

2017

# Geometría dinámica en entornos hipermedia como facilitadora del aprendizaje de la matemática.

Diseño, implementación y evaluación de un prototipo para el inicio del nivel universitario.

Tesis presentada para obtener el grado de Magister en Tecnología Informática Aplicada en Educación. Facultad de Informática - Universidad Nacional de La Plata

Tesista: Laura del Río

Director: Dr. Néstor Búcarí – Codirectora: Dra. Cecilia Sanz

24/02/2017



UNIVERSIDAD  
NACIONAL  
DE LA PLATA



# Agradecimientos

---

A los alumnos que participaron de las distintas experiencias llevadas a cabo para la realización de esta tesis, que se comprometieron y dedicaron tiempo a responder las encuestas.

A los docentes que participaron, aportaron y me dejaron entrar en sus aulas para poder llevar a cabo este proyecto.

Al Ingeniero Pablo Barbosa, director de Tecnología Educativa de la Provincia de Buenos Aires y a su equipo de trabajo, en particular a Hernán Calabrese y Alexsa Alvarez, quienes gestionaron y permitieron contar con netbooks del programa Conectar Igualdad para una de las experiencias áulicas realizadas en 2014. A los encargados de *soporte técnico* de la Facultad de Ingeniería que facilitaron la realización de las actividades.

A la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata.

A Néstor y Cecilia, por el apoyo y la orientación contantes.

A Pedro e Iván.

# Resumen

---

Durante las últimas décadas, se ha asistido a múltiples debates en relación al uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en el ámbito educativo. Una de las temáticas abordadas se relaciona con el uso de Materiales Didácticos Hipermediales, es decir, materiales en formato digital que combinan lenguajes hipertextuales y multimediales. Se trata de materiales navegables que integran recursos de distintas naturalezas semióticas: videos, animaciones, recursos interactivos, audios, además de texto e imágenes estáticas.

El ámbito de la enseñanza de la Matemática no ha quedado al margen de estos debates y se pueden encontrar múltiples experiencias que intentan aprovechar el potencial de la hipermedia para mejorar el aprendizaje de la disciplina.

Esta tesis pretende brindar un aporte a este debate, tanto desde un marco teórico como desde uno metodológico, y mediante el análisis de una experiencia en un contexto particular. Como objetivo general se plantea investigar acerca de las posibilidades de los Materiales Didácticos Hipermediales (MDH) para la enseñanza y aprendizaje de la Matemática, en particular sobre la inclusión de recursos de Geometría Dinámica.

Desde lo teórico, se reseñan los aportes de la Didáctica Específica de la Matemática, así como los de la Tecnología Educativa, que pudieran ser relevantes para comprender la temática. Se abordan los puntos de convergencia y de tensión entre ambos campos de conocimiento, intentando arribar a una propuesta consistente.

En el plano metodológico, se construye un marco de análisis que propone dar cuenta del funcionamiento de un MDH en el aula de Matemática, teniendo en cuenta diversas dimensiones: actitudes de los alumnos, alcance de los objetivos didácticos, estrategias desplegadas por los alumnos para el abordaje del material y sus actividades propuestas, impacto del trabajo con el MDH en la resolución de ejercicios con lápiz y papel, entre otras.

Por último, se desarrolla un estudio de caso, en un curso de primer año de una Facultad de Ingeniería, para el cual se diseña e implementa *ad hoc* un prototipo de MDH, y se utiliza el marco de análisis desarrollado para dar cuenta de los alcances y limitaciones de la experiencia llevada a cabo.

Se concluye que el marco diseñado ha permitido dar cuenta que el MDH implementado cumplió en buena medida con los objetivos didácticos que se habían propuesto. Al mismo tiempo, permitió analizar múltiples factores que afectaron la experiencia y que sirven de andamiaje para futuras ediciones.



# Índice

---

Agradecimientos.....	2
Resumen.....	3
Índice.....	5
Capítulo 1 - Introducción.....	10
1.1 Motivación .....	10
1.2 Objetivos .....	11
1.3 Metodología .....	12
1.4 Organización de la tesis.....	12
Capítulo 2 - Marco Teórico.....	15
2.1 Introducción .....	15
2.2 La Teoría de las Situaciones Didácticas .....	15
2.2.1 El rol de los problemas en la TSD .....	16
2.2.2 Tipos de situaciones didácticas .....	18
2.2.3 Institucionalización.....	19
2.2.4 Contrato didáctico.....	19
2.2.5 Concepciones y obstáculos .....	20
2.2.6 La Teoría de Situaciones Didácticas en contextos digitales .....	21
2.3 Representaciones semióticas .....	21
2.3.1 Representaciones gráficas del espacio tridimensional .....	23
2.3.2 Representaciones semióticas y representaciones mentales .....	23
2.3.3 Representaciones dinámicas o ejecutables .....	24
2.4 Aportes de la Tecnología Educativa .....	25
2.4.1 Definiciones previas .....	25
2.4.2 Posibilidades educativas de los hipermedia.....	27
2.4.3 Teoría del Aprendizaje Multimedia.....	29
2.1.1 Desafíos del uso de hipermedia en educación.....	31
2.5 Aspectos de tensión y acuerdo entre las dimensiones analizadas .....	32
Capítulo 3 - Estado del arte.....	36
3.1 Introducción .....	36
3.2 Revisión sistemática .....	36
3.3 Selección de la bibliografía.....	36

3.4	Sobre los recursos digitales y las modalidades educativas en que se integran para la enseñanza de la Matemática .....	38
3.4.1	Recursos y materiales hipermediales para favorecer la visualización .....	39
3.4.2	Simuladores.....	40
3.4.3	Otros recursos y usos .....	41
3.4.4	Realidad Aumentada .....	41
3.5	Objetivos y Metodologías planteadas para llevar adelante el trabajo con materiales digitales .....	42
3.6	Marcos teóricos sobre los cuales se fundamentan las propuestas analizadas.....	43
3.7	Algunas conclusiones relevantes acerca del análisis de la bibliografía consultada .....	44
Capítulo 4 - Contexto de aplicación del trabajo de campo y diseño de un prototipo de MDH para el mismo.....		47
4.1	Introducción .....	47
4.2	La reforma educativa en la Facultad de Ingeniería de la UNLP.....	48
4.3	Contenidos de la Asignatura .....	50
4.4	La Clase.....	51
4.5	Características del material impreso de la Cátedra Matemática A.....	52
4.6	Abordaje de la unidad 6 en el material impreso .....	53
4.7	Rol de las TIC .....	56
4.8	Descripción del Material Didáctico Hipermedial desarrollado .....	59
4.8.1	Generalidades del prototipo de MHD.....	59
4.8.2	Navegación .....	60
4.8.3	Componentes centrales del diseño .....	63
4.8.4	A modo de cierre: posibilidades y limitaciones de la experiencia a realizar.....	70
4.9	Síntesis del capítulo.....	71
Capítulo 5 - Diseño metodológico .....		73
5.1	Introducción .....	73
5.2	Metodología.....	73
5.3	Selección de la muestra .....	76
5.4	Encuestas.....	77
5.5	Análisis estadístico de las encuestas .....	79
5.6	Entrevistas.....	81
5.7	Observación participante .....	82
5.8	Análisis de las producciones de los alumnos .....	83

5.9	Triangulación de los datos obtenidos por medio de los distintos instrumentos de recolección .....	83
5.10	Síntesis del capítulo.....	83
Capítulo 6 - Desarrollo de la experiencia .....		85
6.1	Introducción .....	85
6.2	Prueba piloto.....	86
6.3	Experiencia principal .....	87
6.3.1	Interacción con los docentes a cargo de los grupos. ....	88
6.3.2	Realización de la encuesta inicial a los alumnos .....	89
6.3.3	Caracterización de los grupos. ....	90
6.3.4	Usos de los dispositivos digitales por parte de los alumnos .....	95
6.3.5	Observaciones generales acerca del trabajo de los alumnos con el MDH .....	96
6.3.6	En los tres cursos analizados, se observaron las mismas cuestiones, en líneas generales. ....	96
6.4	Experiencia final .....	97
6.5	Síntesis del capítulo.....	99
Capítulo 7 - Resultados.....		102
7.1	Introducción .....	102
7.2	Encuestas realizadas a los estudiantes .....	103
7.2.1	Valoración de la experiencia y del material por parte de los alumnos.....	104
7.2.2	Valoración de cada una de los componentes del diseño.....	108
7.2.3	Análisis de actitudes.....	109
7.2.4	Análisis de la experiencia final (2016).....	114
7.2.5	¿El MDH facilitó el aprendizaje de la unidad 6?.....	116
7.2.6	Adopción de <i>GeoGebra</i> como herramienta para el aprendizaje .....	117
7.2.7	Correlación entre la valoración global de la experiencia y distintas características de entrada de los estudiantes.....	118
7.3	Entrevistas a los docentes que participaron de la experiencia.....	122
7.3.1	Conclusiones que se desprenden de las entrevistas a los docentes.....	125
7.4	Observación participante .....	125
7.5	Análisis del desarrollo de un ejercicio de parcial .....	130
7.6	Triangulación de los distintos resultados obtenidos a partir de los instrumentos de recolección de datos implementados .....	131
7.7	Síntesis del capítulo.....	132
Capítulo 8 - Conclusiones y líneas de trabajo futuro .....		135

8.1	Introducción .....	135
8.2	Aportes de esta tesis .....	135
8.2.1	Aportes teóricos .....	135
8.2.2	Aportes metodológicos .....	136
8.2.3	Aportes al contexto donde fue desarrollada.....	137
8.2.4	Trabajos publicados.....	137
8.3	Análisis del alcance logrado sobre los objetivos propuestos y abordaje de las preguntas de investigación propuestas.....	138
8.4	Líneas de trabajo a futuro .....	141
8.4.1	Líneas de trabajo a futuro generales.....	141
8.4.2	Líneas de trabajo a futuro en relación al contexto donde se realizó el estudio de caso	142
	Anexo 1 - Trabajos reseñados en el Capítulo 3.....	144
	Anexo 2 - Encuesta inicial realizada a los estudiantes.....	147
	Anexo 3 - Encuesta final realizada a los estudiantes (grupo de la experiencia).....	150
	Anexo 4 - Encuesta final realizada a los estudiantes (grupo de control).....	153
	Anexo 5 - Guión de la entrevista realizada a los docentes.....	156
	Índice de figuras.....	157
	Índice de tablas.....	160
	Referencias Bibliográficas.....	161



# **Capítulo 1**

## Introducción

# Capítulo 1 - Introducción

## 1.1 Motivación

La utilización de materiales hipermediales para la enseñanza y el aprendizaje es objeto de múltiples investigaciones en la actualidad (Argos & Ezquerro, 2013; Brescó Baiges, Verdú Surroca, & Flores i Alarcia, 2012; Costa, Di Domenicantonio, & Vacchino, 2010; Perez Tornerno & Pi, 2013; Pirro *et al.*, 2012; Schwartzman & Odetti, 2013). Se busca, en diversos ámbitos académicos, dar cuenta de sus posibilidades y limitaciones tanto en el aula presencial como en propuestas de educación a distancia, así como también el aporte que pueden brindar como materiales complementarios en propuestas de aula extendida. Asimismo se busca establecer qué características deben tener dichos materiales y las propuestas para que su integración en procesos enseñar y aprender resulte enriquecedora.

Por otro lado, la Didáctica de la Matemática enfatiza la necesidad de considerar la especificidad del saber a enseñar, la naturaleza propia del saber matemático, a la hora de teorizar acerca de los fenómenos que ocurren en la enseñanza y el aprendizaje de la disciplina y a la hora de diagramar propuestas de enseñanza.

Una de las motivaciones que dieron origen a la presente tesis es la percepción, fundamentada en Del Río, Bucari, y Sanz (2016), de una cuestión teórica: la necesidad de poner en diálogo las investigaciones en materia de aprendizaje hipermedia con aquellas provenientes de la Didáctica de la Matemática a la hora de diagramar materiales didácticos hipermediales para la enseñanza de esta disciplina. Es preciso analizar los puntos de convergencia entre ambas áreas, las posibles tensiones que existan entre las mismas e intentar lograr una integración adecuada.

La otra motivación que impulsó el desarrollo de la tesis se vincula con el contexto en el que me desempeño como docente: la cátedra Matemática A de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata. Allí se viene desarrollando una metodología de enseñanza compatible en buena medida con una concepción constructivista del aprendizaje, tal como se detallará en el Capítulo 4. Los alumnos en el aula tienen un rol activo y trabajan en pos de la construcción de sus propios saberes, interactuando entre ellos en grupos y con la colaboración y orientación de los docentes. La propuesta didáctica de la Cátedra incluye actividades a desarrollar con *software* matemático, con la intención de que los alumnos adopten este tipo de herramientas como instrumentos que puedan extender sus capacidades cognitivas. Pero estas actividades, por diversas causas que se explicarán también en el Capítulo 4, son generalmente evadidas por la mayoría de los alumnos. Son entonces los docentes los que toman a su cargo el uso de las mismas, cuando buscan mostrar alguna cuestión difícil de abordar con lápiz y papel, a fin de destrabar alguna situación en una mesa de trabajo. Se pierde así entonces el potencial de estas herramientas como instrumentos de modelización matemática, de exploración y construcción de conocimiento, y esta es la situación de carácter contextual que se busca revertir como consecuencia de esta tesis.

En este sentido, se pensó en realizar una investigación que partiera de una reflexión teórica acerca de cuál debería ser el rol de un material didáctico hipermedia en una clase de

matemáticas y cuáles deberían ser sus características para poder aprovechar el potencial de los recursos de esta naturaleza y a la vez potenciar la metodología constructivista propuesta en el contexto de la mencionada cátedra. Asimismo, se pensó en la necesidad de elaborar una metodología y una serie de instrumentos de análisis para dar cuenta del impacto y de las limitaciones de este tipo de materiales como facilitadores del aprendizaje de la Matemática.

## 1.2 Objetivos

Se propone a partir de esta tesis, contribuir a mejorar la enseñanza de la Matemática en el nivel universitario.

Como objetivo general se plantea investigar acerca de las posibilidades de los Materiales Didácticos Hipermediales (MDH) para la enseñanza y aprendizaje de la Matemática, en particular sobre la inclusión de recursos de Geometría Dinámica.

Como objetivos específicos se propone:

1. Estudiar teorías vinculadas a la Didáctica de la Matemática.
2. Investigar sobre las posibilidades de los MDH.
3. Analizar cómo se puede lograr la integración de las dos áreas de investigación, a partir de la búsqueda de puntos de convergencia y de divergencia.
4. Generar una metodología para la integración y evaluación del uso de MDH para la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática.
5. Desarrollar un estudio de caso incluyendo:
  - a. Elaborar un MDH.
  - b. Aplicar la metodología desarrollada para su utilización.
  - c. Evaluar la utilización del MDH con alumnos reales en clases presenciales de Matemática.
  - d. Elaborar conclusiones en relación a las preguntas que guían esta investigación.

Al integrar en las clases de Matemática este tipo de materiales didácticos, el docente pone en juego ciertas expectativas y dudas. El objetivo general de esta tesis se vincula entonces con abordar algunas de estas cuestiones que podemos expresar en las siguientes preguntas guías para la investigación que si bien son de carácter muy general se enfocarán en relación a la propuesta del estudio de caso de esta tesis:

- La utilización de material hipermedia ¿en qué aspectos facilita el proceso de aprendizaje de la matemática? ¿En qué aspectos lo dificulta?;
- ¿Produce un cambio en la actitud de los estudiantes hacia la matemática? ¿Y hacia la utilización de las TIC como instrumentos de aprendizaje?;
- Según varios autores (Carrillo, 2012; Hohenwarter, 2014; Moreno Armella & Lupiáñez, 2001) los ambientes de geometría dinámica ofrecen representaciones manipulables de los objetos matemáticos, volviéndolos más accesibles. A partir de su utilización ¿qué tipo de aprendizajes adquieren los alumnos? ¿Potencian sus habilidades con el uso de la tecnología? ¿Pueden

transferir los aprendizajes adquiridos a situaciones en las cuales no disponen de esa tecnología?

Si bien estas preguntas, como se dijo, son muy amplias y difícilmente logremos algún día obtener una respuesta contundente y definitiva a las mismas, en el marco de esta tesis se analiza un caso particular, con un material determinado, buscando aportar algunos indicios en relación a posibles respuestas a las mismas.

Entre los aportes que se esperan del desarrollo de esta investigación está la obtención de una metodología de análisis que permita dar cuenta del impacto de la implementación de MDH en la clase presencial de Matemática.

### **1.3 Metodología**

Una vez definidas las preguntas que orientarán la investigación y los objetivos que se persiguen con el desarrollo de esta tesis, se realiza una búsqueda bibliográfica a fin de analizar el estado del arte de la temática e ideas que pudieran resultar útiles tanto para el desarrollo del MDH, la metodología a abordar en el aula como para la construcción de los instrumentos de recolección de datos y su posterior análisis.

Luego, se procede al diseño y desarrollo del prototipo de MDH utilizando herramientas de autor (*eXeLearning* y *GeoGebra*). También se construyen las primeras versiones de los instrumentos de análisis.

Durante el segundo cuatrimestre del año 2014, se realiza una primera prueba piloto en un grupo reducido de alumnos (esta prueba piloto se describirá con mayor detalle en el Capítulo 6), lo cual permitió probar el prototipo en un ambiente más controlado, corregir los primeros errores detectados en el mismo y analizar dificultades en los instrumentos de recolección de datos. Entre esta instancia y la experiencia áulica masiva que se realiza en el primer cuatrimestre de 2015, se pudieron lograr segundas versiones tanto del prototipo de MDH como en el proceso y los instrumentos de recolección de datos. Por último, en el año 2016 se realiza una última experiencia de aplicación del MDH.

### **1.4 Organización de la tesis**

La presente tesis consta de dos partes. En la primera, que se integra por tres capítulos, se abordan los aspectos teóricos y metodológicos generales, y en la segunda, se da cuenta del estudio de caso realizado.

El Capítulo 1 presenta la problemática a abordar en la tesis, los objetivos y las preguntas que guían la investigación.

En el Capítulo 2, se presentan los enfoques teóricos que guiarán el desarrollo de la tesis. Se tendrán en cuenta aportes del área de la Didáctica específica de la Matemática y de la Tecnología Educativa, intentando poner de manifiesto sus puntos convergentes y sus puntos divergentes, intentando llegar a una integración entre ambas áreas de investigación. A partir de esta discusión se analizan las características que debería tener un material didáctico hipermedia para la enseñanza de la Matemática.

En el Capítulo 3, se desarrolla el estado del arte realizado, detallando los antecedentes encontrados, las conclusiones obtenidas a partir de los mismos y los aportes que podrían brindarse a partir de esta tesis.

En el Capítulo 4, que da comienzo a la parte 2 del informe, se describe el contexto educativo en el cual se realiza el estudio de caso y las problemáticas en él identificadas que se abordarán en el marco de la presente Tesis. Dicho estudio de caso consistió en el diseño *ad hoc* de un Material Didáctico Hipermedial (MDH) y su posterior puesta en aula a partir de una metodología específica de trabajo. Con este estudio de caso se proponen abordar las preguntas de investigación planteadas en el comienzo de esta introducción en un contexto específico. También en este capítulo se describe el MDH diseñado detallando todas las decisiones que se han ido tomando para su confección.

En el Capítulo 5, se desarrolla el marco metodológico diseñado para la evaluación del impacto del prototipo de MDH para la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática en el estudio de caso realizado, que sea coherente con el marco teórico abordado.

En el Capítulo 6, se brindan los detalles acerca de la implementación de las experiencias áulicas llevadas a cabo.

En el Capítulo 7, se evalúan las experiencias áulicas realizadas y se presentan los datos obtenidos a partir de las mismas, utilizando el diseño metodológico que es objeto del Capítulo 5.

Por último, en el Capítulo 8 se desarrollan las conclusiones, se analiza en qué medida se cumplieron los objetivos de esta tesis y se responden a las preguntas guía. Además, se presentan posibles líneas de investigación a futuro que se desprenden del presente trabajo de investigación.

## **Capítulo 2**

### Marco Teórico

## **Capítulo 2 - Marco Teórico**

### **2.1 Introducción**

Tal como se anticipó en la Introducción, uno de los objetivos de este trabajo es establecer un diálogo entre los campos de conocimiento de la Didáctica de la Matemática y de la Tecnología Educativa. De esta forma, se pretende profundizar en la comprensión del rol que pueden jugar los recursos provistos por la Tecnología Educativa en la enseñanza y el aprendizaje de una disciplina específica, en este caso la Matemática.

La Didáctica Específica explicita las concepciones acerca de la enseñanza y del aprendizaje subyacente en vista de la naturaleza de los objetos a enseñar y aprender. Esta disciplina científica da cuenta de las diferencias entre enseñar o aprender una ciencia experimental, una ciencia social, artes y una ciencia formal como la Matemática (Gálvez, 1994; Gascón, 1998; Panizza, 2004). Por su parte, el estudio de la Tecnología Educativa permite conocer de qué modos la tecnología digital puede intervenir para transformar los procesos de enseñanza y aprendizaje.

A partir del diálogo entre ambas disciplinas se intentará esbozar qué características debería tener una situación de enseñanza de la Matemática mediada por TIC: cuál debería ser el rol del alumno frente a estas tecnologías, cuál debería ser el rol del docente, cómo podría diseñarse un Material Didáctico Hipermedia (MDH) acorde a las teorías que aquí se expondrán y cómo debería planificarse una clase en la que se integre este tipo de recursos.

En este capítulo se expondrán entonces los aportes provenientes de ambas disciplinas y se debatirá sobre un posible diálogo entre ellas para luego, en los capítulos posteriores, desarrollar y evaluar una propuesta concreta que responda al modelo teórico resultante.

### **2.2 La Teoría de las Situaciones Didácticas**

Guy Brousseau, matemático francés nacido en 1933, se preocupó por los fenómenos que ocurren en la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática. A partir de sus estudios en este campo, formula su Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD), en la cual describe y analiza cómo se produce conocimiento matemático en el aula. Se trata de una teoría que se inscribe en el constructivismo piagetiano, ya que: "El alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo hace la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje" (Brousseau, 2007, p. 30).

Sin embargo, no considera apropiada la aplicación directa en el aula de la Psicología de Piaget, ya que reconoce el riesgo de desligar al docente de toda responsabilidad didáctica. El medio necesita de intenciones didácticas para inducir en el alumno todos los conocimientos que se desea que adquiera (Brousseau, 1986).

La TSD se propone investigar las condiciones en las cuales esta construcción del saber es posible para tener control sobre esta construcción y poder reproducirlo en situaciones

escolares: “se nos pone como problema principal de investigación el estudio de las condiciones en las cuales se constituye el saber, teniendo como objetivo alcanzar su optimización, su control y su reproducción en situaciones escolares” (D'Amore, 1999, p. 14).

Esta teoría se enmarca en la vertiente epistemológica de la “Escuela Francesa de Didáctica de la Matemática”. Esta escuela está integrada por un conjunto de investigadores, en su mayoría de habla francesa, que han desarrollado algunas teorías para dar cuenta de los fenómenos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática. De acuerdo con Panizza (2004): “En esta escuela se destacan dos convicciones epistemológicas. Por un lado, la de que la identificación e interpretación de fenómenos y procesos que son objeto de interés supone el desarrollo de un cuerpo teórico, y no puede reducirse a observaciones realizadas a partir de experiencias aisladas ni a cuestiones de opinión; por otro lado, la convicción de que ese cuerpo teórico debe ser específico del saber matemático, y no puede provenir de la simple aplicación de una teoría ya desarrollada en otros dominios (como la Psicología o la Pedagogía)” (p. 2).

Dentro de esta escuela se reconocen dos grandes programas de investigación: por un lado, el programa epistemológico, conformado centralmente por la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) de Brousseau (1986), la Dialéctica Instrumento-Objeto (DIO) de Douady (1986), y la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) de Chevallard (1992); por el otro, el programa cognitivo, conformado por la Teoría de los Campos Conceptuales (TCC) de Vergnaud (1990) y la Teoría de los Registros de Representación Semiótica (RRS) de Duval (1998). Una descripción de estas teorías y su posible articulación puede encontrarse en Godino, Font, Contreras y Wilhelmi (2006).

Para esta tesis, se centrará el interés especialmente en las teorías de Brousseau (TSD) y de Duval (RRS). La primera por brindar un marco de análisis para las interacciones docente-alumno-saber en el aula, y la segunda debido a que la integración de materiales hipermediales posibilita, precisamente, la puesta en juego de registros de representación semiótica de naturaleza distinta a aquellos que permite el entorno lápiz-papel, y es por esto que se vuelve fundamental atender a cómo estos registros se articulan con los usuales.

### **2.2.1 El rol de los problemas en la TSD**

Una cuestión central en toda teoría de la enseñanza de la Matemática es el rol que esta otorga a los problemas. En la enseñanza clásica, sustentada en teorías conductistas o mecanicistas, los problemas sirven como aplicaciones del conocimiento impartido por el docente (Charnay, 1994; Pochulu & Font, 2011). El docente presenta las definiciones, los teoremas y sus demostraciones, proporciona ejemplos, y luego los alumnos resuelven problemas aplicando ese conocimiento. Si el alumno logra resolver exitosamente esas actividades, es un indicador de que ha comprendido. Según Charnay (1994), este sería el *modelo normativo* de enseñanza de la matemática. En otro esquema, los problemas podrían ocupar el lugar de la motivación: el docente presenta a los alumnos una situación problemática, que no pueden resolver utilizando los conocimientos que tienen disponibles, para luego introducir los conocimientos que son necesarios para resolver esa situación. Este sería el *modelo iniciativo*.



Si se adopta un posicionamiento constructivista, el problema debe posibilitar al alumno la construcción (o más bien, la *reconstrucción*) del conocimiento. De acuerdo con Charnay (1994), “Se propone partir de ‘modelos’, de concepciones existentes en el alumno y ‘ponerlas a prueba’ para mejorarlas, modificarlas o construir nuevas” (p. 53). Este sería el *modelo apropiativo*.

Brousseau considera que la presentación axiomática del conocimiento matemático en las aulas, característica de las formas tradicionales de enseñanza, facilita el proceso de instrucción, ya que permite introducir los conceptos paulatina y ordenadamente, aislando las nociones para presentarlas una por una, asociándolas con las presentadas anteriormente, y permite así optimizar la cantidad de conocimientos acumulados en un mínimo de tiempo, manteniéndose siempre cercanos al “conocimiento erudito”. Pero esta presentación, “elimina completamente la historia de esos conocimientos, es decir la sucesión de dificultades y problemas que han provocado la aparición de los conceptos fundamentales” (Brousseau, 1986, p. 3). Se puede tratar de una presentación excelente desde el punto de vista de la lógica, pero alejada de los procesos de construcción de conocimiento, que ocurren a nivel psicológico y no necesariamente obedecen a la lógica formal (Norman, 1998; Panizza, 2005).

Para Brousseau (1986), el trabajo del alumno debe por momentos ser comparable a la actividad científica: “Saber matemáticas no es solamente aprender definiciones y teoremas, para reconocer la ocasión de utilizarlas y aplicarlas [...] Una buena reproducción por parte del alumno de una actividad científica exigiría que él actúe, formule, pruebe, construya modelos, lenguajes, conceptos, teorías, que los intercambie con otros, que reconozca las que están conformes con la cultura, que tome las que le son útiles, etc.” (p. 3).

Es por esto que se busca diseñar situaciones en las cuales el alumno pueda actuar de esta manera, como si fuera un científico, y que reconstruya así las nociones matemáticas que se pretende que aprenda. Esto permitiría que el aprendizaje esté dotado de *sentido*. De un sentido similar al que tiene para el matemático cuando construye matemáticas nuevas.

Para cada conocimiento matemático, la TSD postula la existencia de una situación, a la que denominará *situación fundamental* capaz de producir en el aula una génesis artificial del mismo y que caracteriza a ese conocimiento (Brousseau, 2007).

Para esto, se requiere que la situación planteada sea tal que el conocimiento que se quiere que el alumno reconstruya sea necesario para llegar a su resolución. No es suficiente con que sea posible utilizarlo, sino que este conocimiento debe ser el único medio eficaz para controlar dicha situación.

Se requiere también que el problema ofrezca al alumno una cierta resistencia. Que el alumno no cuente de entrada con todos los conocimientos necesarios para resolverlo (de lo contrario se trataría de un mero ejercicio de aplicación). Pero a la vez debe resultar suficientemente familiar para el alumno, para que no le resulte inaccesible o imposible de abordar. Debe poder, en virtud de sus conocimientos previos, anticipar cuál sería una solución razonable para el mismo. “Es indispensable que, en el momento de plantear el problema, los alumnos dispongan al menos de una estrategia (estrategia de base) para que puedan comprender la consigna y comenzar su actividad de búsqueda de la solución” (Gálvez, 1994, p.

42). De lo contrario, no podría el alumno aceptar este problema como propio y hacerse cargo del mismo, condición indispensable para que la situación funcione del modo esperado.

Para lograr que el alumno acepte el problema, es fundamental uno de los roles del docente: la *devolución*. Entre el momento de presentación del problema y el momento en que el alumno lo acepta como propio, el docente debe rehusarse a intervenir como oferente de conocimientos. Debe, en su lugar, alentar al alumno para que lo intente por sus propios medios, debe ayudarlo a relacionar la consigna con otros problemas abordados anteriormente, debe re-preguntar.

Una vez que el problema es aceptado como propio por el alumno, entra en la fase *a-didáctica* de la situación. Según Panizza (2004) “la situación a-didáctica es concebida como un momento de aprendizaje (y no de enseñanza); los alumnos deben encontrar por sí mismos relaciones entre sus elecciones y los resultados que obtienen” (p.8).

La importancia de esta fase a-didáctica radica en que el alumno no habrá adquirido este conocimiento si no es capaz de utilizarlo alejado de todo contexto de enseñanza (Brousseau, 2007).

Asimismo es indispensable que el medio proporcione al alumno retroacciones que le permitan determinar la validez de sus procedimientos. Esto es, que la situación sea capaz de sancionar las decisiones del alumno. De acuerdo con Panizza (2004): “La noción de sanción, no debe entenderse como ‘castigo’ por una ‘culpa, o equivocación’. La idea es que la situación debe estar organizada de manera tal que el alumno interactúe con un medio que le ofrezca información sobre su producción” (p. 7).

Chevallard, Bosch, y Gascón (1997) explican esta noción del siguiente modo: “...una buena situación de acción debe permitir al alumno juzgar el resultado de su acción y ajustar esta acción, sin la intervención del profesor, gracias a la retroacción por parte del medio de la situación. Las informaciones que le devuelve la situación son percibidas por el alumno como sanciones o refuerzos de su acción” (p. 221).

### **2.2.2 Tipos de situaciones didácticas**

En la TSD, se distinguen distintos tipos de situaciones según cuál sea la actividad matemática que se pretende movilizar en el alumno:

- Situaciones de acción:

De acuerdo con Panizza (2004), en una situación de acción el alumno debe actuar sobre un medio (que puede ser material, o simbólico) y se requiere solamente la puesta en acto de conocimientos implícitos.

- Situaciones de formulación:

Tal como explica Panizza (2004), en una situación de formulación “un alumno (o grupo de alumnos) emisor debe formular explícitamente un mensaje destinado a otro alumno (o grupo de alumnos) receptor que debe comprender el mensaje y actuar (sobre un medio, material o simbólico) en base al conocimiento contenido en el mensaje” (p. 10). En este

escenario, se da un paso adelante en la explicitación de los conocimientos construidos y/o puestos en juego en las situaciones de acción.

- Situaciones de validación:

En tales situaciones, “dos alumnos (o grupos de alumnos) deben enunciar aseveraciones y ponerse de acuerdo sobre la verdad o falsedad de las mismas. Las afirmaciones propuestas por cada grupo son sometidas a la consideración del otro grupo, que debe tener la capacidad de ‘sancionarlas’, es decir ser capaz de aceptarlas, rechazarlas, pedir pruebas, oponer otras aseveraciones” (Panizza, 2004, p. 11).

Una aclaración importante al respecto de los distintos tipos de situaciones que se describen en la TSD, es que no se trata de una secuencia de situaciones por las que hay que pasar a propósito de cada saber a enseñar. En algunos casos habrá conocimientos que será oportuno que funcionen implícitamente, posponiendo su formulación explícita, en ocasiones hasta años después (Panizza, 2004).

Algunos autores definen, también en el marco de esta teoría, las *situaciones de evocación*. Sadovsky (2005) explica que en éstas, “se trata de evocar una o varias situaciones ya tratadas sobre un tema y de reflexionar sobre ellas sin realizarlas nuevamente” (p. 21). Este concepto se relaciona con el de *memoria didáctica* que describen Brousseau y Centeno en 1994 y que Sadovsky (2005) retoma para señalar la necesidad de tomar en cuenta no solamente los temas que los alumnos han visto, sino también lo que concretamente hayan hecho al respecto de ese tema.

### **2.2.3 Institucionalización**

Aunque a veces se habla de institucionalización como una clase más de situación didáctica, esta instancia no tiene características análogas a las anteriores. En este momento de la clase, el docente retoma las producciones de los alumnos y pasa en limpio lo ocurrido durante las situaciones de acción, formulación y validación. Establece relaciones entre las producciones de los alumnos y el saber matemático a enseñar. Resalta lo que será útil y descarta lo que no. Le otorga a los saberes construidos el estatus de saber. En este momento de la clase, se organizan y sistematizan los saberes. Se explicitan las relaciones existentes entre los nuevos saberes y los trabajados previamente. En palabras de Brousseau (1994): “Esta actividad es ineludible: no se puede reducir la enseñanza a la organización de aprendizajes. La consideración ‘oficial’ del objeto de enseñanza por parte del alumno, y del aprendizaje del alumno por parte del maestro, es un fenómeno social muy importante y una fase esencial del proceso didáctico” (p. 69).

### **2.2.4 Contrato didáctico**

Desde la TSD se considera que la enseñanza no es sinónimo de transmisión de información del docente al alumno, sino que enseñar es transmitir al alumno la responsabilidad del uso y de la construcción del saber (Brousseau, 1986). Brousseau explica estas distintas formas de comprender la relación didáctica en términos de *contratos* implícitos. Entiende que el sistema didáctico funciona como si existiesen cláusulas que lo regulan y que se

ponen de manifiesto cuando son rotas. Estos contratos regulan lo que el alumno espera del docente y lo que el docente espera del alumno en relación a la Matemática.

La noción de contrato didáctico permite identificar causas de los fenómenos didácticos, como la falta de motivación o incluso de comprensión de los alumnos, como eventos no necesariamente dependientes de factores psicológicos. De acuerdo con Chevallard *et al.* (1997):

“Actualmente, la didáctica de las matemáticas, sin negar la importancia de los factores psicológicos y motivacionales, ya no presupone que las explicaciones últimas de los fenómenos didácticos deban buscarse en dichos factores que pasan así a ser considerados como consecuencias de determinados fenómenos, y no como sus causas. Si, por ejemplo, los alumnos se comportan con cierta "irresponsabilidad matemática" de una manera abrumadoramente mayoritaria, no parece razonable suponer que ninguno de ellos llegue nunca a entender la actividad matemática que realiza o que todos tengan (y mantengan) una mala actitud y un bajo nivel de motivación. La didáctica de las matemáticas postula que tanto una mala actitud como una falta de motivación -y hasta lo que muchas veces se considera como falta de "comprensión" son hechos que se pueden explicar mediante las leyes que rigen el proceso didáctico.

Así, en el ámbito escolar, son muy importantes las normas que tácitamente, sin un acuerdo expreso, rigen en cada momento las obligaciones recíprocas de los alumnos y el profesor respecto al proyecto de estudio que tienen en común. Se trata de un conjunto de cláusulas que evolucionan a medida que el proceso didáctico avanza y que constituyen una especie de "contrato" denominado el contrato didáctico" (p. 62).

No debe confundirse la noción de *contrato didáctico*, con la de *contrato pedagógico* o con la de *contrato escolar*, puesto que estos contratos son más amplios y regulan otros aspectos de la relación alumno-profesor (Chevallard *et al.*, 1997).

### 2.2.5 Concepciones y obstáculos

Brousseau (2007) denomina *concepción* a: "Cada manera organizada pero particular de tratar una noción matemática" (p. 43). Las distintas concepciones que cada sujeto puede tener de una noción matemática, son saberes o conocimientos que le permiten abordar problemas. El aprendizaje dentro de una misma concepción no es costoso (se corresponde con el proceso de *asimilación* definido por Piaget). En cambio, el pasaje de una concepción a otra sí lo es, pues implica reacomodaciones dentro de las estructuras mentales del sujeto.

Una concepción puede ser válida en un dominio y no serlo en otro. Para un sujeto que ha puesto en juego dicha concepción en su dominio de validez, y que le ha resultado eficaz durante mucho tiempo para resolver numerosos problemas, resulta difícil que rechace esa concepción al pasar a un nuevo dominio. En ese caso, la concepción constituye un obstáculo. Un ejemplo de esto puede ser el siguiente: "la ecuación de la recta es  $y=mx+b$ ". Dicha afirmación es válida en el espacio  $\mathfrak{R}^2$ , pero no lo es en  $\mathfrak{R}^3$ . Al comenzar a estudiar la ecuación de la recta en el espacio tridimensional, los alumnos deben reconocer que la ecuación  $y=mx+b$  ya no representa una recta, sino un plano, y que para describir una recta deben utilizar dos ecuaciones cartesianas (para expresarla como intersección de dos planos) o utilizar una expresión vectorial. Mucho tiempo después de que los alumnos estudiaron y trabajaron sobre

esta cuestión, se sigue encontrando que al preguntarles acerca de “la ecuación de la recta”, responden “ $y=mx+b$ ”.

Este tipo de obstáculo se conoce como *obstáculo epistemológico*: es intrínseco a la naturaleza del conocimiento en sí. No puede evitarse la aparición de este tipo de obstáculos en los procesos de aprendizaje, pero sí se los debe tener presentes, reconocerlos y tratarlos.

Según Brousseau (2007): “El obstáculo no desaparece con el aprendizaje de un nuevo conocimiento. Por el contrario, opone resistencia a su adquisición, a su comprensión, frena su aplicación, subsiste en estado latente y reaparece de forma imprevista, en especial en su ámbito anterior, cuando las circunstancias lo permiten” (p. 46). No se puede ignorar un obstáculo. Hay que rechazarlo explícitamente, como parte del aprendizaje de un conocimiento nuevo, particularmente en forma de contraejemplos.

## **2.2.6 La Teoría de Situaciones Didácticas en contextos digitales**

Geromini, Crespo y Zangara (2014) advierten sobre la necesidad de adaptar y repensar los constructos de la TSD en contextos mediados por tecnologías digitales:

“Las primeras nociones de la teoría son publicadas durante el año 1970, en base a experiencias con alumnos en aulas de una escuela rural. Las investigaciones teóricas y experimentales, que dieron vida a la teoría, estuvieron siempre ligadas a la enseñanza de la Matemática, realizadas en una escuela pública, mediante la observación y análisis de las interacciones entre docentes y alumnos en clase.

Queda claro, entonces, que la teoría hace referencia a la clase tradicional presencial. Pero la educación tradicional, en espacios físicos compartidos por la institución, el profesor y los alumnos, es una práctica antigua que ha sufrido muchos cambios y transformaciones a lo largo del tiempo. Los desarrollos científicos y tecnológicos han propiciado y permitido esos cambios, y la clase netamente presencial fue dejando paso a distintas variantes no presenciales de educación” (p. 40).

Si bien en esta cita se hace referencia a la necesidad de adaptación de la teoría para analizar situaciones de enseñanza no presencial, de todas formas resulta pertinente para el objeto de este trabajo puesto que la naturaleza del medio con el que van a interactuar los estudiantes es diferente al considerado originalmente en la TSD.

## **2.3 Representaciones semióticas**

La teoría formulada por Raymond Duval (1998) se apoya en que, a diferencia de los objetos de estudio de otras disciplinas científicas, los objetos matemáticos “no son accesibles físicamente, a través de evidencias sensoriales directas o mediante el uso de instrumentos. La única forma de acceder y trabajar con ellos es a través de signos y representaciones semióticas” (Duval, 2006, p. 157).

Duval hace hincapié en la importancia del trabajo del alumno con diferentes registros de representación semiótica. Esto implica las habilidades de representar y reconocer a un mismo objeto matemático en distintos registros de representación, poder realizar transformaciones entre distintos registros y seleccionar, para cada situación problemática a abordar, aquel o aquellos registros que sean más convenientes para la ocasión: “la actividad

matemática requiere una coordinación interna, que ha de ser construida, entre los diversos sistemas de representación que pueden ser elegidos y usados” (Duval, 2006, p. 145). Cuando Duval habla aquí de que esa coordinación debe ser construida, hace referencia a que su aprendizaje no es espontáneo y debe ser objeto de trabajo en el aula.

En el marco de esta teoría, se distinguen dos clases de transformaciones de representaciones semióticas: la conversión y el tratamiento (Duval, 2006). Se habla de *tratamiento* cuando las transformaciones se dan dentro de un mismo registro de representación semiótica. En cambio, en el caso en que la transformación suponga un cambio de registro, se habla de *conversión*. Por ejemplo, los vectores pueden representarse en forma algebraica, como una n-upla de valores que representan sus componentes, y también pueden representarse gráficamente como segmentos orientados, o flechas. Dentro del registro algebraico pueden realizarse tratamientos como la suma de vectores, sumando componente a componente. También dentro del registro gráfico puede realizarse una suma de vectores siguiendo la regla del paralelogramo o la regla de la poligonal (Ver Tabla 2-1)

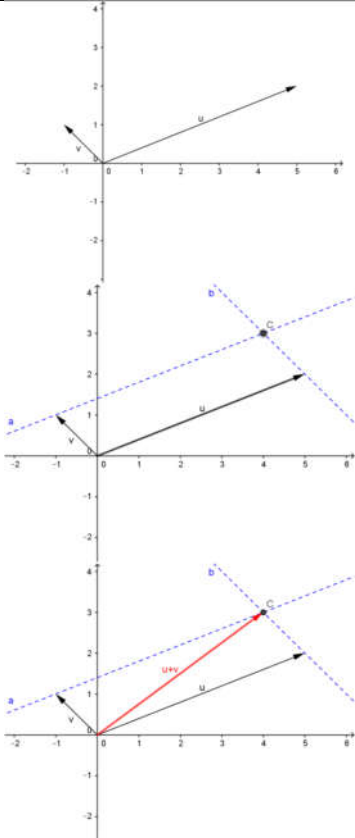
Suma de vectores en el registro algebraico	Suma de vectores en el registro gráfico
$\langle 5, 2 \rangle + \langle -1, 1 \rangle =$ $\langle 5 + (-1), 2 + 1 \rangle =$ $\langle 4, 3 \rangle$	

Tabla 2-1. Suma de vectores dentro del registro algebraico y dentro del registro gráfico (realización propia).

En ocasiones es conveniente pasar de la representación algebraica a la gráfica o viceversa, en tal caso se realiza una *conversión*. En otros casos, la conversión puede utilizarse para controlar lo realizado en un registro: “El tratamiento dentro de un registro se puede fijar o controlar por lo que se pregunta en el otro registro. Esta interacción cognitiva exige explicitar las conexiones locales” (Duval, 2006, p. 148).

Dentro de un registro existen reglas que rigen los tratamientos, mientras que el cambio de un sistema semiótico a otro siempre implica un salto cognitivo. Para este tipo de representación (la conversión) no hay reglas de asociaciones básicas (Duval, 2006).

### 2.3.1 Representaciones gráficas del espacio tridimensional

Al trabajar con objetos del espacio tridimensional, como puntos de  $R^3$ , rectas, planos, curvas y superficies, aparece una tensión entre la necesidad de utilizar el registro gráfico y la dificultad de representar estos objetos tridimensionales en un registro bidimensional, haciendo uso de la perspectiva. Múltiples autores dan cuenta de esta nueva dificultad (Andrade Molina & Montecino Muñoz, 2011; dos Santos Monteiro & Karrer, 2012; Patrício & Andreu, 2011).

Duval advierte sobre una problemática que él denomina **encasillamiento de los registros de representación** que se observa en la gran mayoría de los alumnos en todos los niveles educativos, quienes no reconocen al mismo objeto a través de sus representaciones en sistemas semióticos diferentes (Duval, 1998). En el caso del estudio de objetos del espacio tridimensional, este fenómeno resulta particularmente fuerte debido a la gran dificultad de representarlos gráficamente, razón por la cual muchos alumnos optan por trabajar en forma exclusiva en el registro algebraico. El riesgo de esta forma de trabajo *monoregistro*, conduce, de acuerdo con Duval (1998), a un trabajo a ciegas, sin posibilidades de control del 'sentido' de lo que se hace.

Múltiples autores analizan diversas formas de favorecer la utilización del registro gráfico tridimensional para evitar esta problemática. Por ejemplo, Martín-Gutiérrez *et al.* (2010), Alves (2012), dos Santos Monteiro y Karrer (2012). Los primeros realizan especial hincapié en la importancia del desarrollo de estas habilidades en el caso de estudiantes de ingeniería, cuyo éxito profesional depende de su habilidad para construir figuras tridimensionales en forma mental.

Para Alves (2012), el uso de programas informáticos que permitan el trabajo con gráficos 3D "permiten la descripción de un escenario de actividades de investigación que son inviables cuando se restringe al entorno lápiz/papel, hecho que puede transformar y evitar un aprendizaje basado en la reproducción automática de técnicas algorítmicas sofisticadas, pero desprovistas de significado conceptual para el aprendiz" (p. 6).

Asimismo dos Santos Monteiro y Karrer (2012) exponen un estudio en el cual encuentran evidencias de que la utilización de un *software* de matemática dinámica permitió a los alumnos relacionar las representaciones de los registros algebraico y gráfico y favoreció la actividad de conversión.

### 2.3.2 Representaciones semióticas y representaciones mentales

De acuerdo con Duval (1998): "Las representaciones mentales cubren al conjunto de imágenes y, globalmente, a las concepciones que un individuo puede tener sobre un objeto, sobre una situación y sobre lo que les está asociado. Las representaciones semióticas son producciones constituidas por el empleo de signos que pertenecen a un sistema de

representación, el cual tiene sus propios estreñimientos de significancia y de funcionamiento”.

Generalmente, se considera a las representaciones semióticas como un simple medio de exteriorización de las representaciones mentales para fines comunicativos, pero para Duval, son igualmente esenciales para la actividad cognitiva del pensamiento ya que tienen un papel central en el desarrollo de las representaciones mentales, entre otras funciones cognitivas. Para Duval, las representaciones mentales son una interiorización de las representaciones semióticas, de forma análoga a como Vygotsky explica que la interiorización de los preceptos da lugar a las imágenes mentales. En este sentido dice Hitt (1997): “La manipulación por parte de los estudiantes, de representaciones matemáticas les proporciona los medios para construir imágenes mentales de un objeto o concepto matemático, y la riqueza de la imagen conceptual construida dependerá de las representaciones que el estudiante haya utilizado” (p. 191).

Las representaciones y modelos mentales son relevantes no solamente en relación al aprendizaje de la Matemática, sino que se pueden encontrar múltiples autores en el ámbito de la Psicología Cognitiva que hacen referencia a estos conceptos y su importancia en un sentido más amplio. Por ejemplo, Norman (1998) afirma que “Las explicaciones y las interpretaciones de los acontecimientos son fundamentales para la actuación humana, tanto en la comprensión del mundo como en el aprendizaje y el recuerdo. En este aspecto, los modelos mentales desempeñan un papel importante” (p. 94). Los modelos mentales son los que permiten comprender, anticipar qué sucedería en una situación nueva, a partir de lo que se conoce de situaciones vividas anteriormente. Si los modelos mentales construidos son erróneos, la persona se equivoca.

### **2.3.3 Representaciones dinámicas o ejecutables**

Las representaciones semióticas que se generan por medio de *software* matemático, son de una naturaleza distinta de aquellas que se realizan en el entorno lápiz-papel. Algunos autores las denominan *representaciones dinámicas* o *ejecutables*. En ellas, “las propiedades geométricas permanecen inalterables cuando los objetos se deforman según el arrastre. Por lo tanto, la imagen dinámica (sensorio-motora) que se forma un estudiante al hacer construcciones es distinta a la que se forma con el uso de otras herramientas” (Sandoval Caceres & Moreno Armella, 2012, p. 22).

Esto es, en este caso, de sumo interés; en particular para la enseñanza de los vectores y sus operaciones, y de las ecuaciones paramétricas de la recta, ya que estos objetos permiten describir movimientos, con lo cual, el uso exclusivo de representaciones estáticas puede constituir un obstáculo para el aprendizaje para algún sector del alumnado.

Los autores mencionados coinciden mayoritariamente en la utilidad del *software* para la construcción de representaciones semióticas y mentales, advirtiendo que podrían ser insuficientes por sí mismas. Por ejemplo, Duval no se ocupa especialmente de este tipo de representaciones, pero advierte en relación a algunas propuestas de uso del mismo, que la mera yuxtaposición de representaciones generadas con un programa informático no permitiría la articulación de registros que considera indispensable para la comprensión de los objetos



matemáticos. De allí la importancia de profundizar en la cuestión, para analizar en qué circunstancias resultan beneficiosas y cuáles son las limitaciones que tienen estas estrategias didácticas.

## 2.4 Aportes de la Tecnología Educativa

Partiendo de la hipótesis de que las TIC poseen un gran potencial para configurar medios en los cuales los alumnos desarrollen actividades matemáticas genuinas y para ayudarlos a articular diversos registros de representación semiótica, se presentan a continuación algunos constructos teóricos de la Tecnología Educativa que se considera que pueden aportar a los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, bajo la mirada de las teorías presentadas en los apartados anteriores.

### 2.4.1 Definiciones previas

Existe una gran producción de materiales educativos digitales con diferentes niveles de granularidad<sup>1</sup>, creados con diferentes metodologías, objetivos y estrategias de diseño. En general estos materiales comparten,

“cuatro características esenciales: 1. Son materiales elaborados con una **finalidad didáctica**. 2. **Utilizan la computadora** como soporte en el que los alumnos realizan las actividades que ellos proponen. 3. Son **interactivos**, pues contestan las acciones de los estudiantes y permiten la navegación por la información que se presenta con mayor o menor libertad, en dependencia de los objetivos de sus diseñadores. 4. **Son fáciles de utilizar**, requiriendo conocimientos mínimos en el uso de computadoras, aunque cada programa tiene reglas de funcionamiento particulares que es necesario conocer” (Zumbado Fernández, 2004, p. 41).

La palabra hipermedia surge de la contracción entre las palabras *hipertexto* y *multimedia*. Un Material Didáctico Hipermedial (MDH) es aquel que combina lenguajes propios del hipertexto y multimediales. Esto quiere decir que es navegable, o permite diferentes itinerarios, y que integra recursos de distintas naturalezas semióticas: videos, animaciones, recursos interactivos, audios, además de texto e imágenes estáticas (Royo, 2004).

Burbules y Callister (2001) sostienen que todo texto es un hipertexto rudimentario: las notas al pie, las citas de otras fuentes, las formas retóricas que remiten a otras partes del texto o a otros textos (“tal como se mencionó anteriormente”, “más adelante”, “como hemos sostenido en otra publicación”, etc.) rompen con la secuencia lineal del texto convirtiéndolo en un hipertexto. Para estos autores, la relevancia de los sistemas hipertextuales informáticos, en comparación con otros más sencillos, reside en la cantidad de asociaciones viables, y la facilidad y velocidad con que se las concreta. Los dispositivos digitales posibilitan esta navegación a partir de un elemento que le es propio: el *hipervínculo*, *enlace* o *link*. Por esta

---

<sup>1</sup> “La granularidad refiere a qué tan grande es un Material Educativo Digital (MED) en relación a los objetivos que se propone. Cuanto menor sea la cantidad de tópicos que se abordan en un MED, más baja es su granularidad. Es importante destacar que la granularidad no hace referencia a la cantidad de archivos y/o recursos que se utilicen para la consecución del objetivo de aprendizaje” (Astudillo, Sanz y Santacruz-Valencia 2016, p. 15).

razón, la mayoría de las definiciones que pueden encontrarse actualmente para la palabra hipertexto, hacen referencia a documentos en formato digital, que pueden navegarse o recorrerse en forma no lineal o multiseccional<sup>2</sup>.

Por otra parte, el concepto de *multimedia* merece una reflexión a la luz de autores que han aportado desde sus investigaciones. Para Mayer (2003), un mensaje multimedia es simplemente aquel que combina texto e imágenes. Pero otros autores reservan este concepto para referirse a mensajes que son posibles en el entorno digital. De acuerdo con Lamarca Lapuente (2006):

“Multimedia es la combinación o utilización de dos o más medios de forma concurrente. El término multimedia sigue siendo confuso pues todavía no ha sido bien definido y sus límites resultan difusos. Si a finales de la década de los 70, multimedia era la integración de voz, texto, datos y gráficos, en los 90 a estos elementos se suman los gráficos interactivos, las imágenes en movimiento, las secuencias de audio y vídeo, las imágenes en tres dimensiones, la composición de documentos digitales y la realidad virtual. En principio, la cualidad multimedial no está restringida a la informática: un libro acompañado de una casete de audio es una obra multimedial, sin embargo, poco a poco, el término multimedia se ha ido generalizando para referirse a la informática y al mundo digital” (sin página).

Habiendo definido Hipertexto y Multimedia, es posible definir Hipermedia. González, De Giusti y Malbrán (2008) apuntan que: “hay consenso general en que el término toma su nombre de la suma de dos palabras: hipertexto y multimedia, como una red hipertextual que incluye no sólo texto, sino también: imágenes, audio, vídeo, etc. (multimedia)” (p. 66). Lamarca Lapuente (2006) señala que en un comienzo, se distinguían claramente los términos hipertexto e hipermedia, pero que hoy en día se utilizan prácticamente como sinónimos, ya que la mayor parte de los hipertextos integran imagen, sonido y video además de texto.

