

Onde



Cirri



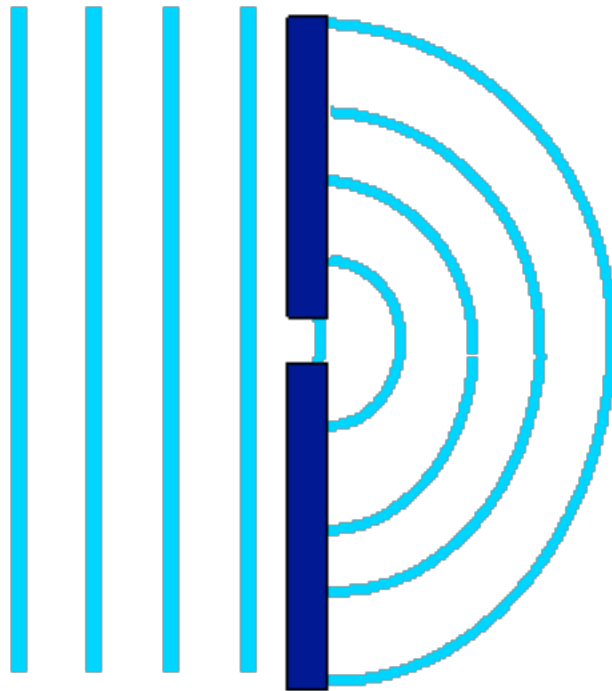
Po di Volano Bassa Marea



Un'onda circolare di superficie



Onde su una barriera frangiflutti



A plane wave encounters a barrier with an opening smaller than a wavelength: the wave spreads in circular fashion on the far side.

Lidi ferraresi



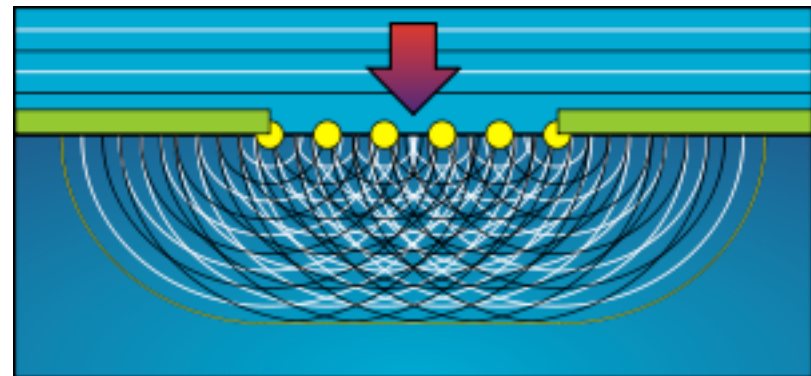
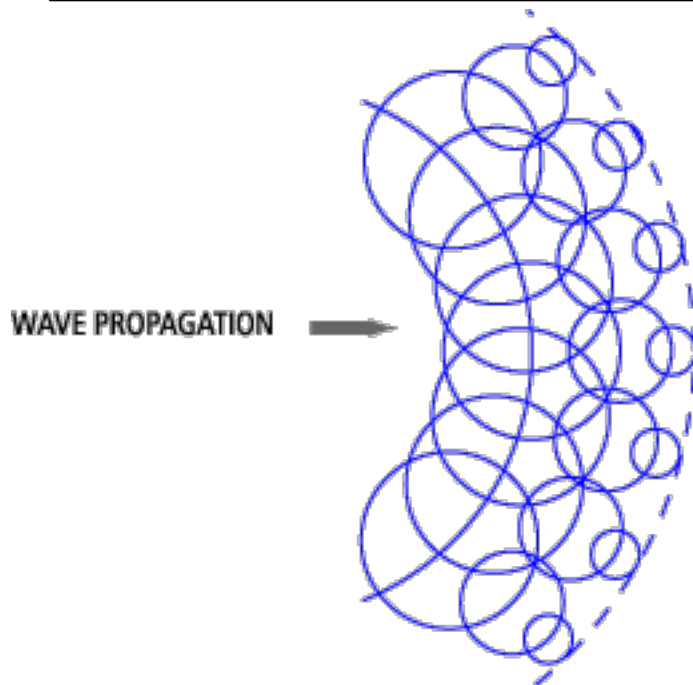


Principio di Huygens-Fresnel

Ogni elemento $d\Sigma$ di un fronte d'onda Σ si può considerare formalmente come una sorgente secondaria di onde sferiche in fase con la primaria e di ampiezza proporzionale a quella dell'onda primaria e all'area $d\Sigma$. La perturbazione prodotta in un punto dello spazio si può sempre ottenere come sovrapposizione di tutte le onde sferiche secondarie che raggiungono quel punto.

N.B.: “fattore di obliquità” $f(\theta) = \frac{1}{2} (1 + \cos \theta)$; (“intuito” da Fresnel; Kirchhoff lo ottenne in modo analitico)

- 1 – propagazione di un'onda sferica (da Mellet-Griot)
- 2 – propagazione di un'onda piana oltre una apertura (da Wikipedia)



Una parentesi: la trasformata di Fourier.

Consente di descrivere una funzione attraverso le ampiezze delle sue componenti armoniche ($\exp(i\omega t)$, $\exp(ikx)$)

E' uno strumento fondamentale in una grande varietà di campi: tra di essi l'analisi di immagini, la radioastronomia, la trasmissione di segnali, l'acustica....

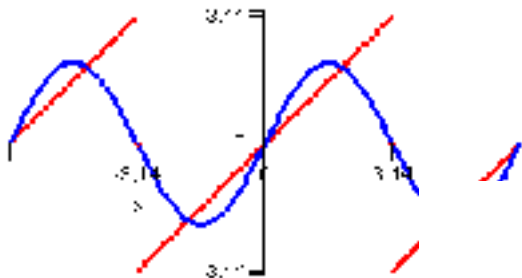
$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp(-i\omega t) dt$$

Fourier Transform

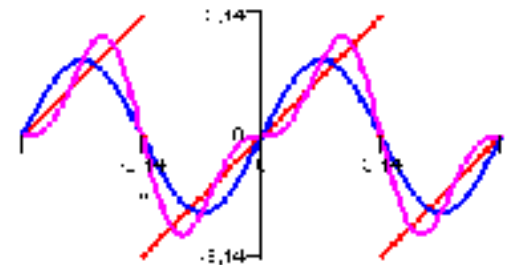
$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \exp(i\omega t) d\omega$$

Inverse Fourier Transform

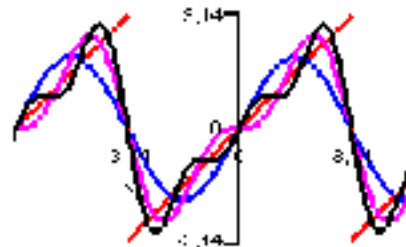
Qualsiasi funzione limitata, periodica e “regolare” può essere approssimata con una **serie di Fourier**. Es.: Fz “dente di sega” (rosso)
 L’analisi di onde sinusoidali è quindi alla base dello studio delle onde.



— $f(x)$
 — $f_1(x)$

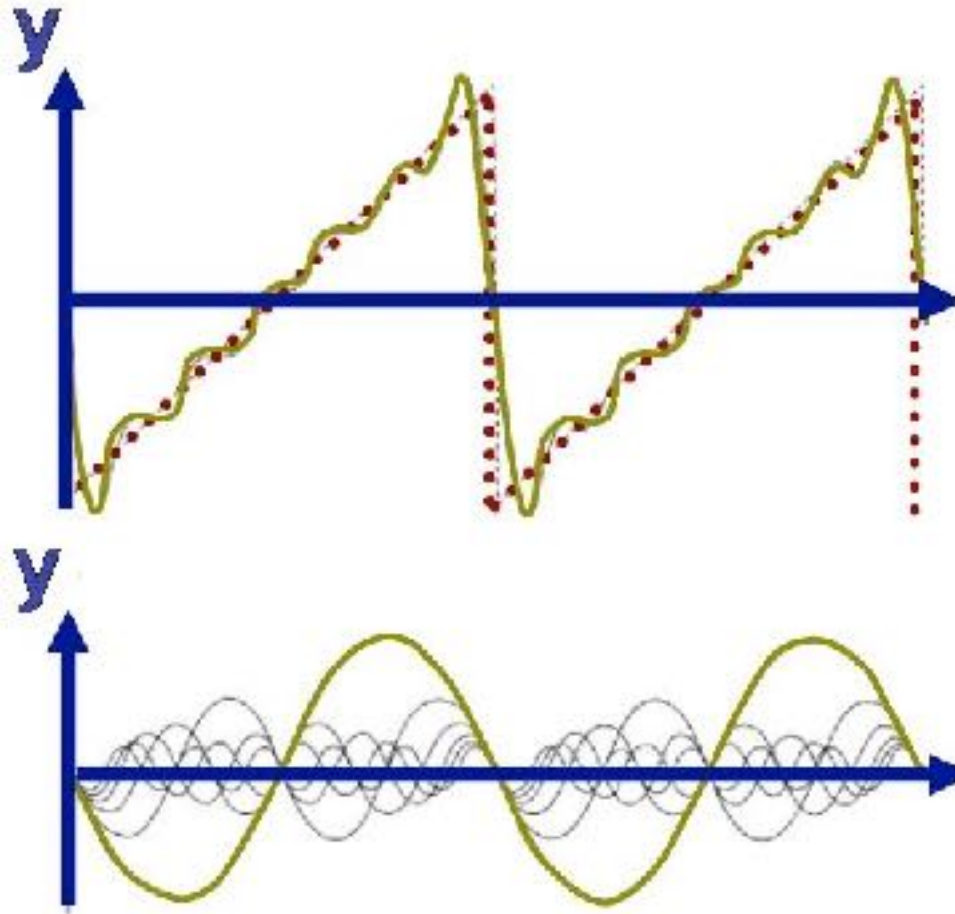


— $f(x)$
 — $f_1(x)$
 — $f_2(x)$

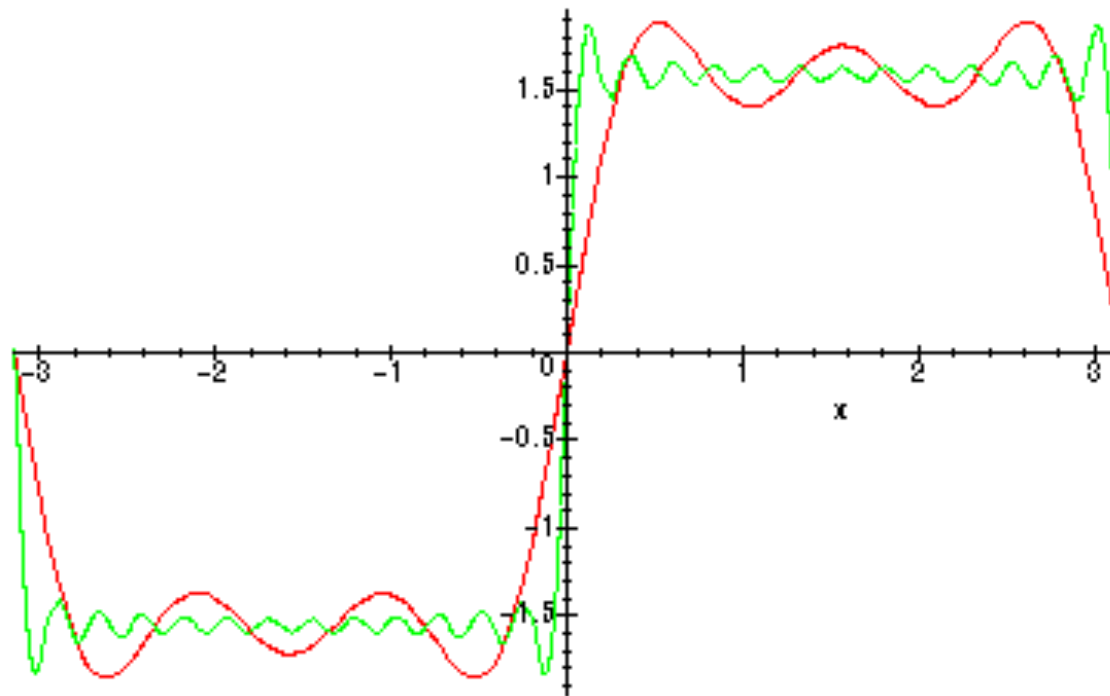


— $f(x)$
 — $f_1(x)$
 — $f_2(x)$
 — $f_3(x)$

La funzione “dente di sega”



Approssimazione di un'onda quadra



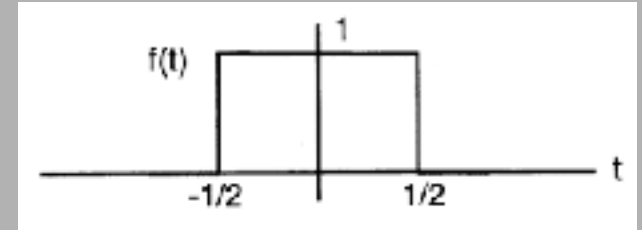
Trasformata di Fourier della funzione “rettangolo”

$$F(\omega) = \int_{-1/2}^{1/2} \exp(-i\omega t) dt = \frac{1}{-i\omega} [\exp(-i\omega t)]_{-1/2}^{1/2}$$

