

## APLICACIONES DEL DIAGRAMA DE LOEDEL

POF ROBERTO MERCADER

Se analiza el choque de Lewis Tolman y la paradoja de los mellizos mediante el diagrama de Loedel.

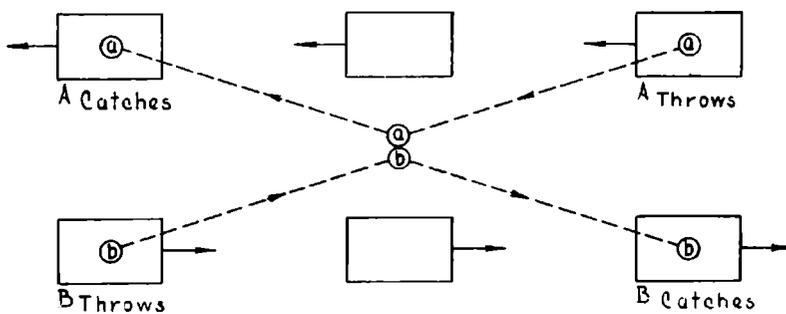
Desde 35 años aproximadamente el Dr. Enrique Loedel ha venido publicando en español en diversas revistas especializadas de Argentina y Uruguay variados aspectos de la Teoría de la Relatividad. Entre estos trabajos se ha destacado por su sencillez un método gráfico para manejar la transformación de Lorentz que permite visualizar los pormenores de los distintos problemas. La recopilación de los problemas resueltos por ese método gráfico, que llamo diagrama de Loedel apareció actualizada hasta 1955 en el libro "Física Relativista" del mismo autor. Faltan allí la solución de los problemas mencionados, objeto de este trabajo. La paradoja de los mellizos ha tomado vigencia a partir de 1959 <sup>(1)</sup>. Sin embargo, la motivación esencial es revalidar el mérito de prioridad científica del Dr. Enrique Loedel.

Robert W. Brehme <sup>(2)</sup> publica una ligera variante del diagrama de Loedel, sin mencionarlo; poco más tarde Francis W. Sears <sup>(3)</sup> con el título "Some applications of the Brehme diagram" se refiere al mismo tema sin mencionar a Loedel.

### EL CHOQUE LEWIS TOLMAN:

A efectos de su comparación he procurado seguir la notación del trabajo de Sears literalmente.

Dos observadores A y B idénticos, se mueven sobre dos paralelas al eje de las X en sentido contrario con velocidad relativa y uniforme  $v$ . Los dos arrojan perpendicularmente al eje  $x$  dos esfe-



(1) Robert H. Romer, Am. Journal Physics 27,131 (1959).

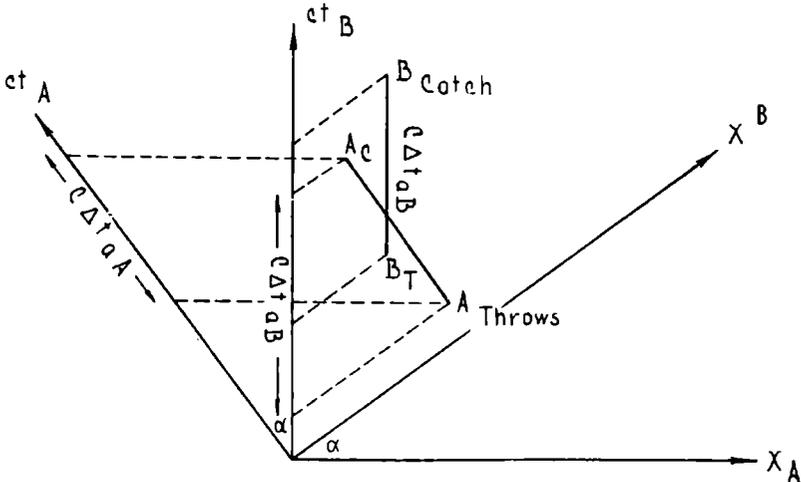
(2) Robert W. Brehme, Am. Journal Physics 30,489 (1962).

