ÀLGEBRA PER A INVIDENTS

Treball final de màster del Màster en Professor/a d'Educació Secundaria Obligatòria i Batxillerat, Formació Professional i Ensenyament d'Idiomes

Especialitat: Matemàtiques

Tutor: Gil Lorenzo Valentín

Rebeca Garcia Andreu
al365959@uji.es

// RESUM:

Aquest document és el treball final de màster del Màster en Professor/a d'Educació Secundaria Obligatòria i Batxillerat, Formació Professional i Ensenyament d'Idiomes, en l'especialitat de Matemàtiques. Ací tractarem la metodologia d'ensenyar matemàtiques a persones invidents. Com que aquest tema pot ser molt extens en referir-nos a l'ensenyament de matemàtiques de tots els nivells acadèmics, em centraré en l'ensenyament del bloc d'àlgebra en el curs de 4t d'ESO, matemàtiques acadèmiques.

El màster en Professor/a d'ESO i Batxillerat, FP i Ensenyament d'Idiomes ens ofereix un període de pràcticum, i gràcies a aquest període vaig poder conèixer en profunditat l'IES Gilabert de Centelles, de Nules. Vaig observar moltes classes de diferents nivells, una d'elles va ser 4t d'ESO D, matemàtiques acadèmiques, on hi havia una estudiant invident. Em va cridar l'atenció perquè mai havia vist a un invident tractant d'aprendre matemàtiques. És un tema que en cap moment se'm va passar pel cap abans d'entrar a aquella classe.

Em va resultar interesant, ja que desconeixia l'existència dels instruments i eines que faciliten l'aprenentatge de qualsevol matèria a persones invidents. Aquest TFM tractarà de parlar d'aquests instruments i eines necessàries, i la seua aplicació.

ÍNDEX

1. Introducció

Aquest treball va néixer per curiositat d'una experiència personal, i d'això és del que parle en el punt 2: el que vaig observar en aquella classe durant el període de pràcticum, el que em va cridar l'atenció i del que em va entrar curiositat de cercar informació.

En el punt 3. *Marc teòric* nomene els documents teòrics que m'han servit d'ajuda per a dur endavant aquest TFM, i en el subapartat 3.1 *Les matemàtiques i els invidents* ens fiquem en situació. Com afronta una persona invident les matemàtiques?, amb quines dificultats ensopega?, quines solucions hi ha front a aquestes dificultats?, quines eines i materials existeixen per a fer matemàtiques per invidents?, com dur una classe amb un alumne invident en el si d'un grup d'alumnes vidents?, entre d'altres.

Dintre del punt 4. *Estat de la qüestió*, com aquest treball el centraré en l'àlgebra, en el subapartat 4.1 *Més enllà de la manipulació*, parle de cóm aprèn àlgebra una persona invident, ja que és totalment abstracta i no pot servir-se del tacte per a aprendre-la (com sí es pot usar en altres parts de les matemàtiques, com, per exemple, en geometria). El subapartat 4.2 *Notació «U»* és només una pinzellada de l'origen de la notació matemàtica en Braille. En el subapartat 4.3 *Tiflotecnologia. Eines i instruments per a fer matemàtiques,* parle, com el títol mostra, de les eines i instruments que necessiten les persones invidents per a fer matemàtiques. Hi ha tres: l'editor *Lambda*, el revisor de pantalla *Jaws* i la *Línia Braille*. Tots tres molt importants i necessaris.

En el punt 5 explique els objectius d'aquest treball.

El punt 6. *Aplicació* mostra exemples del bloc d'àlgebra del llibre (Jiménez, 2016) com es farien en l'editor *Lambda*. Els temes que estan dins d'aquest bloc són el tema 2, polinomis i fraccions algebraiques; i el tema 3, equacions, inequacions i sistemes.

En el punt 7. *Conclusions* parle del que m'han aportat els documents que he utilitzat per a la realització del treball, com també dels avantatges tecnològics dels que disposem avui en dia per a ensenyar matemàtiques a persones invidents.

I per últim, en el punt 8, done la meva opinió personal d'aquest TFM.

2. Experiència personal

L'aula de 4t d'ESO D de l'IES Gilabert de Centelles, en la classe de matemàtiques, està distribuïda de manera que les taules, juntes entre elles, formen quatre files, i cadascú dels i les alumnes s'asseuen en la cadira que desitgen. L'alumna invident sempre s'asseu a primera fila, just davant de la taula de la professora, ocupant dos taules. El motiu d'ocupar tant d'espai és que l'alumna a més de treballar en el seu llibre de text adaptat al codi Braille, també treballa amb un ordinador portàtil.

Més endavant explicaré els instruments i materials que necessiten els estudiants invidents en una classe de matemàtiques, però avancem que aquests llibres que utilitzen són molt més voluminosos que un llibre de text a tinta, de manera que és normal que necessite més espai que la resta de companys vidents.

Una classe qualsevol de matemàtiques podria resumir-se així: La professora comença corregint els deures, l'alumna invident diu en veu alta els resultats mentre que la mateixa professora o un altre alumne els corregeix a la pissarra, d'aquesta manera la professora pot corregir a l'alumna ja que no ho veu a la pissarra. Després dóna el temari programat per a eixe dia, l'alumna invident si no està entenent-ho ha d'esperar-se a que la professora acabe d'explicar a la pissarra per als demés, per a després particularment explicar-li-ho a ella.

A causa d'aquesta "explicació doble", el ritme de la classe es retarda molt, de fet, duien un retard de 3 temes. Segurament aquest retard no es dega només a aquesta doble explicació, altres factors com són l'actitud de la majoria de la resta de companys i companyes no ajudaven a avançar.

També cal dir que l'alumna en qüestió treballa amb auriculars, ja que el revisor de pantalla *Jaws* (després l'explicarem) transmet en veu el que s'està escrivint en la pantalla.

A l'hora de fer un examen, la professora passa per *pendrive* els enunciats a l'ordinador de l'alumna i ella realitza l'examen sense més problemes. L'examen de l'alumna invident normalment coincideix en un 50% amb el de la resta d'alumnes. La professora evita els problemes més visuals, a més de ficar-li un o dos exercicis menys que a la resta, ja que és conscient que a ella li costa molt més temps que als demés companys vidents.

3. Marc teòric

Per a la realització d'aquest treball he cercat ajuda tant en llibres com en documents electrònics. Primerament vaig agafar prestat de la biblioteca de la UJI el llibre *La enseñanza de las matemáticas a los ciegos* de José Enrique Fernández del Campo, aquest llibre, encara que antic, està molt relacionat amb el que jo volia parlar en aquest document. M'ha donat a conèixer els inicis d'aquest propòsit, com és que totes les persones, concretament en aquest llibre, les persones invidents, puguen aprendre matemàtiques. Respecte a les noves tecnologies per a que persones invidents aprenguen matemàtiques no he pogut "fiar-me" del que aquest llibre deia ja que han passat més de 30 anys des de la seva publicació i han hagut molts avanços en aquest camp.

Després vaig agafar un altre llibre, aquesta vegada *Matemáticas y diferencia sensorial* de Núria Rosich Sala entre d'altres. Aquest llibre es va publicar 10 anys més tard que el llibre nomenat anteriorment, però així i tot les tecnologies que faciliten avui en dia l'aprenentatge a les persones invidents per a fer matemàtiques no s'havien desenvolupat encara. Cal dir que aquest llibre m'ha ajudat molt també ja que tenia un apartat exclusivament d'àlgebra i a mi m'interessava prou per a aquest treball.

Com aquests dos llibres no m'oferien informació de les eines informàtiques que hui en dia utilitzen les persones invidents, vaig decidir entrar a la pàgina web de la O.N.C.E. i em vaig trobar amb molts articles de la revista que publiquen allí, que s'anomena *Integración. Revista sobre la discapacidad visual*. Hi vaig llegir un article que s'anomena *Las aulas actuales: tecnologia digital y discapacidad* de Mario Carrio Díaz entre d'altres. Aquest article em va donar a conèixer el terme «tiflotecnologia», terme molt important i molt relacionat amb aquest tema i que més endavant explicaré. També parla del revisor de pantalla *Jaws* i de la *Línia Braille*, dos termes necessaris per a que persones invidents aprenguen matemàtiques i que, novament, posteriorment s'explicarà. D'aquesta revista també vaig llegir l'article *El editor Lambda para matemàticas* de Jaime Muñoz Carenas i José Enrique Fernández del Campo. Aquest article és el que té tota la informació actual sobre l'eina més important avui en dia per a aprendre matemàtiques i que més endavant hi parlaré, l'editor *Lambda*.

Per últim he utilitzat per a fer les activitats d'aquest treball el llibre de matemàtiques que utilitzaven en 4t d'ESO D en l'IES Gilabert de Centelles, *Matemàtiques orientades als ensenyaments acadèmics* de l'editorial ANAYA.

3.1 Les matemàtiques i els invidents

Com es mostra en (Sala, 1996) el terme "invident" engloba a les persones que pateixen una carència de visió fins a l'extrem d'incapacitar-les per a una activitat que necessite la visió, siga educativa, laboral o cultural.

Tal com diu (Sala, 1996), no hi ha àmbit o domini de la matemàtica vedat per a un cec. És diferent pensar que tots els invidents estiguen igualment dotats per a les matemàtiques, tinguen el mateix interès i esforç. Hi ha de tot, però com en qualsevol grup humà diferenciat.

«*La manca de visió no tanca la porta als aspectes matemàtics de la realitat*» (del Campo, 1986).

Tampoc podem ignorar les dificultats a les que estan sotmesos, ja siguen d'ordre material i/o tecnològic, que condicionen el ritme de treball i el rendiment d'un alumne cec a l'hora d'aprendre matemàtiques.

Segons (del Campo, 1986) podem parlar d'una *didàctica especial de la matemàtica per a cecs*, que és una adaptació instrumental, material i un ritme especial de treball però sense modificar els objectius.

Tota la informació que aplega de forma visual a l'alumne vident, haurà de *traduir-se* per a ser accessible a l'invident, ja que aquest només pot servir-se de l'oïda i del tacte.

Però com mostra (del Campo, 1986) la via més accessible fins a l'intel·lecte de la realitat matemàtica per a les persones invidents és el tacte. Mentre que l'oïda només aporta linealitat, el tacte pot rebre estímuls.

«*La vista és un tacte de llarg abast que a més té la sensació de color. (...) El tacte és una vista propera sense color i amb la sensació de rugositat*» (Villey, 1946)

D'acord amb el que diu (del Campo, 1986), els possibles principis per a una didàctica especial de la matemàtica per a cecs serien:

- 1r. Manipulació de situacions de partida tàctils.
- 2n. Organització de les activitats en l'aula tenint en compte el tipus d'alumnat.
- 3r. Respecte al menor ritme de progres de les persones invidents.
- 4t. Intensificació de l'ús del llenguatge gràfic.
- 5è. Simplificació de les dades que intervenen en les situacions per a evitar la utilització d'instrumental d'escriptura.

6è. Material pedagògic adequat a les característiques del tacte.

7è. Actuació diferencial del professor/a.

Coincidisc amb (del Campo, 1986) quan diu que a l'hora de treballar de forma individual els cecs i cegues tenen més dificultat front als vidents, i no només pel fet de no veure, sinó perquè tenen tendència a la passivitat, una major dependència de la direcció del professor/a.

Abans de continuar cal introduir un terme que naix de l'acord general en que *la Matemàtica és abstracta*. La Matemàtica naix de la realitat física pròpiament dita, està en lo físic, i la abstraiem mitjançant un procés especial, el procés de *matematització* (Sala, 1996).

La Matemàtica és la mateixa independentment de qui l'ensenye o qui l'aprenga. Tant emissor com receptor estaran intervenint en el procés de *matematització*.

«*La Matemàtica s'aprèn a descobrir-la en el concret*» (Sala, 1996)

L'alumne amb diversitat visual precisa de mitjans de treball per a les classes de matemàtiques. Aquests mitjans s'agrupen en quatre tipus:

1. *Material/instrumental de lectura*. L'alumne emprarà textos en Sistema Braille, el llibre ordinari a tinta però traduït a Braille, que serà molt més voluminós i incòmode de transportar. Aquests llibres a Braille li seran proporcionats per la O.N.C.E[1].
2. *Instrumental d'escriptura*. L'alumne escriurà en sistema ordinari, servint-se d'un ordinador, havent-se memoritzat el teclat *qwerty*[2] prèviament. Utilitzarà l'editor *Lambda*[3], el qual facilita la notació matemàtica, que pot ser traduïda a Braille mitjançant una *Línia Braille*, d'aquesta manera l'alumne pot llegir el que ha escrit. Encara que gràcies a *Jaws*[4], pot escoltar allò que ha escrit. Posteriorment parlarem d'aquests programes.
3. *Instrumental de càlcul*. L'alumne emprarà, si cal, la calculadora de l'editor *Lambda*, i ja siga mitjançant la *Línia Braille* o mitjançant *Jaws*, podrà saber el resultat.

[1] O.N.C.E.: Organització Nacional de Cecs Espanyols http://www.once.es/new

[2] Teclat *qwerty*: és la distribució de teclat més comú.

[3] L'editor *Lambda*: és un editor matemàtic que permet que un alumne cec, el professor i la resta d'alumnes interactuïn en aquesta assignatura de forma eficaç.

[4] *Jaws*: és un software lector de pantalla per a cecs o persones amb visió reduïda.

4. *Material pedagògic auxiliar*. Generador de situacions didàctiques, punts de partida per a processos de *matematització*.

Un alumne cec a l'aula

En el nostre cas, tractem un aula on hi ha una alumna cega en el si de un grup d'alumnes vidents.

Tal com diu (del Campo, 1986) per a la realització d'activitats en grup, ja siga de caràcter informatiu o de manipulació de material, l'alumne invident deu conèixer aquest material abans de la realització de l'exercici, mai després, intentant seguir la classe, amb l'ajuda d'un company i al mateix ritme que la resta. Aquesta recomanació és molt fàcil de dir, però difícil de portar a la pràctica, ja que l'alumne cec prefereix passar inadvertit i no demanar ajuda, més que per vergonya, per creure que pot ocasionar molèsties. D'aquesta manera no hi ha dubte que la iniciativa ha de portar-la el professor/a.