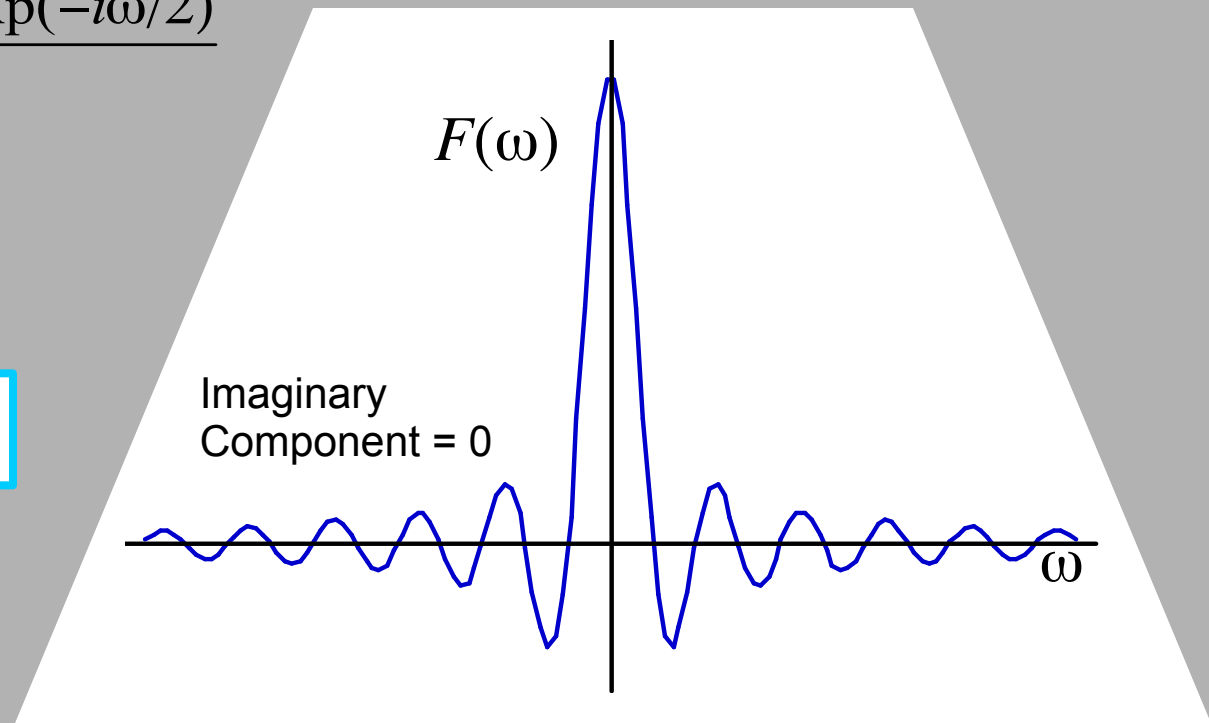
$$= \frac{1}{-i\omega} [\exp(-i\omega / 2) - \exp(i\omega/2)]$$

$$= \frac{1}{(\omega/2)} \frac{\exp(i\omega / 2) - \exp(-i\omega/2)}{2i}$$

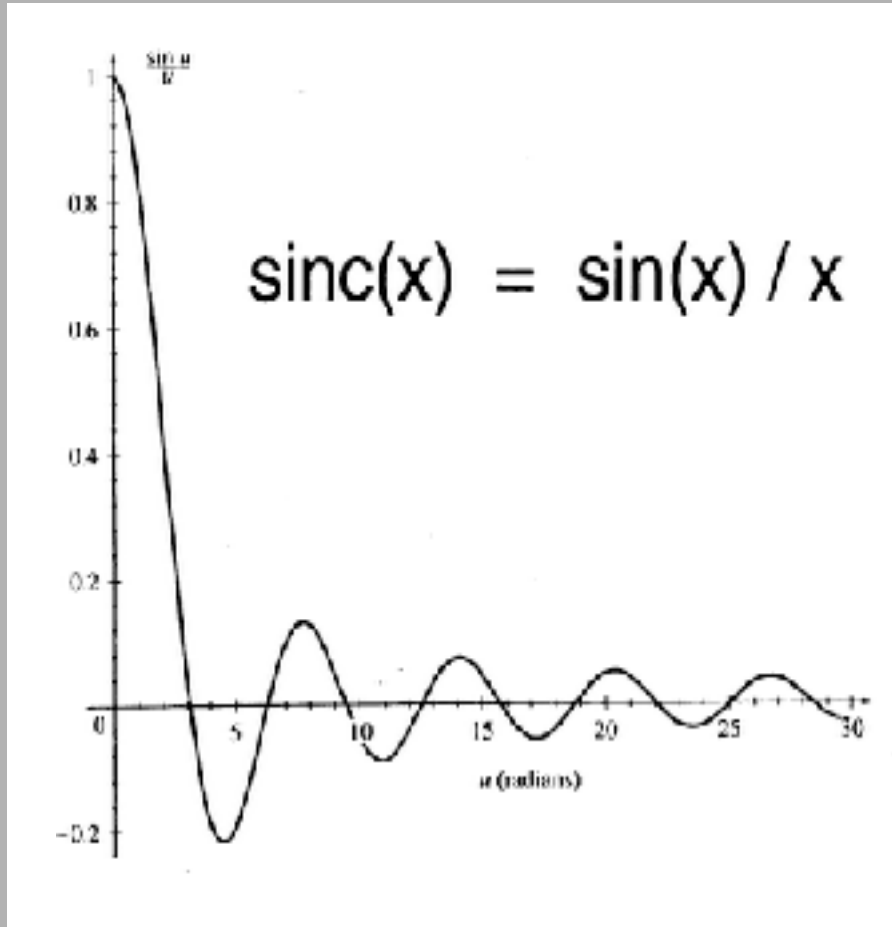
$$= \frac{\sin(\omega/2)}{(\omega/2)}$$



$$F(\omega) = \text{sinc}(\omega/2)$$



Sinc(x)



$\text{Sinc}(x/2)$ è la trasformata di Fourier della funzione rettangolo

$I_0 \text{sinc}^2(\pi a \theta / \lambda)$ è la distribuzione di intensità della figura di diffrazione da una fenditura di apertura a (si veda oltre)

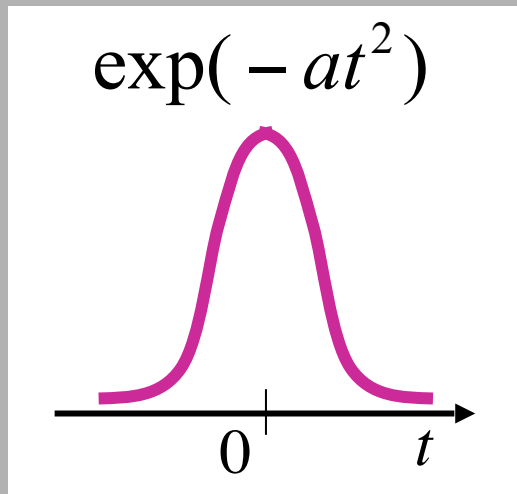
La trasformata di Fourier di una gaussiana è una gaussiana

Att.: una gaussiana “larga” ha trasformata “stretta”;

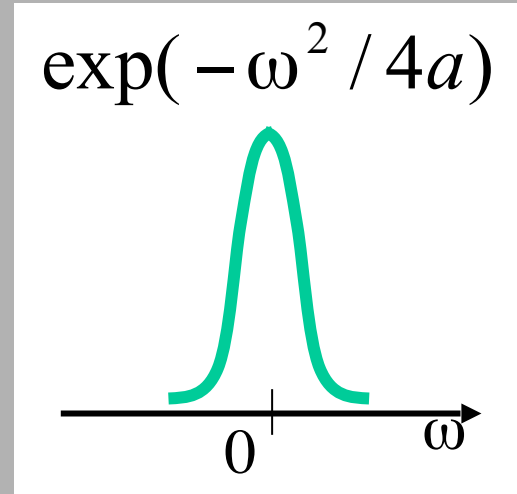
una gaussiana “stretta” ha trasformata “larga”:

$$F \{ \exp(-at^2) \} = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-at^2) \exp(-i\omega t) dt$$

$$\propto \exp(-\omega^2 / 4a)$$

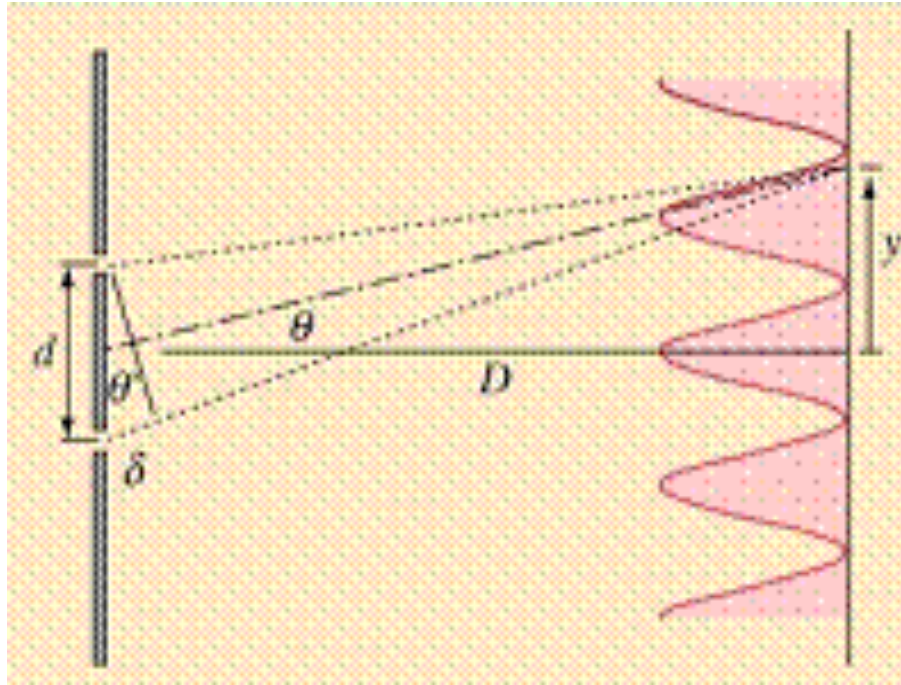


\supset



Fine della parentesi.....

Interferenza: esperienza di Young



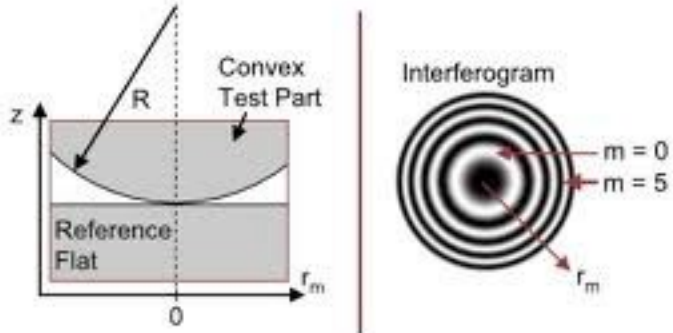
$$I(y) = I(0) \cdot \cos^2(\pi yd/D\lambda),$$

Interference on Water

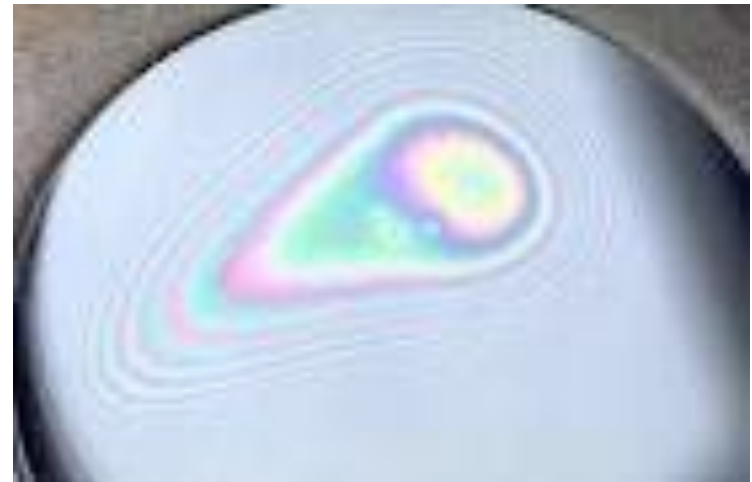
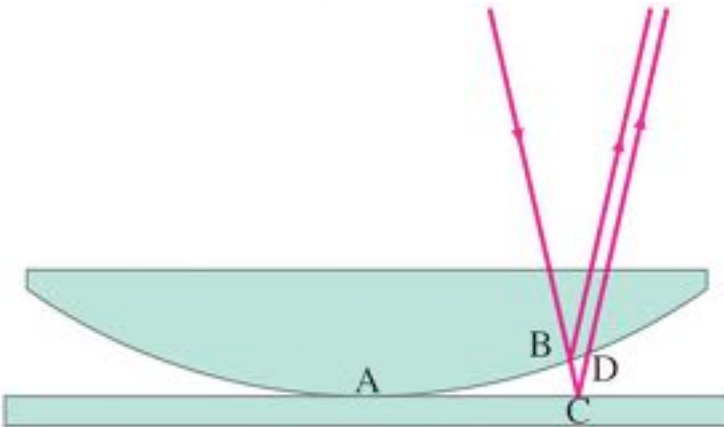
Berenice Abbot - MIT 1958-61