Para resumir, se retoman las características de hipertexto/hipermedia que destacan González, De Giusti y Malbrán (2008):

- 1) Las formas de representación múltiple: los sistemas hipermedia ofrecen la posibilidad de presentar la información en diferentes formatos: audio, video, texto, animaciones gráficas, etc.
- 2) La animación: habitualmente se asocia el proceso de animación al concepto de multimedia.
- 3) No-linealidad: concepto fundamental del sistema hipermedia. El usuario puede elegir su recorrido dentro de lo ofrecido por el sistema.

---

<sup>2</sup> De acuerdo con Lamarca Lapuente (2006) “mejor que hablar de no linealidad, lo correcto sería hablar de multiseccionalidad o multilinealidad, puesto que los distintos fragmentos de texto son lineales y, aunque el hilo conductor que llega hasta ellos sea discontinuo o bifurcativo, sigue existiendo una linealidad por más que las secuencias a elegir sean múltiples (...), la disposición hipertextual lo único que hace es añadir nuevas funcionalidades a la disposición secuencial tradicional del texto impreso en papel. El hilo discursivo o argumentativo del lenguaje humano no deja de ser eminentemente secuencial” (sin pág.).

## 2.4.2 Posibilidades educativas de los hipermedia

En esta sección, se reseñan las posibilidades educativas que diversos autores resaltan en relación a los hipermedia. De acuerdo con Cabero Almenara (1996) las mismas son bastante significativas y se relacionan con: la posibilidad que ofrecen para facilitar que el usuario se convierta en un procesador activo y constructor de su conocimiento, en función de sus intereses y conocimientos y habilidades previas sobre las temáticas; la creación de entornos más ricos desde una perspectiva semiológica; y la necesidad asumir que el aprendizaje no es percibido como un proceso memorístico, sino más bien como un proceso asociativo.

En esta sección se argumentará, en primer lugar, sobre las virtudes de la posibilidad de navegación que ofrecen estos materiales, en relación con la asociación entre conceptos. En segundo lugar, se abordarán las ventajas asociadas a la posibilidad de combinar múltiples registros semióticos en un mismo material. Por último, se desarrollará el concepto de interactividad y sus ventajas para el aprendizaje.

De acuerdo con Salinas Ibáñez (2005), el potencial educativo de los hipertextos radica en que constituye “una forma de presentación, generalmente textual, del conocimiento de forma no lineal, similar a como trabaja el cerebro. A través de él, el estudiante explora e interactúa con la base de conocimiento. Los usuarios pueden seguir itinerarios variados a través del material, o a través de rutas creadas por ellos mismos u otros estudiantes” (p. 1).

La **multisequencialidad** propia de los hipermedia acarrea una importante implicancia educativa, que es que la comunicación se puede hacer manejable en función de los intereses e inquietudes de los propios usuarios, los cuales ya no están obligados a seguir la linealidad narrativa del papel y su obligatoria jerarquía causal, sino que, en principio, pueden establecer su propio itinerario (Zumbado Fernández, 2004).

En el mismo sentido, Armenteros Gallardo (2006) asocia la utilización de los sistemas hipermedia en la educación a una nueva concepción de la enseñanza basada en un aprendizaje no lineal, que se ve favorecido por el ofrecer una red de conocimiento interconectado que permite al estudiante moverse por rutas o itinerarios no secuenciales.

Cabero Almenara y Llorente (2015) aportan en un sentido similar, el concepto de aprendizaje *rizomático*: “el aprendizaje no es regular sino caótico, no es lineal sino ramificado, es utilizar una diversidad de medios no homogéneos, no es estático sino dinámico, no es planificado sino difuso, es difícil establecer su centro y sus fronteras, no es igual sino divergente, no global sino personalizado, no fijo sino expansivo y multidireccional” (p. 190). Un material hipermedial, que permita realizar asociaciones con la facilidad de un clic, visitar puntos del mismo que ya han sido transitados para relacionarlos con lo que se está estudiando en un cierto momento, podría aproximarse mejor a esta forma de aprendizaje.

Para Burbules y Callister (2001), “la estructura de los entornos hipertextuales es análoga a los modos en que aprendemos –en forma dinámica e interactiva, por medio de asociaciones y exploración-, y puede facilitarlos”. Para estos autores, la mente y la memoria son en sí mismos hiperentornos, ya que no puede aprenderse nada nuevo en forma aislada: es necesario establecer asociaciones entre lo nuevo y lo conocido con antelación. En cambio

Norman (1998) sí admite la existencia del aprendizaje memorístico, de cosas aisladas y arbitrarias, pero señala que este tipo de aprendizajes es problemático en múltiples aspectos: resulta difícil, conlleva un tiempo y esfuerzo considerables; si algo sale mal, pueden no tenerse pistas de lo que se está haciendo mal debido a que se ha aprendido de memoria. En definitiva, considera que el aprendizaje de memoria existe, a veces es inevitable, pero no es la mejor forma de aprender.

El segundo aspecto que se analizará como positivo de los materiales hipermediales es la posibilidad de presentar los conocimientos a través de **múltiples lenguajes** (no exclusivamente textuales). Por ejemplo, Armenteros Gallardo (2006) menciona que “las personas aprenden y recuerdan con mayor facilidad los conocimientos presentados visualmente. También aquellos en los que el sujeto participa activamente en su adquisición, en lugar de adoptar un papel meramente receptivo” (p. 5). También Bou Bauzá (1997) señala que “las personas tienen diferente facilidad de percepción para los diferentes canales. El principio de multicanal establece, por consiguiente, que para lograr una buena comunicación hay que utilizar todos los canales”.

El tercer y último aspecto que se discute en esta sección es el de la **interactividad** que ofrecen los materiales hipermediales. Puede definirse la interactividad como “la capacidad de respuesta de un medio (receptor) para modificar su funcionalidad o mensaje a partir de las decisiones de control de una persona o grupo de personas (emisor/es), dentro de los límites de su lenguaje y diseño” (Zangara & Sanz, 2012, p. 85). Se dice que un programa es interactivo cuando el usuario puede modificarlo de acuerdo con sus propias necesidades, en lugar de consumirlos en forma pasiva. De acuerdo con las citadas autoras, una propuesta educativa o material didáctico interactivo le permitirá el usuario:

- Encontrar lo que necesita (en términos de contenidos y actividades) según sus propias necesidades.
- Seguir un camino de recorrido idiosincrásico.
- Identificar formas en la presentación de los contenidos más relacionadas con su “estilo de aprender” (abordajes más textuales, gráficos, visuales, auditivos, audiovisuales, etc.)
- Encontrar situaciones, actividades o planteos respecto de los que tiene que aprender más relacionados con su realidad y sus posibilidades de aplicación o transferencia.
- Recibir información de retorno (no sólo correctiva sino explicativa) de cada una de las actividades y ejercicios propuestos.
- Encontrar orientaciones que fomenten su metacognición.

De acuerdo con Bou Bauzá (1997), la interactividad implica la participación activa del sujeto, y no una mera repetición de gestos. Esto quiere decir, que presionar botones para pasar a pantallas siguientes, no es realmente interactividad. La verdadera interactividad es la que porta ventajas desde el punto de vista educativo.

En resumen, los aspectos positivos que son señalados por los distintos autores antes reseñados que abren los materiales hipermediales son: la posibilidad de **habilitar recorridos no lineales o multilineales** de los contenidos; la **interactividad** y su consecuente potencialidad

de promover un aprendizaje más activo por parte de los estudiantes; y la posibilidad de combinar **múltiples recursos semióticos**, enriqueciendo los mensajes exclusivamente textuales permitiendo así atender a los diversos estilos de aprendizaje de los alumnos.

### 2.4.3 Teoría del Aprendizaje Multimedia

Una de las teorías que sustentan el uso de materiales multimedia en educación es la teoría del *Aprendizaje Multimedia* formulada inicialmente por Richard Mayer (2003). De acuerdo con esta teoría “el aprendizaje multimedia ocurre cuando los estudiantes construyen representaciones mentales a partir de palabras e imágenes que le son presentadas (por ejemplo, texto impreso e ilustraciones o narración y animación)” (traducido de Mayer, 2003, p. 125). Este autor asevera que se consigue un aprendizaje más profundo cuando se emplean mensajes multimedia, que combinan imágenes y palabras, que cuando se utilizan solamente palabras. Tal afirmación se sustenta en tres de los resultados de investigación de las ciencias cognitivas que dan cuenta de la naturaleza del aprendizaje humano: 1) la hipótesis del doble canal, 2) la hipótesis de la capacidad limitada, y 3) la hipótesis del aprendizaje activo.

De acuerdo con la hipótesis del doble canal, el humano cuenta con dos sistemas separados de procesamiento de la información. Uno para las palabras (texto impreso y/o narrado) y otro para las imágenes (sean éstas estáticas o animadas). La hipótesis de la capacidad limitada afirma que cada uno de estos canales puede procesar a la vez una muy limitada cantidad de información. Por último, la hipótesis del aprendizaje activo sostiene que el aprendizaje significativo se alcanza cuando el sujeto se compromete activamente con el procesamiento cognitivo. (Mayer, 2003)

Pero estas imágenes no pueden combinarse con las palabras de cualquier modo, sino que es necesario considerar ciertas condiciones para lograr efectividad. Por ejemplo, los estudiantes consiguen un aprendizaje más profundo de una explicación multimedia cuando los materiales irrelevantes (por ejemplo, aquellos detalles que pueden resultar interesantes, pero que no aportan al sentido de lo que se quiere transmitir) son excluidos de la misma (Mayer, 2003). También se registran mejores resultados cuando se respeta el principio de *contigüidad espacial*, el cual se refiere a que las imágenes y las palabras se encuentren espacialmente próximas. Este efecto se observa tanto en libros como en entornos computacionales. Otro efecto mencionado por el autor, es el *efecto de personalización*, que se refiere a los mejores resultados obtenidos cuando el estilo de las palabras es coloquial, frente al estilo de lenguaje formal.

Mayer y Moreno (2002) sostienen que la animación es una de las formas más estimulantes de presentación visual. Estos autores definen animación como “una imagen en movimiento simulado que representa el movimiento de los objetos dibujados” (traducido de p. 88), en contraste con la definición de video que “refiere a una imagen en movimiento de objetos reales” (traducido de Mayer & Moreno, 2002, p. 88). Mencionan un consenso existente entre los investigadores del área en relación a que la animación puede o no promover el aprendizaje, dependiendo de cómo se utilice: “Considerando una aproximación centrada en el aprendiz, buscamos comprender cómo la animación puede ser utilizada de manera consistente con cómo aprenden las personas. En lugar de preguntar ‘¿la animación mejora el aprendizaje?’ nos preguntamos ‘¿cuándo y cómo la animación afecta el

aprendizaje?” (traducido de Mayer & Moreno, 2002, p. 88). En relación a esta pregunta, proponen algunos principios que deben considerarse a la hora de diseñar mensajes multimedia que incluyan animaciones como recurso, aunque aclaran que estos principios no deben tomarse como reglas rígidas a seguirse en todas las situaciones:

- Los alumnos aprenden más profundamente de las animaciones y narraciones que de las narraciones solas.
- Los alumnos aprenden más profundamente cuando el texto en pantalla es presentado cerca de la porción de animación que describen, en lugar de que se presenten lejos de la animación.
- Los alumnos aprenden más profundamente cuando las porciones de narración y animación son presentadas simultáneamente, que si son separadas en el tiempo.
- Los alumnos aprenden más profundamente de la animación y la narración si se excluyen palabras, sonidos y videos irrelevantes (incluyendo música de fondo)
- Los alumnos aprenden más profundamente si se presenta animación y narración que si se presenta animación con texto en pantalla. Esto se debe a que las palabras escritas y las imágenes se procesan mediante el canal visual y este puede verse sobrecargado.
- Los alumnos aprenden más profundamente si el mensaje incluye animación y narración, que si incluye animación, narración y texto en pantalla.

Berney y Bétrancourt (2016), autoras que trabajan en el mismo marco teórico de Mayer, señalan ventajas y desventajas del uso de animaciones en comparación con las imágenes estáticas. Entre las ventajas mencionan su capacidad para representar directamente la organización espacial de los elementos y la posibilidad que brindan para visualizar dinámicamente los cambios que ocurren en un sistema dinámico, evitando los malentendidos y la sobrecarga cognitiva. Como ventaja de la imagen estática por sobre la animación, señalan que una serie de gráficos estáticos presentados en simultáneo permiten comparar los distintos pasos del proceso, lo cual no es posible con una animación. Otra de las ventajas que enumeran en favor del uso de animaciones se relaciona con que permite el procesamiento de información dinámica para alumnos novatos, pero como contrapartida señalan que esto mismo puede producir una ilusión de comprensión. A partir de su análisis concluyen que el uso de animaciones puede ser beneficiosa o perjudicial para la percepción y la comprensión del contenido a aprender, pero también proporcionan algunos elementos que pueden inclinar la balanza hacia uno u otro lado, es importante para ello:

- Reconocer la diferencia entre una animación representacional y una meramente decorativa, evitando el uso de las animaciones decorativas.
- Ofrecer la posibilidad de interactuar con la animación, manipulando el pasaje entre cuadros.
- Incluir el acompañamiento de la animación con un texto narrado, en lugar de texto escrito en pantalla.
- Considerar que el dominio instruccional (o tópico) influye en el procesamiento visual y, en consecuencia, en el aprendizaje. La física, la biología y la química, parecen ser

dominios que se favorecen con la visualización debido a que requieren la comprensión de sistemas complejos que consisten en componentes que cambian con el tiempo.

- Considerar que las animaciones resultan beneficiosas por sobre las imágenes estáticas cuando se trata del aprendizaje de fenómenos dinámicos.
- Tener en cuenta que el alumno tenga control sobre el paso de la animación también parece influir en los beneficios de su uso.

### 2.1.1 Desafíos del uso de hipermedia en educación

Existe un consenso entre los investigadores del área en relación a que la mera integración de recursos digitales no garantiza mejora alguna en el proceso educativo. Existen riesgos que requieren atención y desafíos que se deben afrontar a fin de que el potencial de estos recursos pueda ser aprovechado. En este apartado, se presentan algunos de estos riesgos y desafíos reseñados por los especialistas.

De acuerdo con Armenteros Gallardo (2006),

“los principales problemas que se relacionan con el hipermedia son:

- Desorientación del usuario causada por la estructura de navegación, ya que es sencillo perderse en el material si el usuario sigue enlaces, de tal forma que en un momento dado no identifique en dónde se encuentra o cómo llegó ahí.
- Sobrecarga cognitiva, atribuida a la gran cantidad de caminos que un usuario puede seguir por el hipertexto.
- Existencia de flujos de conceptos y de narración discontinuos, lo que puede inducir a establecer relaciones erróneas entre los elementos de información, provocando inconcordancia con el conocimiento científico.
- Presentación de información y estructura única, dejando a un lado las características y conocimientos de cada usuario” (p. 4).

De acuerdo con Lamarca Lapuente (2006), el hipertexto remite de una porción de texto a otra del material mediante caminos que se bifurcan y ramifican y es, en muchos casos, el usuario quien elige la ruta a seguir. La cantidad de información recibida puede provocar sobrecarga y desbordamiento cognitivo y el lector puede llegar a desorientarse. Sin embargo, en un hipertexto bien estructurado y que ofrezca las herramientas de navegación y búsqueda adecuadas, la propia estructura de la información se convierte en una brújula válida para cualquiera de las rutas o secuencias de información que elijamos seguir.

Para Burbules y Callister (2001) las posibilidades de innovación y creatividad que se abren con los hipertextos, pueden convertirse en posibilidad de generar caos, arbitrariedad e innumerables permutaciones y yuxtaposiciones sin propósito alguno. Por un lado, el hipertexto posibilita la generación de enlaces múltiples entre los nodos y puntos diversos de asociación, pero por el otro, producen el efecto de fragmentar y descontextualizar cada nodo. Advierten que “si no hay ningún punto de partida, aunque sólo sea provisional, la exploración de un sistema *rizomático* podría ser anárquica”, lo cual puede ser perjudicial para alumnos principiantes.

En relación al tratamiento de los errores, y a la retroalimentación que ofrecen los sistemas interactivos, es también necesario ser cuidadosos en el diseño. Zangara y Sanz (2012)

señalan que la información de retorno de las actividades propuestas no sólo deben ser correctivas, sino explicativas.

## **2.5 Aspectos de tensión y acuerdo entre las dimensiones analizadas**

Analizando los aportes expuestos en los apartados anteriores, se pueden observar puntos de continuidad y tensiones existentes que es necesario discutir para lograr una propuesta consistente. En lo que sigue, se discutirán los siguientes puntos: 1) tensión en relación a la necesidad de secuenciación de los contenidos; 2) tensión en relación a la necesidad de personalización de la enseñanza y el aprendizaje; 3) acuerdo en cuanto a la necesidad de articular diversos lenguajes semióticos; 4) acuerdo en relación a la necesidad de un aprendizaje activo, en el cual el alumno sea un verdadero protagonista; y 5) acuerdo en cuanto a la naturaleza de las retroalimentaciones.

Un aspecto sobre el cual es preciso reflexionar, es la forma de secuenciar los contenidos. Si bien en los entornos hipermediales es posible generar recorridos no lineales de los contenidos, esto dependerá de la intención didáctica del material educativo a desarrollar. Cuando se trata de materiales educativos que se utilizarán para presentar los contenidos por primera vez, es probable que el docente considere oportuno la construcción de materiales con posibilidades de navegación más secuenciales. Cuando se propongan materiales con el objetivo de afianzar los saberes construidos por los alumnos, el material podrá presentar mayor flexibilidad en su navegación. En este último caso, se verán estructuras de materiales en forma de árbol o redes, donde el alumno decide el camino a seguir a través de los contenidos, acorde a sus necesidades de aprendizaje. En este sentido, la Didáctica de la Matemática también considera necesaria la revisión de los aprendizajes adquiridos para favorecer la asociación entre las distintas situaciones de aprendizaje. Esto quiere decir, que una propuesta de material hipermedial que proporcione una secuencia lineal, pero que habilite recorridos no lineales, a fin de visitar las actividades resueltas anteriormente y establecer nexos entre sus distintos nodos, podría ser interesante para atender a la presentación inicial de contenidos y a su posterior revisión.

En segundo lugar, se observa un punto de tensión en relación a la personalización de los aprendizajes. En el caso de la Didáctica de la Matemática, no se observan referencias a esta cuestión, se asume que todos los alumnos pueden aprender las mismas cosas y mediante el compartir las mismas actividades. Si bien los alumnos pueden abordar las situaciones con diferentes estrategias, poniendo en juego los distintos saberes previos con los que cuenta cada uno, los problemas planteados y las conclusiones finales a las que se arriba no son personalizados. Explícitamente Chevallard *et al.* (1997) sostienen que:

“al hablar de individualización de la enseñanza, se ignoran dos hechos fundamentales que rigen todo proceso de aprendizaje. En primer lugar, aunque se pueda considerar el aprendizaje como un logro individual, se olvida que es el resultado de un proceso colectivo: el proceso de estudio que se desarrolla en el seno de una comunidad, sea ésta una clase o un grupo de investigadores. En segundo lugar, el proceso de estudio sólo puede llevarse a cabo si el aprendizaje es algo bien compartido dentro del grupo: para que el individuo aprenda, es necesario que el grupo aprenda. Desde este punto de vista, el aprendizaje es también, necesariamente, un hecho



colectivo. De ahí la paradoja de la que hablábamos: ¿por qué querer individualizar un medio de estudio -la enseñanza- cuando el estudio es un proceso colectivo cuyo objetivo -el aprendizaje- tiene aspectos fundamentalmente comunitarios?” (p. 199).

Y más adelante continúa:

“El tratamiento individualizado constituye un eslogan pedagógico muy influyente en la actualidad. Consiste, tal como indica la Profesora en los Diálogos, en adaptar la enseñanza a las particularidades de cada alumno en cuanto individuo singular. Se da por supuesto que son las diferencias individuales de los alumnos -su capacidad, motivación, interés, actitud, formación previa, etc.- las que determinan el éxito o fracaso del proceso didáctico, y se concluye que la organización ideal a la que debería tenderse pasa por la individualización absoluta de la enseñanza. En contra de esta visión, el análisis didáctico de las condiciones reales del aprendizaje conduce a basar la organización de la enseñanza más en las características compartidas por los estudiantes que en las singularidades de cada individuo” (p. 199).

Por otro lado, es común en la actualidad escuchar hablar de la necesidad de personalizar los aprendizajes, de considerar los intereses de los alumnos y sus distintos estilos de aprendizaje. Y es cierto que la tecnología digital facilita la elaboración de materiales didácticos que atienden a esta necesidad, mediante la combinación de recursos de diversas naturalezas y la flexibilización de los itinerarios de aprendizaje. Pero esta tensión puede resolverse: de acuerdo con Geromini, Crespo y Zangara (2014), quienes trabajan dentro del marco de la TSD, “se puede lograr introducir o proveer a la situación didáctica de elementos multimedia como forma de ampliar el espectro semiótico y permitir que favorezcan la posibilidad de impactar sobre el estilo cognitivo o de aprendizaje de cada alumno, además de desarrollar habilidades de producción e interpretación en formatos diversos” (p. 62). Es decir, es posible coincidir con Chevallard en cuanto a la necesidad de trabajar sobre un proyecto común y colectivo en el aula, pero diversificar los medios para lograr arribar a ese objetivo teniendo en cuenta la diversidad del alumnado.

En cuanto a los puntos de continuidad entre ambas disciplinas analizadas, podemos mencionar los siguientes:

- La Psicología Cognitiva demuestra y explica la conveniencia de articular sistemas semióticos diversos a partir de su principio de los canales múltiples. Por otro lado, Duval explica la necesidad de articular registros de representación semiótica en el contexto específico del aprendizaje de la Matemática. Los entornos hipermediales permiten articular una mayor cantidad de lenguajes, enriqueciendo la variedad semiótica. En el caso particular del aprendizaje de los objetos matemáticos del espacio tridimensional, se observa una dificultad mayor por parte de los alumnos en relación a la articulación de los diversos registros, que podría revertirse mediante el uso de recursos hipermediales.
- Existe un amplio consenso entre los especialistas de la Tecnología Educativa en la actualidad en relación a que el alumno debe tener un rol protagónico en su propio proceso de aprendizaje. Los materiales didácticos propuestos por el docente deben

funcionar como una guía para que el alumno construya su propio conocimiento. Los autores de la Escuela Francesa de Didáctica de la Matemática, en un sentido similar, consideran que el docente debe proporcionar al alumno situaciones problemáticas que le permitan reconstruir los saberes matemáticos a partir de un trabajo análogo al que realiza un matemático de profesión al enfrentar un nuevo problema.

- Los autores vinculados al área de la Tecnología Educativa hacen hincapié en el rol de las retroalimentaciones brindadas en un entorno de aprendizaje digital, señalando que estas no deben ser solamente correctivas, sino también explicativas. Desde la Didáctica de la Matemática, se considera que es el medio y no el docente quien debe proporcionar retroalimentaciones que permitan al alumno identificar errores y corregirlos. En ambos casos, se considera el error como parte del aprendizaje y se busca, en lugar de evitar su aparición, abordar su tratamiento de modo que resulte significativo.

En síntesis, se puede concluir que los Materiales Didácticos Hipermediales poseen un potencial significativo para mejorar los aprendizajes, siempre que se tengan en cuenta algunas recomendaciones y posibles limitaciones en su elaboración e implementación áulica. Tanto desde el punto de vista de la Tecnología Educativa como desde la Didáctica de la Matemática, se sostiene que los materiales deben guiar y orientar al alumno en la construcción de su propio conocimiento, mediante la propuesta de actividades significativas, y no deben limitarse a proporcionar información que el alumno deba retener. En ocasiones es conveniente que estos materiales habiliten recorridos múltiples entre sus nodos, pero deben procurar proporcionar elementos para que el alumno no se pierda en la navegación. Resulta relevante también que se aproveche el potencial del entorno digital para articular múltiples recursos semióticos, y no limitarse al uso del lenguaje textual y las imágenes estáticas. Otro elemento importante de los recursos digitales es la interactividad, la cual potencia el trabajo activo del alumno. Por último, con respecto a la retroalimentación, los materiales didácticos deben ofrecer una tal que supere el correcto/incorrecto.

**Capítulo 3**  
Estado del arte

## **Capítulo 3 - Estado del arte**

### **3.1 Introducción**

Al comenzar el trabajo de investigación que dio lugar a la presente tesis, se realizó una búsqueda bibliográfica a fin de conocer el estado de avance de las investigaciones sobre la integración de materiales hipermediales en la enseñanza de la Matemática, e identificar aquellas cuestiones que puedan resultar valiosas para los objetivos aquí propuestos.

En el presente capítulo, se exponen y analizan distintos trabajos de investigación que se han encontrado en relación a la temática de interés. En primer lugar, se detallan los criterios adoptados para seleccionar la bibliografía y se define un conjunto de preguntas que guiaron el análisis de los trabajos encontrados. En las secciones posteriores, se responde a cada una de las preguntas definidas en función de las investigaciones seleccionadas y, por último, se obtienen las conclusiones en relación a la revisión aquí presentada.

### **3.2 Revisión sistemática**

Para llevar a cabo la elaboración del estado del arte, se tuvieron en cuenta las recomendaciones de Kitchenham (2004), quien define procedimientos para llevar a cabo revisiones bibliográficas sistemáticas, los cuales pueden resumirse en los siguientes ítems, que no deben tomarse como secuenciales, sino que se refinan en sucesivas iteraciones:

- Definición de un protocolo de búsqueda que incluirá preguntas a responder a partir de los trabajos que sean encontrados.
- Establecimiento de criterios de inclusión y exclusión que permitirán refinar la selección de investigaciones a considerar.
- Documentación del proceso de búsqueda así como también los distintos trabajos que fueron incluidos y excluidos en función de los criterios establecidos anteriormente,
- Selección de fuentes en base a los siguientes criterios de calidad: se toman en cuenta los trabajos de investigación publicados en revistas indexadas, actas de congresos con arbitraje y trabajos de tesis.

### **3.3 Selección de la bibliografía**

Se consultaron principalmente revistas indexadas especializadas en:

- Enseñanza de la matemática: UNION, Revista Iberoamericana de Educación Matemática; RELIME, Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa; Revista Premisa, de la Sociedad Argentina de Educación Matemática; Revista de Educación Matemática, de la Unión Matemática Argentina.
- Usos educativos de las TIC: TE&ET (Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología); EDUTEC, Revista Electrónica de

Tecnología Educativa; Pixel Bit, Revista de Medios y Educación; Computers & Education; y Journal NAER.

- Enseñanza en carreras de Ingeniería: Revista Argentina de Enseñanza de la Ingeniería.

También se consultaron actas de algunos congresos y se realizó una búsqueda utilizando motores especializados y librerías digitales. Se consultaron trabajos en español, portugués e inglés publicados entre los años 2009 y 2014, en una primera instancia, y a medida que se avanzó en la investigación, se incorporaron al análisis trabajos más recientes (de 2015 y 2016).

En una primera selección, se consideraron todos aquellos artículos que tuvieran que ver con la utilización de las TIC para la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática. Se encontró que los autores utilizan terminologías diversas, en función de los conceptos y enfoques involucrados en sus investigaciones, para diferentes tipos de materiales educativos desarrollados: Recursos Educativos Abiertos, Objetos de Aprendizaje, Materiales Hipermediales, Libros Digitales, etc. Más allá de la terminología y del tipo de material, el interés de esta investigación se centra en aquellos que reúnan algunas de las características que definen la hipermedia: navegabilidad, interactividad, convergencia de distintos medios y lenguajes. En función de este interés, se realizó un recorte siguiendo los siguientes criterios:

- Se descartaron aquellas investigaciones que se refirieran a materiales o actividades destinados a niveles educativos muy lejanos al que se tiene por objetivo en esta tesis (nivel inicial o primario o cursos universitarios de últimos años con temáticas muy alejadas de la abordada aquí). Se conservaron aquellos dirigidos al nivel secundario y a los primeros años de nivel universitario.
- Se descartaron también aquellas investigaciones relacionadas con propuestas de actividades aisladas para realizar utilizando *software* matemático, ya que la preocupación de esta tesis se centra más en la producción de materiales para el estudio de un tema por parte del alumno. En este sentido, se tuvieron en cuenta trabajos en los que se desarrolle un material hipermedial o una secuencia completa de actividades que pudieran organizarse en un material de estas características mediante la implementación de *applets* y otros recursos audiovisuales y/o interactivos.
- Algunas investigaciones dan cuenta del uso de aulas virtuales para la implementación de la modalidad *blended learning* y se refieren a la utilización de foros y/o evaluaciones *on line*, pero no dan cuenta de materiales diseñados específicamente para trabajar en el entorno digital. Estas investigaciones tampoco fueron tenidas en cuenta, pues distan mucho de los objetivos perseguidos por esta investigación.

Luego de la aplicación de estos criterios se conservaron finalmente 36 trabajos, que se detallan en el Anexo 1.

Para orientar la búsqueda y clasificación del material encontrado, se efectuaron una serie de preguntas a responder frente a cada una de las investigaciones consultadas, de manera tal de realizar un análisis orientado a los objetivos de esta tesis:

- ¿Qué usos se proponen para los materiales desarrollados? ¿Qué recursos hipermediales aprovechan? ¿Es una propuesta para desarrollar en aula presencial, en modalidad *blended learning* o algún otro tipo de modalidad mediada?
- ¿Cuáles son los objetivos que se persiguen a partir de la implementación de la propuesta didáctica con MDH? ¿Cuáles son los indicadores de logro definidos por los investigadores para analizar en qué medida se alcanzaron los objetivos? ¿Cuáles son las metodologías de investigación más relevantes en el área de investigación definida?
- ¿Qué marcos teóricos de la Didáctica de la Matemática y/o de la Tecnología Educativa dan sustento a la propuesta? ¿Existe un diálogo entre estas disciplinas en el contexto de estas investigaciones? ¿Cuál es el rol de los problemas en la propuesta didáctica que se intenta materializar?

Para organizar los resultados de la revisión realizada, se describen en diferentes apartados las respuestas a los diferentes interrogantes planteados en los párrafos anteriores, a partir de la información relevada en los trabajos seleccionados.

### **3.4 Sobre los recursos digitales y las modalidades educativas en que se integran para la enseñanza de la Matemática**

En primer lugar se intentará dar cuenta de qué tipo de recursos digitales son valorados por los docentes-investigadores que se ocupan de la enseñanza de la Matemática, y en qué modalidades educativas se integran estas tecnologías en sus propuestas didácticas en función de sus necesidades y de sus posibilidades materiales reales.

Prácticamente la mitad de los trabajos consultados hacen referencia a propuestas de uso presencial de los materiales y la otra mitad hacen referencia a uso en modalidades híbridas, como complemento de las clases presenciales. Sólo uno de los trabajos encontrados (Díaz Lozano, Haye, & Macías, 2012) se ocupa de la enseñanza *a distancia* de la Matemática.

Para algunos, la integración de la tecnología digital resulta un complemento para el trabajo fuera del aula, y por esto realizan propuestas para que el alumno interactúe en su hogar con los materiales didácticos diseñados. Por ejemplo, según Totter y Raichman (2009):

“Estas tecnologías permiten la creación de espacios o ambientes virtuales de aprendizaje complementarios que aportan todos aquellos elementos pedagógicos que no son posibles de incorporar en una clase presencial, completando y mejorando de esta manera el proceso de enseñanza aprendizaje de las asignaturas involucradas” (p. 40).

Esta idea de que sea un complemento para el trabajo de los estudiantes en sus hogares se vincula con la posibilidad de que el alumno explore o realice actividades que no

pueden realizarse en clase. La referencia a la no posibilidad de realización en clase, puede deberse a que para la implementación de estrategias que involucran las TIC en el aula presencial hace falta contar con equipamiento informático que puede no estar disponible en los centros educativos. También a barreras de tiempos, acorde a las prioridades planteadas por los docentes. Por ejemplo, priorizar las clases magistrales y actividades en lápiz-papel. Por su parte, Morales et al (2014), indican que puede haber una dificultad a la hora de implementar este tipo de propuestas:

“Estas asignaturas corresponden al primer año de las Ingenierías, lo cual implica cursos numerosos, de más de 300 alumnos. Si bien se dispone de laboratorios informatizados, la cantidad de alumnos hace difícil poner en práctica alguna actividad áulica con el empleo de computadoras” (p. 6).

### 3.4.1 Recursos y materiales hipermediales para favorecer la visualización

La mayoría de los trabajos analizados (22 de los 36) versan sobre el diseño de alguna aplicación o material educativo digital, con el objetivo de favorecer la visualización gráfica de los conceptos y la exploración dinámica, aprovechando la interactividad que proporciona el medio digital (Gonzalez, Medina, Vilanova, & Astiz, 2011; Morales, Herrera, Fennema, 2014; Pastorelli, Casco, Bertiossi, & Ramirez, 2014, entre otros). La mayoría de los autores aprovecha los **applets** como recurso interactivo, así como también la **animación**.

Para ilustrar la preocupación por la visualización e interpretación gráfica de los autores que entran en esta categoría, se reproducen a continuación algunas palabras de estos autores:

“Además de los inconvenientes derivados de la dificultad de interpretación del lenguaje formal, surgió la dificultad de interpretación gráfica y algebraica y por sobre todo la relación entre todas ellas.

Estos aspectos formaron parte de la motivación inicial para la realización de la propuesta didáctica que se presenta, priorizando el uso de tecnología informática a través de aplicaciones realizadas con un software matemático” (Gonzalez, Medina, Vilanova, & Astiz, 2011, p. 2).

“Como se dijo, hallar la solución de un sistema (autónomo o no) necesita de numerosos teoremas y de tediosos cálculos concretos. Sin embargo, el uso de interpretaciones gráficas al momento de realizar el tratamiento conceptual de su estabilidad, así como la discusión de su solución, permite mejorar la comprensión y la perdurabilidad de los contenidos” (Pastorelli, Casco, Bertiossi, & Ramirez, 2014, p. 7).

“Los sentidos son los canales por los que accedemos a la información, por lo tanto es importante la ‘visualización’ que aclara y facilita la comprensión de los conceptos, sobre todo aquellos vinculados a la geometría” (Morales, Herrera, Fennema, & Goñi, 2014, p. 6)

Otros autores utilizan materiales hipermediales para mejorar, en algún aspecto, sus presentaciones magistrales, también motivados por promover la visualización, pero sin aprovechar la interactividad ya que los utilizan sólo para presentar ejemplos o mostrar situaciones a los estudiantes. Por ejemplo Schivo, Sgreccia, y Caligaris (2009) proponen la utilización de **applets** para presentar en clases teóricas, de manera de ilustrar en forma dinámica y animada el contenido de las mismas. Barrena Algara, Falcón Ganfornina, Ramírez

Campos, y Ríos Collantes de Terán (2011) proponen utilizar el *software GeoGebra* de un modo diferente al usual: como un *slideware* o medio para crear presentaciones que vayan mostrando los distintos pasos de la solución de un problema.

La perspectiva de estos autores puede relacionarse con los aspectos mencionados en el marco teórico de esta tesis, relativos a la utilización de múltiples registros de representación semiótica para alcanzar el aprendizaje de la matemática y al principio multicanal abordado por la Teoría del Aprendizaje Multimedia.

### 3.4.2 Simuladores

Algunos de los autores consultados (7 de 35) recurren al uso de simuladores para abordar las problemáticas de enseñanza y/o aprendizaje identificadas. Las finalidades con las que se incluyen simuladores son variadas.

En primer lugar, se encuentra la inclusión de simuladores en los cuales los usuarios proponen modelos matemáticos para el funcionamiento de un sistema y observan el comportamiento del mismo regulado por el modelo propuesto para ver si se ajusta o no a la realidad. Por ejemplo, en el caso de Aveleyra, Dadamia, y Racero (2014) se utilizan para simular movimientos de partículas en el plano y en el espacio y verificar los modelos matemáticos propuestos para los mismos:

“Se sigue observando, en coincidencia con investigaciones anteriores, cómo el uso de los applets brinda la oportunidad de plantear situaciones problemáticas abiertas no muy frecuentes en el aula presencial. La simulación se pone al servicio de una profundización del proceso de aprendizaje, especialmente en las temáticas muy abstractas o complejas” (p. 39).

Pirro *et al.* (2012) utilizan simulaciones de curvas mecánicas (en particular la cicloide) con una finalidad similar:

“Las simulaciones de proceso, como las físicas, se diferencian de otras simulaciones en que no tienen por qué ser completamente interactivas. El alumno interviene al principio de la simulación seleccionando los valores y parámetros iniciales, para posteriormente reiniciar el proceso y cambiar los valores iniciales. El aprendizaje puede alcanzarse observando el efecto en la simulación, por eso la visualización juega un papel importante en la enseñanza de la matemática y su mayor impacto se logra cuando los alumnos logran visualizar un concepto o problema” (p. 2).

En un sentido similar Cheuquepán y Barbé Farré (2012) proponen diseñar un recurso utilizando planilla de cálculo, indicando que la misma “permite crear simulaciones que ayudan a los estudiantes a crear puentes entre las ideas intuitivas y los conceptos formales” (p. 135). El objetivo de las distintas actividades incluidas consiste en que los alumnos logren determinados efectos en el simulador (movimiento de un esquiador en el plano, embocar una pelota en un hoyo), a partir de la implementación de modelos matemáticos.

También Di Giulio, Leto, Medrano, y Pavicich (2015) diseñan un simulador en el que: “Se propone una sucesión ordenada de actividades que pueden ser resueltas por medio del simulador para luego proceder a su validación en forma analítica” (p. 13).



Otra finalidad identificada es la siguiente: proponer a los alumnos modelizar una situación real, pero a partir del análisis de su simulación. Por ejemplo Insunza, Alonso Gastélum, y Alvarez (2009), diseñan un *software* capaz de “realizar simulaciones de fenómenos aleatorios discretos y con posibilidad de que los usuarios establezcan relaciones entre resultados empíricos y teóricos” (p. 139). Esto les permite implementar el enfoque frecuencial<sup>3</sup> en el aula ya que “realizar los experimentos en forma manual requiere de mucho tiempo, por la gran cantidad de repeticiones de un experimento que hay que realizar”.

En estos casos, se puede observar una intención de estos autores por lograr que los alumnos cobren un mayor protagonismo en el proceso de aprendizaje, que trabajen por exploración, descubrimiento, y aprovechen las características de interactividad de estos lenguajes hipermediales. Cabe destacar que muchos de los autores referidos en esta sección de Simuladores también fueron considerados en la anterior, referida a la Visualización. Las categorías que se están analizando no son mutuamente excluyentes.

### 3.4.3 Otros recursos y usos

Minoritariamente, se encuentran autores que utilizan **juegos** como elemento para motivar a los estudiantes (Morales et al., 2014; Pantoja, López, Ortega, & Hernández, 2014, entre otros). En algunos casos se utilizan **videos**, en general para la implementación de la metodología de *clase invertida*, es decir, se ofrece la clase teórica en formato de video a fin de abordar en la clase presencial otro tipo de tareas, como la resolución de problemas, consulta de dudas de los alumnos, etc. (Pantoja et al., 2014; Sorando, 2012).

Algunos autores proponen el uso de hipermedia para mostrar *paso a paso* procedimientos matemáticos. Almaguel, Alvarez, Pernía, Mota, y Coello (2016) sostienen que los estudiantes “necesitan herramientas que le permitan comprender y visualizar todo el proceso para desarrollar habilidades en el trabajo con matrices” (p. 2), y no programas que realicen cálculos y muestren sólo el resultado. Barrena, Falcón, Ramírez, y Ríos (2011) utilizan el *software GeoGebra* para crear presentaciones que muestren paso a paso la solución de un problema.

### 3.4.4 Realidad Aumentada

En dos de los trabajos analizados, proponen la utilización de Realidad Aumentada para mejorar la comprensión por parte de los alumnos de objetos tridimensionales (Martín-Gutiérrez et al., 2010; Yingprayoon, 2015).

El concepto de Realidad Aumentada hace referencia a la superposición de objetos virtuales, generados computacionalmente, en escenas del mundo real. Se trata de un concepto reciente, pero que se está adoptando en el ámbito educativo con gran velocidad.

---

<sup>3</sup> De acuerdo con los autores del artículo citado, este enfoque permitiría a los alumnos adquirir el concepto de probabilidad y la intuición probabilística a partir de una enseñanza basada en experimentos aleatorios y el estudio de las frecuencias con las que ocurren los eventos, a diferencia del enfoque clásico que aborda estos conceptos desde un punto de vista axiomático, formal y abstracto.

En algunos casos, se incluye RA en materiales educativos digitales (como en el caso de (Martín-Gutiérrez *et al.*, 2010) y en otros casos, sólo como presentación para la visualización de algún concepto, fenómeno o situación.

### 3.5 Objetivos y Metodologías planteadas para llevar adelante el trabajo con materiales digitales

La segunda pregunta planteada frente a las investigaciones seleccionadas se vincula con cuáles son los objetivos perseguidos por los docentes-investigadores del área al proponerse integrar un material hipermedial en su propuesta educativa y cuáles son las metodologías consideradas válidas en este campo para dar cuenta de los resultados de investigación.

En cuanto a los objetivos que se proponen, podemos separar en dos grandes grupos: aquellos que se proponen una mejora en la comprensión de conceptos por parte de los alumnos y el desarrollo de competencias, y aquellos que se proponen alcanzar objetivos de carácter actitudinal, como “motivar” o “incentivar” a los alumnos, hacer el proceso de aprendizaje “más fácil”, e incluso algunos buscan hacerlo “más divertido” (como por ejemplo, el caso de Cortés Zavala, Guerrero Magaña, Morales Ontiveros, & Pedroza Ceras, 2014).

Algunos autores se proponen mejorar en algún aspecto la comprensión de determinados temas, pero luego a la hora de analizar los resultados de sus propuestas en el aula, analizan la actitud del alumno frente a las mismas (mediante encuestas que interpelan al alumno acerca de la valoración que hacen de los materiales ofrecidos o de la modalidad de trabajo implementada). En la clasificación propuesta a continuación, se tiene en cuenta lo efectivamente estudiado y analizado en los distintos trabajos, independientemente de los objetivos declarados inicialmente. Un total de diez trabajos evalúan de alguna manera el impacto en los aprendizajes solamente, trece analizan las actitudes de los alumnos solamente, doce evalúan ambos aspectos y los once restantes no explicitan cómo evaluarán el impacto del material que proponen (Figura 3-1).

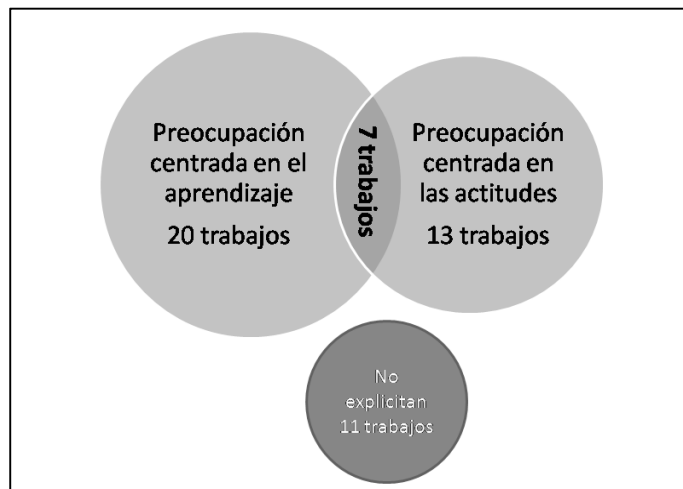


Figura 3-1. Clasificación de los trabajos analizados en función de la problemática que buscan atender.

Para analizar las mejoras en el aprendizaje, en seis de los trabajos analizados recurren a diseños de investigación que comparan los **rendimientos académicos** de distintas cohortes de alumnos (cohortes de distintos años, antes de utilizar el material digital en análisis y después de su implementación) (Aveleyra et al, 2014, entre otros) o con grupos contrastados, apelando a la comparación de dichos rendimientos en grupos que cursan simultáneamente, implementando la innovación en unos (grupos experimentales) y trabajando de manera tradicional en otros (grupos control) (Totter y Raichman, 2009).

Algunos autores (tres) evalúan los conocimientos de los alumnos antes y después del trabajo con el material didáctico diseñado y analizan cuántos alumnos lograron aprendizajes, sin comparar con otros grupos.

En muy pocos trabajos (tres) se analizan las producciones escritas de los alumnos y/o la entrevista en busca de evidencias de aprendizaje (Inzunza, 2009; López Betancourt, 2009).

En tres casos, se propone la evaluación del material diseñado por pares docentes y/o por expertos en distintas áreas. Estos casos se contabilizaron dentro del grupo cuya preocupación se centra en el aprendizaje, ya que se acude a pares o expertos a fin de que estos opinen en relación a si consideran que el material propuesto impactará en ese aspecto.

Por otro lado, para evidenciar mejoras actitudinales, es de uso extendido la encuesta a los alumnos acerca de su grado de satisfacción con respecto al uso del material (se utiliza esta técnica en doce de los trabajos analizados), aunque también se han encontrado dos trabajos en los cuales se analiza si aumentó el presentismo en clase o la participación de los alumnos como indicadores de mejoras actitudinales.

En siete de los trabajos, los autores analizan tanto las mejoras en el aprendizaje como las actitudinales.

Finalmente, existen once trabajos que no especifican cómo planean medir el grado de alcance de los objetivos planteados, sino que se trata de propuestas didácticas fundamentadas en algún marco teórico que no analizan resultados.

### **3.6 Marcos teóricos sobre los cuales se fundamentan las propuestas analizadas**

Por último, se consideró importante conocer cuáles son los referentes teóricos en los que estos investigadores encuadran sus trabajos.

Se encontró que algunos autores (correspondientes a cinco de los trabajos revisados) sustentan sus propuestas en las ideas de teóricos que se ocupan de la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática, sin hacer hincapié especial en el uso de tecnologías digitales, principalmente tomando las teorías de Duval (2006), Zimmermann y Cunningham (1991), lo cual se condice con la motivación mencionada anteriormente por la visualización, la interpretación gráfica y la articulación de diversos registros de representación.

Otros (trece) toman como referencia autores reconocidos en el área de Tecnología Educativa que se ocupan de la enseñanza y el aprendizaje de un modo general, sin tener en cuenta la especificidad de los saberes en juego.

Nueve en total hacen referencia a marcos teóricos de ambas disciplinas. En estos casos se observa que hacen fuerte hincapié en puntos de convergencia entre las mismas, pero no abordan las posibles discontinuidades o rupturas.

Un último grupo (de cuatro trabajos), no hace referencia a marco teórico alguno, aunque implícitamente deja entrever cuáles son sus concepciones acerca de la enseñanza y del aprendizaje.

### **3.7 Algunas conclusiones relevantes acerca del análisis de la bibliografía consultada**

Del análisis de los trabajos consultados se desprende que existe consenso entre los autores consultados en torno a la importancia de la visualización y la interpretación gráfica en Matemática, y se reconoce al entorno digital como un espacio que favorece estas actividades.

Con respecto a los marcos teóricos que sustentan las propuestas, se pudo observar que cinco de los investigadores recurren a referentes de la Didáctica de la Matemática, mientras que otros trece se basan en constructos teóricos propios de la Tecnología Educativa, pero solamente nueve buscan una integración y un diálogo entre ambas disciplinas, en juego sus puntos de convergencia, pero sin atender sus tensiones. También se han encontrado múltiples trabajos en los cuales no se explicita la adhesión a un determinado marco teórico. Es en estos trabajos (y también en algunos de los que se hace referencia solamente a la Tecnología Educativa y desde un punto de vista meramente instrumental) donde más se puede apreciar la vigencia de las modalidades tradicionales de la enseñanza, a pesar de la voluntad de incorporar TIC como innovación, dado el rol pasivo atribuido al alumno en el proceso de aprendizaje.

En cuanto a los indicadores de logro definidos por los investigadores para evaluar el impacto del uso de Materiales Hipermediales, la mayoría recurre a la encuesta y la entrevista para analizar el nivel de aceptación de los estudiantes hacia el recurso. También existen varios trabajos que analizan el rendimiento de los alumnos en los exámenes. En menor medida se han encontrado análisis del tipo de actividad que desarrollan los estudiantes al interactuar con el material. Mayoritariamente se reportan resultados alentadores, tanto para el aprendizaje como para la motivación de los estudiantes.

En virtud de todo lo antedicho, se considera de gran interés el desarrollo de trabajos de investigación que se orienten a construir un marco teórico que sustente el diseño y uso de Materiales Hipermediales, que tenga en cuenta la especificidad de la Matemática como objeto de enseñanza y de aprendizaje, ya que, según lo expresa Godino (2010): “Los fenómenos del aprendizaje y de la enseñanza se refieren a conocimientos particulares y posiblemente la explicación y predicción de estos fenómenos depende de la especificidad de los conocimientos enseñados, además de factores psicopedagógicos, sociales y culturales” (p. 5). El Capítulo 2 de esta tesis tuvo como objetivo lograr un avance en este sentido.

También se considera valioso el desarrollo de un marco metodológico que permita analizar el impacto de estos materiales en las aulas. En esta tesis se intentará proponer una metodología, unos instrumentos de recolección de datos y una forma de análisis de los mismos que permitan dar cuenta de estas cuestiones.

## **Capítulo 4**

Contexto de aplicación del trabajo de campo y diseño de un prototipo de MDH para el mismo

## **Capítulo 4 - Contexto de aplicación del trabajo de campo y diseño de un prototipo de MDH para el mismo**

### **4.1 Introducción**

Existe un amplio consenso en cuanto a la necesidad de transformar los esquemas clásicos de enseñanza, en los cuales el docente es el portador de un conocimiento que transfiere a los estudiantes, en otros donde el alumno cobra un rol protagónico en su propio aprendizaje.

Muchos autores establecen una relación directa entre la incorporación de las TIC en las aulas y un cambio en la metodología de enseñanza, quitando al docente del centro de la actividad y colocando al alumno en ese lugar. Por ejemplo, Cabero Almenara y Llorente (2015) sostienen:

“Ahora bien, lo verdaderamente importante de esta fuerte penetración [en referencia a la penetración de las TIC en el ámbito educativo] no es la diversidad de herramientas con que cuentan los profesores y los alumnos, los cuales les permiten trabajar con imágenes, sonidos o multimedias sino la diversidad de escenarios de comunicación que se han creado para la enseñanza, que permiten crear nuevos escenarios de formación que vienen caracterizados por: ubicar a los estudiantes en el centro del escenario formativo, sacar el aprendizaje de una concepción aislada e individual y dirigirlo hacia posiciones sociales y colaborativas” (p. 178).

Por su parte Salinas Ibáñez, De Benito, y Lizana (2014) señalan que:

“Los distintos aspectos discutidos [acerca de los nuevos escenarios mediados por TIC] representan algunos de los actuales desafíos para la agenda de investigación: el estudio, reflexión, diseño y desarrollo de entornos de aprendizaje, por una parte; y el cambio de modelos en la actualización de los profesores que den cabida a un nuevo perfil docente, por otra. Al mismo tiempo, se observa la necesidad de propuestas y conocimiento de las metodologías centradas en el alumno en estos escenarios de aprendizaje y la búsqueda de nuevos modelos pedagógicos que se ajusten a la concepción de las instituciones como instituciones de gestión de conocimiento” (p. 150).

En el mismo sentido, Sagol (2011, p. 15) afirma:

“En los modelos 1 a 1 el docente no es la única fuente de información, como sucede en un modelo de clases expositivas. En contextos educativos 1 a 1, los estudiantes tienen un papel más activo que el que tradicionalmente cumplen en los contextos áulicos. Con sus computadoras personales y portátiles tienen acceso a construir sus propios conocimientos de forma autónoma y múltiple, y muchas veces fuera del aula” (p. 15).

En la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata (FI UNLP), este cambio metodológico que proponen estos y otros autores, se dio de forma independiente a la incorporación de las TIC. Los alumnos en el aula tienen un rol activo y trabajan en pos de la construcción de sus propios saberes, interactuando entre ellos, en grupos y con la colaboración y orientación de los docentes. La propuesta didáctica de la cátedra Matemática A

incluye actividades a desarrollar con *software* matemático, con la intención de que los alumnos adopten este tipo de herramientas de modo que puedan extender sus capacidades cognitivas. Pero estas actividades, por diversas causas que se explican en el presente capítulo, son generalmente evadidas por la mayoría de los alumnos. Son entonces los docentes los que toman a su cargo el uso de las mismas, cuando buscan mostrar alguna cuestión difícil de abordar con lápiz y papel, a fin de destrabar alguna situación en una mesa de trabajo. Se pierde así el potencial de estas herramientas como instrumentos de modelización matemática, de exploración y construcción de conocimiento, y esta es la situación de carácter contextual que se busca analizar a partir de esta tesis.

En el presente capítulo, se describe la metodología implementada en la asignatura Matemática A donde se realiza el estudio de caso asociado a la presente tesis, los contenidos abordados, el rol de las TIC en este contexto y también se justifica, a partir de todo esto, la necesidad de repensar este rol en pos de potenciar la metodología de la Cátedra. Luego, se describe la propuesta y el material didáctico hipermedial (MDH) diseñados para tal fin y se detallan los criterios utilizados para el diseño y elaboración del MDH, considerando los aspectos teóricos analizados en los capítulos precedentes.