La vertadera dificultat ve a l'hora de realitzar tasques concretes, encara que en l'actualitat els mitjans instrumentals dels cecs són molt competents, cal comprovar les tasques realitzades en l'ordinador de l'alumne invident, és a dir, el professorat ha d'estar contínuament revisant la concordança dels resultats obtinguts per a afavorir el treball en grup.

L'actitud del professor

Pot ser que un professor/a entre el primer dia de classe a l'aula i se n'adona que té un alumne cec, o pot ser ja l'hagen advertit per endavant. Una reacció inicial pot ser la sorpresa, seguida immediatament de moltes qüestions, curiositats. No sap com funciona eixe alumne, si aquest podrà seguir les classes amb normalitat i com es gestionarà el seu treball, com avaluarà a aquest alumne, etc.

Basant-nos en (Sala, 1996), existeixen tres possibles actituds front a aquesta situació:

1. *Passivitat*. No centrar-se en l'alumne, ja avisarà ell quan tinga algun problema.
2. *Reacció negativa*. Pensar que tindre a eixe alumne és un problema, retardarà molt les classes, el professor/a no podrà estar pendent de la resta d'alumnes tant i com desitjaria.
3. *Reacció positiva*. Pensar que és una experiència nova que servirà per a créixer com a persona, una oportunitat per a investigar sobre la metodologia i la didàctica que tinga que aplicar per a eixe alumne.

Cap d'aquestes és resposta reflexiva a un problema objectiu, ja que el professor encara no sap les dificultats que tindrà l'alumne, els coneixements que reclamarà, i la capacitat d'adaptació del professor/a.

Segons (Sala, 1996) existeix una resposta realista, responsable i pràctica, que inclou quatre actituds, intrínseques a la professió docent:

1r. *Acceptació del "problema"*. Que no és un problema com a tal, perquè tots els i les alumnes tenen els seus "problemes", per insignificants que pareguen; tota educació és especial. El professor/a ha de prosseguir el seu treball, coneixent amb certesa les dificultats reals i les solucions factibles.

2n. *Avaluació inicial*. Un primer coneixement de l'alumne i el seu nivell de coneixements, destreses i aptituds. En el nostre cas deurà ampliar-se tenint en compte els mitjans disponibles, el maneig de l'instrumental, relació social, autonomia de desplaçaments, etc.

3r. *Informació metodològica i didàctica*. El professor/a busca respostes a cóm treballa l'alumnat cec i què dificultats encontrarà, a més de solucions a aplicar. Les fonts més pròximes seran altres companys/es de departament o del centre que disposen d'experiència o informació al respecte, professor/a especialista de suport, la O.N.C.E. i centres de documentació i investigació.

4t. *Investigació didàctica*. Investigació de caràcter pràctic, en l'aula. La determinació d'investigar solucions metodològiques i didàctiques implica d'una part l'acceptació del "problema", ja no és l'alumne "el problema", ni és un "problema" de l'alumne, és "el nostre problema", del professor/a. D'altra part, s'albira la possibilitat de solució, "el problema" s'intueix com a soluble, si no plena, si parcial i satisfactòriament.

«*Un alumne cec o deficient visual que un dia va aparèixer a l'aula, lluny de pertorbar negativament l'activitat, va desencadenar un complex procés de millora didàctica de què són beneficiaris tant ell com el professor -davant tot- i, indirectament, els altres companys*» (Sala, 1996)

4. Estat de la qüestió

4.1 Més enllà de la manipulació

En aquest document vull anar més enllà de la manipulació, ja que tractaré el bloc d’àlgebra. Segons (del Campo, 1986) a l’alumne cec li resulta més difícil entendre aquesta part de la matemàtica ja que no pot utilitzar el tacte per a manipular allò que vol estudiar. L’alumne ha d’utilitzar la imaginació, integrant informacions que li vénen donades per l’oïda.

A l’hora de realitzar un exercici, l’alumne invident té el llibre de matemàtiques adaptat en llenguatge Braille, però així i tot és difícil tornar a captar el missatge mentre que la vista el segueix captant en la seva integritat.

Respecte a la funció que el llenguatge natural pot exercir com avanç de la expressió simbòlic-matemàtica, si es formula una definició en llenguatge natural, la seua expressió formal pot sorgir mitjançant la substitució de termes o expressions d’aquesta per símbols o grups de símbols matemàtics. Aquesta tasca no és de major dificultat per als invidents, ja que gràcies a l’editor *Lambda* i la *Línia Braille* és possible dur-lo a terme.

La Matemàtica té un llenguatge exclusiu per a ella: el llenguatge simbòlic-matemàtic o formal. Com conta (del Campo, 1986), el llenguatge formal matemàtic va haver de néixer amb els símbols numèrics; va prendre primer símbols del llenguatge ordinari escrit. Per raons culturals o comercials, superaria les fronteres d’una llengua per a incorporar-se a altres, universalitzant-se. Després, de mica en mica unes vegades, a salts d’altres, va anar incrementant el seu cabal signegràfic al mateix temps que consolidava el seu caràcter pròpiament matemàtic i s’independitzava de les llengües naturals. El llenguatge formal cal aprendre’l i practicar-lo. La seva finalitat és clara, com la de tot llenguatge: afavorir la comunicació de manera concisa i sense possibles interpretacions diferents.

D’acord amb una cita en (del Campo, 1986), «*La substitució de símbols en lloc de paraules és un dels avanços granment responsables del progrés de l'home en la ciència*»

El càlcul algebraic és el que planteja un més ampli panorama d’investigació educativa. Té cabuda ací tota la Teoria de Conjunts, el reconeixement de propietats de relacions i funcions, les operacions polinòmiques, la resolució d’equacions i sistemes, els càlculs aritmètics menys usuals (fraccions, màxims i mínims, divisors i múltiples, arrels quadrades i cúbiques, etc.).

Front a les necessitats de l'escriptura tant simbòlic-matemàtica com algebraica en general, el Braille les cobreix completa i satisfactòriament. Però així i tot l'alumne cec pot ensopegar en alguns problemes. Com per exemple mostra (Sala, 1996):

1. La polivalència dels signes en Braille. Com es conta amb un nombre molt reduït de combinacions dels sis punts per cel·la, alguns d'ells tenen valor polisèmic -segons el context- o s'haurà de construir signes per juxtaposició de signes elementals, que ocuparan dos, inclòs tres, cel·les.
2. Risc d'error. Degut al nombre tan reduït de punts, el fet d'oblidar-se d'un, o d'afegir un de més, pot alterar el significat del que es vol escriure o llegir. D'aquesta manera hi ha que tindre molta cura en la lectura per a no errar.
3. Caràcter lineal del Braille. Algunes expressions bidimensionals en tinta com poden ser fraccions, exponents, subíndex, radicals algebraics, operadors amb índexs..., deuen transformar-se en expressions *lineals* a causa del caràcter *unidimensional* del Braille. Per a resoldre aquest problema s'han ideat certs *signes identificadors,* substitutius de la posició relativa, i els *parèntesis auxiliars en Braille*.

La complicació és evident, encara que l'ortografia matemàtica Braille és completa, coherent i assequible, també és complexa en els seus signes i propensa a l'error. El més greu és que els *errors ortogràfics* poden ocasionar *errors matemàtics*.

Els recursos didàctics manipulatius per a la introducció de l'àlgebra són molt escassos, ja que l'àlgebra és una tasca abstracta. De manera que avui en dia podem dir que el principal recurs didàctic és l'ordinador, i dins d'ell les eines necessàries, que descriurem més endavant, per a l'aprenentatge de l'àlgebra. Però així i tot es precisa unes aptituds bàsiques com es mostra en (Sala, 1996):

1. Habilitat manual: tant en el teclat de l'ordinador com en la *Línia Braille*.
2. Facilitat en el reconeixement de caràcters Braille.
3. Destresa lectora en el display de la *Línia Braille*.
4. Orientació espacial que permeta desplaçar la *Línia Braille* per la pantalla de l'ordinador.

L'alumne invident deu dominar aquestes tècniques per a poder "fer àlgebra" de manera viable i per a dur un ritme similar al dels seus companys i companyes en l'aula.

4.2 Notació «U»

Segons (Sala, 1996) i (del Campo, 1986) a Espanya, gràcies a la O.N.C.E., els centres educatius i els mitjans de producció Braille van disposar en cada moment d'unes normes de transcripció matemàtica. El Braille s'ha manifestat suficient per a cobrir les necessitats de la expressió simbòlic-matemàtica.

Per a la unificació de la notació matemàtica en tinta funciona des de fa anys una comissió internacional en la que Espanya participa a través del Consell Superior d'Investigacions Científiques (del Campo, 1986).

Per a la unificació de la notació matemàtica en el sistema Braille, el problema es replanteja a mitjans dels anys seixanta. A Espanya, per prestigi organitzatiu i potencial econòmic en el tractament de problemes de cecs, se li encomana la tasca per un organisme dependent de la O.N.U.[5]

La incorporació de l'ensenyament elemental i mitjà de la matemàtica conjuntista i l'àlgebra proposicional, d'una part, i l'accés als estudis superiors en matemàtiques d'alguns cecs, d'altra, van provocar una certa precipitació en l'adopció de símbols no existents en Braille amb anterioritat. Es va tenir que revisar i modificar, de manera que es precisava d'una "Taula de Notació Matemàtica Braille" acompanyant cada obra.

Els fruits són mínims, fins que Francisco Rodrigo, de la impremta nacional Braille de la O.N.C.E. en Madrid, aborda decididament el problema. El seu treball desemboca en la elaboració d'una nova notació que tot just respecta els signes aritmètics elementals més comuns a les notacions fins ara emprades pels països amb capacitat impressora Braille.

El panorama avui és ben distint: el sistema Braille disposa d'una notació matemàtica completa. La acceptació d'aquesta notació «U» de Francisco Rodrigo és creixent pels distints països.

4.3 Tiflotecnologia. Eines i instruments per a fer matemàtiques

Com mostra (Díaz, 2011), la tiflotecnologia (del grec «*tiflos*», que significa cec) és el conjunt de tècniques, coneixements i recursos per proporcionar els mitjans necessaris

[5] O.N.U.: Organització de les Nacions Unides.

a les persones amb diversitat visual per a la correcta utilització de la tecnologia. Permet la plena integració social, laboral i educativa d’aquelles persones amb ceguera, proporcionant-los ajudes i adaptacions tecnològiques, contribuint també a la seua autonomia personal.

En l’actualitat, les Comunitats Autònomes junt amb la O.N.C.E. estan dotant als i les alumnes amb deficiència visual, en l’adaptació del lloc d’estudi, d’una sèrie d’eines tiflotècniques, segons l’edat i el curs, que ajuden a l’alumne a resoldre determinats problemes d’accés a l’ordinador.

Els ordinadors que utilitzen les persones invidents són iguals que els altres, però precisen d’eines que s’instal·len en ells per a poder accedir a la informació. En aquest document ens centrarem en aquells instruments i eines necessaris per a aprendre matemàtiques, concretament, àlgebra en 4t d’ESO.

Editor de pantalla *Lambda*

Tal i com es reflexa en (Carenas, 2011), l’editor matemàtic *Lambda* (LAMBDA: linear access to mathematics for Braille devices and audio-synthesis; traduït: accés lineal a les matemàtiques per a dispositius Braille o de síntesis d’àudio), va ser pensat en 2003 però deixat en l’oblit, no serà fins el 2010 quan es va dur a terme la seua aplicació en les aules.

Les matemàtiques poden tindre una certa dificultat pel fet de ser abstractes, però açò no és un impediment per a l’alumne cec més que per al vident. La vertadera dificultat la tenien a l’hora de comunicar-se en els professors/es i en els demés companys vidents. Gràcies a *Lambda* aquesta comunicació ja és possible.

En 2003, quan es pensava en aquest editor, molts ho veien com una cosa inútil ja que existia «Derive», una calculadora simbòlica que gastaven els alumnes invidents en la classe de matemàtiques. La diferència és que «Derive» fa això, calcular, mentre que *Lambda* és un editor científic-matemàtic, un instrument de treball personal amb una eina integrada de comunicació en l’àrea matemàtica. Un editor científic-matemàtic és una aplicació informàtica que permet escriure símbols matemàtics i estructurar-los, de manera que si es vol escriure una operació algebraica on hi ha fraccions i arrels, ha de respectar-se el contingut matemàtic per a que a l’hora d’utilitzar la calculadora lligada a l’editor el resultat siga el que busquem.

Lambda permet a un estudiant o professional cec escriure, llegir i manipular expressions simbòlic-matemàtiques. A més té una calculadora científica associada.

Amb açò no vull dir que abans un cec no pogués escriure i llegir expressions matemàtiques. Per a escriure feien servir una màquina Perkins (màquina de «punt positiu»). Perkins és una màquina mecànica que permet l'escriptura en Braille de forma directa, és a dir, s'escriu tal i com es llegeix. La lectura es feia insuportable si no es contava amb una *Línia Braille*.

A mesura que s'ha anat aprofundint en la inclusió educativa, aquest mètode ens duia a un problema: la comunicació entre l'alumne invident i el professor, i l'alumne invident i els seus companys vidents. Per altra part, els progressos tècnics pareixien no assolir al treball de l'estudiant cec en l'àrea matemàtica.

Un estudiant cec podia escriure expressions matemàtiques amb un ordinador: com text Braille, encara que amb l'inconvenient d'una edició i comunicació limitades, servint-se d'una *Línia Braille*, un text que només podria llegir aquell que conegués la notació Braille.

Lambda fica solució a aquests problemes, permet que tant vidents com invidents puguen escriure i llegir matemàtica de la mateixa forma, mitjançant la mateixa eina i cadascú amb el seu codi.