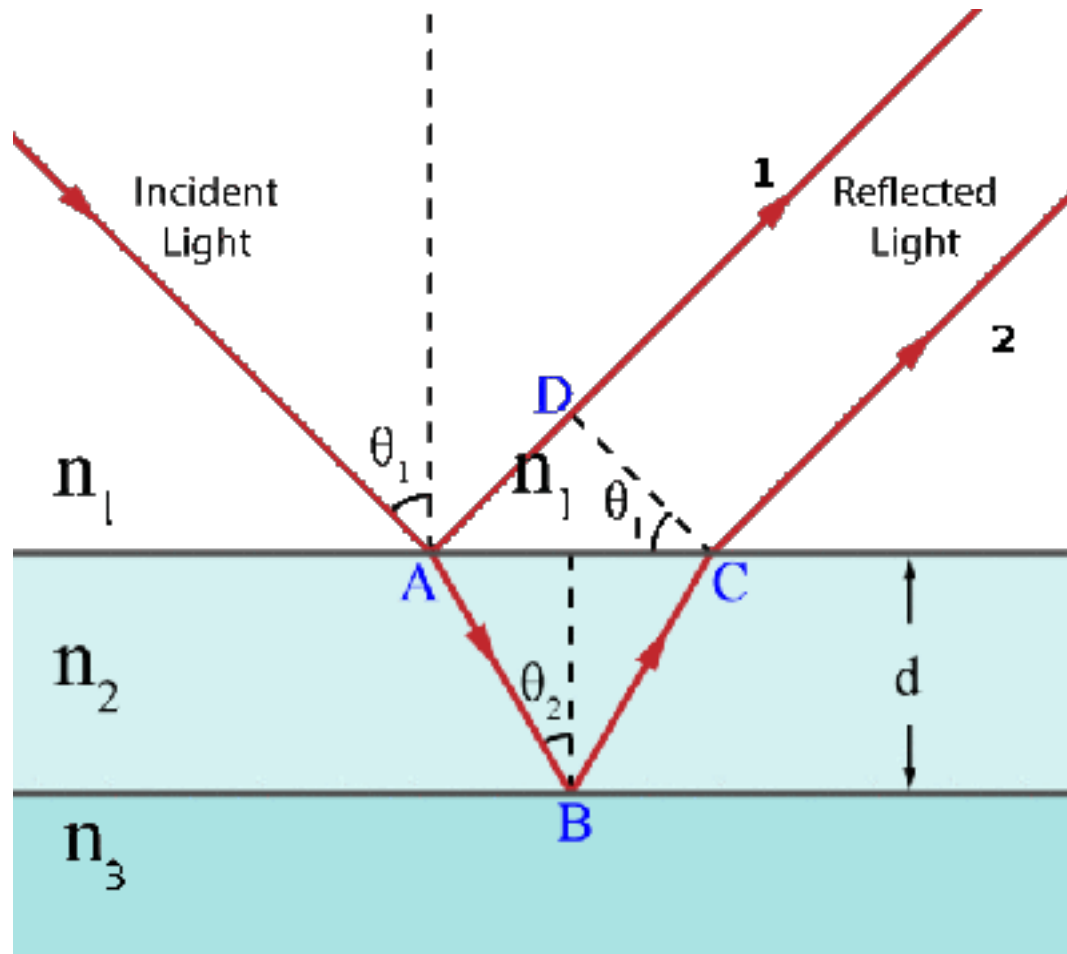
Anelli di Newton



$$R = \frac{r_m^2}{\lambda \left(m + \frac{1}{2} \right)}$$



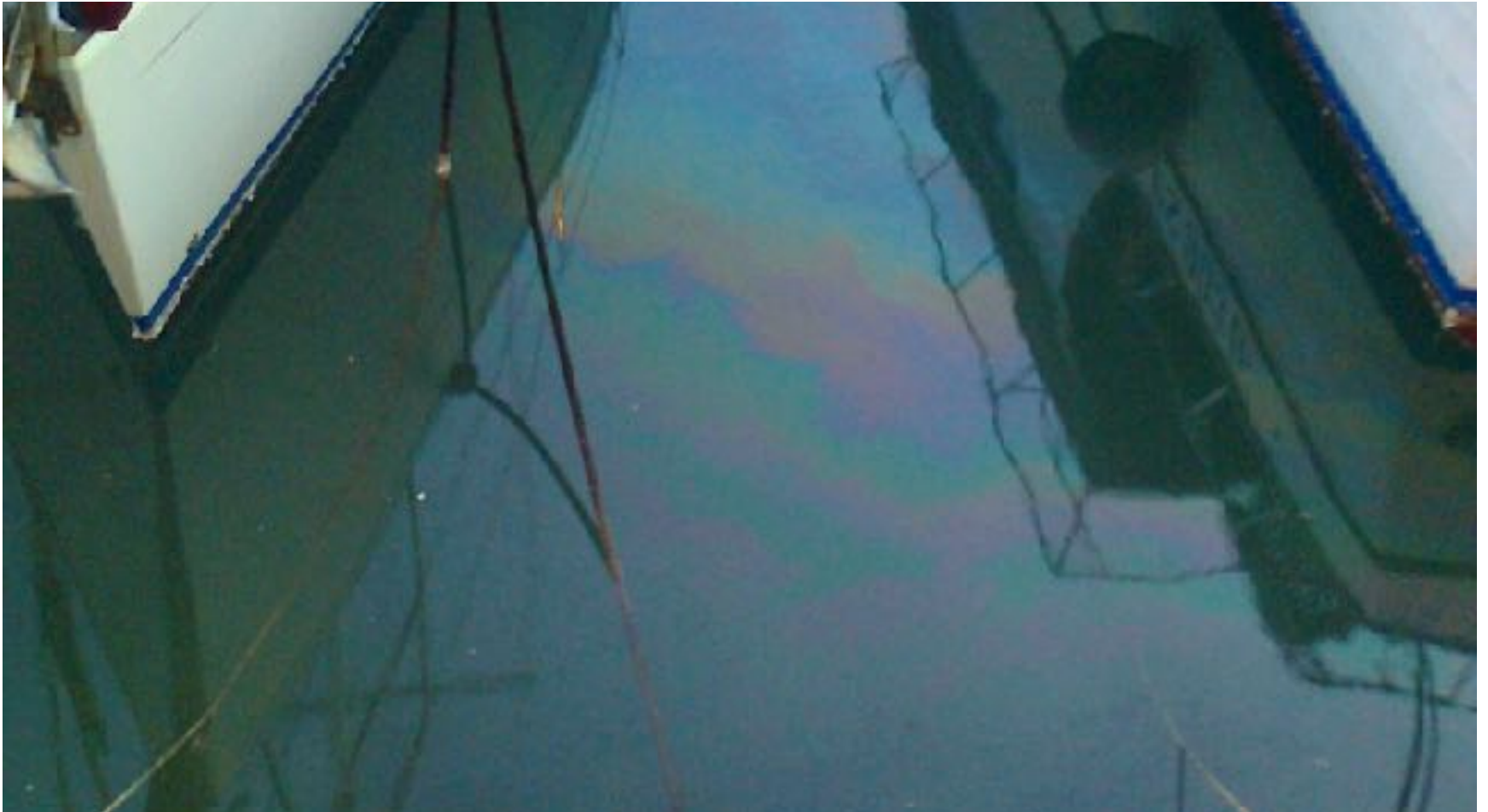
Interferenza da lamina sottile



Olio su acqua nelle pozze (Via Ranzani) (interferenza da luce policromatica)

