

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

DEPARTAMENTO DE FISICA

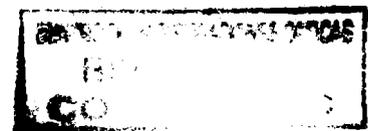
APLICACIONES DEL EFECTO FOTORREFRACTIVO DEL CRISTAL BSO  
AL PROCESAMIENTO OPTICO DE IMAGENES  
A TIEMPO REAL

SUSANA I. GROSZ

Tesis presentada para optar por el título  
de Doctora en Ciencias Físicas

DIRECTOR: Dr. Néstor Bolognini

1993



*Todo concluye al fin  
nada puede escapar ...*

## AGRADECIMIENTOS

Esta tesis es la culminación de varios años de trabajo. Durante ellos tuve la suerte de formar parte de un grupo donde la mística de trabajo, la cordialidad y el entusiasmo fueron un aliciente constante. Vaya pues mi agradecimiento al Dr. Mario Garavaglia, Director del Centro de Investigaciones Ópticas (CIOp) por haber sido artífice de ese clima de trabajo, a todos los integrantes del CIOp por que me hicieron sentir desde el primer día una más. Nunca olvidaré los almuerzos donde el Sr. J. M. Willemoës nos cultivaba con su sabiduría en los temas más diversos. Agradezco en especial a la Dra. Lía Zerbino por las ricas discusiones que tuvimos y por sus enseñanzas en el trabajo de laboratorio.

Va también mi agradecimiento al Dr. Ricardo Depine, mi Consejero de Estudios, por su aliento y su paciencia, al grupo de Óptica que él dirige por el apoyo que me ha brindado en la etapa final. En especial a las Dras. Angela Fantino y Vera Brudny que no me dejaron bajar los brazos en ningún momento.

Quiero mencionar mi reconocimiento a Marta Pedernera por la esmerada confección de los dibujos, a Henry Gardella por el trabajo fotográfico y a la Lic. María del Carmen Lasprilla Alvarez por su ayuda en la última experiencia de laboratorio.

A mi amiga Silvia Ledesma que, a pesar de tenerla lejos, no dejó de alentarme constantemente. En ella siempre tuve un apoyo en los momentos de desaliento que no faltaron en estos años.

Vaya mi gratitud al Dr. Néstor Bolognini por su buena predisposición al trabajo, por su estímulo permanente, por su confianza en mí, por la generosidad con la que prodigó sus ideas y por su oreja siempre atenta a mis dudas y requerimientos.

Finalmente, agradezco a mi familia por su comprensión y apoyo.

Durante la realización de esta tesis fui becada por la Comisión de Investigaciones Científicas de la Provincia de Buenos Aires (CIC) y luego obtuve un cargo con dedicación exclusiva en el Departamento de Física de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad de Buenos Aires.

## INDICE

INTRODUCCION	1
CAPITULO 1	
PROPIEDADES FISICAS DEL CRISTAL BSO	
1.1.- INTRODUCCION	5
1.2.- ASPECTO GENERAL	5
1.3.- PROPIEDADES OPTICAS	6
1.4.- NIVELES DE ENERGIA	11
CAPITULO 2	
EFECTO FOTORREFRACTIVO. ANALISIS DEL EFECTO ELECTROOPTICO Y GENERACION DEL CAMPO DE CARGAS ESPACIALES	
2.1.- INTRODUCCION	13
2.2.- ELIPSOIDE DE INDICES	17
2.2.1.- DEFINICION Y PROPIEDADES	17
2.2.2.- DEFORMACIONES DEL ELIPSOIDE DE INDICES	22
2.3.- EFECTO ELECTROOPTICO	23
2.4.- ESTUDIO DE DISTINTAS CONFIGURACIONES	24
2.4.1.- CASO GENERAL	24
2.4.2.- CASOS PARTICULARES	34
2.5.- BIRREFRINGENCIA LINEAL Y CIRCULAR. ESFERA DE POINCARÉ	38
2.6.- GENERACION DEL CAMPO DE CARGAS ESPACIALES	43

## CAPITULO 3

### ASPECTOS TEORICOS DEL REGISTRO Y LECTURA EN CRISTALES BSO

3.1.- INTRODUCCION	51
3.2.- SUBSISTEMA OPTICO POLARIZADOR-CRISTAL-POLARIZADOR	51
3.3.- FILTRO DE INTENSIDAD EN FUNCION DEL CAMPO ELECTRICO TOTAL EN EL CRISTAL	53
3.4.- ESTUDIO DE LA DISTRIBUCION DE INTENSIDAD DE SALIDA PARA DISTRIBUCIONES DE ESCRITURA UNIDIMENSIONALES	65
3.4.1.- RENDIJA FIJA	65
3.4.1.1.- CAMPO ELECTRICO TOTAL EN CADA PUNTO DEL CRISTAL	65
3.4.1.2.- ESTUDIO DE VARIACIONES DEL CONTRASTE DE LECTURA CON LAS VARIACIONES DEL CONTRASTE EN EL OBJETO DE ESCRITURA	69
3.4.2.- SUCESION DE IMAGENES QUE SIMULAN UNA RENDIJA EN MOVIMIENTO	72

## CAPITULO 4

### APLICACIONES AL PROCESAMIENTO OPTICO DE IMAGENES

4.1.- INTRODUCCION	81
4.2.- APLICACIONES DEL EFECTO FOTORREFRACTIVO AL PROCESAMIENTO OPTICO DE IMAGENES	86
4.2.1.- PSEUDOCOLOREADO DE NIVELES DE GRIS A TIEMPO REAL	86
4.2.2.- FILTRADO DE FRECUENCIAS ESPACIALES A TIEMPO REAL	97
4.2.3.- DISCRIMINACION DE LA PARTE DINAMICA DE UNA IMAGEN	105

CONCLUSIONES

113

REFERENCIAS

120

# INTRODUCCION

## INTRODUCCION

Se conoce como efecto fotorrefractivo el cambio en el valor del índice de refracción que experimentan algunos materiales al ser iluminados con una distribución de luz no uniforme.

El efecto fotorrefractivo fue originalmente descubierto como un daño óptico no deseado en cristales no lineales y electroópticos. Los cambios fotoinducidos en el índice de refracción limitaban el uso de cristales con grandes coeficientes no lineales y electroópticos como el  $\text{Li Nb O}_3$ . Las variaciones fotoinducidas en el índice de refracción daban lugar a dispersión del haz láser en moduladores o dobladores de frecuencia. Luego, los materiales que presentaban este efecto de daño óptico, hoy llamado efecto fotorrefractivo, fueron utilizados como materiales de registro holográfico.

Desde hace varios años que se vienen investigando los materiales fotorrefractivos. La diferencia más importante entre un medio fotorrefractivo y un material no lineal puro, es que en estos últimos el campo eléctrico causante de los fenómenos no lineales es el propio campo de la radiación electromagnética, mientras que en el medio fotorrefractivo es el campo de cargas espaciales. La intensidad luminosa correspondiente a valores del campo eléctrico de la luz de  $10^5 \text{V/cm}$ , para los cuales se manifiestan los fenómenos de segundo orden, es del orden de  $\text{KW/cm}^2$ , sensiblemente superior a la necesitada para producir el efecto fotorrefractivo,  $\text{mW/cm}^2$ . Es por ello que la posibilidad de obtener fuertes no linealidades ópticas con niveles de potencia del orden de miliwatts, hace a los materiales fotorrefractivos particularmente atractivos en aplicaciones como son el procesamiento óptico de imágenes, la holografía dinámica, la conjugación de fase y las memorias asociativas para redes neuronales [1]. Por la naturaleza del efecto fotorrefractivo para bajas intensidades los tiempos de respuesta típicos se ubican

en el rango de milisegundos a algunos segundos. En ese sentido podrían considerarse lentos respecto a experiencias de óptica no lineal en medios convencionales con tiempos de respuesta del orden de  $10^{-12}$  seg. Sin embargo, para aplicaciones en el ámbito del procesamiento óptico de imágenes, los tiempos de respuestas de los materiales fotorrefractivos son suficientemente cortos como para poderlos utilizar en procesadores que trabajan a tiempo real.

Para que el efecto fotorrefractivo se presente, el material debe poseer las siguientes propiedades: debe ser un material electroóptico, fotoconductor y debe poseer centros aceptores y donores de cargas. El efecto fotorrefractivo se ha observado en una variedad de materiales electroópticos: en ferroeléctricos tales como  $\text{LiNbO}_3$ ,  $\text{LiTaO}_3$ ,  $\text{BaTiO}_3$ ,  $\text{KNbO}_3$ ,  $\text{K}(\text{TaNb})\text{O}_3$ ,  $\text{Ba}_2\text{NaNb}_5\text{O}_{15}$ ,  $\text{Ba}_{1-x}\text{Sr}_x\text{Nb}_2\text{O}_6$ ; en cerámicos ferroeléctricos  $(\text{Pb},\text{La})(\text{Zr},\text{Ti})\text{O}_3$  (PLZT); en silenitas paraeléctricos tales como,  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  (BSO),  $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$  (BGO),  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  (BTO); y en semiconductores como son GaAs, InP y CdTe. Dependiendo del ancho de banda del material y de la energía de los niveles aceptores y donores el efecto fotorrefractivo puede ser inducido por radiación ultravioleta, visible o infrarroja.

La energía requerida para obtener un efecto fotorrefractivo apreciable en el  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  y el  $\text{KNbO}_3$  es de orden similar a la requerida por la emulsión fotográfica de haluros de plata. Por lo general se graba la información con luz visible proveniente de láseres como el Ar, Kr, He-Cd, He-Ne. El tiempo en que se puede conservar la información en estos materiales varía desde milisegundos para el  $\text{KNbO}_3$ , horas para el KTN a meses o años para el  $\text{LiNbO}_3$  si se le aplica un proceso de fijado. La información registrada puede ser borrada con iluminación uniforme (borrado óptico), o bien elevando la temperatura del material (borrado térmico).

Usando láseres pulsados de alta energía, es posible obte-

ner tiempos cortos, del orden de nanosegundos, para realizar la escritura y borrado. Se han realizado experiencias utilizando láseres Nd:YAG dobladores de frecuencia a 530 nm que muestran que, en nanosegundos, es posible escribir, leer y borrar la información grabada en un material fotorrefractivo.

Desde el descubrimiento del efecto fotorrefractivo, se han realizado grandes esfuerzos para identificar los detalles del proceso, para poder optimizar materiales utilizados como memorias ópticas o en aplicaciones en óptica no lineal. En el presente, se tiene una buena (aunque todavía incompleta) comprensión del efecto fotorrefractivo que permite diseñar la preparación de materiales con una sensibilidad fotorrefractiva alta y con sensibilidades de registro holográficas comparables con emulsiones de haluros de plata de alta resolución.

La utilización de materiales fotorrefractivos como medio de registro en memorias holográficas, fue propuesto por Chen et al. [2]. Las aplicaciones de lectura-escritura son factibles debido a que es posible borrar la información escrita, o sólo leerla, ya que es posible fijarla. Este hecho hace que se considere a los materiales fotorrefractivos como el medio de registro más versátil: las emulsiones fotográficas son sólo útiles en aplicaciones de lectura (memorias fijas); los materiales magneto-ópticos requieren densidades ópticas altas en tiempos cortos; y los materiales termoplásticos, como requieren procesamiento, no pueden ser utilizados en procesos a tiempo real.

Dada la relativa alta sensibilidad de la familia de los silenitas, su bajo costo y su respuesta espectral (dentro del rango visible existe una zona activa de registro ( $\lambda = 450$  nm) y una zona de lectura no destructiva ( $\lambda = 600$  nm) ) se ha elegido para este trabajo un representante de esta familia, el óxido de bismuto y silicio (BSO),  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ , en todo su desarrollo.

Presentamos en este trabajo algunas aplicaciones al

procesamiento óptico de imágenes usando un cristal fotorrefractivo BSO.

Para ello en el capítulo 1 estudiamos las propiedades físicas del cristal BSO, describiendo aspectos generales del mismo, sus propiedades ópticas y la estructura de niveles de energía.

En el capítulo 2 se estudia el efecto fotorrefractivo haciendo un análisis del efecto electroóptico tanto en el caso general como en el caso particular del cristal BSO en aquellas configuraciones más utilizadas. También se hace un análisis de la generación del campo de cargas espaciales fotoinducidas. Todo ello nos permitió arribar a una ecuación integrodiferencial que relaciona la distribución de intensidad incidente sobre el cristal con el campo de cargas espaciales fotoinducidas.

Esta relación junto con las nociones de birrefringencia nos permitió entender al sistema formado por el cristal entre polarizadores lineales como un filtro de intensidad. Este filtro tiene la ventaja de poder ser modificado desde el exterior.

En el capítulo 3 desarrollamos por medio del modelo propuesto en el capítulo anterior el estudio de la distribución de transmitancia del filtro de intensidad controlado por una distribución de intensidad luminosa unidimensional. En particular lo adaptamos para una distribución de intensidad que simula una rendija en movimiento.

Finalmente, en el capítulo 4 presentamos aplicaciones clásicas en forma novedosa tales como el pseudocoloreado de niveles de gris y el filtrado de frecuencias espaciales a tiempo real. Por otra parte mostramos una aplicación de desarrollo más reciente como es el filtrado renovador.

# CAPITULO 1

## PROPIEDADES FISICAS DEL CRISTAL BSO

### 1.1.- INTRODUCCION

Es posible encontrar el monocristal de BSO en la naturaleza, pero actualmente se lo sintetiza para su utilización por crecimiento cristalino [3]. El cristal BSO pertenece a la familia de los silenitas. Los cristales de la familia de los silenitas -  $\text{Bi}_{12} \text{X O}_{20}$  donde X es, o bien, Si en el caso del BSO, Ge en el caso del BGO o bien Ti en el BTO - se crecen en el laboratorio a partir de una mezcla estequiométrica de óxidos de  $\text{Bi}_2 \text{O}_3$  y  $\text{X O}_2$  en proporción 6/1 [4]. A partir de un germen orientado convenientemente se hacen crecer cristales en forma de cilindro de algunos centímetros de diámetro y varias decenas de centímetros de largo. De este cilindro se cortan láminas de caras paralelas desde algunos micrones de espesor hasta centímetros.

Los primeros en determinar la estructura cristalina de los silenitas fueron Abrahams y colaboradores [5], resultando de sus investigaciones que esta familia cristaliza en el sistema cúbico con simetría 23 y consta de una doble estructura de  $\text{Bi}_{12} \text{X O}_{20}$  por celda unidad.

### 1.2.- ASPECTO GENERAL

El cristal de BSO es amarillo ambar oscuro, color que vira a amarillo claro para pequeños espesores. Este color corresponde a una absorción fuerte para las radiaciones verde y azul. Su densidad es elevada, del orden de  $9 \text{ kg/cm}^3$ , y su punto de fusión supera los  $900^\circ\text{C}$  [6]. El valor de la constante dieléctrica es  $\epsilon = 56$  [7]. Su dureza es suficiente para permitir un pulido de calidad óptica, con precisión del orden de  $\lambda/20$ . Es un material muy frágil, se puede quebrar al caer de una altura de pocos decímetros.

### 1.3.- PROPIEDADES OPTICAS

El BSO es normalmente isótropo. Su índice de refracción ( $n$ ) es elevado y varia de 2,86 para el azul ( $\lambda = 400\text{nm}$ ) a 2,51 para el rojo ( $\lambda = 700\text{nm}$ ) (Figura I.1). El decrecimiento de  $n(\lambda)$  es regular en el rango visible, lo que indica que no existe bandas de absorción [8].

El valor elevado del índice de refracción lleva al hecho de una fuerte reflectividad. Bajo incidencia normal, el coeficiente de reflexión calculado con la relación de Fresnel

$$R = \frac{(n - 1)^2}{(n + 1)^2} \quad (\text{I.1})$$

es de un 10% a un 20%.

Otro aspecto a tener en cuenta, es la fuerte absorción ( $\alpha(\lambda)$ ) en el rango visible para las longitudes de onda entre 400 nm y 500 nm, zona activa de registro, (Figura I.2). Esto explica el color amarillo de las láminas [8].

Si bien el BSO es normalmente isótropo presenta una actividad óptica ( $\rho_0$ ) importante, del orden de decenas de grados por mm ( $\rho_0 = 45^\circ \text{mm}^{-1}$  para  $\lambda = 514.5\text{nm}$ ). Se han observado cristales levógiros así como dextrógiros. Aunque algunos autores han reportado un máximo de actividad óptica alrededor de 500 nm y una variación apreciable del poder rotatorio bajo la influencia de un campo eléctrico [9], otros autores no la han podido observar [10, 11]. Para estos últimos, la actividad óptica no depende del campo eléctrico aplicado siendo monótona decreciente (en el rango visible) con la longitud de onda. En la Figura I.3 puede observarse la variación del poder rotatorio en función de la longitud de onda.

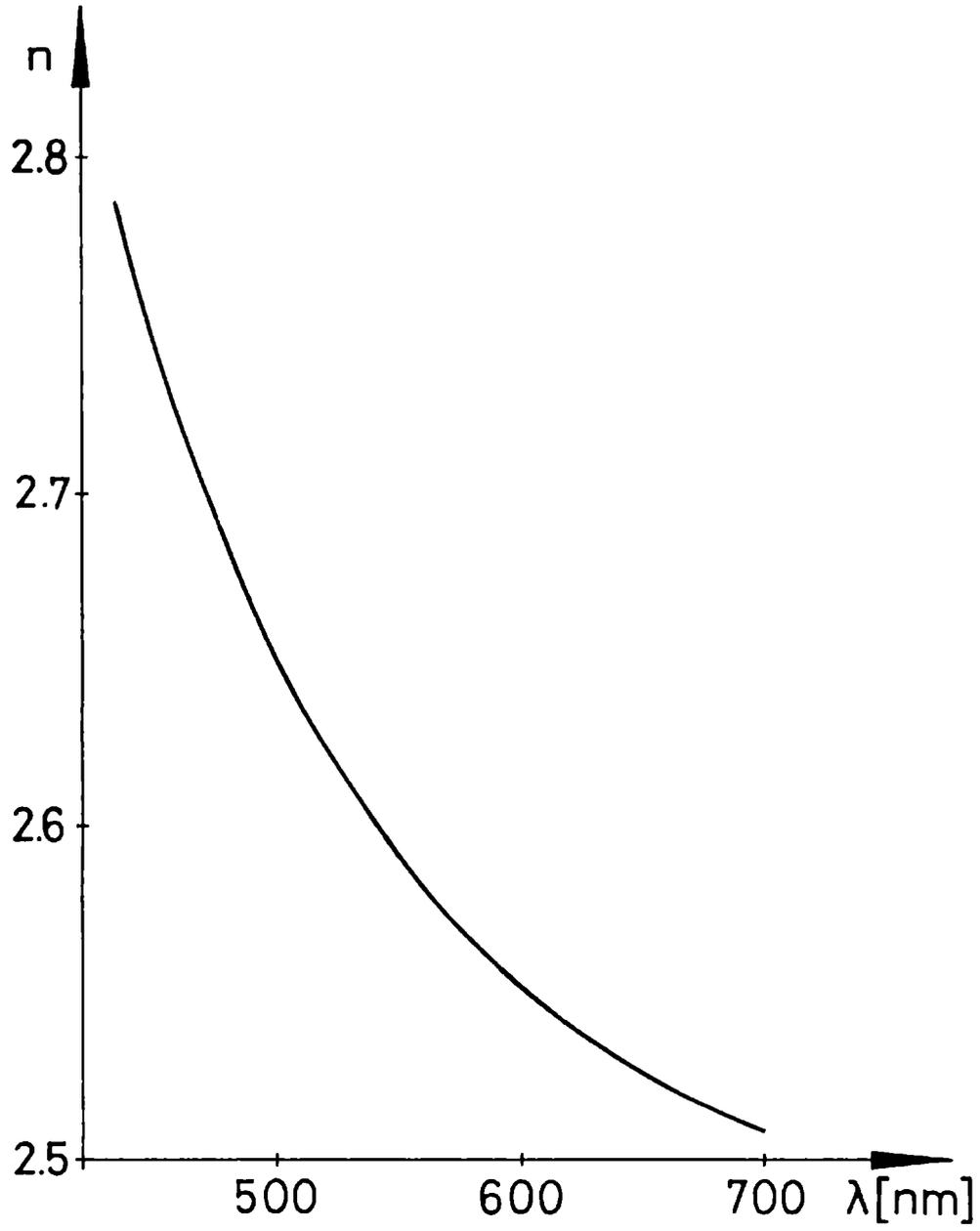


Figura I.1: Índice de refracción  $n(\lambda)$ , del cristal BSO, en función de la longitud de onda.

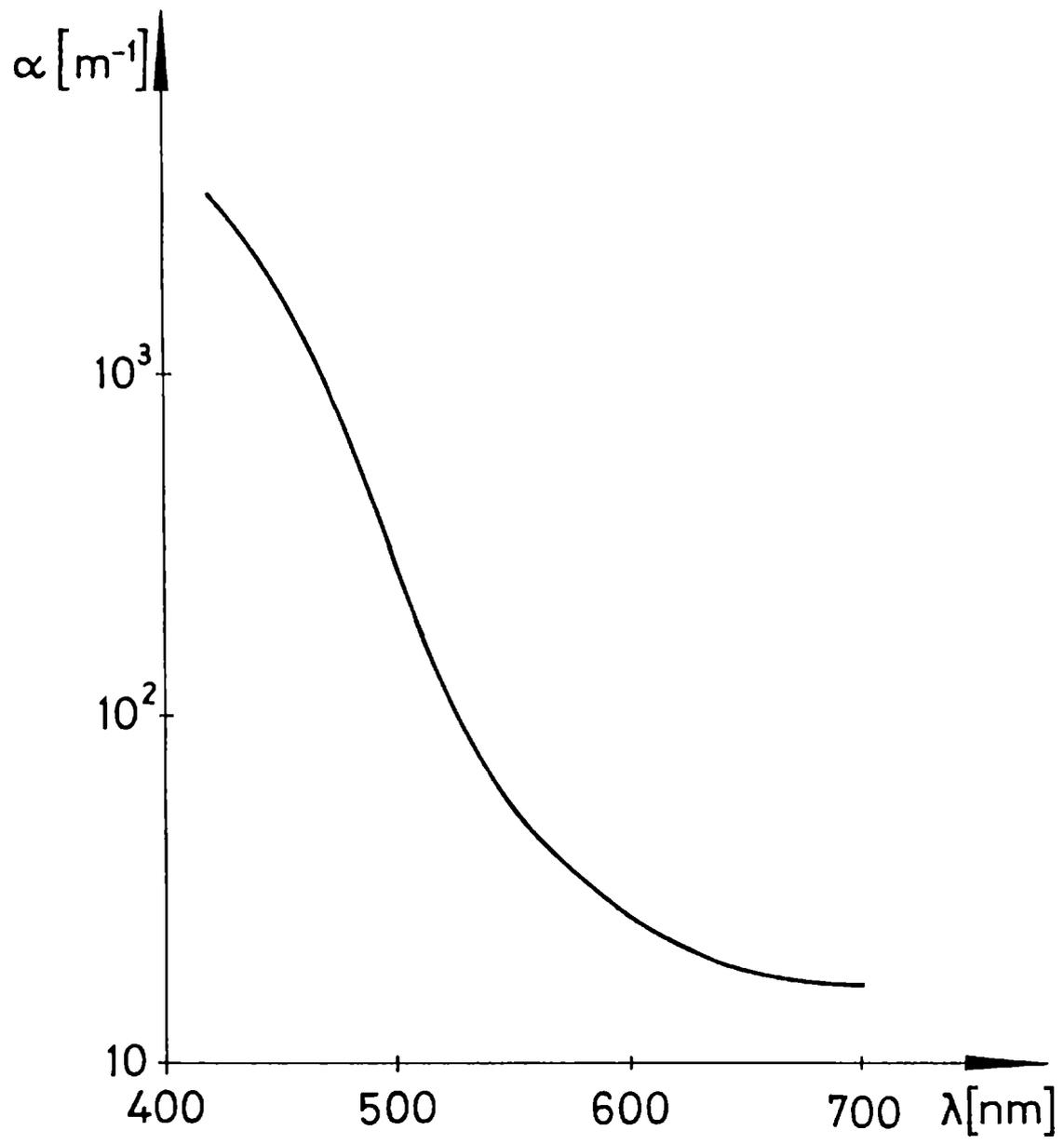


Figura I.2: Coeficiente de absorción  $\alpha(\lambda)$ , del cristal BSO, en función de la longitud de onda.

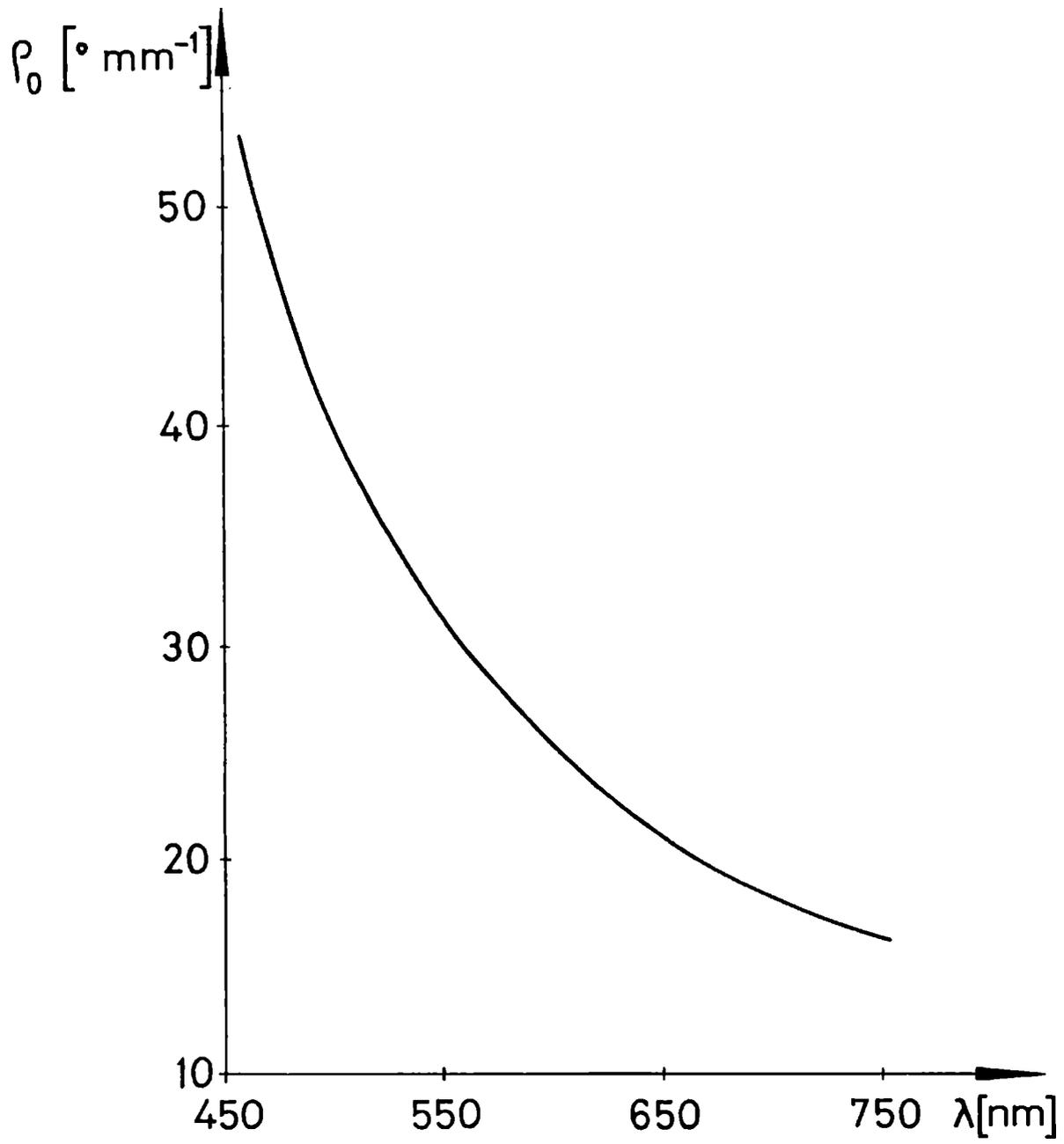


Figura I.3: Poder rotatorio  $\rho_0(\lambda)$ , del cristal BSO, en función de la longitud de onda.