## **4.2 La reforma educativa en la Facultad de Ingeniería de la UNLP**

Desde el año 2002 se está implementando una metodología novedosa de enseñanza en las asignaturas de Matemática de la FI UNLP. La misma se basa en un cuestionamiento al modo tradicional de enseñanza universitaria, centrada en el docente y en el contenido de las materias. Esta propuesta pone al alumno en el centro de la actividad. El aula de Matemática, en este contexto, se ha convertido en un lugar en el que *todos trabajan*, en el que el saber no se considera propiedad exclusiva del docente que lo distribuye, sino producto del trabajo del estudiante con sus pares y docentes (Bucari, Abate, & Melgarejo, 2007). Se busca con esta nueva metodología que los alumnos logren un “aprendizaje constructivo, cooperativo y orientado a la resolución de problemas” (Bucari, Abate, & Melgarejo, 2004, p. 1).

Para estructurar las clases, existe una guía impresa teórico-práctica. Las consignas de trabajo parten de conceptos e ideas intuitivas que poseen los estudiantes e instalan la necesidad de incorporar nuevos conceptos. Luego, se definen y describen esos conceptos, se institucionalizan y se proponen nuevas actividades para ponerlos en juego. Este material impreso se diseñó con la convicción de que todos pueden hacer y aprender matemáticas, y es “funcional para una actividad que los estudiantes pudieran realizar por sí mismos – preferentemente en forma grupal- con la guía y la asistencia de los docentes” (Bucari *et al.*, 2007, p. 23).

La materia es cuatrimestral y se organiza en tres clases semanales de 4 horas de duración. Cada grupo o comisión está integrado por alrededor de 60/70 alumnos a cargo de cuatro docentes (Profesor y tres auxiliares) que ocupan las aulas destinadas a esta materia. Las aulas están amuebladas con mesas y sillas, de manera de que en cada mesa pueda trabajar un grupo estable de 8 a 10 estudiantes. Cada aula tiene una biblioteca para uso de los estudiantes con los textos seleccionados como bibliografía básica (2 por mesa) y otros de consulta. En cada mesa, hay una PC con *software* tipo *Maple* o *Mathematica* instalado (Bucari



et al., 2004). En la Figura 4-1 se puede observar la estructura de las aulas y la forma de trabajo de los estudiantes con los docentes.



Figura 4-1. Fotos que ilustran la estructura del aula de Matemática A y la forma de trabajo en la cátedra.

En Bucari et al. (2007) pueden encontrarse algunos de los componentes del contrato didáctico<sup>4</sup> establecido, que se resume en la Tabla 4-1:

	Deben:	Tienen derecho a:
Los alumnos	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Concurrir y permanecer en clase (si bien la asistencia no es obligatoria).</li> <li>✓ Integrarse a un grupo.</li> <li>✓ Trabajar en clase en las actividades propuestas, sean estas individuales, grupales o colectivas.</li> <li>✓ Cumplir, de acuerdo a sus posibilidades, con el cronograma propuesto.</li> <li>✓ Interactuar positivamente con sus compañeros de grupo y con la clase en general.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Requerir asistencia, individualmente o en grupo, por parte de cualquiera de los docentes presentes.</li> <li>✓ Utilizar, en cualquier momento, los elementos didácticos presentes en la clase (computadoras, libros de texto, etc.).</li> <li>✓ Obtener todo tipo de aclaraciones respecto a la valoración de su desempeño, tanto en evaluaciones escritas, como en notas de concepto y en otras instancias.</li> </ul>
Los docentes	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Asistir a los estudiantes al ser requeridos por estos.</li> <li>✓ Interiorizarse del trabajo de los estudiantes, aun cuando éstos no los requieran.</li> <li>✓ Guiar a la clase estableciendo, de acuerdo al ritmo pretendido y al ritmo real del aula, los distintos momentos y actividades.</li> <li>✓ Comprometer su esfuerzo para que todos los estudiantes alcancen los objetivos de aprendizaje propuestos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Evaluar el desempeño de los estudiantes y, fundadamente, asignarles una nota final.</li> <li>✓ Ejercer la libertad de cátedra dentro de los consensos establecidos</li> </ul>

Tabla 4-1. Algunos elementos del contrato didáctico en matemática A. Fuente: Búcarí et al, 2007.

<sup>4</sup> En este trabajo de tesis se utiliza el término *contrato didáctico* en el sentido de Brousseau, tal como se definió en el Capítulo 2. Sin embargo, en el trabajo citado toman este término con otro significado: “Este contrato, las más de las veces implícito, fija roles, lugares y funciones; las actividades que deben ser cumplidas por parte del profesor y de los alumnos y los lugares relativos de ambos respecto del saber”.

### 4.3 Contenidos de la Asignatura

Los contenidos de la asignatura Matemática A abarcan temas de las antiguas materias Análisis Matemático I y II, Álgebra y Geometría Analítica. Esencialmente se trata el Cálculo Diferencial en una y varias variables, pero se abordan a propósito de este estudio algunas cuestiones del Álgebra (por ejemplo, el álgebra elemental de los vectores) y de la Geometría Analítica (cónicas, planos, superficies cuádricas).

La asignatura consta de 9 unidades en total, divididas en dos grandes grupos: Módulo 1 y Módulo 2. Cada módulo se evalúa en un examen parcial. El Módulo I incluye los temas relacionados a una sola variable, mientras que el segundo incluye los temas relacionados con el cálculo en 2 y 3 variables, y la geometría analítica del plano y del espacio.

#### ***Módulo I (Cantidad de clases previstas: 15/16 clases)***

- ***Unidad 1: Funciones numéricas (gráfica de una función, dominio, algunas funciones elementales)***
- ***Unidad 2: Derivadas (variación promedio y variación instantánea, función derivada, reglas de derivación)***
- ***Unidad 3: Límites y continuidad***
- ***Unidad 4: Estudio de funciones (crecimiento y decrecimiento, extremos locales, concavidad, comportamiento en el infinito)***
- ***Unidad 5: Funciones trascendentes (circulares, exponenciales, logarítmicas; función inversa)***

#### ***PRIMER PARCIAL – Primera fecha***

***5 clases sin tema nuevo para repaso y consultas***

#### ***PRIMER PARCIAL – Segunda fecha***

#### ***Módulo II: (Cantidad de clases previstas, 15/16 clases)***

- ***Unidad 6: Funciones vectoriales (vectores en  $\mathbb{R}^2$  y  $\mathbb{R}^3$ , operaciones entre vectores, ecuación vectorial de la recta, ecuación del plano, funciones a valores vectoriales)***
- ***Unidad 7: Funciones de varias variables (cónicas, cilindros, cuádricas, funciones de dos variables, gráficas y curvas de nivel)***
- ***Unidad 8: Diferenciación de funciones de varias variables (límites y continuidad, derivadas parciales, diferenciabilidad, plano tangente)***
- ***Unidad 9: Optimización en una y dos variables.***

#### ***SEGUNDO PARCIAL – Primera fecha***

***5 clases sin tema nuevo para repaso y consultas***

#### ***SEGUNDO PARCIAL – Segunda fecha***

***Consultas***

### ***FLOTANTE (Examen previsto para alumnos que han aprobado uno de los dos exámenes parciales)***

Los alumnos acreditan la materia aprobando cada uno de los dos parciales, en cualquiera de las 5 instancias, con nota superior o igual a 4 y con un promedio superior o igual a 6. En caso de aprobar cada parcial con nota superior o igual a 4, pero no alcanzar el promedio de 6 puntos, deben rendir un examen final, pero pueden continuar cursando las materias correlativas. Los alumnos que desaprueban al menos uno de los dos exámenes parciales (con nota inferior a 4), deben recurrir a la materia.

## **4.4 La Clase**

En las clases, se prevén las siguientes instancias (Bucari *et al.*, 2004):

a) **Actividades teórico-prácticas guiadas:** constituyen el núcleo principal de trabajo. Introducen constructivamente los conceptos principales. La tarea aquí es grupal, y el docente guía e intercambia con el grupo.

b) **Exposiciones docentes:** son el nexo entre actividades y demás instancias de las clases. Tienen como objeto ampliar, conectar y unificar. También contribuyen a la generalización y formalización de los conceptos adquiridos.

c) **Problemas integradores:** son situaciones problemáticas de cierta complejidad (por supuesto accesibles a los estudiantes) que se plantean a la clase. En lo posible pertenecientes a contextos provenientes de la Ingeniería. Son conocidos por los alumnos al comienzo de cada unidad temática y se desarrollan durante todo el transcurso de la misma. Se prevén dos instancias para su resolución, una grupal con la participación de los docentes en cada grupo y otra general, donde cada grupo expone su problema, cómo lo pensó y a qué conclusiones llegó.

d) **Atención de consultas:** se dispone de tiempo para que los docentes atiendan las consultas de los estudiantes sobre la ejercitación propuesta o sobre cualquier otro tema.

En relación al marco teórico adoptado en la presente tesis, se puede señalar que el rol de los problemas en este contexto se corresponde con el modelo *apropiativo* (presentado en el Capítulo 2) descrito por Charnay (1994): “Se propone partir de ‘modelos’, de concepciones existentes en el alumno y ‘ponerlas a prueba’ para mejorarlas, modificarlas o construir nuevas” (p. 55). La actividad matemática en el aula propicia la construcción de los conocimientos en un sentido similar al del matemático, tal como propone Brousseau (2007), a partir de situaciones de acción, de formulación y también de validación. La institucionalización se lleva a cabo, en parte, a partir de las exposiciones del docente al frente del aula y a raíz de lo trabajado en las mesas con los alumnos y también, como se explicará a continuación, a partir del material impreso.

## 4.5 Características del material impreso de la Cátedra Matemática A.

El material impreso que comenzó a utilizarse en 2002 sufrió múltiples reformulaciones en función de la experiencia ganada durante las distintas ediciones del curso. En el año 2014 se edita como libro de Cátedra y allí se expresa que este material:

“En primer lugar, no se estructura a partir de una lógica expositiva como en los textos más tradicionales, ni tampoco en una propuesta motivacional, tal como los libros más modernos, en los cuales se propone capturar el interés del lector mediante la profusión de elementos visuales y propuestas de aplicaciones. En cambio, este libro se presenta básicamente como un material ‘a trabajar’ por los estudiantes con el apoyo y la guía de los docentes” (Bucari, Langoni, & Vallejo, 2014, p. 1).

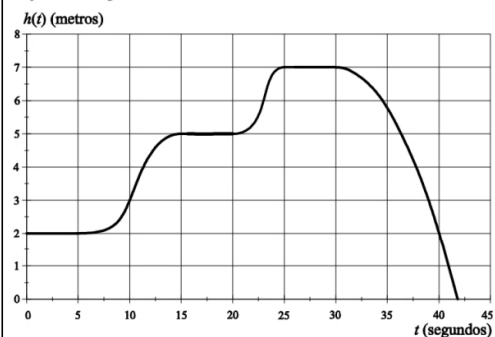
A diferencia de los apuntes de Cátedra tradicionales, el libro de texto utilizado en Matemática A (elaborado *ad hoc* por docentes de la Cátedra) plantea en primera instancia problemas para su resolución por parte de los alumnos, con orientación y apoyo del equipo docente. Estos problemas buscan que los alumnos pongan en juego sus conocimientos previos, sus ideas intuitivas, saberes de otras disciplinas, a fin alcanzar una posible respuesta e introducir nuevos objetos matemáticos con sentido para el alumno. A modo de ejemplo, se presenta la actividad que se muestra en la Figura 4-2, con la cual se comienza el debate en relación al concepto de derivada.

La pregunta “2” de la actividad mostrada en la Figura 4-2, dispara discusiones entre los alumnos y entre alumnos y docentes, ya que los alumnos vienen trabajando el concepto de velocidad media en un intervalo, y la pregunta apunta a comparar dos velocidades instantáneas. La tarea del docente en la mesa debe apuntar a que los alumnos reflexionen acerca de la duración de un instante, de cómo se puede determinar la velocidad en un instante (en forma aproximada, en una primera instancia), si se sabe calcular velocidades medias en intervalos. Esto debería sentar las bases para una aparición con sentido de la noción de derivada y, más adelante, de límite.

A continuación de cada una de estas actividades, se presenta en el material impreso la formalización de los conceptos que emergieron en forma más o menos implícita durante el desarrollo de las actividades. Esta presentación más formal ocuparía en cierta forma el lugar de “institucionalización” de los conocimientos construidos. La misma se complementa con las puestas en común y exposiciones del profesor a cargo del curso en el contexto propio de producción del conocimiento.

Luego, se presentan nuevas situaciones en las cuales los alumnos vuelven a poner en juego los saberes construidos para arribar a otros nuevos.

La gráfica de la figura representa la altura  $h$  medida en metros desde el nivel del suelo, de cierto objeto que se mueve verticalmente, a medida que transcurre el tiempo  $t$  expresado en segundos



Completan la siguiente tabla a partir de la información suministrada por la gráfica

$a$	$b$	$h(b)$	$h(a)$	Variación total de $h$ entre $a$ y $b$	Variación media de $h$ entre $a$ y $b$
0	10	3	2	$3 - 2 = 1$	$1m/10s = 1/10m/s$
5	10				
5	25				
20	25				
20	40				
0	40				
30	40				
25	35				

Cuando -como en este caso- la función describe la posición de un objeto en función del tiempo, la variación total entre dos instantes  $a$  y  $b$  recibe el nombre de **desplazamiento** entre  $a$  y  $b$ , y la variación media se denomina **velocidad media** entre  $a$  y  $b$ .

- Usando la tabla anterior consideren  $a = 5$  y  $b = 25$ . Hagan lo siguiente:
  - Identifiquen los puntos de la gráfica correspondientes a  $a = 5$  y  $b = 25$ .
  - Dibujen la recta que pasa por los puntos identificados en el inciso anterior.
  - Usando la gráfica, calculen la pendiente de la recta dibujada y comparen el valor obtenido con la velocidad media correspondiente al intervalo  $[5, 25]$ .
  - Repitan los incisos anteriores para dos intervalos más de los dados en la tabla.
  - Concluyan que la velocidad media en un intervalo es igual a la pendiente de la recta que pasa por los puntos correspondientes en la gráfica. A la recta que pasa por dos puntos dados de una gráfica se la denomina **recta secante** a la gráfica por dichos puntos.
- ¿Es cierto que la velocidad del objeto entre  $t = 5s$  y  $t = 15s$  fue de  $0.3m/s$ ? Justifiquen su respuesta.
- Cuándo consideran ustedes que el objeto se movía más rápido ¿en  $t = 10$  ó  $t = 23$ ? Justifiquen su respuesta.
- ¿Cómo harían para estimar la velocidad del objeto en  $t = 35$ ? ¿Y en un  $t$  cualquiera?

Figura 4-2. Ejemplo de actividad disparadora del debate acerca de la noción de derivada. Fuente: Búcarí *et al*, 2014.

## 4.6 Abordaje de la unidad 6 en el material impreso

La unidad 6 reviste especial interés en el contexto de la presente tesis, dado que es la que fue seleccionada para realizar las experiencias áulicas asociadas a la misma. Esta unidad se desarrolla, de acuerdo con los cronogramas de la Cátedra, a continuación del primer período de evaluaciones parciales. A esa altura del dictado del curso, los alumnos ya estudiaron los conceptos principales del Cálculo Diferencial en una variable y se inicia el estudio del Cálculo en más de una variable. Para ello, se propone el estudio del Álgebra Vectorial elemental, rectas, curvas y planos en el espacio, objetos que se utilizarán luego para el estudio del Cálculo.

Los temas correspondientes al segundo módulo suelen presentar a los estudiantes mayores dificultades que los del primero. Esta diferencia puede estar relacionada con múltiples aspectos, pero se entiende que el pasaje del trabajo en el plano al trabajo en el espacio tridimensional constituye una gran dificultad para los alumnos (esto se infiere a partir de las interacciones en el aula con los alumnos y a partir de múltiples investigaciones que dan cuenta de esta dificultad, por ejemplo Andrade Molina y Montecino Muñoz (2011); Götte y Mántica (2013); Pulido y Zambrano (2010)).

Es por esto que se pensó trabajar sobre estas dificultades de los alumnos proponiendo en el comienzo del segundo módulo la utilización de un Material Didáctico Hipermedial, *remix* digital (Schwartzman & Odetti, 2013) de la unidad 6 del material impreso con el que trabajan los alumnos habitualmente, que incluyera animaciones, imágenes 3D y *applets* interactivos creados con el programa *GeoGebra*. Los objetivos de esta nueva versión del material fueron:

- lograr una comprensión más profunda de los temas abordados a partir de la diversificación de los medios utilizados por los alumnos;
- lograr que los alumnos se familiaricen más con el registro de representación gráfico tridimensional y logren adoptarlo como herramienta para la interpretación y resolución de problemas que involucren objetos tridimensionales;
- y por último, que se familiaricen con las herramientas y la forma de trabajo del *software* GeoGebra a fin de que puedan adoptarlo como herramienta para el aprendizaje.

Se comienza el desarrollo del tema con la problemática de describir desplazamientos en el plano, habiendo ya trabajado con desplazamientos en una dimensión y habiendo definido la *velocidad media* y la *velocidad instantánea* en una dimensión. Esto se vincula con la historia del concepto de *vector*, que de acuerdo con Jarero Kumul (2006) se origina en la astronomía como modelo para la descripción del movimiento: “La palabra VECTOR (como la palabra vehículo, deriva del Latín *vehĒre*; llevar) era primero un término técnico en geometría astronómica” (p. 41).

Luego, se trabaja sobre las operaciones entre vectores, tanto gráfica como analíticamente. La suma de vectores se presenta como la forma de representar el desplazamiento total luego de sucesivos desplazamientos. Se presenta también la descripción de los vectores en coordenadas polares, a partir de problemas donde los datos aparecen naturalmente expresados en ese sistema. Luego se generalizan estas cuestiones al espacio tridimensional. Se plantea la problemática de determinar el ángulo entre dos vectores, tanto en el plano como en el espacio, a partir de la cual se define el *producto punto*.

Para el abordaje del concepto de *ecuación vectorial de la recta*, Jarero Kumul (2006) recomienda: “en lugar de partir de la ecuación y esperar que el alumno la interprete, puede resultar conveniente propiciar la construcción de la recta y llevarlos a la deducción de la ecuación” (p. 52). En la Figura 4-3, se presenta una actividad a modo de ejemplo en la que se propone a los alumnos tal construcción.

**6.3 Ecuaciones de las rectas y los planos**

■ **Ecuación vectorial de una recta**

ACTIVIDAD

1. Consideren el vector  $\mathbf{v} = (-1, 3, -2)$  ¿Cómo describirían al conjunto de los puntos  $P(x, y, z)$  del espacio tales que  $\vec{OP}$  es un múltiplo de  $\mathbf{v}$ ? Dibujen.
2. Consideremos ahora dos puntos, digamos  $A(2, 3, -5)$  y  $B(0, 1, 2)$ . Describan por medio de una expresión al conjunto de los puntos  $P(x, y, z)$  tales que  $\vec{AP}$  sea un múltiplo de  $\vec{AB}$  ¿Cómo se ve ese conjunto en el espacio? ¿El punto  $A$  pertenece al conjunto? ¿Y el punto  $B$ ? Dibujen.

Figura 4-3. Consigna de la actividad introductoria del tema “Ecuación vectorial de la recta”. Fuente: Búcarí *et al*, 2014.

A partir de la actividad cuya consigna se muestra en la Figura 4-3, se busca que los alumnos formulen algunas conjeturas, tarea que en el marco de la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) es de suma importancia, ya que es parte constitutiva de la tarea del matemático (Brousseau, 1986). Tales conjeturas son:

- que el conjunto de los puntos  $P$  tales que  $\overrightarrow{OP}$  es múltiplo de  $\mathbf{v}$  es una recta paralela a  $\mathbf{v}$  que pasa por el origen de coordenadas  $O$ ;
- que tal conjunto puede representarse por medio de una ecuación vectorial:  $\overrightarrow{OP} = t\mathbf{v}$ ;
- que el conjunto de los puntos  $P$  tales que  $\overrightarrow{AP}$  es múltiplo de  $\overrightarrow{AB}$  es la recta que pasa por  $A$  y por  $B$ ; y
- que este conjunto puede representarse por medio de una ecuación vectorial:  $\overrightarrow{AP} = t\overrightarrow{AB}$ .

Esta actividad, requiere que los alumnos interactúen con, por lo menos, dos registros de representación, en el sentido definido por Duval (2006): el registro algebraico y el registro gráfico del espacio tridimensional. Esto último constituye muchas veces un obstáculo para los alumnos (y a la vez es necesario que lo utilicen) ya que son las primeras actividades que realizan en  $\mathfrak{R}^3$  y deben familiarizarse con este nuevo registro de representación.

Luego de esta actividad, se institucionaliza la *ecuación vectorial de una recta* y se lleva a cabo todo el trabajo relacionado a rectas paralelas y perpendiculares, intersección entre rectas, etc.

De manera análoga se trabaja para la introducción de los planos y sus ecuaciones. En la Figura 4-4 se muestra la consigna que da inicio al estudio de este tema:

**Ecuación de un plano en el espacio**

---

ACTIVIDAD

- Consideren el vector  $\mathbf{v} = \langle -1, 1, -3 \rangle$ . Describan por medio de una expresión al conjunto de los puntos  $P(x, y, z)$  tales que  $\overrightarrow{OP}$  es normal a  $\mathbf{v}$ . ¿Cómo se ve ese conjunto en el espacio? ¿El origen  $\overrightarrow{O}$  pertenece al conjunto?
- Consideremos ahora dos puntos, digamos  $A(2, 3, -5)$  y  $B(0, 1, 2)$ . Describan por medio de una expresión al conjunto de los puntos  $P(x, y, z)$  tales que  $\overrightarrow{AP}$  es normal a  $\overrightarrow{AB}$ . ¿Cómo se ve ese conjunto en el espacio? ¿El punto  $A$  pertenece al conjunto?

---

Figura 4-4. Consigna para comenzar a trabajar sobre la ecuación del plano. Fuente: Búcarí *et al*, 2014.

Luego se trabajan las relaciones entre distintos planos en el espacio: planos paralelos, perpendiculares, cálculo de la intersección entre dos planos, intersección entre un plano y una recta.

Por último, se introducen las curvas parametrizadas en el espacio como modelo matemático para la descripción de objetos en movimiento, el estudio de la velocidad y la aceleración (magnitudes antes consideradas escalares que pasan ahora a considerarse vectoriales).

## 4.7 Rol de las TIC

Como se mencionó anteriormente, las aulas de Matemática A están equipadas con dispositivos informáticos (una PC por mesa de alumnos). En los mismos están instalados distintos programas específicos de matemática: *Maple*, *Mathematica*, *GeoGebra*, *Matlab*.

En el libro de la Cátedra, se consignan algunas actividades específicas para realizar utilizando dichos programas:

“Las actividades también contemplaron una interacción con el uso de PC, como una manera de visualizar geoméricamente las aseveraciones realizadas y acostumbrar al alumno a que los resultados obtenidos no son un mero manipuleo de fórmulas sino que tienen una concepción tangible que puede ser escrita y trabajada en lenguaje matemático” (Guardarucci & Bucari, 2007, p. 3).

Hasta el año 2014 inclusive, se propusieron actividades a realizarse utilizando en forma exclusiva el *software Maple*. En 2015, las mismas actividades (o muy similares) se propusieron para realizar con el *software GeoGebra* debido a que este programa permite hacer la totalidad de las actividades que se proponían para realizar con *Maple*, pero con las ventajas de: ser libre, poseer una interfaz más intuitiva y amigable y ser utilizado en múltiples escuelas secundarias. Para ejemplificar el tipo de actividades propuestas en el libro de Cátedra para realizar utilizando *software*, se muestran en la Figura 4-5, la Figura 4-6 y en la Figura 4-7 algunas de las mismas.

Como se puede apreciar a partir de dichos ejemplos, el rol principal asignado a las herramientas informáticas en el aula de Matemática A se relaciona con promover la visualización matemática de los conceptos, la articulación y contrastación entre los cálculos analíticos realizados a mano con diversos registros de representación semiótica (tablas de valores; registro gráfico, en especial en el espacio tridimensional; registro algebraico).

**ACTIVIDAD**

Consideremos la función del inciso 4 del Ejercicio anterior. Se ha visto gráficamente que esa función tiene el valor esperado  $1/2$  en  $x_0 = 1$ .

1. Construyan una lista de diez números, comenzando en el 0, que sea creciente y cuyos términos sean cada vez más próximos a 1 (pero distintos de 1).
2. Formen una nueva lista, ahora construida con los valores de  $f$  en los números de la lista anterior.
3. La primera lista se aproximaba a 1 ¿a qué valor se aproxima la segunda?
4. Hagan lo mismo para una lista que comience en 2 y se aproxime a 1 en forma descendente.
5. Hagan lo mismo, pero con una lista que se aproxime a 1 pero que alterne valores mayores y menores que 1.

Figura 4-5. Ejemplo de actividad para realizar utilizando el software Maple. Fuente: Búcarí *et al*, 2014.



EJERCICIOS

1. Muestren que las discontinuidades de la función tangente son inevitables estudiando los límites  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2} + k\pi} \tan x = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2} + k\pi} \frac{\text{sen } x}{\text{cos } x}$  para  $k$  entero.
2. Muestren que la tangente tiene asíntotas verticales en  $-\pi/2$  y  $\pi/2$  y estudien el comportamiento asintótico. Generalicen a todos los  $x$  de la forma  $\frac{\pi}{2} + k\pi$  con  $k$  entero.
3. Comprueben lo anterior graficando con Maple a la función  $\tan(x)$  (usen la opción `discont=true`).

Figura 4-6. Ejemplo de actividad para realizar utilizando el software Maple. Fuente: Búcarí *et al*, 2014.

3. Dibujen con Maple la gráfica de la función y la de su plano tangente en el punto dado. Amplíen el dibujo hasta que la gráfica de la función y el plano tangente sean indistinguibles.
  - a.  $f(x, y) = \frac{4x}{y}$  en  $(1, 2, 2)$
  - b.  $f(x, y) = x^3 - xy$  en  $(-2, 3, -2)$
  - c.  $f(x, y) = \text{sen}(x) \text{cos}(y)$  en  $(0, \pi, 0)$

Figura 4-7. Ejemplo de actividad para realizar utilizando el software Maple. Fuente: Búcarí *et al*, 2014.

El *software* matemático constituye una herramienta de trabajo fundamental para el ingeniero, quien lo utiliza en su labor cotidiana profesional. Esta es una de las causas por las cuales la integración de este tipo de *software* en la clase de Matemática para Ingeniería es una preocupación habitual del cuerpo docente.

Por otro lado, Novembre, Nicodemo, y Coll (2015) señalan que:

“Una vez que las computadoras entraron en el ámbito matemático académico, las tareas y el quehacer matemático no fueron los mismos. Las prácticas matemáticas se vieron modificadas, a la vez que los temas tratados por la disciplina se vieron enriquecidos: se hizo posible la resolución de problemas antes inabordables, se pudieron construir gráficos y figuras antes sólo imaginables, y manipular, a la vez, una cantidad de datos que nunca se había pensado. Sin embargo, este cambio de las prácticas y tareas matemáticas no tuvo su correlato inmediato en las escuelas. Mientras el quehacer y los saberes matemáticos académicos se transformaron y enriquecieron, los conocimientos y prácticas escolares permanecieron inmutables” (p. 22).

Esta observación que Novembre *et al.* realizan en relación a la escuela, es aplicable también al ámbito universitario, donde las prácticas de enseñanza no han logrado aún aprovechar al máximo los aportes de las tecnologías informáticas. De allí se desprende la búsqueda de actividades que aporten a la construcción de conocimiento matemático en el aula con el uso de estas tecnologías.

Una problemática que se observa en la implementación actual de las actividades que implican el uso de las computadoras en el aula de Matemática A es que la mayoría de los alumnos las consideran accesorias, y no una parte constitutiva de la secuencia didáctica

planteada por el material, y como consecuencia pasan por alto estas actividades. Algunas de las causas posibles de esta situación, fueron analizadas en Del Río, González, y Búcarí (2014):

- el *software* propuesto, *Maple*, demanda por parte del alumno el aprendizaje de todo un lenguaje nuevo, sentencias con una sintaxis estricta y la ayuda del programa se encuentra en inglés;
- las computadoras en el aula se encuentran normalmente apagadas, lo cual implica que, llegado el momento de resolver una actividad puntual de la secuencia plasmada en el libro de cátedra, la computadora debe encenderse especialmente, esperar que inicie el programa (proceso lento, debido a que los equipos ya tienen algunos años y no cuentan con el mantenimiento adecuado), y estos también son obstáculos que atentan contra el desarrollo de las actividades.

Finalmente, los docentes convencidos de que la visualización matemática que posibilita un *software* como *Maple* es importante para el aprendizaje de los alumnos, toman las riendas de la operación de la computadora, realizando una práctica meramente ostensiva. En Matemática A, se busca que los alumnos sean protagonistas en la construcción de su propio conocimiento, que ganen autonomía en el aprendizaje, pero a la hora de aprovechar los beneficios de las TIC, el docente vuelve a su rol tradicional en el cual muestra una información y brinda una explicación explícita.

La propuesta para intentar superar dichas dificultades, extraídas del artículo mencionado anteriormente, que dio origen al desarrollo del MDH cuyo impacto se analiza en la presente tesis, se basó en los siguientes ejes:

- Generación de un único material, en formato digital, que incluya el texto teórico-práctico y *applets* interactivos, de uso dinámico e intuitivo, y que promueva la interactividad y la exploración por parte del alumno. Se seleccionó uno de los temas de la materia para el cual se desarrolló este material. La idea fue que durante algunas clases, el trabajo con la computadora sea más intensivo y que constituya una oportunidad para los alumnos para aprender el uso del *software*.
- Inclusión de *applets* interactivos desarrollados con el programa *GeoGebra* y actividades a realizar utilizando dicho programa, a fin de que los alumnos se familiaricen con este *software*, puedan apreciar lo simple que es su utilización y en qué forma y medida enriquece los aprendizajes matemáticos.

*GeoGebra*, a diferencia de *Maple*, tiene una interfaz intuitiva, basada en el uso de botones con íconos que permiten anticipar la función del botón y que se complementa con la aparición de una ayuda al posicionar el cursor del mouse sobre el mismo, que además están en castellano. Las cosas que se deben hacer a partir de comandos también resultan más simples que en *Maple*, dado que en *GeoGebra* los comandos están también en español, y al comenzar a escribir lo que uno quiere hacer, aparece una lista de comandos que comienzan con las letras ingresadas y la sintaxis que debe respetarse. A modo de ejemplo, si lo que se desea es graficar una curva, al comenzar a escribir “cur” en la barra de entrada, emerge la lista que se observa en la Figura 4-8.

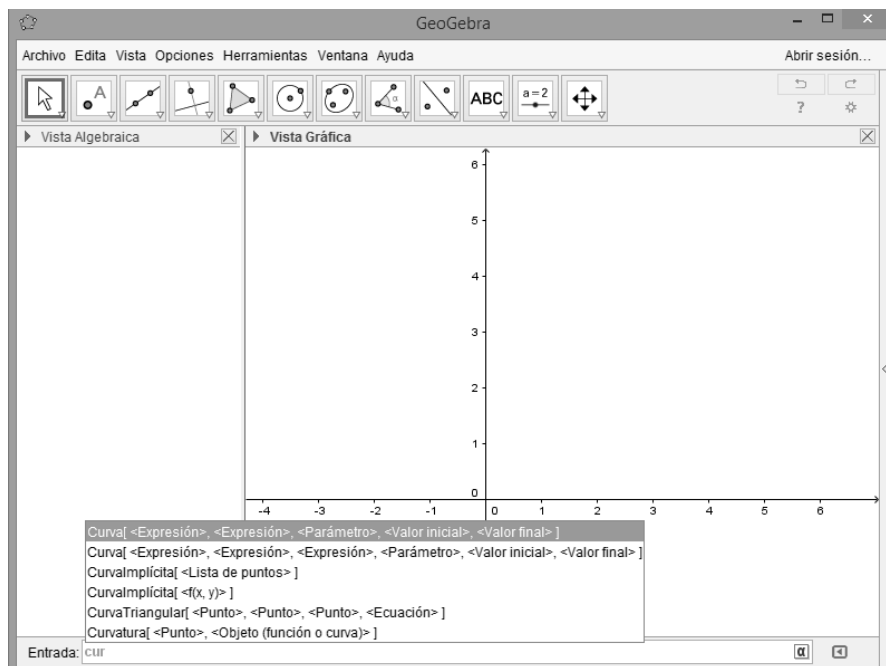


Figura 4-8. Al comenzar a escribir en castellano lo que se quiere introducir en el programa GeoGebra, emerge una lista de comandos que comienzan con las letras escritas y la sintaxis que debe respetarse.

En las próximas secciones del presente capítulo, se describe con detalle el material diseñado orientado por los ejes mencionados, y cómo se pretende que el mismo consiga otro posicionamiento de las TIC en el aula de Matemática A, logrando que los alumnos se apropien de la herramienta, la gestionen por sí mismos y puedan utilizarla para la construcción de sus propios conocimientos.

## 4.8 Descripción del Material Didáctico Hipermedial desarrollado

### 4.8.1 Generalidades del prototipo de MHD

La versión hipermedial del material de la Cátedra fue desarrollada utilizando la herramienta de autor<sup>5</sup> *eXeLearning*. Este programa permite la creación de materiales educativos con formato de sitio web a partir de plantillas prediseñadas, permitiendo al docente crear materiales sin necesidad de poseer conocimientos avanzados de programación, ni de diseño gráfico. Este material hipermedial está disponible en: <http://experienciadigital-matea.blogspot.com/> y puede descargarse para ser utilizado fuera de línea.

El mismo está organizado con una estructura jerárquica, con nodos principales en los que se introducen los distintos temas abordados, y subnodos que permiten profundizar y realizar actividades relacionadas con los mismos.

En la primera pantalla, se proporcionan dos videos. El primero tiene por objetivo motivar el estudio de los temas tratados y el segundo, explicar los principales aspectos del

<sup>5</sup> De acuerdo con Moralejo, Sanz, y Pesado (2014) "Las herramientas de autor son programas que permiten al usuario crear sus propias aplicaciones multimedia sin necesidad de recurrir a un especialista informático".

material y las recomendaciones para su utilización. A continuación, se desarrollan los temas y hacia el final se presentan algunas pantallas que contienen actividades integradoras. Por último, se encuentran los créditos. Este MDH pretende conservar algunas de las características esenciales del material impreso: como se mencionó anteriormente, se trata de un material pensado para que los alumnos trabajen, resuelvan problemas, reflexionen. Cada tema abordado se estructura planteando inicialmente a los estudiantes situaciones problemáticas a partir de las cuales se pueda producir la génesis en el aula de aquellos conceptos que se desea que ellos aprendan. Luego de plantear dichos problemas, y que los alumnos en forma grupal los resuelvan, se ofrecen en el material definiciones, enunciados de propiedades, teoremas y ejemplos, a modo de **institucionalización** (que por supuesto se complementa con lo que los docentes discuten con los alumnos en el aula teniendo en cuenta las particularidades que pueden surgir en los distintos grupos). También se incluyen ejercicios tendientes a que los alumnos logren dominar las técnicas construidas en el transcurso de las clases.

El material impreso sirvió como guión inicial para el desarrollo del MDH. Las actividades fueron modificadas, tal como se explicará posteriormente, a fin de adaptarlas para que puedan ser realizadas dentro del entorno *GeoGebra*, en aquellos casos en los que se consideró que este cambio valía la pena. Algunas imágenes estáticas se conservaron tal como estaban, pero otras fueron reemplazadas por imágenes animadas, como se explicará más adelante. En esta versión del material, también se proponen actividades para realizar con lápiz y papel.

Las actividades interactivas diseñadas para utilizar el entorno de Geometría Dinámica *GeoGebra* constituyen un medio en el cual los alumnos pueden explorar y recibir retroalimentaciones por parte del entorno, que les permiten decidir si lo realizado es correcto o no. Tal como se explicitó en el Capítulo 2, de acuerdo con la TSD, que sea el medio el que proporcione retroalimentaciones y que el alumno pueda interpretarlas para validar por sí mismo su actividad, en lugar de buscar la aprobación del docente, es fundamental para la construcción del conocimiento matemático. Asimismo, las retroalimentaciones provistas por este entorno superan la dicotomía correcto/incorrecto, y permiten comprender la naturaleza del error cometido. Por ejemplo, si se ingresa la ecuación  $y=x$  esperando visualizar una recta y se obtiene, en cambio, la gráfica de un plano, es posible recuperar la ruptura estudiada entre  $\mathfrak{R}^2$  y  $\mathfrak{R}^3$ , vinculada con el hecho de que una ecuación lineal en dos variables representa una recta en el primero de dichos espacios, pero en el segundo, representa un plano. A continuación se describen los lineamientos considerados para la navegación.

#### **4.8.2 Navegación**

De acuerdo con lo expuesto en la sección anterior, el material tiene una organización jerárquica de los contenidos. Mediante botones “anterior” y “siguiente”, se propone una secuencia de recorrido lineal, a fin de que el alumno pueda, en una primera instancia, recorrer la secuencia didáctica tal como fue concebida, pero pudiendo apartarse de la misma para re-visitarse actividades realizadas previamente, favoreciendo la interrelación entre las mismas, y pudiendo también acceder a un glosario, según su necesidad, que le permita recuperar definiciones establecidas con anterioridad. Esta estructura fue discutida en las conclusiones del Capítulo 2.

En la Figura 4-9 se muestra el mapa de navegación entre las distintas páginas que componen el MDH. Tal como se mencionó anteriormente, las páginas que integran la secuencia son accesibles desde cualquier otra por medio de un árbol de contenidos que se encuentra a la izquierda de la pantalla en todas las ventanas, pero estas conexiones no se marcaron en el diagrama para no complejizar tanto el dibujo. La existencia de este árbol posibilita que los alumnos ingresen por la parte que ellos necesiten en un determinado momento y que puedan establecer relaciones entre las distintas páginas no previstas *a priori* por los autores del material. Este menú siempre se encuentra presente a lo largo del recorrido del material.

Para el recorrido mediante los botones “anterior” y “siguiente” se configuró la navegación de manera tal que la página que se abre reemplaza a la que estaba abierta, mientras que aquellos hipervínculos que apartan al usuario de esa secuencia lineal, se configuraron para que la pantalla a la que se acceda se abra en una pestaña nueva. En cuanto a las pantallas que conformaron el glosario, se abren como *pop-ups*.

A continuación se describen componentes centrales considerados en el diseño del MDH.

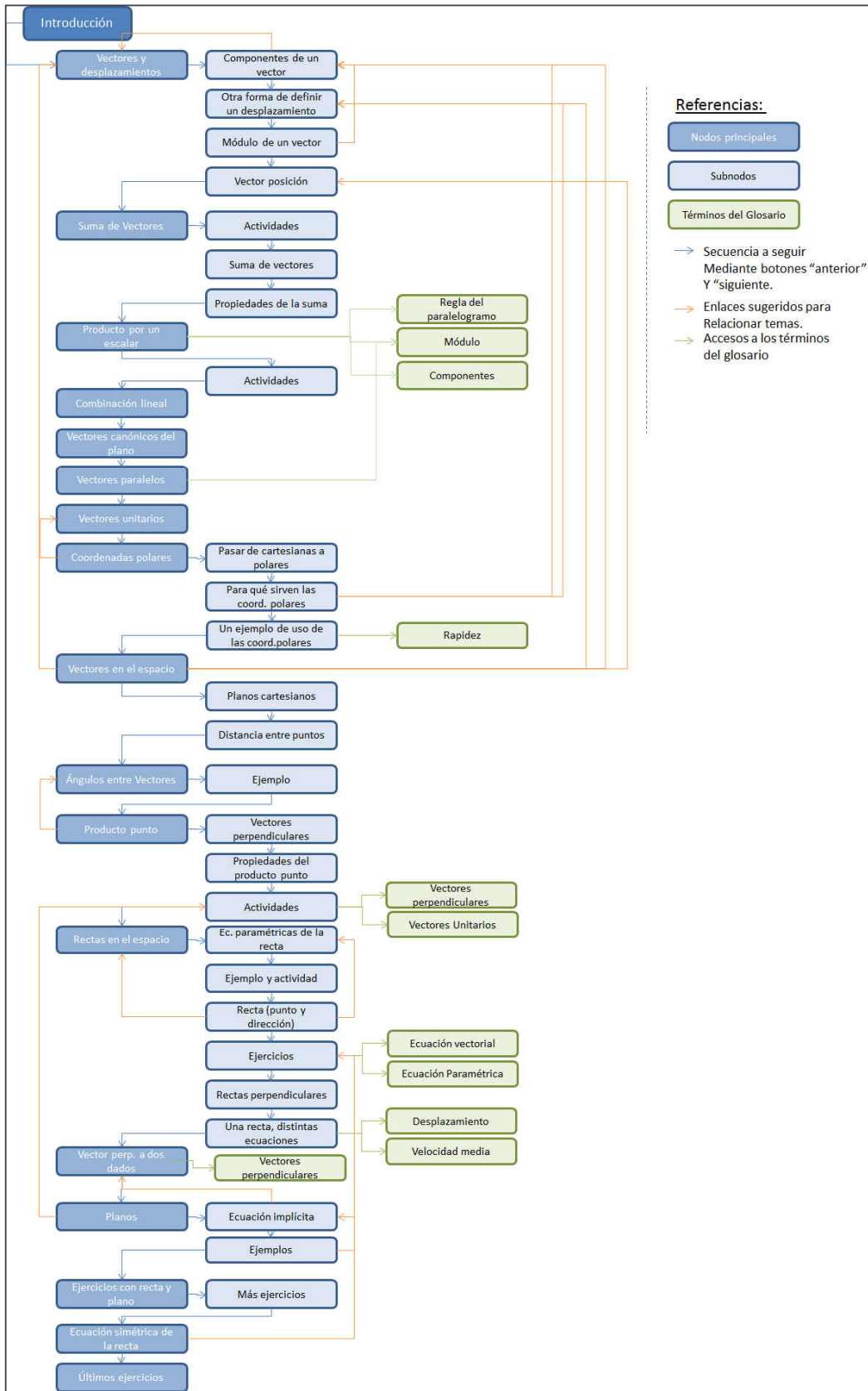


Figura 4-9. Mapa de navegación del prototipo de MDH.

### 4.8.3 Componentes centrales del diseño

#### 4.8.3.1 *Applets interactivos*

De acuerdo con González (2013), los *applets* son “pequeñas interfaces donde el propio alumno puede manipular elementos relacionados con las matemáticas con bastante libertad para poner a prueba sus conocimientos previos y desarrollarlos mediante la acción autónoma, aunque guiada por el profesor” (p. 12). La característica que hace didácticamente potentes a los *applets* es su dinamismo y su interactividad. Hohenwarter (2014) subraya que estos recursos posibilitan la *visualización dinámica* en las cuales las representaciones pueden modificarse interactivamente moviendo puntos o deslizadores con el *mouse* o el dedo (en el caso de las interfaces táctiles). Esto, según este autor, es superior de las representaciones estáticas, que solamente permiten analizar una situación fija, y permite que los estudiantes manipulen los objetos para investigar sus propiedades, sus invariantes, y sus características, además de propiciar la creación de representaciones internas (mentales) a partir de externas.

En este sentido se incluyeron *applets* interactivos en el MDH: con el objetivo de facilitar la construcción de imágenes internas que representen los objetos matemáticos en estudio, apostando a que de esta forma los alumnos se familiaricen con el registro gráfico tridimensional y puedan ponerlo en juego para la resolución de problemas matemáticos; también con el objetivo de que los alumnos realicen y/o exploren construcciones dinámicas para arribar a conjeturas acerca de sus propiedades y de cómo se pueden describir en forma algebraica.

Los *applets* interactivos incorporados fueron realizados utilizando el *software GeoGebra* que permite la creación de representaciones dinámicas de vectores, rectas y planos (objetos matemáticos abordados a partir del MDH) con gran facilidad. Estas pequeñas aplicaciones interactivas pueden incrustarse en los materiales diseñados con *eXeLearning* para ser utilizados fuera de línea por los usuarios. Permiten la manipulación y edición de los objetos representados para que el estudiante pueda explorar, obtener distintos puntos de vista rotando la figura de un modo muy sencillo y proporciona también la representación algebraica, dinámicamente vinculada con la gráfica, de los objetos geométricos, lo cual constituye un elemento importante para los fines de la asignatura.

Otra ventaja de los *applets* de *GeoGebra* es que permite editar la barra de herramientas. Es posible seleccionar cuáles de las herramientas disponibles en el programa *GeoGebra* estarán presentes en el *applet* y cuáles no. De esta manera, se pueden ir agregando herramientas en forma paulatina, de modo que el alumno no se encuentre con todas ellas a la vez y pueda ir apropiándose de las mismas en forma gradual para luego, al intentar realizar una actividad con el *software* en forma autónoma, cuente con un conocimiento previo adecuado para tomar de la barra de herramientas aquellas que sean apropiadas.

Como ya se explicó anteriormente, los temas abordados en este material tienen un carácter dinámico: se introduce la noción de vector a partir de la idea de desplazamiento; la recta se recupera como el conjunto de puntos que se obtiene al variar un parámetro; se aborda la cuestión del movimiento rectilíneo uniforme (y más adelante se trabajará la noción de función posición) y la velocidad. Las representaciones gráficas de estos conceptos pueden

resultar más ricas al ser animadas e interactivas, es por ello que se introducen para estos conceptos estos *applets* interactivos.

Por ejemplo, una de las primeras actividades planteadas en el material impreso es la que se presenta en la **Figura 4-10**. Se trata de una propuesta de situación principalmente de acción, aunque también se propone la formulación de una técnica para decidir si dos vectores son iguales, con la que se pretende que los alumnos arriben a la idea de que lo que caracteriza un vector entre dos puntos son las diferencias entre las ordenadas de los puntos y entre las abscisas de los mismos, y a partir de esto institucionalizar el concepto de *componente de un vector*. En el caso del entorno *GeoGebra*, al utilizar la herramienta *vector entre dos puntos* para construir una flecha entre ellos, automáticamente aparece ese par de valores en forma de vector columna, por lo cual la pregunta se “invertió” pidiendo a los alumnos que asignen algún significado a ese par de valores (ver **Figura 4-11**).

La nueva actividad propuesta sigue enmarcándose dentro de las **situaciones de acción**, pero las acciones que pueden realizarse en relación a la misma son diferentes. También se promueve una **situación de validación** al solicitar a los alumnos que expliquen por qué los pares de números que caracterizan a ambos vectores son iguales, aunque en virtud del contexto presentado, los alumnos pueden recurrir a otras estrategias para validar sus respuestas (por ejemplo, interpretando las componentes como la cantidad de cuadras recorridas en dos direcciones dadas y expresando que la igualdad se debe a que las cantidades de cuadras en esas direcciones son iguales).

2. Supongan que  $A(1, -1)$  y  $B(3, 0)$  y consideren el desplazamiento  $\vec{d} = \overrightarrow{AB}$ . Respondan a las siguientes cuestiones:

- Un objeto se encuentra inicialmente en  $C(4, 0)$  ¿Dónde va a parar si se desplaza en  $\overrightarrow{AB}$ ? Dibujen.
- Si  $D(6, 1)$  ¿Es correcto afirmar que  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ ? Controlen su respuesta.
- ¿Cómo puede saberse si  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$  a partir de las coordenadas de  $A, B, C$  y  $D$ ?

**Figura 4-10.** Ejemplo de actividad propuesta en el material impreso original. Fuente: Bucari *et al*, 2014

**Figura 4-11.** Pantalla que presenta una Actividad Interactiva dentro del MDH.

Al trabajar con *applets* embebidos se crea una sensación de unidad entre las actividades propuestas con el programa y el resto de los componentes del material hipermedial. Además, en cada *applet* es posible configurar una barra de herramientas



particular para la actividad, de esta manera el alumno no se verá abrumado por la totalidad de las opciones del programa *GeoGebra*, y puede ir aprendiéndolas de a poco, a medida que las va necesitando. En el ejemplo de la

Figura 4-11, solamente se habilitaron las herramientas “Nuevo punto”, “Elige y mueve”, “Vector”, “Equipolente” y “Desplazar vista gráfica”, ya que, como se dijo, al ser la primera actividad, se busca también que los alumnos se familiaricen rápidamente con el entorno de trabajo y no se compliquen, en este primer contacto, con la totalidad de las herramientas que ofrece el programa.

Asimismo se utilizaron los *applets* interactivos a fin de proporcionar un espacio para la exploración y la producción de conjeturas, también en el marco de **situaciones de acción**. Un ejemplo que se puede mencionar en este sentido se relaciona con la primera actividad presentada en el material impreso que tiene por objetivo hacer emerger el concepto de *ecuación vectorial de una recta* en el espacio. La consigna original se presentó anteriormente en la Figura 4-3. Como ya se explicó, a partir de esta actividad, se busca que los alumnos formulen algunas conjeturas, y requiere que los alumnos interactúen con, por lo menos, dos registros de representación: el registro algebraico y el registro gráfico del espacio tridimensional. Esto último constituye muchas veces un obstáculo para los alumnos (y a la vez es necesario que lo utilicen) ya que son las primeras actividades que realizan en  $\mathbb{R}^3$  y deben tomar contacto con este nuevo registro de representación. Se postula que la vista gráfica 3D de *GeoGebra* puede ayudarlos en esta tarea de familiarización para luego utilizarla como herramienta en la resolución de problemas. Esta actividad se reformula en el prototipo de MDH como se muestra en la Figura 4-12.

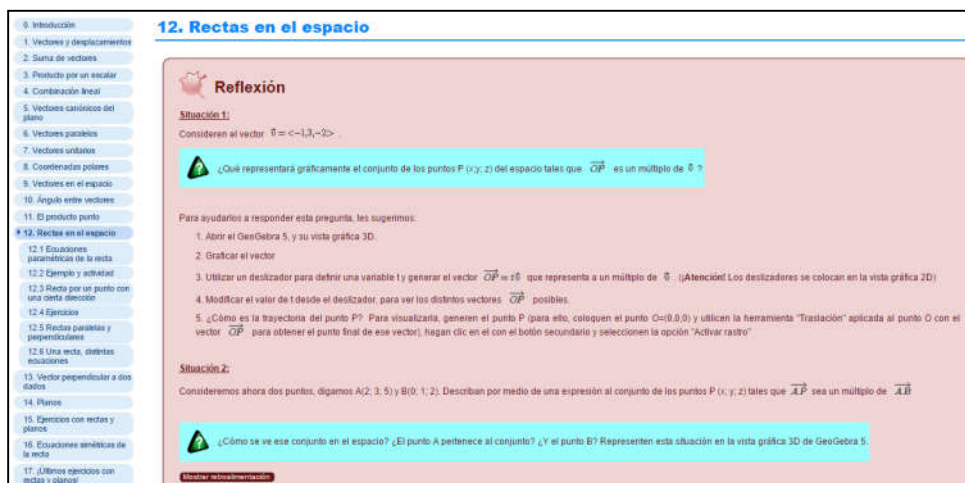


Figura 4-12. Actividad propuesta en el material hipermedial para que el alumno reflexione y proponga una ecuación para la recta en el espacio tridimensional.

Esta actividad, en particular la situación 1, está guiada paso a paso ya que los alumnos no conocen aún las herramientas que brinda *GeoGebra*, y por lo tanto tiene un doble rol: que los alumnos formulen las conjeturas mencionadas anteriormente y que se familiaricen con estas nuevas herramientas para luego poder hacer una actividad de carácter más exploratorio. A su vez, se le permite al alumno comenzar a manipular las representaciones ejecutables que

se definieron en el Capítulo 2, lo cual les podría permitir comprender la naturaleza variable del parámetro  $t$  y las consecuencias que su variación tiene en la construcción de la gráfica.

#### 4.8.3.2 *Imágenes animadas*

Como ya se explicitó en el Capítulo 2, la posibilidad de utilizar animaciones en los materiales hipermediales constituye un valioso aporte desde el punto de vista didáctico. De acuerdo con Valdez Tamayo (2007) “El material a elaborar será mucho más rico si, además de la imagen, es posible asociarle una secuencia de vídeo, una animación o algún sonido. Todo esto se debe hacer en función de buscar alternativas para activar los esquemas mentales del estudiante de acuerdo a la gran diversidad de estilos de aprendizaje existentes” (p. 82).

Para Mayer y Moreno (2002), existe consenso entre los investigadores en relación a que el uso de animaciones puede o no promover el aprendizaje, todo depende de cómo sean utilizadas. Estos autores recomiendan: que las animaciones estén cerca del texto que las describen; que si la explicación o descripción es una narración en lugar del texto, que la misma sea presentada en forma simultánea con la animación; que se evite la inclusión de palabras y sonidos irrelevantes (por ejemplo, música de fondo); que es preferible que la explicación o descripción de la animación se proporcione por medio de una narración, en lugar de texto escrito. Esta última recomendación, no pudo ser tenida en cuenta en este contexto, ya que al tratarse de un MDH concebido para uso en el aula presencial, se prefirió no utilizar sonidos.

De acuerdo con González, De Giusti y Malbrán (2008) “la incorporación de la computadora al aprendizaje multimedia provee un recurso extraordinario. Surge la animación gráfica y se incrementa la interactividad” (p.100). Este autor retoma los recaudos de Mayer en torno al uso de las animaciones y las recomienda en algunas circunstancias específicas, como por ejemplo,

“cuando los estudiantes son novatos en el tema cuesta más formar un modelo mental del fenómeno, por lo que es recomendable utilizar una animación sencilla para activar los mecanismos de relación. Ahora si bien los alumnos pueden hacer una representación mental para simular el fenómeno con poco esfuerzo, no es recomendable presentar una animación dado que realizarán un procesamiento somero del gráfico animado” (p. 102).