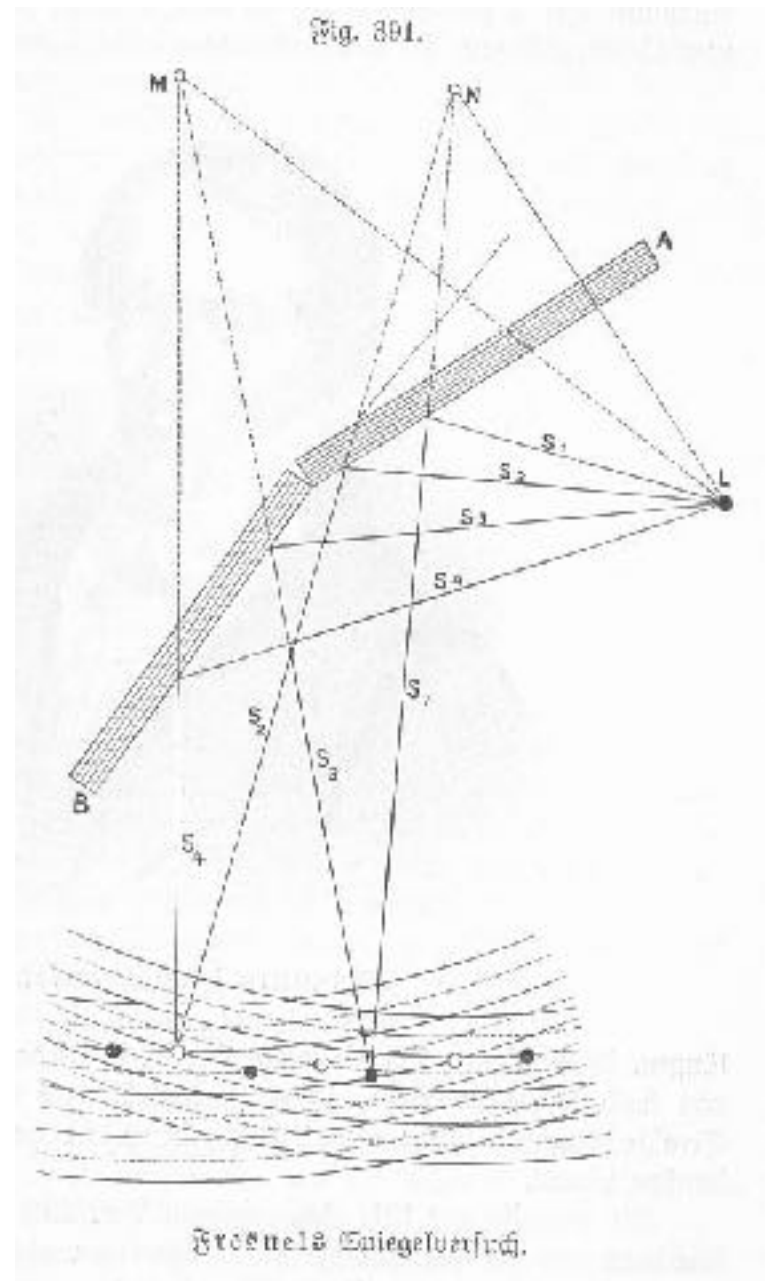


Olio sull'acqua in un porto

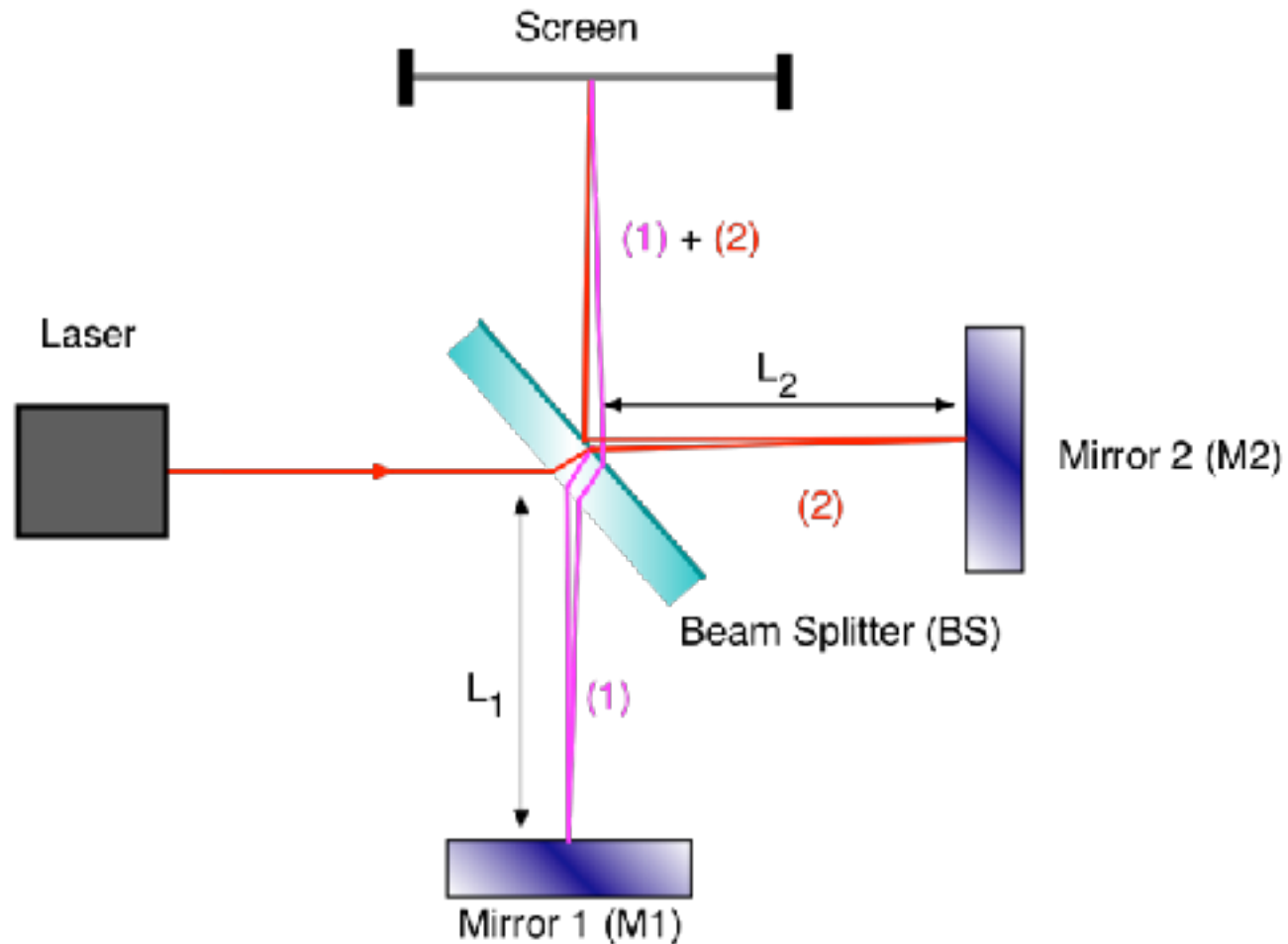


Interferenza da doppio specchio di Fresnel

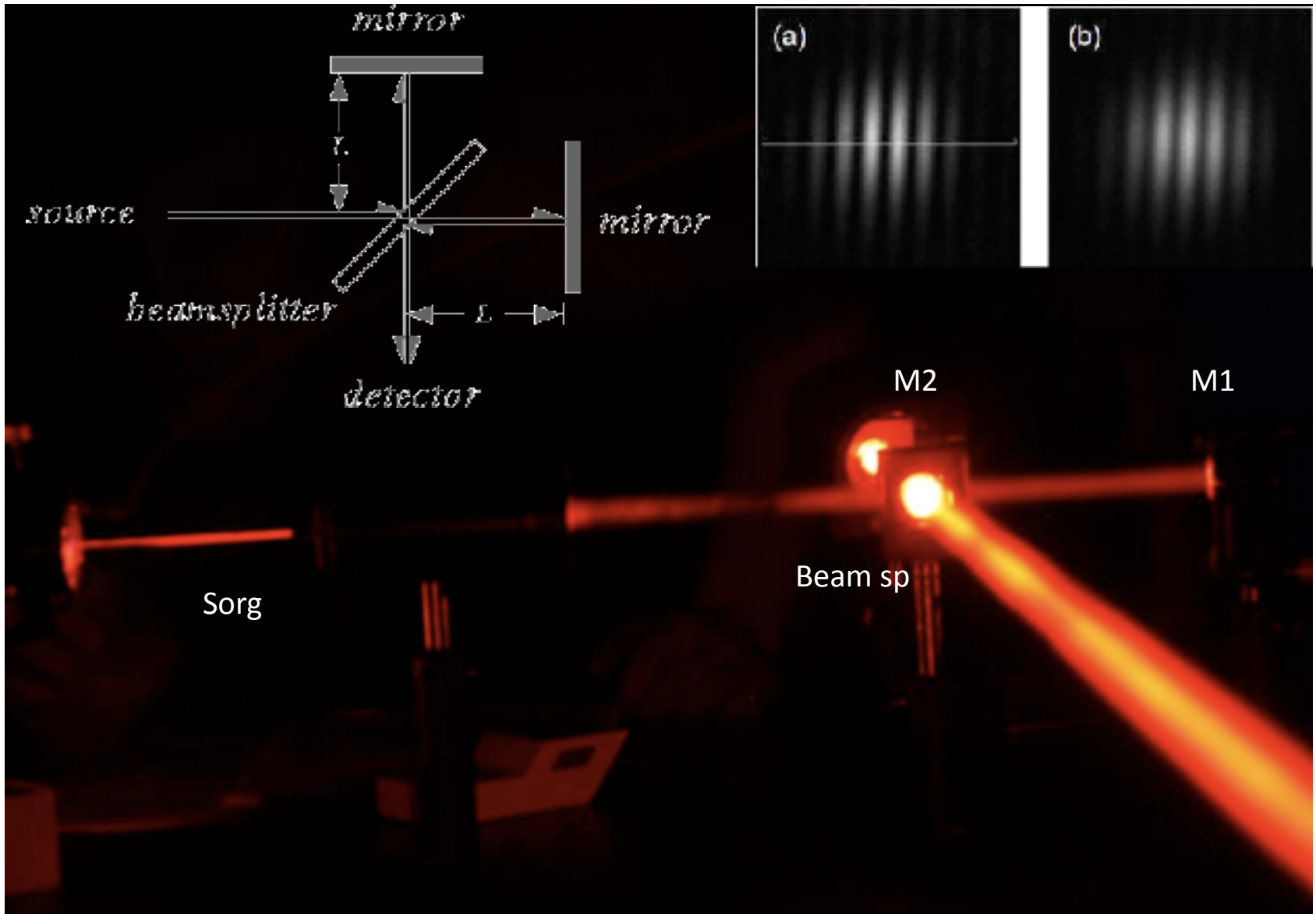
Due specchi piani con angolo poco inferiore a 180° formano due immagini di un'unica sorgente. Si forma quindi interferenza da due sorgenti nella luce riflessa.



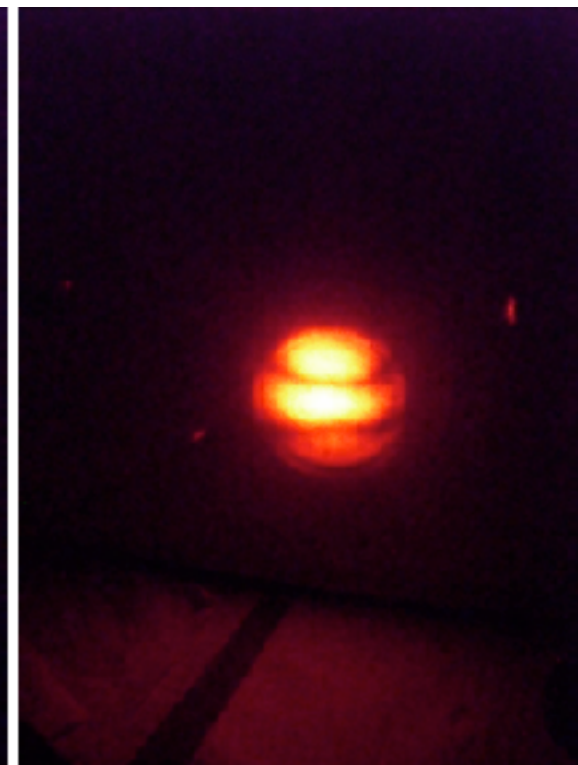
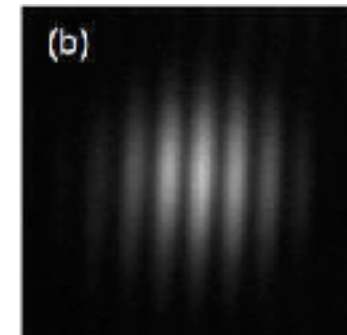
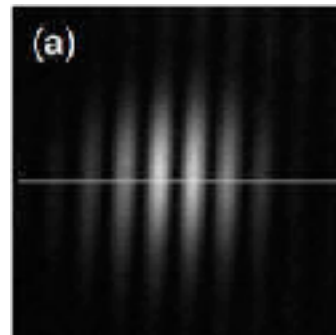
Interferometro di Michelson



Interferometro di Michelson



Interferometro di Michelson - Frange



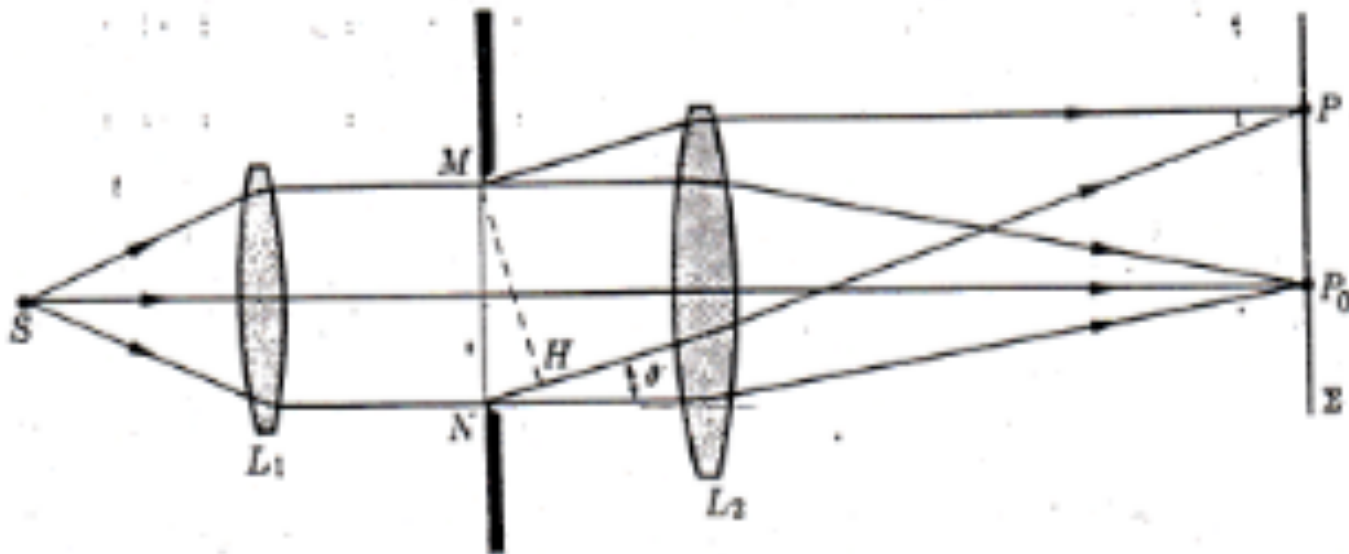


FIG. 4-44. Fraunhofer diffraction by a slit.

da Rossi, Optics, Addison Wesley

Diffrazione

- Francesco Maria Grimaldi (Bologna, 2/4/1618 – 28/12/1663) è stato un gesuita, fisico e astronomo, la cui fama è legata alla scoperta della diffrazione della luce.
- *"Diffraction refers to various phenomena which occur when a wave encounters an obstacle. Italian scientist Francesco Maria Grimaldi coined the word "diffraction" and was the first to record accurate observations of the phenomenon".*(da wikipedia)
- *"Lumen propagatur seu diffunditur non solum Directè, Refractè, ac Reflexè, sed etiam alio quodam Quarto modo, Diffractè"* (Grimaldi, pubbl.1665)
- *"no-one has ever been able to define the difference between interference and diffraction satisfactorily. It is just a question of usage, and there is no specific, important physical difference between them."* (Feynmann)

4-14]

FRAUNHOFER DIFFRACTION BY A SLIT

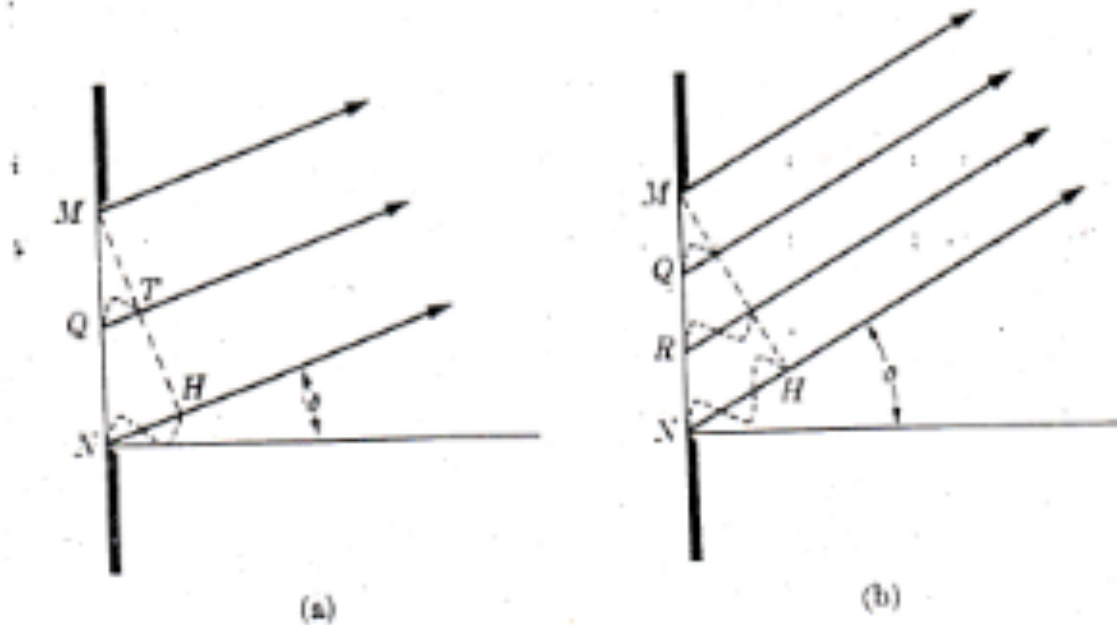
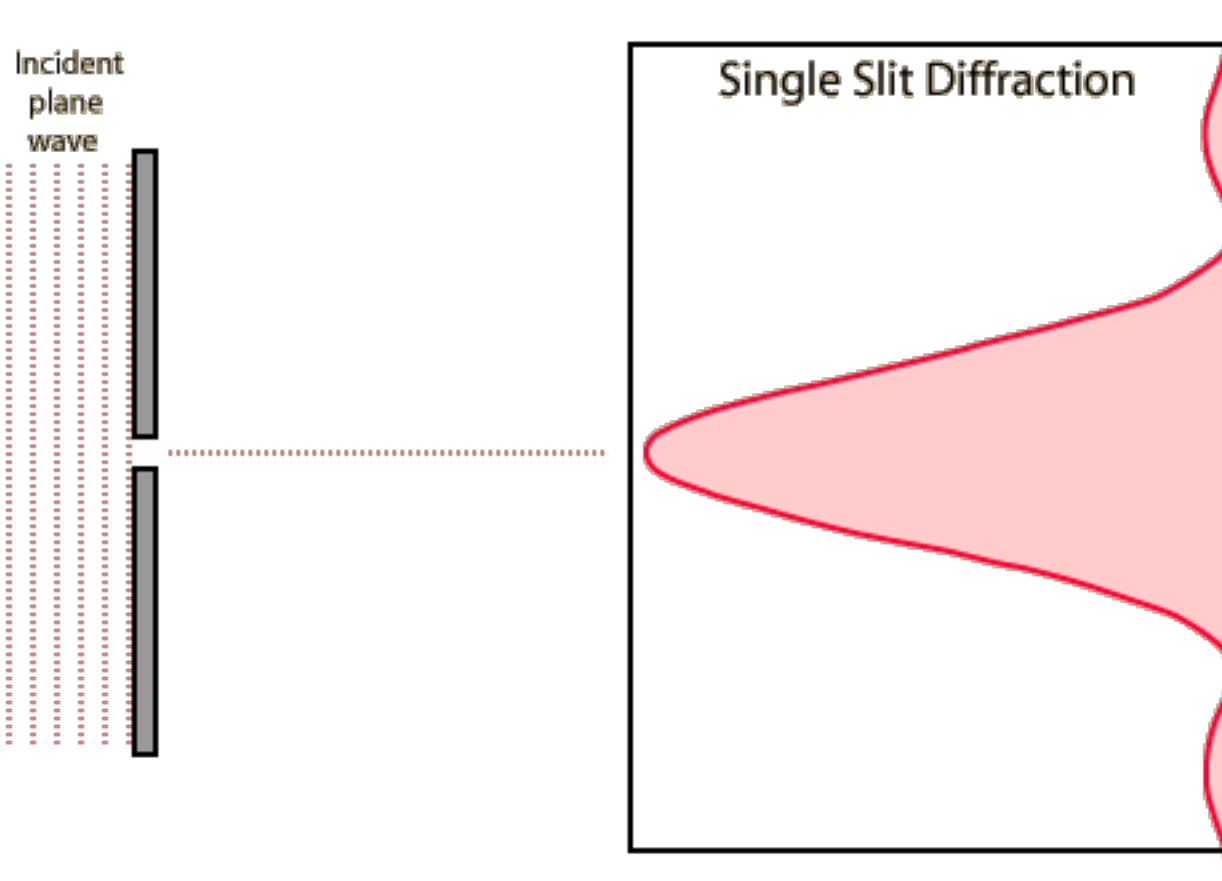