En estado natural, debido a la elevada simetría que posee su red cristalina (pertenece al grupo cúbico 23) el BSO es isótropo. Sin embargo, al aplicarle un campo eléctrico se crea una anisotropía que induce en el material, debido al efecto Pockels, una birrefringencia lineal proporcional a la intensidad del campo eléctrico.

También debe mencionarse que el BSO presenta un efecto magnetoóptico pronunciado [11]. Su coeficiente de Verdet es del orden de una decena de grados por Tesla por milímetro.

Las propiedades ópticas del material no sólo pueden ser modificadas por campos eléctrico o magnéticos sino también por tensiones mecánicas. Se trata de la fotoelasticidad. En nuestra situación, al no estar el cristal sometido ni a tensiones mecánicas ni a campos magnéticos, no se tendrán en cuenta ni el efecto magnetoóptico ni la fotoelasticidad.

Una de las características más destacables es el hecho de que en la oscuridad es prácticamente aislante, su conductividad es del orden de  $2 \cdot 10^{-14} \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$  [8]. Iluminando con luz visible o del ultravioleta cercano se convierte en conductor eléctrico, efecto que se conoce como fotoconductividad. Fueron Aldrich y colaboradores [8] los primeros que empezaron a determinar las propiedades fotoconductoras del BSO. Según su trabajo, en la oscuridad dominan los portadores de tipo positivo o huecos, mientras que cuando se iluminan son los electrones los portadores mayoritarios de carga [12]. La fotoconductividad es de varios órdenes de magnitud superior a la conductividad en la oscuridad. Para muestras delgadas ( $\alpha l \ll 1$ , con  $\alpha$ : coeficiente de absorción,  $l$ : espesor del cristal) bajo iluminación uniforme de intensidad  $I_0$  a  $\lambda = 514 \text{ nm}$  la conductividad pueden ser descrita experimentalmente por la siguiente relación [13].

$$\sigma (\Omega^{-1} \text{cm}^{-1}) = 1.6 \cdot 10^{-15} + 7.3 \cdot 10^{-8} I_0 (\text{W cm}^{-2}) \quad (\text{I.2})$$

La dependencia espectral de la fotoconductividad ha sido estudiada por numerosos autores [8, 14 y 15], observándose una máxima fotoconductividad en 382 nm que decae a 0.1 de ese valor para 500 nm y a 0.01 para 550 nm.

#### 1.4.- NIVELES DE ENERGIA

En la Figura I.4 se muestra la estructura de los niveles de energía para el cristal BSO a 300°K con la asignación de los niveles de energía para los niveles aceptores y donores [16, 17].

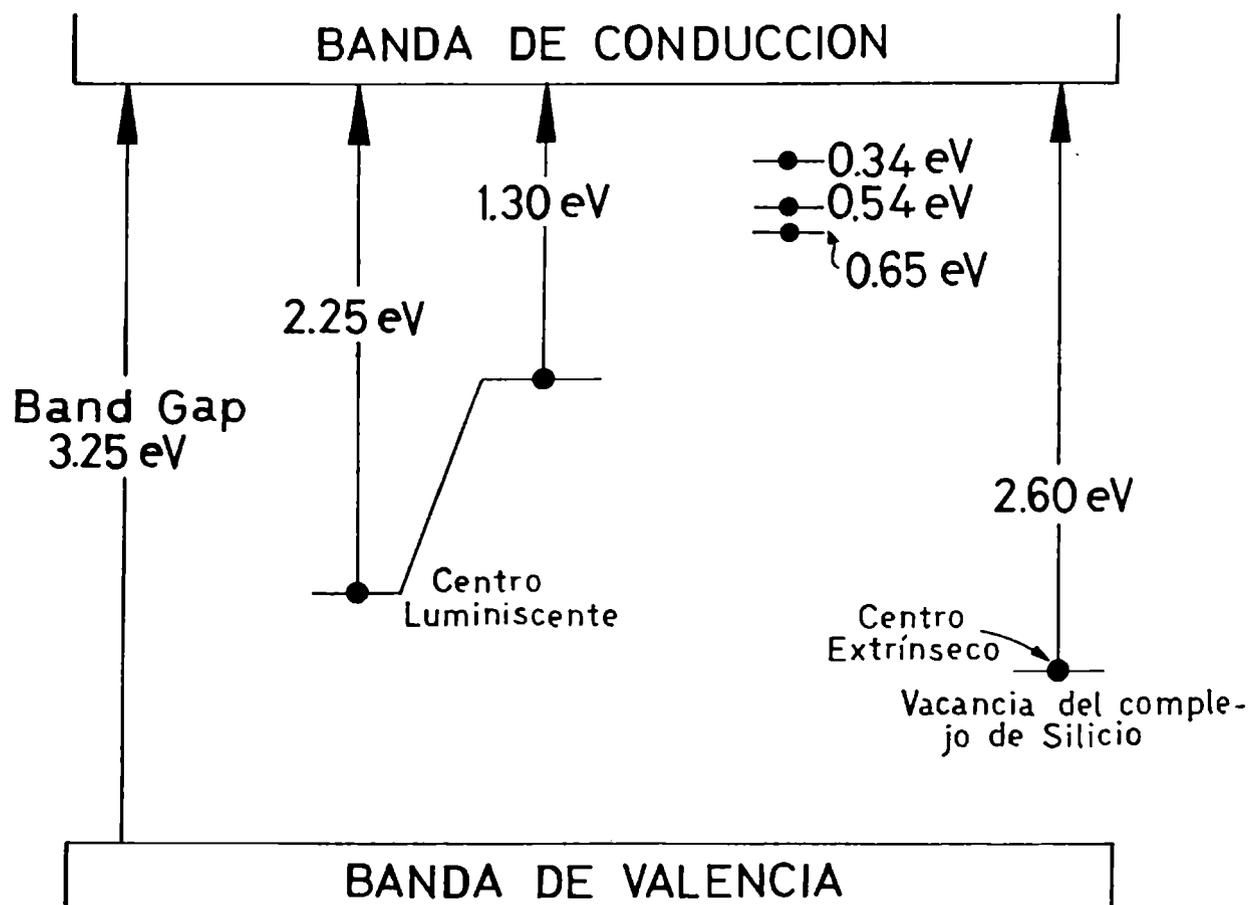


Figura I.4: Estructura de los niveles de energía para el cristal BSO a 300 K.

Se cree que el centro extrínseco a 2.60 eV debajo de la banda de conducción se debe a una vacancia del complejo silicio-oxígeno de una concentración de  $10^{19} \text{cm}^{-3}$ . Se cree que este nivel se debe a un desplazamiento del silicio por bismuto. Un centro a este nivel puede actuar como donador o aceptor dependiendo de su estado de ocupación. El centro luminiscente se encuentra a 2.25 eV debajo de la banda de conducción cuando ningún electrón ha sido atrapado y a 1.30 eV debajo de la banda de conducción cuando está ocupado por un electrón. Se cree que hay trampas de electrones poco profundas con concentración de  $10^{15} \text{cm}^{-3}$  entre 0.34 y 0.65 eV debajo de la banda de conducción. Sólo los niveles de energía asociados directamente con la red cristalina cambian con la temperatura. Cuando la temperatura cambia de  $300^\circ\text{K}$  a  $80^\circ\text{K}$ , la brecha entre las bandas de conducción y valencia (el "band gap") cambia de 3.25 a 3.80 eV y el nivel asociado a la vacancia del complejo de silicio cambia de 2.6 a 2.8 eV por debajo de la banda de conducción.

## CAPITULO 2

# EFECTO FOTORREFRACTIVO

## ANALISIS DEL EFECTO ELECTROOPTICO Y GENERACION DEL CAMPO DE CARGAS ESPACIALES

### 2.1.- INTRODUCCION

Se conoce como efecto fotorrefractivo el cambio en el valor del índice de refracción que experimentan algunos materiales al ser iluminados con una distribución de luz no uniforme. El efecto fotorrefractivo permite traducir en variaciones del índice de refracción la acción de un flujo luminoso no uniforme incidente en un cristal.

Los materiales que presentan el efecto fotorrefractivo deben poseer una serie de características:

- ser electroópticos. El índice de refracción se modifica al aplicarse un campo eléctrico en el medio. Por lo general son electroópticos de primer orden o lineales, es decir presentan efecto Pockels;

- ser fotoconductores. Son aislantes o semiaislantes en la oscuridad y se tornan conductores bajo el efecto de una energía luminosa que permite generar portadores libres;

- poseer trampas de cargas. Tiene centros en niveles profundos, energías superiores a 1 eV, dentro del "gap", que a su vez están parcialmente ocupadas con cargas eléctricas. Son las posibles fotoexcitaciones de las cargas de estos centros las que permiten disponer de niveles donadores y aceptores de electrones y huecos.

Los cambios fotoinducidos en el índice de refracción de cristales electroópticos se deben a la modulación espacial de fotocorrientes generadas por la iluminación no uniforme. La generación de fotocorrientes a bajas intensidades con una adecuada longitud de onda depende de la presencia de adecuados donores de cargas. El origen de estas cargas se considera que las proveen impurezas o defectos en la red cristalina. En ausencia

de iluminación las cargas están congeladas debido a la baja conductividad del material en la oscuridad. Sin embargo, los electrones liberados dentro de la región iluminada son capturados, luego de difundir o desplazarse bajo acción de un campo eléctrico, por centros aceptores dentro de la región oscura. La distribución de cargas resultante da lugar a una distribución de campo eléctrico que modifica localmente el índice de difracción a través del efecto electroóptico.

Existen actualmente dos modelos que describen el proceso de transporte de cargas: el modelo de "transporte de banda" (band transport model), y el modelo "saltador" (hopping model).

En el modelo "saltador" (hopping model) [18], se supone que el transporte de cargas se realiza saltando las cargas de un sitio donador lleno a uno próximo vacío. Se enuncia el problema en términos de una probabilidad de salto, siendo ésta proporcional a la intensidad óptica local. En la actualidad este modelo microscópico no ha dado resultados significativamente distintos del modelo de transporte de banda.

En el modelo de "transporte de banda" (band transport model) [19] se considera que las cargas, digamos electrones, son ópticamente excitados a la banda de conducción desde sitios donadores ocupados. Estas cargas migran antes de ser atrapadas en sitios vacíos. Si el tiempo de recombinación no es muy corto, las cargas migran por difusión o arrastradas por el campo local (drift), y son recombinadas en sitios distintos del lugar donde fueron ionizadas. En consecuencia, se crea un campo eléctrico de cargas espaciales que produce variaciones en el índice de refracción, debido al efecto electroóptico lineal, efecto Pockel, y siempre que el cristal no tenga simetría de inversión [20].

El movimiento de las cargas libres fotoexcitadas puede realizarse por tres mecanismos diferentes: difusión, arrastre

o "drift" y efecto fotovoltaico.

#### Difusión [21]

La distribución de intensidad excita los sitios donores creando una densidad no uniforme de fotoelectrones. Los electrones difunden para que la densidad espacial de electrones se reduzca, comparada con la densidad espacial de sitios donores ionizados. Así, se crea una distribución espacial de cargas que está modulada por la distribución de intensidad. Esta distribución espacial de cargas crea el campo de cargas espaciales.

#### "Drift" o arrastre [22, 23]

El desplazamiento de electrones puede deberse también a la aplicación de un campo eléctrico. En este caso los electrones fotoexcitados en la región iluminada son arrastrados por el campo eléctrico reinante hasta que son atrapados por sitios vacíos en la región oscura.

Los mecanismos de "drift" y difusión son suficientes para explicar el efecto fotorrefractivo en cristales paraeléctricos, como el BSO y BGO entre otros, y ferroeléctricos fuertemente conductores, como el  $\text{KNbO}_3$ , donde las corrientes fotovoltaicas que se mencionan a continuación pueden despreciarse

#### Efecto fotovoltaico de volumen [24]

En algunos materiales ferroeléctricos con simetría no cúbica, como el niobato de litio ( $\text{Li Nb O}_2$ ), una fotocorriente también puede producirse en ausencia de campo eléctrico externo aplicado. Los fotoelectrones excitados son arrastrados en una dirección preferencial paralela a la dirección del eje polar. Dicho efecto fotovoltaico es un efecto de volumen bastante intenso que en el  $\text{Li Nb O}_2$  puede dar lugar a campos de  $10^5$  V/cm, produciendo cambios en el índice de refracción muy elevados, ( $10^{-3}$ ) sin la necesidad de aplicar campos eléctricos externos.

En diferentes materiales, dependiendo de las condiciones

experimentales y las propiedades electrónicas, cualquiera de los procesos de transporte puede dominar. En el caso de los materiales fotoconductores como son el BSO o el BGO, el proceso de "drift" domina aún en el caso de campos eléctricos relativamente pequeños. El proceso de difusión, que depende de la movilidad de los electrones como único parámetro del material, es importante para estos materiales únicamente cuando la distribución de intensidad tiene una alta frecuencia espacial [25, 26].

Por otro lado, el cristal BSO presenta actividad óptica, pero como se ha observado que no existen variaciones de la misma con el campo eléctrico [10, 11], es posible tratar por separado la birrefringencia lineal y circular. También el cristal presenta una absorción isótropa lo que permite ignorarla en los cálculos que se refieren a la polarizaciones incidentes y emergentes del cristal.

Ningún otro efecto magnético además del efecto Faraday se ha puesto en evidencia en los cristales BSO, por ello es posible igualar la permeabilidad del cristal a la del vacío.

En cristales BSO las cargas fotoinducidas son electrones excitados con luz verde, por lo tanto, para utilizar una lámina de BSO como material de registro se "escribe" con luz verde y se "lee" con luz roja que no modifica la birrefringencia inducida. La redistribución de cargas fotoinducidas crea el campo de cargas espaciales que sumado al campo eléctrico externo aplicado, modifica la birrefringencia por el efecto electroóptico. La información del haz de escritura se graba en el cristal como una variación en birrefringencia que es leída como variación en la intensidad de lectura cuando se coloca la lámina de BSO entre polarizadores.

En este capítulo se estudiará la birrefringencia inducida por el efecto electroóptico para una orientación arbitraria del

crystal respecto del campo eléctrico. Para ello se observarán las modificaciones que se producen en el elipsoide de índices de un material electroóptico en presencia de un campo eléctrico. Utilizando el formalismo de Poincaré se estudiará también la modificación en la polarización de un haz, que atraviesa un material electroóptico, debida a la birrefringencia inducida por un campo eléctrico en cada punto del cristal y la actividad óptica. Por último se estudiará también la fotoconducción y se presenta un modelo para calcular el campo de cargas espaciales que se crea en el cristal cuando incide sobre él un haz de escritura con distribución de intensidad no uniforme.

## 2.2.- ELIPSOIDE DE INDICES

En general cuando se somete un medio transparente a diversas acciones, como son las contracciones mecánicas o un campo eléctrico o magnético, sus propiedades ópticas se modifican. Es posible describir estas variaciones a partir del elipsoide de índices admitiendo que éste se deforma bajo la acción exterior.

### 2.2.1.- DEFINICION Y PROPIEDADES

La propagación de una onda electromagnética dentro de un medio material, está descrita a partir de las ecuaciones de Maxwell y de las relaciones constitutivas correspondientes. En el Sistema Internacional de Unidades racionalizado, las ecuaciones de Maxwell, en ausencia de cargas libres y corrientes eléctricas, toman la forma

$$\begin{aligned} \bar{\nabla} \times \bar{\mathbf{E}} &= - \frac{\partial \bar{\mathbf{B}}}{\partial t} & \bar{\nabla} \times \bar{\mathbf{H}} &= \frac{\partial \bar{\mathbf{D}}}{\partial t} \\ \bar{\nabla} \cdot \bar{\mathbf{D}} &= 0 & \bar{\nabla} \cdot \bar{\mathbf{B}} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{II.1})$$

y las relaciones constitutivas son

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{B}} &= \mu_0 \bar{\mathbf{H}} \\ \bar{\mathbf{D}} &= [\epsilon] \mathbf{E} \end{aligned} \quad (\text{II.2})$$

donde  $\mu_0$  es la permeabilidad del vacío y  $[\epsilon]$  es el tensor dieléctrico, que resulta simétrico por consideraciones energéticas [27]. El tensor dieléctrico está relacionado con el tensor  $[\eta]$  de los índices o de permitividad por la relación

$$[\eta] = \epsilon_0 [\epsilon]^{-1} \quad (\text{II.3})$$

con  $\epsilon_0$  la permitividad del espacio libre.

La solución de las ecuaciones de Maxwell, teniendo en cuenta las relaciones constitutivas para una forma dada de los tensores  $[\epsilon]$  y  $[\eta]$ , es un cálculo clásico [28] que no reproduciremos aquí. Sólo utilizaremos el resultado al que conduce que es la noción de elipsoide de índices. Recordemos brevemente su definición y propiedades.

Dentro del cristal, en un sistema de coordenadas arbitrario, la propagación de una onda electromagnética monocromática está representada por las ecuaciones habituales para el campo eléctrico y el desplazamiento eléctrico. Estas son

$$\begin{aligned} \bar{D} &= \bar{D}_0 \exp \left[ i(\omega t - \bar{k} \cdot \bar{r}) \right] \\ \bar{E} &= \bar{E}_0 \exp \left[ i(\omega t - \bar{k} \cdot \bar{r}) \right] \end{aligned} \quad (\text{II.4})$$

En estas condiciones el vector desplazamiento  $\bar{D}$  contenido en el plano de la onda es perpendicular al vector de onda  $\bar{k}$ .

Para determinar la velocidad de propagación  $v$  de la onda, o lo que es lo mismo, el índice de refracción  $n$  definido por  $n = \frac{c}{v}$ , utilizamos la construcción geométrica de Fresnel, esto es, el elipsoide de índices. En un punto cualquiera del cristal se toma un vector paralelo al vector de onda de la onda luminosa (vector  $\bar{k}$  en la Figura II.1). En el plano perpendicular a ese vector se toma un segundo vector paralelo al vector desplazamiento y de módulo igual a  $n$ , siendo el punto P el extremo de este vector. Al variar la dirección del vector  $\bar{k}$ , o sea la di-

rección de propagación de la onda, el punto P se desplaza sobre una superficie que es el elipsoide de índices.

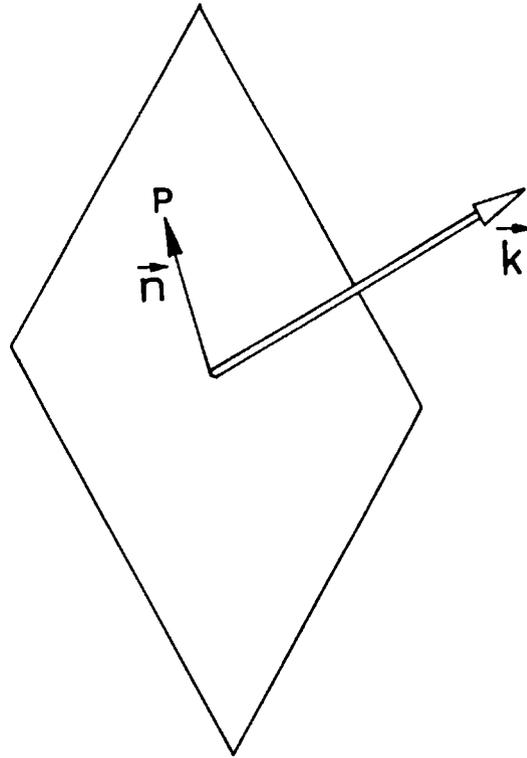


Figura II.1: Construcción del elipsoide de índices.

A cada dirección de propagación dentro del cristal le corresponden dos ondas linealmente polarizadas, o modos propios, que en general se propagan con diferentes velocidades. Los índices de refracción de estas ondas así como sus planos de polarización, se obtienen, como función de la dirección de propagación, a partir de la construcción geométrica del elipsoide de índices de la siguiente forma:

Se construye un vector paralelo a la dirección de propagación de la onda desde el centro del elipsoide. El plano perpendicular a este vector que pasa por el centro del elipsoi-

de corta a éste en una elipse. Los vectores de desplazamiento correspondientes a los dos modos propios son paralelos a los ejes de esta elipse y las longitudes de los semiejes corresponden a sus respectivos índices de refracción. (Figura II.2).

La ecuación del elipsoide de índices en un sistema de coordenadas arbitrario es

$$\begin{aligned} \eta_{xx}x^2 + \eta_{yy}y^2 + \eta_{zz}z^2 + (\eta_{yz} + \eta_{zy})yz + \\ + (\eta_{zx} + \eta_{xz})zx + (\eta_{xy} + \eta_{yx})xy = 1 \end{aligned} \quad (\text{II.5})$$

donde los coeficiente  $\eta_{ij}$  son las componentes del tensor de índices.

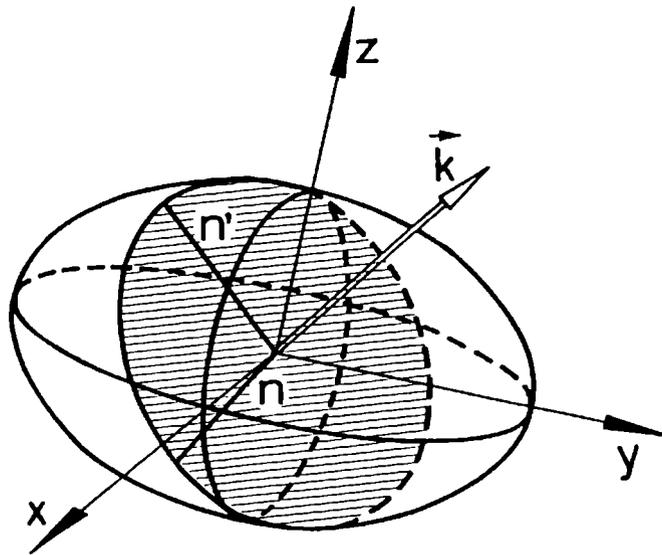


Figura II.2: Elipsoide de índices.

Debido a que el tensor  $[\eta]$  es simétrico, esto es

$$\eta_{yz} = \eta_{zy} \quad \eta_{zx} = \eta_{xz} \quad \eta_{xy} = \eta_{yx} \quad (\text{II.6})$$

es posible simplificar la notación utilizando la convención de contracción de índices. Esto es, a cada par de coordenadas se le asocia un índice único, que se elige numérico para evitar confusiones, siguiendo la tabla

$$\begin{array}{lll}
 xx \longrightarrow 1 & yz \longrightarrow 4 & \longleftarrow zy \\
 yy \longrightarrow 2 & zx \longrightarrow 5 & \longleftarrow xz \\
 zz \longrightarrow 3 & xy \longrightarrow 6 & \longleftarrow yx
 \end{array} \quad (\text{II.7})$$

Con esta nueva notación, la ecuación del elipsoide de índices es

$$\eta_1 x^2 + \eta_2 y^2 + \eta_3 z^2 + 2 \eta_4 yz + 2 \eta_5 zx + 2 \eta_6 xy = 1 \quad (\text{II.8})$$

Esta ecuación es válida para cualquier sistema de coordenadas, pero los valores particulares de los coeficientes dependen del sistema elegido. La formulación más sencilla se obtiene si se eligen los ejes propios del tensor de índices, que son los ejes propios del tensor dieléctrico, los mismos que los ejes de simetría de la red cristalina, siempre que la simetría sea suficiente. En el sistema de ejes propios del medio la ecuación del elipsoide de índices es

$$\eta_1 x^2 + \eta_2 y^2 + \eta_3 z^2 = 1 \quad (\text{II.9})$$

Esta operación es equivalente a la diagonalización del tensor  $[\eta]$ .

En particular, si la dirección de propagación es paralela a alguno de los ejes del elipsoide se obtienen los índices de refracción principales  $n_1$ ,  $n_2$  y  $n_3$  del cristal, donde

$$n_1 = 1/\sqrt{\eta_1} \quad n_2 = 1/\sqrt{\eta_2} \quad n_3 = 1/\sqrt{\eta_3} \quad (\text{II.10})$$

En el caso particular del cristal BSO, en estado natural, debido al hecho de que el cristal posee simetría cúbica, el elipsoide de índices se reduce a una esfera. En este caso

$$\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = \eta \text{ y } n_1 = n_2 = n_3 = n$$

### 2.2.2.- DEFORMACIONES DEL ELIPSOIDE DE INDICES

Es posible describir las variaciones de las propiedades ópticas que se producen al someter el medio transparente a diversas acciones externas admitiendo que los coeficientes  $\eta_{ij}$  del tensor de índices se modifican dando lugar a la ecuación de un nuevo elipsoide. A priori no es posible asegurar que estas variaciones sigan una ley sencilla, pero siempre es posible utilizar un desarrollo en serie conservando sólo aquellos términos compatibles con la precisión de las mediciones. Por lo tanto si la acción externa es representada por un escalar, por ejemplo la temperatura, un vector, como el campo eléctrico, o un tensor, como una deformación, y la aproximación lineal es suficiente, las variaciones en los coeficientes del tensor de índices resultan, en cada caso

$$\begin{aligned} \Delta\eta_{ij} &= c_{ij} S \\ \Delta\eta_{ij} &= \sum_k c_{ijk} v_k \\ \Delta\eta_{ij} &= \sum_k \sum_l c_{ijkl} T_{kl} \end{aligned} \tag{II.11}$$

$i, j, k, l$  varían de  $x$  a  $z$

Las propiedades de los tensores  $[c_{ij}]$ ,  $[c_{ijk}]$  y  $[c_{ijkl}]$  dependen de las propiedades de  $[\Delta\eta_{ij}]$  y de las de  $S$ ,  $v$  y  $T$ , pero es posible dar algunas reglas generales. Como  $[\eta_{ij}]$  es simétrico en  $i, j$  también lo será  $[\Delta\eta_{ij}]$ , por lo tanto:

- el tensor  $[c_{ij}]$  es simétrico en  $i, j$  y está compuesto de seis componentes independientes.

