss-eloszlású (a), illetve a szimmetriásík kiemelve (b)

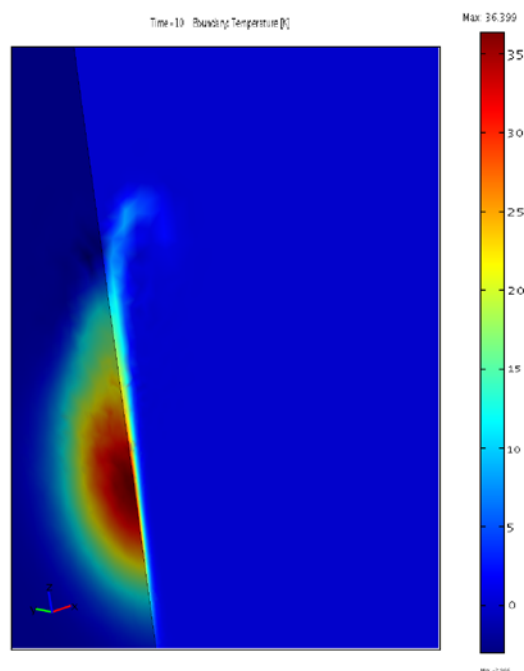


29. ábra A kocka hálózása – a hő beáramlásának hely és az élek mentén besűrítve

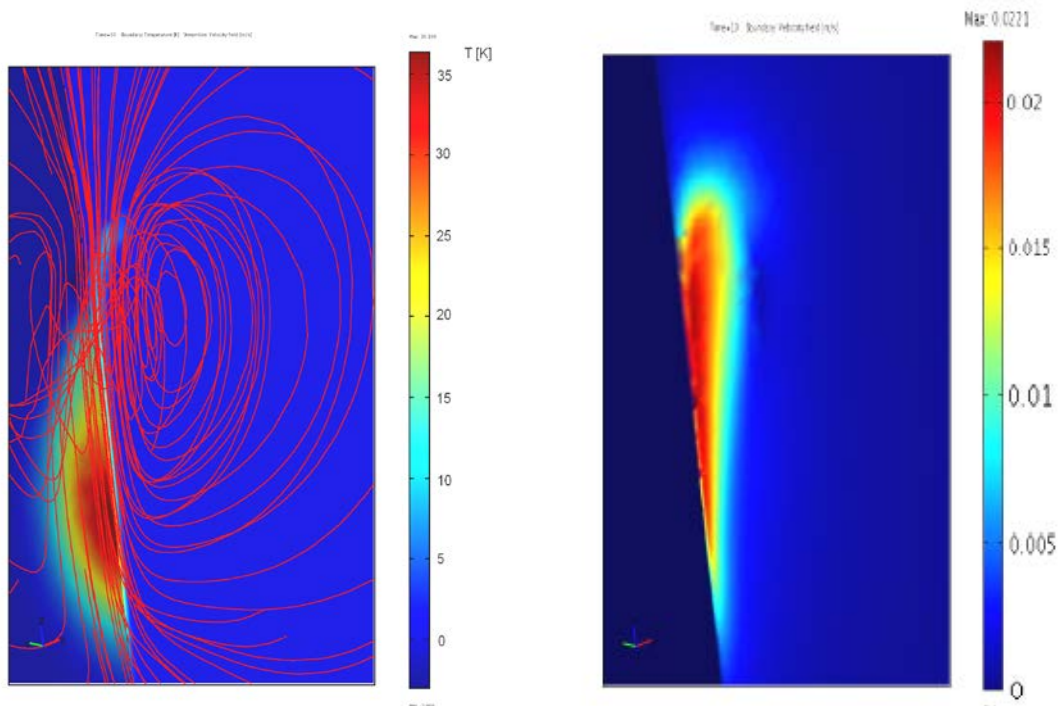
A 30. ábrán látható a diffúzióval stabilizált szimulációkban kialakult hőmérsékleti profil 10 másodperc elteltével. A közeg tulajdonképpen csak a hő beáramlásának közelében melegszik számottevően. A kialakuló konvektív áramlat gyorsan elszállítja a felmelegedett folyadékot, így a cella helye nem melegszik fel jobban, mint 35 °C.

A 31. a ábrán a hőmérsékleti profil a sebességtér áramvonalaival együtt látható, mellette (b) látható a sebességtér abszolút értékét szemléltető ábra. Láthatjuk, hogy a konvekciós örvények centruma kissé feljebb van, mint a hő beáramlásának a helye. A maximális sebességérték 2,2 cm/s, ami bár kicsinek tűnik, ilyen méretekben igen számottevő áramlást jelent [Reynolds szám=2000]. Láthatjuk, hogy a sebességtér abszolút értékének maximumai is kissé feljebb tolnak a beáramló hő középpontjához képest (31. ábra).