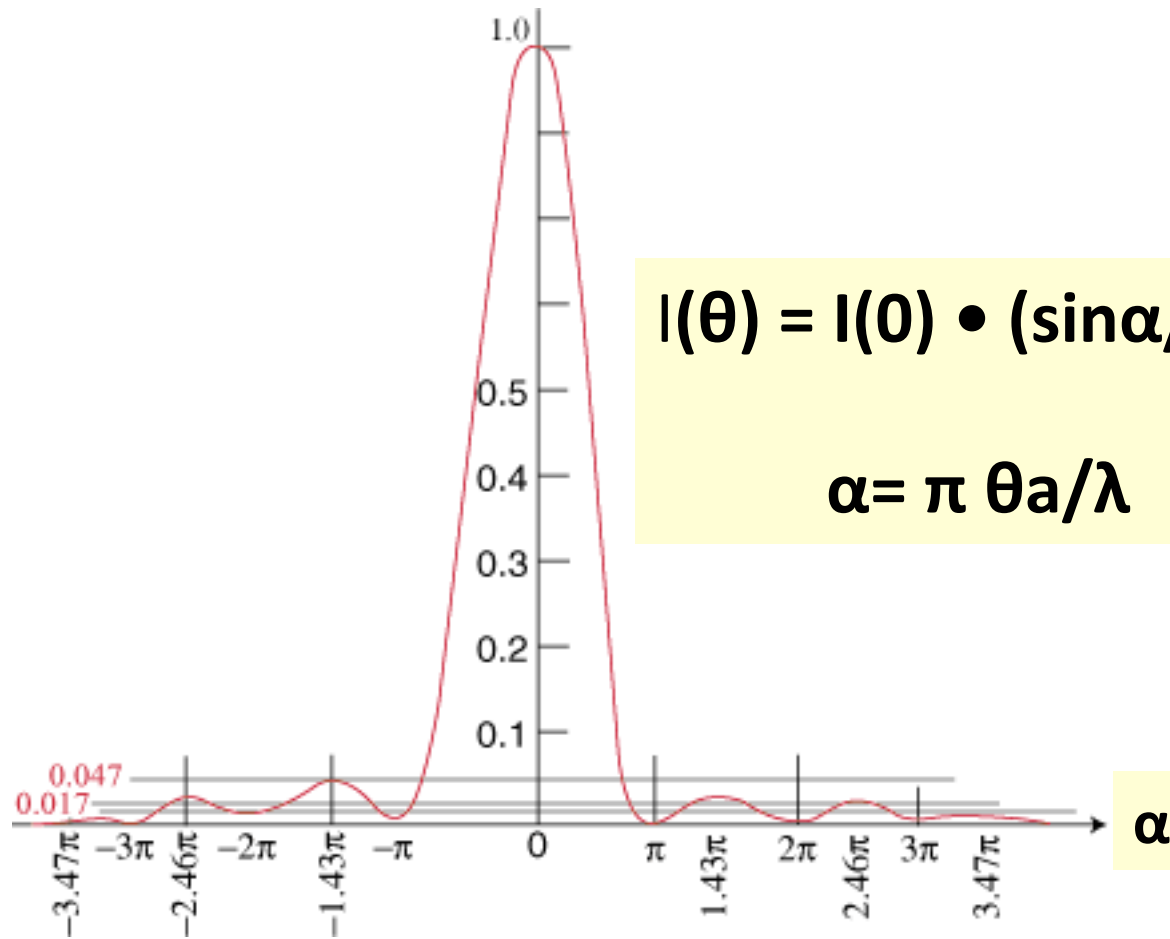
FIG. 4-45. The diffracted intensity (a) is zero for $NH = \lambda$, and (b) has a secondary maximum for $NH = 3\lambda/2$.

da Rossi, Optics, Addison Wesley



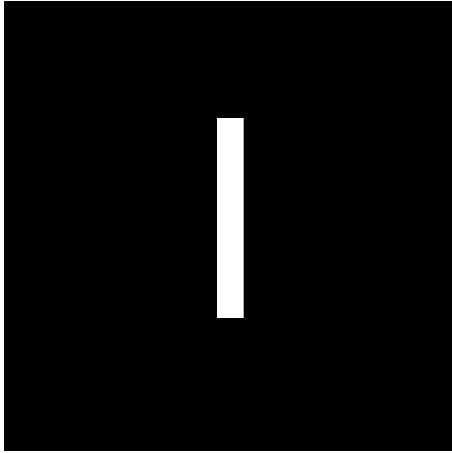
$$I(\theta) = I(0) \cdot \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha}\right)^2 \quad \alpha = \pi \theta a / \lambda$$

Diffrazione da fenditura singola

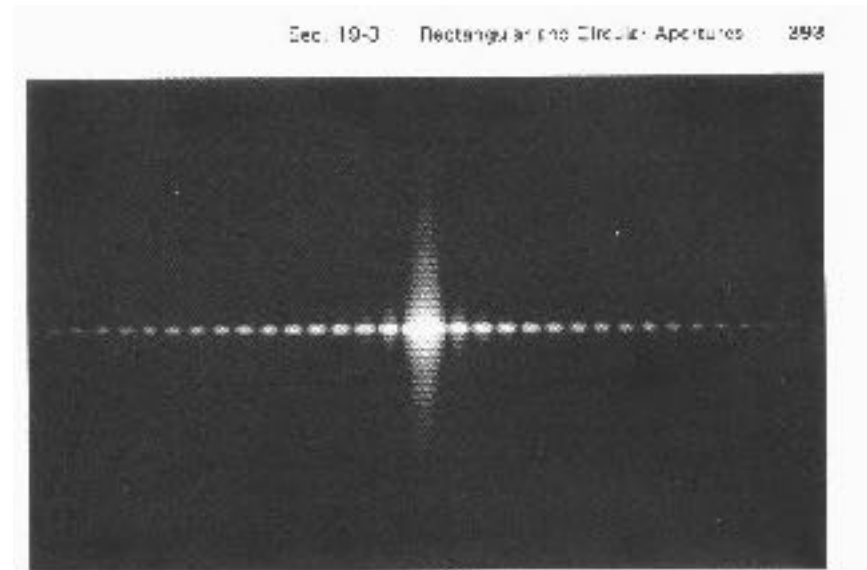
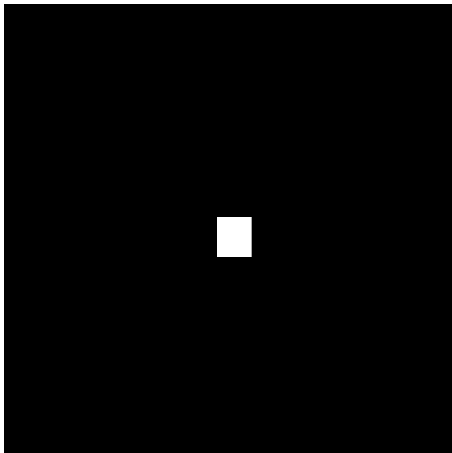


Fraunhofer Diffraction

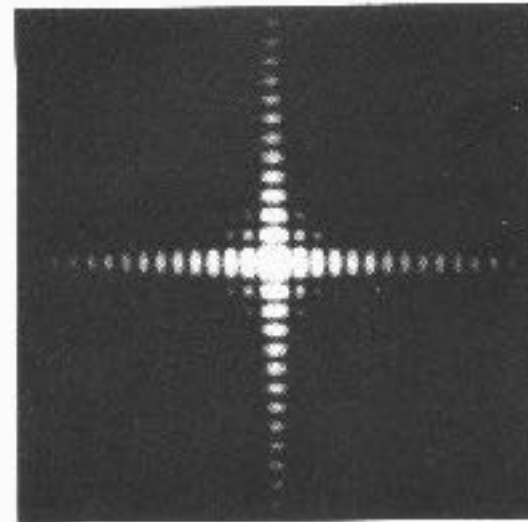
rectangular aperture



square aperture



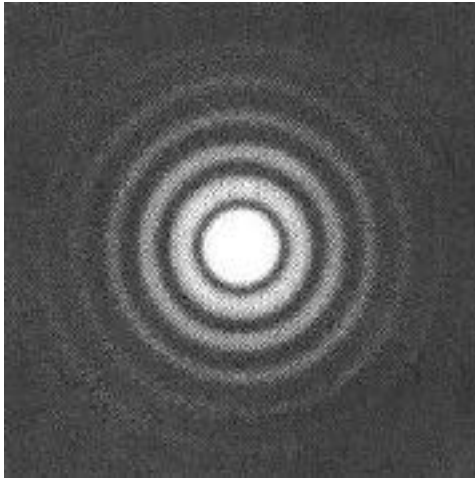
(c)



(d)

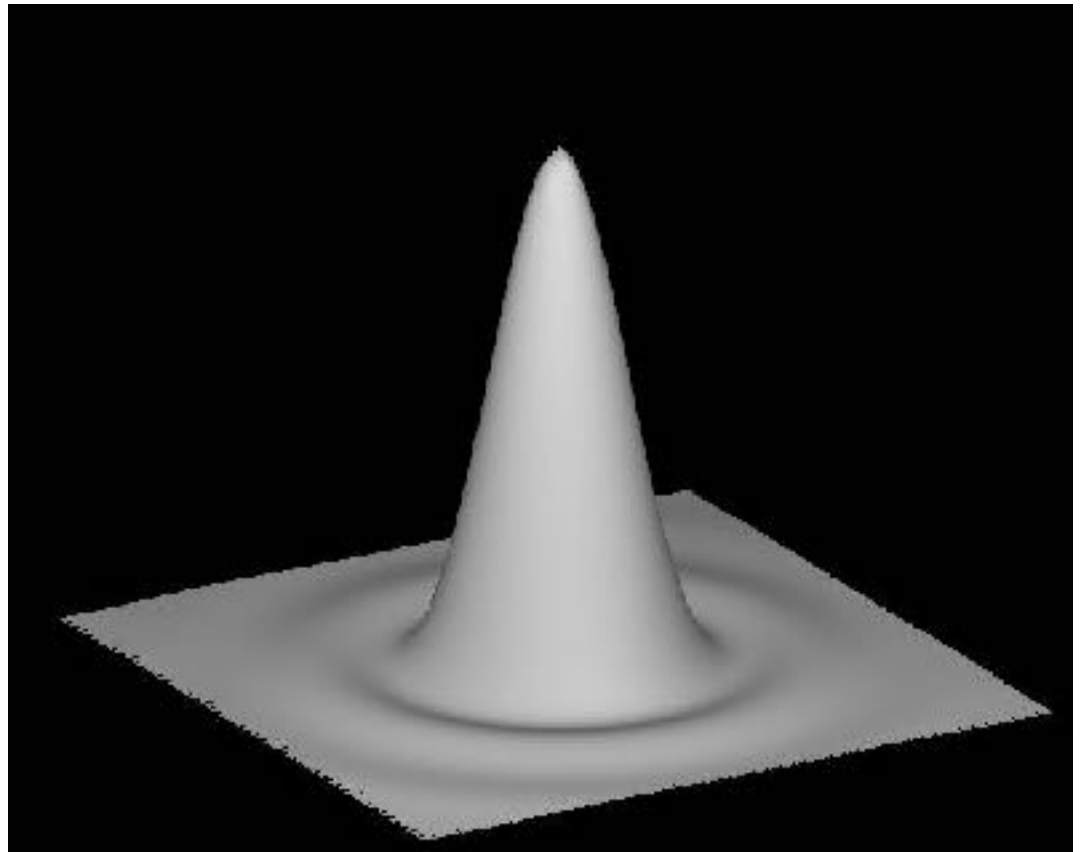
Bruno IV

Diffrazione da apertura circolare di diametro D



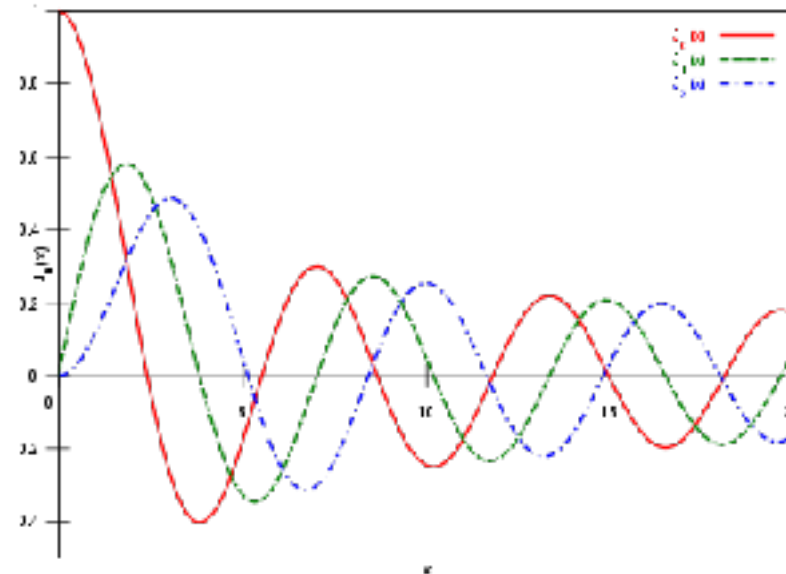
Disco di Airy
 $\theta = 1.22 \lambda/D$

- θ è il raggio del primo zero della funzione.
- $k = 2\pi/\lambda$ è il numero d'onda, a è il diametro = D
- All'interno di θ è contenuto circa 84% del flusso totale.
- J è la fz di Bessel di 1a specie (vedi seguito)



$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{2J_1(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta} \right)^2$$

Bessel functions



Fz di Bessel

Le fz di Bessel sono “armoniche cilindriche”.
Quella qui rappresentata in rosso è la J_1 che
appare nella pagina precedente

Nota storica (da Wikipedia):

The disk and rings phenomenon had been known prior to Airy; [John Herschel](#) described the appearance of a bright star seen through a telescope under high magnification in 1828 :

...the star is then seen (in favourable circumstances of tranquil atmosphere, uniform temperature, &c.) as a perfectly round, well-defined planetary disc, surrounded by two, three, or more alternately dark and bright rings, which, if examined attentively, are seen to be slightly coloured at their borders. They succeed each other nearly at equal intervals round the central disc....^[1]

However, Airy wrote the first full theoretical treatment explaining the phenomenon (his 1835 "On the Diffraction of an Object-glass with Circular Aperture").