(3) Francis W. Sears, Am. Journal Physics 31,269 (1963).

ras elásticas perfectas de tal modo que las esferas chocan cuando los observadores están opuestos uno al otro y vuelven a reunirse con sus respectivos dueños.

Las esferas se distinguen con las letras a y b.

La figura 1b) es el diagrama Loedel del proceso. El ángulo  $\alpha$  entre  $X_A$  y  $X_B$  está determinado por  $\text{sen } \alpha = \frac{v}{c}$



$\Delta t_{aA}$  es el intervalo de tiempo medido en el sistema fijo al observador A entre el lanzamiento de la esfera a y su captación.

$\Delta t_{aB}$  es el intervalo de tiempo medido en el sistema fijo al observador B del mismo fenómeno. De la figura surge

$$\Delta t_{aA} = \Delta t_{aB} \cos \alpha = \Delta t_{bB}$$

Repetiendo el razonamiento de Tolman (4) la cantidad de movimiento es invariante; B llega a la conclusión que la esfera a se ha movido más lentamente que la b. Por consiguiente  $m_{aB} > m_{bB}$  para el observador B, siendo  $m_{aB}$  la masa de la esfera a para el observador B y  $m_{bB}$  la masa de la esfera b observada desde B

$$\frac{m_{aB}}{m_{bB}} = \frac{\Delta t_{aB}}{\Delta t_{bB}} = \frac{1}{\cos \alpha} \quad m_{bB} = m_{aB} \cos \alpha$$

#### PARADOJA DE LOS MELLIZOS:

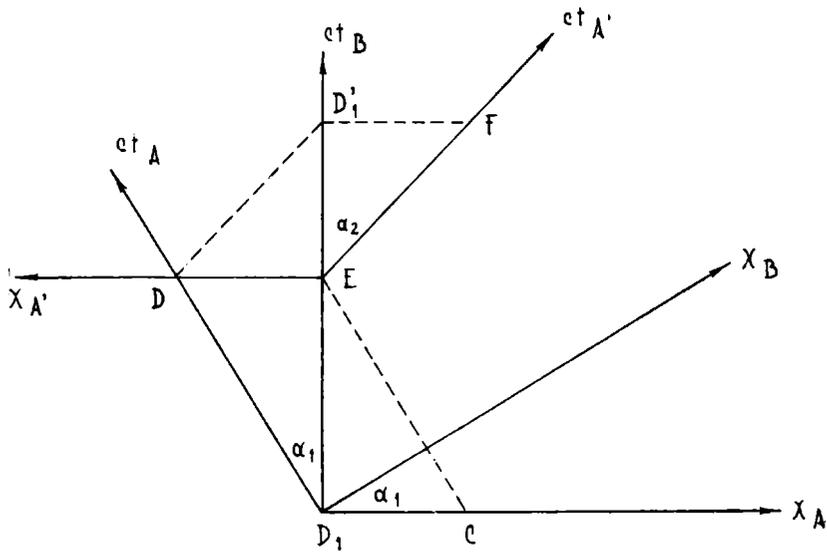
Sean los mellizos A fijo y B en movimiento relativo uniforme de velocidad  $v_1$ , construyamos el diagrama de Loedel con el ángulo

$$\text{sen } \alpha_1 = \frac{v_1}{c}$$

(4) Joos - Theoretische Physik.

Al llegar al suceso E de su línea de universo  $O_1E$  del sistema fijo a B, éste invierte su dirección de movimiento, moviéndose ahora hacia A con la velocidad relativa  $v_2'$ .

El eje de tiempos para el sistema B a partir del suceso E forma un ángulo  $\alpha_2$  dispuesto de modo tal que B se mueve en el plano  $(-X_A, Ct_A)$ .



El suceso E en el sistema fijo tiene por coordenada espacial  $O_1C$ ; el mellizo B volverá a reunirse con A a partir de E después de recorrer la distancia  $O_1C$  en sentido negativo.

Trazando a partir de D una paralela al eje  $Ct_A$ , se determina el suceso  $O_1$  que señala el reencuentro de los mellizos.