- el tensor  $[c_{ijk}]$  es simétrico en  $i, j$  pero no necesariamente en  $i, k$  ó  $j, k$ , entonces tendrá como máximo, dieciocho coeficientes independientes.

- el tensor  $[c_{ijkl}]$  es simétrico en  $i, j$  entonces ten-

drá al máximo, cincuenta y cuatro coeficientes independientes. Si además el tensor  $[T_{k1}]$  es simétrico en  $k,1$  también lo será  $[c_{1jkl}]$  teniendo así treinta y seis coeficientes independientes. Esto es significativamente menor que los ochenta y un coeficientes de un tensor de rango cuatro.

Por último, el número de coeficientes independientes de los tensores anteriores puede sufrir una reducción dependiendo de la simetrías propias del medio. En nuestro caso particular la única acción externa es el campo eléctrico aplicado, o sea que sólo consideraremos el efecto electroóptico. El efecto fotoelástico no es tenido en cuenta ya que en nuestro montaje el cristal no es sometido a tensiones mecánicas.

### 2.3.- EFECTO ELECTROOPTICO

Examinemos ahora las variaciones de las propiedades ópticas que se producen al someter el medio transparente a la acción de un campo eléctrico,  $\vec{E}$ , estático o cuasiestático, externo o inducido por el efecto fotorrefractivo. El efecto electroóptico consiste en una variación de los índices de refracción de una sustancia al aplicarle un campo eléctrico. Esta variación de índices suele expresarse matemáticamente como

$$\Delta\eta_{1j} = \sum_k r_{1jk} E_k + \sum_k \sum_j s_{1jkl} E_k E_l$$

El primer sumando de la fórmula previa es conocido como el efecto electroóptico lineal o efecto Pockels y por lo tanto,  $r_{1jk}$  son las componentes del tensor electroóptico lineal. El segundo término es el efecto cuadrático o efecto Kerr. Limitándonos a la aproximación lineal y teniendo en cuenta la convención de contracción de índices, se tiene

$$\Delta\eta_i = \sum_j r_{ij} E_j \quad (\text{II.12})$$

donde  $i$  varía de 1 a 6 y  $j$  de  $x$  a  $z$ .

El tensor electroóptico  $[r_{ij}]$  debe ser simétrico lo que implica que de los 27 coeficientes sólo dieciocho son indepen-

dientes. La última relación se puede escribir en forma matricial. Esto es

$$\begin{pmatrix} \Delta\eta_1 \\ \Delta\eta_2 \\ \Delta\eta_3 \\ \Delta\eta_4 \\ \Delta\eta_5 \\ \Delta\eta_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{1x} & r_{1y} & r_{1z} \\ r_{2x} & r_{2y} & r_{2z} \\ r_{3x} & r_{3y} & r_{3z} \\ r_{4x} & r_{4y} & r_{4z} \\ r_{5x} & r_{5y} & r_{5z} \\ r_{6x} & r_{6y} & r_{6z} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \quad (\text{II.13})$$

Esta relación es válida en cualquier sistema de coordenadas. Para el caso de un cristal de la clase 23, como es el BSO, y en el sistema de ejes propios, los únicos coeficientes no nulos son el  $r_{4x}$ ,  $r_{5y}$ ,  $r_{6z}$ , tomando todos ellos el mismo valor numérico (llamado  $r_{41}$  para la mayoría de los autores). O sea

$$r_{4x} = r_{5y} = r_{6z} = r_{41} \quad (\text{II.14})$$

Entonces la relación (II.13) toma una forma más simple

$$\begin{pmatrix} \Delta\eta_1 \\ \Delta\eta_2 \\ \Delta\eta_3 \\ \Delta\eta_4 \\ \Delta\eta_5 \\ \Delta\eta_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & r_{41} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \quad (\text{II.15})$$

## 2.4.- ESTUDIO DE DISTINTAS CONFIGURACIONES

### 2.4.1.- CASO GENERAL

El efecto electroóptico, o sea la birrefringencia inducida, no sólo depende del campo eléctrico sino también de su orientación con respecto a los ejes cristalinos del medio.

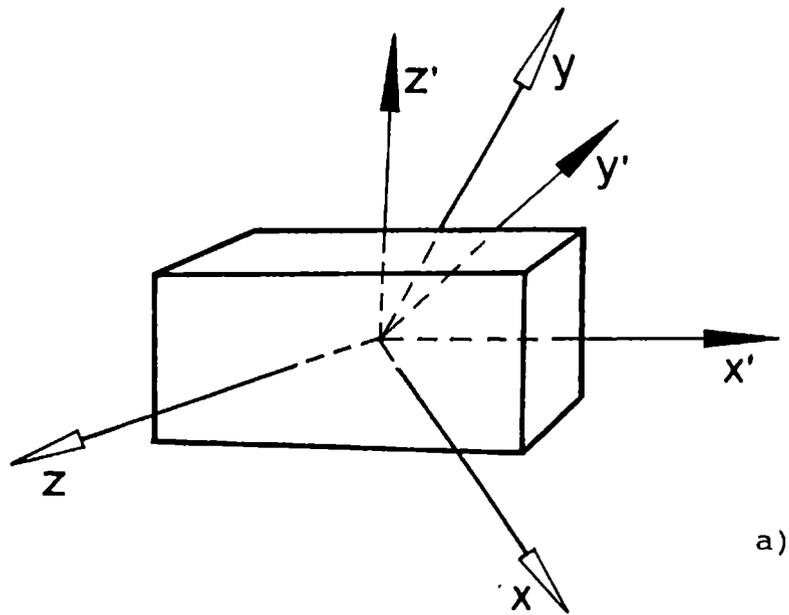
Para conocer cómo se modifica, debido al campo eléctrico, el estado de polarización de una onda luminosa al atravesar una

lámina de material electroóptico se debe conocer la birrefringencia y dirección de los ejes principales de la lámina en función del campo eléctrico. Para ello se estudió el efecto electroóptico para una orientación general del campo eléctrico calculando las direcciones de las líneas neutras de la lámina y el valor de la birrefringencia y luego particularizando en las configuraciones estudiadas por otros autores.

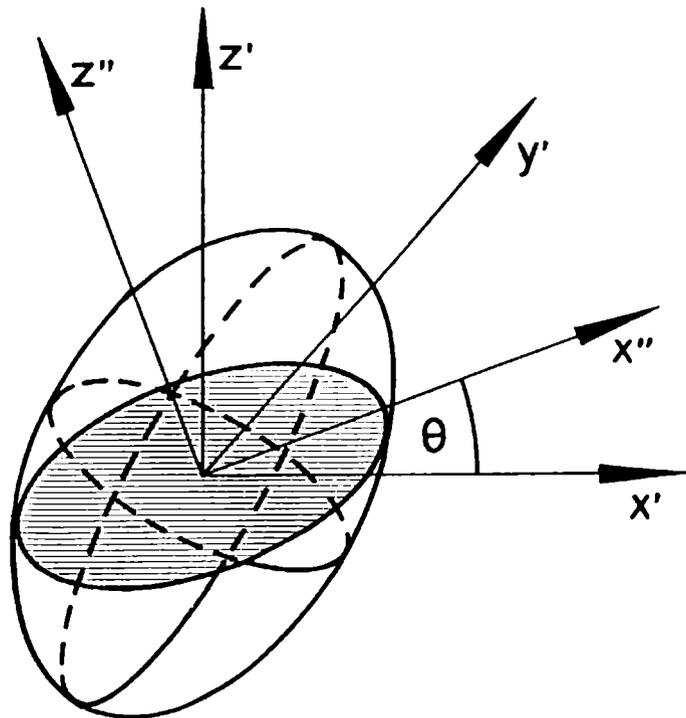
Para fijar ideas tomemos el sistema de coordenadas cartesiano  $Oxyz$  paralelo a los ejes propios del medio y el sistema de coordenadas cartesiano  $Ox'y'z'$  fijo a la lámina y, sin perder generalidad, el eje  $y'$  paralelo a la dirección de propagación de la luz, o sea perpendicular a la cara de la lámina por donde incide la luz. (Figura II.3 (a)).

Para conocer la birrefringencia y la dirección de los ejes principales de la lámina, se debe conocer el tensor electroóptico en el sistema de ejes propios de la lámina, esto es el sistema primado, y en ese sistema escribir la ecuación del elipsoide de índices. Como el vector de onda  $\bar{k}$  es paralelo al eje  $y'$ , se debe hallar la elipse intersección entre el elipsoide de índices y el plano  $y' = 0$ . Al encontrar la dirección y longitud de los semiejes de la elipse se conoce el estado de polarización y el índice de refracción de los dos autoestados que se propagan en la lámina. (Figura II.3 (b)).

Para poder escribir el tensor electroóptico en el sistema de ejes propios de la lámina se debe conocer la matriz de cambio de coordenadas del sistema  $Oxyz$  al sistema  $Ox'y'z'$ . Si bien el eje  $y'$  está bien definido por la dirección de propagación de la luz incidente, normal a la cara de la lámina, las direcciones que se elijan para los ejes  $x'$  y  $z'$  no son relevantes en el cálculo de la birrefringencia y dirección de las líneas neutras de la lámina.



a)



b)

Figura II.3: a) Sistema de coordenadas  $Oxyz$  paralelo a los ejes propios del medio y  $Ox'y'z'$  fijo a la lámina.  
 b) Ejes propios del medio y dirección de las líneas neutras de la lámina.

Para conocer la birrefringencia de la lámina se analizan dos casos disjuntos. Estos son:

i) La dirección  $y'$  no es paralela a ninguna dirección propia del material;

ii) La dirección  $y'$  es paralela a alguna dirección propia del material.

Analizaremos el caso i). Como  $y'$  no es paralela a ninguna dirección propia del cristal, en el sistema de coordenadas propio del cristal la coordenada  $y'$  se puede escribir como

$$y' = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} (a, b, c) \quad (\text{II.16})$$

con  $a$ ,  $b$  y  $c$  reales no nulos.

Tomando la coordenada  $z'$  perpendicular a  $y$ , y la coordenada  $x'$  formando una terna derecha con  $y'$  y  $z'$ . Entonces en el sistema de coordenadas  $Oxyz$   $x'$  y  $z'$  resultan

$$z' = \frac{1}{\sqrt{a^2 + c^2}} (-c, 0, a) \quad (\text{II.17})$$

$$x' = \frac{1}{\sqrt{(ba)^2 + (a^2 + c^2)^2 + (bc)^2}} (ba, -(a^2 + c^2), bc) \quad (\text{II.18})$$

Llamando

$$c_1 = \frac{1}{\sqrt{a^2 + c^2}}, \quad c_2 = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \quad (\text{II.19})$$

resulta

$$\begin{aligned} x' &= c_1 c_2 (ba, -(a^2 + c^2), bc) \\ y' &= c_2 (a, b, c) \\ z' &= c_1 (-c, 0, a) \end{aligned} \quad (\text{II.20})$$

La matriz de cambio de coordenada del sistema  $Oxyz$  al sistema  $Ox'y'z'$  es

$$a_{1l} = \begin{vmatrix} C_1 C_2 b a & -C_1 C_2 (a^2 + c^2) & C_1 C_2 b c \\ C_2 a & C_2 b & C_2 c \\ -C_1 c & 0 & C_1 a \end{vmatrix} \quad (\text{II.21})$$

Conocido el tensor electroóptico en el sistema propio del cristal y sabiendo cuál es la matriz de cambio de coordenadas del sistema sin primar al primado es posible conocer la forma del tensor electroóptico en el sistema de coordenadas primados. Esto es

$$r_{1jk} = \sum_l \sum_m \sum_n a_{1l} a_{jm} a_{kn} r_{lmn} \quad (\text{II.22})$$

con  $l, j, k$  variando de  $x'$  a  $z'$  y  $l, m, n$  de  $x$  a  $z$ .

Teniendo en cuenta únicamente los coeficientes no nulos del tensor electroóptico en el sistema de coordenadas sin primar, se calcularon los coeficientes del tensor electroóptico en el sistema primado (haciendo uso de la convención de contracción de índices) resultan

$$\begin{aligned} r_{1x'} &= -6 C_1^3 C_2^3 b^2 a c (a^2 + c^2) r_{41} \\ r_{1y'} &= 2 C_1^2 C_2^3 a b c [-2(a^2 + c^2) + b^2] r_{41} \\ r_{1z'} &= 2 C_1^3 C_2^2 b (a^2 + c^2) (c^2 - a^2) r_{41} \\ r_{2x'} &= 2 C_1 C_2^3 a c [2b^2 - (a^2 + c^2)] r_{41} \\ r_{2y'} &= 6 C_2^3 a b c r_{41} \\ r_{2z'} &= 2 C_1 C_2^2 b (a^2 - c^2) r_{41} \\ r_{3x'} &= 2 C_1^3 C_2 a c (a^2 + c^2) r_{41} \\ r_{3y'} &= -2 C_1^2 C_2 a b c r_{41} \\ r_{3z'} &= 0 \\ r_{4x'} &= C_1^2 C_2^2 (a^2 - c^2) [b^2 - (a^2 + c^2)] r_{41} \\ r_{4y'} &= 2 C_1 C_2^2 b (a^2 - c^2) r_{41} \\ r_{4z'} &= -2 C_1^2 C_2 a b c r_{41} \end{aligned} \quad (\text{II.23})$$

$$\begin{aligned}
r_{5x'} &= 2 C_1^3 C_2^2 b (a^2 + c^2) (c^2 - a^2) r_{41} \\
r_{5y'} &= C_1^2 C_2^2 (a^2 - c^2) [b^2 - (a^2 + c^2)] r_{41} \\
r_{5z'} &= 2 C_1^3 C_2 a c (a^2 + c^2) r_{41} \\
r_{6x'} &= 2 C_1^2 C_2^3 a b c [-2 (a^2 + c^2) + b^2] r_{41} \\
r_{6y'} &= 2 C_1 C_2^3 a c [2b^2 - (a^2 + c^2)] r_{41} \\
r_{6z'} &= C_1^2 C_2^2 (a^2 - c^2) [b^2 - (a^2 + c^2)] r_{41}
\end{aligned} \tag{II.23}$$

En general, el campo eléctrico efectivo en el sistema de ejes primado tendrá componentes  $E_{x'}$ ,  $E_{y'}$ ,  $E_{z'}$ . Por lo tanto, las componentes del tensor  $[\Delta\eta]$ , haciendo uso de la convención de contracción de índices, serán

$$\Delta\eta_i = \sum_j r_{ij} E_j \tag{II.24}$$

donde  $i$  varía de 1 a 6 y  $j$  de  $x'$  a  $z'$ .

Para el cristal BSO, cuando no está sometido a un campo eléctrico, las tres componentes principales del tensor dieléctrico son iguales. Esto es

$$\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = \eta \tag{II.25}$$

Por lo tanto las seis componentes del tensor dieléctrico, teniendo en cuenta sus variaciones debidas a la acción del campo eléctrico aplicado son

$$\begin{aligned}
\eta_1 &= \eta + \Delta\eta_1 & \eta_4 &= \Delta\eta_4 \\
\eta_2 &= \eta + \Delta\eta_2 & \eta_5 &= \Delta\eta_5 \\
\eta_3 &= \eta + \Delta\eta_3 & \eta_6 &= \Delta\eta_6
\end{aligned} \tag{II.26}$$

y la ecuación del elipsoide de índices en el sistema de coordenadas primado es

$$\begin{aligned}
\eta_1 x'^2 + \eta_2 y'^2 + \eta_3 z'^2 + \\
+ 2 \eta_4 y'z' + 2 \eta_5 z'x' + 2 \eta_6 x'y' = 1
\end{aligned} \tag{II.27}$$

Para conocer la dirección de los ejes principales de la lámina así como el valor de los índices se debe hallar la intersección entre el elipsoide y el plano  $y' = 0$ , plano de la onda incidente sobre la lámina de BSO. La curva intersección es una elipse cuya ecuación, en el sistema de coordenadas primado es

$$\eta_1 x'^2 + \eta_3 z'^2 + 2 \eta_5 z'x' = 1 \quad (\text{II.28})$$

Para hallar la orientación y tamaño de los ejes principales buscamos un sistema de coordenadas  $x'', z''$  donde la ecuación de la elipse sea canónica (Figura II.3(b)). El nuevo cambio de coordenadas, que es una rotación con un ángulo  $\theta$  en el plano  $x', z'$ , está representado por

$$\begin{vmatrix} x' \\ z' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos\theta & -\text{sen}\theta \\ \text{sen}\theta & \cos\theta \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} x'' \\ z'' \end{vmatrix} \quad (\text{II.29})$$

donde

$$\text{tg } 2\theta = \frac{-2 \eta_5}{-\eta_1 + \eta_3} = \frac{2 \Delta\eta_5}{\Delta\eta_1 - \Delta\eta_3} \quad (\text{II.30})$$

En el sistema de coordenadas  $Ox''z''$  la ecuación de la elipse es

$$\begin{aligned} & [\eta + \Delta\eta_1 \cos^2\theta + \Delta\eta_3 \text{sen}^2\theta + \Delta\eta_5 \text{sen}2\theta] x''^2 + \\ & + [\eta + \Delta\eta_1 \text{sen}^2\theta + \Delta\eta_3 \cos^2\theta - \Delta\eta_5 \text{sen}2\theta] z''^2 = 1 \end{aligned} \quad (\text{II.31})$$

Las líneas neutras de la lámina de BSO forman un ángulo  $\theta$  con los ejes  $x'$  y  $z'$ , y los respectivos índices vienen dados por  $n_1$  y  $n_3$ , dados por

$$\begin{aligned} \frac{1}{n_1^2} &= \eta_1 = \eta + \Delta_1 = \\ &= \eta + \Delta\eta_1 \cos^2\theta + \Delta\eta_3 \text{sen}^2\theta + \Delta\eta_5 \text{sen}2\theta \\ & \\ \frac{1}{n_3^2} &= \eta_3 = \eta + \Delta_3 = \\ &= \eta + \Delta\eta_1 \text{sen}^2\theta + \Delta\eta_3 \cos^2\theta - \Delta\eta_5 \text{sen}2\theta \end{aligned} \quad (\text{II.32})$$

Teniendo en cuenta que el índice de la lámina sin perturbar es

$$n = \frac{1}{\sqrt{\eta}} \quad (\text{II.33})$$

y que la experiencia muestra que las diferencias  $|n_1 - n|$  y  $|n_3 - n|$  son pequeñas frente a  $n$  (son del orden de  $10^{-4}$ ) [29], es posible encontrar un valor aproximado para  $n_1$  y  $n_3$ . O sea si

$$\left. \begin{array}{l} n_1 = n - \Delta n_1 \\ n_3 = n - \Delta n_3 \end{array} \right\} \text{ con } \Delta n_{1,3} \ll n \quad (\text{II.34})$$

es posible escribir

$$\frac{1}{n_1^2} = \frac{1}{(n - \Delta n_1)^2} \cong \frac{1}{n^2} \left( 1 + 2 \frac{\Delta n_1}{n} \right), \quad i = 1,3 \quad (\text{II.35})$$

Reemplazando las ecuaciones (II.32), (II.33) y (II.34) en la ecuación (II.35), resulta

$$\Delta n_1 = n^3 \frac{\Delta_1}{2}, \quad \text{con } i = 1,3 \quad (\text{II.36})$$

La birrefringencia,  $\delta n = n_3 - n_1$ , resulta

$$\delta n = \Delta n_1 - \Delta n_3 \quad (\text{II.37})$$

Utilizando las ecuaciones (II.30), (II.32) y (II.36) es posible escribir

$$\begin{aligned} \Delta n_1 &= \frac{n^3}{2} \left[ \frac{\Delta \eta_1 + \Delta \eta_3}{2} + \sqrt{\left( \frac{\Delta \eta_1 - \Delta \eta_3}{2} \right)^2 + (\Delta \eta_5)^2} \right] \\ \Delta n_3 &= \frac{n^3}{2} \left[ \frac{\Delta \eta_1 + \Delta \eta_3}{2} - \sqrt{\left( \frac{\Delta \eta_1 - \Delta \eta_3}{2} \right)^2 + (\Delta \eta_5)^2} \right] \end{aligned} \quad (\text{II.38})$$

Y

$$\delta n = n^3 \sqrt{\left(\frac{\Delta\eta_1 - \Delta\eta_3}{2}\right)^2 + (\Delta\eta_5)^2} \quad (\text{II.39})$$

Reemplazando los valores para los coeficientes del tensor electroóptico hallados en la relación (II.23) resulta

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\eta_1 + \Delta\eta_3}{2} &= C_1 C_2^3 ac (a^2 + c^2 - 2b^2) r_{41} E_x, - \\ &- 3 C_2^3 abc r_{41} E_y, + \\ &+ C_1 C_2^2 b (c^2 - a^2) r_{41} E_z, \\ \frac{\Delta\eta_1 - \Delta\eta_3}{2} &= -C_1 C_2^3 ac (a^2 + c^2 + 4b^2) r_{41} E_x, + \\ &+ C_1^2 C_2^3 abc [-(a^2 + c^2) + 2b^2] r_{41} E_y, + \\ &+ C_1 C_2^2 b (c^2 - a^2) r_{41} E_z, \end{aligned} \quad (\text{II.40})$$

$$\begin{aligned} \Delta\eta_5 &= 2 C_1 C_2^2 b (c^2 - a^2) r_{41} E_x, + \\ &+ C_1^2 C_2^2 [b^2 - (a^2 + c^2)] (a^2 - c^2) r_{41} E_y, + \\ &+ 2 C_1 C_2 c a r_{41} E_z, \end{aligned}$$

Es así como, para el caso i) donde la normal a la lámina  $y'$  no es paralela a ninguna dirección propia del cristal, conociendo la dirección de  $y'$  respecto a la dirección de los ejes propios del cristal se puede conocer en cada punto de la lámina, la dirección de los ejes neutros, el valor de los correspondientes índices de refracción y el valor de la birrefringencia en función del valor que tome el campo eléctrico en ese punto.

En el segundo caso en el que la dirección  $y'$  es paralela a alguna dirección propia del material, que para fijar ideas

supongamos la dirección  $y$ , los ejes primados en el sistema de coordenadas sin primar, utilizando el mismo criterio que en el caso i), resultan

$$\begin{aligned} \mathbf{x}' &= C_1 (\mathbf{a}, 0, c) \\ \mathbf{y}' &= (0, 1, 0) \\ \mathbf{z}' &= C_1 (-c, 0, \mathbf{a}) \end{aligned} \quad (\text{II.41})$$

donde en este caso  $C_1 = 1/(\mathbf{a}^2 + c^2)^{1/2}$ .

La matriz de cambio de coordenadas del sistema sin primar al primado es

$$\mathbf{a}_{11} = \begin{vmatrix} C_1 \mathbf{a} & 0 & C_1 c \\ 0 & 1 & 0 \\ -C_1 c & 0 & C_1 \mathbf{a} \end{vmatrix} \quad (\text{II.42})$$

Utilizando esta matriz de cambio de coordenadas, en el sistema de coordenadas primado, haciendo uso de la convención de contracción de índices, las distintas componentes del tensor electroóptico son

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{1x'} &= 0 & \mathbf{r}_{4x'} &= C_1^2 (\mathbf{a}^2 - c^2) \mathbf{r}_{41} \\ \mathbf{r}_{1y'} &= 2 C_1^2 \mathbf{a} c \mathbf{r}_{41} & \mathbf{r}_{4y'} &= 0 \\ \mathbf{r}_{1z'} &= 0 & \mathbf{r}_{4z'} &= -2 C_1^2 \mathbf{a} c \mathbf{r}_{41} \\ \mathbf{r}_{2x'} &= 0 & \mathbf{r}_{5x'} &= 0 \\ \mathbf{r}_{2y'} &= 0 & \mathbf{r}_{5y'} &= C_1^2 (\mathbf{a}^2 - c^2) \mathbf{r}_{41} \\ \mathbf{r}_{2z'} &= 0 & \mathbf{r}_{5z'} &= 0 \\ \mathbf{r}_{3x'} &= 0 & \mathbf{r}_{6x'} &= 2 C_1^2 \mathbf{a} c \mathbf{r}_{41} \\ \mathbf{r}_{3y'} &= -2 C_1^2 \mathbf{a} c \mathbf{r}_{41} & \mathbf{r}_{6y'} &= 0 \\ \mathbf{r}_{3z'} &= 0 & \mathbf{r}_{6z'} &= C_1^2 (\mathbf{a}^2 - c^2) \mathbf{r}_{41} \end{aligned} \quad (\text{II.43})$$

Como antes, si el campo eléctrico efectivo en el sistema de ejes primados tiene las componentes  $E_{x'}$ ,  $E_{y'}$  y  $E_{z'}$ , las componentes del tensor  $[\Delta\eta]$  se obtiene utilizando la relación (II.24), y la ecuación del elipsoide de índices en el sistema de coordenadas primado es la ecuación (II.26), pero los valores de los coeficientes del tensor electroóptico son ahora los expresados en las relaciones (II.43). Las líneas neutras de la lámina forman un ángulo  $\theta$  con respecto a los ejes  $x'$  y  $z'$  donde

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{-2 \eta_5}{-\eta_1 + \eta_3} = \frac{2 \Delta\eta_5}{\Delta\eta_1 - \Delta\eta_3} = \frac{a^2 - c^2}{2ac} \quad (\text{II.44})$$

Los índices respectivos son

$$\begin{aligned} n_1 &= n - \Delta n_1 \\ n_3 &= n - \Delta n_3 \end{aligned} \quad (\text{II.45})$$

donde  $\Delta n_1 = -\Delta n_3 = (n^3/2) r_{41} E_{y'}$ . Por lo tanto la birrefringencia es

$$\delta n = n^3 r_{41} E_{y'} \quad (\text{II.46})$$

Por lo tanto, si se conoce la dirección de los ejes fijos a la lámina respecto a los ejes principales del cristal, se puede conocer la dirección de los ejes neutros en cada punto de la lámina, sus correspondientes índices de refracción y el valor de la birrefringencia inducida por el campo eléctrico aplicado en ese punto de la lámina

#### 2.4.2.- CASOS PARTICULARES

Analizaremos ahora la birrefringencia inducida en una lámina de caras paralelas en tres configuraciones particulares que son las más utilizadas. Estas son la PROM, PRIZ y transversal. La última es la utilizada en esta tesis en todos los casos.

### 1) CONFIGURACION PROM (Pockels Readout Optical Modulator)

Este dispositivo de registro y lectura fue desarrollado por D. S. Oliver y sus colaboradores. Una de las primeras versiones utilizaba un cristal de sulfuro de zinc [30] luego reemplazado por una lámina de BSO [31]. La lámina, tallada con sus caras paralelas a los ejes de la red cristalina, está recubierta en sus dos caras por una lámina de Parylene. Sobre el parylene se colocan dos electrodos transparentes. La luz de escritura y lectura, la primera registra la imagen que es leída por la segunda, se propagan paralelamente al espesor del cristal. La longitud de onda de la luz utilizada es de 400 a 500 nm para la escritura (láser de Argón) y de 632.8 nm para la lectura (láser de He-Ne). Los espesores típicos para la lámina de BSO y la lámina aislante de parylene son de 1 mm y 10  $\mu\text{m}$  respectivamente.