En particular, en el caso de la enseñanza de la Matemática, Moya y González (2006) señalan que “la visualización de conceptos a través de animaciones y video clips contribuye a reducir la brecha de la abstracción formal de la matemática” (p. 6). Por su parte Diaz Perera, Herrera Sanchez, Recio Urdaneta, y Saucedo Fernández (2013) las construcciones dinámicas y las animaciones contribuyen “a la construcción de una idea visual en tiempo real, permitiendo al estudiante la formación de habilidades para las transformaciones visuales” (p. 1093).

Además, es posible añadir a estas posiciones un rol relevante de la animación en las llamadas *situaciones de evocación*, que se presentaron en el Capítulo 2. Sadovsky (2005) explica que en las mismas “se trata de evocar una o varias situaciones ya tratadas sobre un tema y de reflexionar sobre ellas sin realizarlas nuevamente”. Este concepto se relaciona con el de *memoria didáctica* que describen Brousseau y Centeno en 1994 y que Sadovsky (2005) retoma para señalar la necesidad de tomar en cuenta no solamente los temas que los alumnos

han visto, sino también lo que concretamente hayan hecho al respecto de ese tema. Los alumnos que trabajen con el MDH que aquí se propone, construirán en forma dinámica los objetos matemáticos en estudio, y la presentación de una animación en instancias posteriores puede contribuir a recordar mejor el proceso de construcción realizado en ocasión de desarrollarse la situación de acción.

Por ejemplo, retomando la actividad presentada en la Figura 4-12 en la cual se propone reflexionar sobre un modo posible de construir una recta en el espacio, en instancias posteriores a la resolución de esta actividad, cuando se presente la necesidad de retomar la noción de ecuación vectorial de la recta (ver por ejemplo, en el nodo 12.4 del MDH, en el enunciado de la actividad 1, se proporciona un enlace al glosario donde se muestra la animación a la que se hace referencia aquí), a fin de ponerla en juego en nuevas situaciones, la animación permitiría evocar la actividad realizada, afianzando cuál es el origen de esa expresión y permitiendo al alumno reconstruirla mentalmente al momento de necesitar ponerla en juego, en lugar de memorizarla.

### 4.8.3.3 Representaciones tridimensionales

En el transcurso de la unidad 6 de la materia, se introduce la geometría del espacio tridimensional. La experiencia previa de los docentes de la Cátedra permite identificar a la representación en perspectiva de objetos del espacio en el plano como un obstáculo para el aprendizaje, en concordancia con múltiples trabajos de investigación que refieren a esta problemática (Andrade Molina & Montecino Muñoz, 2011; Götte & Mántica, 2013; Martín-Gutiérrez *et al.*, 2010). Para el abordaje de esta temática, el programa *GeoGebra* ofrece una importante herramienta: su vista gráfica 3D en la que pueden representarse este tipo de objetos, rotar la vista para ver desde distintos ángulos, e incluso una opción que permite visualizar la imagen estereoscópica mediante gafas anáglifo (ver Figura 4-13).

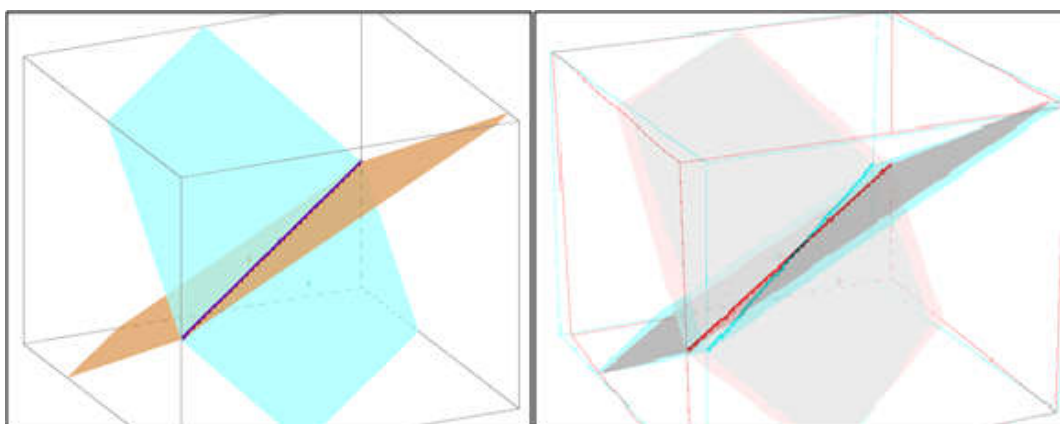


Figura 4-13. Ejemplo de imagen en la vista gráfica 3D de *GeoGebra*. A la izquierda, la imagen sin efecto 3D. A la derecha, la imagen modificada para ser visualizada utilizando gafas anáglifo.

De acuerdo con Martín-Gutiérrez *et al.* (2010)

“Existen múltiples aproximaciones válidas para simular el desarrollo de la habilidad espacial, pero hay un factor importante que no debe ser pasado por alto ¿cuáles son los perfiles tecnológicos que podemos encontrar entre los estudiantes de ingeniería ingresantes en la actualidad? Hoy en día, los

estudiantes están habituados a manipular tecnologías tales como Internet, video juegos 3D, teléfonos móviles, reproductores MP3 y otros dispositivos tecnológicos. Es por esto que proponerles exclusivamente ejercicios en lápiz y papel puede resultar contraproducente” (traducido de Martín-Gutiérrez *et al.*, 2010, p. 77).

El objetivo perseguido tanto por la inclusión de estas imágenes 3D como por las actividades que implican la construcción y manipulación de objetos en la vista gráfica 3D de *GeoGebra* es que los alumnos logren familiarizarse con las representaciones gráficas en el espacio tridimensional y las pongan en diálogo con sus cálculos analíticos a fin de lograr una mejor comprensión.

#### **4.8.3.4            *Actividades con retroalimentación inmediata.***

Los ejercicios de cálculo básico que se proponen a los alumnos para realizar en lápiz y papel se incluyen en este material sin modificaciones, entendiendo que esta práctica también es importante para la puesta a punto de las técnicas aprendidas (Chevallard *et al.*, 1997). Pero aún para esto puede aprovecharse el potencial de la tecnología digital, ya que puede ofrecerse al alumno una retroalimentación inmediata de los resultados obtenidos, que le brinde seguridad si logra realizar los ejercicios correctamente, y lo invite a recurrir a la ayuda del docente o de sus pares en caso de no lograrlo.

En el material impreso de la Cátedra también se ofrecen problemas resueltos a modo de ejemplo. A través de estas actividades con retroalimentación inmediata también es posible cambiar el rol del alumno frente a los mismos. Algunos de los ejemplos presentados en el material original, han sido re-estructurados de manera que el alumno tenga un rol más activo durante su estudio. En lugar de presentar todo el problema resuelto, se va guiando al alumno para que vaya haciendo determinadas tareas con la computadora a medida que lee, para arribar, junto con el autor, a la solución del problema. No deja de ser un ejemplo, ya que el alumno no resuelve ese problema, sino que es guiado paso a paso, por un determinado camino, cuando él podría optar por tomar otros posibles si se le propusiera esto como un problema, pero el tener que ir realizando pasos que acompañen al texto lo obliga a estar más atento, a ir comprendiendo paso a paso lo que el ejemplo pretende presentarle e ir recibiendo las retroalimentaciones que proporciona el entorno. Se puede ver un ejemplo en la Figura 4-14.

**Ejemplo interactivo**

Completan las partes que faltan en la justificación de la siguiente afirmación:

Si  $\vec{v} = \langle 1, 2 \rangle$  y  $\vec{w} = \langle 0, 3 \rangle$ , entonces los vectores  $\langle 1, 17 \rangle$  y  $\langle 0, 6 \rangle$  son combinaciones lineales de  $\vec{v}$  y  $\vec{w}$ , pues:

$1 \cdot \vec{v} + 5 \cdot \vec{w} = 1 \cdot \langle \quad, \quad \rangle + 5 \cdot \langle \quad, \quad \rangle = \langle 1, \quad \rangle + \langle \quad, 15 \rangle = \langle \quad, \quad \rangle$

$0 \cdot \vec{v} + 2 \cdot \vec{w} = \quad \cdot \langle 1, 2 \rangle + \quad \cdot \langle 0, 3 \rangle = \langle \quad, \quad \rangle + \langle \quad, \quad \rangle = \langle \quad, \quad \rangle$

¿Es el vector  $\langle 4, 1 \rangle$  una combinación lineal de  $\vec{v}$  y  $\vec{w}$ ?

Enviar

Figura 4-14. Uno de los ejemplos interactivos propuestos en el MDH.

#### 4.8.3.5 Diseño para la presentación de distintos tipos de situaciones

Desde el diseño del MDH se buscó también diferenciar los distintos tipos de situaciones didácticas. Se eligió para las situaciones de acción el formato de Actividad predefinido en el programa *eXeLearning* y para las de formulación, el formato de Reflexión, de manera de marcar diferentes niveles de generalidad entre los distintos tipos de actividades propuestas. En la Figura 4-15 se presenta un ejemplo de **situación de acción** seguida de una **situación de formulación** presentadas en el MDH.

1.1 Componentes de un vector  
 1.2 Otra forma de definir un desplazamiento  
 1.3 Módulo de un vector  
**1.4 Vector posición**  
 2. Suma de vectores  
 3. Producto por un escalar  
 4. Combinación lineal  
 5. Vectores canónicos del plano  
 6. Vectores paralelos  
 7. Vectores unitarios  
 8. Coordenadas polares  
 9. Vectores en el espacio  
 10. Ángulo entre vectores  
 11. El producto punto  
 12. Rectas en el espacio  
 13. Vector perpendicular a dos dados  
 14. Planos  
 15. Ejercicios con rectas y planos  
 16. Ecuaciones simétricas de la recta

**Actividad**

Sean  $A(2, -3)$ ;  $B(1, 1)$ , y  $O(0, 0)$  ¿Cuáles serán las coordenadas del punto P que verifica  $\vec{AB} = \vec{OP}$ ? Antes de hacer ninguna cuenta, dibujen.

**Reflexión**

En general, si  $A(a_1, a_2)$ ,  $B(b_1, b_2)$  y  $O(0, 0)$  ¿Cuáles serán las coordenadas del punto P que verifica  $\vec{AB} = \vec{OP}$ ? Primero dibujen.

Mostrar retroalimentación

« Anterior Siguiete »

Figura 4-15. Los diseños de Actividad y Reflexión se utilizaron para indicar distintos niveles de generalidad entre las distintas actividades.

En cuanto a las **situaciones de validación**, en el MDH son propuestas de igual modo que en el material impreso original: como actividades en las que se solicita que se justifique, se muestre o se demuestre una proposición formulada previamente, pero se espera en este caso que en los argumentos de los alumnos tomen elementos de lo realizado en situaciones de acción dentro del entorno digital.

#### 4.8.4 A modo de cierre: posibilidades y limitaciones de la experiencia a realizar.

Habiendo detallado las características del MDH diseñado para el contexto anteriormente descrito, resta mencionar que se considera que este material tiene la potencialidad de atender a las problemáticas antedichas. A saber: aportar a una mejor comprensión de la geometría del espacio tridimensional y de los procesos dinámicos que se describen en esta parte de la asignatura (movimiento, desplazamiento, construcción de una recta a partir de un punto móvil, etc.); ayudar a los alumnos a apropiarse de una herramienta cognitiva, como es el programa *GeoGebra*, para construir conocimiento sobre los temas restantes a tratar en la asignatura; contribuir a la integración de las TIC en el aula de Matemática A, necesarias en la formación de los ingenieros del siglo XXI.

Sin embargo, cabe destacar que la experiencia propuesta en relación a la integración del MDH en el aula tiene limitaciones, algunas de las cuales se describen a continuación:

- La misma es muy acotada en el tiempo: Se prevé una intervención que dure 4 o 5 clases en una materia que se extiende en unas 90 clases. Tal vez sería más beneficioso para el logro de los objetivos un trabajo más continuado con los alumnos, pero esto no sería posible en la práctica en este escenario, ya que: los docentes a cargo de los cursos deberían aceptar una intervención más larga en sus cursos; sería necesario generar un MDH más extenso, que aborde más temas; y poder realizar las observaciones correspondientes durante más semanas de clase. Todo esto no resulta materialmente posible en el contexto del desarrollo de esta tesis; pero se considera que esta experiencia, aunque acotada, aportaría suficiente información para conocer algunos de los alcances y limitaciones que tendría el trabajo con este tipo de MDH.
- El MDH en cuestión es un prototipo desarrollado utilizando la herramienta de autor *eXeLearning*. Seguramente un MDH diseñado y elaborado por un equipo interdisciplinario mejoraría algunos de los aspectos del mismo, pero al momento el desarrollo ha sido parte del trabajo realizado por la tesista y queda esto como trabajo futuro.
- Si bien en las aulas de Matemática A se cuenta con una computadora por mesa, éstas resultan insuficientes para el tipo de trabajo propuesto y además no siempre cuentan con el mantenimiento necesario. Esto implica que para poder realizar la experiencia será necesario que los alumnos acudan a clase con computadoras portátiles propias (por ejemplo con las *netbooks* del programa Conectar Igualdad, con las que muchos alumnos cuentan) y además se necesitará utilizar *notebooks* adicionales proporcionadas por el Departamento de Ciencias Básicas de la Facultad de Ingeniería de la UNLP, lo cual implica una planificación logística importante para trasladar estos equipos desde la secretaría del Departamento hasta las aulas y nuevamente a la secretaría al finalizar la jornada. Todo este traslado de equipos puede resultar una dificultad en el desarrollo de la experiencia que es necesario controlar.

## 4.9 Síntesis del capítulo

En este capítulo se describieron las características del contexto en el cual se lleva a cabo el estudio de caso: la Cátedra Matemática A de la FI UNLP. Se explicó la metodología de trabajo implementada allí, centrada en el trabajo autónomo de los estudiantes en torno a una guía de trabajo teórico-práctica.

También se mencionó el rol que las TIC tienen actualmente dentro del aula. Se considera importante la integración de las TIC en la enseñanza de la Matemática en la actualidad y también en la formación de los futuros ingenieros, lo cual llevó a realizar múltiples esfuerzos para lograrla. Sin embargo, las estrategias implementadas hasta el momento no lograron que los alumnos se apropien de las herramientas ofrecidas para aprender en forma autónoma, lo cual invita a continuar pensando nuevas estrategias.

A raíz de este análisis, se propuso el diseño de una experiencia que involucra la utilización de una versión digital del material didáctico original, que se encuentra en soporte impreso, y se detallaron los criterios que guiaron el desarrollo de la misma, y los aspectos principales en los que se centró el diseño. Al mismo tiempo, se mencionaron algunas limitaciones posibles en la implementación de la experiencia del estudio de caso.

En el capítulo que sigue, se detallará la metodología de análisis diseñada para abordar, a partir del estudio de caso, y las preguntas que guían la presente investigación.

## **Capítulo 5**

### Diseño Metodológico



## Capítulo 5 - Diseño metodológico

### 5.1 Introducción

En los capítulos precedentes, se abordó la construcción de un marco teórico para aportar a la comprensión de los fenómenos ligados a la enseñanza y al aprendizaje de la Matemática con mediación a través de Materiales Didácticos Hipermediales (MDH). Seguidamente, se presentó el contexto de aplicación del estudio de caso, la Cátedra Matemática A, para alumnos de primer año de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata (FI UNLP). En este contexto, se identificaron algunas problemáticas en relación con las metodologías implementadas para la incorporación de las TIC en el aula y también algunas dificultades que presentan los alumnos en el aprendizaje de los contenidos de la materia, en particular al comenzar a trabajar con objetos en más de dos dimensiones. Se cree que la integración en la propuesta didáctica de un MDH cuyas características se describieron en el capítulo anterior, podría contribuir a mejorar la situación en relación a tales problemáticas.

Para analizar el impacto de este MDH en el contexto educativo descrito, se desarrolla un estudio de caso, que consiste en una experiencia áulica realizada en dicho contexto, que se analizará a la luz del marco teórico desarrollado en la primera parte de esta Tesis. En el presente capítulo, se aborda el diseño metodológico del estudio de caso, detallando los instrumentos de análisis diseñados para tal fin (los cuales constituyen un aporte también de esta investigación) y el modo en que los datos se analizan y entrecruzan para arribar a las conclusiones.

### 5.2 Metodología

La presente Tesis tiene un alcance descriptivo. Si bien se intentan determinar también algunas correlaciones entre variables, la idea no es generalizar las conclusiones, dado que la muestra de alumnos estudiada no es representativa del universo, pero sí podrían dar indicios de posibles incidencias de algunas variables sobre otras.

Bravin y Pievi (2008) definen la investigación descriptiva como aquella en la cual se realiza una *descripción* de un fenómeno "...de su estado en el *presente*. Su propósito es describir las características del objeto de conocimiento recortado, en un proceso respecto del cual tenemos escaso o nulo control sobre las variables, a través de técnicas como las encuestas y/u observaciones, por ejemplo" (p.103).

No se realiza un diseño experimental, ya que no se pretende arribar a explicaciones *causales* de los fenómenos a estudiar, sino establecer relaciones entre las distintas variables de análisis. Bravin y Pievi (2008) afirman que los estudios descriptivos suelen ser muy recurridos en campo educativo "ya que producen un tipo de información de relevancia respecto de cuáles aspectos del problema son significativos y qué dimensiones del mismo tienen relación entre sí" (p. 103). Sí se aplica en una parte del diseño *cuasiexperimentos*, los cuales

“también manipulan deliberadamente, al menos, una variable independiente para observar su efecto y relación con una o más variables dependientes, sólo que difieren de los experimentos ‘puros’ en el grado de seguridad o confiabilidad que pueda tenerse sobre la equivalencia inicial de los grupos. En los diseños cuasiexperimentales los sujetos no se asignan al azar a los grupos ni se emparejan, sino que dichos grupos ya están formados antes del experimento”. (Hernández Sampieri, Fernández Collado, & Baptista Lucio, 2010, p. 148)

En este caso, esto es necesariamente así, ya que se pretende realizar la experiencia en el contexto real de trabajo de los alumnos, y estos ya están distribuidos en grupos o comisiones de acuerdo a la especialidad de la ingeniería que estén estudiando. Esto impide un diseño de tipo experimental, donde las muestras son aleatorias.

Se realiza una triangulación de métodos cuantitativos y cualitativos para dar cuenta de las cuestiones que son de interés para la misma, ya que:

“En general, sea cual fuere el paradigma en que nos ubiquemos, hay acuerdo en que los diseños más adecuados son aquellos que se valen de métodos tanto cuantitativos como cualitativos, como por ejemplo, los casos de triangulación metodológica de técnicas como encuestas, entrevistas y observaciones no participantes” (Bravin y Pievi, 2008, p. 136).

Al realizar una triangulación metodológica

“se intenta abordar de manera más completa la compleja trama de los fenómenos educativos. Su ventaja reside en que sirve para relativizar la distorsión que el método imprime en el objeto en estudio, y en este sentido, se vincula directamente con la *confianza* y *validez* de los datos en su conjunto. Estrictamente hablando, se esperaría que la triangulación produjera los mismos datos a través del uso de técnicas de medición diferentes” (Bravin y Pievi, 2008, p. 171).

El diseño metodológico de esta investigación contempla la realización de una experiencia áulica en la cual los alumnos de algunos grupos de la Cátedra, que se denominarán *de la experiencia*, utilicen un prototipo de Material Didáctico Hipermedial (MDH) diseñado *ad hoc*. Se realiza una observación participante durante dicha experiencia y luego se realizan encuestas a los alumnos y entrevistas a los docentes. También se realizan encuestas a alumnos de otros grupos de la Cátedra, que se denominarán *grupos de control*, que trabajan con el material tradicional, en soporte impreso, los temas de la misma unidad (que es la número 6 de la materia). Asimismo se realiza un análisis comparativo de las producciones escritas de los estudiantes de ambos grupos en las evaluaciones parciales. Este diseño puede esquematizarse como se muestra en la Figura 5-1.

En la Tabla 5-1 se relaciona el diseño presentado en la Figura 5-1 con cada una de las preguntas de investigación planteadas en el Capítulo 1 de esta Tesis, de manera tal de explicitar de qué manera se busca dar respuesta a cada interrogante. La tabla presenta tres entradas, una para la presentación de la pregunta de investigación, otra para los elementos del diseño metodológico planteado, y una tercera que incorpora una serie de indicadores planteados por la tesista en vinculación con la pregunta.



Figura 5-1. Instrumentos de recolección de datos aplicados en los grupos de la experiencia y de control en orden cronológico (realización propia).

En la próxima sección se presenta una descripción sobre las encuestas consideradas como parte del diseño metodológico.

Pregunta	Elementos del diseño a utilizar	Indicadores
1. La utilización de material hipermedial ¿en qué aspectos facilita el proceso de aprendizaje de la matemática? ¿En qué aspectos lo dificulta?;		El nivel de dificultad de los temas tratados percibido por los alumnos del grupo de la experiencia ¿es mayor, menor o igual que el percibido por los alumnos del grupo control?
	Encuesta final Grupo de la experiencia Entrevistas a los docentes	Los alumnos del grupo de la experiencia ¿adoptan como herramienta de aprendizaje el software GeoGebra introducido con el MDH proporcionado? ¿Lo usan en el transcurso de las unidades siguientes? ¿Para qué?
	Encuesta final Grupo de la experiencia	Evaluación positiva/negativa por parte de los alumnos de los recursos hipermediales proporcionados por el material.
2. ¿Produce un cambio en la actitud de los estudiantes hacia la matemática? ¿Y hacia la utilización de las TIC como instrumentos de aprendizaje?;		En las encuestas se miden estas actitudes y se evalúan los cambios en las mismas. Se contrastan los cambios entre los grupos de la experiencia y control a fin de detectar si los eventuales cambios se pueden asociar al uso del MDH o si pueden existir otras variables que incidan en los mismos.
3. ¿Qué tipo de aprendizajes adquieren los	Observación participante.	Diálogos en el aula: Cómo trabajan con el material; qué dificultades

<p>alumnos? ¿Potencian sus habilidades con el uso de la tecnología? ¿Pueden transferir los aprendizajes adquiridos a situaciones en las cuales no disponen de esa tecnología?</p>	<p>Producciones de los alumnos.</p> <p>Entrevistas a docentes</p>	<p>encuentran los alumnos, qué actitudes manifiestan. Qué estrategias ponen en juego en la resolución de las consignas. Cómo se desarrollan los distintos tipos de situaciones didácticas en comparación con lo que se observa en el desarrollo tradicional de las clases.</p> <p>Estrategias puestas en juego en la Resolución de ejercicios en <i>GeoGebra</i> y con lápiz y papel.</p> <p>Desempeño en las producciones de los alumnos.</p>
---	---	--

Tabla 5-1. Elementos del diseño metodológico e indicadores a partir de los instrumentos de recolección de datos para abordar cada una de las preguntas de investigación planteadas en la introducción de la tesis (realización propia).

### 5.3 Selección de la muestra

Para el presente estudio de caso, se realizó un *muestreo por conveniencia*. Es un tipo de muestreo no probabilístico, ya que los sujetos no son seleccionados al azar. Como se decidió trabajar con alumnos en su contexto de trabajo habitual, fue necesario tomar grupos de alumnos y docentes que ya se encontraban distribuidos. En la Facultad de Ingeniería de la UNLP, por cuestiones organizativas los alumnos se distribuyen en grupos por especialidad. En cada comisión o grupo los alumnos son de una misma especialidad o a lo sumo se juntan dos especialidades en el caso de carreras con pocos alumnos.

De la experiencia áulica principal participaron tres grupos de alrededor de 60 alumnos cada uno y para control se consideraron otros tres grupos de similar cantidad de alumnos (el detalle de las carreras y la cantidad exacta de alumnos inscriptos en cada grupo se muestra en la Tabla 5-2).

Experiencia	Control
Civil (59)	Aeronáutica (64)
Química (65)	Industrial (72)
Electrónica (54)	Mecánica (52)

Tabla 5-2. Carreras de los alumnos que participaron de la experiencia áulica y de los grupos de control. Entre paréntesis, cantidad de alumnos inscriptos en la comisión correspondiente.

La elección de las comisiones participantes se basó en:

- Que los docentes a cargo tuvieran una buena predisposición para colaborar con la investigación

- Que los horarios de cursada de los grupos en las que se realizaría la experiencia no se superpongan, a fin de poder realizar la observación participante en todas ellas.
- Que el grupo en el que la autora de esta tesis se desempeña como docente no se incluyera dentro de los grupos de la experiencia, sí como grupo de control, a fin de que los estudiantes no se sintieran condicionados a la hora de evaluar el material.

Luego de la experiencia principal, se decidió realizar otra experiencia con el MDH, de menor envergadura (como se explicará en mayor detalle en el Capítulo 6) a fin de confirmar o reformular algunas hipótesis que se desprendieron del análisis de la primera. Para esto, se realizó una *muestra confirmativa*, cuya finalidad es la de adicionar nuevos casos para tratar alguna hipótesis surgida del análisis de los primeros (Hernández Sampieri *et al.*, 2010). Para ello, se realizó una nueva experiencia con un solo grupo de 60 alumnos, de la cohorte 2016.

## 5.4 Encuestas

El objetivo de las mismas es recabar información acerca de los estudiantes. Se realizan dos encuestas a cada grupo. Una antes del desarrollo en clase de la Unidad 6 y otra después. La encuesta no se realiza en forma anónima debido a que se intenta correlacionar algunos resultados de la segunda parte con los de la primera y para esto es necesario contar con un dato que permita saber si dos encuestas corresponden al mismo alumno.

Todas las encuestas se realizan en forma presencial, durante el horario de clase, entregando una copia de las preguntas a cada alumno. La posibilidad de realizar la encuesta *on line* fue descartada a fin de evitar sesgos, ya que una de las cuestiones a relevar tiene relación con las actitudes hacia las tecnologías digitales, y se considera que aquellos alumnos que posean peores actitudes, difícilmente accederían a un sitio web para responder la encuesta.

La encuesta inicial (Anexo 2) es idéntica para todos los grupos, sean grupos *de control* o *de experiencia*, y consta de 3 partes. Esta encuesta se implementa durante el desarrollo de la unidad 5 de la materia, antes de que los alumnos rindan el primer parcial, ya que luego del primer período de evaluaciones parciales, los alumnos realizan la experiencia áulica con el prototipo de MDH.

La parte 1 busca caracterizar genéricamente el perfil de los alumnos. Se les piden datos personales y de la escuela de procedencia a fin de verificar si los grupos son homogéneos en cuanto a composición por edades de los alumnos, género, nacionalidad, escuela de procedencia (pública-privada y orientación seguida en el secundario) y en caso de no serlo, tener en cuenta estas diferencias a la hora de interpretar eventuales diferencias en el impacto del material.

La parte 2 apunta a conocer en qué medida los alumnos tienen acceso a dispositivos digitales y qué usos hacen de los mismos. Para confeccionar esta parte del cuestionario, se tuvo en cuenta como antecedente la encuesta sobre hábitos digitales que se realiza a alumnos de la Facultad de Informática de la UNLP (Sanz & Zangara, 2013). El objetivo es analizar la viabilidad de la experiencia (ya que si los alumnos no cuentan con dispositivos para trabajar con el MDH en sus hogares, además del trabajo en aula, esta experiencia se dificultaría y además es necesario que algunos alumnos aporten durante el trabajo en clase sus

computadoras portátiles). También se busca con esta parte del cuestionario continuar caracterizando a los alumnos a fin de tener en cuenta sus distintos hábitos digitales a la hora de interpretar diferencias en la valoración que ellos hagan luego del uso del MDH.

La parte 3 tiene por objetivo medir las actitudes de los estudiantes en relación a:

- el uso de las TIC como mediadoras de la enseñanza y el aprendizaje,
- la Matemática
- el uso de TIC para el aprendizaje de la Matemática en particular.

“Una actitud es una predisposición aprendida para responder coherentemente de una manera favorable o desfavorable ante un objeto, ser vivo, actividad, concepto, persona o sus símbolos” (Hernández Sampieri *et al.*, 2010, p. 244). La medida de las actitudes en investigación educativa es importante debido a que están relacionadas con el comportamiento que los sujetos mantienen en torno a los objetos a que hacen referencia (Hernández Sampieri *et al.*, 2010). Esta medición se realiza con un doble objetivo: por un lado, continuar la caracterización del alumno que permita, al finalizar la experiencia, encontrar causas posibles para las diferencias observadas en la valoración que hacen de la misma; por el otro, analizar si estos valores que representarán a las actitudes de los estudiantes se mantienen constantes o varían antes y después de realizar la experiencia.

Uno de los métodos más utilizados para la medición de las actitudes de las personas es el escalamiento de Likert, el cual “consiste en un conjunto de ítems presentados en forma de afirmaciones o juicios, ante los cuales se pide la reacción de los participantes. Es decir, se presenta cada afirmación y se solicita al sujeto que externé su reacción eligiendo uno de los cinco puntos o categorías de la escala” (Hernández Sampieri *et al.*, 2010, p. 245). Luego las puntuaciones se suman, razón por la cual se dice que esta escala es aditiva.

“Las afirmaciones pueden tener dirección: favorable o positiva y desfavorable o negativa. Y esta dirección es muy importante para saber cómo se codifican las alternativas de respuesta.

Si la afirmación es positiva, significa que califica favorablemente al objeto de actitud; de este modo, cuanto más de acuerdo con la frase estén los participantes, su actitud será igualmente más favorable”. (Hernández Sampieri *et al.*, 2010, p. 246)

Las afirmaciones incluidas en este cuestionario para cuantificar la actitud hacia las TIC como mediadoras de la enseñanza y el aprendizaje, se realizaron tomando como referencia el trabajo de tesis de Nóbile (2014). Y para las actitudes hacia la Matemática se utilizó como referencia la escala EAMUP (Escala de Actitudes hacia las Matemáticas de la Universidad del Pacífico) (Hurtado Mondoñedo, 2011)

“La escala Likert es, en sentido estricto, una medición ordinal; sin embargo, es común que se le trabaje como si fuera de intervalo. Creswell (2005) y Pell (2005) señalan que debe considerarse en un nivel de medición por intervalos porque ha sido probada en múltiples ocasiones. Pero otros autores, como Jamieson (2004), consideran que tiene que concebirse como ordinal y analizarse como tal” (Hernández Sampieri *et al.*, 2010, p. 251).

En cuanto a la encuesta final (Anexos 3 y 4), la misma consta de 2 partes. Los datos se recogen dos semanas después de finalizada la experiencia áulica. La primera parte fue igual para todos los grupos, y fue idéntica a la parte 3 de la encuesta inicial. Su objetivo es evidenciar si existen cambios en las actitudes de los estudiantes antes y después del desarrollo en clase de la unidad 6.

Para los alumnos de los *grupos control*, con la segunda parte (ver Anexo 3) se pretende indagar si los temas de la unidad 6 les resultaron más fáciles, más difíciles o de igual orden de dificultad que los temas abordados en las unidades anteriores de la cátedra. También se pregunta acerca del rol del *software* matemático para el aprendizaje de esta unidad en relación a su rol en unidades anteriores.

A los alumnos de los *grupos de la experiencia* (ver anexo 2) se les consultó también acerca de la dificultad de los temas de la unidad 6 en comparación con temas de unidades anteriores. El objetivo de hacer esta pregunta a ambos grupos es ver si existen diferencias en cuanto a la apreciación de estas dificultades entre los que estudiaron con el material digital y los que estudiaron con el material convencional. Para estos grupos también se incluyeron preguntas para que los alumnos evalúen el MDH en sus distintos aspectos. Para la confección de esta parte del cuestionario, se tomó como referencia el trabajo de tesis de Pompeya López (2008) y el trabajo de Martorelli, Martorelli, y Sanz (2014)

También se incluyen algunas preguntas abiertas con el fin de lograr una mejor comprensión del funcionamiento del material hipermedial en el aula: se solicita a los alumnos que mencionen un aspecto positivo y un aspecto negativo del material utilizado.

Se espera que el análisis de las respuestas de los alumnos a estas encuestas permita dar cuenta de algunas de las preguntas de investigación presentadas en la introducción de esta tesis:

- *La utilización de material hipermedial ¿en qué aspectos facilita el proceso de aprendizaje de la matemática? ¿en qué aspectos lo dificulta?*
- *¿Produce un cambio en la actitud de los estudiantes hacia la matemática? ¿y hacia las TIC?*
- *¿Qué características de los alumnos pueden tener incidencia en una mejor o peor valoración del material? ¿Resulta más valioso para aquellos alumnos que ya tienen una mejor actitud hacia la Matemática? ¿o en aquellos que inicialmente tienen una actitud peor?*

## **5.5 Análisis estadístico de las encuestas**

Tal como se mencionó anteriormente, una de las cuestiones a estudiar a partir del análisis de las encuestas se relaciona con las actitudes de los estudiantes hacia:

- el uso de las TIC como mediadoras de la enseñanza y el aprendizaje,
- la Matemática
- el uso de TIC para el aprendizaje de la Matemática en particular.

La sola evaluación de la existencia de diferencias en relación a estas actitudes entre los grupos *de la experiencia y control* no permitiría asociar estas diferencias con el uso o no del MDH. Es necesario aplicar *test* estadísticos para verificar si las diferencias existentes resultan estadísticamente significativas o no.

Para medir las actitudes se utiliza un cuestionario con preguntas tipo *Lickert* y se asigna a cada alumno un valor que representa su actitud. El nivel de medición de esta variable es ordinal, por lo cual para establecer diferencias entre los distintos grupos, se recurrió a la *prueba U* de Mann Whitney. Esta es una prueba no paramétrica que

“consiste en comparar cada individuo del primer grupo con cada individuo del segundo grupo, registrándose cuántas veces sale favorecido en esa comparación. Basándose en ese recuento se construye una medida que es la que se contrasta para ver si la diferencia con el resultado esperado, en el caso de que hubiera diferencias entre los grupos, puede o no ser atribuido al azar” (Moliner Casares, 2001, p. 2).

Si no hubiera diferencias entre ambos grupos, lo esperable sería que alrededor del 50% de las comparaciones dieran favorables para un grupo y el otro 50% resultarían favorables para el otro.

“Es una de las pruebas paramétricas más poderosas y constituye la alternativa más útil a la prueba paramétrica *t* cuando el investigador desea evitar las suposiciones que ésta exige o si la medición en la investigación es más vaga que la escala de intervalo” (Siegel, 1970).

La prueba se aplica a muestras de dos poblaciones A y B y la hipótesis nula asegura que “A y B tienen la misma distribución”. La hipótesis alternativa es que A es estocásticamente mayor que B (Siegel, 1970). Para poder aplicarla, las muestras se deben haber seleccionado en forma aleatoria e independientemente de sus respectivas poblaciones (Wackerly, Mendenhall, & Scheaffer, 2002).

Para analizar variaciones en las actitudes, se utilizó la prueba de *Wilcoxon (matched paired test)*. Esta prueba se aplica cuando se busca comparar dos grupos de mediciones apareadas, siendo estas de un nivel de medición intervalar u ordinal:

“Sea  $d_i$  el puntaje de diferencia para cualquier par igualado, representando la diferencia entre los puntajes del par bajo los dos tratamientos. Cada par tiene una  $d_i$  [...] Si los tratamientos de A y B son equivalentes, esto es, si  $H_0$  es verdadera, esperaríamos encontrar algunas de las  $d_i$  mayores favoreciendo el tratamiento A y otras favoreciendo el tratamiento B. [...] Si la suma de los rangos positivos es muy diferente de la de los rangos negativos, deduciremos que el tratamiento A difiere del B, y de este modo rechazaremos  $H_0$ ” (Siegel, 1970).

En el presente caso, se consideraron las medidas de las actitudes de los alumnos antes (A) y después (B) de transcurrir la unidad 6, tanto en el caso de los alumnos que realizaron la *experiencia* como en el caso de los grupos *de control*. A cada alumno le corresponde entonces una diferencia  $d_i$  entre su actitud posterior y su actitud previa.

Por último, para evaluar si alguna variable de entrada tuvo correlación con la valoración que se hizo finalmente del MDH, se separó a los alumnos en grupos que tuvieran el



mismo valor en la variable a considerar (o que estuvieran dentro de un intervalo dado) y se analizó la distribución de estas respuestas dentro de cada uno de esos grupos. En caso de encontrar diferencias significativas en las distribuciones, se concluye que la variable incide en la valoración.

## 5.6 Entrevistas

La entrevista a los docentes que participaron de la experiencia se orientaron a complementar el punto de vista de los alumnos y comprender en mayor profundidad lo ocurrido en las aulas.

Se decidió realizar una entrevista semiestructurada. En este tipo de entrevista:

“el entrevistador dispone de un «guión», que recoge los temas que debe tratar a lo largo de la entrevista. Sin embargo, el entrevistador puede decidir libremente sobre el orden de presentación de los diversos temas y el modo de formular las preguntas. [...]

Esta forma de realizar la entrevista concede amplia libertad tanto al entrevistado como al entrevistador, y garantiza al mismo tiempo que se van a discutir todos los temas relevantes y se va a recopilar toda la información necesaria” (Corbetta, 2007, p. 352).

Los docentes de cada comisión fueron entrevistados en grupo ya que, de acuerdo con Corbetta (2007) “en ciertos casos, la interacción, y en particular la interacción de un grupo, puede permitir profundizar y favorecer la comprensión del fenómeno estudiado” (p. 359).

Las preguntas versan sobre las actitudes de los alumnos durante el trabajo con el MDH (si la actitud manifestada por los alumnos es positiva o negativa frente al mismo, si las reacciones no son homogéneas, en qué alumnos creen que impacta mejor el material), sobre las consecuencias posteriores sobre el trabajo en clase (si los alumnos adoptan el *software GeoGebra* como herramienta de aprendizaje luego de finalizada la experiencia), qué diferencias notan en cuanto al trabajo sobre la unidad 6 con otros grupos de alumnos con los que hayan trabajado en años anteriores, y sobre el material en sí (qué modificarían, si creen que aportó alguna ganancia en términos actitudinales o cognitivos a los alumnos). El guión utilizado puede encontrarse en el Anexo 5.

Las preguntas de investigación que se pretende responder a partir de la aplicación de las entrevistas son:

- *La utilización de material hipermedial ¿en qué aspectos facilita el proceso de aprendizaje de la matemática? ¿en qué aspectos lo dificulta?*
- *¿Produce un cambio en la actitud de los estudiantes hacia la matemática? ¿y hacia las TIC?*
- *¿Qué características de los alumnos pueden tener incidencia en una mejor o peor valoración del material? ¿Resulta más valioso para aquellos alumnos que ya tienen una mejor actitud hacia las matemáticas? ¿o en aquellos que inicialmente tienen una actitud peor?*

- ¿qué tipo de aprendizajes adquieren con el uso de la tecnología informática y del uso de dicha tecnología, siguiendo la categorización realizada por Solomon (Solomon, Perkins, & Globerson, 1992)?

## 5.7 Observación participante

La observación es uno de los instrumentos más comunes en el contexto de la investigación cualitativa:

“Para evaluar y obtener una información general del funcionamiento y de la actuación de los individuos en un ambiente determinado, la observación se convierte en el instrumento esencial que nos permite registrar y asignar un significado a lo percibido de acuerdo con el contexto en el que nos encontramos. Dentro del ámbito educativo, la primera toma de contacto con el aula o con un alumno/a concreto se realiza a través de la observación” (Aragón Jiménez, 2010, p.1).

Posiblemente al comienzo de una observación participante, el investigador no tenga en claro con precisión qué debe observar. “A diferencia de la observación cuantitativa (donde usamos formatos o formularios de observación estandarizados), en la inmersión inicial regularmente no utilizamos registros estándar” (Hernández Sampieri *et al.*, 2010, p. 414). A medida que se avanza en el proceso de observación, el investigador va teniendo más en claro en qué elementos enfocarse.

Se utiliza la técnica de *registro anecdótico*, que Aragón Jiménez (2010) define como

“sistemas restringidos en el que se registra un segmento específico de la realidad, definido previamente y guiado por un marco teórico. Consiste en tomar nota lo más pronto posible de los incidentes críticos, es decir, de las palabras significativas que han sucedido en las situaciones concretas y realizando todo con el mayor cuidado para no recoger más que los hechos exactos, sin dar entrada a opiniones o juicios” (p. 7).

Para realizar estos registros la tesista se sienta en una de las mesas de alumnos cuando estos se disponen a discutir y resolver alguna de las actividades propuestas en interacción con el MDH y toma nota de toda la discusión y de las intervenciones de los alumnos. En ocasiones, la investigadora interviene adoptando el rol de docente (intervención que también se registra).

El registro de estos diálogos, permite describir las estrategias que ponen en juego los alumnos en relación a la situación propuesta, los modos de interacción entre ellos y la interactividad con el MDH.

Con la aplicación de esta metodología, se pretende, además de dar cuenta de las preguntas de investigación definidas en el Capítulo 1, describir el desarrollo de las situaciones didácticas diseñadas utilizando el MDH: qué estrategias ponen en juego los alumnos para resolver los problemas, y si la actividad se ve enriquecida por la mediación del entorno de geometría dinámica *GeoGebra*.

## **5.8 Análisis de las producciones de los alumnos**

En cuanto a las producciones de los alumnos, se analiza en el examen parcial el ejercicio correspondiente a la temática abordada. Se analiza la tarea propuesta en la consigna y se describe el/los camino/s posibles para su resolución. Luego, se analizan las producciones de los alumnos aportando una clasificación de las mismas en función de sus logros, de los errores cometidos, de los instrumentos puestos en juego.

Se definen categorías para agrupar las distintas soluciones presentadas por los alumnos. A continuación, se determinan la frecuencia de cada una de estas categorías en cada uno de los grupos analizados a fin de analizar si existen diferencias significativas entre los mismos.

Se tomó la decisión de no analizar el rendimiento académico de los estudiantes, debido a la existencia de notorias discrepancias entre los criterios de corrección de los distintos docentes, que introducirían variables de confusión difíciles de neutralizar. Es por eso que se decidió analizar únicamente las estrategias de resolución puestas en juego por los alumnos sin considerar la valoración de las mismas hechas por los docentes.

## **5.9 Triangulación de los datos obtenidos por medio de los distintos instrumentos de recolección**

Finalmente, una vez recolectados los datos mediante los distintos instrumentos, se lleva a cabo un análisis en el cual se entrecruzan los distintos resultados, se analicen los puntos de convergencia y de divergencia entre las distintas observaciones y se intenten explicar las causas de unos y otros.

Se espera que los resultados no resulten divergentes, pero sí complementarios. Se cree que la implementación de diversas estrategias e instrumentos proporcionará una mirada completa del caso en estudio y una comprensión profunda de lo acontecido.

## **5.10 Síntesis del capítulo**

En este capítulo, se presentó la metodología de análisis del estudio de caso con la que se abordan las preguntas de investigación definidas. Se trata de una metodología cuanti-cualitativa que involucra la implementación de diversos instrumentos de recolección de datos: encuestas a estudiantes que participan de la experiencia áulica y a otros que son tomados como grupos de control; entrevistas a los docentes; observación participante; análisis de producciones escritas de los alumnos en las evaluaciones parciales.

Se pretende, al finalizar la recolección de los datos, realizar una triangulación de los mismos que permita comprender en mayor profundidad los hechos, complementando entre sí los distintos puntos de vista obtenidos.

En el próximo capítulo, se relata con detalle cómo fue llevada a cabo la experiencia y la recolección de datos, y en el siguiente, los resultados obtenidos.

## **Capítulo 6**

### Desarrollo de la experiencia

## Capítulo 6 - Desarrollo de la experiencia

### 6.1 Introducción

En este capítulo se describe cómo se llevó a cabo la experiencia que es objeto de este estudio de caso. En la Figura 6-1 se muestra un esquema de los distintos momentos en que se implementó el material.

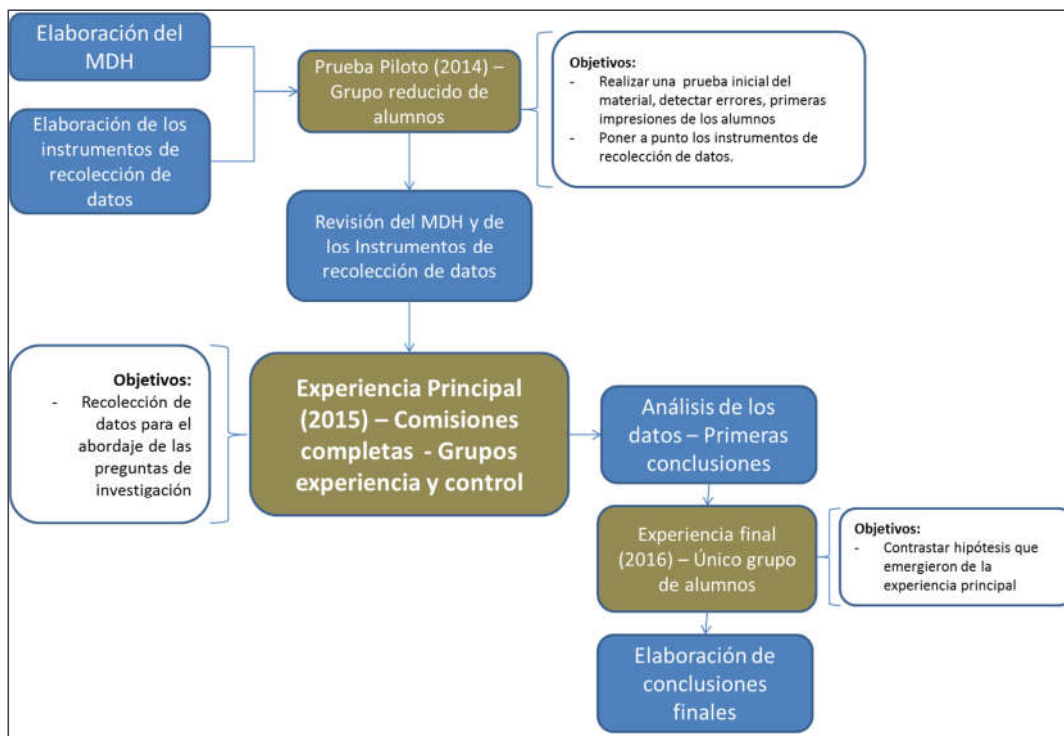


Figura 6-1. Esquema de los distintos momentos en los que se implementó el MDH (realización propia).

En primer lugar, se desarrolló en el año 2014 una prueba piloto de implementación del Material Didáctico Hipermedial (MDH) con un grupo reducido de estudiantes a fin de realizar un primer testeo del mismo y de los instrumentos de recolección de datos diseñados. La descripción de esta prueba piloto y de los resultados preliminares que arrojó la misma, se realiza en el primer apartado de este capítulo.

Luego, en el año 2015, se llevó a cabo una experiencia de mayor envergadura, con tres grupos de alrededor de 60 alumnos cada uno, en los cuales se realizaron las encuestas, la observación participante y las entrevistas a los docentes intervinientes, que se describieron en el Capítulo 5. Simultáneamente se recolectaron datos en tres grupos de alumnos que no utilizaron el MDH, sino el material tradicional en soporte impreso que proporciona la Cátedra, a fin de realizar los contrastes descritos en el Capítulo 5. En las próximas secciones, se explican las decisiones previas que fueron tomadas para realizar la experiencia áulica: selección de la muestra, organización de la logística, interacción con los grupos de docentes a cargo de la experiencia. También se realiza una caracterización de los grupos de alumnos

participantes a partir de la encuesta inicial implementada antes del inicio de la experiencia y se detalla cómo se llevó a cabo la experiencia áulica que es objeto del presente estudio de caso.

Por último, teniendo en cuenta los resultados y las conclusiones a las que se pudo arribar a partir de lo analizado en 2015, se realizó en 2016 una última experiencia con un grupo de 60 alumnos, intentando corregir algunos de los inconvenientes detectados, trabajando sobre los elementos negativos referenciados por los alumnos de manera tal que se potencien los positivos, a fin de profundizar en algunos de los resultados a los que se había llegado.

## 6.2 Prueba piloto

Se realizó inicialmente, durante el segundo cuatrimestre de 2014, una prueba piloto del MDH diseñado, a fin de registrar las primeras impresiones de los alumnos al utilizar este tipo de material, observar los primeros efectos y corregir errores que pudiera tener el mismo. Otro objetivo de esta prueba piloto fue poner a punto los instrumentos de recolección de datos diseñados antes de realizar la experiencia áulica final.

Se consideró oportuno para este fin tomar un grupo de alumnos pequeño, pidiéndoles a estos que concurren a clase con sus propias computadoras portátiles. El mismo tenía múltiples particularidades: se trató de alumnos que no aprobaron el curso de nivelación que ofrece la Facultad a los ingresantes, para los cuales la Cátedra de Ingreso y la Cátedra Matemática A diseñaron un curso con características ligeramente distintas de las habituales: se tratan los temas de Matemática A, pero en lugar de dictarse en un cuatrimestre (como se hace habitualmente), se dicta a lo largo de un año completo y retomando los temas del curso de nivelación a medida que se los va necesitando para los temas nuevos; además, fue un grupo mucho más pequeño en cantidad de alumnos que un grupo usual de la materia (25 alumnos), y siguieron un cronograma y un recorrido de los temas diferentes al habitual. Por todo esto, las conclusiones extraídas de esta experiencia no pueden ser extrapoladas y generalizadas a la totalidad de la población de la Facultad. Esta prueba piloto sirvió para los objetivos que se habían fijado: identificar inconvenientes del material para realizar mejoras, obtener un panorama de las opiniones de los alumnos acerca de los recursos proporcionados, y poner a punto los instrumentos de recolección de datos elaborados (encuestas, entrevistas, observaciones de las clases y de las producciones de los alumnos).

Participaron 23 estudiantes. Algunos de ellos, acudieron a clase con sus propias *netbooks* del plan Conectar Igualdad, y otros con *netbooks* o *notebooks* adquiridas en forma particular. El resto, utilizó *netbooks* facilitadas por la Dirección Provincial de Proyectos Especiales, alcanzando la proporción de 1 equipo cada 2 alumnos (ver Figura 6-2).

La experiencia fue bien recibida por parte de los alumnos. Al finalizar la misma, se encuestó a 17 de ellos (el resto estuvo ausente en el momento de la realización de la encuesta). 12 de los encuestados, expresó en la encuesta que la experiencia les pareció “positiva”, otros dos la calificaron como “negativa”, mientras que a 3 de ellos les resultó “indistinto” (ver Figura 6-3).



Figura 6-2. Imágenes de la experiencia piloto realizada

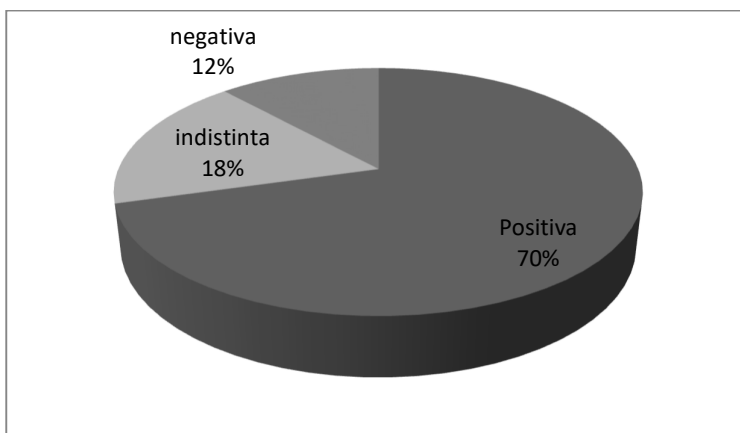


Figura 6-3. Valoración global de la experiencia por parte de los alumnos.

Aquí no se realizará un análisis pormenorizado de las opiniones de los alumnos que valoró de una u otra forma el material, pero sí resulta interesante destacar que la mayoría de ellos, independientemente de la valoración global indicada, consideraron positivos los siguientes recursos puestos a disposición en el material: las actividades que ofrecen retroalimentación inmediata, las animaciones, las imágenes en color y las imágenes en 3D. Los resultados positivos a partir de las opiniones de los alumnos y las observaciones que se hicieron durante la prueba piloto fueron los motores para la mejora y la planificación de la experiencia principal del estudio de caso.

### 6.3 Experiencia principal

En el primer cuatrimestre de 2015, se amplió la muestra para realizar la experiencia principal correspondiente a este estudio de caso. Se integró el MDH a la planificación didáctica de tres grupos convencionales de la Cátedra Matemática A, cuyas características se detallaron en el Capítulo 5. Cada curso involucró alrededor de 70 alumnos. En esta oportunidad también se solicitó a los estudiantes que asistieran a clases con sus computadoras portátiles, en caso de ser esto posible, y se complementó con 10 *notebooks* que el Departamento de Ciencias Básicas de la FI UNLP pone a disposición de docentes y alumnos para el desarrollo de las clases. La proporción de computadoras por alumno fue menor en este caso que en la experiencia piloto (ver Figura 6-4).



Figura 6-4. Imágenes de la experiencia principal. Se puede observar comparando con la Figura 6-2 que la comodidad de los alumnos en esta oportunidad fue menor que en la experiencia piloto, ya que hay más alumnos por mesa y el trabajo con las computadoras (que fueron menos en relación a la cantidad de alumnos que en la experiencia anterior) se vio dificultado por el espacio.