En escriure en *Lambda* expressions matemàtiques, apareixen símbols gràfics acolorits, de forma que el revisor de pantalla *Jaws* els llegeix correctament. És a dir, en compte de llegir «barra», llegeix «partit per», en el cas d'una fracció.

Simultàniament, en la *Línia Braille* apareixen els signes en Braille de 8 punts, el que s'anomena «Braille computearitzat», sent exclusivament matemàtics i dissenyats per a *Lambda*, i que procuren respectar les semblances amb els signes de 6 punts.

Encara que *Lambda* no requereix l'aprenentatge d'aquest codi, i gràcies al revisor de pantalla *Jaws* podem saber el significat, també està l'opció de polsar la tecla (F4) per a que ens aparegui l'expressió en forma gràfic-visual ordinària.

Com hem dit anteriorment *Lambda* posseeix una calculadora associada que permet realitzar els càlculs només seleccionant l'expressió desitjada.

A l'hora de parlar de la compatibilitat de *Lambda* amb altres editors, el format idoni és el propi *Lambda*, encara que documents generats per *InftyEditor* [6]també es podrien llegir en *Lambda*. També hi ha l'enganxat de text a través de paperera, des de un editor ASCII o ANSI qualsevol. O d'expressions matemàtiques des de certs editors d'equacions.

Així, l'estudiant pot fer exàmens o exercicis que li siguen proporcionats o bé per un *pendrive* o bé per correu electrònic. El que ja està passant és que el propi llibre de text està en format *Lambda*.

Per a iniciar el treball amb *Lambda* es precisa un maneig acceptable de l'ordinador. En concret, la manipulació d'arxius en l'entorn Windows i de text en un processador. Però sobre tot, el coneixement del teclat *qwerty*. A més, és preferible la disponibilitat d'una *Línia Braille*.

Revisor de pantalla *JAWS*

El revisor de pantalla *Jaws* és un software específic que verbalitza la informació que apareix en la pantalla de l'ordinador. No és exclusiu per a fer matemàtiques, però així com permet a les persones invidents consultar pàgines en Internet i gestionar programes, també facilita l'aprenentatge de les matemàtiques transmetent el que s'està escrivint en l'editor *Lambda*. És un programa protegit, amb un nombre limitat d'instal·lacions recuperables.

Jaws funciona seguint el focus de Windows, i s'utilitza amb ordres de teclat, no de ratolí. De manera que tindrem el cursor del PC, vinculat al focus de Windows i el cursor de *Jaws*, vinculat al punter del ratolí.

Aquest revisor de pantalla a més de verbalitzar el que hi ha escrit a la pantalla, també pot enviar la informació a la *Línia Braille* donant les ordres a través del teclat de l'ordinador. D'aquesta manera les persones amb deficiència visual poden treballar a un ritme més ràpid.

Línia Braille

La *Línia Braille* consisteix en un aparell electrònic que permet a les persones invidents l'accés a la lectura en Braille del text que apareix en la pantalla de l'ordinador, per mitjà de Braille efímer, és a dir, va apareixent una línia escrita en Braille, que

[6] *InftyEditor*: és una eina de creació de documents matemàtics, molt fàcil i sense problemes per introduir expressions matemàtiques.

desapareix quan l'usuari llegeix la segona i així successivament. És com un annex del teclat de l'ordinador que permet l'aparició de punts que van transcrivint en Braille la informació que apareix en la pantalla de l'ordinador.

Segons models, el nombre de cel·les pot variar, sent les més usades les de 40 o 80 caràcters. A més té 4 caixetins «d'estat», on mitjançant punts Braille s'informa de l'estat de la línia. També té una sèrie de tecles que permeten a l'usuari pujar o baixar de línia, activar ordres, etc.

La *Línia Braille* té una limitació fonamental: només pot oferir, com a màxim, una línia de pantalla.

Hi ha moltes situacions en les que és imprescindible la lectura directa de la informació proporcionada per l'ordinador. Per exemple, ficant-nos en la nostra situació, la presentació d'expressions matemàtiques no es podria aprendre només escoltant el revisor de pantalla *Jaws*, cal conèixer-los per a aprendre'ls i saber llegir-los.

5. Objectius

L'objectiu principal d'aquest treball es donar a conèixer les facilitats que tenen les persones invidents per a fer matemàtiques, en concret, àlgebra.

En un subapartat del punt anterior explique les eines i materials necessàries per a fer matemàtiques en general, encara que en el punt següent vaig a centrar les activitats en el bloc d'àlgebra.

El motiu de fer activitats en el programa *Lambda* i plasmar-lo en el treball, a part d'explicar les eines i materials necessàries per a fer matemàtiques, és per a que el lector entenga millor el que he explicat en paraules. Moltes voltes un exemple explica millor que una definició.

6. Aplicació

Per veure exemples de com un alumne invident faria els exercicis d'àlgebra en 4t d'ESO, ens hem basat en el llibre (Jiménez, 2016), exactament en els temes 2 i 3. El tema 2 tracta de polinomis i fraccions algebraiques, i el tema 3, equacions, inequacions i sistemes.

Primerament faré exemples del tema 2, és a dir, operacions amb polinomis, regla de Ruffini, arrels d'un polinomi, factorització de polinomis, divisibilitat de polinomis i fraccions algebraiques.

Després ens centrarem en el tema 3, farem exercicis de resoldre equacions, sistemes d'equacions lineals, sistemes d'equacions no lineals i inequacions amb una incògnita.

6.1 Polinomis i fraccions algebraiques

Exemple 1:

A la figura 1 es mostra un exemple de suma y resta de polinomis amb *Lambda*:

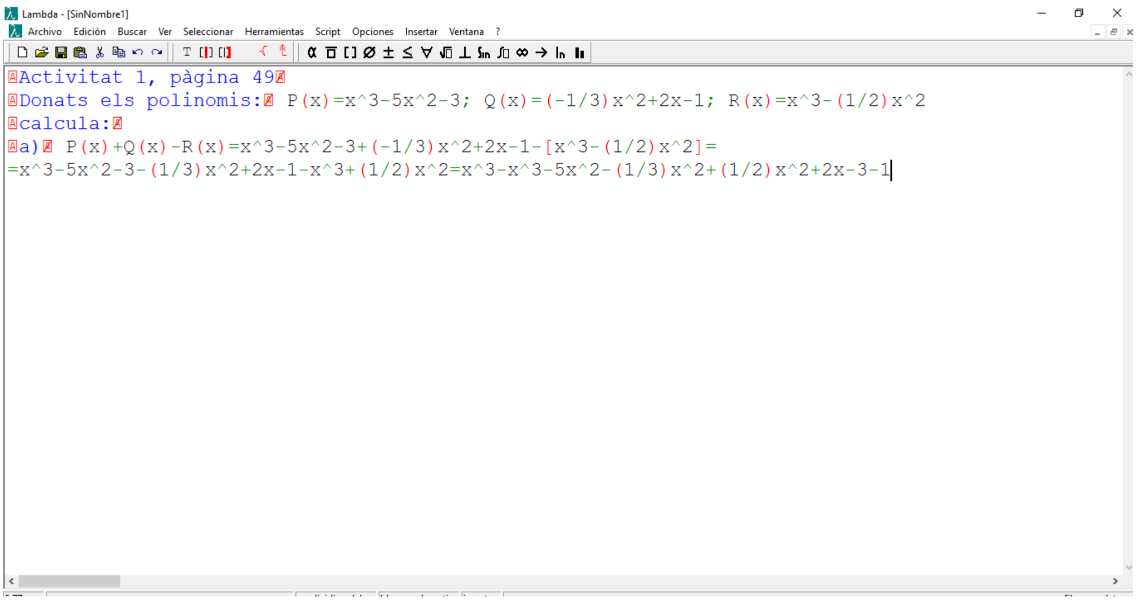


Figura 1: Exemple de suma i resta de polinomis amb Lambda

Aclariré que el símbol ^ significa "elevat a", i fiquem parèntesis per a evitar confusions. Com es veu a la figura 1, el que s'ha operat primer és llevar els claudàtors per a canviar el signe del polinomi que està restant. Després hem agrupat els monomis amb mateix grau per a poder operar millor (figura 2). Aquesta tasca un alumne de 4t d'ESO ha de fer-la sense dificultat, siga vident o invident.

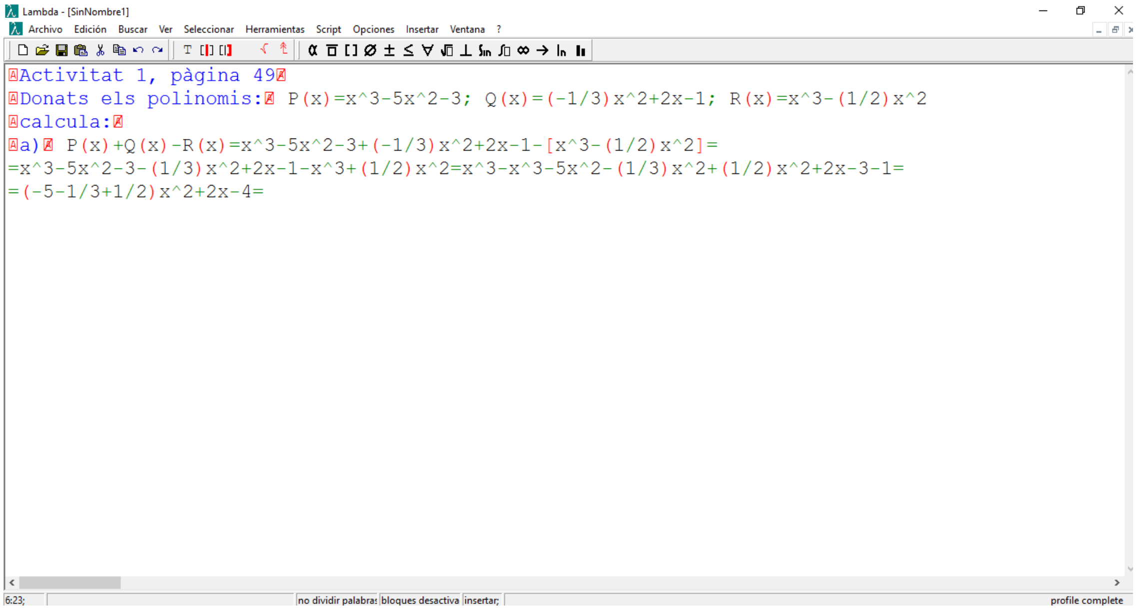


Figura 2: Continuació de l'exemple de la figura 1

Aquest pas que s'ha realitzat ara i que es mostra en la figura 2, un alumne vident podria obviar-lo perfectament, perquè només cal sumar els coeficients dels monomis amb mateix grau, ja siga amb calculadora o mentalment. En el cas de l'alumne invident, pot obviar-lo si fa el càlcul mentalment, però si vol fer-lo amb la calculadora associada a l'editor *Lambda*, ha d'extraure factor comú (figures 3, 4, 5 i 6).