Los dos electrodos se colocan a una diferencia de potencial de aproximadamente 4 KV creando dentro del cristal un campo eléctrico longitudinal, paralelo a la dirección de propagación de la luz. En las zonas iluminadas, los fotoelectrones liberados migran hasta la interface entre el BSO y el parylene. Así se crea un campo de cargas espaciales que anula el campo eléctrico global en el interior del cristal. Por lo tanto la birrefringencia se anula en las zonas iluminada mientras que subsiste en las zonas oscuras. La observación entre polarizador y analizador, gracias a la iluminación de lectura, permite recuperar y utilizar la imagen. Cortocircuitando los electrodos y con iluminación uniforme se borra la imagen.

En este caso los ejes cristalográficos coinciden con los ejes perpendiculares a las caras de la lámina de BSO. Por lo tanto nos encontramos en el caso ii) con  $a = 1$  y  $c = 0$ . El campo eléctrico aplicado  $E_0$  es paralelo a la dirección  $y'$ . De todas formas este no es el único responsable del efecto electroóptico ya que se crea un campo de cargas espaciales. Si la iluminación de escritura en la cara del cristal no es uniforme

no hay ninguna razón para asignarle alguna dirección al campo global, que llamaremos  $\bar{E}$ . Teniendo en cuenta las relaciones (II.44) y (II.46) los ejes neutros de la lámina forman un ángulo  $\theta = \Pi/4$  con los ejes  $x'$  y  $z'$  de la lámina y la birrefringencia inducida es  $\delta n = n^3 r_{41} E_y$ . La dirección de las líneas neutras de la lámina no dependen ni de la dirección ni del módulo del campo eléctrico global dentro del cristal, mientras que la birrefringencia sólo depende de la componente longitudinal del campo global.

Es posible dar un orden de magnitud de la diferencia de camino óptico dado por la lámina de BSO en la configuración PROM. Tomamos los siguientes valores medios

$$n = 2.5 \quad r_{41} = 4 \times 10^{-12} \text{ m.V}^{-1} \quad V = 4 \text{ KV}$$

Si el espesor de la lámina es  $e$ , la diferencia de camino óptico será  $\Delta = e \delta n$  y teniendo en cuenta que  $V = e E_y$ , resulta

$$\Delta = n^3 r_{41} V \cong 0.25 \mu\text{m} \quad (\text{II.47})$$

Para la luz de lectura roja del He-Ne este desfase corresponde aproximadamente a  $\lambda/3$ . Además de este desfase debido a la birrefringencia se debe agregar el efecto de la actividad óptica.

En esta configuración la resolución espacial es baja, del orden de  $200 \mu\text{m}$ . [31, 32]

## 2) MODULADOR PRIZ

Un dispositivo semejante al PROM fue desarrollado por M. P. Petrov y sus colaboradores en el Instituto Ioffé de Leningrado con el nombre de PRIZ, siglas soviéticas equivalentes a las del PROM.

El funcionamiento es semejante a la de PROM. La diferencia reside en la talla de la lámina del BSO, paralela al plano (0 1 0) en el PROM, en el caso del PRIZ es paralela a la cara

(1 1 1) (o en algunos casos (1 1 0)).

En este caso la dirección perpendicular a la lámina no coincide con ninguno de los ejes cristalográficos, por lo tanto nos encontramos en el caso i) con  $a = 1$ ,  $b = 1$  y  $c = 1$ . Reemplazando estos valores en las ecuaciones generales correspondientes resulta que las líneas neutras están rotadas con respecto a los ejes primados un ángulo  $\theta$  dado por

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{-2 E_{z'}}{E_{x'}} \quad (\text{II.48})$$

La birrefringencia está dada por

$$\delta n = n^3 r_{41} \frac{2}{\sqrt{6}} \sqrt{E_{x'}^2 + E_{z'}^2} \quad (\text{II.49})$$

La orientación de las líneas neutras es local, si la distribución de intensidades de escritura varía en el plano  $Ox'z'$  a cada punto le corresponde una birrefringencia distinta. Una de las líneas neutras es paralela a la componente transversal, mientras que la birrefringencia sólo depende de su módulo, independiente de la componente longitudinal del campo. La sensibilidad del PRIZ es superior a la del PROM así como también el rendimiento de difracción de las redes que se escriben [32].

### 3) MODULADOR EN CONFIGURACION TRANSVERSAL

Huignard y colaboradores desarrollaron en el Laboratorio Central de Investigaciones de la Thomson C S F, un modulador que utiliza láminas de cristal BSO con sus caras talladas paralelas al plano (1 1 0) [13]. Algunos PRIZ poseen esta talla, y es la que hemos utilizado en todas las experiencias de este trabajo. En este caso nos encontramos en el caso i) con  $a = 1$ ,  $b = 1$  y  $c = 0$ .

Reemplazando estos valores en las ecuaciones generales

correspondientes resulta que las líneas neutras están rotadas con respecto a los ejes primados un ángulo  $\theta$  dado por

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2 E_{x'}}{E_{z'}} \quad (\text{II.50})$$

La birrefringencia está dada por

$$\delta n = \frac{1}{2} n^3 r_{41} \sqrt{4E_{x'}^2 + E_{z'}^2} \quad (\text{II.51})$$

o sea que depende localmente de las componentes  $x'$  y  $z'$  del campo eléctrico.

En esta configuración la componente  $E_{x'}$ , tiene mayor peso en la birrefringencia. En el caso de que el campo eléctrico no tenga componente en la dirección  $z'$ , resulta

$$\theta = \pi/4 \quad \text{y} \quad \delta n = n^3 r_{41} E_{x'} \quad (\text{II.52})$$

## 2.5.- BIRREFRINGENCIA LINEAL Y CIRCULAR. ESFERA DE POINCARÉ

El cristal BSO presenta una birrefringencia lineal inducida debido al efecto electroóptico y una birrefringencia circular, o actividad óptica, que es independiente del campo eléctrico. Es así como cada punto del cristal presenta una birrefringencia elíptica, que depende del valor que presenta el campo eléctrico en ese punto.

Para fijar la notación, analizaremos el caso de una lámina que posea birrefringencia lineal y actividad óptica. Si la primera se presenta sola, ésta será caracterizada por dos líneas neutras ortogonales y dos modos propios de polarización lineal paralelos a las líneas neutras. La diferencia de fase que introduce la lámina de espesor  $d$  entre las dos vibraciones privilegiadas será

$$\phi d = \frac{2\pi}{\lambda} \delta n d \quad (\text{II.53})$$

donde  $\phi$  es la diferencia de fase por unidad de longitud.

Si la segunda - la actividad óptica - se presenta sola, ésta será caracterizada por dos modos propios de polarización circular, uno derecho y otro izquierdo. La diferencia de fase que introduce la lámina de espesor  $d$  entre las dos vibraciones privilegiadas será

$$\rho d = 2 \rho_0 d \quad (\text{II.54})$$

$\rho$  es el desfase por unidad de longitud y  $\rho_0$  es el poder rotatorio del medio que se define como el ángulo de rotación por unidad de longitud del plano de polarización de un haz linealmente polarizado que atraviesa la lámina.

La combinación de la birrefringencia lineal y la actividad óptica está caracterizada por dos líneas neutras, que son aquellas definidas cuando sólo existe la birrefringencia lineal, dos vibraciones privilegiadas con polarización elíptica con un desfase por unidad de longitud dado por

$$\psi = (\phi^2 + \rho^2)^{1/2} \quad (\text{II.55})$$

Las vibraciones privilegiadas o modos propios elípticamente polarizados, tienen como ejes de las elipses las líneas neutras de la lámina, sus sentidos de rotación son, para una derecha, y para la otra izquierda, y las razones entre el eje mayor y menor de las elipses son respectivamente  $e$  y  $1/e$ . Definiendo la elipticidad  $\epsilon$  tal que

$$e = \text{tg } \epsilon \quad (\text{II.56})$$

resulta

$$\text{tg } (2\epsilon) = \rho/\phi \quad (\text{II.57})$$

Agreguemos que para un medio levógiro la vibración rápida es la vibración a derecha y mientras que para un medio dextrógiro la vibración rápida es la vibración a izquierda.

[33].

Para la visualización de las modificaciones que introducen las láminas birrefringentes y distintos polarizadores en los estados de polarización de la luz es conveniente utilizar la representación debida a Poincaré. En esta representación [34] a cada posible estado de polarización le corresponde uno y sólo un punto sobre una esfera de radio unidad. Aquí recordaremos, para aclarar la notación, los aspectos fundamentales de la representación de Poincaré.

En general el estado de un haz elípticamente polarizado queda completamente determinado por dos cantidades:

$\omega$  : la orientación del eje mayor de la elipse con respecto a una dada dirección

$e$  : la razón entre los ejes menor a mayor

El sentido derecho e izquierdo, que se refiere a un observador mirando hacia la fuente de luz, se lo puede especificar tomando  $e$  negativo o positivo respectivamente.

Teniendo en cuenta la definición de la elipticidad  $\varepsilon$  (ec. II.56), los ángulos  $\varepsilon$  y  $\omega$  definen completamente el estado de polarización, y todos los estados posibles están representados con

$$\begin{aligned} 0 < \omega < \Pi \\ -\Pi/4 < \varepsilon < \Pi/4 \end{aligned} \tag{II.58}$$

Entonces, en la representación de Poincaré, a cada estado le corresponde un punto sobre la esfera cuya latitud es  $2\varepsilon$  y longitud es  $2\omega$ . De esta forma existe una correspondencia biunívoca entre todos los posibles estados de polarización y los puntos sobre una esfera de radio unidad.

Un esquema de la esfera de Poincaré puede verse en la Figura II.4. Todos los estados representados sobre el ecuador ( $\varepsilon = 0$ ) corresponder a polarizaciones lineales. Los puntos H y V corresponden a polarización horizontal y vertical respectiva-

mente. Los polos I y D ( $\epsilon = \pm\pi$ ) representan polarizaciones circulares a izquierda y derecha respectivamente. Los puntos sobre el mismo meridiano (por ejemplo IPR) representan polarizaciones elípticas con igual inclinación de su eje mayor, mientras que los puntos sobre el mismo paralelo (por ejemplo EFP) representan polarizaciones elípticas con igual elipticidad.

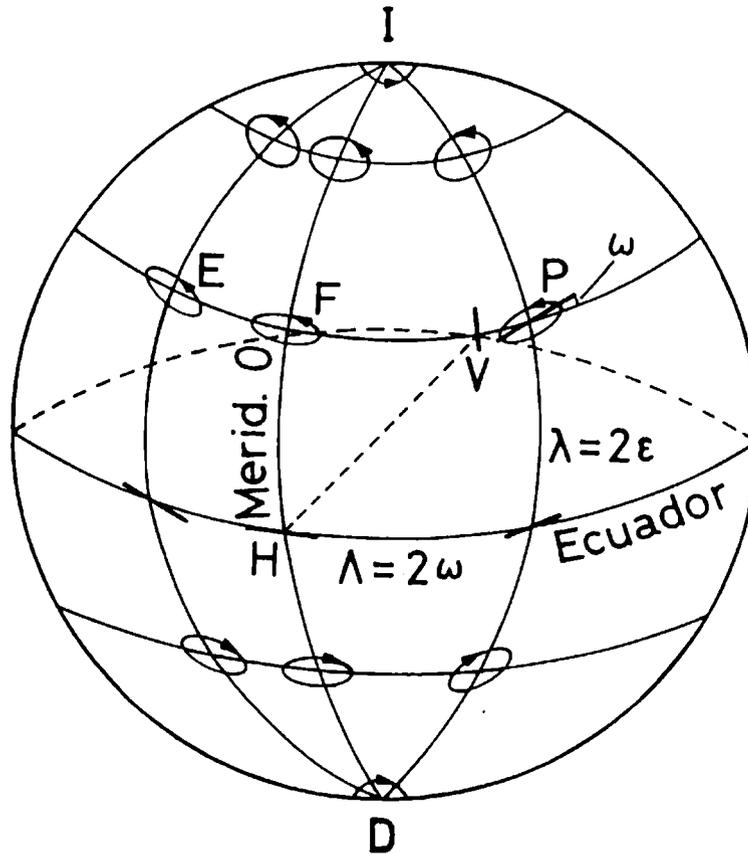


Figura II.4: Esfera de Poincaré.

Se define luz polarizada en estado P a la representada por el punto P en la esfera de Poincaré; un polarizador P a aquel dispositivo que produce luz polarizada en estado P; y un analizador P a aquel dispositivo que permite pasar completa-

mente luz polarizada en estado P. Cualquier estado P puede descomponerse en dos estados ortogonales A y Aa que están representados por puntos en las antípodas.

Es posible demostrar que si sobre un analizador A incide luz polarizada en estado P, de intensidad unidad, la intensidad I transmitida por el analizador vendrá dada por

$$I = \cos^2\left(\frac{\overline{PA}}{2}\right) \quad (\text{II.59})$$

donde  $\overline{PA}$  es la longitud del arco que une P con A. En el caso particular en que los estados P y A están representados por puntos opuestos de la esfera de Poincaré,  $\overline{PA} = \Pi$  y por lo tanto la intensidad transmitida por el analizador es nula, los estados P y A son ortogonales.

Es posible representar un medio birrefringente no absorbente por medio de dos estados ortogonales A y Aa en la esfera de Poincaré. Estos estados corresponden a las dos vibraciones privilegiadas que se propagan por el material sin cambiar de estado y con diferente velocidad. Si los estados ortogonales A y Aa son lineales el medio es linealmente birrefringente, si son circulares el medio es circularmente birrefringente u ópticamente activo, y en el caso general de que sean elípticos será elípticamente birrefringente. Si sobre este material incide luz en estado  $P_1$ , el estado del haz emergente es  $P_2$ , que corresponde a la posición que ocuparía  $P_1$  si se lo rota alrededor del eje A-Aa un ángulo igual a la diferencia de fase entre A y Aa que introduce el cristal.

En el caso del cristal BSO, como la birrefringencia es elíptica, el cristal estará representado en la esfera de Poincaré por dos estados A y Aa, que corresponden a las dos vibraciones elípticamente polarizadas que se propagan a través del cristal sin modificar su estado de polarización. Los ejes de estas elipses son paralelos a las líneas neutras del cristal. Según la ecuación II.57 los puntos A y Aa tendrán latitud

$\pm 2\epsilon$  dada por el valor de  $\rho$  y  $\phi$ , (el signo dependerá del sentido de rotación) y la longitud ( $2\omega$ ) dependerá de la orientación que tengan las líneas neutras respecto a una orientación arbitraria tomada como origen. La diferencia de fase entre  $A$  y  $Aa$  que introduce el cristal es  $\psi d$  ( $\psi$  de la ecuación II.52 y  $d$  el espesor del cristal).  $\psi d$  es el ángulo que se debe rotar al punto  $P_1$ , que representa la polarización del haz incidente sobre el cristal, alrededor del eje  $A - Aa$ , para hallar el estado de polarización emergente del cristal, punto  $P_2$ .

Además, como el cristal BSO es electroóptico, la birrefringencia de cada punto del cristal depende del valor que toma el campo eléctrico total en ese punto. Es por ello que la posición sobre la esfera de Poincaré de los dos estados ortogonales ( $A$  y  $Aa$ ) que representan a cada punto del cristal dependerá que tome el campo eléctrico total en ese punto del cristal.

## 2.6.- GENERACION DEL CAMPO DE CARGAS ESPACIALES

La fotoconducción se origina en la absorción de la luz dentro del cristal. La energía de los fotones absorbidos es utilizada para generar fotoelectrones que son arrastrados por el campo eléctrico global hasta que son atrapados en un agujero debido a un defecto en la red cristalina. Es así como el medio se polariza y se crea un campo de cargas espaciales que modifica el índice de refracción debido al efecto electroóptico. El número de fotoelectrones creados dependerá del rendimiento cuántico de excitación,  $\Phi$ , que es la probabilidad de que un electrón absorbido sea efectivamente utilizado para crear un fotoelectrón. Bajo la acción combinada del campo externo aplicado y la iluminación incidente, el BSO se polariza creando un campo de cargas espaciales  $E_{ce}$ .

En esta sección deduciremos la ecuación diferencial que relaciona el campo de cargas espaciales con la distribución de la intensidad incidente para distribuciones unidimensionales.

Hemos utilizado una lámina de BSO de 1 cm por 1 cm y 0.3 cm de espesor en configuración transversal. Para fijar ideas, tomemos un sistema de coordenadas  $xyz$  con los ejes paralelos a las aristas del cristal, el eje  $x$  paralelo a las líneas de campo eléctrico externo, como indica la Figura II.5.

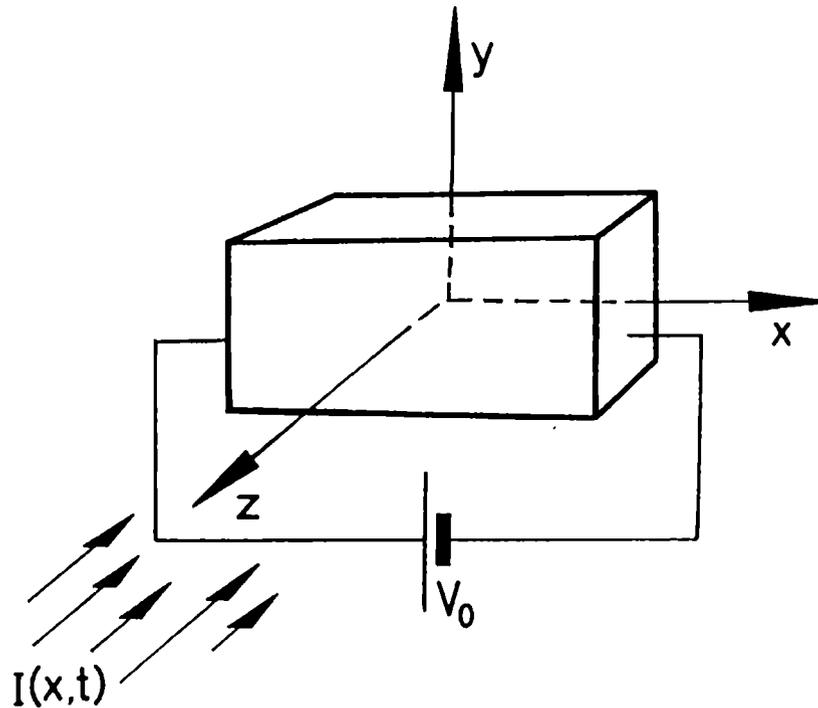


Figura II.5: Esquema del cristal con los ejes de coordenadas.

El cálculo del campo de cargas espaciales se simplifica en el caso que la distribución de fotoelectrones sea suficientemente simétrica, de manera que el material se polarice en forma uniforme. Si la distribución de intensidad incidente sobre la lámina en un instante  $t$  es  $I(x,t)$ , se puede suponer

- i) los electrones se desplazan en la dirección  $x$  paralela al campo externo,
- ii) la polarización y el campo de cargas espaciales son paralelos al campo externo,

iii) el campo de cargas espaciales es sólo función de  $\mathbf{x}$ ,  
 iv) la absorción es débil, esto garantiza que la intensidad es uniforme en la dirección  $z$ , creandose en el interior del cristal igual densidad de electrones que en la superficie.

No se tendrán en cuenta efectos de borde.

La relación que vincula al campo de cargas espaciales con la polarización eléctrica  $\mathbf{P}$  en la dirección  $\mathbf{x}$  es

$$\mathbf{E}_{ce} = \frac{\mathbf{P}}{\epsilon} \quad (\text{II.60})$$

donde  $\epsilon$  es la permitividad del cristal  $\epsilon = 4,956 \cdot 10^{-10}$  S.I. para el BSO, que corresponde a una permitividad relativa  $\epsilon_r = 56$  [8].

Podemos pensar que en cada punto del cristal de coordenadas  $(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$  incide un haz de intensidad  $I(\mathbf{x}, t)$  y frecuencia  $\nu$ . Analizaremos qué ocurre en un entorno del punto  $(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0)$  del cristal, donde la intensidad del haz incidente en el instante  $t$  es  $I(\mathbf{x}_0, t)$ . Cuando  $N_1$  fotones son absorbidos por unidad de área y unidad de tiempo  $N$  fotoelectrones son creados siendo

$$\mathbf{N} = \Phi N_1 + n \quad (\text{II.61})$$

donde  $n$  son los electrones creados por excitación térmica en la oscuridad, y  $\Phi$  es el rendimiento cuántico de excitación.

La potencia luminosa absorbida  $I_a$  se puede calcular teniendo en cuenta la absorción dentro del cristal y las múltiples reflexiones en las caras anterior y posterior del cristal, resultando

$$I_a(\mathbf{x}_0, t) = I(\mathbf{x}_0, t) \frac{(1-R) [1 - \exp(-\alpha d)]}{1 - R \exp(-\alpha d)} \quad (\text{II.62})$$

donde  $R$  el coeficiente de reflexión en incidencia normal, de aproximadamente 20%, y  $\alpha$  el de absorción del cristal para la longitud de onda utilizada en la escritura.

Si el cristal tiene un espesor  $d$ , la potencia absorbida por unidad de volumen  $P_a$  es

$$P_a = \frac{I_a}{d} \quad (\text{II.63})$$

Si  $(\alpha d)$  es inferior a la unidad es posible escribir una expresión aproximada más simple para  $P_a$

$$P_a \cong I \alpha \quad (\text{II.64})$$

En nuestro caso el espesor del cristal es  $d = 0.3 \text{ cm}$ . por lo tanto la condición que debe cumplir  $\alpha$  es  $\alpha < 1/d = 3.33 \text{ cm}^{-1}$ . Del gráfico del coeficiente de absorción en función de la longitud de onda para que la aproximación (II.64) sea correcta debe ser  $\lambda > 500 \text{ nm}$ . Entonces, para la longitud de onda utilizada (514 nm), es posible realizar la aproximación.

El número de fotones absorbidos por unidad de volumen y unidad de tiempo es

$$N_1 = \frac{P_a}{h \nu} \quad (\text{II.65})$$

y el número de fotoelectrones creados siempre por unidad de volumen y unidad de tiempo es

$$N = \Phi \frac{P_a}{h \nu} + n \quad (\text{II.66})$$

Teniendo en cuenta la expresión aproximada para  $P_a$  resulta

$$N = \Phi \frac{1}{h\nu} \alpha I + n \quad (\text{II.67})$$

Es importante notar que  $N$ , que es la tasa de generación de fotoelectrones, está relacionado en forma lineal a la intensidad del haz incidente en ese punto.

Cada fotoelectrón luego de ser generado se desplaza una distancia media  $L$  entre el lugar donde se creó y su lugar de captura creando un dipolo eléctrico de momento  $eL$ . Debido a las suposiciones realizadas todos los momentos son paralelos, por lo tanto el momento creado por unidad de volumen y unidad de tiempo es

$$\mathbf{M}_s = \mathbf{N} e L \quad (\text{II.68})$$

y como  $\mathbf{M}_s$  es la variación del momento eléctrico con respecto al tiempo resulta

$$\mathbf{M}_s(\mathbf{x}_0, t) = \frac{d\mathbf{P}(\mathbf{x}_0, t)}{dt} \quad (\text{II.69})$$

Teniendo en cuenta las ecuaciones (II.60) (II.68) y (II.69) resulta

$$\mathbf{N}(\mathbf{x}_0, t) e L = \epsilon \frac{dE_{ce}(\mathbf{x}_0, t)}{dt} \quad (\text{II.70})$$

Los fotoelectrones se desplazan dentro del cristal a la velocidad media  $v$  durante su tiempo de vida media  $\mathcal{T}$  una distancia  $L = v\mathcal{T}$ . La velocidad de los electrones no es otra que el producto de la movilidad de los electrones  $\mu$  por el campo eléctrico  $\mathbf{E}_T$  que reina efectivamente en ese punto del cristal. Esto es

$$v = -\mu \mathbf{E}_T \quad (\text{II.71})$$

donde el signo  $-$  corresponde al hecho que los electrones se desplazan en sentido contrario al campo. Por lo tanto  $L = -\mu \tau \mathbf{E}_T$ . El producto  $\mu \tau$  es una característica importante del material ya que representa la longitud de transporte por unidad de campo eléctrico.

Reemplazando en la ecuación (II.70) las expresiones para  $\mathbf{N}$  y  $L$  resulta

$$\epsilon \frac{\partial \mathbf{E}_{ce}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = - \left( \frac{1}{h\nu} \Phi \alpha I + n \right) e \mu \mathcal{T} \mathbf{E}_T \quad (\text{II.72})$$

Por otro lado como

$$\epsilon \frac{\partial \mathbf{E}_{ce}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = \mathbf{J} \quad (\text{II.73})$$

con  $\mathbf{J}$  la densidad de corriente y teniendo en cuenta la definición de conductividad  $\sigma$

$$\mathbf{J} = - \sigma \mathbf{E}_T \quad (\text{II.74})$$

resulta

$$\epsilon \frac{\partial \mathbf{E}_{ce}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = - \sigma \mathbf{E}_T \quad (\text{II.75})$$

con

$$\sigma = \frac{1}{h\nu} \Phi \alpha e \mu \mathcal{T} I + n e \mu \mathcal{T} \quad (\text{II.76})$$

El primer término corresponde a la fotoconductividad que es proporcional a la intensidad del haz incidente en cada punto y el segundo término es la conductividad en la oscuridad  $\sigma_0$ . Llamando

$$\eta = \frac{1}{h\nu} \Phi \alpha e \mu \mathcal{T} \quad (\text{II.77})$$

resulta

$$\sigma = \eta I + \sigma_0 \quad (\text{II.78})$$

El campo total en cada punto del cristal viene dado por

$$\mathbf{E}_T = \mathbf{E}_{ce} + \mathbf{E}'_0 \quad (\text{II.79})$$

donde  $\mathbf{E}'_0$  es el campo eléctrico externo aplicado. Si este campo externo lo provee una fuente que garantiza que entre los dos electrodos la diferencia de potencial se mantiene constante  $V_0$ ,

y  $B$  es el ancho del cristal debe verificarse que

$$V_0 = \int_0^B E_T(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x} \quad (\text{II.80})$$

Por lo tanto

$$V_0 = \int_0^B E_{ce}(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x} + E'_0 B \quad (\text{II.81})$$

Si el cristal se mantiene en la oscuridad el campo externo aplicado será  $E'_0 = E_0$ , y

$$V_0 = E_0 B \quad (\text{II.82})$$

y por lo tanto

$$E'_0 = E_0 - \frac{1}{B} \int_0^B E_{ce}(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x} \quad (\text{II.83})$$

Reemplazando todos estos resultados en la ecuación diferencial (II.73) resulta

$$\begin{aligned} \varepsilon \frac{\partial E_{ce}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} &= \\ &= -(\eta I(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \sigma_0) \left[ E_{ce}(\mathbf{x}, t) + E_0 - \frac{1}{B} \int_0^B E_{ce}(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x} \right] \end{aligned} \quad (\text{II.84})$$

donde la constante  $\eta$  sólo depende de la longitud de onda de la luz incidente.