### 6.3.1 Interacción con los docentes a cargo de los grupos.

En primer lugar, se contactó a los seis Profesores que estaban a cargo de las comisiones seleccionadas, se les explicó en qué consistía la investigación que se estaba realizando y se les preguntó si estarían dispuestos a colaborar con la misma. A los docentes que estaban a cargo de los grupos de control, se les preguntó si estarían dispuestos a permitir la interrupción de su clase para realizar las encuestas inicial y final y a facilitar las evaluaciones de los alumnos al finalizar el curso. A los docentes de los grupos que fueron seleccionados para realizar la experiencia, se les preguntó además si estarían dispuestos a utilizar el MDH con sus alumnos durante el desarrollo de la unidad 6, si permitirían que esas clases fueran observadas y registradas, si participarían de una reunión previa donde se explicarían las características del material y si finalmente participarían de una entrevista en la cual se les preguntaría acerca de sus percepciones en cuanto al desarrollo de la experiencia.

Establecidos estos acuerdos, se convocó a una reunión con los docentes. Por cuestiones de coordinación de horarios, solamente se convocó a Profesores y Jefes de Trabajos Prácticos, quienes se comprometieron a transmitir lo conversado en la reunión a los ayudantes diplomados y alumnos, y a compartirles el MDH, para que pudieran interactuar con él antes de las clases.

En la reunión se contó cuál era el objetivo de la investigación, se les mostró el material (aunque la mayoría de ellos ya lo tenían de antemano) y se les pidió que lo recorran con mayor detenimiento en sus casas, que lo utilicen y consulten sobre aquellas cuestiones que les produjeran dificultades.



En cuanto al trabajo en el aula, se les pidió que utilicen la misma estrategia que utilizan habitualmente, a fin de no introducir nuevas variables que pudieran confundir los resultados de la investigación: que utilicen explicaciones en el pizarrón con la misma asiduidad que lo hacen habitualmente, que recorran el aula e interactúen con los alumnos apoyándolos en su trabajo en el aula como lo hacen siempre.

Se les pidió que les recuerden a los alumnos que el primer día después de la segunda fecha del primer parcial debían concurrir, de ser posible, con una computadora y con el MDH descargado en las mismas. Al mismo tiempo se les solicitó que ese día enviaran, al comienzo de la clase, a un grupo de alumnos a retirar las *notebooks* a la Secretaría del Departamento de Ciencias Básicas para complementar las que ellos pudieran traer. Estas computadoras ya tenían instalado el MDH, al igual que las computadoras de escritorio que estaban ubicadas en las aulas.

También se les solicitó que cuando los alumnos requiriesen ayuda para realizar una actividad con el MDH, hicieran el intento de realizarlo utilizando los recursos proporcionados en el mismo (en general, *applets*) en lugar de intervenir como se hace habitualmente utilizando lápiz y papel.

El grupo de docentes aceptó y se mostró entusiasmado con la actividad propuesta.

### **6.3.2 Realización de la encuesta inicial a los alumnos**

Durante el desarrollo de la unidad 5 de la materia, antes de llegar al período de evaluaciones correspondiente al primer parcial, se concurrió a las seis comisiones seleccionadas a fin de realizar la encuesta inicial. Con permiso de los docentes a cargo, se interrumpió la clase y se les informó a los estudiantes que se estaba haciendo un trabajo de investigación en a cargo de docentes de la Cátedra y que se requería de su colaboración a fin de obtener algunos datos. Se les anunció también que la investigación se relacionaba con los contenidos que verían en la unidad 6, que se desarrollaría luego del primer parcial, y que por eso al finalizar dicha unidad se les volvería a pedir que dediquen unos minutos para realizar una segunda encuesta.

Se les explicó también que en la encuesta se pedía nombre y apellido debido a que era necesario para la investigación correlacionar sus respuestas antes y después de la unidad 6, pero se les prometió que sus nombres se borrarían de la base de datos una vez finalizada la carga de ambas encuestas y que sus docentes no accederían nunca las respuestas, a fin de garantizarles que las mismas no tendrían influencia alguna en sus calificaciones.

Se realizó en horario de clase, entregando a cada alumno una planilla en la cual responderían a las preguntas consignadas. Se decidió realizar la encuesta de este modo, en lugar de recabar los datos en forma digital y asincrónica, a fin de evitar sesgos debidos a que aquellos alumnos que no dispusieran de una computadora y/o de una conexión a internet, o incluso aquellos que tuvieran actitudes más desfavorables hacia las TIC, serían justamente los que no responderían a esta encuesta.

Antes de entregar las hojas con las preguntas, se les mostró que constaba de tres partes y se hizo fuerte hincapié en cómo debían completar la parte 3 en las que se encuentran

las afirmaciones y debían responder utilizando escala del tipo Lickert. Se explicó que allí debían colocar una cruz en cada renglón indicando qué tan de acuerdo se sentían frente a cada una de las afirmaciones presentes en la encuesta.

También se pidió que frente a cualquier duda sobre cómo contestar consulten con la encuestadora. Los alumnos mostraron una muy buena predisposición para participar de la encuesta y la contestaron de inmediato, consultando en algunos casos a qué se refería alguna de las preguntas.

Al finalizar, a todos los grupos se les agradeció la colaboración, y a los grupos seleccionados para trabajar con el MDH se les anunció que participarían de una experiencia utilizando un material en formato digital durante el transcurso de la unidad 6. Se les proporcionó el enlace de donde podían descargar dicho material y se les pidió que aquellos que pudieran asistir con alguna computadora personal (en especial aquellos que tuvieran las *netbooks* del programa Conectar-Igualdad) lo hicieran, que de todas formas tendrían el material instalado en las computadoras de las aulas y que contaríamos con algunas *notebooks* del Departamento de Ciencias Básicas, pero que dado que el material reemplazaría la guía impresa, era importante que al menos pudiéramos contar con una computadora cada 2 alumnos.

### 6.3.3 Caracterización de los grupos.

Para el desarrollo de la experiencia, se consideraron seis comisiones de la cátedra. Tres de ellas utilizaron el MDH para el estudio de la unidad 6, y las otras tres utilizaron el material impreso convencional, y se consideraron para control. Las especialidades participantes pueden verse en la Tabla 6-1.

Experiencia	Control
Civil (59)	Aeronáutica (64)
Química (65)	Industrial (72)
Electrónica (54)	Mecánica (52)

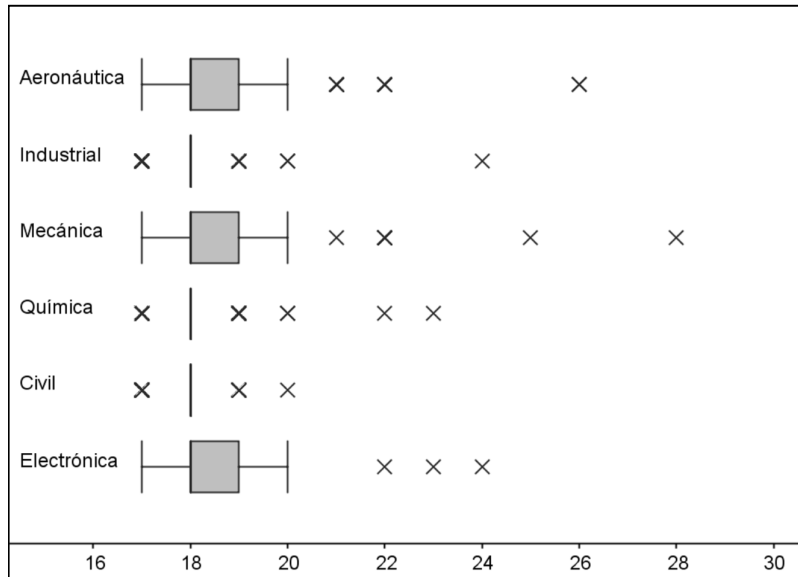
**Tabla 6-1. Todas las comisiones tienen entre uno y cuatro alumnos correspondientes a otra especialidad que se cambiaron de comisión debido a cuestiones laborales y otras obligaciones ajenas a la facultad. Entre paréntesis se muestra la cantidad de alumnos inscriptos en cada una de las comisiones.**

Como se mencionó en el capítulo previo, la elección de las comisiones se basó en:

- Que los docentes a cargo tuvieran una buena predisposición para colaborar con la investigación.
- Que los horarios de cursada de los grupos en las que se realizaría la experiencia no se superpongan, a fin de poder realizar la observación participante en todas ellas.
- Que el grupo en el que la tesista se desempeña como docente no se incluya dentro de los grupos de la experiencia, sí como grupo de control, a fin de que los estudiantes no se sintieran condicionados a la hora de evaluar el material.

A continuación se analiza a partir de los datos recogidos en la encuesta inicial, si existen diferencias entre los grupos en cuanto a composición por género, edad, nacionalidad, y tipo de escuela de procedencia.

En la Figura 6-5, se presentan diagramas de caja (realizados con el *software GeoGebra*) donde se puede observar que las comisiones son homogéneas en cuanto a su composición por edades. En los grupos de Industrial, Civil, y Química, los cuartiles 1, 2 y 3 coinciden en el valor 18 años, mientras que para Aeronáutica, Mecánica y Electrónica el cuartil 1 es de 18 años y el 3 es de 19, no habiendo prácticamente diferencia. Sí se observan diferencias en cuanto los *outliers*, o valores atípicos, que no tendrían influencia en la investigación.

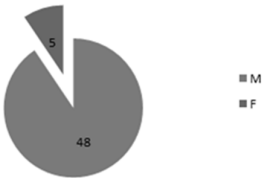
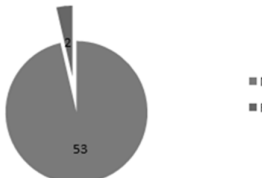
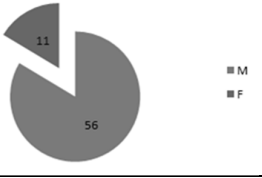
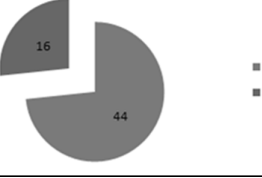




**Figura 6-5. Diagrama de caja que muestra la composición de cada uno de los grupos por edades de los alumnos. Se puede observar que los grupos son homogéneos, ya que casi la totalidad de los mismos tienen entre 17 y 20 años.**

En cuanto a la composición por género, sí se encuentran diferencias significativas (de acuerdo con la prueba  $\chi^2$  para diferencia de proporciones). Esto quiere decir que, de encontrarse diferencias significativas en relación al impacto de la experiencia entre los grupos, una de las posibles variables a atender sería el género. En la Tabla 6-2 se muestran las proporciones Hombre-Mujer en cada uno de los grupos. Se han agrupado en pares, consistentes en un grupo experiencia y uno control, dentro de cada cual la diferencia entre proporciones no resulta estadísticamente significativa, pudiendo realizarse las comparaciones pertinentes entre grupos con similar proporción Hombres-Mujeres.

En cuanto a la nacionalidad de los alumnos, en todas las comisiones hay un porcentaje de extranjeros (entre un 3% y un 16%). No son significativas las diferencias de proporciones entre las distintas comisiones, de acuerdo con el test  $\chi^2$ .

Dado que los alumnos son de primer año, se consideró importante tener en cuenta los recorridos previos de los alumnos al ingresar al nivel universitario, ya que esto podría tener alguna incidencia en cuanto al mayor o menor manejo previo de los contenidos, o del uso de TIC en el aula.

Par 1	Mecánica – Control 9% F – 91% M 	Electrónica-Experiencia 4% F – 96% M 	P valor: 0,2660
Par 2	Aeronáutica – Control 16% F – 84% M 	Civil-Experiencia 27% F – 73% M 	p-valor: 0,1945
Par 3	Industrial – Control 46% F - 54% M 	Química – Experiencia 53% F – 47% M 	p-valor: 0,4925

**Tabla 6-2. Proporción Hombres-Mujeres dentro de cada grupo. Se muestra en cada celda el diagrama circular que representa esta distribución, indicando a qué carrera pertenecen los alumnos del grupo. Cada fila representa un par de grupos con proporciones similares (el p-valor obtenido aplicando el Test Exacto de Fisher arroja es mayor a 0.05, lo cual implica que los grupos de ese par son comparables)**

En relación a la orientación de secundario seguida, se agruparon las categorías en función del grado de cercanía-lejanía con respecto a la Matemática y las Ciencias Naturales y Exactas. El primer grupo sería el más alejado de estas disciplinas, al ser orientaciones de corte humanístico y/o artístico. Dentro de esa categoría se incluyen: bachiller humanístico, la orientación comunicación, bellas artes y ciencias sociales. La siguiente categoría incluye las orientaciones relacionadas con economía, gestión, administración. La tercera, ciencias naturales e informática. La última corresponde a todos los egresados de escuelas técnicas. Las frecuencias por cada una de estas categorías se puede observar en la Figura 6-6. Dada la disparidad de distribuciones, será necesario contemplar esta variable a la hora de interpretar los resultados.

Otra variable que puede resultar relevante en esta investigación es la el carácter de pública/semipública/privada de la escuela de procedencia de los alumnos, ya que las escuelas públicas argentinas, a partir del año 2010 se están dotando de equipamiento informático a través del programa Conectar Igualdad<sup>6</sup>, y esto puede implicar que los alumnos que fueron beneficiarios de este plan, tengan una mayor experiencia previa en relación al uso de TIC en el ámbito de la educación formal.

<sup>6</sup> <http://www.conectarigualdad.gob.ar/>

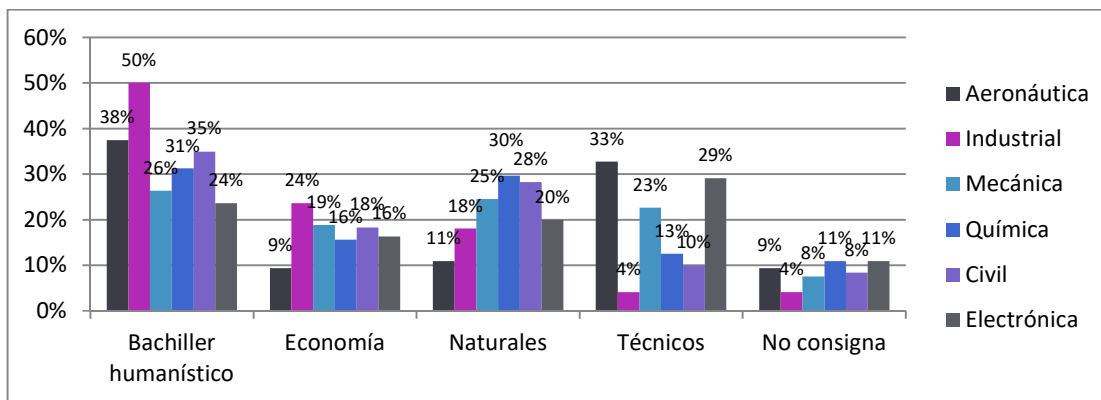


Figura 6-6. Orientaciones de secundaria seguidas por los alumnos de los grupos considerados para la investigación.

Un 42% de los alumnos (154) que respondieron a esta encuesta provenían de escuelas públicas. De ellos, un 95% (146) recibió el Plan Conectar Igualdad en la escuela, y un 80% (124) aún conserva la *netbook*. 14 de los alumnos (3,8% del total de encuestados) declararon que la *netbook* de Conectar Igualdad es el único dispositivo informático del cual disponen (no tienen PC de escritorio, *notebook*, *tablet*, ni *smartphone*). Si a esto se suman los 22 que tienen la *netbook* de Conectar Igualdad y un *smartphone*, se obtiene un total de 36 alumnos (casi un 10% del total) que de no haber recibido esta computadora, probablemente no tendría acceso a una en su hogar<sup>7</sup>. Todos estos datos se muestran esquemáticamente en la Figura 6-7.

De los 146 que recibieron el plan Conectar Igualdad, 89 (61%) usaron *software* matemático en la secundaria. De los 222 que no recibieron el plan, sea por ser de escuelas no públicas o por otras causas, 42 (19%) utilizaron *software* matemático en la escuela. Estos datos se muestran en forma compacta en la Tabla 6-3 para la cual se calculó el estadístico  $\chi^2$  que arrojó un valor de 67,89, permitiendo afirmar que la diferencia entre ambos grupos (los que recibieron el plan Conectar Igualdad y los que no) es estadísticamente significativa con un p-valor < 0.0001. En la Figura 6-8 se muestran estos mismos datos en forma gráfica. Esto implica que los alumnos provenientes de escuelas públicas tienen una mayor experiencia previa en cuanto al uso de *software* matemático en la enseñanza formal que aquellos que estudiaron en instituciones privadas o semipúblicas, y esta puede ser una variable relevante en los resultados de la investigación que será preciso analizar.

En cuanto a la valoración que los alumnos hacen de este tipo de *software* matemático, se puede indicar que: entre aquellos que recibieron la *netbook*, 73 tienen una valoración positiva, 2 tienen una valoración negativa y 14 indicaron no tener una opinión formada al respecto; entre aquellos que no la recibieron, 37 lo valoran positivamente y 5 no tienen opinión formada (ninguno expresó una valoración negativa). Los datos pueden visualizarse gráficamente en la Figura 6-9. En este caso, no se observan diferencias estadísticamente significativas entre los grupos, pero sí se puede afirmar que, en general, resulta positivo para los alumnos que tienen experiencia con el uso de estos programas el disponer de estas herramientas para el aprendizaje de la Matemática.

<sup>7</sup> Un *smartphone* puede proporcionar al usuario algunas de las utilidades de una computadora, como por ejemplo, la posibilidad de navegar por internet, pero no otras que resultan relevantes, tales como producir un documento, utilizar un *software* matemático, etc.

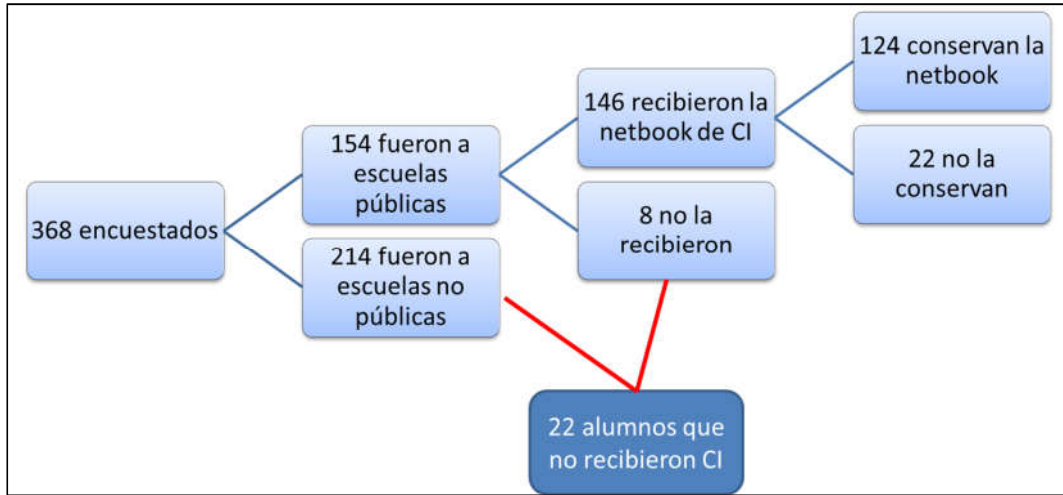


Figura 6-7. Distribución de alumnos encuestados en relación al programa Conectar Igualdad.

Uso de <i>soft</i> matemático en la secundaria			
	Sí	No	
Conectar igualdad	89	57	146
No conectar igualdad	42	180	222
	131	237	368

Tabla 6-3. Tabla de contingencia para establecer si existe diferencia en cuanto al uso de *software* matemático entre los alumnos que fueron beneficiarios del plan CI y aquellos que no lo fueron.

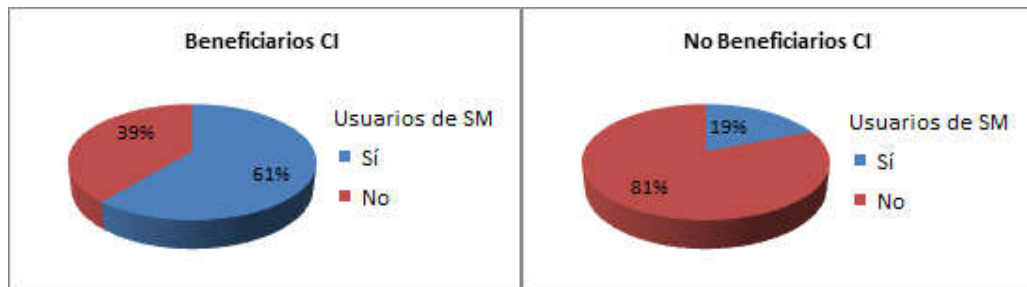


Figura 6-8. Proporción de alumnos que utilizan *software* matemático (SM) entre aquellos que recibieron la *netbook* del plan CI y entre aquellos que no la recibieron.

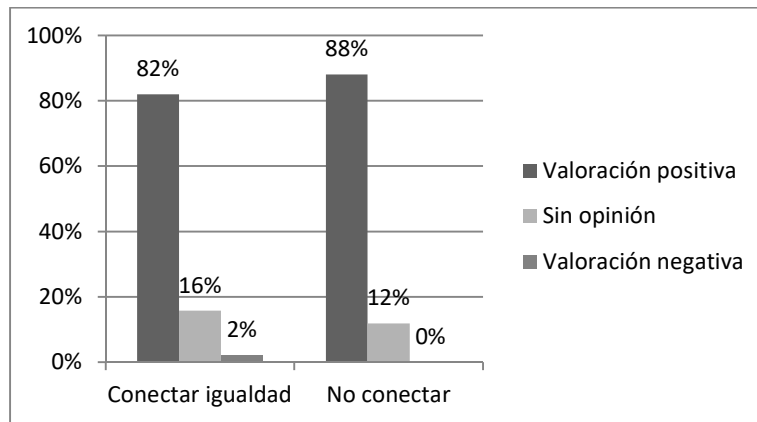


Figura 6-9. Valoración por parte de los alumnos del uso de software matemático para el aprendizaje. No se observan diferencias estadísticamente significativas.

Los programas matemáticos que los alumnos afirman conocer y utilizar son los siguientes:

- *GeoGebra*: 248 alumnos
- *WolframAlpha*: 16
- *Graphmática*: 15
- *Mathematica para Windows*: 13
- *Winplot*: 6
- Otros: 34

### 6.3.4 Usos de los dispositivos digitales por parte de los alumnos

Otra información que se recabó en la encuesta inicial se relaciona con el acceso de los alumnos a dispositivos digitales y a los usos que ellos hacen de los mismos.

Se encontró que de los 368 alumnos encuestados, solamente tres indicaron no tener acceso a ningún tipo de dispositivo informático propio. Sin embargo, dos de ellos manifestaron conectarse habitualmente a internet utilizando los recursos disponibles en la Facultad (el otro alumno no terminó de completar la encuesta).

En relación a los usos que los alumnos hacen de la computadora, se realizó una pregunta de elección múltiple con las siguientes categorías: Trabajo; Estudio; Recreación; Búsqueda de información (internet, bases de datos, música, diarios); Comunicación virtual sincrónica (chats). Conocer gente. Redes sociales. En la Figura 6-10 se muestra el gráfico de frecuencias de las respuestas.

Los datos indican que los alumnos de primer año de la FI UNLP utilizan la computadora para recreación y comunicación, pero también para estudiar y para mantenerse informados.

En otra de las preguntas, se inquirió acerca de si usan recursos de internet para estudiar o con fines de aprendizaje. Un total de 323 alumnos (cerca del 88%) respondió en forma afirmativa. En la Figura 6-11 se muestra un gráfico en el cual se puede observar la distribución de los recursos que utilizan con esta finalidad. De esto se desprende que estos alumnos utilizan asiduamente recursos audiovisuales para complementar su aprendizaje.

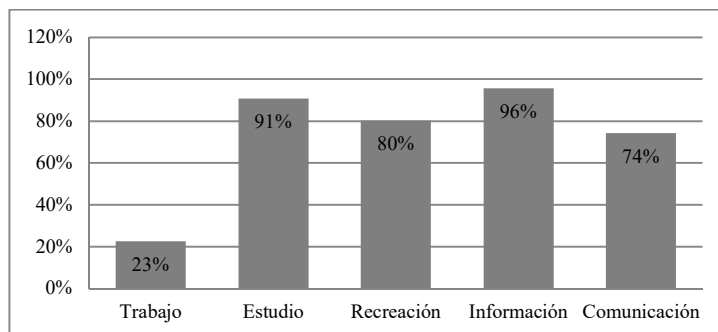


Figura 6-10. Para qué fines utilizan la computadora los alumnos encuestados.

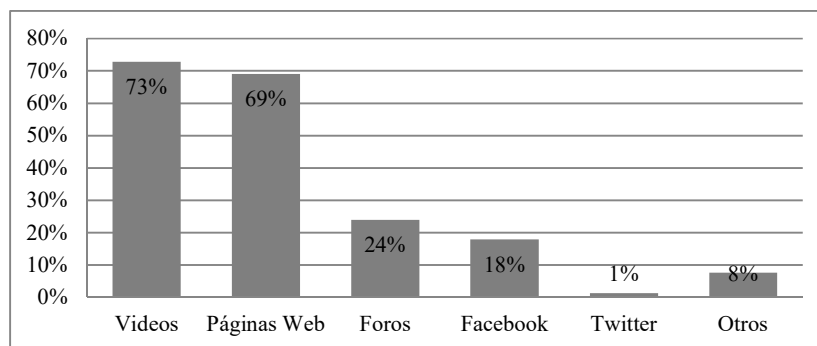


Figura 6-11. Recursos de internet que utilizan los alumnos con la finalidad de aprender.

### 6.3.5 Observaciones generales acerca del trabajo de los alumnos con el MDH

La observación participante se llevó a cabo como se planificó y se describió en la sección 5.7. Ningún alumno se manifestó en desacuerdo con que se realicen las observaciones durante su trabajo en las mesas.

### 6.3.6 En los tres cursos analizados, se observaron las mismas cuestiones, en líneas generales.

Estas observaciones ratifican y complementan lo que se desprende de las encuestas a los alumnos y de las entrevistas a los docentes y se detallarán en la sección 7.4. Cierre de la experiencia principal: Recolección final de datos

Finalizada la experiencia principal, se procedió a la recolección de los últimos datos. En las dos semanas siguientes se realizó la encuesta final a los 6 grupos (los tres que estudiaron con el MDH y los tres de control), nuevamente en horario de clase y entregando una planilla en papel a cada estudiante.

También se convocó a los docentes que estuvieron a cargo de los tres grupos involucrados en la experiencia a fin de realizar las entrevistas grupales. Los docentes de los grupos de Ingeniería Química y de Ingeniería Electrónica fueron entrevistados 2 semanas después de finalizada la experiencia, y en ambas entrevistas participaron los dos equipos docentes completos (los 4 docentes de cada grupo asistieron a la entrevista pactada). Con el grupo de docentes de Ingeniería Civil, no se logró acordar un horario en el que pudieran participar los cuatro integrantes. Solamente se pudo entrevistar a dos de ellas, la Jefa de



Trabajos Prácticos y la Ayudante Diplomada habiendo pasado un mes de finalizada la experiencia.

Por último, una vez finalizado el ciclo lectivo, se solicitó a los profesores de los seis grupos que facilitaran los exámenes parciales de los alumnos a fin de analizar las producciones de los mismos en relación a los temas abordados en el transcurso de la experiencia.

## 6.4 Experiencia final

De los resultados obtenidos y analizados en la experiencia principal, que se detallarán en el capítulo siguiente, se desprendió que la utilización del MDH resultó mejor para aquellos alumnos que tenían alguna experiencia previa con el uso del programa *GeoGebra*. Se pensó entonces en repetir la implementación del MDH con una nueva cohorte de alumnos, intentando que durante la primera mitad de la cursada comiencen a utilizar este *software* y a familiarizarse con él. Pero existía una dificultad que se debió afrontar: la cursada de Matemática A tiene un ritmo muy intenso, un cronograma muy ajustado, y es muy difícil incorporar actividades adicionales para dedicar un tiempo especial al uso del *software*.

Se decidió entonces confeccionar un material especial, inspirado en las Guías de inicio rápido que proporciona la organización *GeoGebra*<sup>8</sup>. Las mismas proponen una secuencia de actividades sencillas, breves y guiadas paso a paso a fin de proporcionar al usuario una panorámica de las posibilidades que abre el programa para distintas áreas de la Matemática. Están construidas con el formato de *Libro GeoGebra*.

Un *Libro GeoGebra* es un libro interactivo que puede crearse en el sitio web oficial del programa utilizando un editor especial disponible allí. Estos materiales quedan alojados en ese mismo entorno y pueden compartirse para su consulta por parte de otros usuarios en forma *on line* o descargarse y utilizarse sin conexión a internet.

Se creó entonces una guía de inicio rápido para el estudio de funciones de una variable, tema abordado en las primeras unidades de matemática A y se puso a disposición de los estudiantes el primer día de clases a través de un grupo de *Facebook* que se creó. Este material puede consultarse en <https://www.geogebra.org/m/bWHTqOW5> (último acceso, 19 de Mayo de 2016). Se trata de una colección de 9 hojas interactivas, conteniendo actividades guiadas paso a paso para que los alumnos tengan un primer contacto con las herramientas de *GeoGebra* que les serán de utilidad a lo largo de la cursada de la materia, y que puedan advertir lo sencillo que es utilizar el programa.

Además, poco antes del inicio del ciclo lectivo 2016, se anunció el lanzamiento de la versión de *GeoGebra* para teléfonos móviles: la Calculadora Gráfica *GeoGebra*. Entonces, el primer día de clase se indicó a los estudiantes que podían descargar y utilizar esta aplicación en clase y se les facilitó a través del grupo de *Facebook* el tutorial oficial de la misma, que puede consultarse en <http://www.geogebra.org/b/2223325> (último acceso, 19 de Mayo de 2016). Esta circunstancia resultó positiva para nuestra experiencia, ya que los alumnos

---

<sup>8</sup> Se pueden encontrar en: <http://www.geogebra.org/manual/es/Tutoriales> (último acceso, 19 de Mayo de 2016)

adoptaron rápidamente esta herramienta e integraron la aplicación a su práctica cotidiana en el aula.

La encuesta inicial fue respondida por 52 alumnos. En esta oportunidad, los alumnos son de las carreras Ingeniería Electricista e Ingeniería Electromecánica. La composición por edades de los alumnos de este grupo es comparable con los grupos considerados en la experiencia principal masiva: son alumnos de entre 17 y 20 años, con una mediana de 18 años y unos pocos valores atípicos que no tendrían influencia en los resultados estadísticos de la experiencia. En cuanto al género de los alumnos, un 83% son varones, un 11% mujeres y un 6% no respondió a la pregunta correspondiente. En cuanto a la nacionalidad, la gran mayoría son argentinos, a excepción de 4 alumnos de procedencia extranjera (latinoamericana). Todos los alumnos encuestados cuentan con dispositivos informáticos y se conectan a internet (la mayoría en sus domicilios, unos pocos con su teléfono móvil). En relación a estos aspectos, el grupo es comparable con los grupos de la experiencia principal.

En cuanto al uso de *software* matemático por parte de estos alumnos, al inicio de la experiencia 48 de ellos (92%) decían ser usuarios de *GeoGebra*, frente al 67% registrado en la experiencia 2015. Aunque solamente 15 (29% del total) manifestó haber usado este programa durante sus estudios en la Escuela Secundaria, porcentaje un poco menor al registrado en la experiencia principal, en la cual este porcentaje era 36%. Es decir, que muchos de estos alumnos se iniciaron en el uso de *GeoGebra* durante la primera parte de Matemática A.

En la encuesta inicial para la cohorte de 2016 se incorporaron algunas preguntas adicionales en relación al uso del *software GeoGebra* en la primera parte de la cursada: si utilizaron o no la guía de inicio rápido, cómo les resultó la misma, si hubieran requerido otras ayudas adicionales para comprender el funcionamiento del *software* y si habían utilizado la aplicación para celulares.

En cuanto a la guía de inicio rápido, la mayoría de los estudiantes (43 de ellos) dice que no la consultó. Algunos de ellos porque no vieron la publicación en el grupo de *Facebook* o porque no están en el grupo (o no estaban en las primeras semanas de cursada), otros porque no lo consideraron importante y un último grupo porque conocía el programa de antemano y no consideró necesario recurrir a la guía de inicio rápido.

Los 9 que sí consultaron la guía, consideraron que se trata de un material bueno que les ayudó a comprender el manejo del programa.

En cuanto a los *applets* compartidos para la ayuda en la comprensión de algunos temas particulares de las primeras unidades, 30 alumnos expresaron no haberlos utilizado, por causas similares a las que motivaron la no utilización de la guía de inicio rápido: no conexión con el grupo de *Facebook*, o considerarlo algo accesorio. De los 22 que sí utilizaron estos *applets*, casi la totalidad manifestó considerarlos positivos como ayuda para la comprensión y la visualización de los temas propuestos, mientras que el resto (6) no respondieron a la pregunta acerca de la valoración.

Sin embargo, frente a la pregunta acerca de si habían utilizado *GeoGebra* como herramienta para aprender las primeras unidades de la materia, solamente 4 alumnos

expresaron que no lo habían utilizado, 22 lo utilizaron “un poco” y 25 “mucho” (el alumno que falta, no respondió a esta pregunta). La mayoría de los que respondieron que utilizaron *GeoGebra*, un poco o mucho, indicaron que lo utilizaron para corroborar lo que hacían a mano y para visualizar gráficas de las funciones con las que trabajaban, y que esto los ayudó a comprender mejor los temas. Cabe destacar que entre los docentes a cargo del grupo, se mencionó en varias oportunidades que estos alumnos que corroboraban sus ejercicios con ayuda de *GeoGebra*, parecían mucho más críticos, habían aprendido a cuestionar sus producciones a identificar sus errores y no registraban tanto algunas preguntas más triviales que sí eran comunes en cohortes anteriores.

En cuanto al uso de la aplicación *GeoGebra* para celulares, 36 alumnos manifestaron haberla utilizado para las primeras unidades de matemática A, la mayoría de ellos la consideró más ventajosa que la versión de escritorio por ser más portable, más práctica, estar más a mano en cualquier momento y lugar para despejar dudas. Algunos señalaron que, si bien les parecía ventajosa la portabilidad, para ejercicios más complejos preferían utilizar la versión de escritorio. Unos pocos manifestaron preferir la aplicación de escritorio que la del celular por ser más completa y por las dificultades que implica el uso de la pantalla táctil. De los 6 que indicaron no haber utilizado esta aplicación, 2 expresaron que no la habían descargado por ser incompatible con sus sistemas operativos y los otros 4 no explicaron por qué. Los 10 alumnos restantes, no respondieron si usaron o no la aplicación.

Con respecto a la valoración del *software* matemático como ayuda para aprender, 4 alumnos expresaron no tener opinión formada, uno solamente indicó que su valoración era negativa, y los 47 restantes, valoraron positivamente estas herramientas. Estos números son comparables con los correspondientes a la cohorte 2015.

Al igual que en la experiencia de 2015, en 2016, se implementaron las encuestas inicial y final, con pequeñas variaciones respecto de la versión del año anterior, y la observación participante.

En el comienzo de la experiencia, se explicó a los alumnos que el material propuesto era, al igual que la versión en papel, un material para orientar el trabajo de ellos, que no se pretendía que ellos aprendan “mágicamente” a partir de su interacción con el mismo, que los contenidos y las actividades eran esencialmente las mismas, pero que se esperaba que el trabajo con los recursos interactivos, las animaciones y las imágenes tridimensionales los ayudaran a familiarizarse mejor con los nuevos objetos matemáticos que debían conocer, ya que permitirían la descripción de movimientos y de objetos del espacio 3D que sería, para la gran mayoría, la primera vez que trabajarían con ellos.

Durante el desarrollo de las clases, se observó nuevamente que algunos alumnos optaron por volver al material impreso, pero se logró que una proporción mayor llegue hasta el final de la experiencia utilizando el MDH.

## **6.5 Síntesis del capítulo**

En este capítulo se brindaron detalles acerca de cómo se llevaron a cabo las experiencias áulicas que componen el presente estudio de caso. Se comentó cómo se desarrolló una prueba

piloto con el uso del MDH en un grupo reducido de alumnos, con características particulares que no permiten la generalización de los resultados a la población total de la Facultad, pero sí permitió testear el material a utilizar y los instrumentos de recolección de datos que se emplearían luego en la experiencia principal.

Luego, se detalló cómo se realizó la interacción con los alumnos y docentes involucrados en la experiencia principal y los aspectos logísticos. Asimismo se analizaron las características particulares de los grupos de alumnos involucrados (en cuanto a sus edades, géneros, nacionalidades, escuelas de procedencia y experiencias con TIC).

Por último se anticipó que en virtud de los resultados obtenidos a partir de la experiencia principal, que se detallarán en el capítulo siguiente, se decidió realizar una experiencia final y se señalaron las características que tuvo la misma.

# **Capítulo 7**

## Resultados

## Capítulo 7 - Resultados

### 7.1 Introducción

En el presente capítulo se comparten los resultados que se desprenden de la experiencia principal<sup>9</sup> realizada. En primer término, se detallan los resultados obtenidos a partir de las encuestas realizadas, luego de la experiencia, a los alumnos en cuanto a la valoración general de la experiencia, del Material Didáctico Hipermedial (MDH) y de sus distintos elementos.

En segundo lugar, se presenta el estudio realizado sobre las actitudes de los alumnos en relación a:

- el uso de TIC en el aula,
- a la Matemática como disciplina,
- y al uso de TIC para el aprendizaje de la matemática.

A continuación, se detallan los resultados de las entrevistas realizadas a los docentes que intervinieron en la experiencia áulica.

Luego, se detallan los resultados de la observación participante realizada.

Y, por último, se realiza un análisis triangulando los resultados obtenidos por medio de los distintos instrumentos y estrategias de análisis puestos en juego considerando también resultados obtenidos en la experiencia final, llevada a cabo en 2016.

El itinerario de este capítulo, comentado en el presente apartado, puede visualizarse gráficamente en la Figura 7-1.

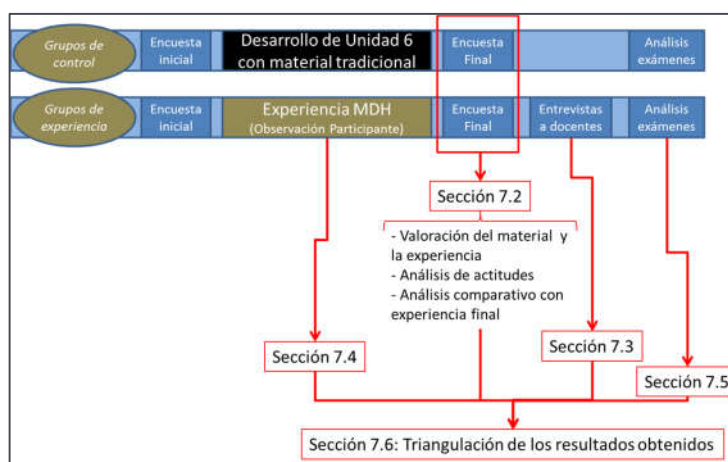


Figura 7-1. Itinerario del capítulo 7

<sup>9</sup> Recuérdese que, tal como se indicó en el Capítulo 6, se realizaron tres experiencias áulicas: Una prueba piloto, en el año 2014, que se relató en ese mismo capítulo; una experiencia principal, masiva, en 2015, que será objeto fundamental del presente; y, por último, una experiencia final en 2016, de menor envergadura, cuyos resultados también se comentarán hacia el final de este capítulo. Salvo que se explicito lo contrario, cuando se hable de “experiencia”, se refiere a la principal.

## 7.2 Encuestas realizadas a los estudiantes

La encuesta inicial que se describió en el Capítulo 5 y que puede encontrarse en el Anexo 2, fue respondida por 189 alumnos del *grupo control* y por 179 del *grupo de la experiencia*. Esta encuesta consta de tres partes: la primera busca caracterizar a los alumnos a fin de verificar si los grupos son homogéneos en cuanto a edades, género, nacionalidad, escuela de procedencia (pública-privada y orientación elegida en el secundario) y en caso de no serlo, tener en cuenta estas diferencias a la hora de analizar el impacto del material en vinculación con la actitud de los estudiantes. La segunda parte apunta a conocer en qué medida los alumnos tienen acceso a artefactos digitales y qué usos hacen de los mismos.

En la tercera parte, se utilizó un cuestionario tipo *Lickert* con el fin conocer las actitudes de los estudiantes hacia:

1. el uso de las TIC para la enseñanza y el aprendizaje,
2. las Matemáticas y
3. hacia el uso de TIC para el aprendizaje de las matemáticas en particular.

Esta medición se realiza con un doble objetivo: por un lado, continuar la caracterización del alumno que permita, al finalizar la experiencia, encontrar causas posibles para las diferencias observadas en la valoración que hacen de la misma; por el otro, analizar si estas actitudes varían o no antes y después de realizar la experiencia.

La encuesta final, descrita en el Capítulo 5 y presentada en los anexos 3 y 4 consta de 2 partes. Se realizó dos semanas después de finalizada la experiencia áulica. La primera parte es igual para todos los grupos (los de control y los de la experiencia), y es idéntica a la tercera parte de la encuesta inicial (medición de actitudes).

En la segunda parte, se preguntó a los alumnos si los temas de la unidad trabajada les resultaron *más fáciles, más difíciles* o de *igual orden de dificultad* que los temas abordados en las unidades anteriores de la materia. El objetivo de hacer esta pregunta a ambos grupos es ver si existen diferencias en cuanto a la apreciación de estas dificultades entre los que trabajaron con el MDH y los que trabajaron con el material convencional.

Para los grupos de la *experiencia* también se incluyen preguntas para que los alumnos evalúen el MDH en sus distintos aspectos. También se formulan algunas preguntas abiertas con el fin de lograr una mejor comprensión del funcionamiento del MDH en el aula: se solicita a los alumnos que mencionen aspectos positivos y negativos del material utilizado.

La caracterización de los alumnos que participaron tanto de la experiencia como del grupo control, que surgió del análisis de la encuesta inicial, ya fue presentada en el Capítulo 6.

A continuación, se presentan los resultados obtenidos a partir de la encuesta final y de las comparaciones entre encuestas iniciales y finales. Se consideran las encuestas de los alumnos que respondieron tanto la encuesta inicial como la final y sin errores. Es decir que se retiraron de la muestra las encuestas que contenían respuestas inválidas (alumnos que dejaron algún casillero sin responder o que marcaron dos respuestas en una misma pregunta). En el caso del grupo control, esto redujo el número de observaciones a 111, y en el caso del grupo

de experiencia, a 101. Para todos los test estadísticos se utilizó el programa *Prism 5.0*<sup>10</sup> para *Windows*, debido a que la tesista ya venía trabajando con este *software* y el mismo tenía ya implementados los test necesarios (U-de *Mann Whitney* y Test de *Wilcoxon*), permitiendo la obtención de los resultados buscados.

### 7.2.1 Valoración de la experiencia y del material por parte de los alumnos

Frente a la pregunta “¿En forma global, la experiencia de haber utilizado el material digital ¿te resultó **positiva**, **negativa** o **indistinta**?” las respuestas de los estudiantes fueron las que se muestran en la Tabla 7-1 y en la Figura 7-2.

Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Negativa	6	6
Indistinta	40	39,5
Positiva	53	52,5
No responde	2	2

Tabla 7-1. Valoración de la experiencia por parte de los alumnos.

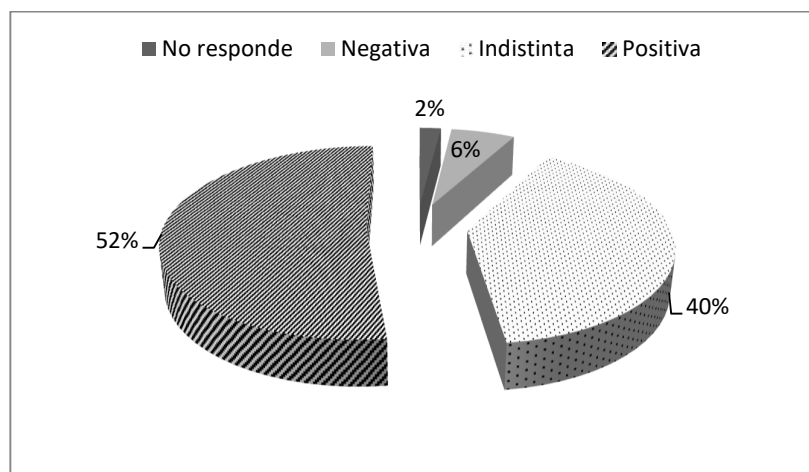


Figura 7-2. Valoración de la experiencia por parte de los alumnos.

Si bien la experiencia resultó mayoritariamente positiva, no lo fue en la medida esperada. Para comprender en mayor profundidad las causas de las distintas valoraciones otorgadas, se solicitó a los alumnos que señalen **aspectos positivos** y **negativos** de la experiencia de haber trabajado en el aula con el MDH. Se formuló como pregunta abierta, por lo cual algunos alumnos mencionaron más de un aspecto positivo y más de un aspecto negativo, de manera que un mismo alumno puede ser computado en más de uno de los grupos presentados a continuación, y en consecuencia, la suma de los porcentajes será mayor que 100%.

En primer lugar, se comentarán los aspectos que los alumnos destacaron como **positivos**:

42 alumnos (40%) mencionaron la **posibilidad de visualizar los conceptos (en especial en el espacio tridimensional), mediante gráficos y animaciones**. 12 de ellos hicieron mención

<sup>10</sup> El sitio web de este programa es <http://www.graphpad.com/scientific-software/prism/>



especial a la visualización en  $\mathbb{R}^3$ . Algunos ejemplos de los comentarios que realizaron con respecto a esta cuestión fueron:

- *“me parece positivo ver distintas gráficas cómo son en 3D, ayuda a entender con más claridad los conceptos generales”*
- *“al ver los gráficos en 3D ayuda a darse una idea de lo que se está haciendo”*
- *“te permite visualizar con imágenes y animaciones algunos conceptos para comprenderlos mejor”*

22 alumnos mencionaron como algo positivo la **posibilidad de poder corroborar con GeoGebra los ejercicios realizados** a mano:

- *“es una forma fácil y rápida de comprobar si el ejercicio está bien resuelto”*
- *“no dependo tanto del profesor, puedo comprobar los resultados con la computadora (GeoGebra)”*
- *“podías representar lo que pensabas y ver si estaba bien y lo habías entendido o no”*

Desde el marco teórico adoptado, resulta positivo que los alumnos encuentren estrategias para corroborar sus ideas y resoluciones de las actividades por sus propios medios, y que estas les brinden suficiente seguridad para no tener que recurrir a validaciones externas, como ser el visto bueno del profesor, ayudando a incrementar la autonomía de los estudiantes. En este caso, la estrategia de validación a la que hacen referencia consiste en representar gráficamente en *GeoGebra* las soluciones obtenidas para los problemas propuestos, lo cual implica interpretar y controlar en un registro de representación lo obtenido en otro, es decir, una *conversión* en el sentido definido por Duval (2006).

24 alumnos mencionaron que les ayudó a comprender el tema, o que les facilitó, pero no explicitaron cómo o por qué les parece que el material los ayudó:

- *“es útil y de muy buena ayuda porque podemos entender mejor las matemáticas”*
- *“hay algunos temas que es más fácil entenderlo con las actividades interactivas del material”*
- *“Mejor interpretación del material ya que a veces lo teórico resulta difícil de comprender”*

11 alumnos mencionaron como algo positivo la interactividad del material y otros 11 no respondieron a la pregunta.

En cuanto a la **posibilidad de explorar y conjeturar**, se registró solamente un comentario que se puede asociar a esta noción. Sin embargo, en el aula se registraron actividades de esta naturaleza, tal como se explicará en la Sección 7.4, cuando se describan los resultados asociados a la observación participante. La ausencia de menciones a esto en las encuestas podría implicar que estas actividades no son identificadas por los estudiantes, o no resultan relevantes. El único comentario registrado es el siguiente:

- *“Probar distintos valores en cada función y ver qué pasa en cada caso. Es muchísimo más rápido que en una hoja”.*

En la Figura 7-3 se presenta un gráfico en el cual se muestra la distribución de frecuencias de las respuestas anteriores.

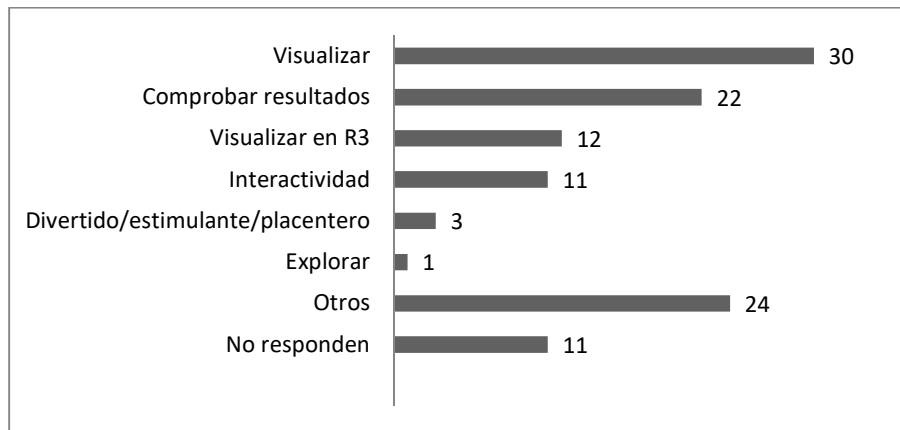


Figura 7-3. Aspectos positivos de la utilización del MDH indicados por los alumnos en las encuestas y frecuencia con la que cada uno de estos aspectos fue mencionado.

En cuanto a los **aspectos negativos**, uno de los más mencionados (14 alumnos), fue el **tiempo adicional que les demandó** el uso del material digital. Existió la sensación de que se fue más lento que con la forma de trabajo tradicional. Algunos asociaron esta lentitud a la necesidad de compartir la computadora y no poder ir al ritmo propio, teniendo que adecuarse al ritmo de otros compañeros. Otros mencionaron que fueron más lento por tener que aprender a la vez el uso del programa *GeoGebra* y los temas de la materia. Sin embargo, el desarrollo de la unidad a las comisiones que realizaron la experiencia, no les demandó más tiempo (en cantidad de clases) que el previsto por los cronogramas de la Cátedra. Con lo cual, esto es una cuestión subjetiva de los alumnos que se debe analizar con más profundidad para futuras implementaciones de la experiencia.

Otros alumnos (13) mencionaron que tuvieron **dificultades para aprender a utilizar el software GeoGebra** ya que no contaban con preparación previa.

Un grupo de alumnos (11) hizo mención a **cuestiones relacionadas con la logística de la experiencia** en sí, tales como que la **cantidad de computadoras** en el aula fue insuficiente (8 alumnos), a la incomodidad ocasionada por **tener que acarrear la computadora** (3 alumnos) (hasta la Facultad todos los días, o ir a retirarlas una al Departamento de Ciencias Básicas). Esto señala la necesidad de mejorar la estrategia para contar con más dispositivos en el aula, y lograr que el material funcione correctamente en dispositivos más pequeños (por ejemplo, *tablets*).

Algunos alumnos (12) expresaron que es necesario contar con más explicación, o disponer de más cantidad de ejemplos en el material, o cuestionaron que las explicaciones se den “después de los ejercicios”. Esta crítica no es específica del MDH, sino que responde a la estrategia general de la cátedra, fundamentada dentro del marco teórico de la presente tesis.

Otro grupo (8 alumnos) mencionó **cuestiones más profundas** como el hecho de que el aprendizaje con la computadora podría ser un obstáculo luego a la hora de resolver el parcial o la creencia de que se aprende menos o con menos calidad:

- *“un mal aspecto es que practicar mucho o hacer muchos ejercicios en GeoGebra resta práctica para los parciales”.*
- *“no exige mucho de lo analítico que es lo que en realidad importa”.*

- “es que si nos acostumbramos a hacerlo todo por ahí a la hora de la evaluación no vamos a poder hacerlo, por ende alguien que solo utilizaba la computadora no sabrá cómo realizar los gráficos”.

Algunos de estos comentarios reflejan un perfil de alumno preocupado por la aprobación del parcial en sí, más allá de los aprendizajes que se pueden adquirir en la clase. También revelan creencias acerca de lo que se espera en el parcial, como por ejemplo que se valora más lo analítico que lo gráfico. Tales creencias deben ser abordadas, y es un resultado interesante obtenido en la investigación, ya que la vinculación entre las diferentes representaciones no es vislumbrada por los alumnos como un conocimiento importante. Sería interesante poder encontrar la manera de ayudar a estos alumnos a valorar el uso de varios registros de representación y su articulación.

Un grupo, de 6 alumnos, manifestó que no encontraba ningún aspecto negativo en relación a la experiencia, ni al material.

Otros 6 alumnos mencionaron que el trabajo con la computadora les representaba una “distracción” y otros que les resultaba incómodo trabajar con la computadora (leer en particular), o disconformidades genéricas tales como: “prefiero hacer los ejercicios en una hoja” o “puede resultar complicado”.

En la Figura 7-4, se presenta en un gráfico la distribución de frecuencias de cada uno de los aspectos negativos señalados anteriormente.