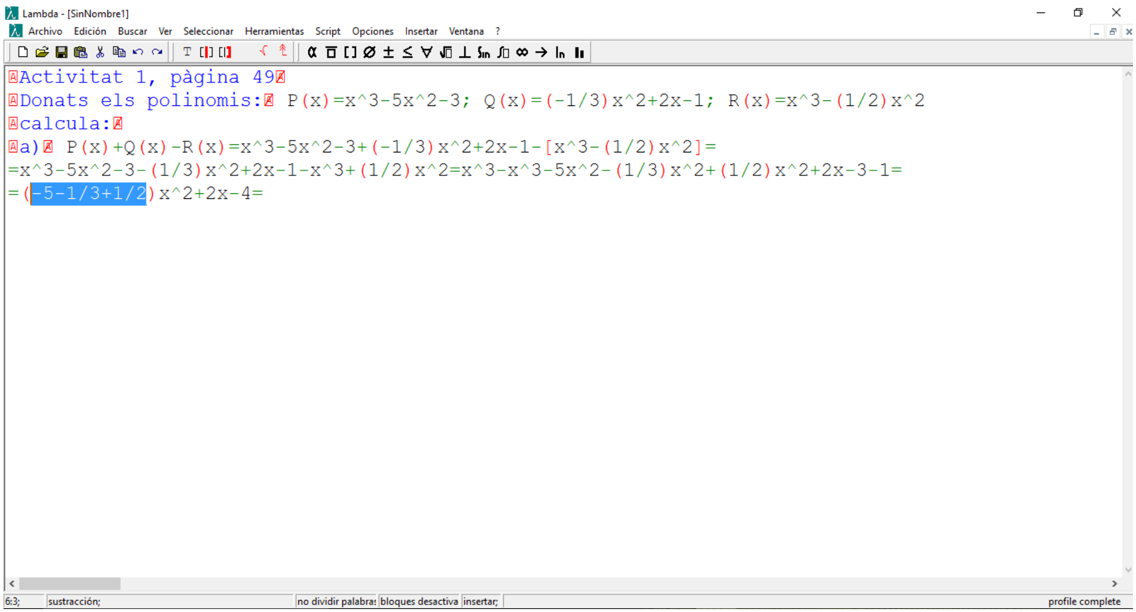


Figura 3: Continuació de l'exemple de la figura 2

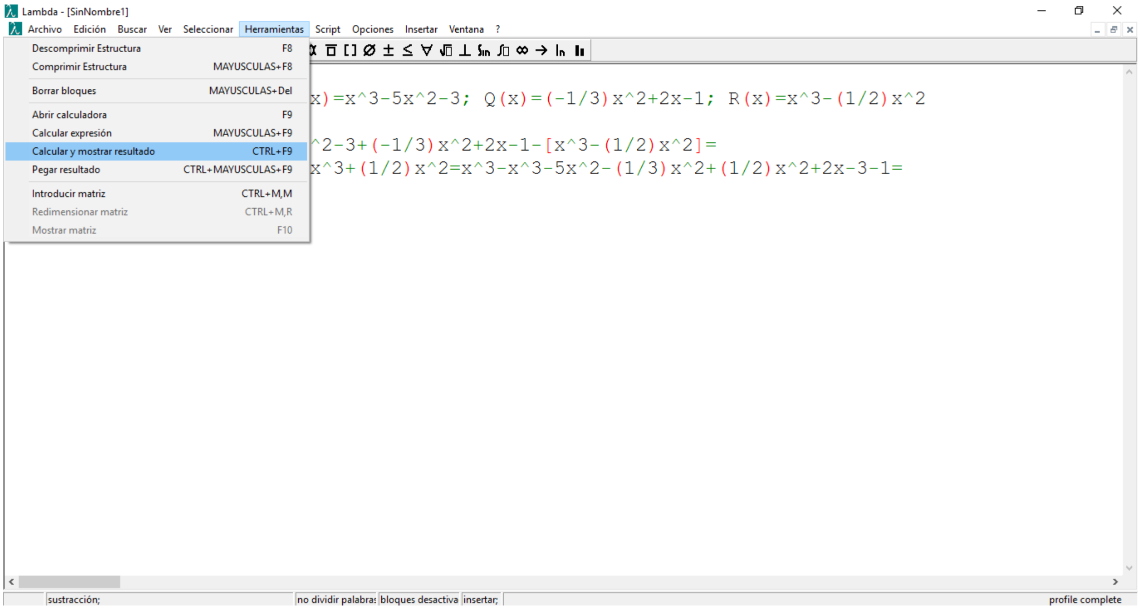


Figura 4: Continuació de l'exemple de la figura 3

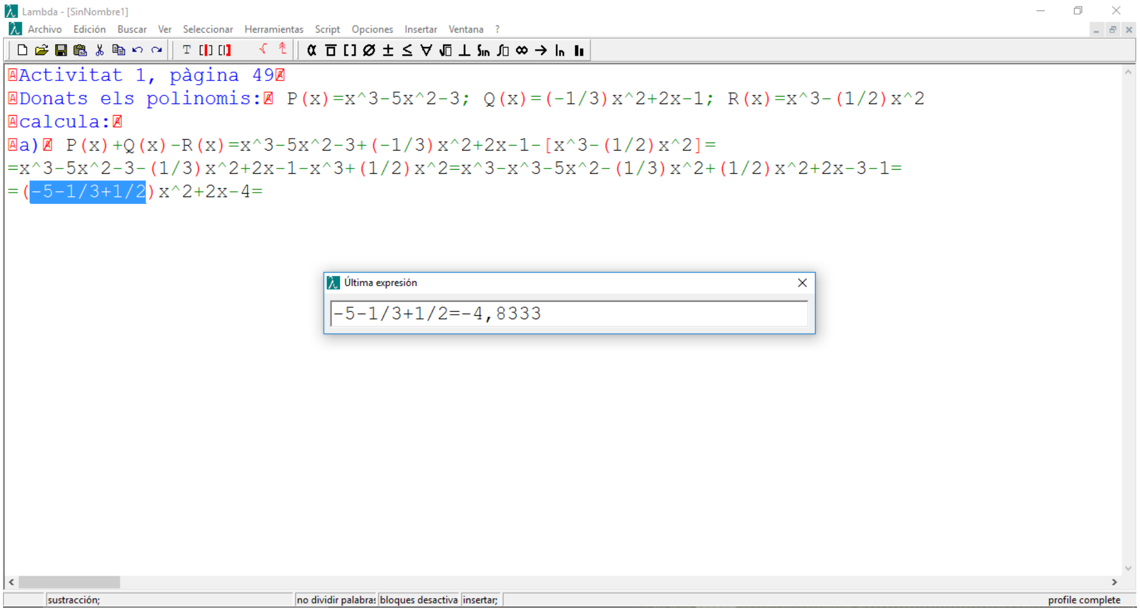


Figura 5: Continuació de l'exemple de la figura 4

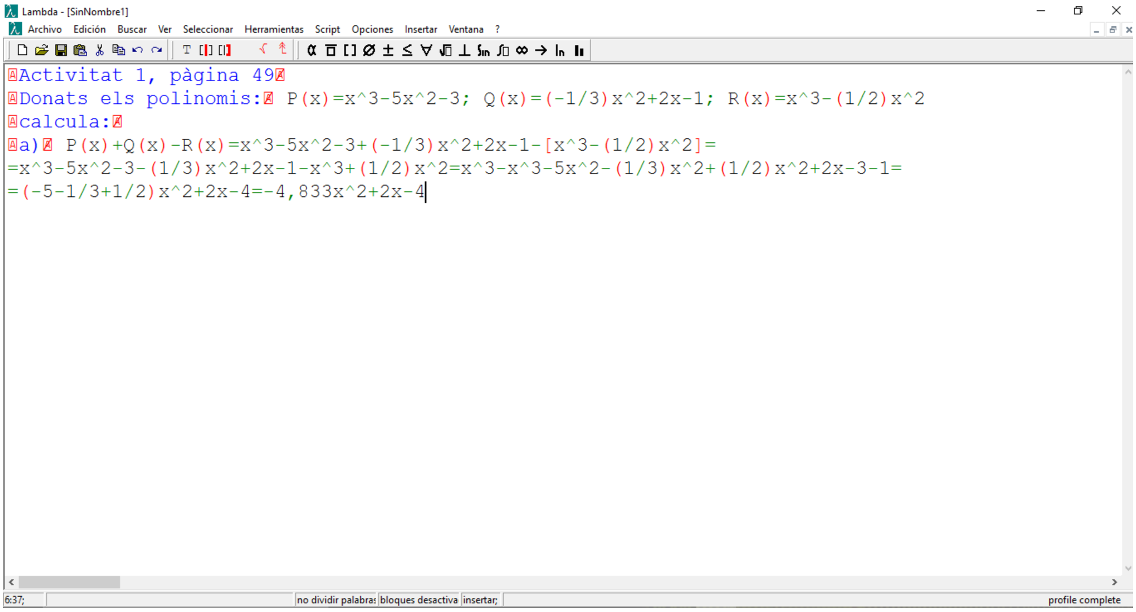


Figura 6: Continuació de l'exemple de la figura 5

El que les figures 3, 4, 5 i 6 mostren és la forma de fer un càlcul amb *Lambda*. Només cal seleccionar l'operació i buscar la calculadora per a que ho solucione. Una volta treta la solució, l'alumne invident, gràcies al revisor de pantalla *Jaws*, pot saber el resultat i anotar-lo.

Com en àlgebra és més correcte treballar amb fraccions que amb decimals, també es podria fer el que es mostra en la figura 7.

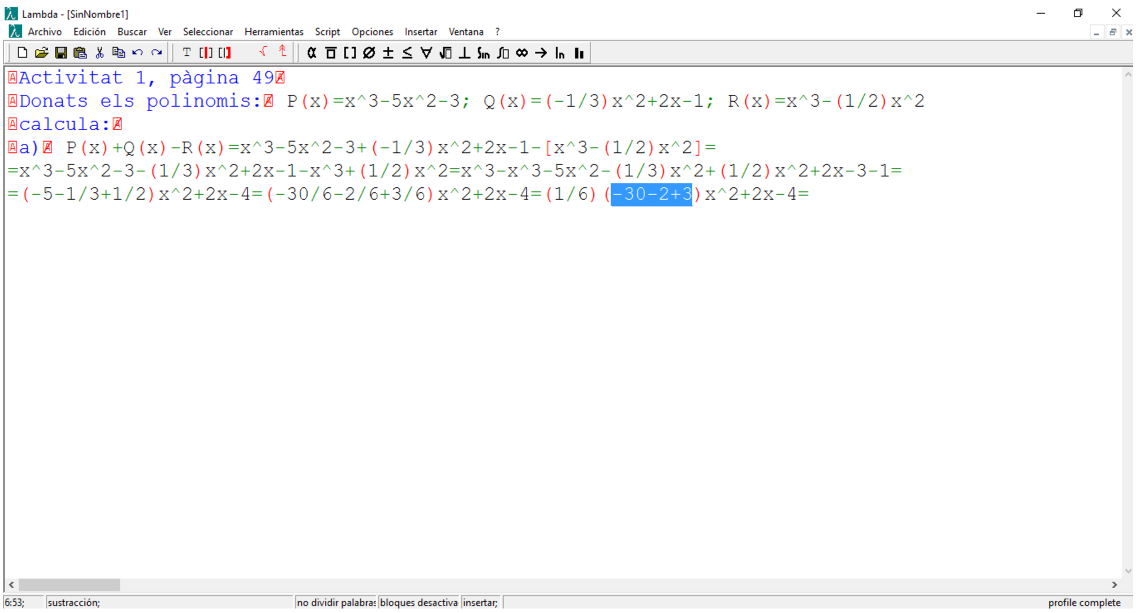


Figura 7: Continuació de l'exemple de la figura 6

Fer el mínim comú múltiple de l'operació que hem ficat anteriorment en la calculadora, extraure la fracció com a factor comú, i calcular només amb nombres enters (figures 8, 9 i 10).

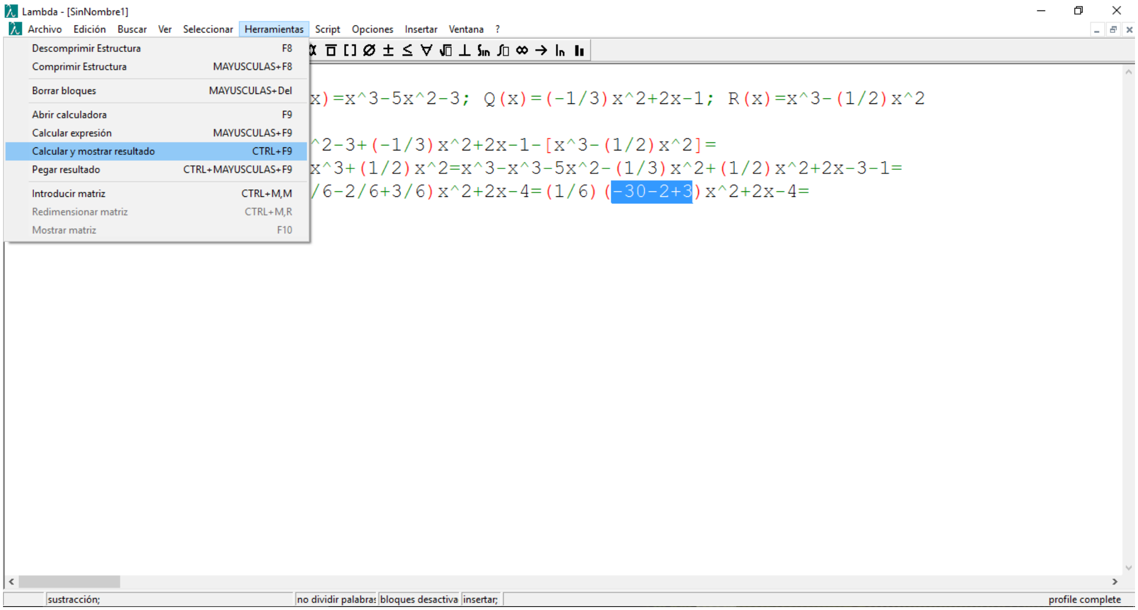


Figura 8: Continuació de l'exemple de la figura 7

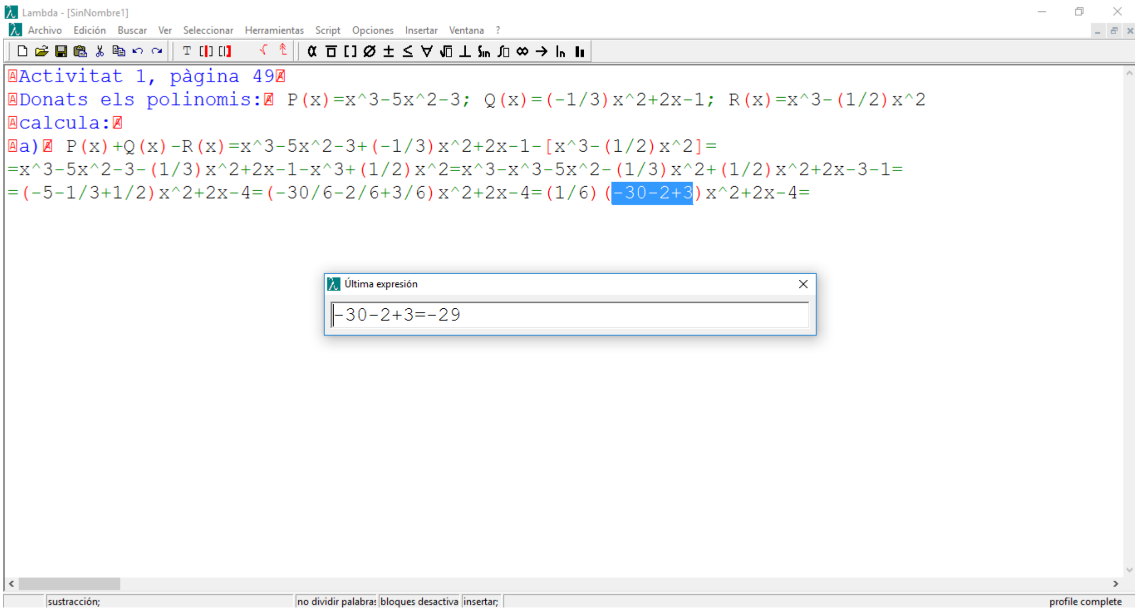


Figura 9: Continuació de l'exemple de la figura 8

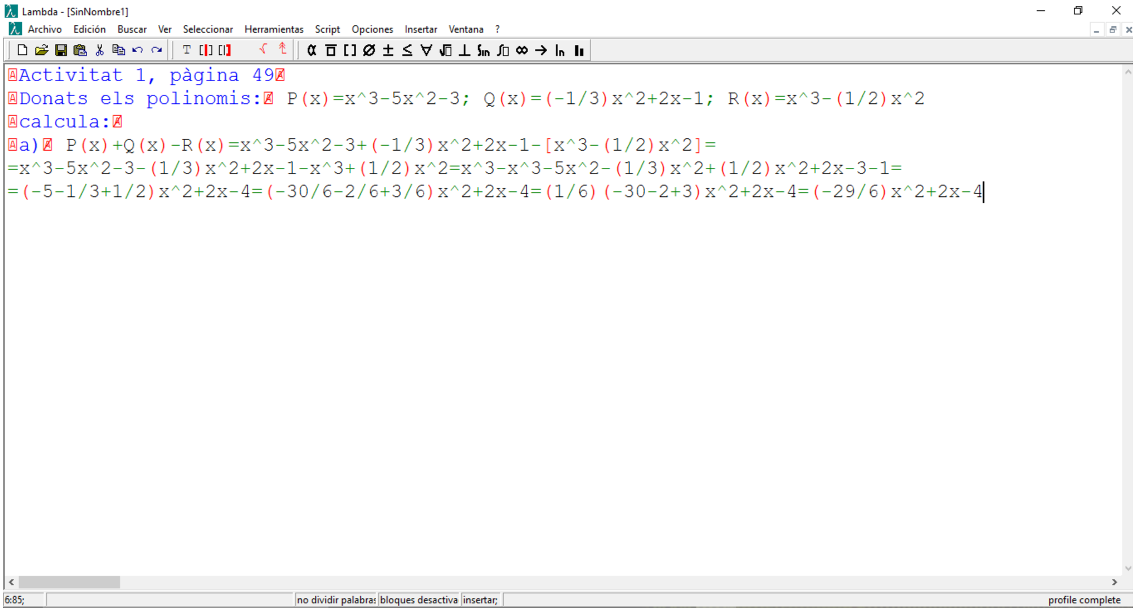


Figura 10: Continuació de l'exemple de la figura 9

D'aquesta manera la solució és més correcta.