Para el cristal BSO,  $\Phi$  y  $\mu\tau$  toman los valores:  $\Phi = 8.5 \times 10^{-1}$  [10],  $\mu\tau = 1.5 \times 10^{-11} \text{m}^2/V$  [35]. A una longitud de onda baja, ( $\lambda_v = 475 \text{nm}$ ), le corresponde un coeficiente de absorción  $\alpha = 7 \times 10^2 \text{m}^{-1}$  [8], entonces  $\eta$  toma el valor  $\eta_v = 3.4 \times 10^{-9} \text{Cm/JV}$ . Para una longitud de onda larga ( $\lambda_R = 633 \text{nm}$ ) le corresponde un coeficiente de absorción menor  $\alpha = 20 \text{m}^{-1}$  y entonces el valor que toma  $\eta$  es 30 veces menor,  $\eta_R = 1.3 \times 10^{-10} \text{Cm/JV}$ . Es por esta razón que se utiliza un haz de

escritura de longitud de onda corta (por ejemplo verde,  $\lambda_v = 475\text{nm}$ ) como haz de escritura y un haz de lectura de longitud de onda larga (por ejemplo rojo,  $\lambda_r = 633\text{nm}$ ) como haz de escritura. Si además la intensidad del haz de lectura es menor que la del de escritura la fotoconductividad del haz de lectura será mucho menor que el de escritura, y el primero no modificará la distribución de cargas que produce el segundo.

Para varios autores [8, 36] el valor para  $\sigma_0$  es  $\sigma_0 = 2 \times 10^{-12} (\Omega\text{m})^{-1}$ , entonces si la potencia del haz de escritura es mayor que  $6 \times 10^{-8} \text{W/cm}^2$  es posible despreciar la conductividad en la oscuridad.

La potencia necesaria para la escritura es del orden de  $1 \text{mW/cm}^2$ , es por ello que en todo el trabajo se desprecia la conductividad de la oscuridad respecto de la fotoconductividad.

Entonces, conocida la distribución de intensidad de escritura y resolviendo la ecuación (II.84) se obtiene la distribución del campo de cargas espaciales  $E_{ce}(\mathbf{x}, t)$ . Esta información se utilizará para conocer las variaciones en la polarización del haz de lectura que introduce cada punto del cristal, y así obtener la distribución final de la intensidad del haz de lectura. En el capítulo 3 se aplicará esta ecuación en distintas situaciones que se corresponden con las aplicaciones descritas en el capítulo 4.

## CAPITULO 3

## ASPECTOS TEORICOS DEL REGISTRO Y LECTURA EN CRISTALES BSO

### 3.1.- INTRODUCCION

En este capítulo aplicaremos el modelo desarrollado en el capítulo anterior. Veremos las particularidades cualitativas de la solución de la ecuación diferencial en algunos casos. Se estudiará el subsistema óptico que permite seguir el desarrollo del modelo que se detalla en este capítulo. Se estudiará en detalle el proceso de escritura y lectura y se mostrará el comportamiento del filtro de intensidades formado por el cristal (con información grabada) entre polarizadores lineales.

El análisis detallado de los distintos dispositivos experimentales utilizados para las distintas aplicaciones se describen en el capítulo 4.

### 3.2.- SUBSISTEMA OPTICO POLARIZADOR-CRISTAL-POLARIZADOR

Un esquema del subsistema óptico utilizado en el proceso de escritura-lectura puede verse en la Figura III.1.

El cristal BSO en configuración transversal sometido a una diferencia de potencial  $V_0$  es utilizado como material de registro. Este se coloca dentro de una cápsula de alta presión de  $N_2$  para evitar descargas entre los bordes de la lámina.

Como ya hemos mencionado en el capítulo 2, debido a que el cristal BSO presenta una mayor fotoconductividad para iluminación con una longitud de onda corta dentro del visible y menor fotoconductividad para iluminación de longitud de onda larga, se utiliza para el haz de escritura un haz de longitud de onda que corresponde al verde ( $\lambda_v \cong 475\text{nm}$ ). Para que el haz de lectura no modifique la información grabada se utiliza para el haz de lectura una longitud de onda que corresponde al rojo ( $\lambda_r \cong 633\text{nm}$ ).

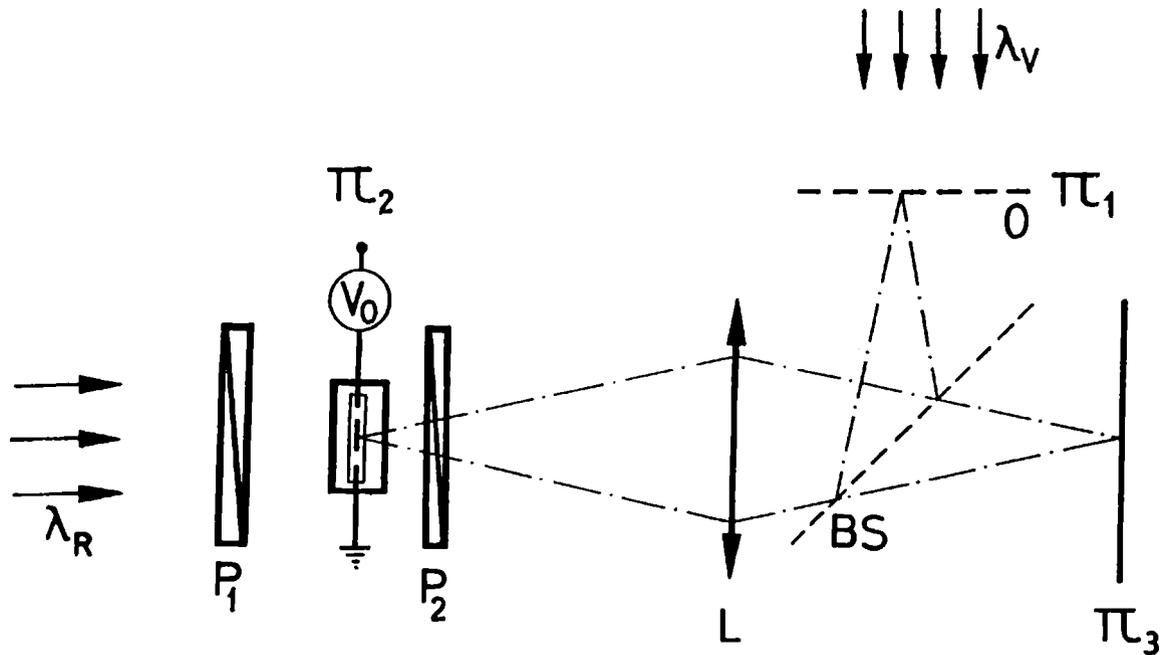


Figura III.1: Esquema del subsistema óptico iluminado por ondas de longitud  $\lambda_v$  y  $\lambda_R$ ,  $P_1$ ,  $P_2$ : polarizadores,  $L$ : lente,  $O$ : objeto,  $\Pi_1$ : plano objeto,  $\Pi_2$ : plano del cristal,  $\Pi_3$ : plano de salida.  $BS$ : divisor de haz.

Entonces, sobre el cristal, plano  $\Pi_2$ , se forma la imagen de un objeto  $O$  a grabar, iluminando con una longitud de onda  $\lambda_v$ . Este haz puede incidir sobre la cara anterior o posterior del cristal. La distribución de intensidad de registro que incide sobre el cristal, que llamaremos  $I_v$ , corresponde a la imagen del objeto  $O$  y modifica el campo eléctrico total dentro del cristal. Debido al efecto electroóptico se produce una distribución de birrefringencia inducida. Es así como la distribución de intensidad de registro de la luz  $\lambda_v$  que incide sobre el cristal,  $I_v$ , modifica la birrefringencia inducida en el cristal. La birrefringencia inducida se pone de manifiesto al iluminar el cristal entre dos polarizadores lineales  $P_1$  y  $P_2$  con iluminación roja de longitud de onda  $\lambda_R$ . Con la longitud de onda  $\lambda_R$  se forma sobre el plano de salida  $\Pi_3$  la imagen del pla-

no  $\Pi_2$ . Llamamos  $I_R$  a la distribución de intensidad sobre el plano  $\Pi_3$ , que es la misma que sobre el plano  $\Pi_2$  si pensamos que el polarizador  $P_2$  está yuxtapuesto al cristal. Es así como la distribución de intensidad de escritura o registro sobre el cristal modifica la distribución de intensidad de lectura, obteniéndose a la salida una distribución de intensidad  $I_R$ . De esta forma el sistema compuesto por los polarizadores y el cristal sometido a un potencial constante iluminado por un haz de escritura se comporta como un filtro para el haz de lectura. La intensidad del haz emergente de cada punto del filtro dependerá de la distribución de intensidades del haz incidente, la posición de los polarizadores y la distribución de intensidades del haz de escritura.

Primero, utilizando el formalismo de Poincaré, escribiremos la intensidad emergente como función de la intensidad incidente dependiendo del campo eléctrico total para dos posiciones de los polarizadores. Elegiremos una de ellas que utilizaremos en el caso en el que el objeto de escritura sea una rendija y luego en el caso en el que esa rendija ilumine distintas zonas del cristal.

### 3.3.- FILTRO DE INTENSIDAD EN FUNCION DEL CAMPO ELECTRICO TOTAL EN EL CRISTAL

El sistema formado por polarizador-cristal con información grabada-analizador se comporta como un filtro de intensidades para el haz de lectura. El valor de atenuación de cada punto del filtro dependerá de la posición de los polarizadores y del valor que toma el campo eléctrico total en el punto correspondiente del cristal. Este último, a su vez, depende de la distribución de intensidad del haz de escritura. Para analizar todo esto se utiliza el formalismo de Poincaré de la siguiente forma.

El campo eléctrico total en un punto del cristal que corresponde a la coordenada  $x$  del filtro al tiempo  $t$  es  $E_T(x,t)$ .

Debido a las hipótesis realizadas en el parágrafo 2.6 el campo eléctrico total tiene sólo componente en la dirección  $\mathbf{x}$ , por lo tanto la birrefringencia y la dirección de las líneas neutras de la lámina vienen dadas por la ecuación (II.52). Esto es las líneas neutras forman un ángulo de  $\Pi/4$  con el eje  $\mathbf{x}$  y el valor de la birrefringencia está dado por

$$\delta n = n^3 r_{41} E_T(\mathbf{x}, t) \quad (\text{III.1})$$

Tomando todas las direcciones de polarización respecto de uno de los ejes neutros de la lámina el punto sobre la esfera de Poincaré (Figura III.2) que corresponde al cristal con un valor  $E_T$  de campo eléctrico total, es un punto sobre el meridiano (punto C) de latitud  $2\varepsilon$ , donde según las ecuaciones (II.53-57) resulta

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{2\Pi \delta n}{\lambda} & \Psi &= (\phi^2 + \rho^2)^{1/2} \\ \rho &= 2\rho_0 & \text{tg } 2\varepsilon &= \frac{\rho}{\phi} \end{aligned} \quad (\text{III.2})$$

Como la polarización del haz incidente sobre el cristal es lineal, paralela al eje de transmisión del polarizador  $P_1$ , y llamando  $\theta$  al ángulo que éste forma con el eje neutro de referencia de la lámina, el estado de polarización del haz incidente sobre el cristal está representado, en la esfera de Poincaré, por un punto sobre el ecuador de latitud  $-2\theta$  (punto P). Se ha elegido el signo menos para que la polarización del haz emergente puede ser cercana a la polarización lineal.

La polarización emergente del cristal se obtiene rotando el punto P alrededor del eje que pasa por el punto C un ángulo  $\psi d$ , con  $d$  el espesor del cristal (punto Q).



polarizador y analizador usando el formalismo de Poincaré.

Para fijar ideas, tomemos un punto  $x$  del cristal. en ese punto el campo eléctrico total  $E_T(x,t)$  varía en el tiempo desde un valor  $E_0$ , valor que toma en el instante inicial. Es conveniente escribir el campo eléctrico total como

$$E_T = E_0 + \Delta E = E_0 \left( 1 + \frac{\Delta E}{E_0} \right) = E_0 ( 1 + R ) \quad (\text{III.3})$$

donde

$$R = \frac{\Delta E}{E_0} \quad (\text{III.4})$$

Como  $E_T$  es positivo pero finito, entonces

$$-1 < R < \infty$$

Por lo tanto, cuando el campo eléctrico total toma el valor  $E_0$  (por ejemplo el cristal sin iluminación de escritura pero con voltaje aplicado no nulo, o en el instante inicial) el cristal está representado por el punto  $C_0$  en la esfera de Poincaré con

$$\begin{aligned} \phi_0 &= \frac{2\Pi}{\lambda} \delta n_0 & \Psi_0 &= (\phi_0^2 + \rho^2)^{1/2} \\ \delta n_0 &= n^3 r_{41} E_0 & \text{tg} 2\varepsilon_0 &= \frac{\rho}{\phi_0} \end{aligned} \quad (\text{III.5})$$

Al variar  $E_T$  varía el punto  $C$  sobre la esfera de Poincaré así como el valor de  $\Psi$ . Cuando  $E_T = 0$  el punto  $C$  corresponde a un polo ya que en este caso la birrefringencia lineal es nula.

Reescribiendo las ecuaciones (III.1) y (III.2) en función de los parámetros  $\phi_0$ ,  $\rho_0$ ,  $\psi_0$  característicos del cristal para  $E_0$  y  $R$  resulta

$$\begin{aligned} \phi &= \phi_0 (1 + R) & \psi &= \psi_0 \left( 1 + \frac{\phi_0^2}{\psi_0^2} R (2 + R) \right)^{1/2} \\ \delta n &= \delta n_0 (1 + R) & \text{tg } 2\varepsilon &= \frac{\rho}{\phi_0 (1 + R)} \end{aligned} \quad (\text{III.6})$$

O sea, que a medida que el campo eléctrico varía desde un valor  $E_0$  el punto  $C$  que representa el cristal en la esfera de Poincaré se mueve sobre el meridiano desde el punto  $C_0$ . El punto  $Q$  que representa el estado de polarización del haz emergente será el que se obtenga al rotar un ángulo  $\psi d$  (que también varía en el tiempo) al punto  $P$  (que representa la polarización del haz incidente) alrededor del eje que pasa por el punto  $C$ .

Se analizaron dos posiciones para el polarizador y analizador que son de fácil implementación. Estas son:

1) Polarizador  $P$  en tal posición que cuando  $E_T = E_0$  el haz emergente del cristal está linealmente polarizado (punto  $Q_0$  en la esfera de Poincaré) y el analizador  $A$  transmitiendo completamente esta polarización. (Figura III.3).

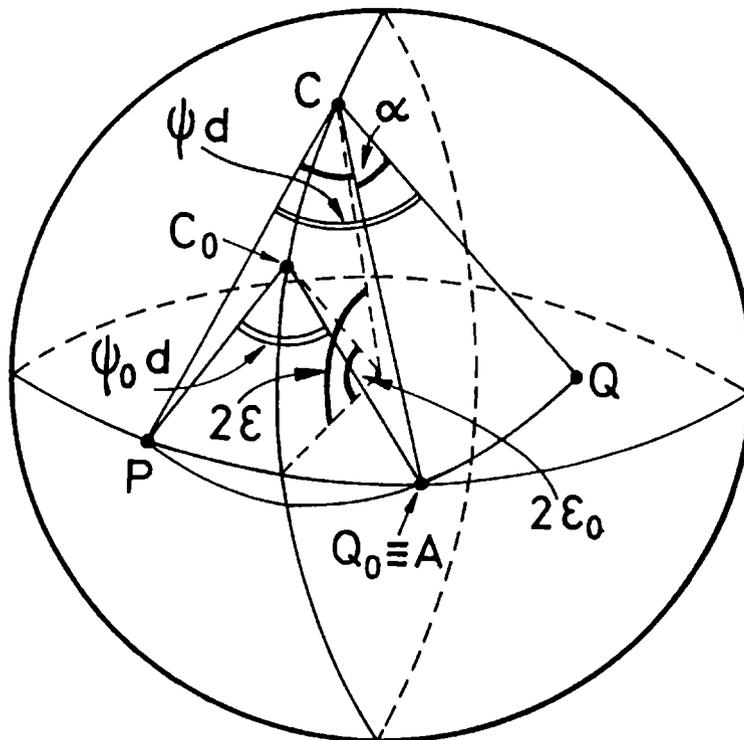


Figura III.3: Esfera de Poincaré. Caso 1.

2) Polarizador P paralelo a un eje de la lámina, y el analizador A transmitiendo completamente la luz emergente del cristal cuando el campo total en él es nulo (cristal sin campo aplicado e  $I_v = 0$ ). (Ver Figura III.4)

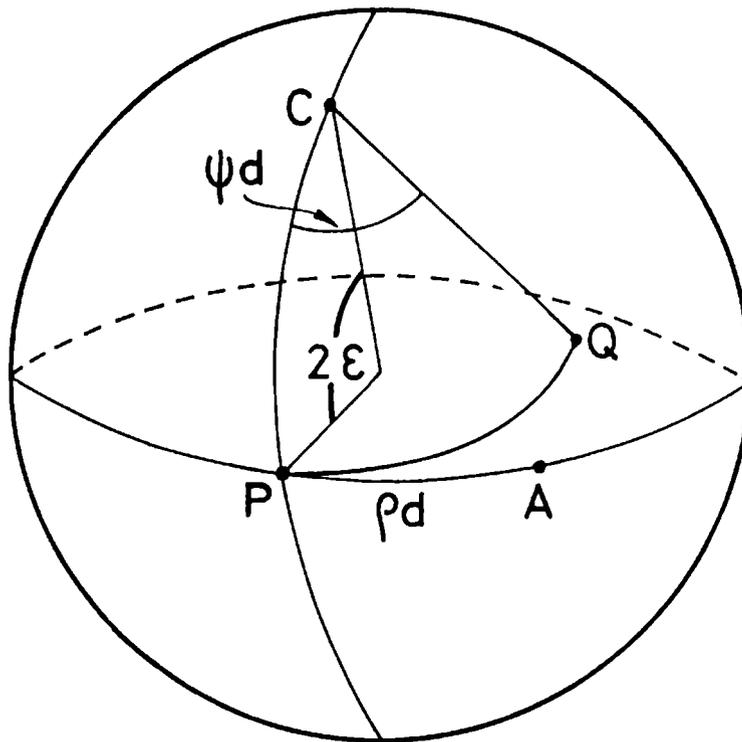


Figura III.4: Esfera de Poincaré. Caso 2.

En el primer caso, para la posición de los polarizadores antes indicada, se calculó la intensidad del haz emergente de cada punto del filtro de amplitudes como función del campo eléctrico total en el punto del cristal correspondiente. En este caso (ver Figura III.3) la intensidad emergente del filtro es

$$I = \cos^2 (\overline{Q_0 Q} / 2) = \frac{1}{2} (1 + \cos \overline{Q_0 Q} ) \quad (\text{III.7})$$

Primero se calculó  $2\theta$ , o sea la posición del polarizador respecto del eje de la lámina. Utilizando las identidades trigonométricas [29] en un triángulo esférico de lados  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , y vértices  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , (ver Figura III.5).

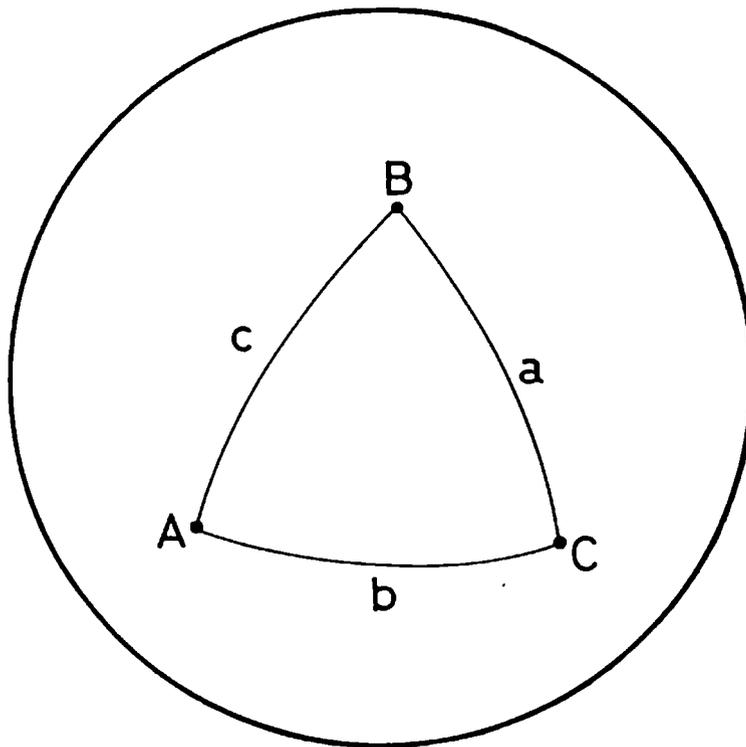


Figura III.5: Triángulo esférico. Trigonometría esférica.

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

$$\cos A = -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a \quad (\text{III.8})$$

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}$$

resulta teniendo en cuenta que el triángulo PCH es rectángulo

$$\text{tg } 2\theta = \text{tg}(\psi_0 d/2) \sin 2\varepsilon_0 \quad (\text{III.9})$$

Llamando  $\psi d = \beta + \alpha$

$$\text{tg } 2\theta = \text{tg}(\beta/2) \sin 2\varepsilon \quad (\text{III.10})$$

Resulta

$$\text{tg}(\beta/2) = \text{tg}(\psi_0 d/2) \frac{\sin 2\varepsilon_0}{\sin 2\varepsilon} \quad (\text{III.11})$$

y usando nuevamente las identidades trigonométricas resulta

$$\cos \overline{Q_0 Q} = \cos^2 2\theta + \cos^2 2\varepsilon (1 - \cos \alpha) + \cos \alpha \quad (\text{III.12})$$

o sea

$$I = \frac{1}{2} \left\{ \cos^2 2\theta + \cos^2 2\varepsilon (1 - \cos \alpha) + (1 + \cos \alpha) \right\} \quad (\text{III.13})$$

Reemplazando los resultados anteriores es posible escribir la intensidad emergente en función de los parámetros del problema y la variable  $R = \Delta E/E_0$ . Esto se logra teniendo en cuenta los siguientes resultados

$$\cos^2 2\theta = 1 / \left[ 1 + \frac{\rho^2}{\psi_0^2} \text{tg}^2(\psi_0 d/2) \right] \quad (\text{III.14})$$

$$\cos^2 2\varepsilon = \phi_0^2 (1 + R)^2 / (\rho^2 + \phi_0^2 (1 + R)^2) \quad (\text{III.15})$$

$$\frac{\psi d}{2} = (\psi_0 d/2) \sqrt{1 + (\phi_0^2 / \psi_0^2) R (2 + R)} \quad (\text{III.16})$$

$$\operatorname{tg}(\beta/2) = \operatorname{tg}(\psi_0 d/2) \sqrt{1 + (\phi_0^2 / \psi_0^2) R (2 + R)} \quad (\text{III.17})$$

$$\operatorname{tg} \alpha/2 = \left( \operatorname{tg}(\psi d/2) - \operatorname{tg}(\beta/2) \right) / \left( 1 + \operatorname{tg}(\psi d/2) \operatorname{tg}(\beta/2) \right) \quad (\text{III.18})$$

$$1 - \cos \alpha = 2 \operatorname{tg}^2 \alpha/2 / (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha/2) \quad (\text{III.19})$$

$$1 + \cos \alpha = 1 / (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha/2) \quad (\text{III.20})$$

Para el segundo caso en que el polarizador es paralelo a uno de los ejes de la lámina, se tiene (ver Figura III.4)  $\overline{CP} = 2\varepsilon$ ,  $\widehat{PCQ} = \psi d$  y  $\overline{PA} = \rho d$ . Ahora la intensidad emergente del filtro será

$$I = \cos^2(\overline{QA} / 2) = \frac{1}{2} (1 + \cos \overline{QA}) \quad (\text{III.21})$$

Usando trigonometría esférica resulta

$$\cos \overline{QA} = \cos \overline{PQ} \cos \overline{PA} + \operatorname{sen} \overline{PQ} \operatorname{sen} \overline{PA} \cos \widehat{QPA} \quad (\text{III.22})$$

Entonces

$$I = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \cos \overline{PQ} \cos \overline{PA} + \operatorname{sen} \overline{PQ} \operatorname{sen} \overline{PA} \cos \widehat{QPA} \right\} \quad (\text{III.23})$$

Del triángulo isósceles PCQ resulta

$$\cos \overline{PQ} = \cos^2 \overline{CP} + \operatorname{sen}^2 \overline{CP} \cos \psi d \quad (\text{III.24})$$

y usando identidades trigonométricas en triángulos esféricos es posible escribir

$$\operatorname{sen} \overline{PQ} \cos \widehat{QPA} = \operatorname{sen} \overline{CP} \operatorname{sen} \psi d \quad (\text{III.25})$$

Por lo tanto

$$\begin{aligned}
I &= \frac{1}{2} \left\{ 1 + [\cos^2 \overline{CP} + \sin^2 \overline{CP} \cos \psi d] + \right. \\
&\quad \left. + \sin \overline{CP} \sin \psi d \sin \rho d \right\} = \\
&\quad (III.26) \\
&= \frac{1}{2} \left\{ 1 + [1 + \sin^2 \overline{CP} (\cos \psi d - 1)] \cos \rho d + \right. \\
&\quad \left. + \sin \overline{CP} \sin \psi d \sin \rho d \right\}
\end{aligned}$$

Teniendo en cuenta que

$$\operatorname{tg} 2\varepsilon = \rho/\phi \quad (III.27)$$

entonces

$$\sin \overline{CP} = \sin 2\varepsilon = \rho/\psi \quad (III.28)$$

Por lo tanto

$$\begin{aligned}
I &= \frac{1}{2} \left\{ 1 + [1 + (\rho/\psi)^2 (\cos \psi d - 1)] \cos \rho d + \right. \\
&\quad \left. + \rho/\psi \sin \psi d \sin \rho d \right\} \\
&\quad : \\
&\quad (III.29)
\end{aligned}$$

Teniendo en cuenta

$$\psi = \psi_0 \left( 1 + \frac{\phi_0^2}{\psi_0^2} R (2 + R) \right)^{1/2} \quad (III.30)$$

es posible escribir la intensidad del haz emergente del filtro en función de R y los parámetros del problema.

A partir de los resultados anteriores se graficó el cociente intensidad del haz emergente del filtro por intensidad del haz incidente como función del campo eléctrico total para los dos casos usando como parámetros  $E_0 = 6 \times 10^2 \text{V/mm}$ ,  $\lambda = 7 \times 10^{-4} \text{mm}$ ,  $\rho_0 = 0.3 \text{rad/mm}$ ,  $\rho = 2\rho_0 = 0.6 \text{rad/mm}$ ,  $r_{41} = 5 \times 10^{-9} \text{mm/V}$ ,  $n = 2.51$ ,  $d = 3 \text{mm}$ .

Los resultados pueden verse en las Figuras III.6 y III.7 para  $E_T = 0$  hasta  $E_T = 2E_0$ . Para los cálculos posteriores se eligió el segundo caso, en el que el plano de polarización del haz incidente al filtro es paralelo a uno de los ejes neutros del cristal ya que para esta configuración de polarizadores el filtro es más sensible a variaciones del campo total, o sea que las variaciones en la intensidad son más importantes para las mismas variaciones del campo total.