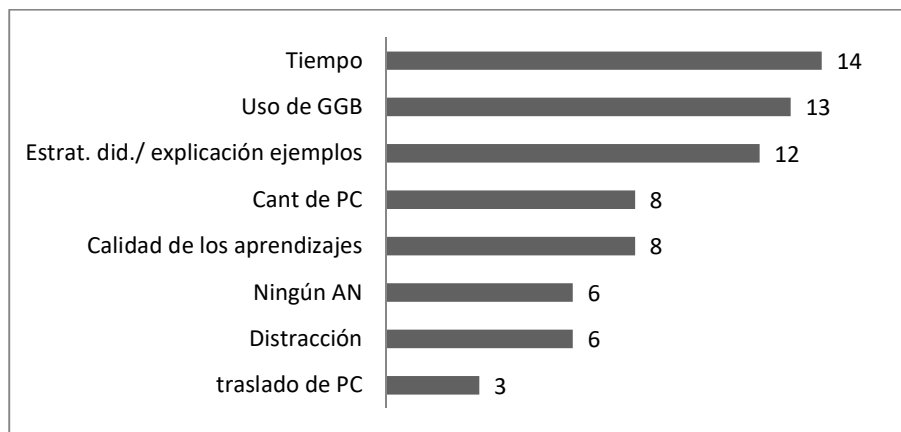


Figura 7-4. Aspectos negativos de la utilización del MDH indicados por los alumnos en las encuestas y frecuencia con la que cada uno de estos aspectos fue mencionado.

En un análisis posterior de los aspectos positivos y negativos identificados por los estudiantes, se puede observar que, desde el punto de vista de la Didáctica, resultan más importantes los aspectos que han señalado como *positivos*. El hecho de que los alumnos hayan podido articular diferentes registros de representación semiótica durante el proceso de aprendizaje y que hayan logrado apropiarse de una herramienta que les permite decidir por sí mismos si un problema fue resuelto correctamente o no, constituyen aspectos centrales, en particular para un alumno de ingeniería. En cuanto a la cuestión del tiempo, es posible que los alumnos esperaran que el MDH implicara para ellos una menor carga de trabajo, o un aprendizaje “mágico” o instantáneo, aspecto que muchas veces se asocia con el uso de las TIC.

## 7.2.2 Valoración de cada una de los componentes del diseño

Los distintos componentes del diseño fueron descritos y justificados en el Capítulo 4. En la encuesta final, se pidió que valoren estos distintos aspectos indicando para cada uno de ellos si le pareció: “muy bueno”, “bueno”, “regular”, “malo” o si no lo utilizó. En la Figura 7-5 se muestra la valoración por parte de los alumnos de los recursos proporcionados en el MDH. En la Figura 7-6 se muestra la valoración de aspectos más generales del mismo.

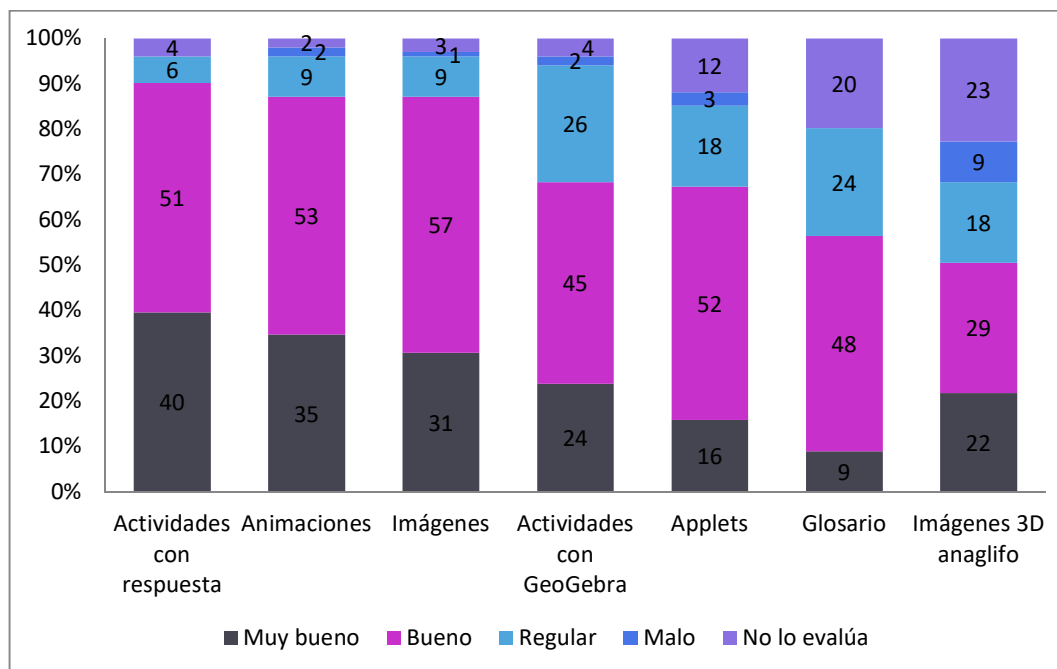


Figura 7-5. Valoración de los alumnos de cada uno de los tipos de recursos incluidos en el material.

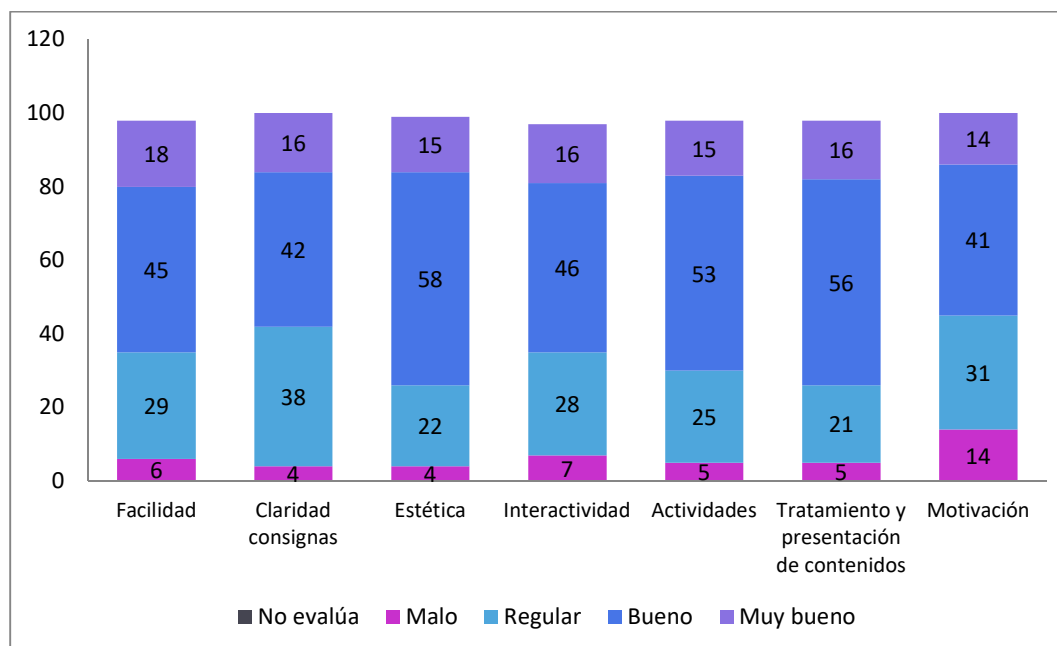


Figura 7-6. Evaluación de aspectos generales del MDH.

Puede observarse a partir de los datos mostrados en la Figura 7-5 que los recursos más valorados fueron las imágenes, las animaciones y las actividades que proporcionan respuesta inmediata. Es de notar que estos recursos son los que los alumnos deben abordar de un modo más pasivo, en comparación con los *applets* y las actividades a realizar utilizando el *software GeoGebra* que siguen en la escala de valoración. Esto puede relacionarse con la observación que se realizó a partir del análisis de los aspectos positivos y negativos señalados, en relación a que, posiblemente, los alumnos esperaban un aprendizaje más instantáneo a partir del uso de TIC. Siguiendo hacia abajo en la escala de valoración, se encuentra el glosario, que tal vez no todos hayan logrado interactuar con él. Y por último, las imágenes en 3D a visualizar con las gafas anáglifo. Si bien esto parece contradecir el hecho de que la visualización en 3D fue uno de los aspectos positivos mencionado con mayor frecuencia por los alumnos, en realidad esta baja valoración pueda deberse al uso en particular de las gafas: en la encuesta se pidió valorar las “imágenes 3D para visualizar con gafas anáglifo”, el uso de estas gafas fue optativo: los alumnos tenían la opción de configurar la vista gráfica 3D de *GeoGebra* para utilizarla con o sin gafas, y las imágenes también se presentaron en los dos formatos (para visualizar con o sin gafas). Para la mayoría fue un aspecto valioso de la experiencia poder visualizar los objetos matemáticos tridimensionales, pero la visualización de los mismos con gafas, no parece haber resultado relevante. Algunos alumnos mencionaron que no notaron diferencias al observar las imágenes y las construcciones 3D con y sin estos dispositivos.

En cuanto a la valoración de los aspectos generales, que se muestra en la Figura 7-6, se puede observar que el MDH está mayormente bien valorado, sin notarse ninguna particularidad en ninguno de los mismos.

### **7.2.3 Análisis de actitudes**

Tal como se explicó en el Capítulo 5, que versa sobre el diseño metodológico del presente estudio de caso, se realizó una medición de actitudes de los alumnos hacia:

- 1 El uso de TIC como herramientas de aprendizaje
- 2 La matemática
- 3 El uso de TIC para aprender matemática

A continuación se detallan los resultados de las mediciones de estas actitudes y las variaciones de las mismas registradas antes y después de la experiencia.

#### **7.2.3.1 Actitudes hacia el uso de TIC como herramientas de aprendizaje**

Para evaluar las actitudes hacia las TIC como herramientas de aprendizaje, se consideraron 5 preguntas de la escala tipo Lickert. La escala resulta entonces entre 5 (si las puntuaciones obtenidas en las 5 preguntas fueron “unos”) y 25 (si en las 5 preguntas obtuvo la máxima puntuación).

En la Figura 7-7 se pueden ver las distribuciones de puntajes para los grupos de control y de experiencia antes del desarrollo de la unidad 6.

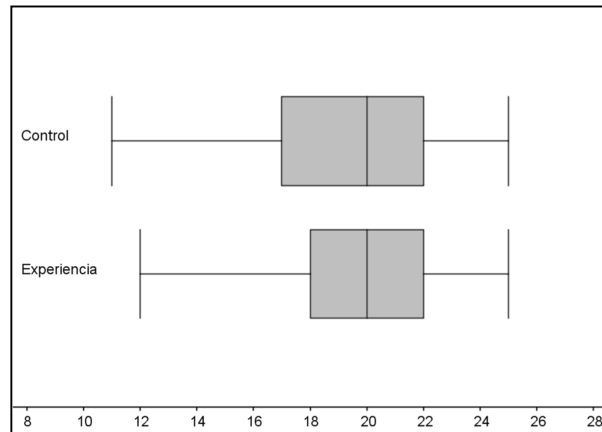


Figura 7-7. Diagrama de caja de actitudes iniciales de los alumnos hacia las TIC como herramientas de aprendizaje

Para evaluar la existencia de diferencias significativas entre un grupo y otro, se analizó el conjunto de datos utilizando la *prueba U* de Mann Whitney. La misma arrojó un p-valor<sup>11</sup> de 0.3874, con lo cual no se pueden establecer diferencias estadísticamente significativas, lo que implica que, al iniciar la experiencia, los grupos son comparables en este aspecto.

Para evaluar si existió una variación en la actitud hacia las TIC antes y después de transcurrir la unidad 6, se utilizó la prueba de Wilcoxon *matched paired test*, explicada en el Capítulo 5.

Para el grupo de control, no se registraron diferencias significativas entre su actitud hacia las TIC antes y después de realizada la experiencia (p-valor de 0.1451). En la Figura 7-8 se muestra el diagrama de caja para este conjunto de datos. Se puede ver allí que los cuartiles 1, 2 y 3 coinciden, existiendo solamente un leve descenso en el valor mínimo registrado.

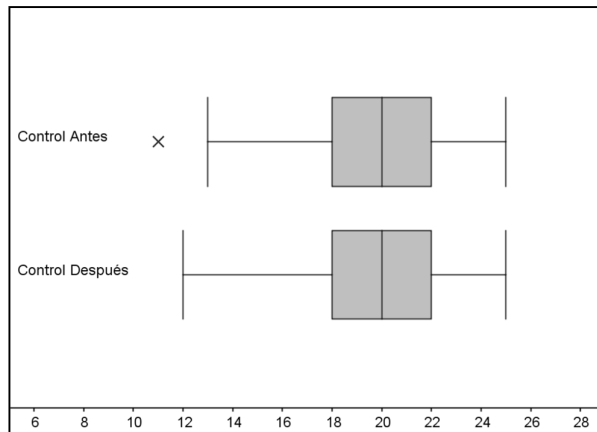
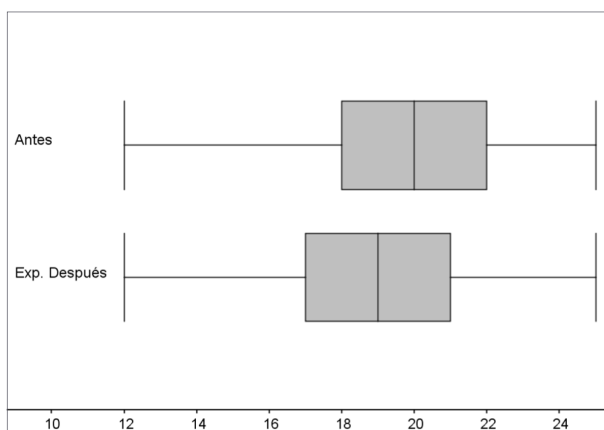


Figura 7-8. Variación en las actitudes hacia las TIC, para el grupo control, antes y después del desarrollo de la unidad 6.

<sup>11</sup> Recuérdese que el p-valor se define como la probabilidad de que las diferencias encontradas se deban al azar y no a una diferencia intrínseca entre las muestras. Un p-valor *alto* (mayor a 0.05) no permite rechazar la hipótesis de que los grupos son equivalentes, mientras que un p-valor *bajo* (menor a 0.05) indicaría que debe rechazarse la hipótesis de equivalencia y que los grupos presentan diferencias que es poco probable que se deban al azar.

Para el grupo que realizó la experiencia, sí se encontró un descenso leve (la mediana disminuyó en 1 punto –de 20 a 19– en una escala que va de 5 a 25), pero estadísticamente significativo ( $p$ -valor=0.0012) en su actitud hacia las TIC. En la Figura 7-9 se puede observar el diagrama de cajas correspondiente a este conjunto de datos.



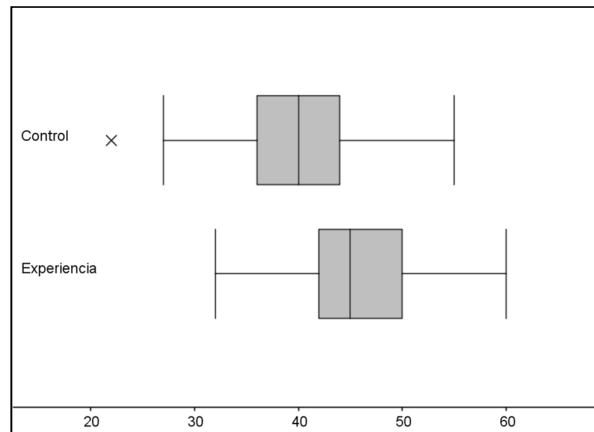
**Figura 7-9. Variación en las actitudes hacia las TIC, para el grupo experiencia antes y después del desarrollo de la unidad 6.**

Este descenso en el nivel de actitud hacia las TIC en el grupo de la experiencia, que no se registra en el grupo control, podría explicarse a partir de las dificultades asociadas a los aspectos negativos identificados por los alumnos, que no pudieron contrarrestarse a partir de los aspectos positivos. También, tal como se mencionó anteriormente, puede deberse a que los alumnos esperaran un aprendizaje más instantáneo a partir de su interacción con las TIC que no ocurrió en la realidad y que tampoco era un objetivo planteado *a priori* para la experiencia. Por otro lado, es posible identificar en este fenómeno una ruptura del contrato didáctico, en el sentido definido por Brousseau (2007), que se trató en la sección 2.2.4: La incorporación del MDH a la planificación de la Cátedra, alteró el funcionamiento normal de la misma, dejando entrever algunas de las cláusulas implícitas del contrato didáctico, a saber, que para los alumnos la interpretación gráfica de los objetos matemáticos no es tan importante como su tratamiento analítico, y que todo aquello que se trabaja en clase debe tener un correlato directo en la evaluación parcial. Esta ruptura del contrato puede haber tenido una influencia negativa en las actitudes de los estudiantes, pero no por esto deja de ser interesante la emergencia de estas cuestiones.

### **7.2.3.2 Actitudes hacia la matemática**

En cuanto a las actitudes hacia las matemáticas, se utilizaron 12 preguntas tipo Likert. El rango de la escala entonces es de 12 a 60 (12 si todas las respuestas fueron “1” y 60 si todas las respuestas recibieron una puntuación de “5”). En este caso sí se encontró una diferencia inicial significativa entre los grupos experiencia y control. En el grupo control se encontró una actitud hacia las Matemáticas significativamente menor que en el grupo experiencia. La mediana para el grupo control fue de 40 y para el grupo experiencia fue de 45 puntos ( $p$ -valor< 0.0001). En la Figura 7-10 se puede apreciar el diagrama de caja correspondiente a este conjunto de datos. Esta diferencia implica que los grupos no son comparables en este aspecto en el comienzo de la experiencia. Al tratarse de un cuasi-experimento, lamentablemente no

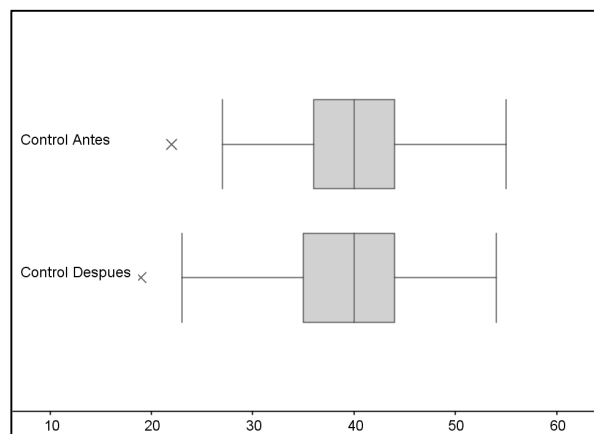
resulta posible distribuir los alumnos aleatoriamente en grupos para evitar estas diferencias, pero sí es posible conocerlas y tenerlas en cuenta a la hora de interpretar los resultados.



**Figura 7-10. Actitudes hacia las matemáticas medidas para los grupos control y experiencia antes del desarrollo de la unidad 6.**

En cuanto a las variaciones de las actitudes, para ambos grupos se encontró un descenso significativo (el grupo control  $p$ -valor=0.0137 y para el grupo experiencia 0.0373). En la Figura 7-11 y en la Figura 7-12 se pueden apreciar los diagramas de caja correspondientes a estos conjuntos de datos.

El descenso observado en el nivel de actitud hacia las matemáticas en ambos grupos a raíz del paso por la unidad 6 de la materia, puede interpretarse como una confirmación de la necesidad de pensar estrategias alternativas para la entrada en los temas que implican objetos matemáticos en el espacio tridimensional. La experiencia implementada no parece haber tenido un impacto positivo (pero tampoco negativo) en este sentido.



**Figura 7-11. Variación de las actitudes hacia las matemáticas para el grupo control antes y después del desarrollo de la unidad 6.**



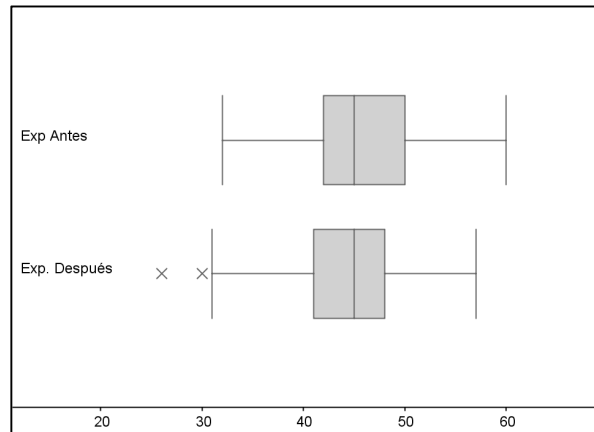


Figura 7-12. Variación de las actitudes hacia las matemáticas para el grupo experiencia antes y después del desarrollo de la unidad 6.

### 7.2.3.3 Actitud hacia el uso de las TIC para el aprendizaje de las matemáticas

Para dimensionar las actitudes hacia el uso de TIC para el aprendizaje de las matemáticas, se utilizaron 6 preguntas, de manera tal que la escala, en este caso, va de 6 a 30 (6 si todas las respuestas obtuvieron una calificación de “1” y 30 si todas obtuvieron la máxima calificación, “5”). En este caso, no se encontraron diferencias significativas entre ambos grupos. Para el grupo control, la mediana fue de 21 puntos, mientras que para el grupo experiencia fue de 22, pero esta diferencia no resulta estadísticamente significativa ( $p$ -valor= 0.2432). En la Figura 7-13, se presenta el diagrama de caja correspondiente a este conjunto de datos. A partir de esto se puede concluir que los grupos en el inicio de la experiencia son comparables en este aspecto.

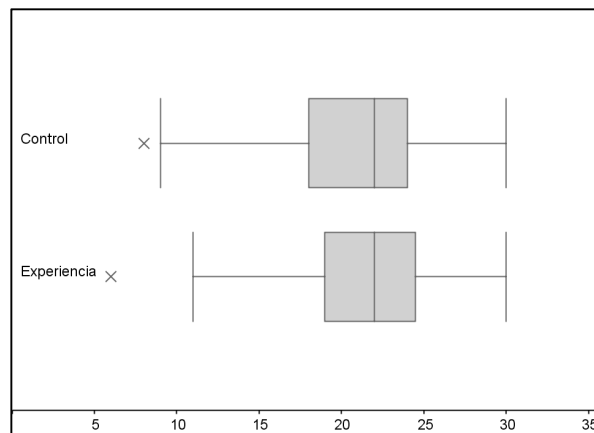


Figura 7-13. Actitudes hacia el uso de TIC para el aprendizaje de las matemáticas medidas para los grupos control y experiencia antes del desarrollo de la unidad 6.

Analizando las variaciones de esta actitud, se encuentra que para el grupo control se encontró un aumento en esta actitud ( $p$ -valor=0.0337) y en el caso del grupo experiencia, no se registran diferencias significativas ( $p$ -valor=0.7266). En la Figura 7-14 y en la Figura 7-15 se presentan los diagramas de caja correspondientes a estos conjuntos de datos.

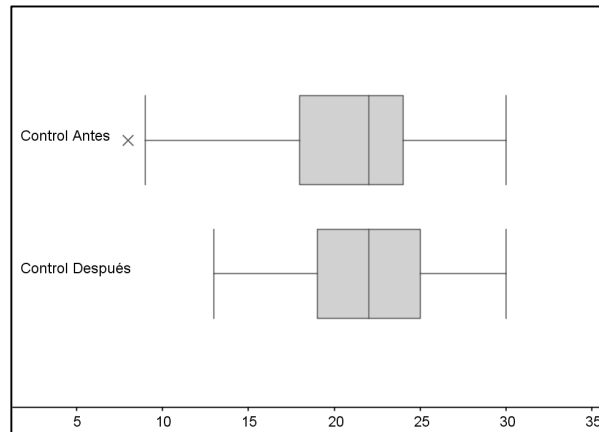


Figura 7-14. Variación de las actitudes hacia el uso de TIC para el aprendizaje de las matemáticas para el grupo control antes y después del desarrollo de la unidad 6.

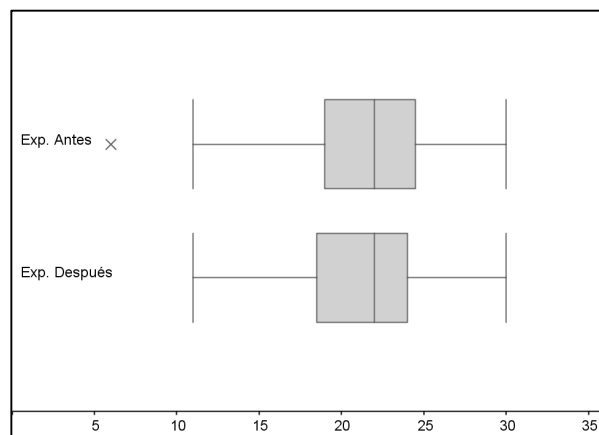


Figura 7-15. Variación de las actitudes hacia el uso de TIC para el aprendizaje de las matemáticas para el grupo experiencia antes y después del desarrollo de la unidad 6.

Se concluye a partir de este análisis que el impacto de la experiencia fue insignificante en relación a esta actitud, pero resulta llamativo que para los alumnos del *grupo control* se registre un aumento en este nivel de actitud. Indagando acerca de lo ocurrido en los grupos que se tomaron como control en relación al uso de TIC para el aprendizaje de la Matemática, se encontró que los docentes a cargo de los *grupos control*, intentando también moderar el paso brusco desde el trabajo en el plano hacia el espacio tridimensional, utilizaron construcciones realizadas por ellos en *GeoGebra* para ilustrar algunas de sus explicaciones (por ejemplo, llevando el proyector al aula). Si bien esta estrategia es válida desde el punto de vista de proporcionar una re-mediación a la problemática planteada, se considera importante continuar pensando estrategias para que sean los alumnos quienes adopten estas herramientas con un rol activo, en pos de lograr un aprendizaje más autónomo.

#### 7.2.4 Análisis de la experiencia final (2016)

En vista de lo observado y analizado en relación a las actitudes de los estudiantes en la experiencia masiva de 2015, y considerando los aspectos positivos y negativos reportados por los alumnos en las encuestas, se llevó a cabo en el año 2016 una nueva implementación del MDH en el aula. La misma fue comentada en la sección 6.4. En esta oportunidad, se intentó trabajar sobre los aspectos negativos para potenciar los positivos. Se trabajó en un solo grupo

de Cátedra, de alrededor de 60 alumnos. De ellos, 23 alumnos contestaron las encuestas inicial y final sin errores en el marcado de los cuadros, y son estos alumnos los que se tienen en cuenta para el análisis que se presenta a continuación.

En cuanto a la valoración de la experiencia, los resultados se presentan en la Figura 7-16. Como puede observarse, se registró un incremento tanto en la valoración positiva como en la negativa, disminuyendo el porcentaje de indiferentes.

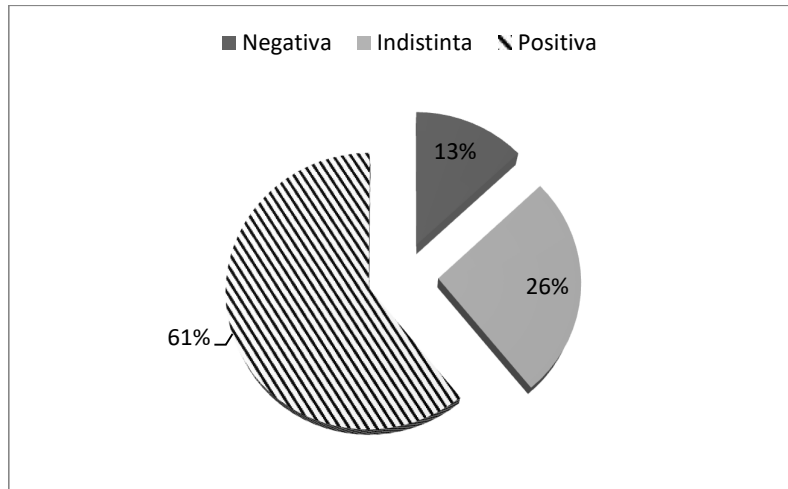


Figura 7-16. Valoración de la experiencia por parte de los alumnos de la cohorte 2016.

En cuanto al análisis de las actitudes de estos alumnos, los resultados fueron similares a los encontrados en la experiencia principal de 2015.

Los aspectos negativos reportados por los alumnos fueron los mismos y en similares proporciones a los registrados en 2015, al igual que los aspectos positivos, tal como puede observarse en la Figura 7-17 y en la Figura 7-18.

Una conclusión que se desprende del análisis de la experiencia final, es que la valoración de la experiencia mejoró, posiblemente debido a que se incentivó un mayor acercamiento de los alumnos con el programa *GeoGebra* antes de la realización de la misma, pero no se vieron cambios significativos respecto de las actitudes, lo que indica que los cambios realizados no fueron suficientes. Esto abre la puerta a seguir trabajando sobre los aspectos negativos referidos por los alumnos.

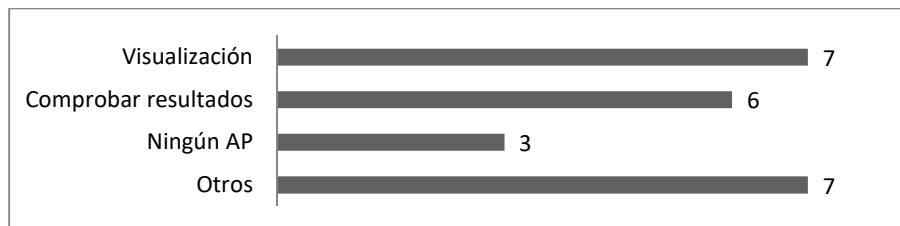


Figura 7-17. Aspectos positivos del uso del MDH indicados por los estudiantes involucrados en la experiencia final.

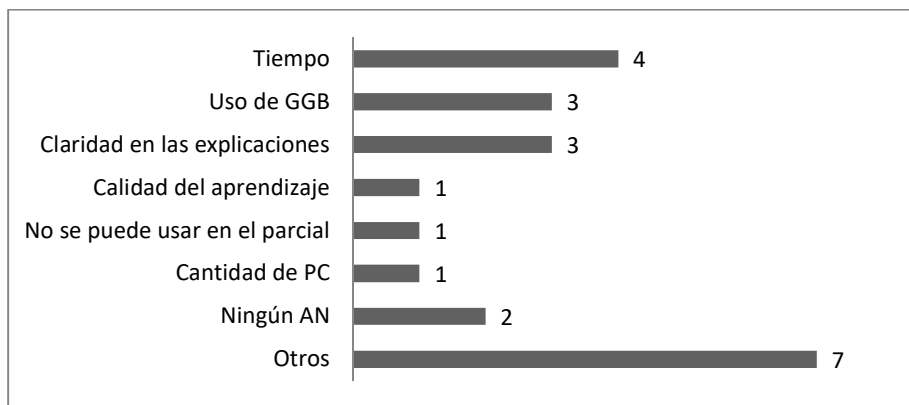


Figura 7-18. Aspectos negativos del uso del MDH indicados por los estudiantes involucrados en la experiencia final.

### 7.2.5 ¿El MDH facilitó el aprendizaje de la unidad 6?

En la encuesta final, tanto para los alumnos involucrados en la experiencia como para los que fueron tomados como control, se incluyó la siguiente pregunta cerrada:

*Los temas vistos durante el transcurso de esta unidad, en comparación con los correspondientes a las unidades anteriores, te resultaron:*

Más fáciles     
  De igual orden de dificultad     
  Más difíciles

En el gráfico que se muestra en la Figura 7-19, se muestran las frecuencias relativas correspondientes a cada una de las opciones, agrupadas según el grupo de procedencia del alumno (experiencia o control) y en la Tabla 7-2 se muestran las frecuencias absolutas.

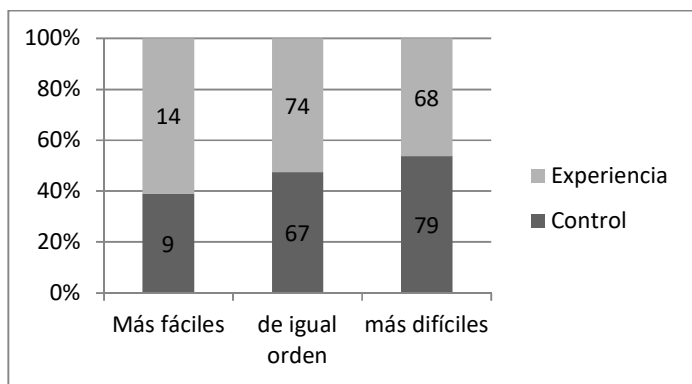


Figura 7-19. Respuestas a la pregunta acerca de la dificultad relativa de los temas de la unidad 6 respecto de las anteriores para cada uno de los grupos.

	Más fáciles	De igual orden	Más difíciles
Control	9	67	79
Experiencia	14	74	68

Tabla 7-2. Respuestas a la pregunta acerca de la dificultad relativa de los temas de la unidad 6 respecto de las anteriores para cada uno de los grupos.

Para saber si las diferencias observadas (que parecerían indicar que le resultó más fácil el tema a los alumnos del grupo que realizó la experiencia que a los que no) son estadísticamente significativas, se codificaron las respuestas de la siguiente manera:

- Si respondió “más difícil” = -1
- Si respondió “de igual orden de dificultad”=0
- Si respondió “más fácil” = 1

Los dos conjuntos de datos son no apareados (pues los alumnos de un grupo son independientes de los del otro) y se trata de variables ordinales, ya que la asignación numérica es arbitraria, pero respeta el ordenamiento menor-mayor. Por lo tanto, se realizó la *prueba U* de Mann Whitney. El p-valor obtenido fue de 0.0920, lo que indica que la diferencia no es estadísticamente significativa, pero dado que el mismo no resulta excesivamente alto, se realizó un análisis adicional. Se agregó a la muestra para este análisis el grupo de alumnos de la experiencia final de 2016. En este caso, al realizar el test estadístico, el p-valor disminuye a 0.0674. Sí se toma esto como un indicador de que en cierta medida el pasaje del plano al espacio fue levemente menos abrupto para los alumnos que trabajaron con el MDH cabe preguntarse por qué esto no se ve reflejado en las actitudes manifestadas por estos alumnos (en particular, en relación al descenso observado en la actitud hacia las Matemáticas). Se considera que esto podría haber pasado inadvertido para ellos, ya que no han visto las dificultades de visualizar en el espacio 3D utilizando otros materiales y actividades educativas más tradicionales. Estos aspectos se indagarán en profundidad en las nuevas cohortes que adopten el uso del material.

### 7.2.6 Adopción de *GeoGebra* como herramienta para el aprendizaje

Otro de los indicadores que, según se explicó en el Capítulo 5, sería tenido en cuenta en el análisis es si los alumnos adoptan el *software GeoGebra* como herramienta para el aprendizaje, a raíz de la experiencia realizada.

Para dar cuenta de ello, se incluyó en la encuesta final la siguiente pregunta:

*¿Volviste o volverías a utilizar el software GeoGebra para aprender temas de matemática luego de finalizada la experiencia? ¿Por qué?*

Las respuestas a la misma fueron: 89 respondieron que sí, 9 que no, y 3 no respondieron a la pregunta.

Las razones aducidas por los alumnos que sí volvieron o volverían a usar *GeoGebra*, son similares a las que expresaron como aspectos positivos del uso del MDH: porque ayuda a visualizar conceptos y comprenderlos mejor y porque permite corroborar aquello que se realiza a mano. Un grupo importante de alumnos destacó la facilidad de uso de este programa y su practicidad.

Entre los alumnos que expresaron que no volverían a utilizarlo, las razones fueron: que no llegaron a comprender cómo utilizarlo o porque no le encontraron utilidad.

## 7.2.7 Correlación entre la valoración global de la experiencia y distintas características de entrada de los estudiantes

Otra de las preguntas planteadas se relaciona con la necesidad de saber si la implementación de un MDH con las características señaladas tiene una mejor influencia en ciertos alumnos o en otros, a fin de recomendarlo para alumnos que reúnan ciertas características y pensar estrategias alternativas para otros alumnos, o bien para conocer si existen características de entrada que puedan modificarse para mejorar el aprovechamiento del material.

A continuación se realiza un análisis en busca de determinar si alguna de las características de entrada de los estudiantes se correlaciona con la valoración otorgada finalmente a la experiencia.

### 7.2.7.1 Valoración de la experiencia según el nivel de entrada de actitud hacia las TIC

Como ya se explicó anteriormente, la escala de actitudes hacia el uso de TIC como herramientas para el aprendizaje se había definido como una escala que tomaba valores entre 5 y 25. Se separaron los alumnos en tres categorías: Los que obtuvieron puntuaciones entre 5 y 11, se considera que tienen un nivel “bajo” de actitud de entrada hacia las TIC; aquellos que obtuvieron puntuaciones entre 12 y 18, se considera que tienen un nivel “medio” de actitud hacia las TIC; los que obtuvieron puntuaciones entre 19 y 25 se considera que tienen un nivel “alto” de actitud. En la primera categoría (nivel “bajo”), no hay ningún estudiante. En la segunda (nivel “medio”), hay 33. En la última (nivel “alto”), hay 66.

Si se analiza la valoración de la experiencia expresada para cada uno de estos grupos, se obtienen los valores representados en la Tabla 7-3 y en la Figura 7-20.

		negativo	indistinto	Positivo	Total
de 5 a 11	Bajo	0	0	0	0
de 12 a 18	Medio	0	17	16	33
de 19 a 25	Alto	6	23	37	66
					99

Tabla 7-3. Clasificación de las valoraciones otorgadas a la experiencia según el nivel de afinidad hacia el uso de las TIC para el aprendizaje.

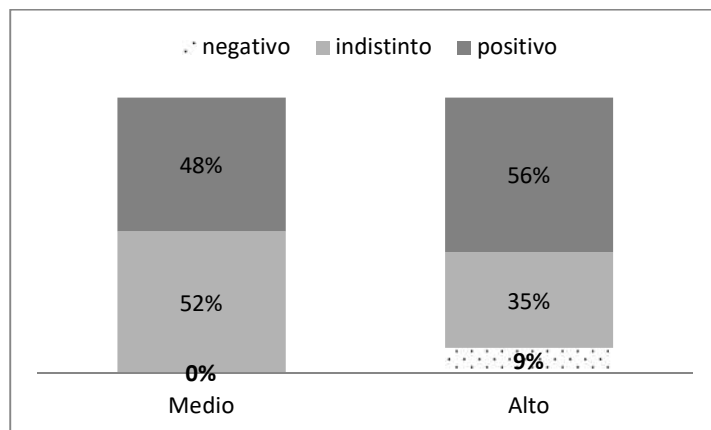


Figura 7-20. Valoración de la experiencia según el nivel de entrada de actitud hacia las TIC

Como se puede observar, para los estudiantes que tienen un nivel alto de actitud, la frecuencia relativa de valoración “indistinta” de la experiencia disminuye, incrementando tanto los “positivos” como los “negativos”. Esto podría ser porque estos alumnos tienen mayor experiencia con el uso de TIC y tienen con qué comparar para valorar esta experiencia. En el grupo de valoración media se ve un incremento de la valoración indistinta, pero no hay valoraciones negativas. Sin embargo, el test aplicado indica que las diferencias observadas en la población no son estadísticamente significativas, no pudiendo concluirse que esta variable incida en la valoración final de la experiencia.

### 7.2.7.2 Valoración de la experiencia según el nivel de entrada de actitud hacia las Matemáticas

La escala de actitudes hacia las Matemáticas se había definido como una escala que tomaba valores entre 12 y 60. Se separaron las unidades de análisis en tres rangos: Los que obtuvieron puntuaciones entre 12 y 27, se considera que tienen un nivel “bajo” de actitud hacia las Matemáticas; aquellos que obtuvieron puntuaciones entre 28 y 44, se considera que tienen un nivel “medio” de actitud hacia las Matemáticas; los que obtuvieron puntuaciones entre 45 y 60 se considera que tienen un nivel “alto” de actitud.

En la primera categoría (nivel bajo), no hay ninguna unidad de análisis. En la segunda (nivel “medio”), hay 41. En la última (nivel “alto”), hay 58

Si se analiza la valoración de la experiencia expresada para cada uno de estos grupos, se obtienen los valores representados en la Tabla 7-4 y en la Figura 7-21.

		negativo	indistinto	positivo	Total
de 12 a 27	Bajo	0	0	0	0
de 28 a 44	Medio	3	15	23	41
de 45 a 60	Alto	3	25	30	58
					99

Tabla 7-4. Clasificación de las valoraciones otorgadas a la experiencia según el nivel de afinidad hacia las Matemáticas.

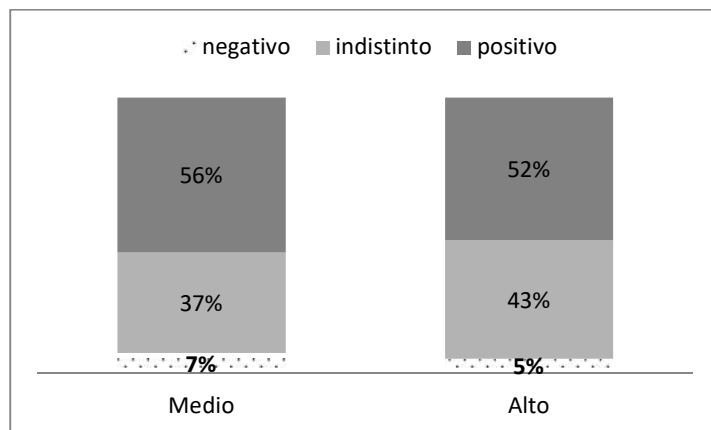


Figura 7-21. Valoración de la experiencia según el nivel de entrada de actitud hacia las Matemáticas.

En vista de las similitudes en los porcentajes observados, se puede concluir que esta variable no tiene incidencia significativa en la valoración final de la experiencia.

### 7.2.7.3 Valoración de la experiencia según el nivel de entrada de actitud hacia el uso de las TIC para el aprendizaje de la Matemática

La escala de actitudes hacia el aprendizaje de la Matemática con uso de TIC se había definido como una escala que tomaba valores entre 6 y 30. Se separaron los alumnos en tres rangos: Los que obtuvieron puntuaciones entre 6 y 13, se considera que tienen un nivel “bajo” de actitud; aquellos que obtuvieron puntuaciones entre 14 y 22, se considera que tienen un nivel “medio”; los que obtuvieron puntuaciones entre 23 y 30 se considera que tienen un nivel “alto”.

En la primera categoría (nivel bajo), hay 4 unidades de análisis. En la segunda (nivel “medio”), hay 45. En la última (nivel “alto”), hay 50.

Si se analiza la valoración de la experiencia expresada para cada uno de estos grupos, se obtienen los valores representados en la Tabla 7-5 y en la Figura 7-22.

Estas diferencias no resultan estadísticamente significativas, por lo que se considera que esta variable tampoco tiene incidencia en la valoración final.

		negativo	indistinto	positivo	Total
de 6 a 13	Bajo	1	1	2	4
de 14 a 22	Medio	2	21	22	45
de 23 a 30	Alto	3	18	29	50

Tabla 7-5. Clasificación de las valoraciones otorgadas a la experiencia según el nivel de afinidad hacia el uso de TIC para el aprendizaje de las Matemáticas.



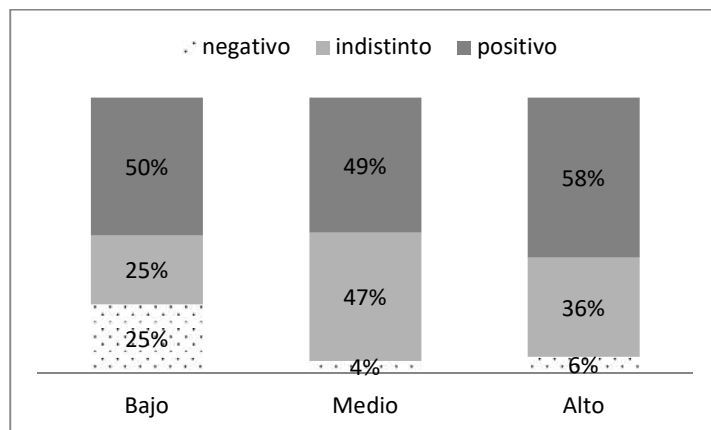


Figura 7-22. Valoración de la experiencia según el nivel de entrada de actitud hacia el aprendizaje de las Matemáticas con TIC.

#### 7.2.7.4 Valoración de la experiencia según la nota obtenida en el primer parcial

De acuerdo con las notas obtenidas en el primer parcial de la materia (justo antes del comienzo de la experiencia), se definieron 3 grupos de alumnos: Los que desaprobaron o estuvieron ausentes (26 alumnos), los que aprobaron con nota menor a 7 (28) y los que aprobaron con nota superior o igual a 7 (43). En la Tabla 7-6 y en la Figura 7-23 se muestran las valoraciones otorgadas por cada uno de estos grupos de alumnos.

	Negativo	indistinto	positivo	Total
Desaprobados y ausentes	2	10	14	26
Aprobados menos de 7	1	7	18	26
Aprobados más de 7	3	21	19	43
	6	38	51	95

Tabla 7-6. Clasificación de las valoraciones de acuerdo con la nota obtenida en el primer parcial.

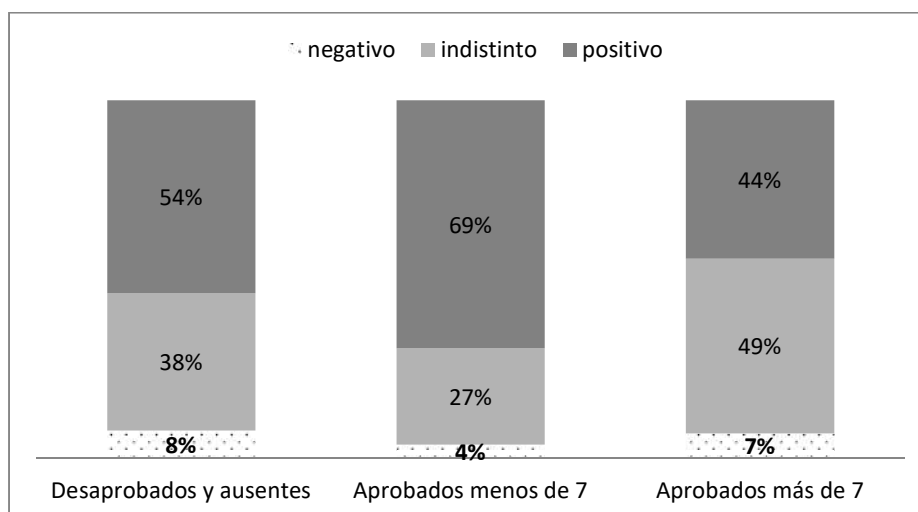


Figura 7-23. Distintas valoraciones de la experiencia de acuerdo a la nota obtenida en el primer parcial.

Esto podría ser porque los alumnos que estuvieron ausentes o desaprobaron, tal vez por una cuestión de “desánimo” no se mostraron tan conformes con la experiencia, mientras que los que mejor salieron en el primer parcial, fueron los que menos valoración positiva

dieron, tal vez porque ellos ya habían encontrado una estrategia que les resultó exitosa, y el cambio les resultó una complicación. Aplicando el test  $\chi^2$  se obtiene un p-valor= 0.0094, lo cual implica que esta variable es estadísticamente significativa, y que tiene incidencia sobre la valoración final de la experiencia.

### 7.2.7.5 Valoración de la experiencia en relación con la experiencia previa de los alumnos con el software GeoGebra

Separando las unidades de análisis en dos grupos: “Alumnos que trabajaron con el software *GeoGebra* en secundaria” y “Alumnos que no trabajaron con *GeoGebra* en la secundaria”, encontramos la distribución de valoraciones de la experiencia que se muestra en la Figura 7-24.

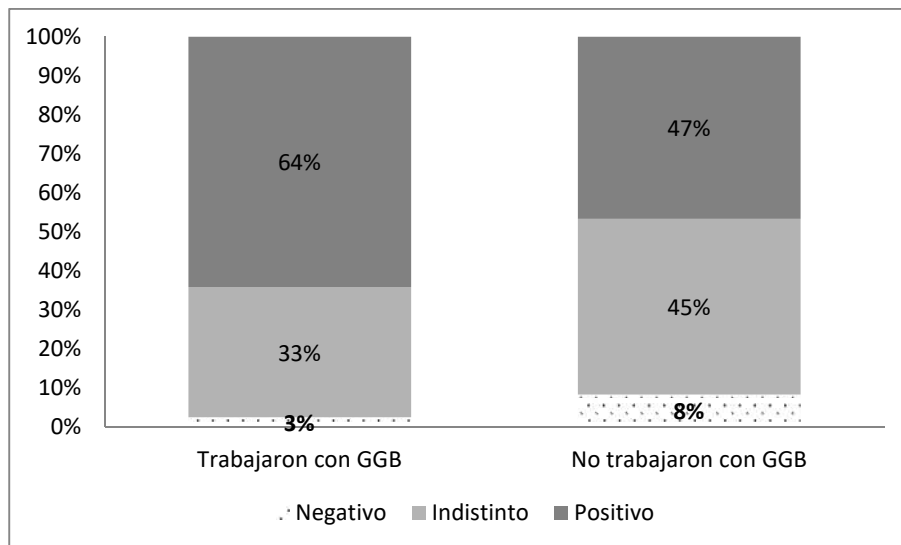


Figura 7-24. Valoración de la experiencia: diferencias entre los alumnos que utilizaron GeoGebra en sus estudios secundarios y los que no.

Aplicando la prueba de *Mann-Whitney* para evaluar si las diferencias son estadísticamente significativas o no, se encuentra que el p-valor es de 0.0357, con lo cual se puede afirmar que la diferencia es estadísticamente significativa. El mayor porcentaje de valoraciones positivas entre aquellos que tenían experiencia previa en el uso del programa *GeoGebra* con respecto a los que no tenían, parece indicar que lograr que los alumnos se aproximen al programa antes de esta instancia (por ejemplo, en la primera parte de la materia) podría ser beneficioso para que los alumnos saquen mayor provecho del MDH llegado el momento.

## 7.3 Entrevistas a los docentes que participaron de la experiencia

Tal como se anticipó en el Capítulo 5, se realizó una entrevista a los docentes que estuvieron a cargo de los grupos de la experiencia. Cada uno de los tres grupos considerados constó de cuatro docentes (un profesor, un jefe de trabajos prácticos y dos auxiliares). A los docentes que estuvieron a cargo de los grupos de ingeniería electrónica y de ingeniería química se los entrevistó dos semanas después de finalizada la experiencia. Las entrevistas fueron grupales y participó el equipo docente completo en estos dos casos. Con los docentes

de ingeniería civil se intentó también acordar un horario en el que pudieran participar los cuatro, pero esto no fue posible finalmente. Solamente participaron de esta tercera entrevista la Jefa de trabajos prácticos y la ayudante diplomada, y la entrevista se realizó 6 semanas después de finalizada la experiencia.

La entrevista fue semiestructurada. El guión de la misma se encuentra en el Anexo 5.

A continuación se describen los aspectos más relevantes de lo que surgió en las entrevistas.

En cuanto al MDH, los docentes a cargo de los grupos que realizaron la experiencia, lo valoraron positivamente. En primer lugar, porque **facilita la visualización en  $\mathbb{R}^3$** . La necesidad de que los alumnos visualicen las representaciones gráficas de los objetos tridimensionales es reconocida en forma unánime por los docentes entrevistados. Reconocen también las limitaciones de las representaciones realizadas a mano alzada durante la clase y las posibilidades que brindan los programas de computación en este sentido. Recalcan que el uso del programa **Maple revestía una dificultad de uso mucho mayor que el programa GeoGebra** y que por esa causa no se lograba que los alumnos se apropien de esta herramienta. En cuanto al programa *GeoGebra* notan que algunos alumnos sí **han logrado adoptarlo, aunque no mayoritariamente**, luego de haber realizado la experiencia que es objeto de este estudio de caso.

Sin embargo, algunos de ellos manifestaron que no habían tenido suficiente tiempo para interactuar con el material previamente a la experiencia y familiarizarse con él, e incluso algunos indicaron que sería conveniente realizar una capacitación en relación al uso del material y del programa *GeoGebra*. Atribuyen a esta falta de familiaridad de ellos mismos con el programa y con el material digital el hecho de que algunos alumnos fueron dejando de utilizar el material conforme pasaban los días, así como también a algunas prácticas docentes fuertemente arraigadas que consideran difíciles de modificar, como por ejemplo, recurrir a gesticulaciones para “dibujar” las figuras en el aire y que los alumnos logren imaginarlas, o utilizar hojas de papel para representar planos y lápices para representar sus vectores normales apoyándolos sobre esas hojas.

En algunos casos, detectaron que los alumnos habían logrado adoptar el *software GeoGebra* como herramienta para el aprendizaje, pero que relegaban esa parte del trabajo para su hogar:

*“en clase no tanto, porque las computadoras del aula la mayoría no andan bien, pero sí se ve que en la casa sí porque de vez en cuando alguno viene y te pregunta algo y te dice “porque yo esto lo hice en mi casa con GeoGebra y pasó tal cosa...” así que se ve que lo usan”* (Jefe de trabajos prácticos del grupo de ingeniería química).

Esto concuerda con lo manifestado por los alumnos en las encuestas, en relación a los aspectos negativos de la experiencia, cuando señalan las dificultades asociadas a acarrear las computadoras (las propias desde su casa, o las del Departamento de Ciencias Básicas desde la Secretaría hasta el aula).

También el grupo de docentes se muestra preocupado por la cuestión del **tiempo**. La mayoría de ellos considera que los contenidos de la materia son muchos para que los alumnos puedan abordarlos con tranquilidad en el transcurso del curso, y que por eso cualquier modificación en la estrategia se vuelve complicada. También se deja entrever en sus declaraciones que los tiempos disponibles para planificar cualquier tipo de modificación (aprender a utilizar un programa, aunque ellos mismos lo consideran sencillo, familiarizarse con un material didáctico implementado en un soporte nuevo) son escasos, debido a la cantidad de horas de trabajo y a compromisos personales o familiares.