Exemple 2:

A continuació es veurà un exemple d'un producte entre dos polinomis (figura 11).

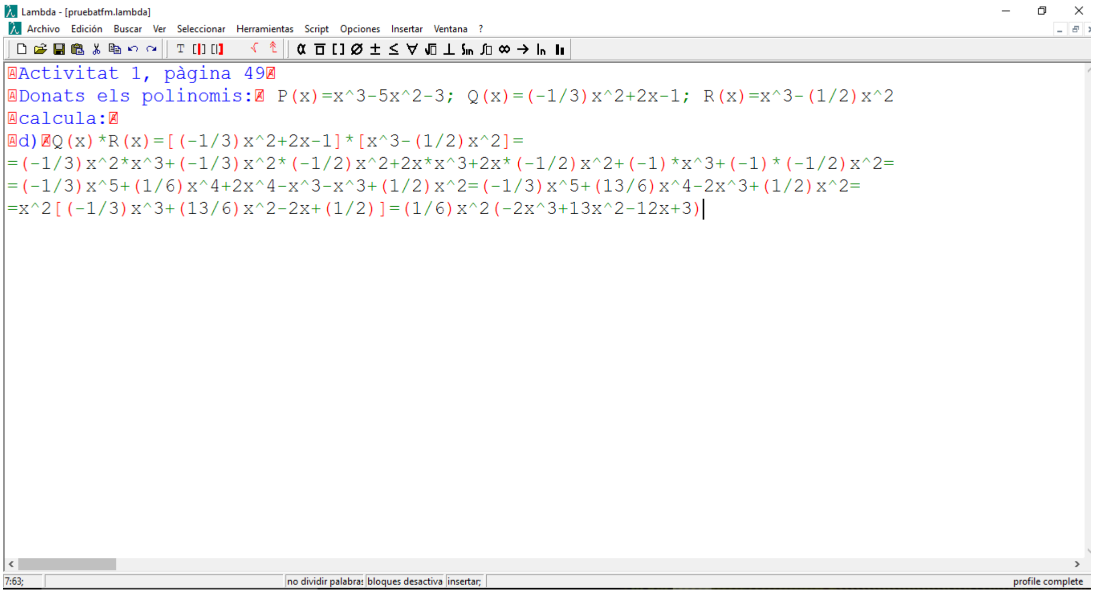


Figura 11: Exemple de producte de dos polinomis amb Lambda

Com es mostra en la figura 11, per a fer el producte entre dos polinomis primer es multiplica terme a terme tenint molta cura, ja que una persona invident ha de recórrer la *Línia Braille* cada volta que efectua una multiplicació, aleshores és més costós que per a una persona vident. L'operador multiplicació en *Lambda* és denota com $*$. Una volta feta la multiplicació operem els monomis amb mateix grau, ja siga mentalment o utilitzant la calculadora associada a *Lambda*. Després, per a que el resultat quede de manera més correcta extraiem factor comú, i a més, per qüestió d'estètica, evitem les fraccions dins del parèntesi.

Exemple 3:

En aquest exemple trobarem el quocient i el residu d'una divisió:

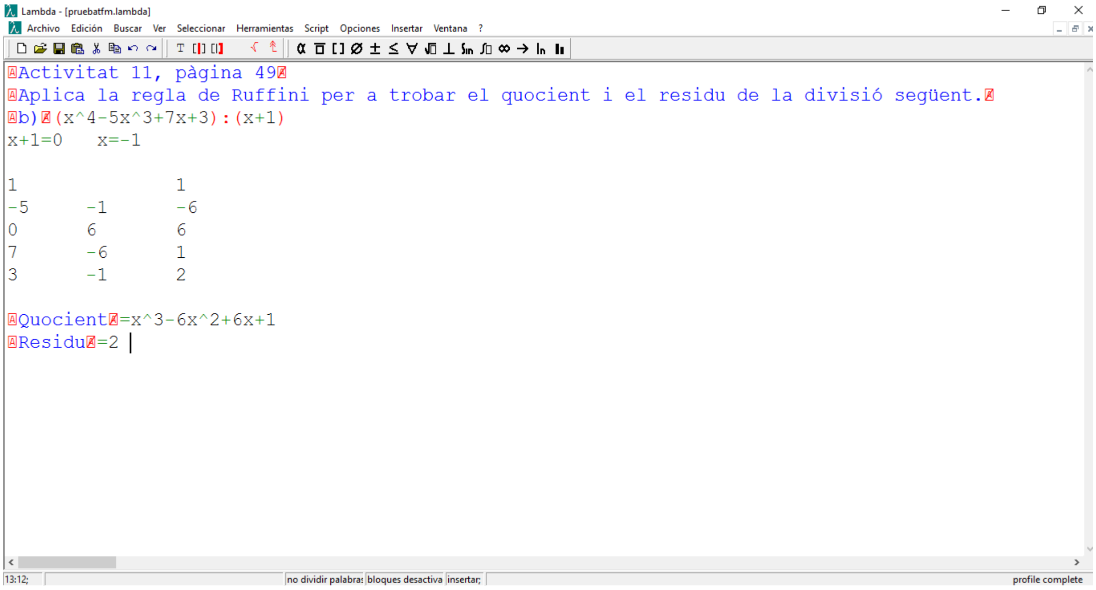


Figura 12: Exemple de divisió amb Lambda

Com ens mostra la figura 12, per a l'aplicació de la regla de Ruffini en *Lambda* es col·loquen els nombres en vertical en compte d'horitzontal, que és com es faria en llapis i paper. Aquesta manera de fer-lo la vaig aprendre de la professora de l'alumna invident de 4t d'ESO D de l'IES Gilabert de Centelles. Em va dir que d'aquesta manera l'alumne invident va operant baixant línia a línia, i no passant de columna en columna, ja que treballar per columnes en la *Línia Braille* és més costos. El primer que es fa és aïllar la x del divisor per a saber per quin nombre multiplicarem a l'hora d'aplicar la regla de Ruffini, després col·loquem els coeficients del polinomi dividend a la primera columna (correspon a la primera fila de l'aplicació de la regla de Ruffini en llapis i paper) i després traslladem el primer coeficient a la tercera columna (a la tercera fila el ficaríem si estiguérem fent-ho en llapis i paper). Ara procedim a multiplicar el primer coeficient pel nombre que ens ha eixit en aïllar la x del divisor, en aquest cas, -1. El nombre resultant d'aquest producte el fiquem en la segona columna, en la fila on es troba el segon coeficient, i sumem aquests dos, el resultat d'aquesta suma el ficarem en la mateixa fila però en la tercera columna. Després repetirem el procediment fins a aplegar al final. Els coeficients del polinomi quocient seran els que es troben a final de cada línia, llevat de l'últim nombre, que eixe serà el residu de la divisió.

Exemple 4:

En aquest exemple veurem com es factoritza un polinomi de 2n grau:

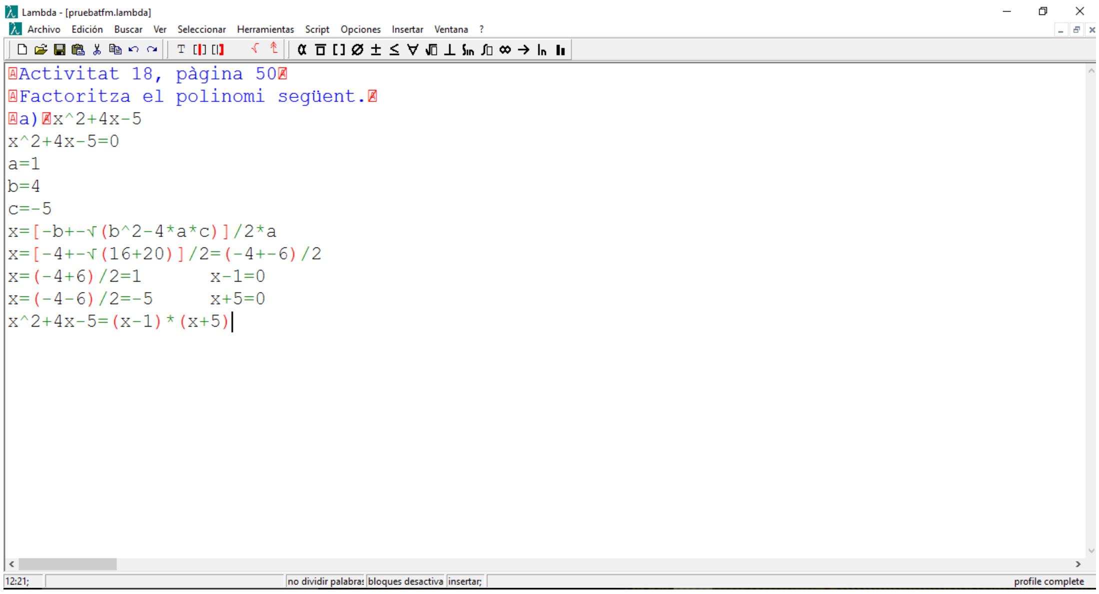


Figura 13: Exemple de factorització d'un polinomi de 2n grau amb Lambda

Com veiem en la figura 13, per a factoritzar un polinomi de segon grau no cal aplicar la regla de Ruffini, simplement aplicant la fórmula per a la resolució d'equacions de segon grau completes ja ho tindrem. Per a introduir l'arrel quadrada en *Lambda* cal polsar *Control+r* i ens apareix $\sqrt{}$. En el cas que foren equacions de segon grau incompletes, només cal extraure factor comú i aïllar x, o aïllar x directament, segons del tipus que siguen.

En aquest cas tenim un polinomi de segon grau, aleshores hem aplicat aquesta fórmula. Primerament s'iguala a zero el polinomi, ja que la intenció és treure les arrels per a poder factoritzar-lo, després s'indiquen els coeficients del polinomi, així una persona invident no ha d'estar buscant el polinomi cada volta quan està gastant la fórmula. Pas seguit s'apunta la fórmula a utilitzar- fórmula que en 4t d'ESO ja deurien conèixer-la tots els i les alumnes ja que s'introdueix en cursos anteriors-, i s'opera per a treure les arrels. En aquest cas no ens les pregunta, però es ben clar que les arrels són 1 i -5. Per últim igualem a zero per a poder ficar el polinomi inicial com a producte de polinomis, aleshores ja l'hem factoritzat.

Exemple 5:

Seguidament es veurà com es factoritza un polinomi de tercer grau, en les figures 14 i 15.