Tehát tíz másodperc alatt a fűtés környékén a víz hőmérséklete fokozatosan beállt 36,4 °C változásra (a környezethez képest), összefoglalva a 35. ábrán láthatjuk, ami még a napelem hatásfokát csak kis mértékben (2,4 %) rontja.

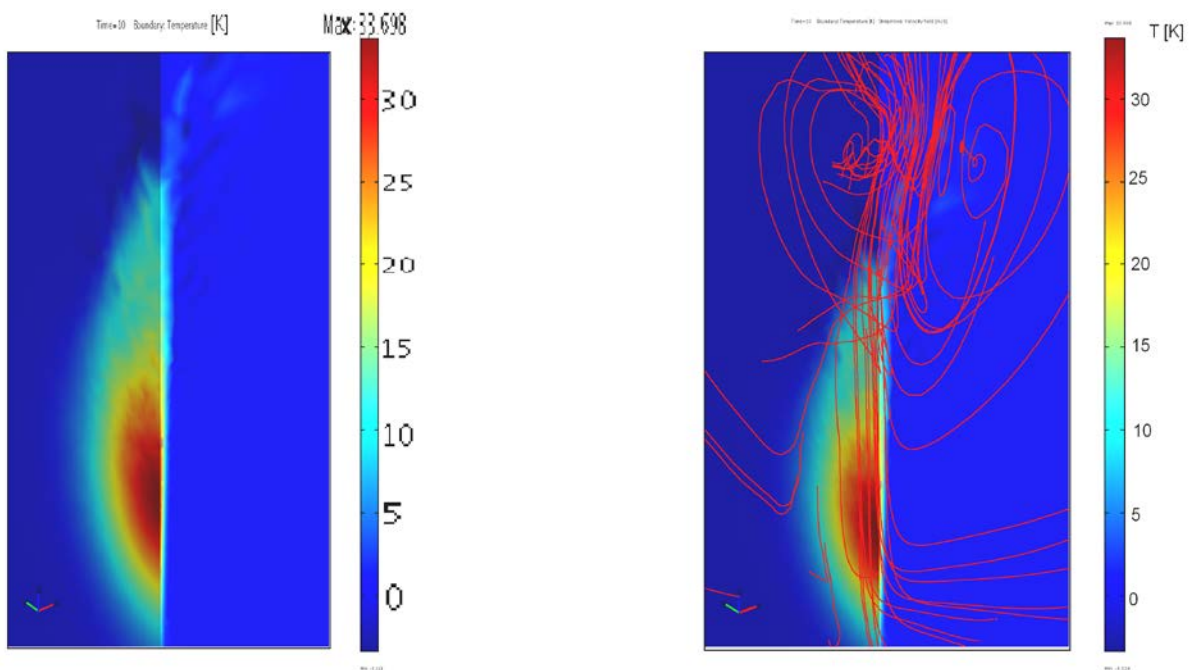


30. ábra Hőmérsékleti profil tíz másodperc elteltével – az ábra bal oldali részén az oldallap, jobb oldali részén a szimmetriasík látható

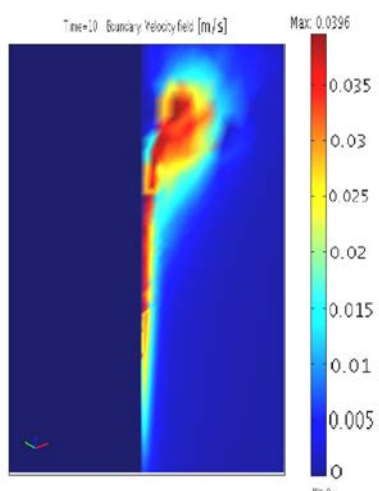


31. ábra hőmérsékleti profil az áramvonalakkal (a) és a sebességtér abszolút értéke (b) tíz másodperc elteltével

Ha nem stabilizáltuk diffúzióval a sebességteret, akkor finomított hálóval hasonló adatokat kaptunk (32. ábra). A hőmérséklet 10 másodperc múltán elérte a stacionárius állapotnak tekinthető  $33,7\text{ }^{\circ}\text{C}$  különbséget a folyadéktömeg kezdeti hőmérsékletéhez képest (36.ábra). A 32. a és b ábrán látható, hogy a szimuláció kezdődő instabilitása miatt a hőmérsékletnek negatív értékei is megjelennek, valamint az áramvonalak is rendezetlenek. A maximális folyadékáramlási sebesség ebben az esetben  $4\text{ cm/s}$ .