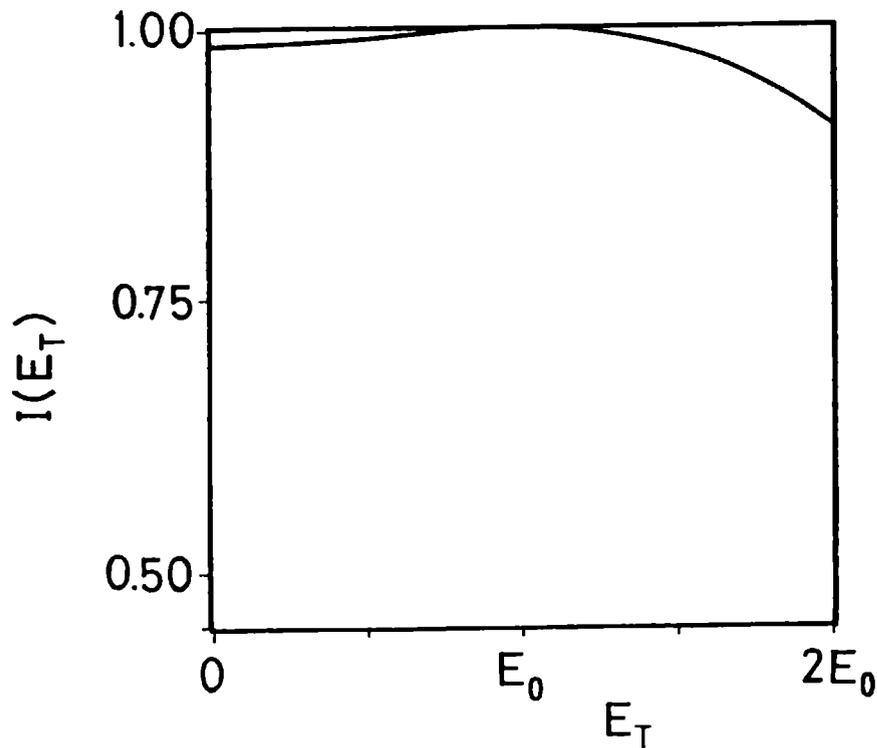


Figura III.6: Transmitancia para un punto del filtro polarizador-cristal-polarizador para en el caso 1 en función del campo eléctrico total en ese punto.

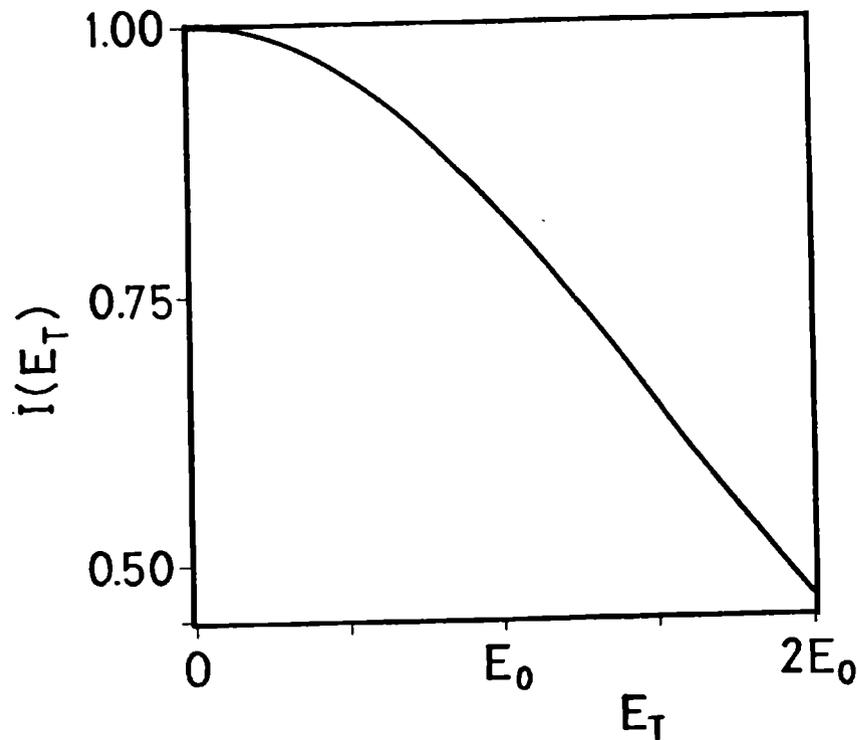


Figura III.7: Transmitancia para un punto del filtro polarizador-cristal-polarizador para en el caso 2 en función del campo eléctrico total en ese punto.

Como se ve de todo lo anterior, la intensidad del haz emergente depende de la orientación de los polarizadores  $P_1$  y  $P_2$ . Para poder calcular la intensidad del haz emergente se deben conocer exactamente estas direcciones. En las experiencias estas orientaciones se eligen de tal manera que la imagen final tenga un buen contraste. Es de esperar que para posiciones de polarizadores para las cuales la relación entre campo eléctrico total en un punto del cristal y el coeficiente de atenuación del filtro en ese punto sea biunívoca, los resultados finales serán semejantes. Es por ello que es posible tomar cualquier

posición de polarizadores que brinde una relación biunívoca entre el campo eléctrico total, y el coeficiente de atenuación en el rango del campo eléctrico total que se utiliza.

Es posible invertir el contraste final de una imagen rotando el analizador  $90^\circ$ , esta posición del polarizador corresponde en la esfera de Poincaré, a la antípoda de la posición original. En este caso, teniendo en cuenta la ecuación III.7, si la distribución de intensidad emergente era  $I_R$ , al rotar el polarizador será  $1 - I_R$ .

### 3.4.- ESTUDIO DE LA DISTRIBUCION DE INTENSIDAD DE SALIDA PARA DISTRIBUCIONES DE ESCRITURA UNIDIMENSIONALES

Se estudiará la distribución de intensidad a la salida,  $I_R$ , cuando la distribución de intensidad de escritura es  $I_V$  correspondiente primero a una rendija fija y luego a la imagen de una rendija que va iluminando por intervalos de tiempo constante distintas zonas del cristal.

El sistema de coordenadas que se toma para describir la distribución de intensidad de escritura sobre el cristal es el mismo utilizado en el capítulo 2 (Figura II.5).

#### 3.4.1.- RENDIJA FIJA

##### 3.4.1.1.- CAMPO ELECTRICO TOTAL EN CADA PUNTO DEL CRISTAL

Se forma sobre el cristal, de ancho  $B$ , la imagen de una rendija de ancho  $b$  centrada en  $x = x_0$ , o sea, la distribución de intensidad de escritura sobre el cristal es

$$I_V(x, y, t) = \begin{cases} I_0 & |x - x_0| \leq \frac{b}{2}, \forall y, t \geq 0 \\ I_f & |x - x_0| > \frac{b}{2}, \forall y, t \geq 0 \\ 0 & \forall x, \forall y, t < 0 \end{cases} \quad (\text{III.31})$$

Un esquema de la zona del cristal iluminada con  $I_0$  e  $I_f$  puede verse en la Figura III.8.

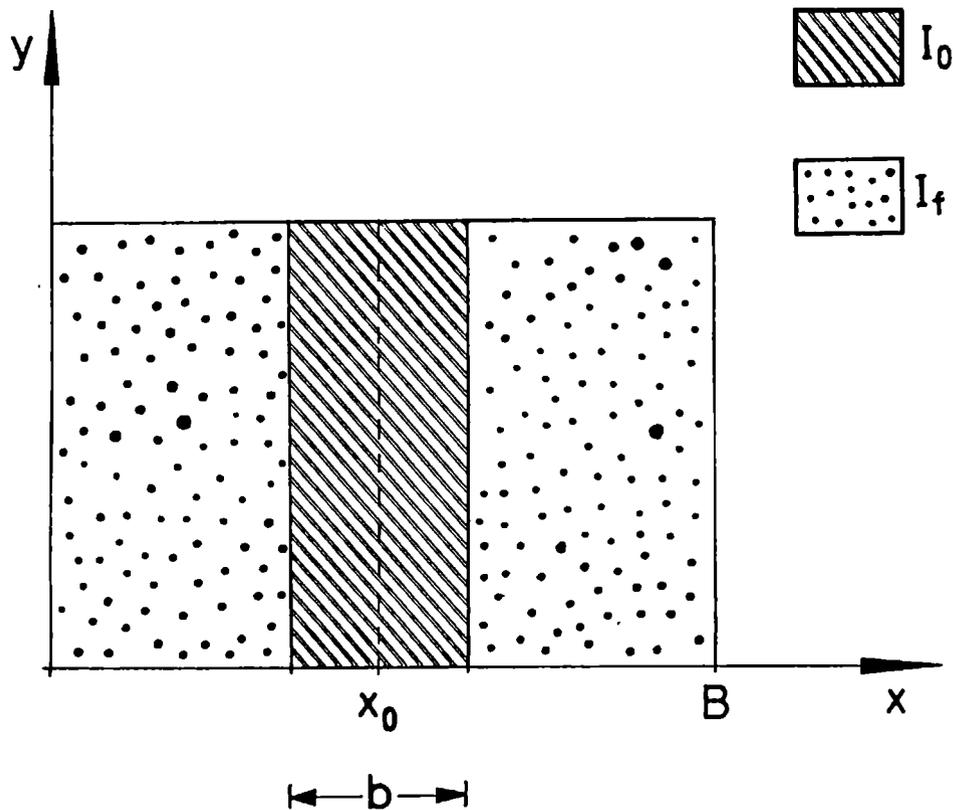


Figura III.8: Esquema de la distribución de Intensidad de Iluminación incidente en el cristal.

Para conocer la evolución del campo eléctrico total como función del tiempo para cada punto del cristal se debe resolver la ecuación diferencial (II.84). Si se propone que previamente se borra toda información grabada en el cristal y en  $t = 0$  se ilumina el cristal con la distribución  $I_v$ , o bien en  $t < 0$  sólo había una iluminación de fondo y en  $t = 0$  se proyecta la rendija las condiciones iniciales serán  $E_{ce} = 0$  para  $t < 0$ . Además, por la forma en que se construyó el modelo, se puede asegurar que el campo de cargas espaciales es continuo en  $t$ ,

además, para este caso, se puede asegurar que el campo de cargas espaciales será constante en cada zona del cristal que reciba la misma intensidad, por lo tanto el campo de cargas espaciales  $E_{ce}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t)$  es sólo función de  $\mathbf{x}$  y  $t$ , continua en  $t$  y constante de a trozos en  $\mathbf{x}$ .

Llamaremos zona 1 a la zona del cristal iluminada con intensidad  $I_0$  y zona f a la zona del cristal iluminada por la luz de fondo  $I_f$ . El campo de cargas espaciales resulta

$$E_{ce}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) = \begin{cases} E_{cef}(t) & \mathbf{x} \in \text{zona f} \\ E_{ce1}(t) & \mathbf{x} \in \text{zona 1} \end{cases} \quad (\text{III.32})$$

y el campo eléctrico total

$$E_T(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) = \begin{cases} E_{Tf}(t) & \mathbf{x} \in \text{zona f} \\ E_{T1}(t) & \mathbf{x} \in \text{zona 1} \end{cases} \quad (\text{III.33})$$

Como la fuente estabilizada mantiene el potencial eléctrico entre las caras laterales del cristal constante y usando la ecuación (II.83) resulta

$$E_T = E_{ce} + E'_0 = E_{ce} + E_0 - \frac{1}{B} \int_0^B E_{ce}(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x} \quad (\text{III.34})$$

En este caso

$$\int_0^B E_{ce}(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x} = E_{ce1}(t) b + E_{cef}(t) (B - b) \quad (\text{III.35})$$

Por lo tanto, el sistema de ecuaciones acopladas para cada zona resultan

$$\varepsilon \frac{d E_{ce1}(t)}{dt} = -(\eta I_0 + \sigma_0) \left[ E_0 + \frac{B-b}{B} E_{ce1}(t) + \frac{B-b}{B} E_{cef}(t) \right] \quad (III.36)$$

$$\varepsilon \frac{d E_{cef}(t)}{dt} = -(\eta I_f + \sigma_0) \left[ E_0 - \frac{b}{B} E_{ce1}(t) + \frac{b}{B} E_{cef}(t) \right]$$

Definiendo una nueva variable

$$\Delta E_1(t) = E_{ce1}(t) - E_{cef}(t) \quad (III.37)$$

y restando la primera de la segunda de las ecuaciones acopladas de (III.36) resulta una nueva ecuación diferencial

$$\varepsilon \frac{d[\Delta E_1(t)]}{dt} = - \left\{ \eta E_0 (I_0 - I_f) + \Delta E_1(t) \left[ \eta \left[ I_0 \frac{B-b}{B} + I_f \frac{b}{B} \right] + \sigma_0 \right] \right\} \quad (III.38)$$

Llamando

$$K_1 = \frac{\eta}{\varepsilon} \left( I_0 \frac{B-b}{B} + I_f \frac{b}{B} \right) + \sigma_0 / \varepsilon \quad (III.39)$$

$$K_2 = \frac{\eta}{\varepsilon} E_0 (I_0 - I_f)$$

resulta

$$\frac{d[\Delta E_1(t)]}{dt} = - (K_2 + \Delta E_1(t) K_1) \quad (III.40)$$

cuya solución, teniendo en cuenta las condiciones iniciales ( $E_{ce}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) = 0$  para todo  $\mathbf{x}, \mathbf{y}$ , en  $t = 0$ , o sea  $z(t=0) = 0$ ), es

$$\Delta E_1(t) = \frac{K_2}{K_1} [\exp(-K_1 t) - 1] \quad (\text{III.41})$$

El campo eléctrico total en cada zona es

$$\begin{cases} E_{T1} = E_0 + \frac{B-b}{B} \Delta E_1(t) \\ E_{Tf} = E_0 - \frac{b}{B} \Delta E_1(t) \end{cases} \quad (\text{III.42})$$

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en el párrafo 3.3, es posible obtener la intensidad emergente del cristal. O sea que conocemos la evaluación en el tiempo del campo eléctrico total en cada zona del cristal. Al iluminar el cristal con un haz de lectura de distribución de intensidad uniforme, es posible calcular la distribución de intensidad  $I_v$  a partir de los resultados obtenidos en el párrafo 3.3. Sobre el plano  $\Pi_3$  en el instante  $t = 0$  se tendrá una distribución de intensidad uniforme y a medida que transcurre el tiempo  $E_{T1}$  disminuye y  $E_{Tf}$  aumenta, aumentando la intensidad de la zona 1 y disminuyendo la del fondo hasta que se alcanza el estacionario.

#### 3.4.1.2.- ESTUDIO DE VARIACIONES DEL CONTRASTE DE LECTURA CON LAS VARIACIONES DEL CONTRASTE EN EL OBJETO DE ESCRITURA

Se estudiará cómo depende del contraste y ancho de la ranura que se graba el contraste en la imagen final. En el régimen estacionario, el campo eléctrico total en cada una de las zonas será

$$\begin{cases} E_{T1}^\infty = E_0 - \frac{B-b}{B} \frac{K_2}{K_1} \\ E_{Tf}^\infty = E_0 + \frac{b}{B} \frac{K_2}{K_1} \end{cases} \quad (\text{III.43})$$

En la expresión (III.41) puede verse que el término que modifica el tiempo de respuesta del cristal es  $K_1$ . Es posible definir una intensidad efectiva  $I_{ef}$ , que sólo depende de las intensidades de escritura y del tamaño de la rendija, dada por

$$I_{ef} = I_0 \frac{B - b}{B} + I_f \frac{b}{B} \quad (\text{III.44})$$

O sea que, en término de esta última, es posible escribir

$$K_1 = \frac{\eta}{\epsilon} I_{ef} + \sigma_0/\epsilon \quad (\text{III.45})$$

Como  $I_f < I_{ef} < I_0$ , si  $I_f > 6 \times 10^{-8} \text{ W/cm}^2$  es posible despreciar la conductividad en la oscuridad en la ecuación III.9. Si no fuera este el caso siempre es posible asimilar la conductividad en la oscuridad a un aumento en la intensidad del fondo. Despreciando o asimilando  $\sigma_0$  resulta

$$K_1 = \frac{\eta}{\epsilon} \left( I_0 \frac{B - b}{B} + I_f \frac{b}{B} \right) \quad (\text{III.46})$$

Definiendo  $q = \frac{b}{B}$  resulta

$$E_{T1}^{\infty} = E_0 - \frac{(1 - q) E_0 (I_0 - I_f)}{I_0 (1 - q) + I_f q} \quad (\text{III.47})$$

$$E_{Tf}^{\infty} = E_0 + \frac{E_0 (I_0 - I_f)}{I_0 (1 - q) + I_f q}$$

Entonces si el haz de lectura que incide sobre el cristal es uniforme de intensidad  $I_R^0$ , la distribución de intensidades a la salida, en el plano  $\Pi_3$ ,  $I_R(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t)$  será

$$I_R(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) = \begin{cases} \tilde{I}_{R1} & \text{si } (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \text{a la imagen de la zona 1} \\ \tilde{I}_{R0} & \text{si } (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \text{a la imagen de la zoba 0} \end{cases}$$

El valor que toman  $\tilde{I}_{R1}$  y  $\tilde{I}_{R0}$  dependerá de orientación que se elija para los polarizadores. Si se utiliza la configuración de polarizadores 2), éstas vienen dadas por la ecuación III.29 y III.30, donde el campo total es para cada zona  $E_{T1}^{\infty}$  y  $E_{Tf}^{\infty}$  respectivamente. Definiendo el contraste a la salida C y el contraste de escritura V como

$$C = \frac{I_{R1} - I_{R0}}{I_{R1} + I_{R0}}, \quad V = \frac{I_o - I_f}{I_o + I_f} \quad (\text{III.48})$$

se puede observar cómo depende el contraste de lectura con el contraste de escritura y el ancho de la ranura. Gráficos de C vs V pueden verse en la Figura III.9 para distintos valores de la relación b/B que llamaremos q.

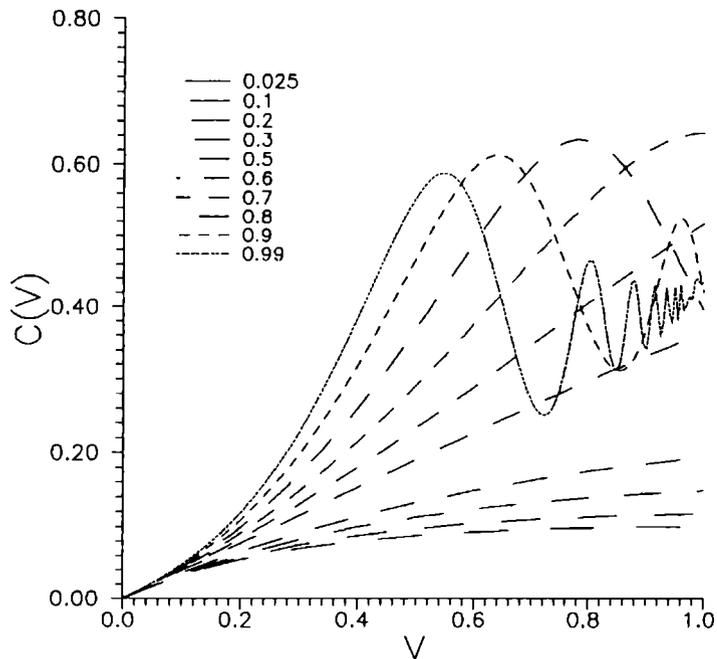


Figura III.9: Contraste de lectura en función del contraste de escritura para distintos valores de q.

Puede verse que hasta un valor de q alrededor de 0.7, el contraste de lectura aumenta cuando el contraste de escritura aumenta. Para valores pequeños de q, el contraste de lectura (C) es bajo, mejorando a medida que aumenta el valor de q. Esto no ocurre para valores de q cercanos a la unidad.

4.4.2.- SUCESION DE IMAGENES QUE SIMULAN UNA RENDIJA EN MOVIMIENTO.

La distribución de intensidad de escritura sobre el cristal corresponde ahora a la proyección sobre el cristal de una rendija centrada en la posición  $x = b_1$  durante un tiempo  $t_1$  (tiempo de escritura), luego centrada en otra posición  $x = b_2$  durante el mismo tiempo y así siguiendo. Esto pretende ser parecido a la proyección de una rendija que se mueve en el tiempo. Podría asemejarse a la proyección de la película donde se ha grabado una rendija moviéndose en el tiempo.

En toda posición no iluminada con intensidad  $I_0$  existe una intensidad  $I_f$ , que corresponde a una iluminación de fondo. En este caso la función  $I_v(x, y, t)$  está dada por

$$I_v(x, y, t) = \begin{cases} I_0 & \begin{cases} x_1 - b/2 < x < x_1 + b/2, & 0 < t < t_1 \\ x_2 - b/2 < x < x_2 + b/2, & \tau < t < \tau + t_1 \\ x_3 - b/2 < x < x_3 + b/2, & 2\tau < t < 2\tau + t_1 \end{cases} \\ I_f & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (\text{III.49})$$

Los intervalos de tiempo entre  $t_1$  y  $\tau$ ,  $\tau + t_1$  y  $2\tau$ , son tiempos muertos, tal vez necesarios para la proyección de las distintas rendijas.

En este caso las zonas iluminadas con  $I_0$  son disjuntas, esto es  $x_2 - x_1 > b$ ,  $x_3 - x_2 > b$ . Si bien esta condición no es necesaria, el incluirla permite una solución más sencilla del problema. Si este no fuera el caso, la forma de resolverlo sería similar, pero dividiendo el cristal en más zonas. Se puede representar  $I_v(x, t)$  en un gráfico  $x, t$ , como en la Figura III.10.

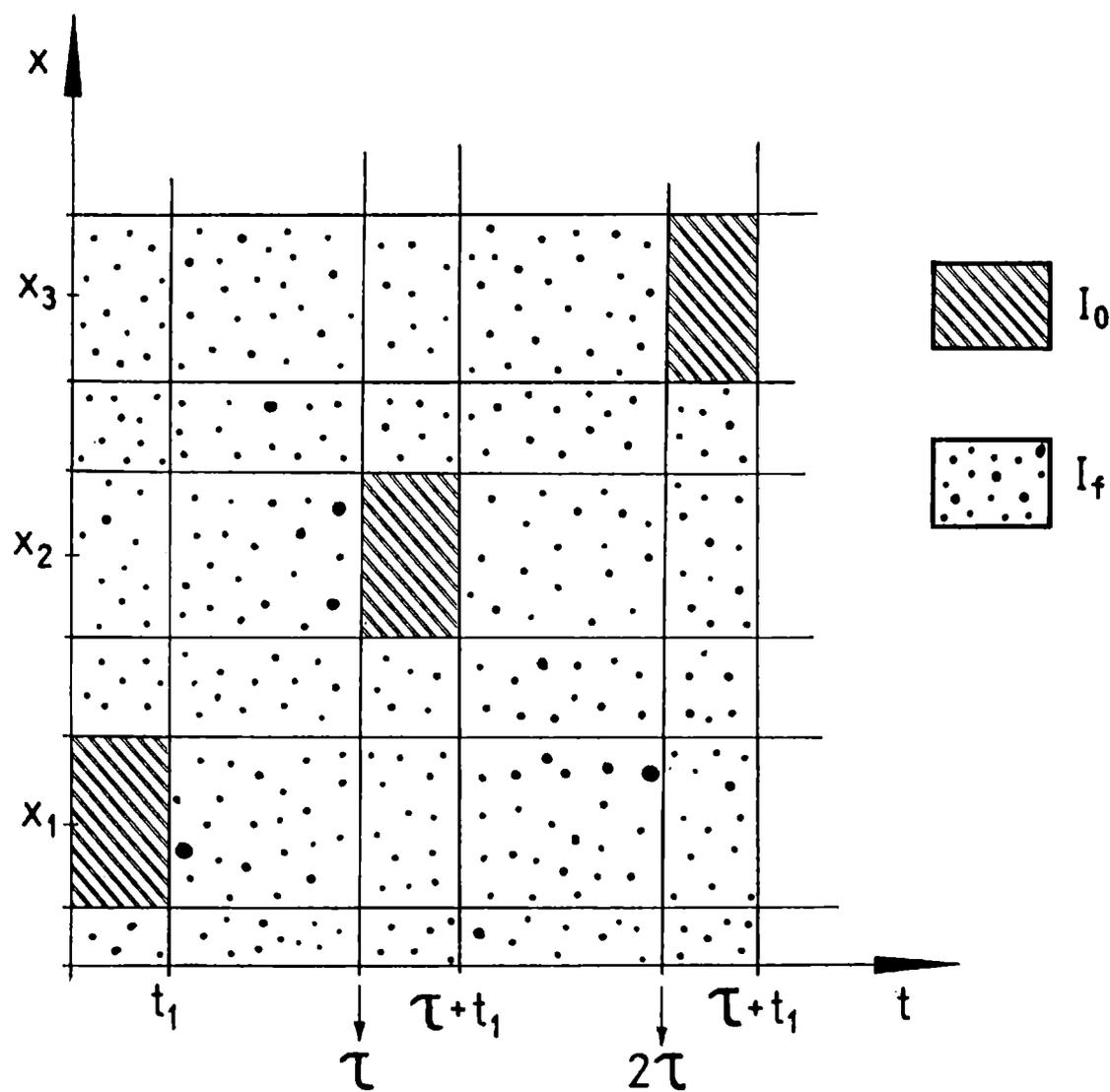


Figura III.10: Distribución de intensidad de escritura  $I_v(\mathbf{x}, t)$ .

Llamaremos

- zona 1:  $x_1 - b/2 < x < x_1 + b/2, \forall y$
- zona 2:  $x_2 - b/2 < x < x_2 + b/2, \forall y$
- zona 3:  $x_3 - b/2 < x < x_3 + b/2, \forall y$
- zona 0 (o fondo): en cualquier otro caso

y a los intervalos de tiempo

- Intervalo de tiempo A:  $0 < t < t_1$  - se ilumina la zona 1  
 Intervalo de tiempo B:  $t_1 < t < \tau$  - tiempo muerto  
 Intervalo de tiempo C:  $\tau < t < \tau + t_1$  - se ilumina la zona 2  
 Intervalo de tiempo D:  $\tau + t_1 < t < 2\tau$  - tiempo muerto  
 Intervalo de tiempo E:  $2\tau < t < 2\tau + t_1$  - se ilumina la zona 3

Seguiremos la siguiente notación:

El campo de cargas espaciales en la zona  $\alpha$  para el intervalo de tiempo  $\beta$  lo notaremos por  $E_{ce\alpha\beta}$  con  $\alpha = 0, 1, 2, 3$  y  $\beta = A, B, C, D, E$ .

Definiremos unas nuevas variables:

$$\Delta E_{1\beta} = E_{ce1\beta} - E_{ce0\beta} \quad (\text{III.50})$$

$$\Delta E_{2\beta} = E_{ce2\beta} - E_{ce0\beta} \quad (\text{III.51})$$

$$\Delta E_{3\beta} = E_{ce3\beta} - E_{ce0\beta} \quad (\text{III.52})$$

Para cada intervalo de tiempo  $\beta$  se tendrá un sistema de ecuaciones diferenciales acopladas del tipo de (III.36), donde intervienen el campo de cargas espaciales para cada zona. Proponer las nuevas variables permite resolver el campo eléctrico total para cada zona en cada intervalo de tiempo. Las condiciones iniciales en cada uno de los extremos de los intervalos de tiempo debe garantizar que las funciones que corresponden a los campos de cargas espaciales, así como las que corresponden al campo eléctrico total sean continuas en el tiempo para cada una de las zonas.