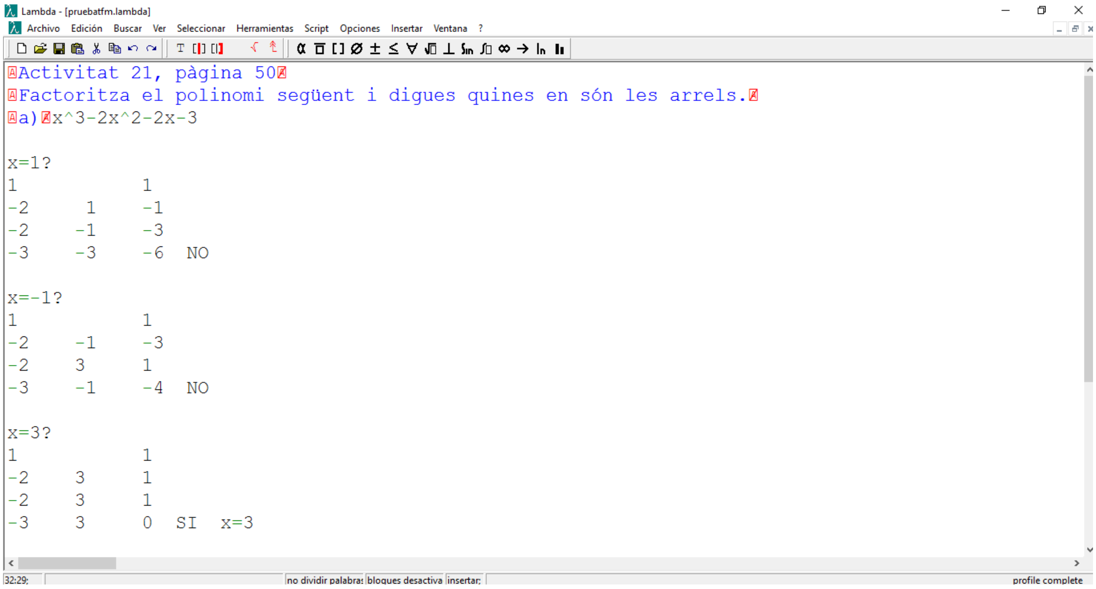


Figura 14: Exemple de factorització d'un polinomi de 3r grau amb Lambda

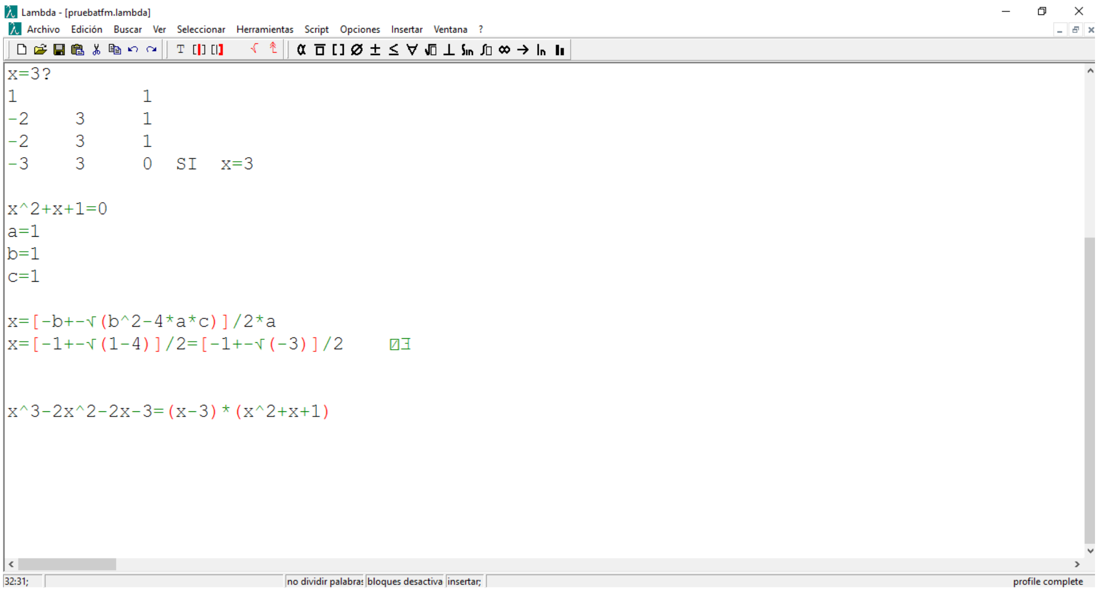


Figura 15: Continuació de l'exemple de la figura 14

Com veiem en les figures 14 i 15, per a factoritzar un polinomi de grau tres (o més) cal aplicar la regla de Ruffini. Com a possibles arrels provem amb els divisors de 3, i ens ix que l'única arrel real que té aquest polinomi és 3. Quan hem aplegat a un polinomi de segon grau hem decidit aplicar la fórmula per a la resolució d'equacions de segon grau completes, però ens ha eixit que no existeix, ja que ixen solucions complexes i en aquest moment encara no s'estudien els nombres complexes. Aleshores la factorització s'ha quedat com es veu a l'últim de la figura 15.

Exemple 6:

L'exemple de divisibilitat de polinomis el veurem junt a l'exemple de fraccions algebraiques, ja que per a operar fraccions algebraiques cal treure el mínim comú múltiple dels denominadors de les fraccions, i ací estem aplicant la divisibilitat de polinomis (figura 16).

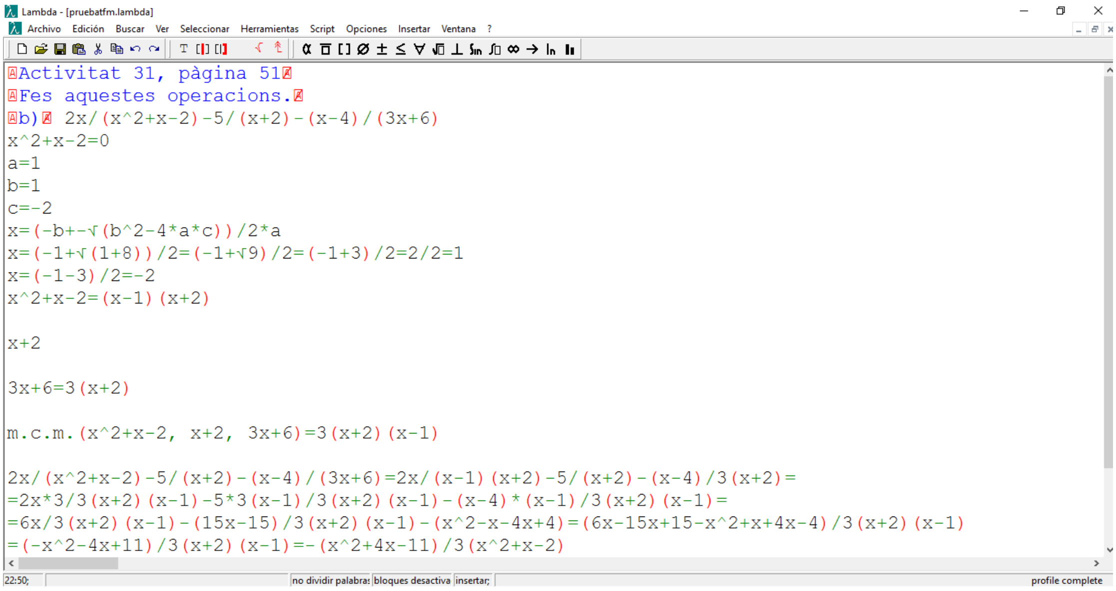


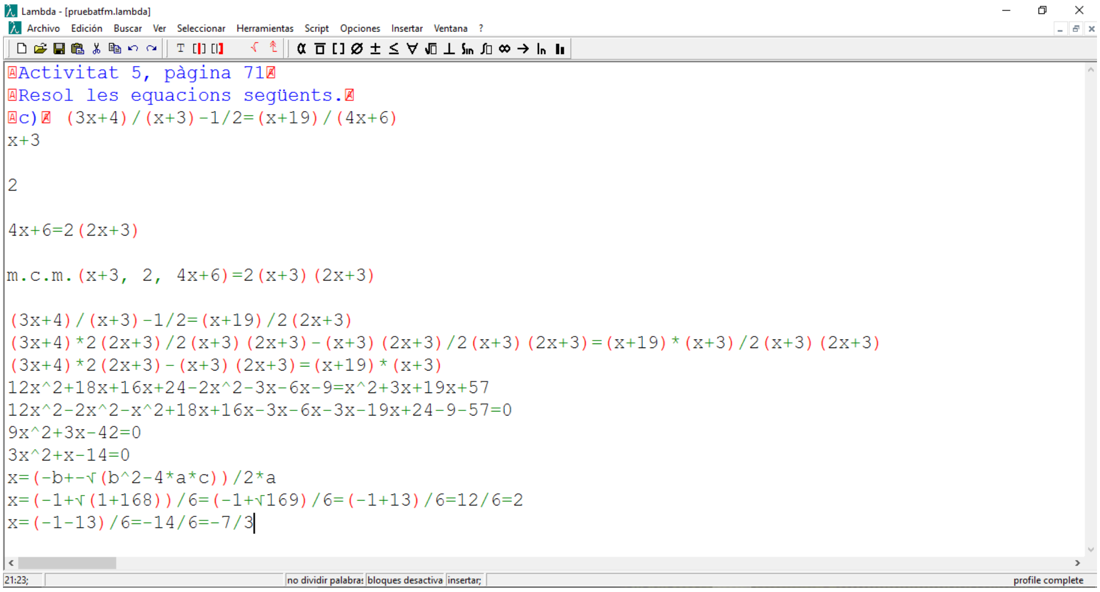
Figura 16: Exemple de divisibilitat de polinomis amb Lambda

Com es veu en la figura 16, el primer que hem de fer és la descomposició en factors, si es pot, de cada un dels denominadors de cada fracció, i després treure el mínim comú múltiple d'aquests per a poder operar les fraccions. El pas següent és ficar totes les fraccions amb denominador el mínim comú múltiple que hem tret, i ja que modifiquem el denominador hem de modificar el numerador multiplicant-lo pel mateix que hem multiplicat el denominador original. D'aquesta manera ja podem operar el numerador, simplificant-lo el màxim possible. Per últim, si és pot, simplificar la fracció resultant.

6.2 Equacions, inequacions i sistemes

Exemple 7:

En aquest exemple veurem la resolució d'una equació amb x en el denominador (figura 17).



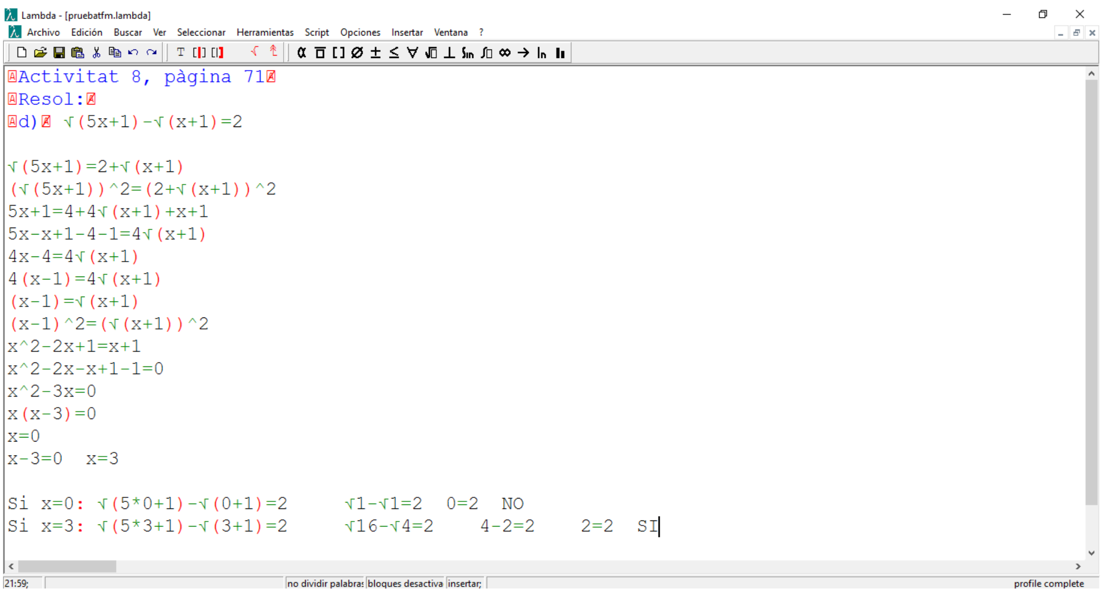
```
Activitat 5, pàgina 71
Resol les equacions següents.
c) (3x+4)/(x+3)-1/2=(x+19)/(4x+6)
x+3

2

4x+6=2(2x+3)

m.c.m.(x+3, 2, 4x+6)=2(x+3)(2x+3)

(3x+4)/(x+3)-1/2=(x+19)/2(2x+3)
(3x+4)*2(2x+3)/2(x+3)(2x+3)-(x+3)(2x+3)/2(x+3)(2x+3)=(x+19)*(x+3)/2(x+3)(2x+3)
(3x+4)*2(2x+3)-(x+3)(2x+3)=(x+19)*(x+3)
12x^2+18x+16x+24-2x^2-3x-6x-9=x^2+3x+19x+57
12x^2-2x^2-x^2+18x+16x-3x-6x-3x-19x+24-9-57=0
9x^2+3x-42=0
3x^2+x-14=0
x=(-b+-√(b^2-4*a*c))/2*a
x=(-1+√(1+168))/6=(-1+√169)/6=(-1+13)/6=12/6=2
x=(-1-13)/6=-14/6=-7/3
```

Figura 17: Resolució d'una equació racional amb Lambda

Per a la resolució de l'equació de la figura 17, hem fet el mínim comú múltiple dels denominadors de tota l'equació. Una volta hem modificat numerador i denominador de totes les fraccions, hem "eliminat" els denominadors ja que en les dos parts del signe igual (=) era el mateix. En el següent pas hem operat el que ens ha quedat fins obtenir una equació de segon grau, la qual hem resolt mitjançant la fórmula per a la resolució d'equacions de segon grau completes.

Exemple 8:

Ara veurem un exemple de la resolució d'una equació afectada amb arrels quadrades (figura 18).



```
Activitat 8, pàgina 71
Resol:
d) √(5x+1)-√(x+1)=2

√(5x+1)=2+√(x+1)
(√(5x+1))^2=(2+√(x+1))^2
5x+1=4+4√(x+1)+x+1
5x-x+1-4-1=4√(x+1)
4x-4=4√(x+1)
4(x-1)=4√(x+1)
(x-1)=√(x+1)
(x-1)^2=(√(x+1))^2
x^2-2x+1=x+1
x^2-2x-x+1-1=0
x^2-3x=0
x(x-3)=0
x=0
x-3=0   x=3

Si x=0: √(5*0+1)-√(0+1)=2     √1-√1=2   0=2   NO
Si x=3: √(5*3+1)-√(3+1)=2     √16-√4=2     4-2=2     2=2   SI
```

Figura 18: Exemple d'una equació afectada per arrels quadrades amb Lambda

Veiem en la figura 18 que l'editor *Lambda* ens facilita operadors com l'arrel quadrada, que en un exemple anterior hem explicat com introduir-la. Per a resoldre equacions amb radicals el que hem de fer és col·locar l'expressió amb arrel a un costat de l'igual i tot el demés a l'altre, per a poder fer el quadrat dels dos costats, així l'arrel en el quadrat desapareix, i a l'altre costat hem d'aplicar identitats notables, en aquest cas $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Com pot passar en el nostre cas, en tindre dos arrels en l'equació, hem de tornar a deixar l'expressió amb arrel a un costat de l'igual i tot el demés a l'altre, per a tornar a repetir el procediment. Una volta encontrats els valors d'x, comprovarem si són solució de l'equació original o no, i ens quedarem, òbviament, en el que compleix la igualtat. Com veiem treballarem baixant de línia cada volta que realitzem un pas, ja que resulta menys costos en treballar en la *Línia Braille*, a més de ficar parèntesi dins de cada arrel si ens referim a un polinomi, per a evitar confusió.

