Primo Appello di ANALISI MATEMATICA 2 del 09/01/2018
CdL in Fisica
Commissione del prof. Fausto Ferrari

COGNOME E NOME ....

N. di matricola ....

Durata della prova A+B: due ore. Gli studenti che decidono di uscire dopo l'inizio della prova verranno valutati sull'elaborato svolto fino al momento della loro uscita e la loro prova verrà considerata conclusa. Il testo, debitamente compilato, va riconsegnato con gli esercizi svolti in dettaglio assieme ai fogli protocollo su cui devono essere riportate le proprie generalità e il numero di matricola. Non è consentito l'uso di appunti, testi, eserciziari, computer e cellulari. La prima occasione per sostenere le fasi C e D (fase orale) è fissata per il giorno 11 gennaio 2018. Se il candidato volesse sostenere sostenere la fasi C+D l'11 o il 12 gennaio 2018, deve esprimere questa sua intenzione apponendo una crocetta sulla parola "Sì" che compare nell'affermazione seguente:

Sì, desidero sostenere la prova orale (fasi C+D) entro la fine di questa settimana.

Per accedere alla fase orale, qualora si superino le parti A e B, è comunque obbligatoria l'iscrizione alla relativa lista di AlmaEsami. Altre liste saranno aperte in date successive al 17 gennaio 2018

....

Parte A. Attenzione, se il punteggio realizzato in questa parte è inferiore a 4 **(su 9 punti disponibili) non verrà corretta la parte B e lo studente dovrà ripetere l'esame.**

---

(1) Sia

$$f(x,y,z) = g(\sin(x^3+y^4)+z^2+1, \phi(x,y,z)),$$

dove $g \in C^1(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2)$ e $\phi \in C^1(\mathbb{R}^3, \mathbb{R})$ tali che

$$Jg(2,1) = \begin{bmatrix} 2, & 1 \\ 2, & -3 \end{bmatrix},$$

$\phi(0,0,1) = 1$ e $\nabla\phi(0,0,1) = (e, \pi, 3)$.

[a, 2 punti]. Calcolare $J(0,0,1)$. [b, 1 punto]. Verificare, fornendo le adeguate motivazioni, se $\Sigma = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ f(x,y,z) = g(2,1)\}$ è una sottovarietà locale in un intorno di $(0,0,1)$, in $\mathbb{R}^3$. [c, 0,5 punti] Determinare la dimensione di Σ.

---

(2) [3,5 punti]

Calcolare $\displaystyle\int_A y\,dxdy$, sapendo che $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (x-1)^2 + y^2 \le 1; \ y \ge \frac{1}{2}x, \ y \ge 0\}$.

---

(3)

Sia assegnato il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = xy^2 + \sin(y) \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

[a, 1,5 punti]. Calcolare la soluzione avendo cura di fornire le adeguate motivazioni alla risposta data. [b, 0,5 punti]. Sapendo che la soluzione appartiene a $C^\infty(\mathbb{R})$, calcolare $y''(4)$.

Parte B. Attenzione, se il punteggio realizzato in questa parte è inferiore a 6 sui 10 punti disponibili non si è ammessi alla fase successiva, decade la validità della parte A e il candidato deve ripetere l'esame dall'inizio.

---

(4) [5 punti] Sia $f : A \to \mathbb{R}$, $f(x,y,z) = xy + xz + zy$, dove

$$A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \quad x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}.$$

Determinare $f(A)$

---

(5) [5 punti]
Calcolare

$$\int_A z dx dy dz,$$

dove

$$A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} \leq 1, \quad z \geq 5 - 4\sqrt{\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}} \quad \}.$$