En una parte de la entrevista, se les comentó que una de las cuestiones que preocupaban a los alumnos era la posibilidad de haberse *atrasado* en el abordaje de los temas o de haber invertido más tiempo del previsto en el desarrollo de la unidad 6 (lo que implica disponer de menos tiempo para las posteriores). Estos docentes confirmaron que el desarrollo de esta unidad no les insumió más tiempo que el previsto por los cronogramas, y sostienen que esta impresión de los alumnos puede deberse al hecho de que ellos tuvieron que aprender los mismos temas que los compañeros de otras comisiones, con el agregado de aprender a utilizar un programa nuevo. Es decir, responde más a una sobrecarga de tarea en un tiempo determinado que a un verdadero retraso en el desarrollo de las actividades del curso. Además, cuando alguna actividad no les salía con fluidez, y los docentes tampoco encontraban la solución con celeridad, se producía una sensación de pérdida de tiempo en ese momento de la clase.

En cuanto a la pregunta acerca de con cuáles alumnos creen que la experiencia tuvo mejor impacto, en las comisiones de Química y de Civil consideraron que los alumnos que venían siendo más exitosos, más activos, más comprometidos con la materia, fueron los que mejor se apropiaron del MDH. En la comisión de Química, dan cuenta sin embargo de un cambio en la actitud de algunos alumnos considerados *flojos* o poco participativos, que se mostraron más activos durante el desarrollo de la experiencia. En la comisión de Electrónica, en cambio, consideran que funcionó mejor con los alumnos *promedio*: los alumnos con un buen nivel de desempeño académico (aquellos que siempre van al día y aprobaron el primer parcial en la primera instancia con muy buenas notas) se mostraron más reticentes, y ellos atribuyen esta actitud al hecho de que ellos ya habían encontrado una estrategia eficiente para abordar la materia, y este cambio en la mitad de la cursada les implicó una complicación en lugar de una ayuda. Y en el caso de los alumnos con un bajo nivel de rendimiento académico (que no llevan la materia al día, no consultan tanto, y que no obtuvieron buenos resultados en el primer examen) son muy difíciles de motivar y que tal vez por esa causa no se entusiasmaron con la propuesta.

En cuanto a los aspectos del material que podrían mejorarse, lo más mencionado fue la necesidad de una instancia de capacitación previa para los docentes para que puedan desenvolverse con mayor fluidez tanto con el material como con el programa *GeoGebra*, o la elaboración de un manual para el usuario. Por otro lado, uno de los docentes expresó que el material podía ser *menos estructurado* o *más abierto* a fin de dejar que el docente tenga mayor espacio para intervenir y trabajar con los alumnos (aunque aclaró que al material impreso original le hace esta misma crítica), mientras que otra docente opinó que podría estar

aún más pautado, que las actividades podían estar más guiadas paso a paso a fin de encontrar menos *sorpresas*.

Por último, cabe mencionar que los ayudantes alumnos, que fueron alumnos de Matemática A, hicieron en forma espontánea una reflexión acerca de su propia experiencia como alumnos de esta Cátedra, y expresaron que ellos, que utilizaron la versión anterior del material impreso, al llegar a las actividades que se indicaban para hacer utilizando el programa *Maple*, directamente las salteaban, ya que no veían los beneficios que traería para ellos su realización y los consideraban innecesarios dado que no se evaluaban en los exámenes. Al cursar materias posteriores en las que el uso de programas como *Maple* era indispensable, comprendieron su utilidad y cuánta ayuda les hubiera brindado para comprender con mayor facilidad los temas de Matemática A y B. En este mismo sentido, la jefa de trabajos prácticos de una de las comisiones aportó que *“también hay chicos que no leen la teoría porque en el parcial te toman ejercicios”*.

### **7.3.1 Conclusiones que se desprenden de las entrevistas a los docentes**

En líneas generales los docentes entrevistados reconocen ventajas sobre el uso de materiales didácticos como el utilizado en esta experiencia, y en general sobre el uso de *software* matemático como apoyo para el aprendizaje. Sin embargo, reconocen también dificultades en cuanto a sus propias costumbres arraigadas, a la logística necesaria para contar con dispositivos informáticos en el aula (en este caso, pasar por el Departamento a retirar *notebooks* o que los alumnos traigan en forma cotidiana sus propios dispositivos). También señalan la dificultad asociada a realizar modificaciones en una materia tan intensiva como es Matemática A, y relacionan esto con la reticencia mostrada por algunos alumnos a incorporar nuevas herramientas, sumado esto a que no vislumbran qué beneficios les traerá esta modalidad de trabajo al momento de rendir los exámenes parciales.

## **7.4 Observación participante**

Otra de las estrategias de recolección de datos que se implementó, fue la observación participante, tal como fue anticipado en el Capítulo 5.

El objetivo de esta estrategia fue registrar desde otro punto de vista las actitudes manifestadas por los alumnos para poder contrastar con el resultado de las encuestas y también poder dar cuenta de cómo se llevaron a cabo las diferentes situaciones didácticas propuestas: qué estrategias pudieron poner en juego los alumnos en interacción con el MDH, qué obstáculos didácticos surgieron, qué diferencias se observan en relación con el modo de trabajo habitual en el aula de Matemática A.

En cuanto a las actitudes de los alumnos, los tres cursos observados fueron similares. La primera clase de cada grupo, los alumnos que asistieron con sus propios equipos portátiles comenzaron a trabajar con ellos. La mayoría había podido descargar el MDH sin inconvenientes. A aquellos que les faltaba, se les copió el material en los primeros minutos de la clase. Se distribuyeron las computadoras portátiles que facilitó el departamento de Ciencias Básicas garantizando que en cada mesa existieran por lo menos dos computadoras. Los alumnos comenzaron a recorrer el material y realizar las actividades.

En la segunda clase, algunos grupos de alumnos comenzaron a trabajar con el material impreso, dejando un poco de lado el MDH. En algunos casos, con ayuda de los docentes y de la observadora, pudieron volver a trabajar con el MDH, haciendo frente a algunas dificultades que se habían presentado.

Algunos alumnos comenzaron a manifestar a los docentes incomodidad con la nueva forma de trabajo, preguntaron cuál era el objetivo y si se evaluaría en los parciales el uso de la herramienta informática (en particular, *GeoGebra*).

Otros se mostraron entusiasmados, manifestaron que no pensaban que sería tan fácil utilizar el *software GeoGebra* y que les permitiría visualizar en forma tan clara los conceptos matemáticos.

Estas dos posturas frente al uso de la herramienta, se ven claramente reflejadas en las encuestas finales ya analizadas.

En el caso de las **situaciones de acción**, se observó en los alumnos que trabajaron con el MDH una actitud más exploratoria que la manifestada en ocasión del trabajo con el material impreso, lápiz y papel. El trabajo con los *applets* de *GeoGebra* posibilitó esto al ofrecer un entorno en el que los alumnos pudieran aprender por ensayo y error.

A modo de ejemplo, se describirán algunos aspectos de la primera de las actividades propuestas.

En el material impreso de la materia, se presenta la cuestión de los desplazamientos en el plano y se propone una forma de representar estos desplazamientos, a partir de una introducción y una actividad que se muestran en la Figura 7-25. En el MDH esta actividad se reformula de la forma en que se muestra en la Figura 7-26.

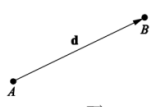
<p>Entre las diversas nociones que pueden representarse vectorialmente, elegiremos para comenzar nuestra discusión al <b>desplazamiento</b>. El desplazamiento, ya lo hemos visto, es una idea asociada al movimiento de un objeto. Más precisamente, si un objeto se mueve en el tiempo su desplazamiento entre dos instantes dados es el <b>cambio de su posición</b> entre esos instantes.</p> <p>Ahora bien, es sencillo describir un desplazamiento <b>sobre una recta</b> en la cual hemos elegido una unidad y un sentido; en ese caso, un desplazamiento está dado por un número. Por ejemplo un desplazamiento de <math>-2</math> significa un movimiento de dos unidades en el sentido contrario al elegido como positivo; mientras que un desplazamiento de <math>5.30</math> significa un movimiento de <math>5.30</math> unidades en el sentido elegido como positivo. Notemos que podemos describir desplazamientos sin necesidad de establecer un origen <sup>1</sup>.</p> <p>Pasemos ahora al plano. Dos puntos en el plano, digamos <math>A</math> y <math>B</math> definen un desplazamiento <math>d</math>. ¿Cómo? De la manera obvia: es el cambio en la posición de un objeto que</p>	 <p>El desplazamiento <math>d = \overrightarrow{AB}</math> definido por <math>A</math> y <math>B</math></p>	<p>inicialmente se encontraba en <math>A</math> y finalmente se encuentra en <math>B</math>. A ese desplazamiento se lo indica <math>d = \overrightarrow{AB}</math> y se lo representa gráficamente como una flecha con punto inicial en <math>A</math> y punto final en <math>B</math>.</p> <p style="text-align: right;"><b>ACTIVIDAD</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>En la situación anterior, un objeto que se encuentra en un punto <math>C</math> distinto de <math>A</math> ¿Dónde fue a parar si su desplazamiento fue <math>\overrightarrow{AB}</math>? Respondan gráficamente.</li> <li>Supongan que <math>A(1, -1)</math> y <math>B(3, 0)</math> y consideren el desplazamiento <math>d = \overrightarrow{AB}</math>. Respondan a las siguientes cuestiones:             <ol style="list-style-type: none"> <li>Un objeto se encuentra inicialmente en <math>C(4, 0)</math> ¿Dónde va a parar si se desplaza en <math>\overrightarrow{AB}</math>? Dibujen.</li> <li>Si <math>D(6, 1)</math> ¿Es correcto afirmar que <math>\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}</math>? Controlen su respuesta.</li> <li>¿Cómo puede saberse si <math>\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}</math> a partir de las coordenadas de <math>A, B, C</math> y <math>D</math>?</li> </ol> </li> </ol>
--	--	--

Figura 7-25. Introducción a la noción de desplazamiento plano y actividad propuesta en el material impreso

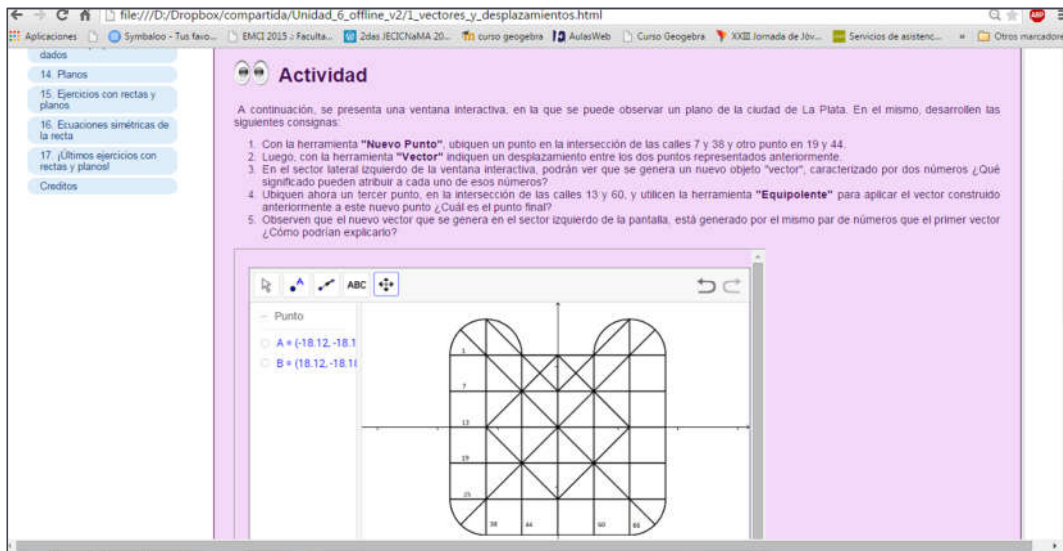


Figura 7-26. Actividad introductoria de la noción de desplazamiento plano en el MDH

El objetivo de esta modificación en la actividad fue proporcionar un contexto más concreto para los alumnos, y que comiencen a explorar cómo funcionan las herramientas del programa *GeoGebra* que serían pertinentes para el estudio del tema. En la propuesta original, se espera que los alumnos reconozcan la necesidad de utilizar dos valores para caracterizar los desplazamientos en el plano y encuentren una estrategia para determinarlos. En el caso del uso de la herramienta *vector* proporcionada por *GeoGebra*, los dos valores que caracterizan al vector en ese sistema de coordenadas aparecen automáticamente en la vista algebraica al aplicarse a los puntos inicial y final. Es por esto que se pide a los alumnos que interpreten el significado de estos dos valores, en lugar de proponerlos, y luego se pregunta cómo se obtendrían analíticamente.

Algunos alumnos interpretaron los valores obtenidos en las componentes del vector como las representaciones de dos movimientos independientes: “6 sería la cantidad de cuadras en un sentido y 12 las cuadras en otro sentido” (señala en el monitor uno y el otro sentidos a los que hace referencia). Es natural interpretar esto en el contexto propuesto, ya que el peatón recorre primero las 6 cuadras en un sentido y a continuación 12 cuadras en el otro. Restaría analizar qué ocurre si el peatón toma una diagonal: ¿el vector se representará igual?

En la actividad 4, en la cual se indica aplicar un vector equipolente al desplazamiento analizado inicialmente, pero a partir de otro punto de origen, un grupo de alumnos mantiene el siguiente diálogo: uno de ellos pregunta “¿Por qué se va a 25 y 60?” y un compañero le responde “estamos haciendo prácticamente el mismo *procedimiento*”. Otro compañero añade: las dos flechas “Tienen el mismo *tamaño* y el mismo *sentido*”.

Un obstáculo didáctico que surgió en este contexto, tiene que ver con el modo en que *GeoGebra* representa algebraicamente los vectores: los representa como vectores columna, razón por la cual, varios alumnos lo interpretaron como un cociente, y respondieron que el significado de esa dupla de números era la “pendiente”. Incluso un alumno se expresó en

términos de numerador y denominador: “el numerador indica los movimientos en el eje x y el denominador los movimientos en el eje y”.

En relación a la pregunta de reflexión que se formula a continuación de esta actividad, se registró la siguiente discusión entre alumnos:

A<sub>1</sub>: que la distancia de A a B y de C a D coincidan y la misma pendiente.

Obs.: Si tienen igual pendiente e igual distancia, puede darse una situación como la siguiente (Dibuja en el cuaderno dos flechas paralelas y de similar longitud, pero con puntas en sentido opuesto)

A<sub>2</sub>: (Vuelve a la ventana interactiva y hace el vector DC) Si va al revés da (-6,12)

A<sub>3</sub>: ¡Ah!

Obs.: Y entonces si conozco las coordenadas de C y D ¿Cómo puedo obtener el 6 y el -12 que teníamos inicialmente? ¿y cómo se obtendría el -6 y el 12?

A<sub>3</sub>: Viendo la cantidad de cuadras que se desplazó y para qué lado.

A<sub>2</sub>: ¡Restando!

Lo que es de destacar de este diálogo, es que los alumnos frente a la posibilidad de probar qué pasa si invertimos una situación, rápidamente toman la herramienta y experimentan para luego sacar conclusiones.

Otra actividad cuyo desarrollo es interesante describir es la que se presenta en la Figura 7-27.

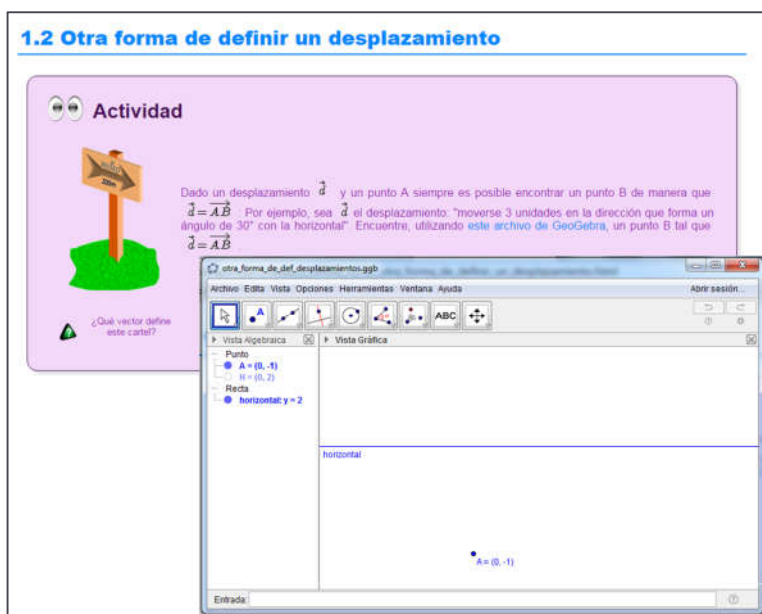


Figura 7-27. Otro ejemplo de actividad propuesta en el MDH.

En dicha actividad, los alumnos desplegaron una variedad de estrategias que vale la pena describir.

Estrategia 1: Utilizan la herramienta *Ángulo dados tres puntos*, tomando dos puntos sobre la horizontal y moviendo el tercer punto (colocado en cualquier sitio fuera de la recta) hasta que el ángulo mide 30° (en este procedimiento, el ángulo se logra por



tanteo). Luego, con la herramienta *Paralela*, trazan una paralela a la recta obtenida que pase por A. Explorando la barra de herramientas, encuentran una denominada *Segmento de longitud dada*, construyen con ella un segmento de 3 unidades de longitud a partir de A, y rotan su extremo opuesto hasta superponerlo con la recta. Les explican a otros compañeros que se incorporan más tarde a la discusión y calculan el valor exacto utilizando relaciones trigonométricas. Se preguntan si “no se puede hacer que el ángulo mida  $30^\circ$  de entrada”. La observadora responde que sí, pero con otra herramienta. Les indica dónde buscarla y que se utiliza de modo similar a la que ellos usaron *Segmento de longitud dada*. El resultado tiene más precisión que el encontrado anteriormente lo cual conlleva a la conclusión de que es porque en el otro caso el ángulo lo hicieron “a ojo” o por tanteo.

Estrategia 2: Un alumno halló explorando la barra de herramientas la denominada *Segmento dada su longitud* y la aplicó sobre el punto A para generar un segmento de longitud 3. Luego halló y aplicó la herramienta *Rotación* sobre dicho segmento para rotarlo  $30^\circ$ . En este caso, logró construir el punto final utilizando herramientas adecuadas.

Estrategia 3: Un grupo utilizó la herramienta *Paralela* para trazar una paralela a la recta horizontal que pasa por A. Colocaron un punto D cualquiera sobre esa recta y utilizaron la herramienta *Rotación* para rotar el punto  $30^\circ$  alrededor de A y obtener así el punto D'. Luego, trazaron una circunferencia de radio 3 centrada en A con la herramienta *Circunferencia (centro-radio)* y la recta que pasa por A y D' y, con la herramienta *Intersección*, hallaron el punto F, para luego trazar el vector AF. (En el *protocolo de la construcción*<sup>12</sup> se observan unos primeros pasos en los que se nota que estuvieron probando las herramientas antes de lograr hacer esta construcción).

Estrategia 4: Otro grupo encontró la forma de poner visibles los ejes coordenados y colocó un punto B de coordenadas (3,-1), identificando que al tener la misma coordenada y que A lograría una recta horizontal pasando por A, y además el punto B está a 3 unidades de A. Luego, con la herramienta rotación, rotó este punto B  $30^\circ$  alrededor de A y por último trazó el vector que va de A al punto rotado. Luego, trazó la circunferencia que pasa por A y B, aunque esto no era necesario ya que habían logrado construir el punto necesario.

Lo que se pretende dejar de manifiesto a partir del relato de estas estrategias desplegadas por los alumnos es el hecho de que **las situaciones de acción propuestas se vieron enriquecidas**. Dentro del entorno digital, los alumnos pudieron desplegar múltiples estrategias poniendo en juego distintos conocimientos previos (utilización del sistema coordenado, uso de propiedades geométricas para construir el punto solución del problema, relaciones trigonométricas, etc.). En la situación original, y utilizando únicamente el entorno lápiz-papel, los alumnos se limitan a construir una figura de análisis a mano alzada y aplicar

---

<sup>12</sup> El *protocolo de la construcción* es un registro automático que lleva el programa *GeoGebra* en el cual constan todos los objetos que se han ido creando y las relaciones entre los mismos. Se trata de una herramienta útil para reconstruir los pasos que fueron siguiendo los alumnos en sus construcciones y comprender sus razonamientos.

relaciones trigonométricas para obtener la solución en forma analítica. También es de notar cómo se relacionaron con el entorno de *GeoGebra*: en forma autónoma lograron recorrer la barra de herramientas, utilizar las ayudas proporcionadas al posicionar el cursor sobre el ícono de cada una de ellas, seleccionar aquellas que les parecieron adecuadas para resolver el problema. Se animaron a probar y a equivocarse, para luego corregir, tal como se observa en algunas de las construcciones entregadas, en las que se ve que utilizaron otros objetos que luego ocultaron porque decidieron que no les servían.

Hubiese sido enriquecedor que se realice una puesta en común luego de actividades como las descritas a fin de comparar los distintos procedimientos, discutir en qué casos el punto final del desplazamiento fue *construido*, en el sentido matemático del término, y en qué casos fue determinado por medio de aproximaciones. También para destacar la importancia de los razonamientos puestos en juego por ellos, ya que como se aprecia en el resultado de las encuestas, estos conocimientos no son valorados por los estudiantes por no ser medibles en las evaluaciones escritas.

En cuanto al desarrollo de las situaciones de formulación y validación, no se evidenciaron cambios sustanciales respecto de lo que se observa habitualmente en las clases de Matemática A al trabajar con el material convencional.

## 7.5 Análisis del desarrollo de un ejercicio de parcial

Por último, se describirán las estrategias desarrolladas por los alumnos en un ejercicio del examen parcial relacionado con los temas abordados utilizando en MDH.

La consigna del ejercicio analizado es la siguiente:

*“Dado un plano de ecuación  $x-y+3z=7$ , hallar la ecuación de la recta normal al plano que pasa por el punto  $(-2,4,6)$ ”*

La tarea consiste en:

- Saber que para dar la ecuación de una recta es necesario disponer de un vector (director) y un punto. Como el punto está dado, será necesario solamente encontrar un vector director.
- Reconocer que para que la recta resulte normal al plano, es necesario que el vector director sea paralelo al vector normal del plano (para ello, es necesario visualizar la disposición relativa de la recta, el plano y su vector normal, ya sea por medio de un dibujo esquemático o, al menos, imaginarlo).
- Obtener el vector normal del plano.
- Escribir la ecuación de la recta tomando como director el normal del plano o cualquiera de sus múltiplos.

Las respuestas de los alumnos se clasifican para este análisis en las siguientes categorías:

1. Sin resolver.

2. Dan como respuesta algo distinto a la ecuación de una recta (en general, dan la ecuación de un plano).
3. Dan como respuesta una recta, pero que no es perpendicular al plano (lo típico es una recta paralela al plano).
4. Responden correctamente, pero sin justificar sus elecciones y sin realizar un esquema gráfico.
5. Responden correctamente justificando a partir de un gráfico.
6. Responden correctamente justificando en forma coloquial.

En la Figura 7-28 se muestra la frecuencia relativa con la que cada una de estas categorías definidas se registró en cada una de las comisiones analizadas.

Como puede observarse en la Figura 7-28, donde se muestran tanto los grupos participantes de la experiencia (Química y Civil) como los alumnos del grupo control (Mecánica e Industrial), no pueden reconocerse diferencias atribuibles al uso del MDH, ya sean favorables o desfavorables.

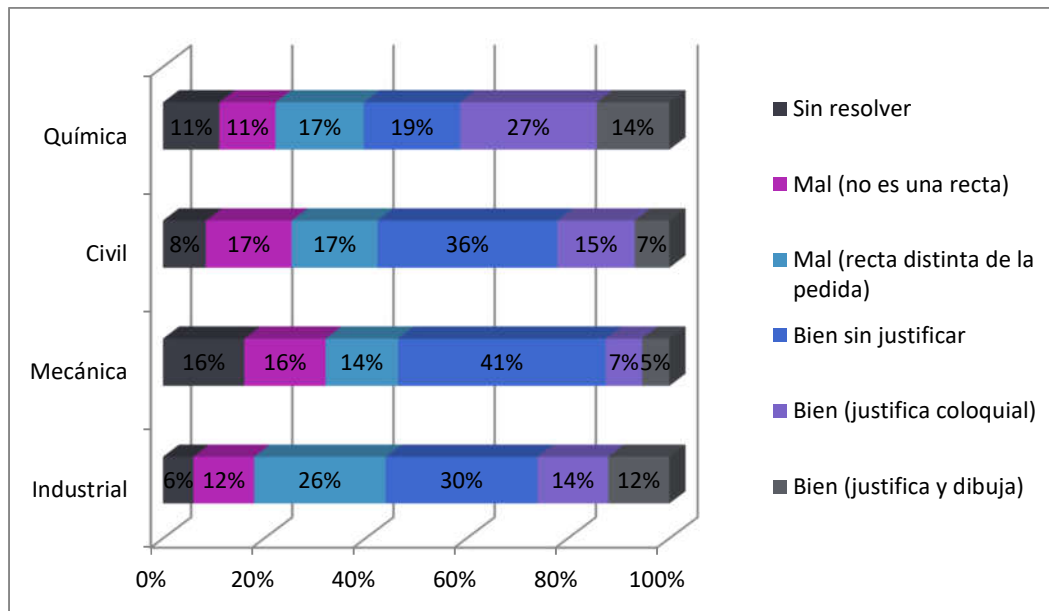


Figura 7-28. Se muestra la frecuencia de cada tipo de respuesta en cada una de las comisiones analizadas. Las comisiones de Química y Civil corresponden a grupos de la experiencia y las de Mecánica e industrial, a los grupos control.

## 7.6 Triangulación de los distintos resultados obtenidos a partir de los instrumentos de recolección de datos implementados

Para cerrar el presente capítulo, se presenta en este apartado un análisis que pretende tomar en cuenta los distintos aspectos que se han ido analizando a partir de cada uno de los instrumentos implementados para la evaluación del impacto del MDH en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

En primer lugar, es pertinente observar que estos distintos instrumentos arrojan puntos de vista complementarios, con matices, pero con resultados consistentes entre sí. El análisis de las encuestas, que refleja la mirada de los estudiantes, ha permitido comprender las

virtudes de implementar un MDH como el propuesto, pero también una serie de dificultades que es necesario abordar para lograr que las TIC se inserten en las aulas con mayor naturalidad, tal como lo hacen en otros aspectos de la vida cotidiana actual. Las entrevistas a los docentes complementan y permiten comprender mejor la visión de los alumnos. Un punto que aparece como común a ambos, alumnos y docentes, es la poca disposición de tiempo para interiorizarse en el uso de las TIC, pese a que vislumbran ventajas en las mismas.

La observación participante llevada a cabo, confirma las dos grandes posturas de los alumnos frente al uso del MDH que se desprenden de las encuestas. Pero a la vez, la realización de esta OP deja de manifiesto aspectos positivos del uso del MDH que no se vieron reflejados en otros instrumentos: la forma de interacción de los alumnos con los *applets* interactivos y la potencialidad de profundizar en actividades como las realizadas en este contexto. Esta forma de interacción no se vio reflejada en las encuestas, tal vez porque los alumnos no logran percibir la importancia de esta forma de trabajo. Además, el hecho de no poder incluir estos aspectos en la evaluación de la materia, produce una ruptura del contrato didáctico que se manifiesta en las incomodidades y actitudes negativas de los estudiantes frente al MDH. Además, como se mostró en el análisis del ejercicio del parcial, esta forma de trabajo no tuvo una diferencia observable en la evaluación tradicional.

En el próximo capítulo, se profundizarán estas conclusiones preliminares y se formularán propuestas para la mejora de las implementaciones que dan lugar a nuevas líneas de investigación a futuro.

## 7.7 Síntesis del capítulo

En este capítulo, se presentaron los resultados obtenidos mediante los distintos instrumentos de recolección implementados. En relación a la valoración de los alumnos respecto del MDH y de la experiencia realizada, se puede mencionar que resultó positiva para los alumnos, aunque múltiples circunstancias hicieron que no lo sea en la medida esperada. Por un lado, la cuestión de la logística para poder contar con dispositivos informáticos suficientes en el aula fue un obstáculo importante. Por otro lado, parece haber habido una colisión entre las expectativas de los alumnos en relación al uso del MDH y los objetivos perseguidos por el mismo: el MDH fue concebido como un entorno para el trabajo de los alumnos, para la experimentación, para la reflexión, para la construcción de conocimiento matemático, mientras que los alumnos tal vez tuvieron la expectativa de vivenciar un aprendizaje más instantáneo en relación con él. Esto se vislumbra en el hecho de que el principal aspecto negativo señalado haya sido que les insumió más tiempo trabajar con el MDH que con el material impreso tradicional, y que valoraron más positivamente aquellos componentes del MDH que requieren un uso más pasivo del mismo (las animaciones, las imágenes 3D, las preguntas que ofrecían respuestas inmediatas, frente a las actividades para realizar con *GeoGebra*, y los *applets* interactivos). La percepción de los alumnos de estas cuestiones no permitió valorar en forma totalmente positiva la experiencia.

Como aspectos positivos, se puede mencionar que los alumnos valoraron muy bien la posibilidad de visualizar los objetos del espacio tridimensional utilizando los recursos del MDH y el programa *GeoGebra* y que lo consideraron valioso para la comprobación de los ejercicios

que realizan en clase y en sus hogares, lo cual no es menor considerando los aspectos de la Didáctica de la Matemática que se han recogido en el marco teórico. También se considera positivo que los alumnos en clase hayan podido trabajar en forma autónoma con los *applets* y el programa *GeoGebra* aprovechando las ayudas que proporcionan las distintas herramientas, que hayan podido desplegar distintas estrategias de resolución de los problemas, y que lo hayan hecho en equipos. Todos estos aspectos positivos no parecen haber tenido una gran influencia sobre las actitudes de los estudiantes. Sin embargo, el hecho de que finalmente una mayoría amplia de los alumnos manifieste que volvería a utilizar el programa *GeoGebra* como ayuda para comprender los temas siguientes de la materia, y que el pasaje del plano al espacio tridimensional haya sido menos brusco para los alumnos de la experiencia que para los del grupo control (tal como lo muestran los resultados presentados en la sección 7.2.5) sugiere que tal vez estas cuestiones no son advertidas por los estudiantes. Una posible explicación de esto es que los alumnos de la experiencia no han vivido este pasaje del plano al espacio sin utilizar los recursos digitales.

En el siguiente capítulo, se retomarán y profundizarán estas reflexiones en torno a los resultados, se expresarán las conclusiones arribadas, los aportes de esta tesis y se presentarán las líneas de trabajo a futuro que se abren a partir de las mismas.

## **Capítulo 8**

### Conclusiones y trabajos futuros

## **Capítulo 8 - Conclusiones y líneas de trabajo futuro**

### **8.1 Introducción**

En el presente Capítulo, se mencionan los aportes de la tesis en los planos teórico y metodológico y en relación al contexto donde se llevó a cabo el estudio de caso. Asimismo se enumerarán los trabajos presentados a congresos que dan cuenta de dichos aportes.

Luego, se retoman los objetivos y las preguntas de investigación que fueron planteadas en el Capítulo 1 a fin de dar cuenta del alcance logrado en relación a los mismos y se discuten las principales conclusiones.

Por último, se presentan las líneas de investigación a futuro que se desprenden del trabajo de tesis realizado.

### **8.2 Aportes de esta tesis**

#### **8.2.1 Aportes teóricos**

En el apartado teórico de la presente tesis, se discutieron aspectos de continuidad y de ruptura entre dos disciplinas, que es preciso considerar si se desea integrar materiales didácticos digitales a la enseñanza de la Matemática: la Tecnología Educativa y la Didáctica de la Matemática. Se observa en las investigaciones actuales en el área que las propuestas didácticas que se diseñan se apoyan en aspectos de una u otra disciplina, pero no bregan por una integración entre ambas. Cuando acuden a referentes teóricos de los dos campos, se apoyan en los puntos comunes, pero no se encontraron trabajos que intenten conciliar o discutir en relación a los puntos en los que se hallan diferencias. Se cree que es importante avanzar sobre estos puntos a fin de lograr propuestas consistentes.

En pos de esto se discutió en el Capítulo 2 en relación a las siguientes cuestiones: 1) tensión en relación a la necesidad de secuenciación de los contenidos; 2) tensión en relación a la necesidad de personalización de la enseñanza y el aprendizaje; 3) acuerdo en cuanto a la necesidad de articular diversos lenguajes semióticos; 4) acuerdo en relación a la necesidad de alcanzar un aprendizaje activo, en el cual el alumno sea un verdadero protagonista; y 5) acuerdo en cuanto a la naturaleza de las retroalimentaciones.

En relación a la secuenciación de contenidos, la Didáctica de la Matemática sostiene que es necesario secuenciar las actividades de modo tal que cada situación propuesta se apoye en las anteriores, pero que a la vez permita avanzar en la construcción de nuevos saberes. Pero por otro lado, múltiples autores analizados vinculados al campo de la Tecnología Educativa, describen como ventaja de los materiales hipertextuales el hecho de habilitar itinerarios diversos, adaptables a los intereses y saberes previos de los usuarios, favoreciendo un aprendizaje más asociativo que acumulativo, al permitir relacionar diversos nodos a partir de los hipervínculos. A manera de síntesis, en esta tesis se concilian ambas posturas a partir de una estructura de material didáctico que sugiera un recorrido lineal para una etapa inicial, pero que a su vez permita el acceso desde distintos puntos del mismo, lo cual sería útil en una

instancia de revisión, en la cual el alumno puede tener interés en visitar algún punto particular de la secuencia, y que incluya también la vinculación entre nodos mediante hipervínculos que permitan asociar los contenidos de un cierto nodo con otros ubicados anteriormente en la secuencia a fin de establecer explícitamente conexiones conceptuales entre los mismos.

Con respecto a la tensión relacionada con la personalización de la enseñanza, se discutió que los autores que fundan la Didáctica de la Matemática no apuntan a lograr la misma, sino que se preocupan mayormente de la constitución de un proyecto colectivo en el aula, mientras que otras áreas del campo educativo, en particular aquellas que se ocupan de la integración de TIC a los procesos de enseñanza y aprendizaje, trabajan arduamente en esa dirección. Si se asume al aprendizaje como un proceso social, pero que posee también una fase individual, resulta posible acercar ambas posturas proponiendo una secuencia de contenidos y actividades comunes, que conformen tal proyecto colectivo, pero aportando también múltiples recursos, de diversas naturalezas, que permitan al individuo retomar lo construido en forma colectiva, complementarlo, enriquecerlo y afianzarlo teniendo en cuenta su forma particular de aprender.

En relación a los acuerdos discutidos, se puede mencionar a modo de síntesis que se reconoce la importancia de articular diversos lenguajes semióticos, y en particular para la Matemática, la necesidad de articular registros de representación semiótica. En este sentido, se reconoce la potencia del entorno digital y se busca aprovechar las oportunidades que brinda para estos fines. También se señaló un acuerdo pleno en la necesidad de considerar al alumno como un sujeto activo, protagonista en la construcción de sus propios conocimientos, y que los materiales didácticos deben ir más allá de ser portadores de información para que el usuario consuma, sino que deben propiciar un trabajo genuino por parte del alumno. Y por último, en relación a la naturaleza de las retroalimentaciones, se sostiene que deben superar la dicotomía correcto/incorrecto, para favorecer que el alumno reflexione sobre los errores cometidos, comprenda sus razones y pueda corregirlos. Todos estos aspectos han sido considerados en el diseño del material educativo propuesto como parte de esta tesis, y en los aspectos metodológicos desarrollados para el estudio de caso.

### **8.2.2 Aportes metodológicos**

Otro aporte de esta tesis fue el diseño de un marco metodológico en el que se articularon técnicas cualitativas y cuantitativas que permitieron dar cuenta de los alcances y limitaciones de la estrategia didáctica implementada, tanto desde el punto de vista de las actitudes de los estudiantes como de algunas de las implicaciones didácticas que tuvo. Los resultados obtenidos mediante la aplicación de esta metodología resultaron convergentes (es decir, que no hubo contradicciones entre los datos obtenidos mediante los distintos instrumentos empleados), pero además permitieron múltiples puntos de vista del objeto de estudio, complementándose entre sí y aportando a una mejor comprensión de lo sucedido en el aula.

Esta metodología implicó el empleo de diversas técnicas de recolección de datos en distintos momentos del proceso de investigación, y la posterior triangulación de la información obtenida en pos de la obtención de conclusiones. Dichas técnicas fueron: encuestas a los



alumnos, observación participante, entrevistas grupales a docentes y análisis de producciones de los estudiantes. En la Figura 8-1, se muestra un esquema temporal en el que se puede observar la secuencia en la que se aplicaron los instrumentos en los grupos de la experiencia y de control. Al mismo tiempo, se consideraron las variables de entrada y su posible influencia en los resultados de las encuestas, y también se trabajó con grupos contrastados para analizar el impacto de la utilización del material propuesto en diferentes dimensiones de análisis.

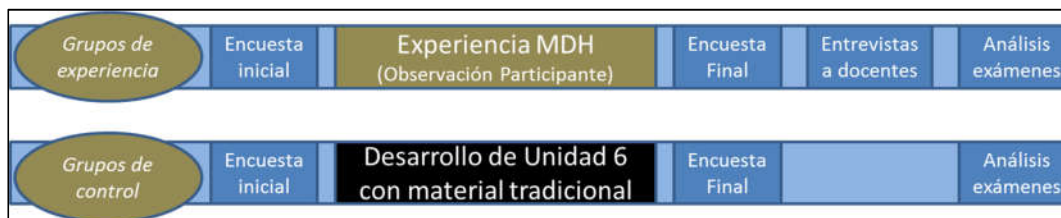


Figura 8-1. Esquema metodológico que muestra qué instrumentos de recolección de datos se utilizaron en los grupos de la experiencia y en los de control respetando el orden temporal.

### 8.2.3 Aportes al contexto del estudio de caso

Se valora como un aspecto importante del trabajo la posibilidad de realizar las experiencias en contextos reales e involucrando a una gran cantidad de alumnos, situación que no siempre se tiene la posibilidad de realizar. Esto permitió realizar análisis estadísticos y establecer correlaciones significativas.

Dentro del contexto educativo donde se desarrolló el estudio de caso, Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata, la investigación realizada permitió una caracterización sistemática de los alumnos ingresantes en cuanto a sus maneras de aprender, de relacionarse con las TIC, con los saberes, con la asignatura Matemática A.

La ruptura del *contrato didáctico* ocurrida permitió además conocer algunas de sus cláusulas implícitas, como por ejemplo que:

- desde el punto de vista de los alumnos, todo aquello que ocurre en el aula debe ser evaluable en instancias de parcial;
- para varios alumnos es más importante el trabajo analítico que el gráfico en el aula de Matemática.

Por otro lado, la realización de este trabajo de tesis permitió realizar una innovación educativa en el contexto, así como explorar y conocer las ventajas y dificultades de la implementación de las TIC en el aula para dicho contexto. Todo este conocimiento resulta valioso a la hora de pensar acerca de las distintas posibilidades para modificar la práctica cotidiana del aula. También resulta valioso como andamiaje para la apropiación de *software* matemático para los futuros profesionales de la ingeniería.

### 8.2.4 Trabajos publicados

Asimismo, la realización de este trabajo de investigación, permitió realizar las siguientes comunicaciones a congresos

- Del Río, L.; Búcarí, N. & Sanz, C. (2016) **Uso de recursos hipermediales para la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática**. Segundo Congreso Internacional de Enseñanza de las Ciencias y la Matemática; perspectiva Didáctica, Cognitiva y Epistemológica (2 CIECyM), y Tercer Encuentro Nacional de Enseñanza de la Matemática (3 ENEM), Universidad del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Tandil.
- Del Río, L.; Sanz, C. & Búcarí, N. (2016) **Actitudes de los estudiantes frente a un material hipermedial para el aprendizaje de la matemática: Un estudio de caso**. XI Congreso de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología. Universidad de Morón. Pag. 351-359. ISBN 978-987-3977-30-5
- Del Río, L.; Búcarí, N. & Sanz, C. (2016) **La netbook de Conectar Igualdad como una oportunidad para la inclusión en el nivel universitario**. 1as Jornadas sobre Prácticas Docentes en la Universidad Pública. UNLP.
- Del Río, L.; Bucari, N. & Sanz, C. (2015) **Material Didáctico Hipermedia para la Enseñanza de la Matemática en Carreras de Ingeniería: Inicios de una Investigación**. Encuentro de Enseñanza de la Matemática en Carreras de Ingeniería (EMCI) 2015: XIX EMCI Nacional, XI Internacional. San Nicolás, Buenos Aires. ISBN 978-950-42-0165-6
- Del Río, L. & Búcarí, N. (2015) **Caracterización de los estudiantes de primer año de la FI de la UNLP frente al aprendizaje mediado por TIC**. Terceras jornadas de investigación, transferencia y extensión de la Facultad de Ingeniería, La Plata. ISBN 978-950-34-1189-6
- Del Río, L.; Gonzalez, A. & Búcarí, N. (2014) **La integración de las TIC en las clases de matemática en el nivel universitario: ¿Cómo afrontar este desafío?** Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación, Buenos Aires. ISBN 978-84-7666-210-6.

### 8.3 Análisis del alcance logrado sobre los objetivos propuestos y abordaje de las preguntas de investigación planteadas.

El objetivo general de este trabajo fue investigar acerca de las posibilidades de los Materiales Didácticos Hipermediales (MDH) para la enseñanza y aprendizaje de la Matemática, en particular con la inclusión de recursos de Geometría Dinámica. Para ello, se plantearon en el Capítulo 1 los siguientes objetivos específicos:

1. Estudiar teorías vinculadas a la Didáctica de la Matemática.
2. Investigar sobre las posibilidades de los MDH.
3. Analizar cómo se puede lograr la integración de las dos áreas de investigación (Didáctica de la Matemática y Tecnología Educativa), a partir de la búsqueda de puntos de convergencia y de divergencia.
4. Generar una metodología para la integración y evaluación de uso de MDH con ambientes de geometría dinámica.
5. Desarrollar un estudio de caso incluyendo:
  - a. Elaborar un MDH
  - b. Aplicar la metodología desarrollada para su utilización
  - c. Evaluar la utilización del MDH con alumnos reales en clases presenciales de Matemática

d. Elaborar conclusiones en relación a las preguntas que guían esta investigación

Los tres primeros objetivos se llevaron a cabo y permitieron obtener algunas conclusiones teóricas, que se detallaron en el Capítulo 2 y se reseñaron en el apartado “Aportes teóricos” del presente capítulo. El estudio de caso requirió el diseño de un prototipo de MDH, a partir de *herramientas de autor*, que pudo utilizarse en el aula y permitió el análisis de resultados en relación a los objetivos con conclusiones sobre sus alcances y limitaciones.

A continuación, se retoman las preguntas de investigación también presentadas en el Capítulo 1 y las conclusiones relacionadas a estas preguntas que se desprenden del trabajo realizado:

- La utilización de material hipermedial ¿en qué aspectos facilita el proceso de aprendizaje de la Matemática? ¿En qué aspectos lo dificulta?;
- ¿Produce un cambio en la actitud de los estudiantes hacia la matemática? ¿Y hacia la utilización de las TIC como instrumentos de aprendizaje?;
- Según varios autores (Carrillo, 2012; Hohenwarter, 2014; Moreno Armella & Lupiáñez, 2001) los ambientes de geometría dinámica ofrecen representaciones manipulables de los objetos matemáticos, volviéndolos más accesibles. A partir de su utilización ¿qué tipo de aprendizajes adquieren los alumnos? ¿Potencian sus habilidades con el uso de la tecnología? ¿Pueden transferir los aprendizajes adquiridos a situaciones en las cuales no disponen de esa tecnología?

En relación al uso del material como facilitador del aprendizaje, se tiene un indicador que muestra una correlación positiva entre el uso del material propuesto y una disminución en el impacto del pasaje del plano coordenado al espacio tridimensional (Figura 7-19, pág. 116). Las dificultades en relación a esta transición del plano al espacio fue analizada en el Capítulo 2, tomando como referencia múltiples autores que la vinculan, entre otras cosas, con la de representar gráficamente a estos objetos (Alves, 2012; Andrade Molina & Montecino Muñoz, 2011; Martín-Gutiérrez *et al.*, 2010). Desde el punto de vista de la Teoría de Duval (1998), podría describirse esta situación en términos de que ocurre un *encasillamiento* en un único registro de representación (el algebraico) que obstaculiza una comprensión acabada. En este sentido, se aprovechó el potencial de los materiales hipermediales que permiten incluir representaciones gráficas dinámicas y manipulables (es decir que permiten visualizar el proceso de construcción, rotar el punto de vista, entre otras cosas) de vectores en  $\mathfrak{R}^3$ , rectas y planos, así como también *applets* interactivos que posibilitan su construcción por parte de los alumnos.

Asimismo, el hecho de que los alumnos que realizaron la experiencia con el material diseñado para esta tesis, luego adopten con mayor facilidad el *software GeoGebra* para el estudio de los temas siguientes de la materia (Sección 7.2.6, pág. 117) junto con los aspectos positivos que indicaron en relación a su utilización (Figura 7-3, pág. 106), permiten concluir que esto les ha proporcionado ayudas para facilitar el aprendizaje de los temas abordados en el material desarrollado.

Sin embargo, el impacto positivo del material se vio limitado por las siguientes cuestiones que es importante atender para futuros trabajos en los que se busque integrar las TIC en el aula:

- Evaluar diversas formas de lograr que los alumnos aprendan a utilizar el programa *GeoGebra* sin que esto represente una carga adicional para ellos.
- Profundizar la formación del cuerpo docente en relación al uso de estos materiales y de los programas matemáticos, como *GeoGebra*.
- Mejorar el acceso a dispositivos informáticos, que no requieran el traslado de los mismos.

Estas cuestiones llevan a analizar la respuesta a la segunda de las preguntas formuladas: la pregunta acerca de los cambios de actitud de los estudiantes. Se esperaba que con la implementación de este MDH se logre disminuir el impacto negativo en las mismas debido a la entrada en el espacio tridimensional. Esto no se ha podido comprobar que ocurra con la estrategia llevada a cabo, dado que se observó una disminución en la actitud hacia la Matemática en el pasaje de la unidad 5 a la 6 (en la cual comienza a estudiarse la geometría del espacio tridimensional) tanto para el *grupo de la experiencia* como para el *grupo control* (tal como se detalla en la Sección 7.2.3.2, pág. 111). Cabe preguntarse cómo es posible que se haya obtenido este resultado pese a que el indicador mencionado antes señala que para este grupo el pasaje al espacio tridimensional fue menos abrupto. Una posibilidad es que estos alumnos que transitaron dicho pasaje con el MDH nunca lo transitaron sin él. De modo que no pueden conocer las dificultades adicionales que aparecen cuando se trabaja exclusivamente con lápiz y papel.

También es objeto de reflexión la disminución en el nivel de actitud de los alumnos de la experiencia frente al uso de TIC para el aprendizaje (Sección 7.2.3.1, pág. 109). Se considera que esto puede estar vinculado con las creencias o expectativas de los alumnos frente al aprendizaje mediado por TIC: muchas veces se cree que con las herramientas informáticas se aprende en forma “mágica”, o instantánea, o con un menor esfuerzo. El MDH que se ha implementado no se concibió con esa finalidad, sino que se diseñó pensando en un alumno activo, no en un espectador pasivo, que aborda los problemas propuestos, que estudia, que reflexiona, elabora conjeturas, las somete a prueba. Se concibió como un material que oriente el trabajo matemático en un sentido similar al que describe Brousseau (1986). Esta hipótesis de que los alumnos pueden haber esperado tener un rol más pasivo, se refuerza con el análisis de cuáles de los recursos incluidos en el material fueron mejor valorados por ellos (Figura 7-5, pág. 108): valoraron mejor las actividades de respuesta automática (que no son las más deseables desde el punto de vista del marco teórico adoptado) y las animaciones, que las actividades a realizar con *GeoGebra* o los *applets* interactivos.

En relación a este resultado, se considera interesante mencionar un estudio que se encontró (Mehdinezhad & Bamari, 2015) en el cual se analiza la incidencia de las *creencias epistemológicas* de los alumnos en el aprendizaje. De acuerdo con estos autores, las creencias epistemológicas reflejan los pensamientos del individuo en relación con la naturaleza del conocimiento y cómo se adquiere y moldean el *comportamiento educativo* del alumno. Sería interesante analizar, en un futuro, cuáles son las creencias epistemológicas de los alumnos en

relación al aprendizaje, en especial cuando intervienen tecnologías informáticas, a fin de confirmar la hipótesis que se ha planteado en el párrafo anterior.

En relación a la última de las preguntas formuladas, acerca de los tipos de aprendizaje que adquirieron los estudiantes, se pudo observar que el uso del MDH y del programa *GeoGebra* les permitió diversificar las estrategias a poner en juego (Sección 7.4, pág. 125), en particular en *situaciones de acción*, que pudieron adoptar una herramienta informática que les permita juzgar sus propias producciones mediante cambios de registro de representación semiótica que no hacen cuando trabajan únicamente con lápiz y papel. Desde el punto de vista del marco teórico adoptado, esto resulta sumamente importante, ya que permite incrementar el grado de autonomía de los estudiantes, abordar el trabajo matemático desde un lugar más próximo al que propone Brousseau (1986) y disminuir el encasillamiento que se produce habitualmente en un único registro de representación semiótica que critica Duval (2006).

En relación al aprendizaje de los contenidos en sí, y a la posibilidad de transferir lo aprendido utilizando el entorno digital cuando trabajan con lápiz y papel, no se pudo observar que haya habido variaciones en ninguno de los dos sentidos (ni mejor, ni peor), ya que los errores cometidos en el parcial fueron similares en todos los grupos analizados (sección 7.5, pág. 130). Tampoco se observó que los alumnos participantes de la experiencia recurran al registro gráfico en una mayor medida que los del grupo control cuando trabajan con lápiz y papel.

En síntesis, si bien la utilización del material presentó algunas limitaciones en cuanto a su influencia en las actitudes de los estudiantes, resultó positivo desde el punto de vista del aprendizaje de la Matemática ya que posibilitó un trabajo de carácter más exploratorio en las situaciones de acción, fomentó el espíritu crítico de los estudiantes, quienes lograron adoptar una herramienta para autoevaluar sus propias producciones matemáticas, y favoreció el trabajo con diversos registros de representación semiótica.

## **8.4 Líneas de trabajo a futuro**

### **8.4.1 Líneas de trabajo a futuro generales**

Se considera de interés profundizar en los marcos teóricos que integren las visiones de la Didáctica de la Matemática y la Tecnología Educativa, más allá del aporte al que se ha podido arribar a partir del presente trabajo de Tesis.

Asimismo se considera de interés explorar la inclusión de la Realidad Aumentada en los Materiales Didácticos Hipermediales, dado que en trabajos recientes se observa una tendencia en este sentido que aportan nuevos abordajes para las problemáticas aquí estudiadas (Martín-Gutiérrez *et al.*, 2010; Yingprayoon, 2015).

Se propone también profundizar sobre los aspectos actitudinales de los alumnos y sobre sus creencias en relación al aprendizaje de la Matemática y el aprendizaje mediado por TIC, tal como se mencionó en la sección anterior.

#### **8.4.2 Líneas de trabajo a futuro en relación al contexto donde se realizó el estudio de caso**

Una de las principales conclusiones a las que se ha arribado, es que la inclusión de Materiales Didácticos Hipermediales con animaciones, *applets* interactivos, actividades con programas del estilo de *GeoGebra* pueden facilitar el aprendizaje de ciertos conceptos matemáticos. Sin embargo, para poder sacar un máximo provecho de estos, es necesario continuar trabajando sobre la estrategia de inserción de los mismos en el aula. Esto da lugar a múltiples líneas posibles de investigación, como por ejemplo, en relación a la posibilidad de que el soporte de estos materiales sean dispositivos móviles, más portables, disponibles en las aulas en cantidades suficientes, dado que la gran mayoría de los estudiantes y docentes concurre a clase con *Smartphones*. Una posibilidad a explorar y evaluar, sería la de incluir en el material códigos QR que conduzcan a la visualización de los recursos interactivos para que los alumnos puedan explorar con ellos utilizando el teléfono celular. Otra posibilidad, sería la de crear una aplicación para móviles que contenga accesos a estos recursos y que los alumnos reciban notificaciones en sus teléfonos.

Otra de las cuestiones en las que se debe insistir es en la posibilidad de incorporar estas herramientas en las evaluaciones. Si bien el poder proponer a los alumnos utilizar *software* en las evaluaciones parciales no se vislumbra como algo posible en el corto plazo en este contexto educativo, ya que las mismas son presenciales, escritas e individuales por reglamento, podría sí analizarse y proponerse que los alumnos entreguen algún trabajo, no demasiado extenso, sobre un tema particular, en el cual deban resolver alguna problemática similar a la del MDH que, de otro modo, no quedaría a su alcance, y que este trabajo permita acreditar el tema en cuestión en el examen parcial. Se considera que los aportes de la presente tesis podrían constituir un avance en la discusión sobre estas temáticas en el ámbito en cuestión y que se han abierto varias puertas para la profundización de las estrategias ya puestas en juego a través del estudio de caso.