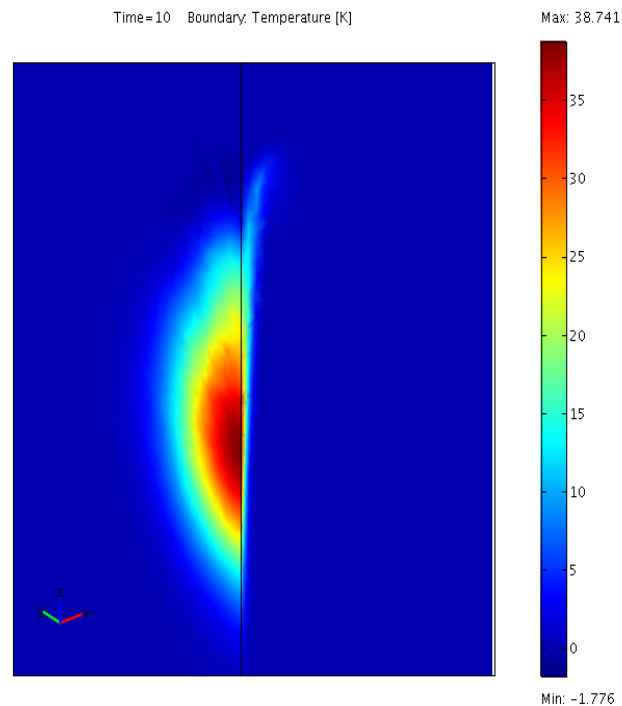


32. ábra A hőmérsékleti profil (a) és ezzel együtt az áramvonalak (b).

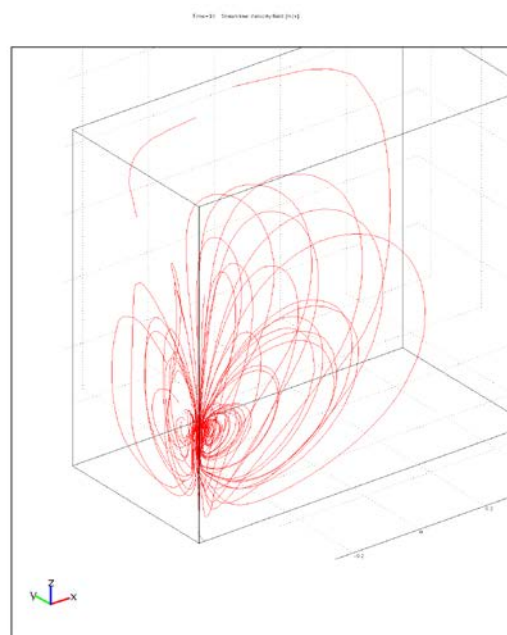


33. ábra A sebességtér abszolút értéke a folyadékban tíz másodperc elteltével (nem stabilizált eset).

II. A konvektív hűtés hatékonyságát még kedvezőtlenebb körülmények között is meghatároztuk. A kockát  $45^\circ$ -kal elforgattuk úgy, hogy a vízszintessel  $45^\circ$ -ot bezáró hőszugárzás merőlegesen essen be a kocka egyik lapjára. A programban változatlan geometria mellett a felhajtóerő irányát változtattuk. A határfeltételek maradtak ugyanazok, mint előbb, ugyanígy a háló is. Diffúzióval nem stabilizált esetet néztünk.



34. ábra A víz hőmérséklete tíz másodperc elteltével (elforgatott, nem stabilizált eset).