Definiendo una nueva variable,  $K'_1$ , además de las definidas en (III.39),

$$K'_1 = \frac{\eta}{\varepsilon} I_f \quad (\text{III.53})$$

la solución a la ecuaciones diferenciales acopladas es:

Intervalo de tiempo A:  $0 < t < t_1$

$$\Delta E_{1A}(t) = (K_2/K_1) [\exp(-K_1 t) - 1] \quad (\text{III.54})$$

$$E_{TOA}(t) = E_0 - \frac{b}{B} \Delta E_{1A}(t)$$

$$E_{T1A}(t) = E_0 + \frac{B-b}{b} \Delta E_{1A}(t) \quad (\text{III.55})$$

$$E_{T2A}(t) = E_{TOA}(t)$$

$$E_{T3A}(t) = E_{TOA}(t)$$

Intervalo de tiempo B:  $t_1 < t < \tau$

$$\Delta E_{1B}(t) = (K_2/K_1) [\exp(-K_1 t_1) - 1] \exp[-K'_1(t - t_1)] \quad (\text{III.56})$$

$$E_{TOB}(t) = E_0 - \frac{b}{B} \Delta E_{1B}(t)$$

$$E_{T1B}(t) = E_0 + \frac{B-b}{B} \Delta E_{1B}(t) \quad (\text{III.57})$$

$$E_{T2B}(t) = E_{TOB}(t)$$

$$E_{T3B}(t) = E_{TOB}(t)$$

Intervalo de tiempo C:  $\tau < t < \tau + t_1$

$$\Delta E_{1C}(t) = (K_2/K_1) [\exp(-K_1 t_1) - 1] \exp[-K'_1(t - t_1)]$$

$$\Delta E_{2C}(t) = \left[ (K_2/K_1) - \frac{b}{B-b} \Delta E_{1C}(\tau) \right] \exp[-K_1(t-\tau)] - \left[ (K_2/K_1) - \frac{b}{B-b} \Delta E_{1C}(t) \right] \quad (\text{III.58})$$

$$\begin{aligned}
E_{T0C}(t) &= E_0 - \frac{b}{B} \Delta E_{1C}(t) - \frac{b}{B} \Delta E_{2C}(t) \\
E_{T1C}(t) &= E_0 + \frac{B-b}{B} \Delta E_{1C}(t) - \frac{b}{B} \Delta E_{2C}(t) \\
E_{T2C}(t) &= E_0 - \frac{b}{B} \Delta E_{1C}(t) + \frac{B-b}{B} \Delta E_{2C}(t) \\
E_{T3C}(t) &= E_{T0C}(t)
\end{aligned} \tag{III.59}$$

Intervalo de tiempo D:  $\tau + t_1 < t < 2\tau$

$$\begin{aligned}
\Delta E_{1D}(t) &= (K_2/K_1) [\exp(-K_1 t_1) - 1] \exp[-K'_1(t - t_1)] \\
\Delta E_{2D}(t) &= \Delta E_{2C}(\tau + t_1) \exp[-K'_1(t - (\tau + t_1))]
\end{aligned} \tag{III.60}$$

$$\begin{aligned}
E_{T0D}(t) &= E_0 - \frac{b}{B} \Delta E_{1D}(t) - \frac{b}{B} \Delta E_{2D}(t) \\
E_{T1D}(t) &= E_0 + \frac{B-b}{B} \Delta E_{1D}(t) - \frac{b}{B} \Delta E_{2D}(t) \\
E_{T2D}(t) &= E_0 - \frac{b}{B} \Delta E_{1D}(t) + \frac{B-b}{B} \Delta E_{2D}(t) \\
E_{T3D}(t) &= E_{T0D}(t)
\end{aligned} \tag{III.61}$$

Intervalo de tiempo E:  $2\tau < t < 2\tau + t_1$ .

$$\begin{aligned}
\Delta E_{1E}(t) &= (K_2/K_1) [\exp(-K_1 t_1) - 1] \exp[-K'_1(t - t_1)] \\
\Delta E_{2E}(t) &= \Delta E_{2C}(\tau + t_1) \exp[-K'_1(t - (\tau + t_1))] \\
\Delta E_{3E}(t) &= (K_2/K_1) [\exp(-K_1(t - 2\tau)) - 1] - \\
&\quad - \frac{b}{B-b} \left\{ \left[ \Delta E_{1E}(2\tau) + \Delta E_{2E}(2\tau) \right] \exp(-K_1(t - 2\tau)) - \right. \\
&\quad \left. - \left[ \Delta E_{1E}(t) + \Delta E_{2E}(t) \right] \right\}
\end{aligned} \tag{III.62}$$

$$\begin{aligned}
E_{10E}(t) &= E_0 - \frac{b}{B} \Delta E_{1E}(t) - \frac{b}{B} \Delta E_{2E}(t) - \frac{b}{B} \Delta E_{3E}(t) \\
E_{11E}(t) &= E_0 + \frac{B-b}{B} \Delta E_{1E}(t) - \frac{b}{B} \Delta E_{2E}(t) - \frac{b}{B} \Delta E_{3E}(t) \\
E_{12E}(t) &= E_0 - \frac{b}{B} \Delta E_{1E}(t) + \frac{B-b}{B} \Delta E_{2E}(t) - \frac{b}{B} \Delta E_{3E}(t) \\
E_{13E}(t) &= E_0 - \frac{b}{B} \Delta E_{1E}(t) - \frac{b}{B} \Delta E_{2E}(t) + \frac{B-b}{B} \Delta E_{3E}(t)
\end{aligned}
\tag{III.63}$$

Entonces si el haz de lectura que incide sobre el cristal es uniforme de intensidad  $I_R^0$ , la distribución de intensidades a la salida, en el plano  $\Pi_3$ ,  $I_R(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t)$  será

$$I_R(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) = \begin{cases} I_{R1}(t) & \text{si } (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \text{la imagen de la zona 1} \\ I_{R2}(t) & \text{si } (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \text{la imagen de la zona 2} \\ I_{R3}(t) & \text{si } (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \text{la imagen de la zona 3} \\ I_{Rf}(t) & \text{si } (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \text{la imagen de la zona 0} \end{cases}
\tag{III.64}$$

La expresión explícita de las funciones  $I_{R1}(t)$ ,  $I_{R2}(t)$ ,  $I_{R3}(t)$  e  $I_{R0}(t)$  dependerá de la orientación que se elija para los polarizadores. Si se elijen las del caso 2), las funciones se pueden calcular a partir de las ecuaciones III.54 a III.63 utilizando las ecuaciones III.29 y III.30 que da el valor del filtro de amplitud del sistema polarizador-cristal-analizador en función del campo eléctrico total reinante en cada punto del cristal.

En la Figura III.11 se ha graficado la evolución de las funciones  $I_{Ri}(t)/I_R^0$  para  $i = 1, 2, 3$  y 0, para distintos valores de la relación  $b/B$ ,  $I_f/I_0$ , y distintos tiempos de escritura y tiempo muerto. El eje de las ordenadas es adimensional  $t/T$ ,  $t$  es el tiempo y  $T$  es una constante que depende de parámetros del cristal y de la intensidad del haz de escritura.

$$\frac{1}{T} = \frac{\eta_v}{\varepsilon} I_0 \quad (\text{III.65})$$

En el caso del cristal BSO, para la longitud de escritura  $\lambda_v$

$$T = 6.78 \text{ m}^2/\text{J} \quad I_0$$

Puede verse que al cambiar la relación  $b/B$  se modifica fuertemente la intensidad del fondo mejorando el contraste para rendijas anchas.

En las Figuras III.11 a) y III.11 b) no hay tiempo muerto. Como el tiempo de escritura es largo ( $\cong 10 T$ ) se alcanza el nivel de saturación antes de cambiar la zona de escritura. Al dejar de iluminar la zona 1 con  $I_0$ , debido a que la iluminación de fondo ( $I_f$ ) es distinta de cero, la intensidad de la zona 1 decrece hasta que finalmente se asemeja a la del fondo.

En las Figuras III.11 c) y III.11 d) pueden verse casos semejantes a los de las Figuras III.11 a) y b) pero con tiempos de exposición mucho mas cortos, y tiempos de relajación largos. Esto hace que durante el tiempo de relajación, debido a que la iluminación de fondo es no nula, el fondo y las zonas previamente iluminadas tiendan a asemejarse. En este caso la iluminación de fondo oscila alrededor de un valor.

En la Figura III.11 e), la iluminación de fondo es nula, y por lo tanto no se logra una relajación. Aunque se deje de iluminar la zona 1 esta nunca se asemejará al fondo.

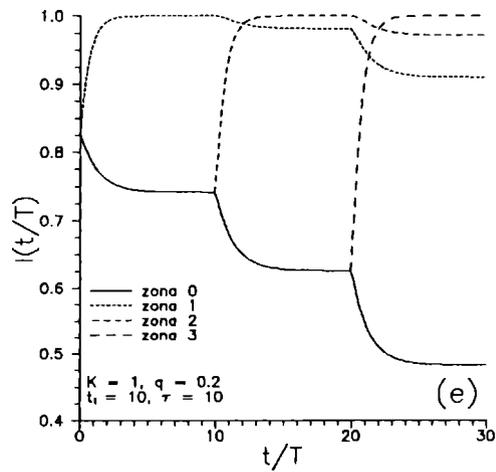
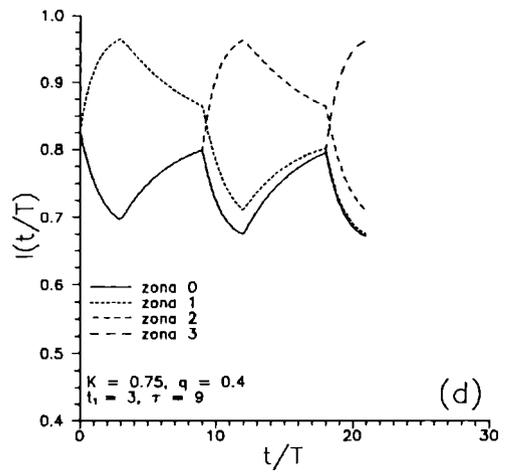
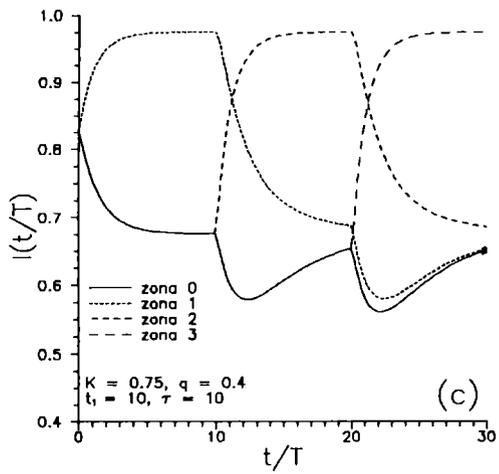
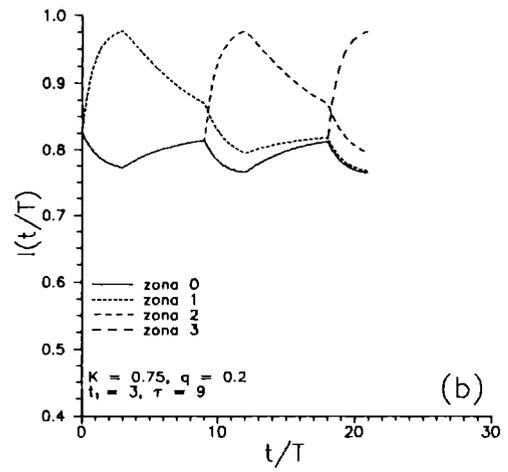
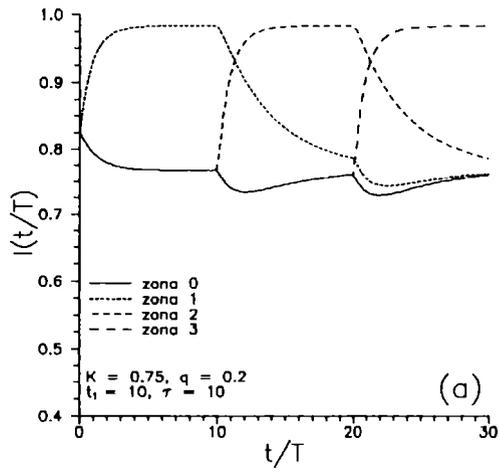


Figura III.11: Evolución de la intensidad de salida para cada una de las zonas para distintos parámetros

Como todos los gráficos son semejantes, comentaremos en detalle el gráfico III.11 a). En  $t = 0$  se comienza a formar la primera franja pero hasta que el contraste entre ella y el fondo no sea mayor a un 5%, ésta no se notará claramente. Esto ocurre para  $t/T = 0.5$ . El contraste sigue aumentando con el tiempo hasta alcanzar su valor máximo en  $t/T \cong 4$ . En este caso el contraste entre la zona 1 y el fondo es del 12%. En  $t/T = 10$  se deja de iluminar la zona 1 con  $I_0$  y se la ilumina (como a todo el fondo) con  $I_f$ . La intensidad de la zona 1 va disminuyendo. La intensidad del fondo sufre pequeñas variaciones pero en  $t/T \cong 18$  el contraste entre la zona 1 y el fondo es tan pequeño (menor que 5%) y entonces a partir de allí la zona 1 se confunde con el fondo. En  $t/T = 10$  se comienza a formar la zona 2, desde una intensidad más baja, pero no detectable a ojo. Recién en  $t/T \cong 10.5$  comienza a distinguirse la zona 2. Un esquema de la intensidad de cada zona, para distintos tiempos puede verse en la Figura III.12.

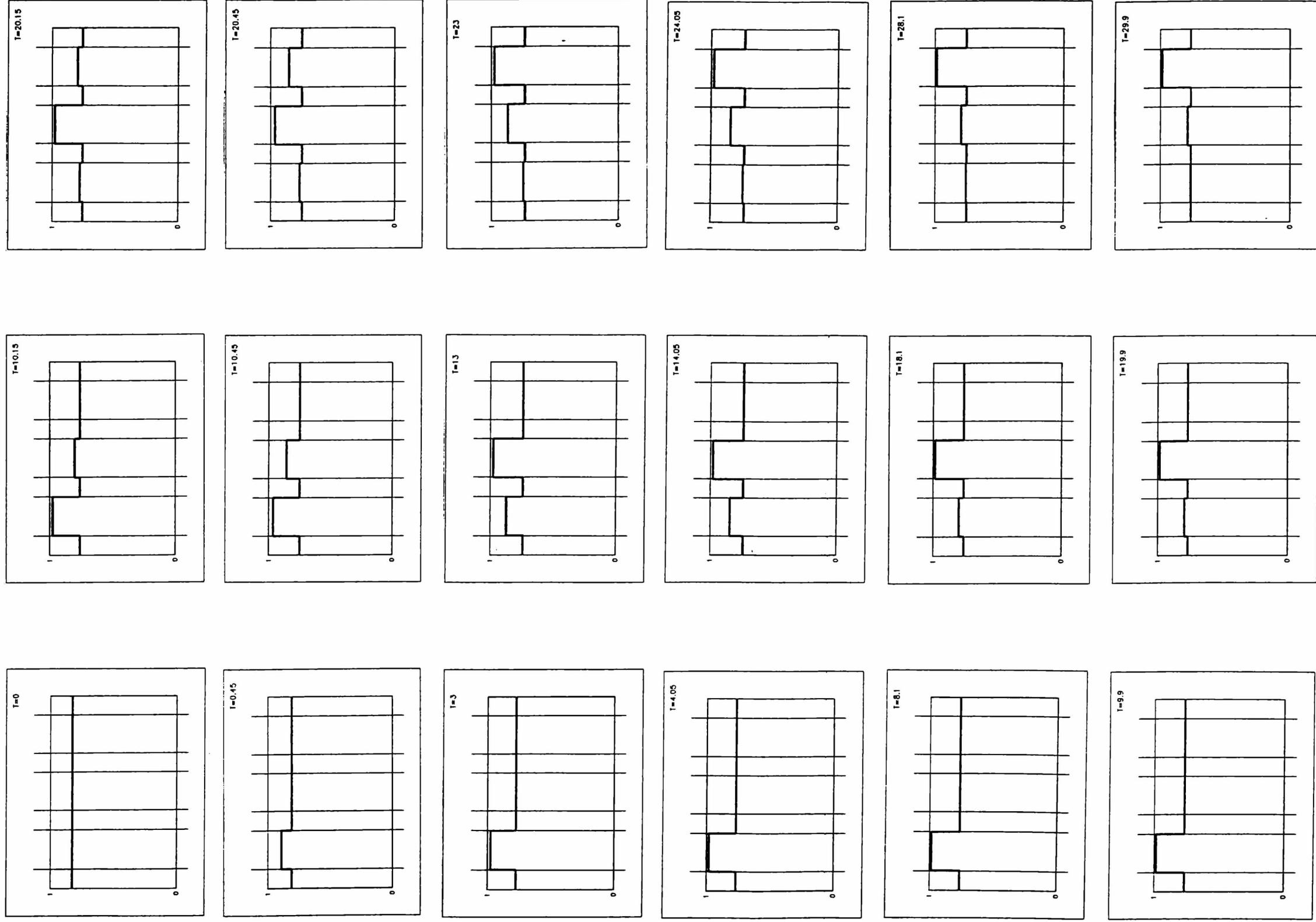


Figura III.12: Esquema de la evolución de las intensidades en cada zona del plano de salida.

## CAPITULO 4

## APLICACIONES AL PROCESAMIENTO OPTICO DE IMAGENES

### 4.1.- INTRODUCCION

En este capítulo se presentan aplicaciones que involucran los desarrollos descritos en capítulos anteriores. El arreglo experimental que se empleó en todas las aplicaciones es esencialmente el mismo. La idea básica es el empleo de un conversor (una imagen registrada con una longitud de onda es leída con otra) que permite realizar distintas operaciones.

En todos los procesadores se utilizó un cristal provisto por SUMITOMO IND. de  $10 \times 10 \times 3 \text{ mm}^3$ , en configuración transversal sometido a una diferencia de potencial de 6 kV. La diferencia de potencial entre las caras laterales se mantiene constante por medio de una fuente de alta tensión estabilizada marca HEIZINGER TIPE HNC 20.000 con 20 kV de máxima tensión y limitada en corriente con corrientes típicas de  $5 \mu\text{A}$ . Se colocó el cristal dentro de una cápsula conteniendo nitrógeno a alta presión (2 atmósferas) para evitar descargas eléctricas entre los electrodos de la fuente. El montaje básico puede verse en la figura IV.1.

La fuente  $S_1$  de longitud de onda  $\lambda_v$  ilumina el objeto colocado en  $\Pi_1$ . La lente  $L_1$  es condensadora y la lente  $L$  conjuga los planos  $\Pi_2$  con  $\Pi_1$  y  $\Pi_2$  con  $\Pi_3$ . Se forma la imagen del objeto, colocado en el plano  $\Pi_1$ , con longitud de onda  $\lambda_v$ , en el plano  $\Pi_2$ , plano del cristal. O sea que, con longitud de onda  $\lambda_v$ , se graba en el cristal la imagen del objeto colocado en  $\Pi_1$ . La fuente  $S_2$ , de longitud de onda  $\lambda_r$ , es la utilizada en la lectura. Con longitud de onda  $\lambda_r$  se forma la imagen del plano del cristal (plano  $\Pi_2$ ) en el plano de salida (plano  $\Pi_3$ ). Dos polarizadores  $P_1$  y  $P_2$  a ambos lados del cristal permiten traducir variaciones en el índice de refracción del cristal en variaciones en intensidad del haz de lectura. La lente  $L_2$  es condensadora.

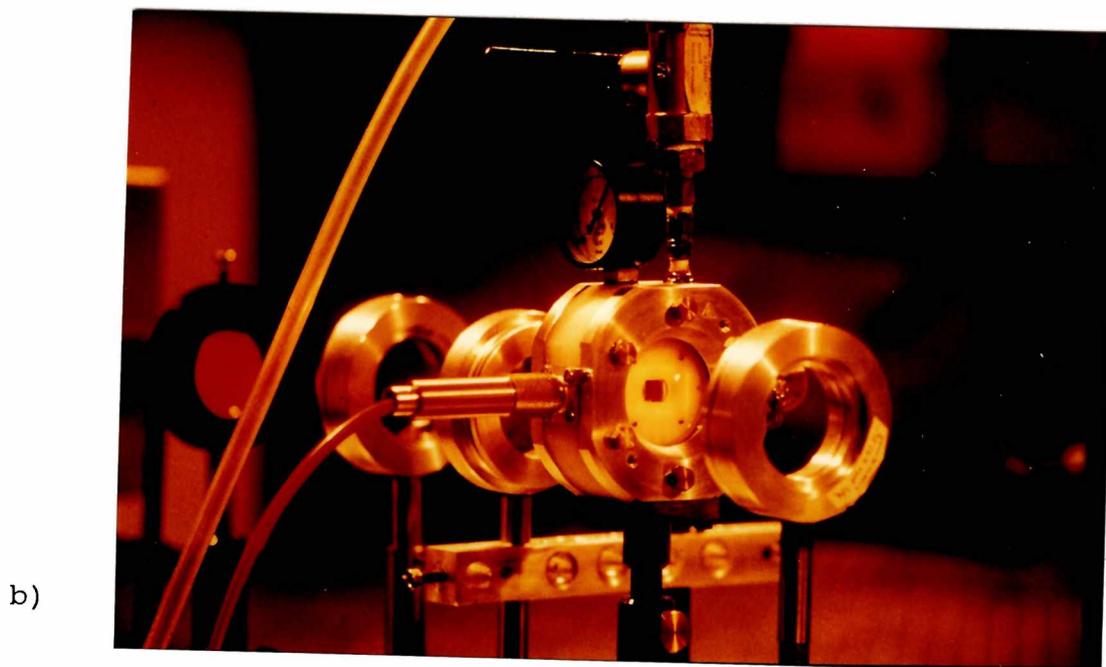
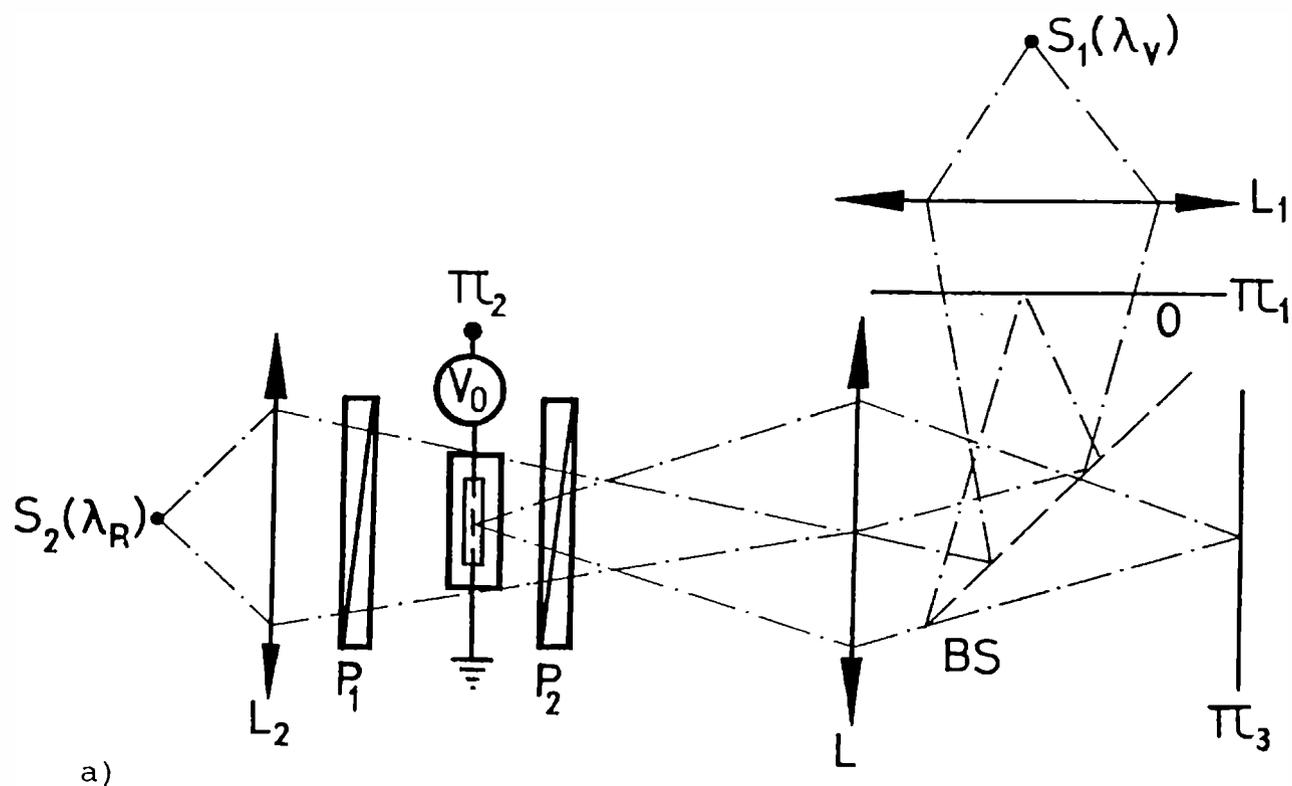


Figura 1: a) Esquema básico del dispositivo experimental. b) Detalle del cristal en su cápsula.

La distribución de intensidad de longitud de onda  $\lambda_v$  que incide en el cristal modifica el campo de cargas espaciales lo que a su vez cambia la birrefringencia inducida dentro del mismo. El sistema polarizador  $P_1$  - cristal - polarizador  $P_2$  actúa como un filtro de amplitud para el haz de lectura. El grado de absorción del filtro para el haz de lectura de longitud de onda  $\lambda_r$  depende de la distribución de intensidad de escritura incidente, con  $\lambda_v$ , en el cristal y la posición de los polarizadores además de los parámetros propios del cristal.

Se ha elegido una longitud de onda para el haz de lectura a la que le corresponde un coeficiente de absorción pequeño, de tal forma que el haz de lectura no modifica la birrefringencia inducida en el cristal. Como ya hemos mencionado en el capítulo 2, los coeficientes de absorción para las longitudes de onda correspondientes al verde y rojo son respectivamente  $\alpha(\lambda_v = 475\text{nm}) = 7 \times 10^2 \text{m}^{-1}$  y  $\alpha(\lambda_r = 633\text{nm}) = 20 \text{m}^{-1}$ . Esto hace que la fotoconducción para el haz rojo sea 30 veces menor que para el haz verde. De esta forma en el plano  $\Pi_3$  se tiene la distribución de intensidad del plano  $\Pi_1$  modificada por el filtro polarizador  $P_1$  - cristal - polarizador  $P_2$ . Variando las posiciones de los polarizadores es posible obtener en el plano  $\Pi_3$  imágenes con contraste directo o invertido.