# **Anexos**

# Anexo 1 – Trabajos reseñados en el Capítulo 3

	Autores	Título	Revista
1	Almaguel Guerra, Alvarez Mora, Pernía Nieves, Mota Pimentel, y Coello León (2016)	Software educativo para el trabajo con matrices	Revista Digital Matemática, Educación e Internet
2	Di Giulio <i>et al.</i> (2015)	Propuesta didáctica vectores con aplicaciones a la física e inclusión de TIC como estrategias de enseñanza para el aprendizaje significativo	Premisa
3	(Yingprayoon, 2015)	Teaching Mathematics using Augmented Reality	Asian Technology Conference in Mathematics
4	Ascheri, Pizarro, y Astudillo (2014)	Software educativo en línea para la enseñanza y el aprendizaje de temas de Cálculo Numérico	Revista Digital Matemática, Educación e Internet
5	Aveleyra <i>et al.</i> (2014)	Una propuesta de aprendizaje universitario con TIC para recursantes	TE&ET
6	Cortés Zavala <i>et al.</i> (2014)	Aplicaciones Tecnológicas para el Aprendizaje de las Matemáticas	UNION
7	Morales <i>et al.</i> (2014)	Estrategias de m-learning para la enseñanza de la Matemática en Carreras de Ingeniería	Congreso Argentino de Ingeniería
8	Pantoja Rangel, López Betancourt, Ortega Árcega, y Hernández García (2014)	Diseño instruccional para el aprendizaje del concepto de límite: Un estudio de caso en el ITCG, la UJED, la UASLP y la UAN	UNION
9	Pastorelli <i>et al.</i> (2014)	Una Experiencia en el Aula de Matemática Aplicando Tecnologías Emergentes	Congreso Argentino de Ingeniería
10	Ramírez Osorio (2014)	Un Ambiente Virtual de Aprendizaje para la Enseñanza del Cálculo en Educación Superior	Conferencia Latinoamericana de Objetos y Tecnologías del aprendizaje
11	Valdez, Juarez, Navarro, y Barros (2014)	Implementación de software para la Enseñanza de Ecuaciones en Diferencias con valores iniciales	Revista de Educación Matemática
12	Milovanoviü, Obradoviü, y Milajiü (2013)	Application of interactive multimedia tools in teaching Mathematics – Examples of lessons from Geometry	The Turkish Online Journal of Educational Technology



13	Oliveiro Groenwald (2013)	Plataforma de Ensino Siena: refletindo sobre a utilização das TIC no processo de ensino e aprendizagem	UNION
14	Perez, Giuliano, Sacerdoti, y Gil (2013)	Implementación y evaluación de múltiples estrategias de enseñanza en cursos de probabilidad y estadística para Ingeniería	TE&ET
15	Cassol, Viali, y Lahm (2012)	O Ensino de Funções com Recursos do Software Geogebra como Facilitador de Transformações Semióticas	UNION
16	Cheuquepán y Barbé Farré (2012)	Propuesta didáctica para las traslaciones en el plano cartesiano con el uso de planilla de cálculo	UNION
17	Díaz Lozano <i>et al.</i> (2012)	Estrategias Didácticas en la elaboración de un módulo destinado a la enseñanza a distancia de Trigonometría	Revista de Educación Matemática
18	Figueroa Vicario, Gallardo, y Leguizamón (2012)	La enseñanza de la Investigación Operativa: enfoque basado en el uso de TIC's	Congreso Argentino de Ingeniería
19	Pirro <i>et al.</i> (2012)	La simulación y visualización de curvas paramétricas. Una mirada pedagógica en el diseño de material multimedial.	Congreso Argentino de Ingeniería
20	Sorando Muzás (2012)	Blog de aula: la clase sigue en casa	UNION
21	Barrena Algara <i>et al.</i> (2011)	Presentación y resolución dinámica de problemas mediante GeoGebra	UNION
22	Chavez (2011)	Introducción de objetos de aprendizaje en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática discreta en la UCI	UNION
23	Di Domenicantonio, Costa, y Vacchino (2011)	La visualización como mediadora en el proceso de enseñanza y aprendizaje del Cálculo Integral	UNION
24	Gómez-Collado y Trujillo (2011)	Mathematics with ICTs	Promotion and Innovation with New Technologies in Engineering Education (FINTDI)
25	Gonzalez <i>et al.</i> (2011)	Un aporte para trabajar sucesiones numéricas con Geogebra	Revista de Educación Matemática
26	Massa, Pirro, Fernández, y Daher (2011)	Métricas de calidad de Objetos de Aprendizaje: una mirada pedagógica entrelazada con la tecnología	TE&ET
27	Costa <i>et al.</i> (2010)	Material educativo digital como recurso didáctico para el aprendizaje del Cálculo Integral y Vectorial	UNION
28	López Camino (2010)	Desarrollo de un blog en la docencia de la asignatura Topología	UNION

29	Martín-Gutiérrez <i>et al.</i> (2010)	Design and validation of an augmented book for spatial abilities development in engineering students	Computers & Graphics
30	Ciancio, Oliva, y Agüero (2009)	Espacio vectorial real con producto interior en un sitio web diseñado con Medhime, para trabajar en aula de computación	Premisa
31	Coll Serrano y Blasco (2009)	Aprendizaje de la estadística económico-empresarial y uso de las TICs.	EDUTEC. Revista electrónica de Tecnología Educativa
32	Insunza <i>et al.</i> (2009)	Desarrollo de software para el aprendizaje y razonamiento probabilístico: El caso de SIMULAPROB	UNION
33	López Betancourt (2009)	Objetos de Aprendizaje para relacionar cálculo y estadística	UNION
34	Pizarro y Ascheri (2009)	Diseño e implementación de un software educativo en Cálculo Numérico	TE&ET
35	Totter y Raichman (2009)	Creación de espacios virtuales de aprendizaje en el área Ciencias Básicas en carreras de Ingeniería	TE&ET
36	Schivo, Sgreccia, y Caligaris (2009)	Recursos didácticos en análisis matemático I: Su vinculación con la visualización dinámica y el interés en el aprendizaje de los futuros ingenieros	Congreso internacional de enseñanza de las ciencias y la Matemática

# Anexo 2 - Encuesta Inicial

## Parte 1:

- 1) Nombre y apellido:
- 2) Carrera:
- 3) Edad:
- 4) Sexo:
- 5) Nacionalidad:
- 6) Escuela de procedencia:
  - Gestión pública
  - Gestión semipública
  - Gestión privada

En caso de alumnos procedentes de escuelas públicas argentinas:

- a) ¿Recibió una netbook del plan Conectar Igualdad?  Sí  No
- b) ¿La conserva aún?  Sí  No
- c) Si no la conserva aún, ¿por qué causa?
- 7) Título obtenido en el secundario:
- 8) ¿Realizaste otros estudios superiores antes de anotarte en ingeniería?
  - No
  - Sí → ¿En qué carrera?
  - ¿En qué institución?
  - ¿Completaste esos otros estudios?  Sí  No

## Parte 2: Sobre la utilización de recursos digitales.

- 1. ¿Disponés de algún dispositivo informático?  Sí  No
- 2. En caso afirmativo indicá cuál o cuáles de los siguientes:
  - PC
  - Smart phone
  - Notebook
  - Tablet
  - Netbook
  - Otros Indicar cuál: .....
- 3. ¿Qué tareas realizás con la computadora?
  - Trabajo
  - Estudio
  - Recreación
  - Búsqueda de información (internet, bases de datos, música, diarios)
  - Comunicación virtual sincrónica (chats). Conocer gente. Redes sociales
- 4. ¿Desde dónde te conectás usualmente a internet?
  - Locutorio
  - Facultad
  - En mi domicilio
  - En casa de un familiar / de un amigo
  - En el trabajo
  - Desde mi teléfono móvil
  - No me conecto usualmente a internet
- 5. ¿Utilizás algún software matemático?  Sí  No
- 6. ¿Cuál/es?
  - GeoGebra,
  - Winplot,

- Graphmatica,
- Mathematica de Windows,
- Cabri,
- Maple,
- Dr. Geo,
- Wolframalpha
- Otro: \_\_\_\_\_

7. ¿Utilizaste alguno de esos programas en la secundaria?  Sí  No

Si respondiste en forma afirmativa la pregunta anterior: ¿Aprendiste por iniciativa propia a utilizarlos o por indicación de tus docentes?

8. ¿Qué valoración hacés de estas herramientas como ayuda para el aprendizaje de la matemática?  Positiva  Negativa  No tengo opinión formada

9. ¿Usás otros recursos digitales **como apoyo para el estudio**?  Sí  No

10. En caso afirmativo, indicá cuáles (recordá que nos interesa saber si los consultás **como apoyo para el estudio**):

- Videos de youtube,
- twitter,
- páginas web,
- facebook,
- foros,
- otros

### PARTE 3

#### INSTRUCCIONES

Te solicitamos que contestes lo más sinceramente posible a los datos que se piden. Leé atentamente las diversas cuestiones y selecciona la opción de respuesta que te resulte más próxima o que mejor se ajuste a tu situación. Tené en cuenta que no hay respuestas correctas ni incorrectas.

Señala con una cruz el recuadro correspondiente a la respuesta elegida considerando tu grado de acuerdo con la frase:

MD: Muy en desacuerdo- D: Desacuerdo - I: Indeciso- A: De acuerdo - MA: Muy de acuerdo

En las siguientes afirmaciones, el término TIC hace referencia a Tecnologías de la Información y la Comunicación, lo cual incluye herramientas informáticas diversas, recursos de internet, herramientas de comunicación (mail, chat, foros), software matemático, etc.

	MD	D	I	A	MA
Las TIC NO favorecen el aprendizaje					
NO considero conveniente introducir las TIC en las clases					
Considero que las TIC son muy importantes para la enseñanza en el momento actual					
La utilización de las TIC en algunas actividades es un buen modo de aprender					
Me preocupa que tenga que usar más las TIC para las materias de la Facultad					
La asignatura matemática me cae bastante mal					
Utilizar las matemáticas es una diversión para mí					
Matemática es una de las asignaturas que más miedo me da					
Me divierte el hablar con otros de matemáticas					

Cuando me enfrento a un problema de matemática me siento incapaz de pensar con claridad					
Las matemáticas son agradables y estimulantes para mí					
Trabajar con las matemáticas hace que me sienta incómodo(a) y nervioso(a)					
No me altero cuando tengo que trabajar en problemas de matemáticas					
Para mi futuro profesional la matemática es una de las asignaturas más importantes que tengo que estudiar					
Si me lo propusiera creo que llegaría a dominar las matemáticas					
Si tuviera la oportunidad me inscribiría en más cursos de matemáticas de los que son obligatorios					
Los temas que se imparten en las clases de matemáticas son muy poco interesantes					
La computadora es una herramienta que me <b>facilita</b> el aprendizaje de la matemática.					
La computadora es una herramienta que <b>enriquece</b> mi aprendizaje de la matemática.					
Usar la computadora para estudiar matemática hace que esto sea más divertido.					
No me gusta usar la computadora en clase de matemática porque no me sirve y es una cosa más que tengo que aprender (como si tuviera poco)					
Me gusta usar la computadora para ver si estoy haciendo bien los ejercicios y así no necesito preguntarle al profesor.					
Es necesario utilizar la computadora para estudiar matemática, porque así es como se trabaja en matemática en los tiempos actuales.					
Cuando no comprendo bien un tema de matemática me es útil buscar explicaciones en videos en YouTube					
Cuando no comprendo bien un tema de matemática leo un libro					
Para comprender mejor un tema de matemática consulto a los docentes					
Para comprender mejor un tema de matemática lo discuto con mis compañeros					

# Anexo 3 – Encuesta Final (Grupos Experiencia)

---

**Nombre y Apellido:**

**Carrera:**

## **INSTRUCCIONES**

Te solicitamos que contestes lo más sinceramente posible a los datos que se piden. Léé atentamente las diversas cuestiones y selecciona la opción de respuesta que te resulte más próxima o que mejor se ajuste a tu situación. Tené en cuenta que no hay respuestas correctas ni incorrectas.

Señala con una cruz el recuadro correspondiente a la respuesta elegida considerando tu grado de acuerdo con la frase:

MD: Muy en desacuerdo-D: Desacuerdo - I: Indeciso- A: De acuerdo - MA: Muy de acuerdo

En las siguientes afirmaciones, el término **TIC** hace referencia a **Tecnologías de la Información y la Comunicación**, lo cual incluye herramientas informáticas diversas, recursos de internet, herramientas de comunicación (mail, chat, foros), software matemático, etc.

	MD	D	I	A	MA
Las TIC NO favorecen el aprendizaje					
NO considero conveniente introducir las TIC en las clases					
Considero que las TIC son muy importantes para la enseñanza en el momento actual					
La utilización de las TIC en algunas actividades es un buen modo de aprender					
Me preocupa que tenga que usar más las TIC para las materias de la Facultad					
La asignatura matemática me cae bastante mal					
Utilizar las matemáticas es una diversión para mí					
Matemática es una de las asignaturas que más miedo me da					
Me divierte el hablar con otros de matemáticas					
Cuando me enfrento a un problema de matemática me siento incapaz de pensar con claridad					
Las matemáticas son agradables y estimulantes para mí					
Trabajar con las matemáticas hace que me sienta incómodo(a) y nervioso(a)					
No me altero cuando tengo que trabajar en problemas de matemáticas					
Para mi futuro profesional la matemática es una de las asignaturas más importantes que tengo que estudiar					
Si me lo propusiera creo que llegaría a dominar las matemáticas					

Si tuviera la oportunidad me inscribiría en más cursos de matemáticas de los que son obligatorios					
Los temas que se imparten en las clases de matemáticas son muy poco interesantes					
La computadora es una herramienta que me <b>facilita</b> el aprendizaje de la matemática.					
La computadora es una herramienta que <b>enriquece</b> mi aprendizaje de la matemática.					
Usar la computadora para estudiar matemática hace que esto sea más divertido.					
No me gusta usar la computadora en clase de matemática porque no me sirve y es una cosa más que tengo que aprender (como si tuviera poco)					
Me gusta usar la computadora para ver si estoy haciendo bien los ejercicios y así no necesito preguntarle al profesor.					
Es necesario utilizar la computadora para estudiar matemática, porque así es como se trabaja en matemática en los tiempos actuales.					
Cuando no comprendo bien un tema de matemática me es útil buscar explicaciones en videos en YouTube					
Cuando no comprendo bien un tema de matemática leo un libro					
Para comprender mejor un tema de matemática consulto a los docentes					
Para comprender mejor un tema de matemática lo discuto con mis compañeros					

### **Evaluación del material digital utilizado para el estudio de la unidad 6**

- 1) Te pedimos que califiques los siguientes aspectos del material digital que te ofrecemos para el estudio de la Unidad 6:

	Muy bueno	Bueno	Regular	Malo	No lo utilicé
Las animaciones como ayuda para comprender los conceptos					
Las imágenes como ayuda para comprender los conceptos					
Las imágenes y animaciones en 3D para visualizar con los lentes como ayuda para comprender los conceptos					
Los applets interactivos					
El glosario					
Las actividades que te dicen si la respuesta es correcta o no					
Actividades para realizar con GeoGebra					
Facilidad de uso y navegación					
Claridad de las consignas					
Estética general del material					
La interactividad propuesta por el material					

Las actividades en cuanto a su ayuda para reflexionar sobre los temas tratados					
El tratamiento y presentación de los contenidos.					
Motivación para el estudio del tema					

**En cuanto al estudio de la Unidad 6:**

1) Los temas vistos durante el transcurso de esta unidad, en comparación con los correspondientes a las unidades anteriores, te resultaron:

- Más fáciles       De igual orden de dificultad       Más difíciles

2) Para el estudio de estos temas, el uso de software matemático te parece que es:

- Una complicación       Innecesario       Un complemento útil       Fundamental

3) Justificá tu respuesta a esta última pregunta:

---



---



---

2) Mencioná **UN aspecto negativo** del uso de este material y explicá por qué lo considerarás como tal

---



---



---

3) Mencioná **UN aspecto positivo** del uso de este material y explicá por qué lo considerarás como tal

---



---



---

4) ¿Volviste o volverías a utilizar el software GeoGebra para aprender temas de matemática luego de finalizada la experiencia? ¿Por qué?

---



---



---

5) En forma global, la experiencia de haber utilizado el material digital ¿te resultó **positiva, negativa o indistinta**?

---



---



---



# Anexo 4 – Encuesta Final (Grupos Control)

---

**Nombre y Apellido:**

**Carrera:**

## **INSTRUCCIONES**

Te solicitamos que contestes lo más sinceramente posible a los datos que se piden. Léé atentamente las diversas cuestiones y selecciona la opción de respuesta que te resulte más próxima o que mejor se ajuste a tu situación. Tené en cuenta que no hay respuestas correctas ni incorrectas.

Señala con una cruz el recuadro correspondiente a la respuesta elegida considerando tu grado de acuerdo con la frase:

MD: Muy en desacuerdo-D: Desacuerdo - I: Indeciso- A: De acuerdo - MA: Muy de acuerdo

En las siguientes afirmaciones, el término **TIC** hace referencia a **Tecnologías de la Información y la Comunicación**, lo cual incluye herramientas informáticas diversas, recursos de internet, herramientas de comunicación (mail, chat, foros), software matemático, etc.

	MD	D	I	A	MA
Las TIC NO favorecen el aprendizaje					
NO considero conveniente introducir las TIC en las clases					
Considero que las TIC son muy importantes para la enseñanza en el momento actual					
La utilización de las TIC en algunas actividades es un buen modo de aprender					
Me preocupa que tenga que usar más las TIC para las materias de la Facultad					
La asignatura matemática me cae bastante mal					
Utilizar las matemáticas es una diversión para mí					
Matemática es una de las asignaturas que más miedo me da					
Me divierte el hablar con otros de matemáticas					
Cuando me enfrento a un problema de matemática me siento incapaz de pensar con claridad					
Las matemáticas son agradables y estimulantes para mí					
Trabajar con las matemáticas hace que me sienta incómodo(a) y nervioso(a)					
No me altero cuando tengo que trabajar en problemas de matemáticas					
Para mi futuro profesional la matemática es una de las asignaturas más importantes que tengo que estudiar					
Si me lo propusiera creo que llegaría a dominar las matemáticas					

Si tuviera la oportunidad me inscribiría en más cursos de matemáticas de los que son obligatorios					
Los temas que se imparten en las clases de matemáticas son muy poco interesantes					
La computadora es una herramienta que me <b>facilita</b> el aprendizaje de la matemática.					
La computadora es una herramienta que <b>enriquece</b> mi aprendizaje de la matemática.					
Usar la computadora para estudiar matemática hace que esto sea más divertido.					
No me gusta usar la computadora en clase de matemática porque no me sirve y es una cosa más que tengo que aprender (como si tuviera poco)					
Me gusta usar la computadora para ver si estoy haciendo bien los ejercicios y así no necesito preguntarle al profesor.					
Es necesario utilizar la computadora para estudiar matemática, porque así es como se trabaja en matemática en los tiempos actuales.					
Cuando no comprendo bien un tema de matemática me es útil buscar explicaciones en videos en YouTube					
Cuando no comprendo bien un tema de matemática leo un libro					
Para comprender mejor un tema de matemática consulto a los docentes					
Para comprender mejor un tema de matemática lo discuto con mis compañeros					

**En cuanto al estudio de la Unidad 6:**

4) Los temas vistos durante el transcurso de esta unidad, en comparación con los correspondientes a las unidades anteriores, te resultaron:

- Más fáciles       De igual orden de dificultad       Más difíciles

5) ¿Tuviste que recurrir al uso de software matemático (GeoGebra, Maple, Winplot, Wolframalpha, o similares) con mayor frecuencia que con otros temas vistos en matemática A?

- Sí       No

**En caso de haber respondido afirmativamente:**

6) ¿Quién manipuló este software en mayor medida?

- Yo mismo       Un docente / los docentes

7) Para el estudio de estos temas, el uso de este tipo de software te parece que es:

- Una complicación       Innecesario       Un complemento útil       Fundamental

8) Justificá tu respuesta a esta última pregunta:

---

---

---

# Anexo 5 – Guión de la entrevista a los docentes

---

1. En líneas generales ¿cómo les resultó la experiencia con el Material Hipermedial a ustedes como docentes y cómo lo vieron en los alumnos?
2. ¿Qué cambios observaron en la dinámica de la clase con el uso del Material Hipermedial con respecto al tratamiento de los temas anteriores?
3. ¿Podrían comparar en algún aspecto lo vivido este año y lo vivido en cursos anteriores de matemática A, con la llegada de este tema de la unidad 6?
4. Sabemos que el impacto del material no fue idéntico en todos los alumnos. Algunos se sintieron más cómodos, otros más incómodos. Nosotros intentaremos correlacionar estos grupos con las características relevadas en la encuesta inicial, pero tal vez ustedes, que los conocen a los chicos, nos puedan ayudar en esta búsqueda ¿Identifican ustedes alguna característica que parezca estar incidiendo en forma positiva o negativa en la aceptación de este tipo de material? Por ejemplo ¿les parece que impactó mejor en grupos que venían con alguna dificultad, o impactó mejor en aquellos alumnos que ya venían bien con la materia? ¿o no les parece que esta sea una variable relevante de análisis?
5. ¿Observaron si los alumnos recurrieron al software GeoGebra en ocasiones extras a las que se pedía explícitamente en el material? ¿Qué uso le daban al software en esos casos? (revisar si hicieron bien, explorar, visualizar, pensar el problema, etc.)
6. ¿Y una vez finalizado el trabajo con el material digital? ¿lo siguieron utilizando? ¿con qué fines?
7. ¿Qué agregarían o modificarían en el material o en la experiencia para que resulte más enriquecedora?

# Índice de Figuras

---

Figura 3-1. Clasificación de los trabajos analizados en función de la problemática que buscan atender. ....	42
Figura 4-1. Fotos que ilustran la estructura del aula de Matemática A y la forma de trabajo en la cátedra. ....	49
Figura 4-2. Ejemplo de actividad disparadora del debate acerca de la noción de derivada. Fuente: Búcarí <i>et al</i> , 2014. ....	53
Figura 4-3. Consigna de la actividad introductoria del tema “Ecuación vectorial de la recta”. Fuente: Búcarí <i>et al</i> , 2014. ....	54
Figura 4-4. Consigna para comenzar a trabajar sobre la ecuación del plano. Fuente: Búcarí <i>et al</i> , 2014. ....	55
Figura 4-5. Ejemplo de actividad para realizar utilizando el software Maple. Fuente: Búcarí <i>et al</i> , 2014. ....	56
Figura 4-6. Ejemplo de actividad para realizar utilizando el software Maple. Fuente: Búcarí <i>et al</i> , 2014. ....	57
Figura 4-7. Ejemplo de actividad para realizar utilizando el software Maple. Fuente: Búcarí <i>et al</i> , 2014. ....	57
Figura 4-8. Al comenzar a escribir en castellano lo que se quiere introducir en el programa GeoGebra, emerge una lista de comandos que comienzan con las letras escritas y la sintaxis que debe respetarse. ....	59
Figura 4-9. Mapa de navegación del prototipo de MDH. ....	62
Figura 4-10. Ejemplo de actividad propuesta en el material impreso original. Fuente: Bucari <i>et al</i> , 2014. ....	64
Figura 4-11. Pantalla que presenta una Actividad Interactiva dentro del MDH. ....	64
Figura 4-12. Actividad propuesta en el material hipermedial para que el alumno reflexione y proponga una ecuación para la recta en el espacio tridimensional. ....	65
Figura 4-13. Ejemplo de imagen en la vista gráfica 3D de <i>GeoGebra</i> . A la izquierda, la imagen sin efecto 3D. A la derecha, la imagen modificada para ser visualizada utilizando gafas anaglifo. ....	67
Figura 4-14. Uno de los ejemplos interactivos propuestos en el MDH. ....	69
Figura 4-15. Los diseños de Actividad y Reflexión se utilizaron para indicar distintos niveles de generalidad entre las distintas actividades. ....	69
Figura 5-1. Instrumentos de recolección de datos aplicados en los grupos <i>de la experiencia</i> y <i>de control</i> en orden cronológico (realización propia). ....	75
Figura 6-1. Esquema de los distintos momentos en los que se implementó el MDH (realización propia). ....	85
Figura 6-2. Imágenes de la experiencia piloto realizada. ....	87
Figura 6-3. Valoración global de la experiencia por parte de los alumnos. ....	87
Figura 6-4. Imágenes de la experiencia principal. Se puede observar comparando con la Figura 6-2 que la comodidad de los alumnos en esta oportunidad fue menor que en la experiencia piloto, ya que hay más alumnos por mesa y el trabajo con las computadoras (que fueron	

menos en relación a la cantidad de alumnos que en la experiencia anterior) se vio dificultado por el espacio. ....	88
Figura 6-5. Diagrama de caja que muestra la composición de cada uno de los grupos por edades de los alumnos. Se puede observar que los grupos son homogéneos, ya que casi la totalidad de los mismos tienen entre 17 y 20 años. ....	91
Figura 6-6. Orientaciones de secundaria seguidas por los alumnos de los grupos considerados para la investigación.....	93
Figura 6-7. Distribución de alumnos encuestados en relación al programa Conectar Igualdad. ....	94
Figura 6-8. Proporción de alumnos que utilizan <i>software</i> matemático (SM) entre aquellos que recibieron la <i>netbook</i> del plan CI y entre aquellos que no la recibieron. ....	94
Figura 6-9. Valoración por parte de los alumnos del uso de <i>software</i> matemático para el aprendizaje. No se observan diferencias estadísticamente significativas. ....	95
Figura 6-10. Para qué fines utilizan la computadora los alumnos encuestados. ....	96
Figura 6-11. Recursos de internet que utilizan los alumnos con la finalidad de aprender. ....	96
Figura 7-1. Itinerario del capítulo 7 .....	102
Figura 7-2. Valoración de la experiencia por parte de los alumnos.....	104
Figura 7-3. Aspectos positivos de la utilización del MDH indicados por los alumnos en las encuestas y frecuencia con la que cada uno de estos aspectos fue mencionado. ....	106
Figura 7-4. Aspectos negativos de la utilización del MDH indicados por los alumnos en las encuestas y frecuencia con la que cada uno de estos aspectos fue mencionado. ....	107
Figura 7-5. Valoración de los alumnos de cada uno de los tipos de recursos incluidos en el material. ....	108
Figura 7-6. Evaluación de aspectos generales del MDH. ....	108
Figura 7-7. Diagrama de caja de actitudes iniciales de los alumnos hacia las TIC como herramientas de aprendizaje .....	110
Figura 7-8. Variación en las actitudes hacia las TIC, para el grupo control, antes y después del desarrollo de la unidad 6.....	110
Figura 7-9. Variación en las actitudes hacia las TIC, para el grupo experiencia antes y después del desarrollo de la unidad 6.....	111
Figura 7-10. Actitudes hacia las matemáticas medidas para los grupos control y experiencia antes del desarrollo de la unidad 6. ....	112
Figura 7-11. Variación de las actitudes hacia las matemáticas para el grupo control antes y después del desarrollo de la unidad 6. ....	112
Figura 7-12. Variación de las actitudes hacia las matemáticas para el grupo experiencia antes y después del desarrollo de la unidad 6. ....	113
Figura 7-13. Actitudes hacia el uso de TIC para el aprendizaje de las matemáticas medidas para los grupos control y experiencia antes del desarrollo de la unidad 6.....	113
Figura 7-14. Variación de las actitudes hacia el uso de TIC para el aprendizaje de las matemáticas para el grupo control antes y después del desarrollo de la unidad 6. ....	114
Figura 7-15. Variación de las actitudes hacia el uso de TIC para el aprendizaje de las matemáticas para el grupo experiencia antes y después del desarrollo de la unidad 6. ....	114
Figura 7-16. Valoración de la experiencia por parte de los alumnos de la cohorte 2016. ....	115
Figura 7-17. Aspectos positivos del uso del MDH indicados por los estudiantes involucrados en la experiencia final. ....	115

Figura 7-18. Aspectos negativos del uso del MDH indicados por los estudiantes involucrados en la experiencia final. ....	116
Figura 7-19. Respuestas a la pregunta acerca de la dificultad relativa de los temas de la unidad 6 respecto de las anteriores para cada uno de los grupos. ....	116
Figura 7-20. Valoración de la experiencia según el nivel de entrada de actitud hacia las TIC..	119
Figura 7-21. Valoración de la experiencia según el nivel de entrada de actitud hacia las Matemáticas.....	120
Figura 7-22. Valoración de la experiencia según el nivel de entrada de actitud hacia el aprendizaje de las Matemáticas con TIC.....	121
Figura 7-23. Distintas valoraciones de la experiencia de acuerdo a la nota obtenida en el primer parcial.....	121
Figura 7-24. Valoración de la experiencia: diferencias entre los alumnos que utilizaron GeoGebra en sus estudios secundarios y los que no.....	122
Figura 7-25. Introducción a la noción de desplazamiento plano y actividad propuesta en el material impreso .....	126
Figura 7-26. Actividad introductoria de la noción de desplazamiento plano en el MDH .....	127
Figura 7-27. Otro ejemplo de actividad propuesta en el MDH.....	128
Figura 7-28. Se muestra la frecuencia de cada tipo de respuesta en cada una de las comisiones analizadas. Las comisiones de Química y Civil corresponden a grupos de la experiencia y las de Mecánica e industrial, a los grupos control. ....	131
Figura 8-1. Esquema metodológico que muestra qué instrumentos de recolección de datos se utilizaron en los grupos de la experiencia y en los de control respetando el orden temporal.	137

# Índice de Tablas

---

Tabla 2.3-1. Suma de vectores dentro del registro algebraico y dentro del registro gráfico (realización propia). .....	22
Tabla 4-1. Algunos elementos del contrato didáctico en matemática A. Fuente: Búcarí et al, 2007.....	49
Tabla 5-1. Elementos del diseño metodológico e indicadores a partir de los instrumentos de recolección de datos para abordar cada una de las preguntas de investigación planteadas en la introducción de la tesis (realización propia). .....	76
Tabla 5-2. Carreras de los alumnos que participaron de la experiencia áulica y de los grupos de control. Entre paréntesis, cantidad de alumnos inscriptos en la comisión correspondiente.....	76
Tabla 6-1. Todas las comisiones tienen entre uno y cuatro alumnos correspondientes a otra especialidad que se cambiaron de comisión debido a cuestiones laborales y otras obligaciones ajenas a la facultad. Entre paréntesis se muestra la cantidad de alumnos inscriptos en cada una de las comisiones. ....	90
Tabla 6-2. Proporción Hombres-Mujeres dentro de cada grupo. Se muestra en cada celda el diagrama circular que representa esta distribución, indicando a qué carrera pertenecen los alumnos del grupo. Cada fila representa un par de grupos con proporciones similares (el p-valor obtenido aplicando el Test Exacto de Fisher arroja es mayor a 0.05, lo cual implica que los grupos de ese par son comparables) .....	92
Tabla 6-3. Tabla de contingencia para establecer si existe diferencia en cuanto al uso de <i>software</i> matemático entre los alumnos que fueron beneficiarios del plan CI y aquellos que no lo fueron. ....	94
Tabla 7-1. Valoración de la experiencia por parte de los alumnos. ....	104
Tabla 7-2. Respuestas a la pregunta acerca de la dificultad relativa de los temas de la unidad 6 respecto de las anteriores para cada uno de los grupos. ....	116
Tabla 7-3. Clasificación de las valoraciones otorgadas a la experiencia según el nivel de afinidad hacia el uso de las TIC para el aprendizaje.....	118
Tabla 7-4. Clasificación de las valoraciones otorgadas a la experiencia según el nivel de afinidad hacia las Matemáticas. ....	119
Tabla 7-5. Clasificación de las valoraciones otorgadas a la experiencia según el nivel de afinidad hacia el uso de TIC para el aprendizaje de las Matemáticas.....	120
Tabla 7-6. Clasificación de las valoraciones de acuerdo con la nota obtenida en el primer parcial. ....	121



**Referencias**  
**Bibliográficas**

# Referencias bibliográficas

---

- Almaguel Guerra, A., Alvarez Mora, D., Pernía Nieves, L., Mota Pimentel, G., & Coello León, C. (2016). Software educativo para el trabajo con matrices. *Revista digital Matemática, Educación e Internet*.
- Alves, F. (2012). Discussão do uso do GeoGebra no contexto do Cálculo a Várias Variáveis. *Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo, 1(2)*, 5-19.
- Andrade Molina, M., & Montecino Muñoz, A. (2011). *La problemática de la tridimensionalidad y su representación en el plano*. Comunicación presentada en XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática, Recife, Brasil.
- Aragón Jiménez, V. (2010). La observación en el ámbito educativo. *Revista digital Innovación y Experiencias Educativas(35)*.
- Argos, J., & Ezquerro, P. (2013). Entornos hipertextuales y educación. *TESI, 14(3)*, 175-190.
- Armenteros Gallardo, M. (2006). Hipermedia y aprendizaje. *Revista Icono 14. Revista de comunicación y nuevas tecnologías, 4(1)*, 320-330.
- Ascheri, M., Pizarro, R., & Astudillo, G. (2014). Software educativo en línea para la enseñanza y el aprendizaje de temas de Cálculo Numérico. *Revista digital Matemática, Educación e Internet, 14(2)*.
- Astudillo, G. (2016). *Estrategias de diseño y ensamblaje de Objetos de Aprendizaje*. Magíster, Universidad Nacional de La Plata, La Plata.
- Aveleyra, E., Dadamia, D., & Racero, D. (2014). Una propuesta de aprendizaje universitario con TIC para recursantes. *Revista Iberoamericana de Educación en Tecnología y Tecnología en Educación, 13*, 36-42.
- Barrena Algara, E., Falcón Ganfornina, R. M., Ramírez Campos, R., & Ríos Collantes de Terán, R. (2011). Presentación y resolución dinámica de problemas mediante GeoGebra *Union. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 25*, 161-174.
- Berney, S., & Bétrancourt, M. (2016). Does animation enhance learning? A meta-analysis. *Computers & Education, 101*, 150-167.
- Bou Bauzá, G. (1997). *El guión multimedia: Anaya Multimedia*.
- Bravin, C., & Pievi, N. (2008). *Documento metodológico orientador para la investigación educativa*. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación - Organización de los Estados Iberoamericanos.
- Brescó Baiges, E., Verdú Surroca, N., & Flores i Alarcia, O. (2012). Valoración del estudiantado sobre el uso del material interactivo en materias de la Universidad de Lleida. *EDUTEC Revista electrónica de Tecnología Educativa, 42*.
- Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la didáctica de la matemática. *Recherches en didactique de mathématiques, 7(2)*, 33-115.
- Brousseau, G. (1994). Los diferentes roles del maestro. En C. Parra & I. Saíz (Eds.), *Didáctica de la matemática. Aportes y reflexiones* (1° ed.). Buenos Aires: Paidós.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas* (D. Fregona, Trad.): Editorial Libros Del Zorzal.
- Bucari, N., Abate, S. M., & Melgarejo, A. (2004). *Un cambio en la enseñanza de las matemáticas en las carreras de ingeniería de UNLP: propuesta, criterios y alcance*. Comunicación presentada en Cuarto Congreso Argentino de Enseñanza de la Ingeniería, Buenos Aires.
- Búcarí, N. Abate, S., & Melgarejo A. (2007). Estructura didáctica e innovación en educación matemática. *Revista Argentina de Enseñanza de la Ingeniería, 8(14)*, 17-28.
- Bucari, N., Langoni, L., & Vallejo, D. (2014). *Cálculo diferencial* (1ª ed.). La Plata: Editorial de la Universidad Nacional de La Plata.

- Burbules, N., & Callister, T. (2001). *Riesgos y promesas de las Nuevas Tecnologías de la Información*. Buenos Aires: Granica.
- Cabero Almenara, J. (1996). Navegando, construyendo: La utilización de los hipertextos en la enseñanza. En J. Cabero Almenara, M. Cerdeira & G. Gómez (Eds.), *Medios de comunicación, recursos y materiales para la mejora educativa II*. Sevilla: Kronos.
- Cabero Almenara, J., & Llorente, C. (2015). Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC): escenarios formativos y teorías del aprendizaje. *Revista Lasallista de Investigación*, 12(2), 186-193.
- Carrillo, A. (2012). El dinamismo de GeoGebra. *Unión - Revista Iberoamericana de Educación Matemática*(29), 9-22.
- Cassol, V. J., Viali, L., & Lahm, R. A. (2012). O Ensino de Funções com Recursos do Software Geogebra como Facilitador de Transformações Semióticas UNION. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 30, 159-170.
- Ciancio, M. I., Oliva, E. S., & Agüero, A. M. (2009). Espacio vectorial real con producto interior en un sitio web diseñado con Medhime, para trabajar en aula de computación. *Premisa*, 40, 36-46.
- Coll Serrano, V., & Blasco, O. (2009). Aprendizaje de la estadística económico-empresarial y uso de las TICs. *EDUTEC, Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, 28.
- Corbetta, P. (2007). *Metodología y técnicas de investigación social* (M. Fraile Maldonado, Trans. 2ª ed.): Mc Graw-Hill.
- Cortés Zavala, J. C., Guerrero Magaña, L., Morales Ontiveros, C., & Pedroza Ceras, L. (2014). Aplicaciones Tecnológicas para el Aprendizaje de las Matemáticas. *Union. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 39, 141-161.
- Costa, V. A., Di Domenicantonio, R. M., & Vacchino, M. C. (2010). Material educativo digital como recurso didáctico para el aprendizaje del Cálculo Integral y Vectorial. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 21, 173-185.
- Charnay, R. (1994). Aprender (por medio de) la resolución de problemas. En C. Parra & I. Saíz (Eds.), *Didáctica de la matemática. Aportes y reflexiones* (1º ed.). Buenos Aires: Paidós.
- Chavez, D. A. (2011). Introducción de objetos de aprendizaje en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática discreta en la UCI. *Union. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 26, 127-136.
- Cheuquepán, D., & Barbé Farré, J. (2012). Propuesta didáctica para las traslaciones en el plano cartesiano con el uso de planilla de cálculo *Union. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 29, 131-154.
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12(1).
- Chevallard, Y., Bosch, M., & Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas: el eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*: I.C.E., Universitat de Barcelona.
- D'Amore, B. (1999). La didáctica de la matemática como epistemología del aprendizaje matemático (V. C. Osorio, Trans.) *Elementi di didattica della matematica*. Bologna: Pitagora.
- Del Río, L., Bucari, N., & Sanz, C. V. (2016). *Uso de recursos hipermediales para la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática*. Comunicación presentada en 2do. Congreso Internacional de Enseñanza de las Ciencias y la Matemática, Tandil.
- Del Río, L., González, A., & Búcarí, N. (2014). *La integración de las TIC en las clases de matemática en el nivel universitario: ¿cómo afrontar este desafío?* Comunicación presentada en Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación, Buenos Aires.
- Di Domenicantonio, R. M., Costa, V. A., & Vacchino, M. C. (2011). La visualización como mediadora en el proceso de enseñanza y aprendizaje del Cálculo Integral. *Union. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 27, 75-87.

- Di Giulio, A., Leto, N., Medrano, M., & Pavicich, M. C. (2015). Vectores con aplicaciones a la física e inclusión de TIC como estrategias de enseñanza para el aprendizaje significativo. *Premisa*, 17(65), 13-26.
- Díaz Lozano, M. E., Haye, E. E., & Macías, M. F. (2012). Estrategias Didácticas en la elaboración de un módulo destinado a la enseñanza a distancia de Trigonometría. *Revista de Educación Matemática*, 27.
- Díaz Perera, J. J., Herrera Sanchez, S. d. C., Recio Urdaneta, C. E., & Saucedo Fernández, M. (2013). Herramienta interactiva en la comprensión del límite de una función. En R. Flores (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (Vol. 26, pp. 1887-1895). México: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.
- dos Santos Monteiro, M. d. F., & Karrer, M. (2012). Retas e planos no R3: um experimento de ensino utilizando recurso computacional/Lines and Planes in R3: A Teaching Experiment Using Computational Resource. *Acta Scientiae*, 14(1), 08-26.
- Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2).
- Duval, R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En F. Hitt (Ed.), *Investigaciones en Matemática Educativa II* (pp. 173-201). México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación semiótica. *La gaceta de la RSME*, 9(1), 143-168.
- Figueroa Vicario, A. C., Gallardo, C. E., & Leguizamón, M. B. (2012). *La enseñanza de la Investigación Operativa: enfoque basado en el uso de TIC's*. Comunicación presentada en I Congreso Argentino de Ingeniería, Mar del Plata, Buenos Aires.
- Gálvez, G. (1994). La didáctica de las matemáticas. En C. Parra & I. Saíz (Eds.), *Didáctica de la matemática. Aportes y reflexiones* (1° ed.). Buenos Aires: Paidós.
- Gascón, J. (1998). Evolución de la Didáctica de las Matemáticas como disciplina científica. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18(1).
- Geromini, N. S., Crespo Crespo, C. & Zangara, A. (2014). *Descripción y análisis de las interacciones entre los actores de los foros de un entorno virtual de enseñanza y aprendizaje*. Magíster en Tecnología Informática Aplicada a la Educación, Universidad Nacional de La Plata, La Plata.
- Godino, J. D., Font, V., Contreras, Á., & Wilhelmi, M. R. (2006). Una visión de la didáctica francesa desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática. *Relime*, 9(1), 117-150.
- Gómez-Collado, M. d. C., & Trujillo, M. (2011). *Mathematics with ICTs*. Comunicación presentada en Promotion and Innovation with New Technologies in Engineering Education (FINTDI), Teruel.
- González, A., De Giusti, A., & Malbrán, M.d.C. (2008). *TICs en el proceso de articulación entre la Escuela Media y la Universidad. Personajes virtuales como herramientas de un entorno de aprendizaje multimedia*. Maestría en Tecnología Informática Aplicada a la Educación, Universidad Nacional de La Plata, La Plata.
- Gonzalez, J., Medina, P., Vilanova, S., & Astiz, M. (2011). Un aporte para trabajar sucesiones numéricas con Geogebra *Revista de Educación Matemática*.
- González, R. H. (2013). *El uso de las applets de GeoGebra en Educación Primaria*. Maestro de primaria, Universidad de Cantabria, Cantabria.
- Götte, M., & Mántica, A. M. (2013). Estudio de particularidades del aprendizaje de la geometría tridimensional. *Revista de Educación Matemática*, 28.
- Guardarucci, M. T., & Bucari, N. (2007). *Diseño de un curso inicial de matemática basado en un eje conceptual*. Comunicación presentada en Reunión de Enseñanza de la Matemática en la Reunión Anual de la Unión Matemática Argentina, Córdoba.

- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, M. d. P. (2010). *Metodología de la investigación* (5ª ed.). México DF: Mc Graw-Hill.
- Hitt, F. (1997). Sistemas semióticos de representación *Avance y Perspectiva*, 16, 191-196.
- Hohenwarter, M. (2014). Multiple representations and GeoGebra-based learning environments. *Union. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 39, 11-18.
- Hurtado Mondoñedo, L. (2011). Validación de una escala de actitudes hacia las matemáticas. *Investigación Educativa*, 15(28), 99-108.
- Insunza, S., Alonso Gastélum, D., & Alvarez, A. (2009). Desarrollo de software para el aprendizaje y razonamiento probabilístico: El casode SIMULAPROB *Union. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 18, 135-149.
- Jarero Kumul, M. (2006). *Elementos para el diseño de una secuencia didáctica para el estudio de la ecuación vectorial de la recta*. Maestría en Ciencias en Matemática Educativa, México D.F.
- Kitchenham, B. (2004). *Procedures for Performing Systematic Reviews*. Keele: Keele University.
- Lamarca Lapuente, M. J. (2006). *Hipertexto: el nuevo concepto de documento en la cultura de la imagen*. Doctorado, Universidad Complutense de Madrid, Madrid. Recuperado de [www.hipertexto.info](http://www.hipertexto.info)
- López Betancourt, A. (2009). Objetos de Aprendizaje para relacionar cálculo y estadística. *Union. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 67-78.
- López Camino, R. (2010). Desarrollo de un blog en la docencia de la asignatura Topología. *UNION. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 21, 103-112.
- Martín-Gutiérrez, J., Saorín, J. L., Contero, M., Alcañiz, M., Pérez-López, D., & Ortega, M. (2010). Design and validation of an augmented book for spatial abilities development in engineering students. *Computers & Graphics*, 34, 77-91.
- Martorelli, S., Martorelli, S., & Sanz, C. V. (2014). *Evaluación del material educativo Histologi@. Diseño del Plan de Evaluación y primeros resultados de su implementación*. . Comunicación presentada en IX Congreso de Tecnología en Educación & Educación en Tecnología.
- Massa, S. M., Pirro, A. L., Fernández, M. E., & Daher, N. (2011). *Métricas de calidad de Objetos de Aprendizaje: una mirada pedagógica entrelazada con la tecnología*. Comunicación presentada en VI Congreso de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología.
- Mayer, R. (2003). The promise of multimedia learning: using the same instructional design methods across different media. *Learning and instruction*, 13, 125-139.
- Mayer, R., & Moreno, R. (2002). Animation as an Aid to Multimedia Learning. *Educational Psychology Review*, 14(1), 87-99.
- Mehdinezhad, V., & Bamari, Z. (2015). La relación entre la ansiedad ante los exámenes, las creencias epistemológicas y la resolución de problemas entre los estudiantes. *NEW APPROACHES IN EDUCATIONAL RESEARCH*, 4(1), 3-9.
- Milovanoviü, M., Obradoviü, J., & Milajiü, A. (2013). Application of interactive multimedia tools in teaching Mathematics – Examples of lessons from Geometry. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 12(1), 19-31.
- Molinero Casares, L. M. (Ed.). (2001). *Comparación de un resultado de tipo ordinal entre dos muestras independientes*: Sociedad Española de Hipertensión - Liga Española para la lucha contra la hipertensión arterial.
- Moralejo, L., Sanz, C. V., & Pesado, P. (2014). *Análisis comparativo de Herramientas de Autor para la creación de actividades de Realidad Aumentada*. . Comunicación presentada en IX Congreso de Tecnología en Educación & Educación en Tecnología, Chilecito, La Rioja.
- Morales, M., Herrera, S., Fennema, C., & Goñi, J. (2014). *Estrategias de m-learning para la enseñanza de la Matemática en Carreras de Ingeniería*. Comunicación presentada en II Congreso Argentino de Ingeniería, Mar del Plata.

- Moreno Armella, L., & Lupiáñez, J. L. (2001). Tecnología y representaciones semióticas en el aprendizaje de las matemáticas. En P. Gómez & L. Rico (Eds.), *Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro* (1ª ed., pp. 291-300). Granada: Universidad de Granada.
- Moya, M. d. I. M., & González, A. (2006). Propuesta de desarrollo de material hipermedia para la enseñanza de la Matemática. *Tecnología en Educación y Educación en Tecnología*, 1(1), 47-54.
- Nóbile, C. I., & Sanz, C. (2014). *Procesos de integración de tecnologías de la información y la comunicación en instituciones de educación superior. El caso de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de la Plata*. Magíster en Tecnología Informática Aplicada a la Educación, Universidad Nacional de La Plata, La Plata.
- Norman, D. A. (1998). *La psicología de los objetos cotidianos* (F. S. Fontenla, Trans.): Nerea.
- Novembre, A., Nicodemo, M., & Coll, P. (2015). Matemática y TIC: Orientaciones para la enseñanza.
- Oliveiro Groenwald, C. L. (2013). Plataforma de Ensino Siena: refletindo sobre a utilização das TIC no processo de ensino e aprendizagem. *UNION. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 35, 9-19.
- Panizza, M. (2004). Conceptos básicos de la Teoría de Situaciones Didácticas. En M. Panizza (Ed.), *Enseñar matemática en el nivel inicial y el primer ciclo de la E.G.B.: análisis y propuestas*. Buenos Aires: Paidós.
- Panizza, M. (2005). *Razonar y conocer: aportes a la comprensión de la racionalidad matemática de los alumnos*: Libros del Zorzal.
- Pantoja Rangel, R., López Betancourt, A., Ortega Árcaga, M. I., & Hernández García, J. C. (2014). Diseño instruccional para el aprendizaje del concepto de límite: Un estudio de caso en el ITCG, la UJED, la UASLP y la UAN *Union*. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 37, 91-110.
- Pastorelli, S., Casco, E., Bertiozzi, V., & Ramirez, S. (2014). *Una Experiencia en el Aula de Matemática Aplicando Tecnologías Emergentes*. Comunicación presentada en II Congreso Argentino de Ingeniería, San Miguel de Tucumán.
- Patrício, R. S., & Abreu da Silveira, M.R. (2011). *As dificuldades relacionadas à aprendizagem do conceito de vetor à luz da teoria dos registros de representação semiótica*. Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas, Universidade Federal do Pará, Belém.
- Perez, S., Giuliano, M., Sacerdoti, A., & Gil, M. (2013). Implementación y evaluación de múltiples estrategias de enseñanza en cursos de probabilidad y estadística para Ingeniería *Tecnología en Educación y Educación en Tecnología*, 10, 71-78.
- Perez Tornerno, J. M., & Pi, M. (2013). La integración de las TIC y los libros digitales en educación
- Pirro, A. L., Fernández, M. E., Daher, N., Quercia, M. C., Barbano, R., & Moro, L. (2012). *La simulación y visualización de curvas paramétricas. Una mirada pedagógica en el diseño de material multimedial*. Comunicación presentada en Congreso Argentino de Enseñanza de la Ingeniería.
- Pizarro, R., & Ascheri, M. (2009). Diseño e implementación de un software educativo en Cálculo Numérico. *TE&ET | Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología*, 3.
- Pochulu, M., & Font, V. (2011). Análisis del funcionamiento de una clase de matemáticas no significativa. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 14, 361-394.
- Pompeya López, V. E., & Sanz, C. (2008). *"Blended Learning". La importancia de la utilización de diferentes medios en el proceso educativo* Magíster en Tecnología Informática aplicada a la Educación, Universidad Nacional de La Plata, La Plata.
- Pulido, W., & Zambrano, J. (2010). Uso de Recursos Educativos Abiertos para comprender las características de las gráficas de funciones de dos variables. En M. S. Ramírez Montoya

- & J. V. Burgos Aguilar (Eds.), *Recursos Educativos Abiertos en ambientes enriquecidos con tecnología. Innovación en la práctica educativa*. (pp. 164-182). México: Tecnológico de Monterrey.
- Ramírez Osorio, R. (2014). *Un ambiente virtual de aprendizaje para la enseñanza del Cálculo en Educación Superior*. Comunicación presentada en Conferencia Latinoamericana de Objetos y Tecnologías de Aprendizaje, Manizales, Colombia.
- Royo, J. (2004). *Diseño digital*: Paidós.
- Sadovsky, P. (2005). La Teoría de Situaciones Didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática. En P. Sadovsky (Ed.), *Reflexiones teóricas para la educación matemática*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Sagol, C. (2011). El modelo 1 a 1 : notas para comenzar Estrategias para el aula 1 a 1, Ministerio de Educación de la Nación (Ed.) (pp. 50).
- Salinas Ibáñez, J. (2005). Hipertexto e Hipermedia en la enseñanza universitaria. *Pixel Bit*, 19.
- Salinas Ibáñez, J., De Benito, B., & Lizana, A. (2014). Competencias docentes para los nuevos escenarios de aprendizaje. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 79(28.1).
- Sandoval Caceres, I. T., & Moreno Armella, L. E. (2012). Tecnología digital y cognición matemática: Retos para la educación. *Horizontes Pedagógicos*, 14(1), 21-29.
- Sanz, C. V., & Zangara, A. (2013). Encuesta generada por la Dirección de Educación a Distancia de la Facultad de Informática de la UNLP.
- Schivo, M. E., Sgreccia, N., & Caligaris, M. (2009). *Recursos didácticos en análisis matemático I: Su vinculación con la visualización dinámica y el interés en el aprendizaje de los futuros ingenieros. El caso de la FRSN-UTN*. Comunicación presentada en I Congreso Internacional de Enseñanza de las Ciencias y la Matemática, Tandil.
- Schwartzman, G., & Odetti, V. (2013). Remix como estrategia para el diseño de Materiales Didácticos Hipermediales. Recuperado de PENT FLACSO website: <http://www.pent.org.ar/institucional/publicaciones/remix-como-estrategia-paradiseno-materiales-didacticos-hipermediales>
- Siegel, S. (1970). *Estadística no paramétrica aplicada a las ciencias de la conducta*. México: Editorial Trillas.
- Solomon, G., Perkins, D. N., & Globerson, T. (1992). Coparticipando en el conocimiento: la ampliación de la inteligencia humana con las tecnologías inteligentes. *Comunicación, lenguaje y educación*, 4(13), 6-22.
- Sorando Muzás, J. M. (2012). Blog de aula: la clase sigue en casa. *Union. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 31, 139-151.
- Totter, E., & Raichman, S. (2009). Creación de espacios virtuales de aprendizaje en el área Ciencias Básicas en carreras de Ingeniería. *TE&ET | Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología*, 4, 40-46.
- Valdez, L. E., Juárez, G. A., Navarro, S. I., & Barros, L. E. (2014). Implementación de software para la Enseñanza de Ecuaciones en Diferencias con valores iniciales. *Revista de educación matemática*, 29(1), 19-34.
- Valdez Tamayo, P. R. (2007). *Libros electrónicos multimedia para el estudio independiente en la semipresencialidad*. Las Tunas: Editorial Universitaria.
- Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(3-3), 133-170.
- Wackerly, D., Mendenhall, W., & Scheaffer, R. (2002). *Estadística matemática con aplicaciones* (6ta ed.). México: Thomson.
- Yingprayoon, J. (2015). *Teaching Mathematics using Augmented Reality*. Comunicación presentada en Proceedings of the 20th Asian Technology Conference in Mathematics, Leshan, China.

- Zangara, A., & Sanz, C. V. (2012). *Aproximaciones al concepto de interactividad educativa*. Comunicación presentada en I Jornadas de Difusión y Capacitación de Aplicaciones y Usabilidad de la Televisión Digital Interactiva.
- Zumbado Fernández, H. (2004). *Modelo didáctico de un libro de texto en formato electrónico para la asignatura Análisis Químico de los Alimentos I en la carrera de Ciencias Alimentarias*. Doctorado, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Ciudad Universitaria José Antonio Echeverría.