Diffrazione da doppia fenditura

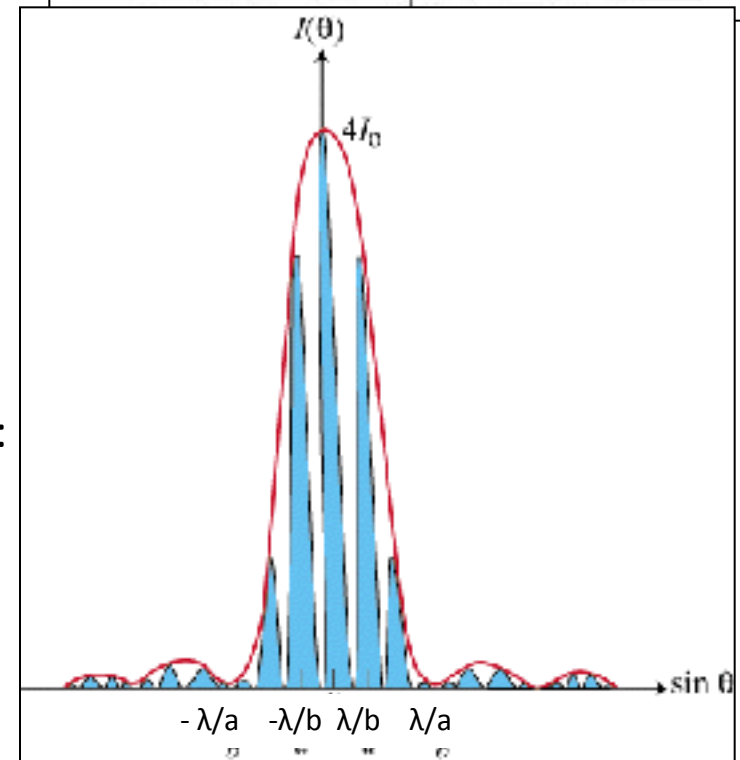
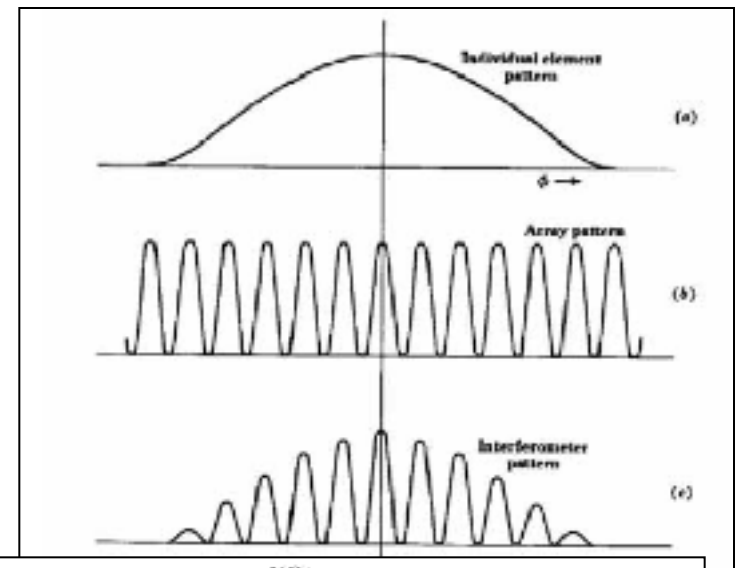
L'intensità $I(\theta)$ osservata per interferenza di due fenditure di apertura a e separazione b risulta:

$$I(\theta) = I(0) \cdot (\text{sinc} \alpha)^2 \cdot \cos^2 \delta,$$

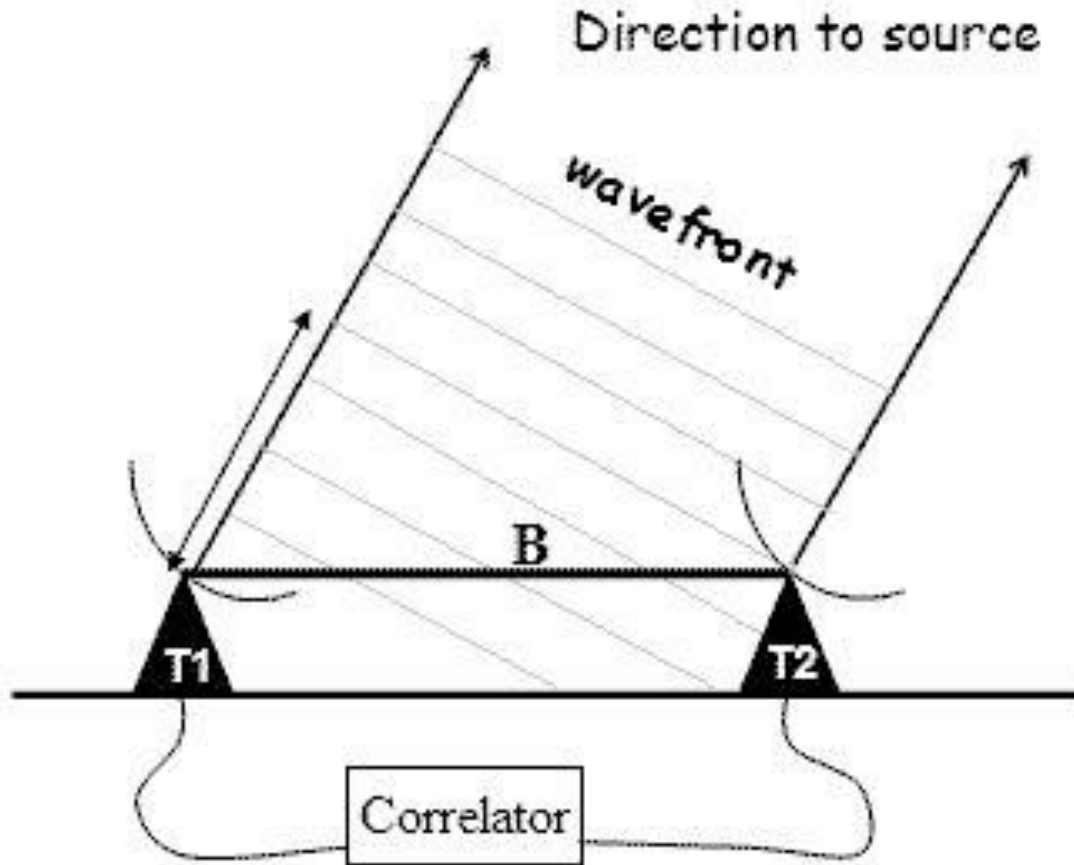
dove $\alpha = \pi \theta a / \lambda$; $\delta = \pi \theta b / \lambda$.

Spesso la si descrive come un termine di interferenza modulato da un termine di diffrazione

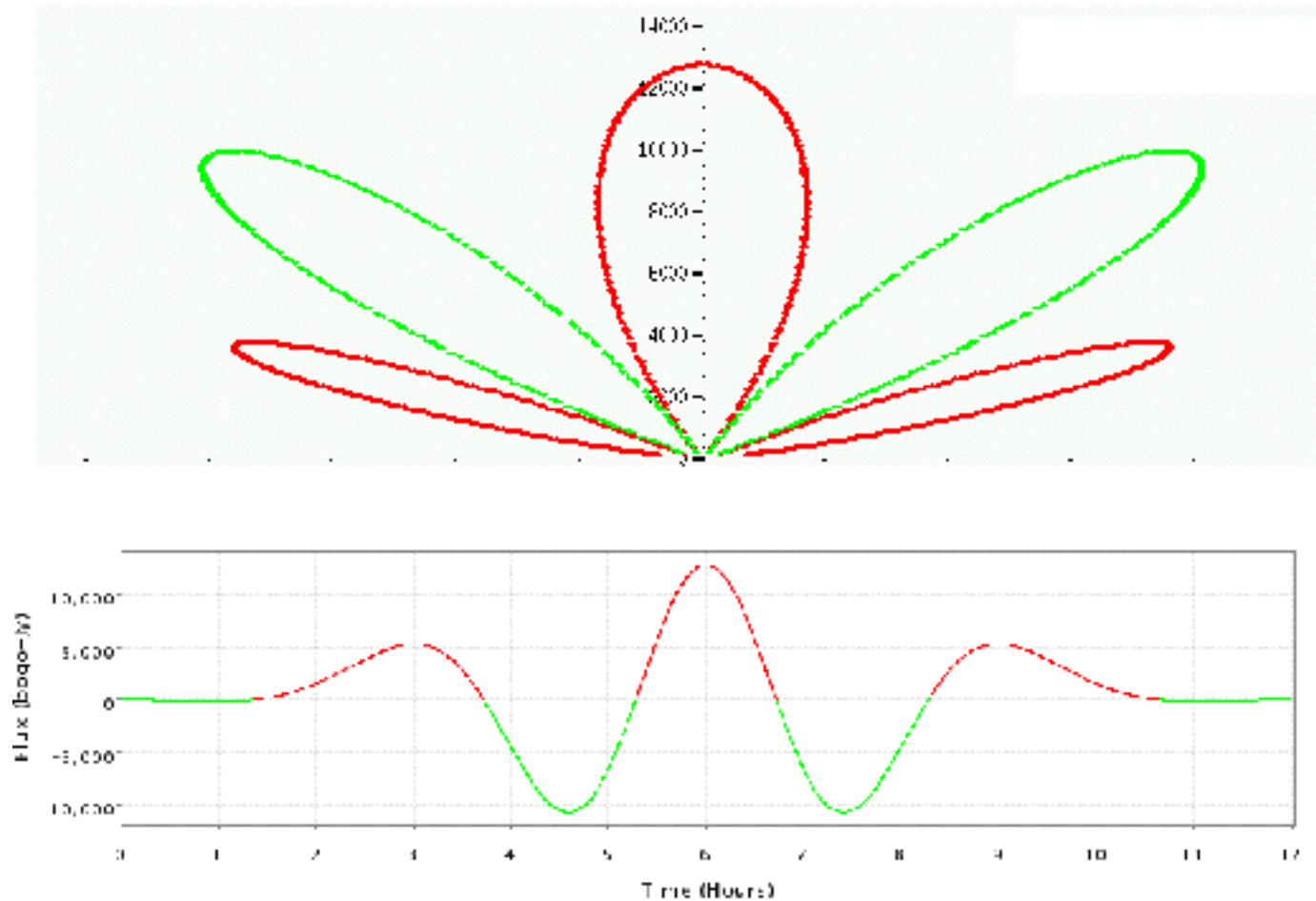
Se $b \gg a$ le frange centrali hanno ampiezza costante: si ricade nel caso di interferenza da due fenditure "sottili" (esp. di Young)



Interferometria radio



Nelle onde radio si parla, anziché di PSF, di “diagramma d’antenna”