Exemple 9:

Ara es veurà un exemple de com és resol una equació exponencial (figura 19).

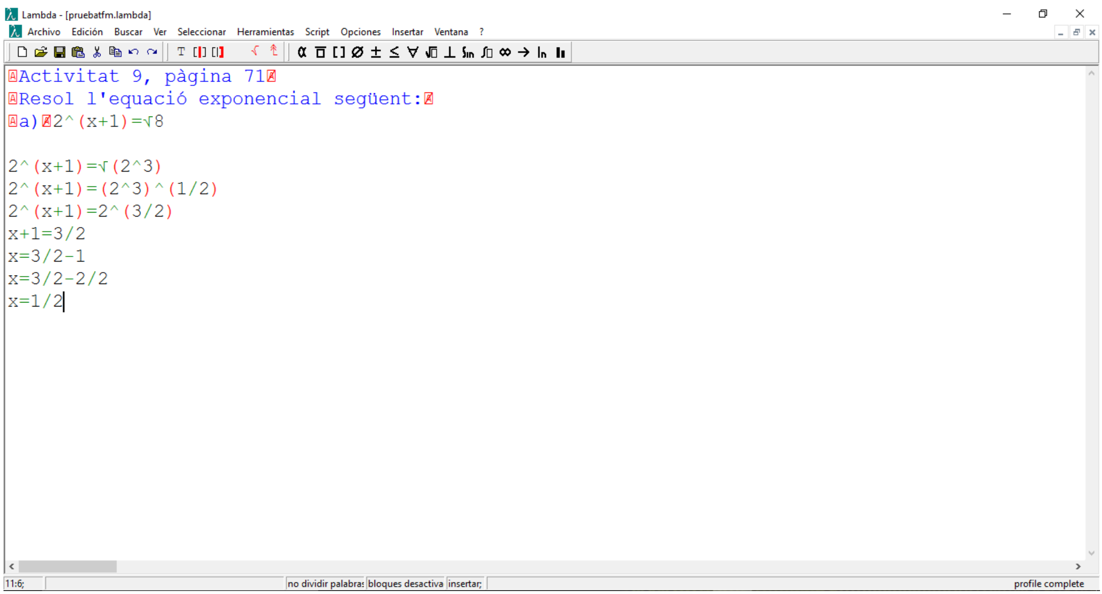


Figura 19: Exemple de resolució d'una equació exponencial amb Lambda

Per a resoldre una equació exponencial com la del exemple de la figura 19, hem d'aconseguir que l'expressió que no està en forma exponencial es puga convertir i, a més, coincidisca amb la mateixa base que l'expressió exponencial, per a poder igualar els exponents i encontrar el valor de x. En activitats com aquestes l'únic diferent a com es faria en llapis i paper és a l'hora d'elevar al quadrat saber que hem de teclejar

^, que significa “elevat a”, i si a més l’exponent és un polinomi, cal ficar-lo entre parèntesi per a evitar confusió.

Exemple 10:

Seguidament veurem com es resol un sistema d’equacions lineal amb *Lambda* (figures 20 i 21).

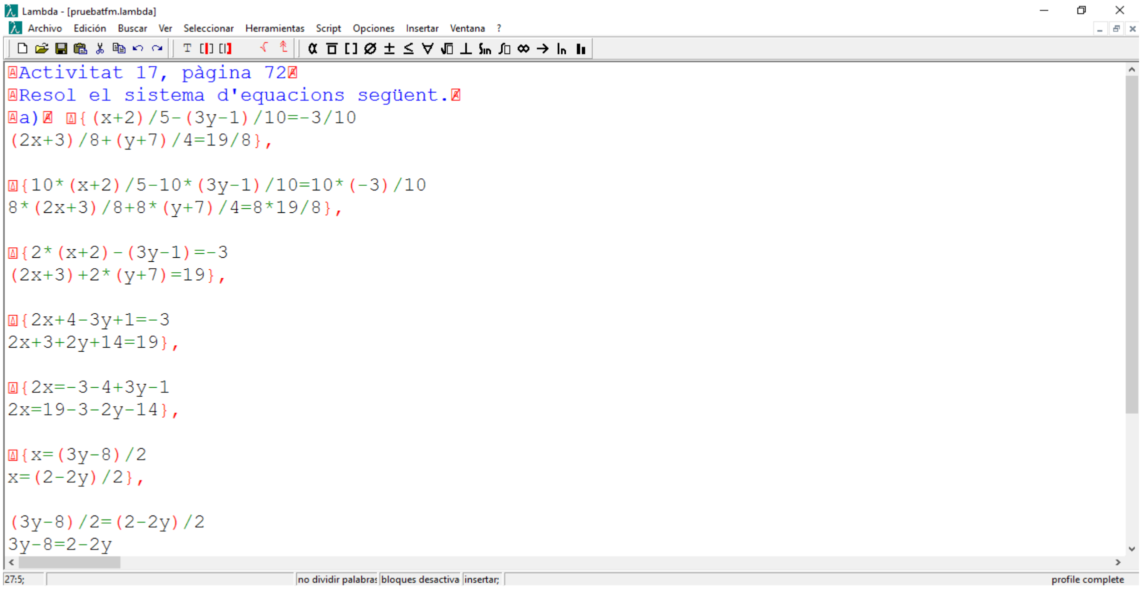


Figura 20: Exemple de resolució d’un sistema d’equacions lineals amb Lambda

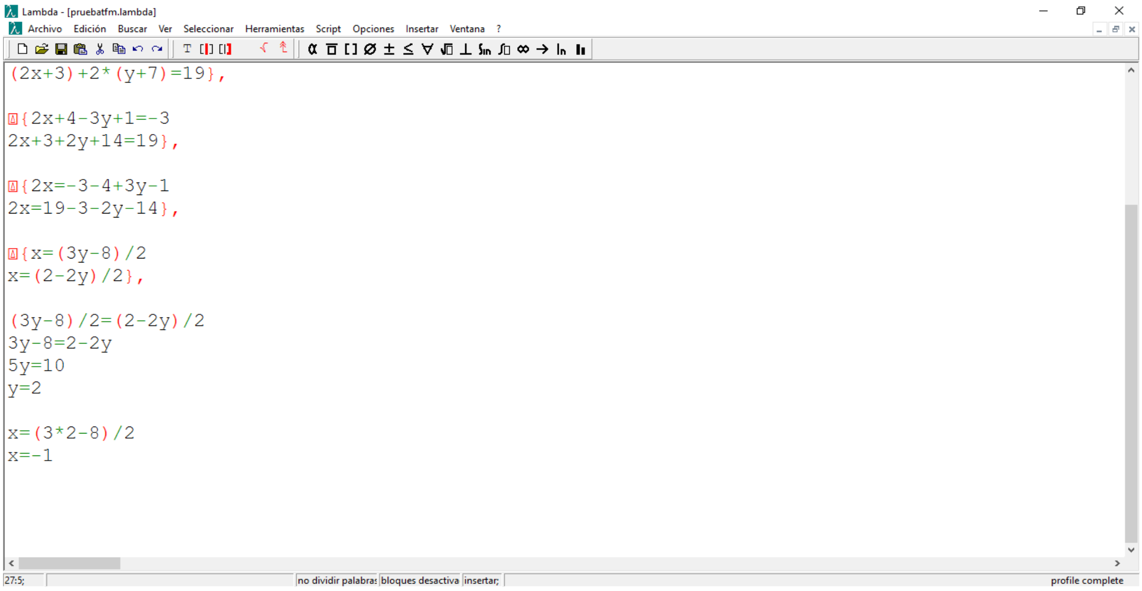


Figura 21: Continuació de l’exemple de la figura 20

Com es mostra en les figures 20 i 21, *Lambda* té un element per a incloure sistemes d’equacions, només cal polsar *Control+Majúscula+s* i ens apareixen les claus per a poder introduir les equacions dintre. Hem decidit resoldre aquest sistema pel mètode d’igualació. El primer que hem fet és “eliminar” denominadors per a treballar amb menys dificultat, i després hem aïllat x de cada equació per a poder igualar-les. Una volta tret el valor de y, hem agafat una de les dues equacions per a, substituint y, treure el valor de x.

Exemple 11:

En aquest exemple veurem com es resol un sistema d'equacions no lineals (figura 22).

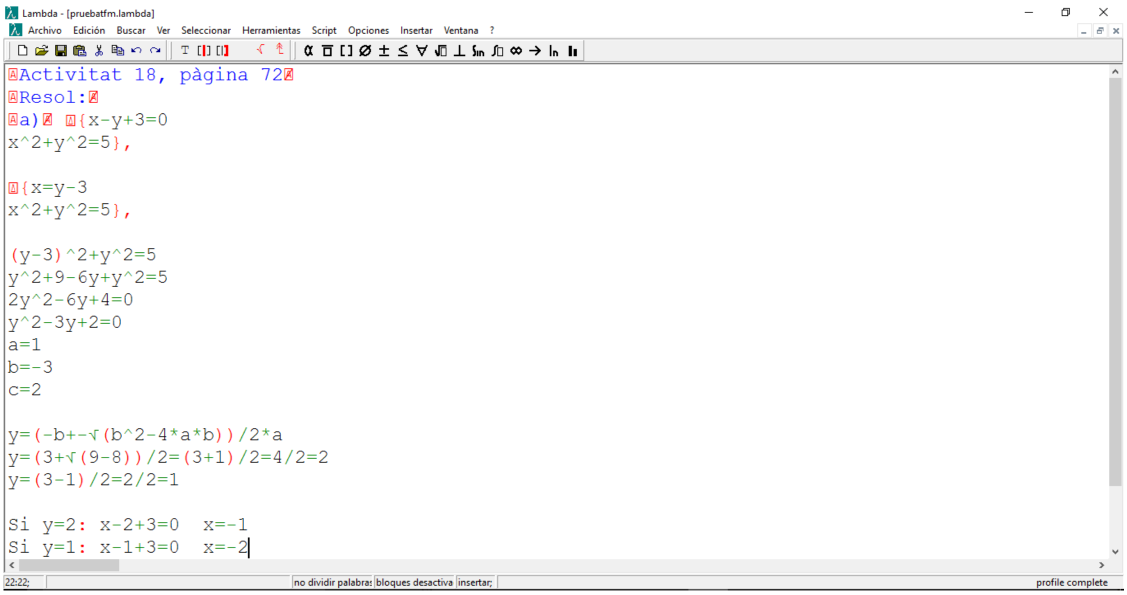
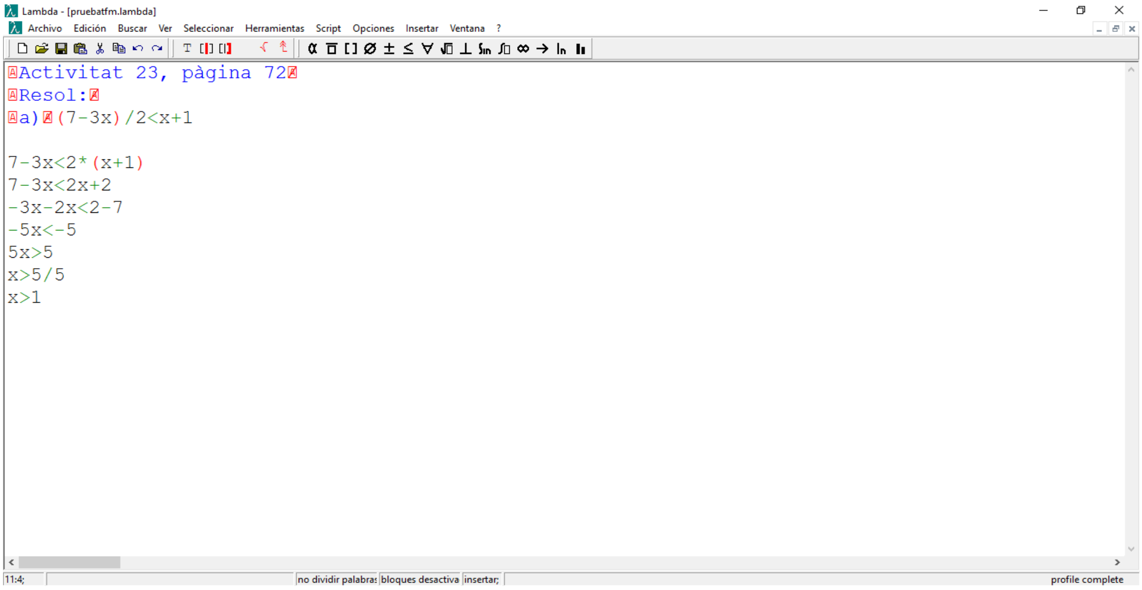


Figura 22: Exemple de resolució d'un sistema d'equacions no lineals amb Lambda

En la figura 22 tenim un sistema d'equacions no lineals, format per una equació lineal i una altra quadràtica. Per a la resolució d'aquest tipus de sistemes cal aïllar una de les incògnites de la equació lineal i aplicar el mètode de substitució, és a dir, substituir en l'equació no lineal. Com és clar, ens ixen dos valors per a cada incògnita.

Exemple 12:

Ara veurem com es resol una inequació de primer grau (figura 23).