El tiempo de separación de los mellizos queda determinado para el sistema fijo A por la expresión.

$$\Delta t_{\text{fijo}} = O_1D + EF = \frac{O_1E}{\cos \alpha_1} + \frac{EO_1}{\cos \alpha_2}$$

Para el sistema móvil B es :  $O_1E + EO_1 = \Delta t_{\text{móvil}}$

$$\Delta t_{\text{móvil}} < \Delta t_{\text{fijo}}$$

## RELATIVIDAD, PRINCIPIO DE MACH Y ANTIGRAVITACION

Al cumplirse el primer aniversario de la muerte del profesor Dr. Enrique Loedel pretendo por intermedio de estas líneas rendir homenaje a la memoria de quien supo mantener en viva vigencia el interés inextinguible por la Teoría de la Relatividad. Llegó a nuestra Universidad de La Plata, con el propósito bien definido de estudiar Física; siguiendo el estímulo vocacional de esa generación de físicos, comenzó desde muy joven a especializarse en el estudio de la Teoría de la Relatividad y en el arte muy difícil de enseñarla.

Lo ligaron a ésta, su Patria de adopción, sus hijos, el cariño por la enseñanza y su amor a la libertad de pensamiento. Su fe y convicción ilimitada en la dialéctica científica lo embanderaron en el positivismo lógico de Bertrand Russell de cuyas ideas hizo un código moral.

Sus recursos didácticos congénitos y su cultura enciclopédica lo convertían en el profesor integral por excelencia, tarea que en última instancia se reduce a la formación de conceptos intelectuales mediante los cuales se pretenderá articular los hechos de la experiencia.

No se trataba sólo de una explicación de hechos físicos, la Teoría de la Relatividad venía acompañada de la crisis de conceptos intelectuales que se venían aceptando como inmutables desde el nacimiento mismo de la ciencia. Esa crisis produjo en su mente un impacto de proyecciones pedagógicas, pues no sólo quedaban rezagadas nuestras ideas sino también el ordenamiento de la enseñanza de la Física.

Que el siguiente debate se haya repetido muchas veces con ligeras variantes y en repetidas oportunidades no debe provocar ninguna extrañeza a quienes como alumnos le hemos conocido personalmente y como amigos perdonamos cualquier error cometido de buena fe.

M. — Posiblemente, doctor Loedel, usted está repitiendo en la enseñanza de la Física, la conducta de los enamorados que supeditan la dinámica vital al objeto que adoran.

L. — A pesar de sus objeciones he iniciado mis clases en Física General B, explicando Relatividad. En este sentido le aseguro que los estudiantes de Ingeniería entienden Relatividad restringida, ajeno todo a su argumentación sofística de la semana pasada que usted involucraba como la Razón de la sin razón.

M. — El éxito se debe a su acción personal; si usted iniciara el dictado de ese curso explicando mecánica cuántica o cualquier otro capítulo de la Física el éxito sería el mismo.

L. — Le agradezco su apreciación personal, pero con la Mecánica cuántica el problema es diferente, nunca he dispuesto del tiempo y entusiasmo para asimilarla de modo tal que pudiera atreverme a presentarla en público.

Existen en esa teoría aspectos subjetivos poco convincentes.

M. — Usted intenta desarraigar la idea preconcebida del tiempo absoluto adoptando una conducta coherente para toda clase de subjetivismo. Sin embargo recordemos que al terminar el siglo pasado todavía no era posible investigar las propiedades de los átomos individuales mediante experimentaciones. Como consecuencia de esa dificultad nació la Energética de Ostwald y Mach, que rechazaban la existencia del átomo como idea metafísica. Con las mediciones de Perrin, sobre movimiento Browniano inspiradas en ideas de Einstein, nació la Atomística con la muerte de la Energética.