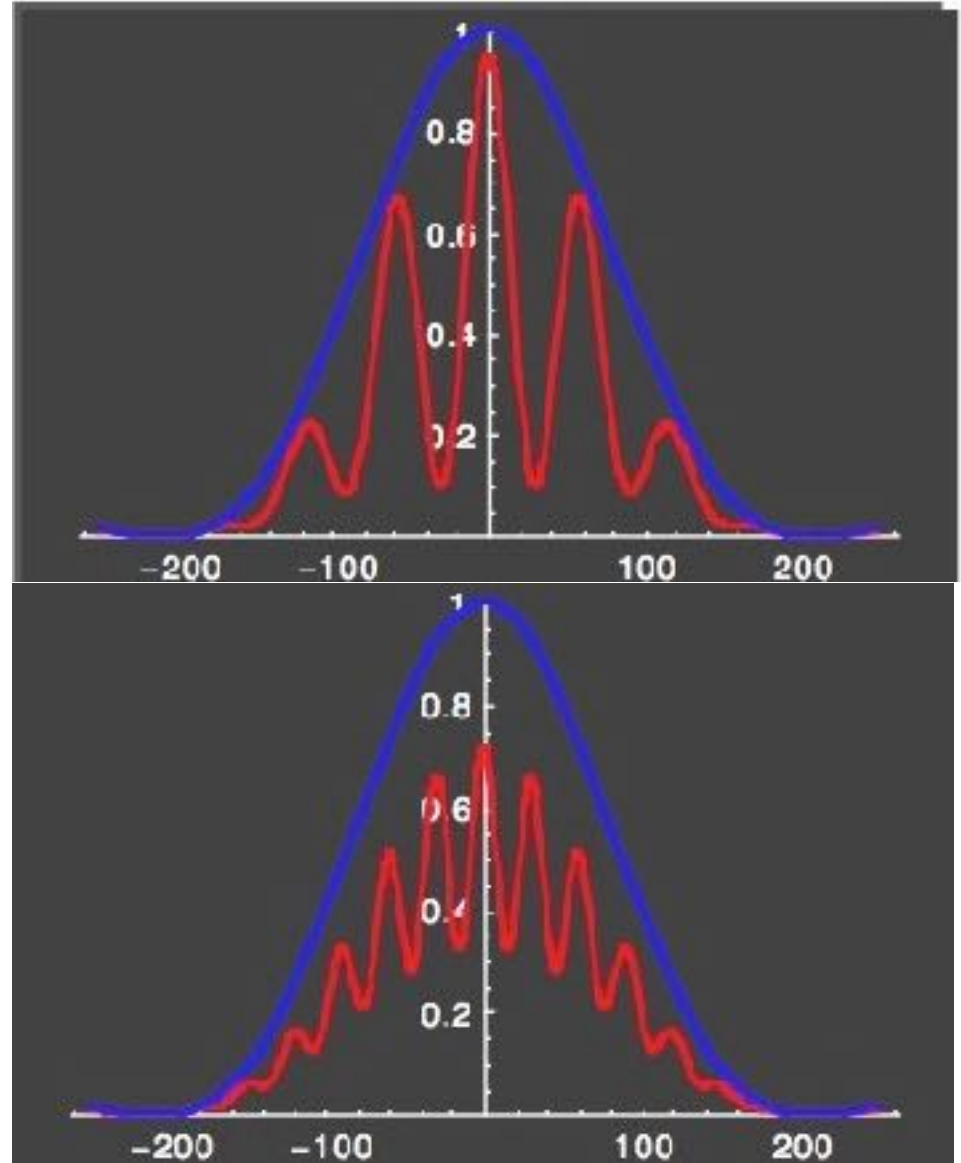


Risposta di un interferometro con $a \sim 3b$

Sorgente di dimensioni $\phi \ll \lambda/a$.
Il contrasto delle frange è ~ 1

Sorgente di dimensione $\phi \sim \lambda/a$
Il contrasto assume valori
intermedi tra 0 e 1, che dipende
dalle dimensioni della sorgente.

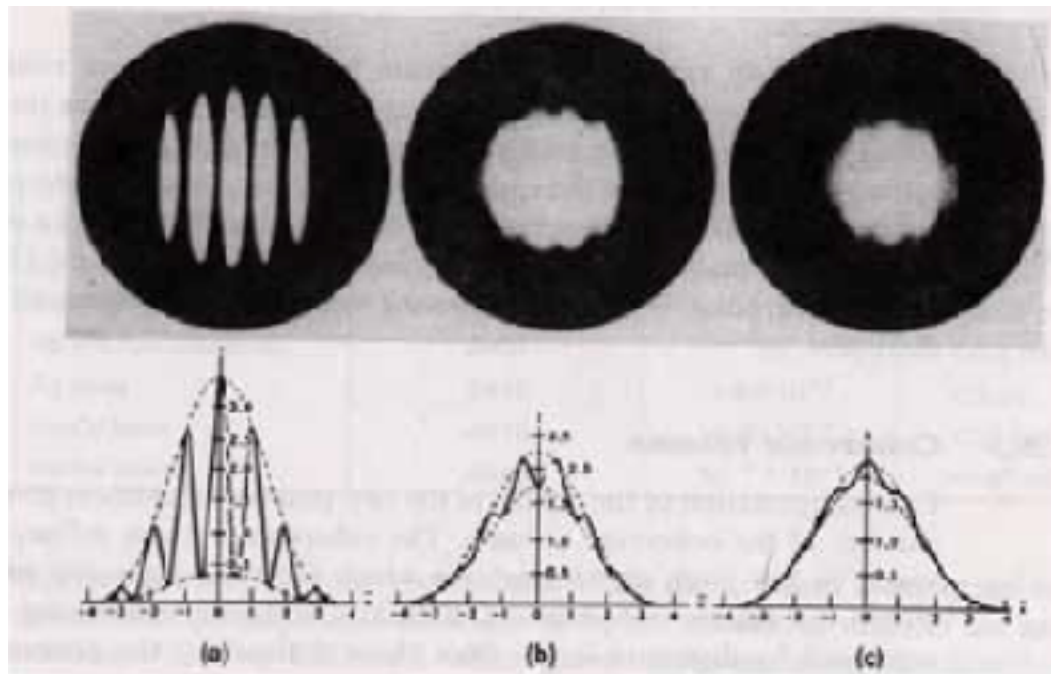
Sorgente di dimensioni angolare
 $\phi \gg \lambda/a$.
Le fasi dovute alle diverse parti della
sorgente si "rimescolano" e il contrasto
delle frange è ~ 0 .



Segue Risposta di un interferometro

Sorgente estesa :

le frange dovute a diverse parti della sorgente si sovrappongono con una differenza di fase tra di esse dovuta alla diversa direzione; questo varia il contrasto delle frange (*la visibilità di frangia*)



a, b, c rappresentano la risposta a tre sorgenti di
dimensione crescente

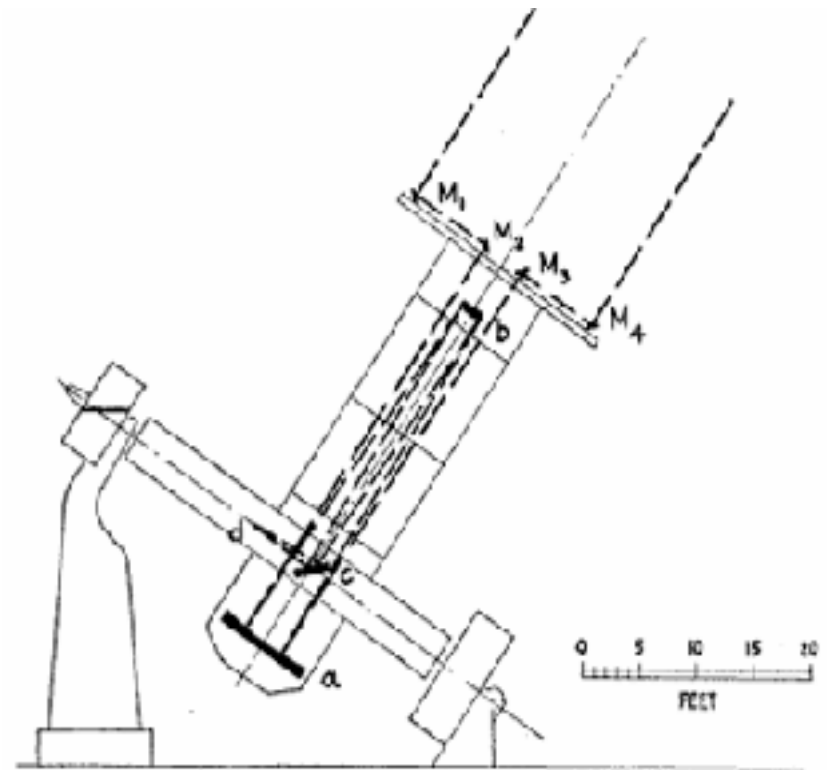
Misura interferometrica dei diametri stellari

(Michelson-Pease, 1921) – Rif.: Born-Wolf, Principles of Optics

Montando un interferometro a due specchi (M_1 e M_4) sul telescopio da 100" di Mt. Wilson, Michelson e Pease riuscirono a misurare il diametro di alcune stelle, osservando il variare del contrasto delle frange (la "visibilità di frangia") al variare della spaziatura A tra M_1 e M_4

Nell'esperimento, $A_{\max} = 6\text{m}$, pari a un minimo diametro misurabile di $\sim 0''.02$. Fu misurato il diametro di Betelgeuse (α Orionis), $0''.047$, e di alcune altre stelle giganti.

Il sole, alla distanza della stella più vicina αCen , avrebbe un diametro apparente di $0''.007$. La "baseline" necessaria sarebbe $> 20\text{m}$.



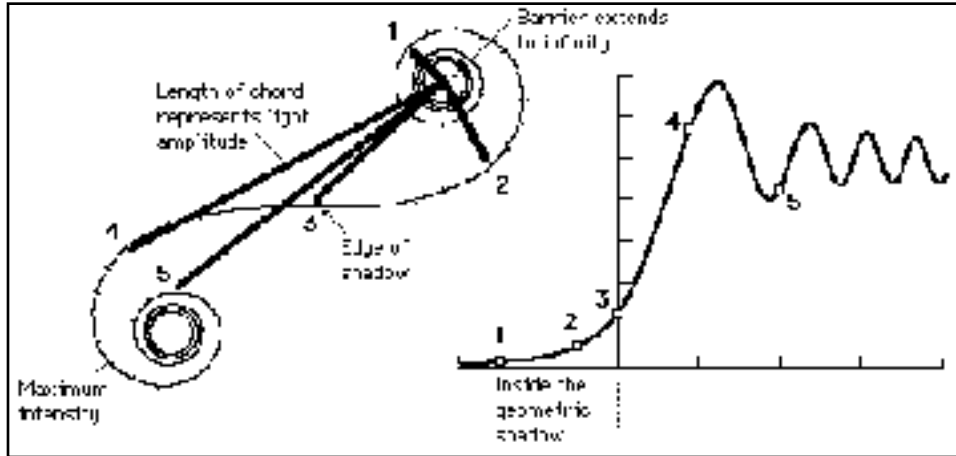
Schema dell'interferometro al telescopio da 100' di Mt. Wilson

Onde oltre uno schermo.



funziona così anche la luce?

Diffrazione di Fresnel da una semiparete



Le frange diventano progressivamente meno ampie man mano che ci si allontana dal bordo. Le dimensioni d delle prime frange sono indicativamente date da

$$d \approx (D \cdot \lambda)^{\frac{1}{2}}$$

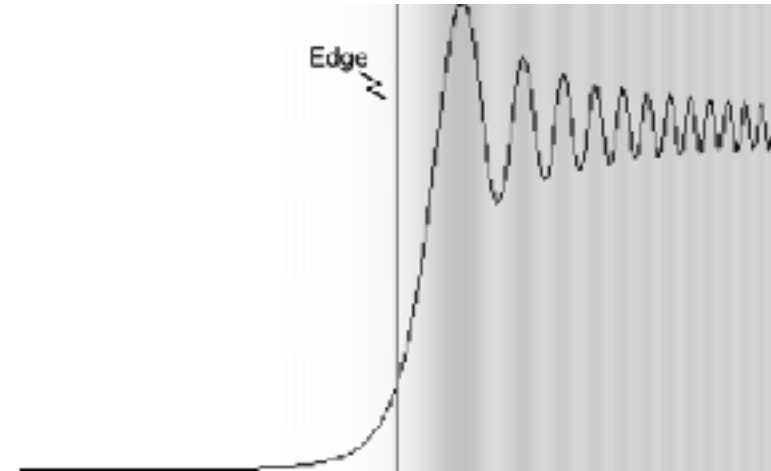
ove D indica la distanza dalla semiparete.

L'angolo sotteso dai primi massimi è quindi dell'ordine di

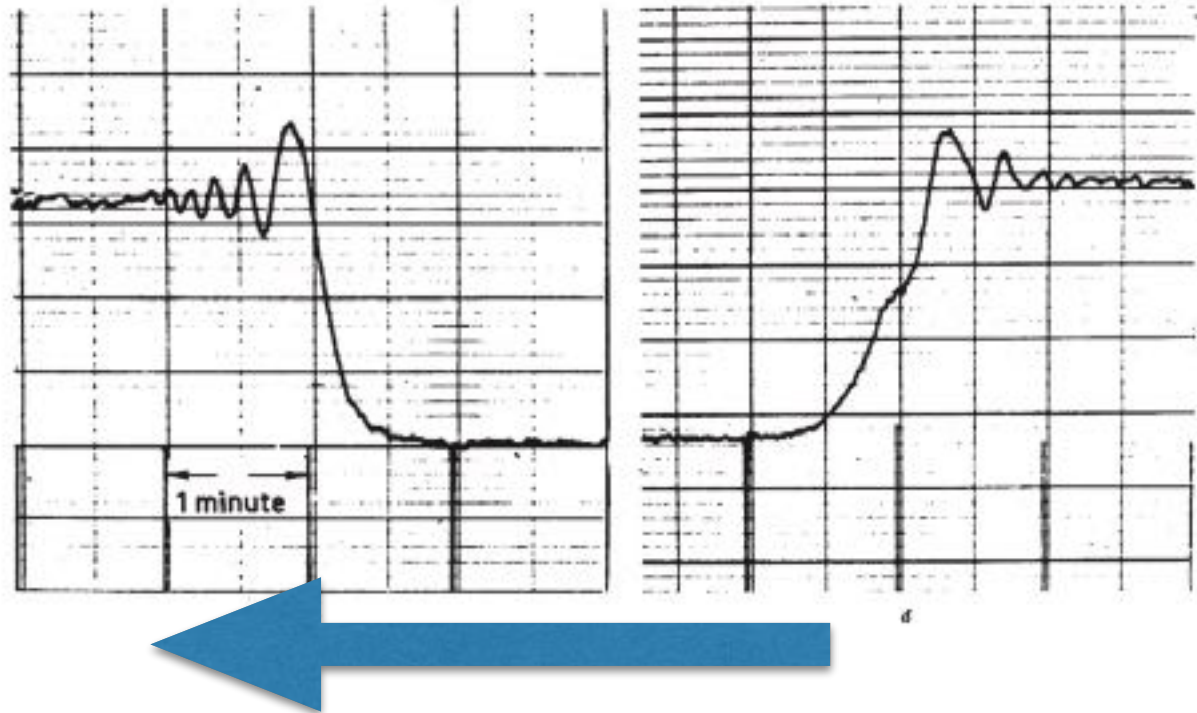
$$\Theta = d/D = (\lambda/D)^{\frac{1}{2}}$$

che diminuisce al crescere di D .