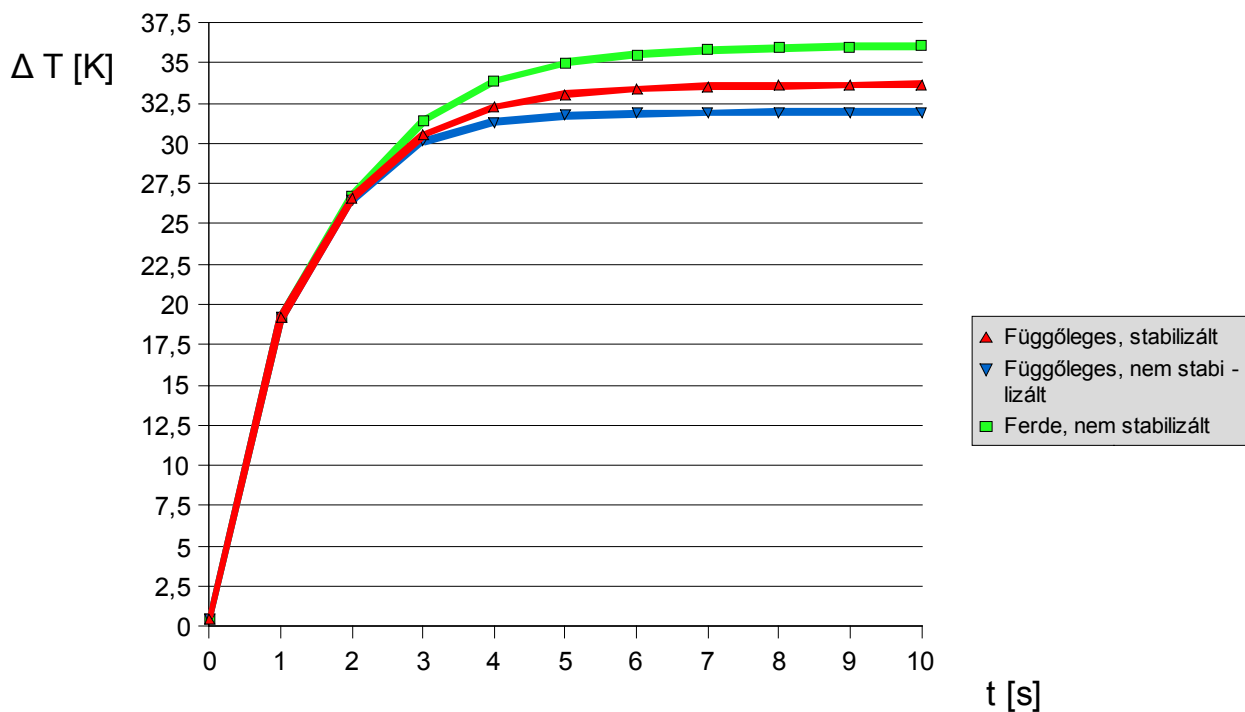


35. ábra A sebességtér áramvonalai a vízkockában (elforgatott, nem stabilizált eset).



Amint láthatjuk itt is nagyon hasonló eredményt kaptunk, mint az előző, függőleges esetben (34., 35. ábra). A folyadék szabad feláramlása jobban akadályozva van, ezért tapasztalunk pár fokok emelkedést, a nem stabilizált esethez képest 5 K, a stabilizált esethez képest 2,3 K hőmérséklet-emelkedést.

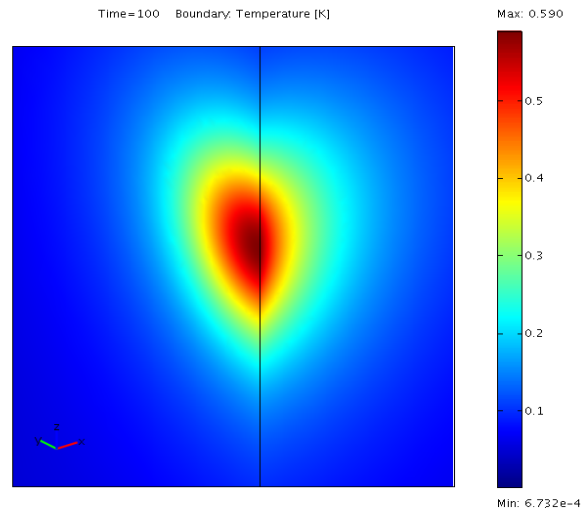
Megfigyelhettük, hogy ebben az esetben is beállt egy állandó hőmérséklet a napelem helyén, ami 38,7 °C (2,32 % hatásfokcsökkenés).



36. ábra Összefoglalva láthatjuk amint a hőmérséklet állandósul a három különböző esetben

(a hőmérsékletet a hő beáramlásának középpontjában figyeltük meg, s amint láthatjuk nem itt a legnagyobb a víz hőmérséklete)

Összehasonlításképpen megvizsgáltuk azt is, hogy egy hasonló méretű réztömb alkalmazásával mennyire tudjuk hűteni a cellát (37. ábra). A réz mint tudjuk jó hővezető, ebben az esetben azonban nem lehet felhasználni a termelt hőt újabb energiatermelésre, mivel nincs szállító közeg. A réz ugyanakkor elég drága is. Mindezek mellett viszont nagyon gyorsan lehűtené a napelemet. Az előző szimulációkban a vizet felcseréltük rézre, maradt a bejövő sugárzásból származtatott felvett hő és a levegőnek átadott hőt továbbra is az előzőek szerint becsültük. Az eredmény az lett, hogy 100 másodperc alatt mindössze 0,5 °C-kal emelkedett a réz hőmérséklete a napelem helyén, s ez a megoldás már stacionáriusnak bizonyult.