L. — Usted ve que la Física sigue siendo experimental.

M. — Repetir una experiencia de Física es una tarea de ingeniería, idear una nueva experiencia de Física es el trabajo de los teóricos, físicos propiamente dicho. Desde 1934 estoy sondeando la literatura relativista con el objeto de planear una experiencia sencilla y convincente. Di comienzo a esta tarea analizando el supuesto que las estrellas fijas representan un sistema inercial de referencia. Ernst Mach, en su libro "Die Mechanik in ihrer Entwicklung" al criticar las distinciones de espacio y tiempo absolutas y relativas de Newton establece que la función que pueda desempeñar en nuestra mente el espacio absoluto es inseparable del papel que realizan las estrellas fijas. Esta observación lo lleva a asegurar que la inercia de un cuerpo en cualquier punto del Universo está determinada por las estrellas fijas que deben interpretarse como la distribución total de la materia en el Universo. Albert Einstein, fue el primero en llamar a esas afirmaciones Principio de Mach, sin embargo científicos y relativistas de la talla de Eddington, Whittaker, Bertrand Russell, Herman Weyl, etc., ven en él puro subjetivismo ajeno a nuestra intuición.

Se impone entonces la necesidad de una experiencia que demuestre la validez del principio de Mach, (G. Coconi y E. Salpeter, II Nuovo Cimento, Vol. X, N° 4 pág. 645).

La aceleración que experimenta un cuerpo tiene la dirección y sentido de la fuerza que la provoca. El cociente entre la fuerza y la aceleración, llamada masa inerte, es independiente de la dirección de la fuerza. La inercia es isotropa y la masa inerte es una magnitud escalar. Si el principio de Mach valiera, esas afirmaciones serían válidas en primera aproximación pues la concentración de materia en las cercanías del centro de nuestra Galaxia produciría asimetrías en el valor de la inercia. Esta asimetría se pondría de manifiesto en las variaciones diurnas del periodo de un reloj de cuarzo. Sin embargo, nuestras observaciones actuales limitan al reloj de cuarzo con una sensibilidad de 1 a  $10^8$ .

La experiencia propuesta por G. Coconi y Salpeter, consiste en la medición del desdoblamiento de los niveles de energía atómica en el

efecto Zeeman y su variación al cambiar la orientación diurna del campo magnético respecto al centro de la Galaxia.

Esto puede conseguirse girando el aparato u observando las variaciones siderales provocadas por la rotación de la Tierra.

L. — La verificación propuesta por Coconi y Salpeter, que usted desearía realizar tropezaría con inconvenientes difíciles de vencer en nuestro Instituto de Física y por su complejidad de interpretación no llenaría la finalidad didáctica que nos hemos propuesto.

M. — Usted debe estar en lo cierto pues a pesar del tiempo transcurrido desde su propuesta (1958) no tengo noticias de su realización.

Muy distinto ha sido el éxito obtenido por el efecto Mössbauer, que se ha convertido en el tema obligado de todos los laboratorios de Física Nuclear. El aspecto importante no reside en el descubrimiento de un proceso de emisión de radiación electromagnética libre de retroceso sino en el hecho que estos procesos liberan energía electromagnética definida con una precisión que llega al mismo principio de incertidumbre. Toda la energía de la transición se convierte en un rayo  $\gamma$ ; la dispersión en el valor de su energía queda determinada por el ancho de los niveles nucleares involucrados en la transición. Uno de estos niveles es invariablemente el estado fundamental de un isótopo estable cuyo ancho es en efecto cero. El otro es un nivel excitado de vida muy corta cuyo ancho o dispersión está vinculado a su vida media mediante el principio de incertidumbre.

Mediante este efecto, además de sus múltiples aplicaciones, se ha obtenido una prueba experimental de la paradoja de los relojes (G. W. Sherwin, Phys. Rev. 120,17,1960)

L. — Teóricamente podemos realizar esas experiencias relativistas que conformarían nuestro espíritu científico pero aún no tienen valor didáctico ya que además del tiempo que insumirían, la evidencia surge a través de elaborados cálculos y conocimientos avanzados que el estudiante de ingeniería desconoce.

M. — El profesor Santaló, estuvo muy acertado cuando dijo que usted se proponía presentar una Relatividad para principiantes.

En una de las próximas reuniones traeré un resumen sobre antigravitación persiguiendo siempre el mismo objetivo.

Nunca conversamos sobre ese tema con el doctor Loedel, pues su muerte prematura, el 30 de julio de 1962, me privó de sus conocimientos y de un estímulo decisivo en la búsqueda de mi objetivo.