$\lambda = 550\text{nm}$, $D = 1\text{m}$: $\Theta \approx 2'$, non risolto dall'occhio

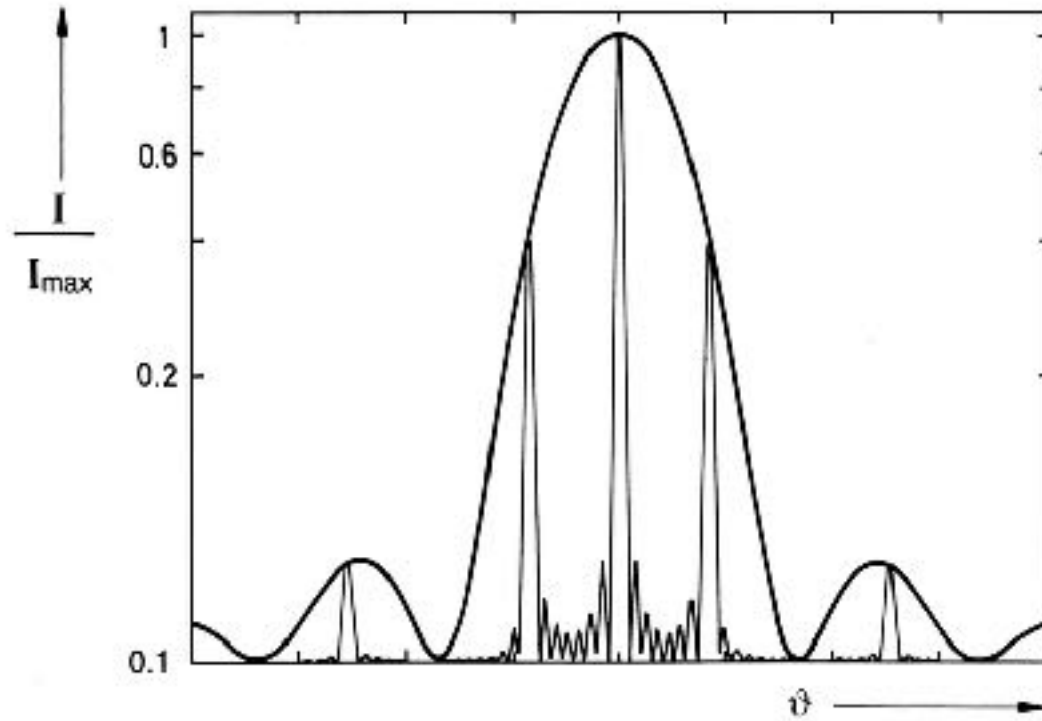


Identificazione di 3C273 attraverso l'occultazione lunare (Hazard et al., 1963)



L'identificazione della controparte ottica della Radiosorgente 3C273 avvenne attraverso l'occultazione lunare, che permise di determinare la posizione entro qualche arcsec. Si noti la figura di diffrazione ("da semiparete") sia in entrata che in uscita. La "gobba" a sinistra denunciò la natura "non stellare" della sorgente ("quasi stellar object"), che in effetti mostra un "jet".

Diffrazione da N fenditure



$$I_P = \frac{I_0}{N^2} \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2} \frac{\sin^2 (N\delta)}{\sin^2 \delta},$$

Diffrazione da reticolo

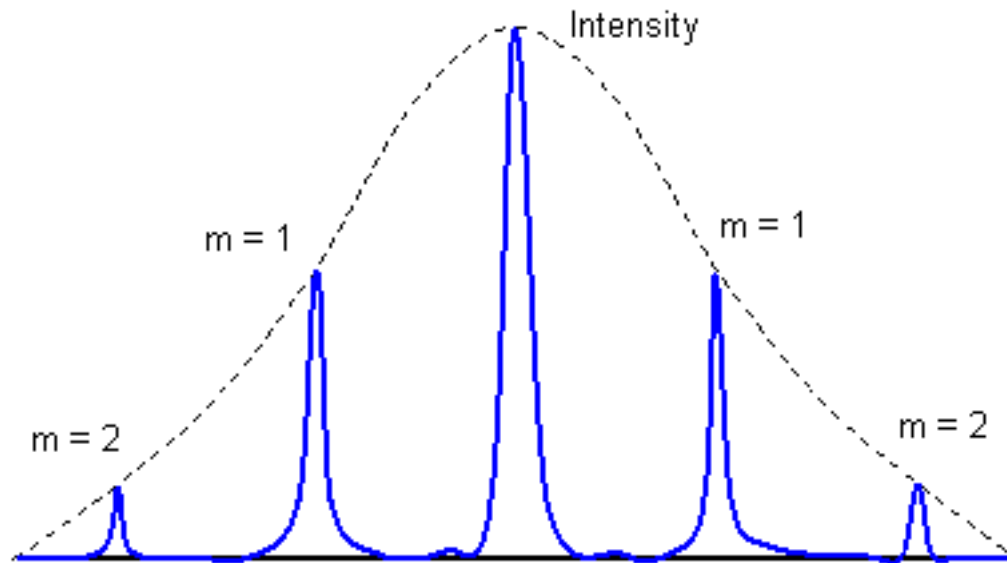


Figure 5

Reticolo (grating): segue

Da $\pi\theta b/\lambda = m\pi$ segue $\theta = m\lambda/b$

da cui

Dispersione angolare $\Delta\theta/\Delta\lambda = m/b$

Semilarghezza del picco “sottile”:
da $N\pi(\Delta\theta)b/\lambda = \pi$ segue $\Delta\theta = \lambda/Nb$

Confrontando con la dispersione
angolare si ottiene

$$\lambda/\Delta\lambda = Nm$$

m “ordine di dispersione”

Reticolo

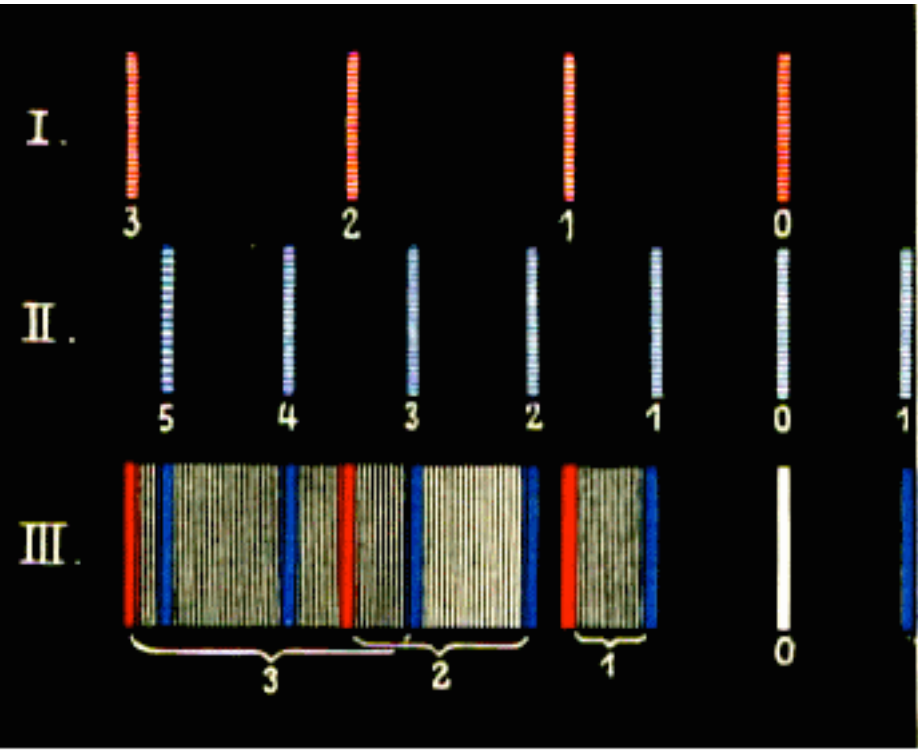
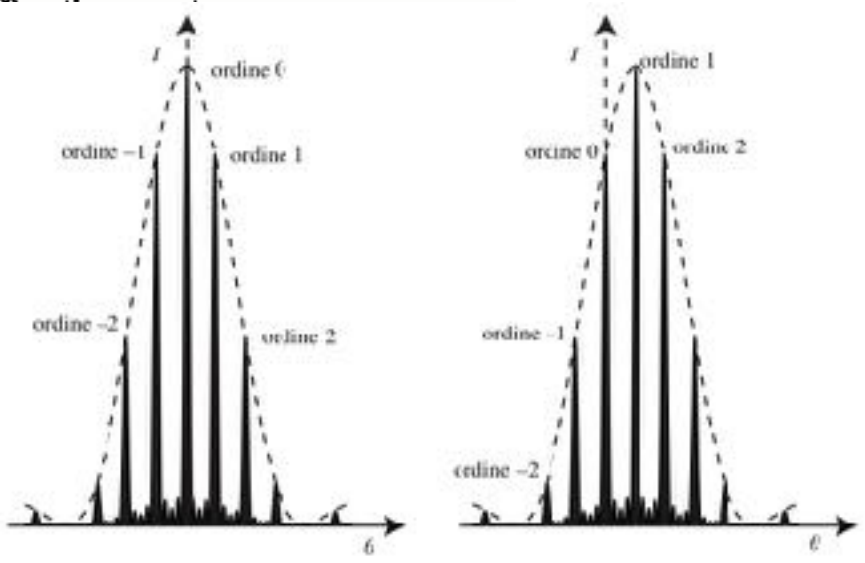
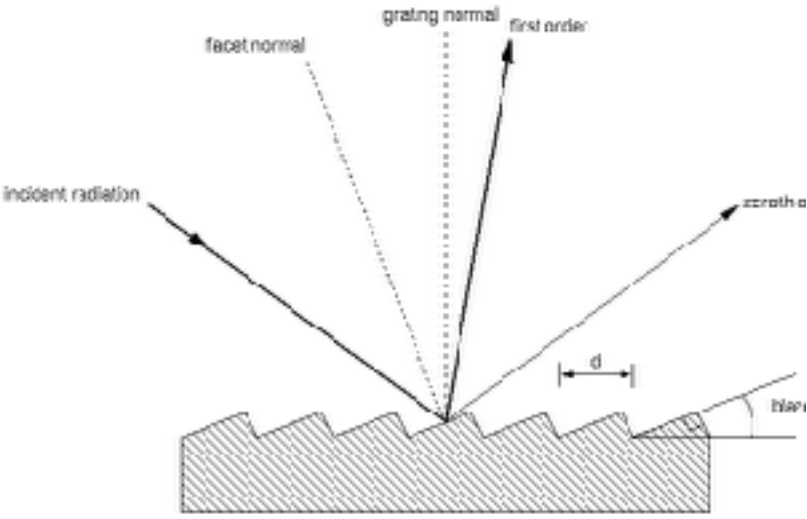
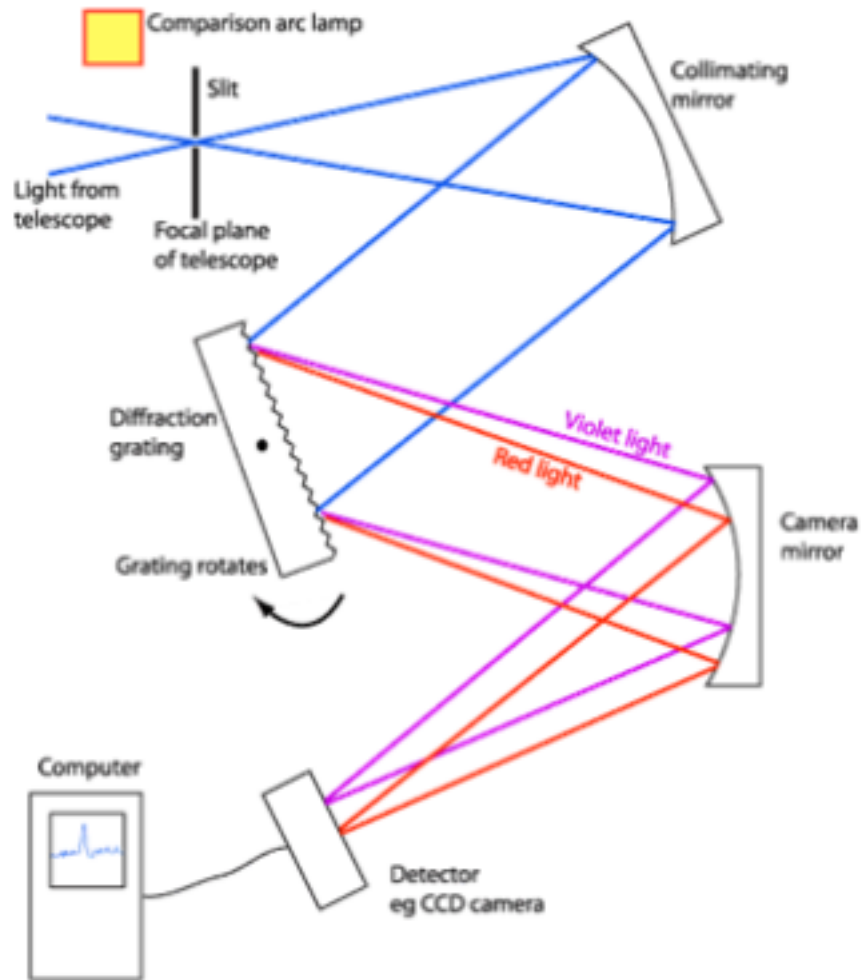


Fig. 1.11.1





A Schematic Diagram of a Slit Spectrograph