37. ábra A réztömb esetében kialakuló hőmérsékletprofil.

## VIII. Összefoglaló

Dolgozatunkban megvizsgáltuk egy lehetséges, és legegyszerűbben kivitelezhető fénykoncentrátoros napelem rendszer optikáját és hűtéstípusait. Megpróbáltuk meghatározni azokat az összefüggéseket, amelyek ismeretében a lehető legjobb hatásfokot tudjuk kihozni fénykoncentrátorunkból. A fénygyűjtő rendszer optimalizálásánál megmutattuk, hogy érdemes minél rövidebb fókuszu Fresnel-lencsét használnunk, valamint a kaleidoszkóp bemeneti apertúráját a Fresnel-lencse fókuszsíkjába érdemes helyezni. A kaleidoszkóp optimális koncentrálása 1,5 körüli,  $40^\circ$ -os elfogadási szöggel. Ezekkel a paraméterekkel és a feltételezett léptetőmotor mechanikával 70% fölötti geometriai koncentrálási tényezőt tudunk elérni. Sikerült azt is megmutatnunk, hogy a kaleidoszkóp segítségével homogén fényeloszlást tudunk biztosítani a napelemben. A cella passzív konvekciós hűtése egyszerre teszi lehetővé a túlmelegedés elkerülését és a hulladékhő felhasználását. Láttuk, hogy a vízzel történő konvektív hőszállítással  $35^\circ\text{C}$ -os hőmérsékletkülönbséget tudunk elérni a cella közelében, ahol a várható hulladékhő nagyságrendjében választottuk a bejövő hőfluxust. Ez a Spectrolab cella esetében 2%-os hatásfoknövekedésnek felelt meg. Ezen tervek alapján a jövőben tervezzük egy kísérleti prototípus elkészítését.

## Irodalomjegyzék

- [1] International Energy Agency, Key World Energy Statistics <http://www.iea.org>
- [2] Naplopó Kft. <http://www.naplopo.hu>
- [3] National Renewable Energy Laboratory
- [4] Spectrolab <http://www.spectrolab.com>
- [5] MAVIR Magyar Villamosenergia-ipari Átviteli Rendszerirányító Zártkörűen Működő Részvénytársaság (MAVIR ZRt.) <http://www.mavir.hu>
- [6] Természet Világa 2007. április, Természettudományi Közlöny 138. évf. 4. füzet, Jánosi Imre: *Krízis vagy hisztéria (Emberiség és energia)*
- [7] Anja Royne, Christopher J. Dey, David R. Mills: *Cooling of photovoltaic cells under concentrated illumination: a critical review*, *SolarEnergyMaterials&SolarCells* (2005) 86 451–483
- [8] G. Sala et al: *Final Report, Conclusions and proposals of C-rating Project.* (2003).  
<http://www.ies-def.upm.es/ies/crating/crating.htm>
- [9] Daniel Feuermann and Jeffrey M. Gordon: *High-concentration photovoltaic designs based on miniature parabolic dishes*, *Solar Energy* (2001) 70 No. 5, 423–430
- [10] V.M. Andreev, V.A. Grilikhes, V.P. Khvostikov, O.A. Khvostikova, V.D. Rummyantsev, N.A. Sadchikov, M.Z. Shvarts: *Concentrator PV modules and solar cells for TPV systems*, *SolarEnergyMaterials&SolarCells* (2004) 84 3–17
- [11] Roland Winston, Juan C. Minano, Pablo Benítez Elsevier: *Nonimaging optics*, Elsevier Academic Press, 2005
- [12] R. P. Feynman: *Mai fizika, Optika. Anyaghullámok*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1985
- [13] [www.edmundoptics.com](http://www.edmundoptics.com)
- [14] Kulin György, Róka Gedeon: *Távcső világa*, Gondolat Kiadó, Budapest, 1980
- [15] R. Leutz, A. Suzuki: *Nonimaging Fresnel Lenses*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2001
- [16] R. Leutz, A. Suzuki, A. Akisawa, T. Kashiwagi *Nonimaging Fresnel lens concentrators for photovoltaic applications* (1999); Proceedings ISES Solar World Congress, July 4-9, Jerusalem, Israel
- [17] Frank P. Incropera és David P. DeWirt, *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*, 4. kiadás, John Wiley & Sons, New York, (1996).