ANTIGRAVITACION. Están involucrados en esta denominación todos los estudios relacionados con el manejo y control de los campos gravitatorios newtonianos. Anular o variar a voluntad el peso de un cuerpo, dejando su masa invariable, constituye un objetivo práctico de estos estudios. Este aspecto sin trascendencia teórica de la Relatividad nunca fue mencionado por el doctor Loedel, ya que aún bajo el punto de vista técnico sólo significa una lejana promesa.

Con el ritmo creciente del aumento de población debemos esperar cambios políticos y sociales acompañados de exigencias tecnológicas que irán concretándose en planes de investigación científica más audaces. No debe creerse que la antigravitación pueda traer cambios directos en nuestra forma de vida, no se trata de una reivindicación social, sólo significa un proyecto, una ilusión que insumirá fabulosa energía física, materiales, muchos hombres y quizá sólo fuere un estímulo científico.

Los tres ejemplos concretos desarrollados por Thirring (Z.Phys. 19,33,1918) y 22,29 (1921) pueden conducir a la generación y control de las fuerzas gravitatorias. Tratándose de masas en reposo las ecuaciones de la Relatividad generalizada predicen las fuerzas newtonianas conocidas, si una de ellas se mueve crea a su alrededor además de un campo de fuerzas similar a las fuerzas centrífugas y de Coriolis aunque mucho menor.

De los tres ejemplos mencionados sólo prestamos atención al anillo giratorio macizo (Möller, Theory of Relativity). La parte no Newtoniana del campo generado por un anillo macizo (toro) de masa M que gira en el plano x - y y con velocidad  $\omega$  en un punto P cerca del origen de coordenadas es aproximadamente

$$\ddot{X} = \frac{M G \omega^2}{2 C^2 R} X$$

$$Z = - \frac{M G \omega^2}{C^2 R} Z \quad (1)$$

$$\ddot{Y} = \frac{M G \omega^2}{2 C^2 R} Y$$

R. es el radio del anillo,  $c = 3 \times 10^8 \frac{\text{met}}{\text{seg}}$  la velocidad de la luz

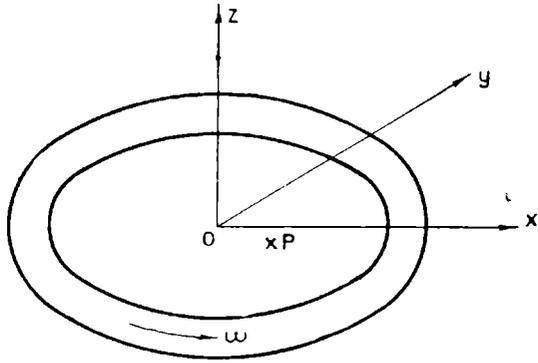
$G = 6,67 \times 10^{-11} \frac{\text{Newton met}^2}{\text{Kg masa}^2}$  la constante newtoniana de gravitación

x,y,z las coordenadas de una masa puntual P. unitaria colocada cerca del origen de coordenadas.

Veamos a título de curiosidad que puede esperarse del cuerpo macizo de la ultracentrífuga Spinco girando a 50.000 r.p.m. Se trata de algo parecido a un elipsoide chato de revolución con un eje mayor de aproximadamente 20 cm. Suponiendo la validez de las ecuaciones

$$(1) \ddot{Z} = -55 \times 10^{-18} \frac{\text{cm}}{\text{seg}^2} . \text{ Para una masa puntual de 100 gr.}$$

colocada a 30 cm. de O obtenemos una fuerza no newtoniana de  $33 \times 10^{-16}$  dina.



Para medir esa fuerza necesitamos una balanza Cavendish  $10^7$  veces más sensible.

Si los objetos no identificados del espacio se desplazan mediante efectos antigraavitatorios la parte giratoria lo haría a velocidad del orden de la velocidad de la luz y contruidos con materiales que no les permitirían asentarse sobre la tierra pues la densidad de los mismos los llevaría tan adentro de la misma que el calor los fundiría rápidamente.