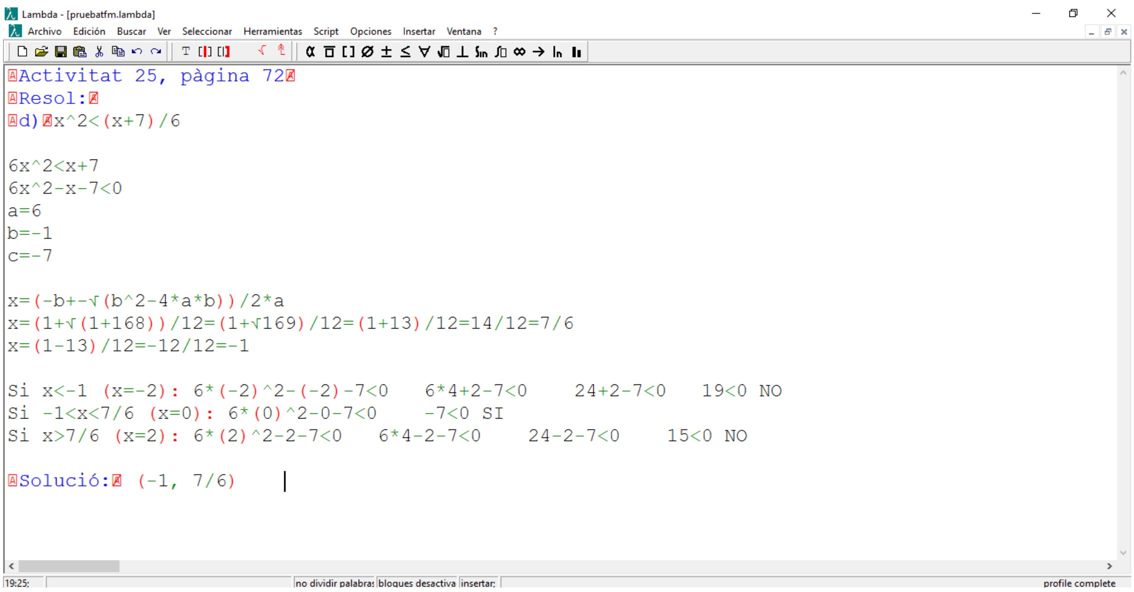
```
Activitat 23, pàgina 72
Resol:
a) (7-3x)/2<x+1

7-3x<2*(x+1)
7-3x<2x+2
-3x-2x<2-7
-5x<-5
5x>5
x>5/5
x>1
```

Figura 23: Resolució d'una inequació de 1r grau amb Lambda

Per a la resolució d'una inequació de primer grau com la de la figura 23, s'opera igual que per a la resolució d'una equació de primer grau però respectant la desigualtat. En el moment que volíem canviar el signe del coeficient de la x, no és prou canviar el signe dels dos costats de la inequació, perquè estaríem canviant l'enunciat de la inequació, hem de canviar el signe de la desigualtat també, per a que conserve el sentit que tenia la inequació original.

Exemple 13:

En aquest exemple veurem la resolució d'una inequació de segon grau (figura 24).



```
Activitat 25, pàgina 72
Resol:
d) x^2<(x+7)/6

6x^2<x+7
6x^2-x-7<0
a=6
b=-1
c=-7

x=(-b+-√(b^2-4*a*b))/2*a
x=(1+√(1+168))/12=(1+√169)/12=(1+13)/12=14/12=7/6
x=(1-13)/12=-12/12=-1

Si x<-1 (x=-2): 6*(-2)^2-(-2)-7<0    6*4+2-7<0     24+2-7<0    19<0 NO
Si -1<x<7/6 (x=0): 6*(0)^2-0-7<0     -7<0 SI
Si x>7/6 (x=2): 6*(2)^2-2-7<0    6*4-2-7<0     24-2-7<0     15<0 NO

Solució: (-1, 7/6)
```

Figura 24: Exemple de resolució d'una inequació de 2n grau amb Lambda

Com es mostra en la figura 24, el primer que fem és “arreglar” la inequació per a que ens quede de la forma $ax^2 + bx + c < 0$, i obtenim les arrels de l’expressió de segon grau. Amb aquestes arrels definim tres trams $(-\infty, -1)$, $(-1, {}^{7}/_{6})$ i $({}^{7}/_{6}, +\infty)$, i estudiem el signe de la inequació en algun valor de cada tram, veient si s’hi compleix o no la desigualtat.

Exemple 14:

Per últim veurem com es resol un sistema d’inequacions lineals amb *Lambda* (figures 25 i 26).

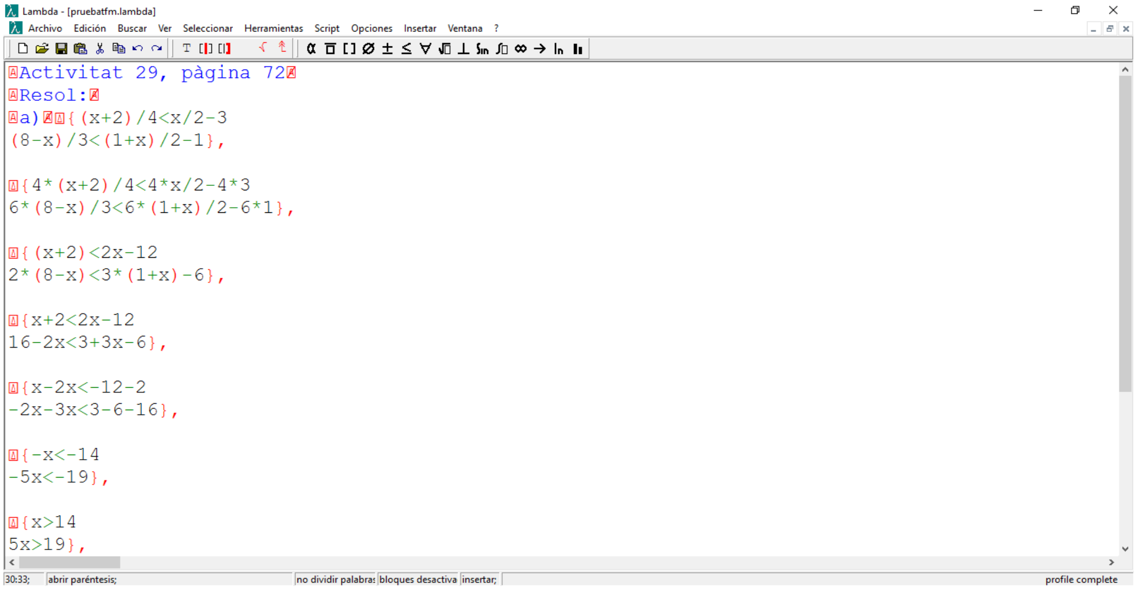


Figura 25: Exemple de resolució d’un sistema d’inequacions lineals amb Lambda

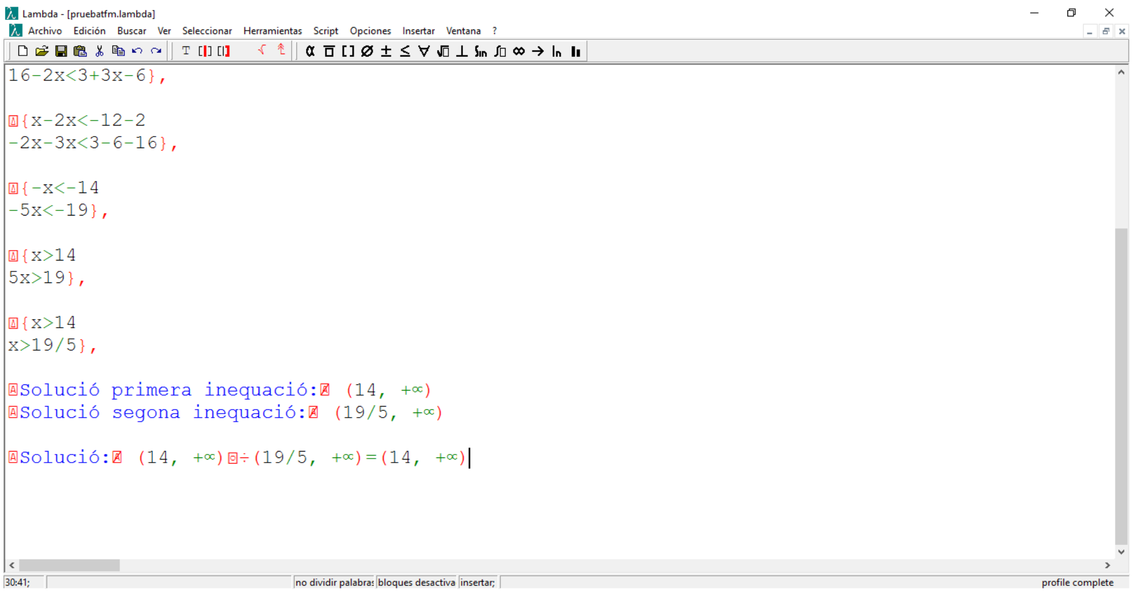


Figura 26: Continuació de l’exemple de la figura 25

En les figures 25 i 26 es mostra que un sistema d'inequacions es resol de manera similar a un sistema d'equacions, però respectant les desigualtats com hem explicat en un exemple anterior. Una volta apleguem a la solució de cada inequació, s'ha de fer la intersecció d'aquestes per a mostrar la solució final. En llapis i paper el símbol intersecció és ∩, però en *Lambda* es denota com es veu al final de la figura 26, entre els dos intervals. Per a introduir la intersecció, una persona invident polsarà F5 i eixirà un llistat d'elements que ofereix *Lambda*, aleshores escriurà "intersecció", i polsarà la tecla "enter" del teclat *qwerty*, així ja tindrà el símbol intersecció en la pantalla. Hi ha que dir que la *Línia Braille* i del revisor de pantalla *Jaws* facilitarà la feina.

7. Conclusions

Com a conclusió diré que aquests instruments i eines són de gran ajuda per a aquelles persones invidents que vullguen aprendre matemàtiques avui en dia.

Només amb l'experiència personal que vaig viure a l'IES Gilabert de Centelles, aquest treball haguera estat incomplet ja que desconeixia informació inicial que m'ha aportat (del Campo, 1986) com és la forma de treballar que tenien les persones invidents abans de l'existència de l'editor *Lambda*. Encara que abans es podien fer matemàtiques també ja que la *Línia Braille* ja existia i es gastava junt a la màquina *Perkins*, no hi havia manera que persones vidents i invidents es pogueren comunicar, a no ser que la persona vident coneguera el codi Braille, ja que la màquina *Perkins* no traduïa aquest codi.

Gràcies a (Sala, 1996) podem conèixer els inicis de la simbologia algebraica en Braille. I gràcies a aquest llibre i a l'experiència personal puc dir que es conserva la situació de l'alumnat cec a l'aula. A l'invident li resulta més pesat aprendre matemàtiques que al vident per totes les dificultats que es troba pel camí. Avui en dia el grau d'eixes dificultats és menor gràcies a les noves tecnologies.

Aquests dos llibres esmentats anteriorment han estat de gran ajuda per a la realització d'aquest treball però així i tot no he pogut servir-me d'ells per a parlar de com aprenen les persones invidents matemàtiques avui en dia ja que no existien les noves tecnologies que existeixen en l'actualitat.

Per a parlar d'aquestes noves tecnologies m'he basat en (Díaz, 2011) el qual parla de la tiflotecnologia, terme molt important en aquest treball com es mostra en un apartat anterior.

L'editor *Lambda* i la seva gran importància en l'aprenentatge de matemàtiques per a persones invidents ens l'ha presentat (Carenas, 2011). La *Línia Braille* junt a aquest editor fan possible la comunicació entre persones vidents i invidents, i a més l'editor *Lambda* ofereix molts elements matemàtics que permeten fer tot tipus de matemàtiques.

Cal nomenar també el revisor de pantalla *Jaws*, ja que com ja he explicat en algun moment, tornar enrere en la *Línia Braille* per a poder llegir qualsevol expressió escrita anteriorment, pot fer-se costós, de manera que *Jaws* ens ho transmeteix oralment.

8. Opinió personal

Fer aquest treball m'ha agradat molt ja que he pogut resoldre molts dubtes que se'm platejaven durant el període de pràcticum a l'IES Gilabert de Centelles. He pogut conèixer els inicis del plantejament d'aquest tema, matemàtiques per a invidents, que desconeixia per complet.

D'alguna manera aquest treball és una ajuda per a qualsevol professor/a que algun dia es trobe amb un alumne cec a la seva aula, o per a qualsevol persona amb curiositat per aquest tema.

Investigar sobre l'editor *Lambda* és el més important que he fet en aquest treball, i on he invertit moltes hores, és un altre món totalment desconegut per a moltes persones encara que de fàcil enteniment, per això anime a les persones relacionades en matemàtiques a que li peguen una ullada ja que en un futur lis pot servir d'ajuda.

Trobar-me amb la diversitat, en aquest cas visual, m'ha suposat experimentar un avanç personal de sensibilitat cap a aquest món, que quan no el tens a prop, curiosament està molt allunyat del teu dia a dia. Endinsar-me en els entrebancs que aquestes persones poden experimentar, i esforçar-me per posar-me en les seves sabates (encara que veient) treballant amb la tecnologia que ells i elles han de treballar necessàriament cada dia, m'ha aportat una satisfacció especial difícil d'explicar.

Bibliografía

Carenas, J. M. & del Campo, J.E.F. (2011). El editor Lambda para matemáticas. *Integración. Revista sobre discapacidad visual.*, 7.

del Campo, J. E.F. (1986). *La enseñanza de las matemáticas a los ciegos.* Madrid: Grfol.

Díaz, M. C., del Campo, J.E.F., Villalobos, J.G., López, E.G. & García-Maroto, F.M. (2011). Las aulas actuales: tecnología digital y discapacidad. *Integración. Revista sobre la discapacidad visual.*, 9.

Jiménez, J. C., González, M.J.O., Albero, I.G. & Cañas, R.C. (2016). *4º ESO Matemàtiques orientades als ensenyaments acadèmics.* Madrid: GRUPO ANAYA S.A.

Sala, N. R., Espallargas, J.M.N. & del Campo, J.E.F. (1996). *Matemáticas y diferencia sensorial.* Madrid: Síntesis.

Villey, P. (1946). *El mundo de los ciegos.* Barcelona: Claridad.