Hemos utilizado en forma novedosa modificaciones a este dispositivo experimental en aplicaciones clásicas tales como son el pseudocoloreado de niveles de gris y el filtrado de frecuencias espaciales a tiempo real y en un desarrollo más reciente como es el caso de los filtros renovadores. Debido a que el campo eléctrico externo aplicado genera una dirección privilegiada, existe un filtrado direccional [38] en el caso que el objeto de registro no sea unidimensional. En particular, se estudió cómo varía el contraste de la imagen final de lectura con las distintas variables de la imagen de escritura y parámetros del cristal.

Hemos observado que al reconstruir un objeto unidimensional previamente grabado en el cristal, el contraste de la imagen en la reconstrucción no depende sólo del contraste de la imagen de escritura sino también del tamaño del objeto.

En el capítulo 3, parágrafo 3.4.1.2., se estudió teóricamente cómo dependía el contraste de lectura en la imagen final con el contraste de escritura y el ancho del objeto, para el caso de un objeto unidimensional. Observando la Figura III.9 puede verse que hasta un valor de  $q$  (relación ancho del objeto - ancho del cristal) de alrededor de 0.3, el contraste de lectura aumenta al aumentar el contraste de escritura. Para valores pequeños de  $q$  (menores que 0.5), el contraste de lectura es bajo, aumentando con el contraste de escritura y con el valor de  $q$ . Para valores grandes de  $q$ , en cambio, debido a las grandes diferencias en el campo eléctrico total que existe entre las distintas zonas, se observan máximos y mínimos en el contraste de lectura en función del contraste de escritura (para un valor de  $q$  fijo).

Experimentalmente se observó las variaciones que se producen en el contraste de lectura al variar el ancho del objeto.

El dispositivo experimental utilizado ya fue esquematizado en la Figura IV.1. Se lo utilizó para registrar rendijas todas ellas con el mismo contraste de escritura y distinto ancho. En la Figura IV.2 puede observarse la reconstrucción de las rendijas. El contraste de escritura utilizado fue de aproximadamente 0.8. Todos los registros fotográficos fueron realizados con los mismos tiempos de exposición. Asimismo el proceso de positivado fue realizado en las mismas condiciones, lo que permite una evaluación del contraste.



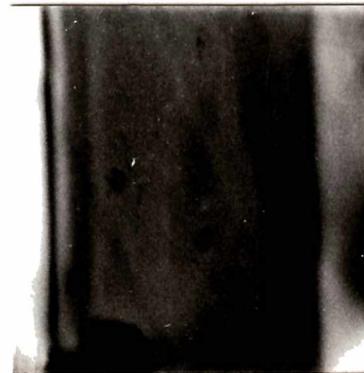
a)



e)



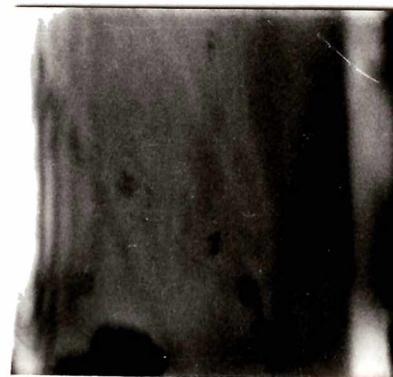
b)



f)



c)



g)



d)



h)

Figura IV.2: Reconstrucción de rendijas de igual contraste y distinto ancho.

Puede observarse en la Figura IV.2 que el contraste va en aumento desde la foto a) a la d) y luego disminuyendo desde la e) a la g). La foto h) corresponde a la condición de atenuación total, cuando el campo eléctrico total aplicado es nulo. Un análisis cuantitativo de los contrastes de estas figuras no es imprescindible dado que una medida precisa del contraste no es relevante en los métodos presentados en el parágrafo 4.2.

#### **4.2.- APLICACIONES DEL EFECTO FOTORREFRACTIVO AL PROCESAMIENTO OPTICO DE IMAGENES**

Las aplicaciones que se realizaron utilizando el efecto fotorrefractivo en conversores ópticos fueron las siguientes:

1. Pseudocoloreado de niveles de gris a tiempo real.
2. Filtrado de frecuencias espaciales a tiempo real.
3. Discriminación de la parte dinámica de una imagen.

##### **4.2.1.- PSEUDOCOLOREADO DE NIVELES DE GRIS A TIEMPO REAL**

[39,40]

La técnica de pseudocoloreado permite introducir colores arbitrarios en una imagen blanco y negro codificando con distintos colores, diferentes parámetros característicos de una imagen, por ejemplo niveles de gris, frecuencias espaciales o niveles de contornos de objetos 3-D [41 al 45]. Una de las técnicas más usadas consiste en asignar colores distintas los diversos niveles de gris. La importancia de esta operación de pseudocoloreado radica en que el ojo humano discrimina más hábilmente colores que niveles de gris. En los últimos años se han desarrollado varios métodos para el pseudocoloreado de niveles de gris. Estos pueden dividirse en tres grandes grupos:

- técnicas computacionales,
- métodos que involucran el uso de pantallas de medio tono,
- métodos en los cuales se suman la imagen del objeto original con otra de contraste invertido del mismo objeto, ambas formadas con distinta longitud de onda.

Los métodos digitales, donde primero debe digitalizarse la imagen, han sido muy usados y aunque la flexibilidad del procesamiento digital de imágenes es innegable, un método analógico puede ser más apropiado para algunas aplicaciones por su rapidez y simplicidad (procesadores a tiempo real).

Las pantallas de medio tono son usadas en la industria editorial. Estas se emplean junto con una película de muy alto contraste para procesar una imagen con una distribución continua de niveles de gris. La imagen final está formada por puntos, todos de igual nivel de gris, pero de distintos tamaños, en relación con el nivel de gris de la zona correspondiente en la imagen original. La pantalla de medio tono consiste de un arreglo de puntos periódicos todos con un perfil de transmitancia dado. Al sacar sobre una película de alto contraste una fotografía por contacto de la imagen a procesar yuxtapuesta con la pantalla de medio tono se obtiene la imagen final buscada [46]. Los procesadores que involucren el uso de pantallas de medio tono necesariamente deben realizar el pseudocoloreado en dos pasos. En el primero se codifican las zonas con distintos niveles de gris asignándoles diferentes frecuencias espaciales logrando así una imagen binaria. Luego, en un segundo paso, esta imagen binaria es procesada en un sistema de filtrado de frecuencias espaciales iluminado por una fuente de luz blanca espacialmente coherente. En el plano de Fourier del procesador distintos filtros de colores colorean las diversas frecuencias espaciales y por lo tanto también se colorean sus correspondientes niveles de gris [47]. En este tipo de procesadores el pseudocoloreado se realiza con un número discreto de colores en la imagen final y como ocurre con el primer grupo, debido al muestreo que debe realizarse en el primer paso, se pierde resolución.

En 1979 Santamaría et al [48] propusieron un nuevo método para el pseudocoloreado de niveles de gris de una imagen sin pérdida de resolución y sin pasos intermedios. En él se super-

ponía a una imagen convencional en luz monocromática otra, pero con el contraste invertido y en otra longitud de onda. El pseudocoloreado que así se logra se basa en que subjetivamente es posible igualar la mezcla aditiva de dos colores por un tercer color no saturado, o sea, cualquier color mezclado puede igualarse por una mezcla de un color puro dado y luz blanca. Dado que este método se basa en la existencia de tres tipos de sensores para el ojo, lo mismo ocurre al utilizar películas color o cámaras de video color [49]. Desde el punto de vista de sus efectos sobre el ojo, sólo son suficientes tres propiedades para describir una mezcla de distintas longitudes de ondas, estas son: matiz, brillo y tinte. Se llama matiz a la longitud de onda dominante, brillo a la luminosidad total y tinte al grado de saturación, esto es la razón entre la luminosidad de la longitud de onda dominante y la luminosidad total. En el caso de una mezcla de dos colores el matiz de la mezcla depende de las proporciones en que se mezclen estos dos colores.

La imagen de contraste invertido, necesaria para el pseudocoloreado, se lograba iluminando simultáneamente con luz coherente y filtrando el orden cero en el plano de Fourier. Aunque esta técnica tiene ventajas sobre las anteriores, se necesita una fuente coherente además de una incoherente.

En 1981 S. Guel Sandoval et al. [50] presentaron un nuevo método en el cual se construye un holograma imagen del objeto y la reconstrucción se realiza con dos fuentes parcialmente coherentes. En este caso ninguna operación de filtrado espacial es necesaria pero el proceso no puede realizarse a tiempo real. Una modificación a este procesador consiste en codificar la imagen en un diagrama de speckle modulado por franjas de Young [51, 52].

A continuación se describe un procesador óptico para el pseudocoloreado de niveles de gris a tiempo real que emplea un cristal fotorrefractivo. Un esquema del dispositivo experimen-

tal pueden verse en la Figura IV.3 (a) y la fotografía del montaje experimental en la Figura IV.3 (b). Se ha agregado el espejo E para poder superponer en el plano de observación  $\Pi_3$  la imagen de contraste directo en  $\lambda_v$  del objeto dada por la reflexión en el espejo y la imagen de contraste invertido dada por la lectura con  $\lambda_r$  de la imagen del objeto grabada en el cristal. En este caso es posible seleccionar el matiz modificando la contribución a la mezcla de cada uno de los colores. Esto se logra variando la orientación de los polarizadores. La imagen registrada en el plano  $\Pi_2$  del cristal BSO es leída por la luz de longitud de onda  $\lambda_r$  de  $S_2$ . El polarizador  $P_3$  y la lámina  $\lambda/4$  se agregan para poder anular la luz reflejada en la cara del cristal, de longitud de onda  $\lambda_v$ . El plano de transmisión de  $P_3$  debe ser perpendicular al de  $P_2$  y el eje de la lámina  $\lambda/4$  debe formar un ángulo de  $45^\circ$  con ellos. De esta forma la luz reflejada de longitud de onda  $\lambda_v$ , en la cara del BSO no llega al plano  $\Pi_3$  mientras que la reflejada en el espejo sí. Es así como se obtiene una imagen pseudocoloreada del objeto original donde los distintos matices corresponden a la gama continua que va desde el rojo pasando por el amarillo hasta el verde. El proceso no necesita ningún paso intermedio ni etapa de revelado y es realizado a tiempo real.

Se puede tener una versión simplificada utilizando como imagen directa la reflejada en la cara del cristal BSO. En este caso la ecualización también depende del coeficiente de reflexión del cristal y además se suma un efecto de desenfoque que se debe a la falta de coincidencia de los planos  $\Pi_2$  y  $\Pi_4$ .

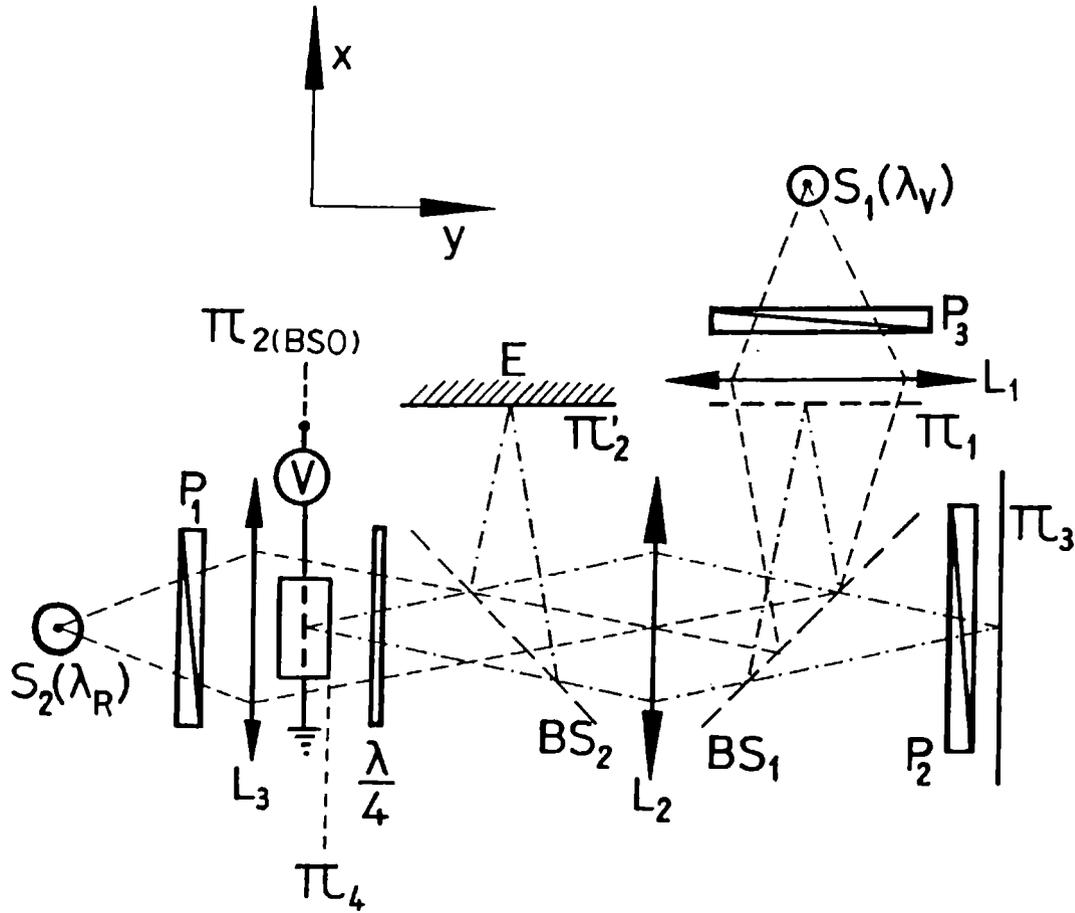


Figura IV.3: a) Esquema del dispositivo experimental utilizado en el pseudocoloreado de niveles de gris a tiempo real.  $S_1(\lambda_V)$ ,  $S_2(\lambda_R)$  fuentes de longitud de onda  $\lambda_V$  y  $\lambda_R$  respectivamente,  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ : polarizadores,  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$ : lentes,  $\Pi_1$ : plano objeto,  $\Pi_2$ : plano del cristal,  $\Pi_3$ : plano de salida,  $\Pi_2$ : plano del espejo  $E$ ,  $\Pi_4$ : plano de la cara anterior del cristal,  $\lambda/4$ : lámina cuarto de onda,  $BS_1$ ,  $BS_2$ : divisores de haz.

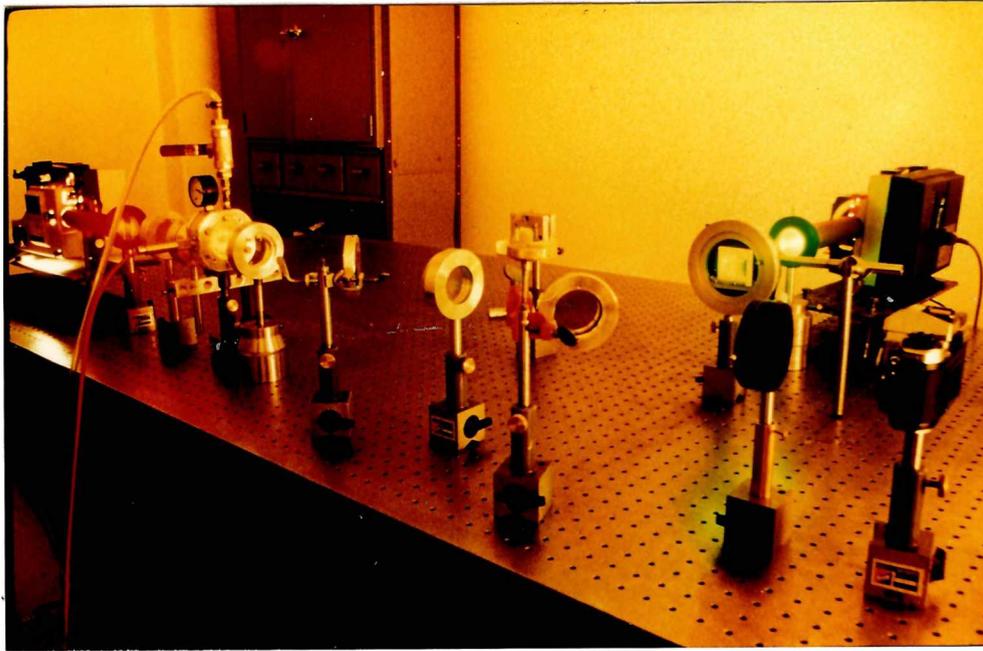


Figura IV.3: b) Fotografía del montaje experimental.

En las Figuras IV.4 pueden verse resultados experimentales del pseudocoloreado logrado por este método para dos objetos distintos.

En la Figura IV.5 puede observarse el pseudocoloreado para un objeto compuesto por franjas paralelas en tres niveles de gris. Se lo ha pseudocoloreado en distintas orientaciones. Es posible observar que en el caso (e), debido al filtrado direccional que produce el cristal en el caso de las franjas horizontales [53], se ha perdido definición. De todas formas esto es diferente de lo que ocurre en la Figura IV.6 (b) donde se muestra el pseudocoloreado que se produce con el cristal sin tensión aplicada, esto es, sumando a la imagen en verde un fondo uniforme en rojo.

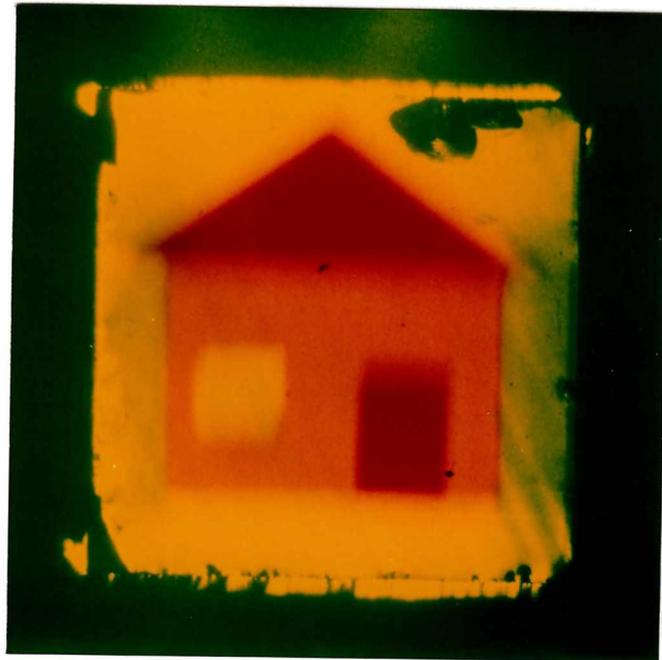
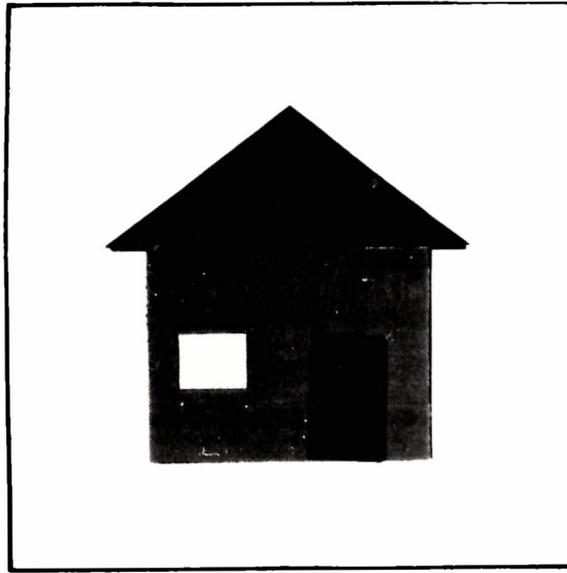


Figura IV.4: Pseudocoloreado para dos objetos bidimensionales distintos.

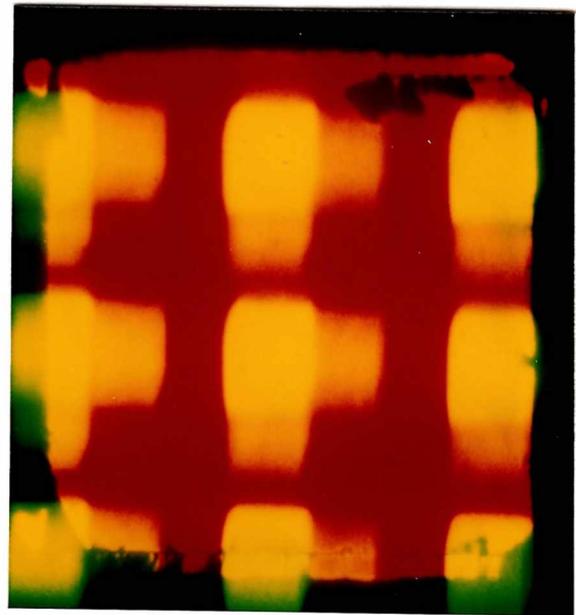
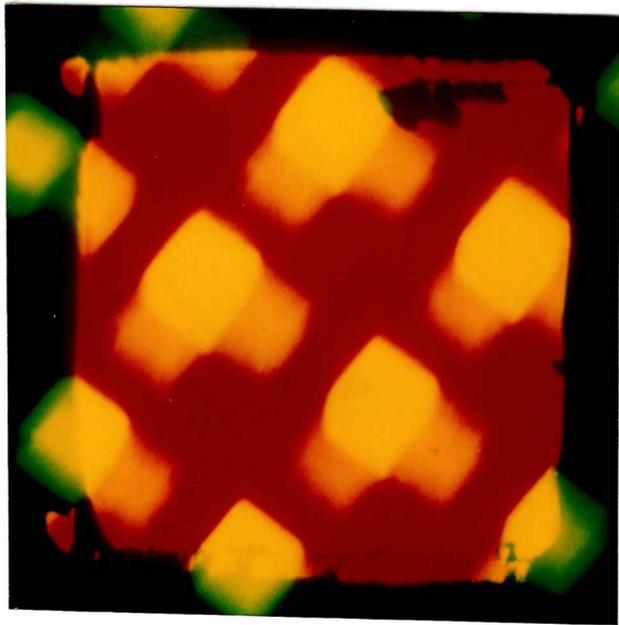
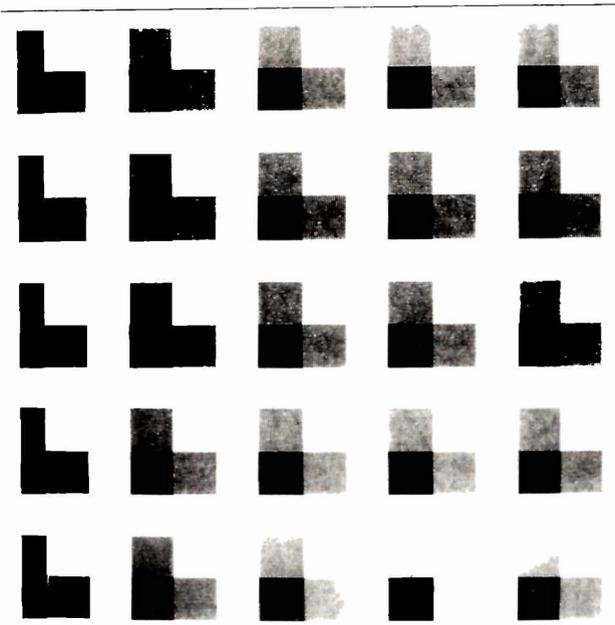
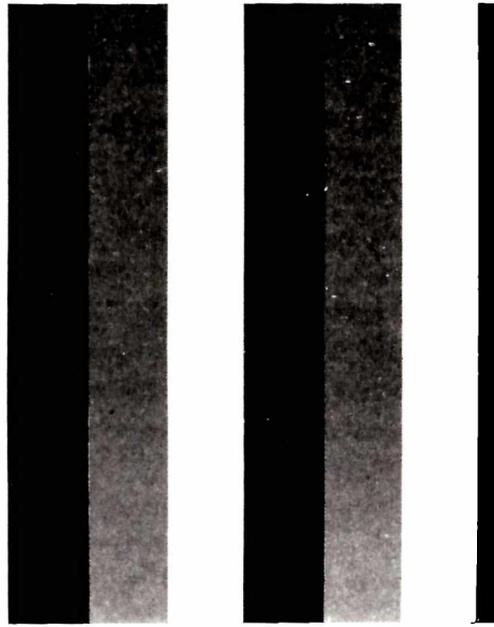
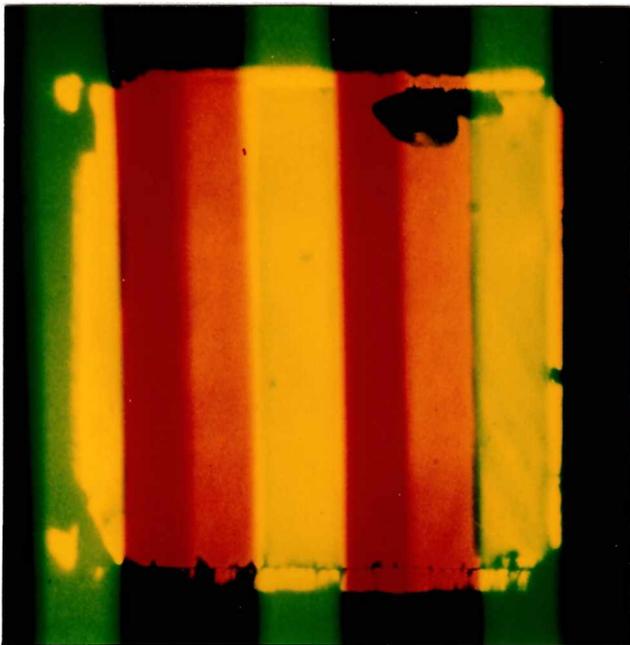


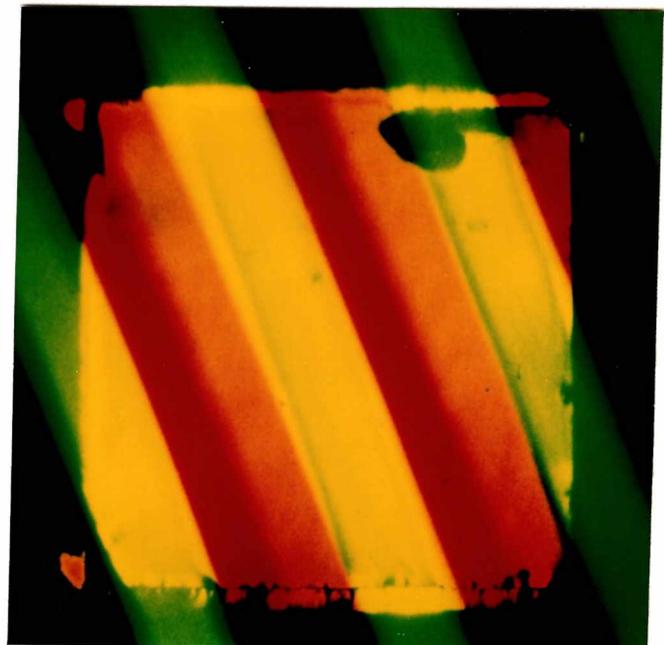
Figura IV.4: Pseudocoloreado para dos objetos bidimensionales distintos. (Continuación)



a)

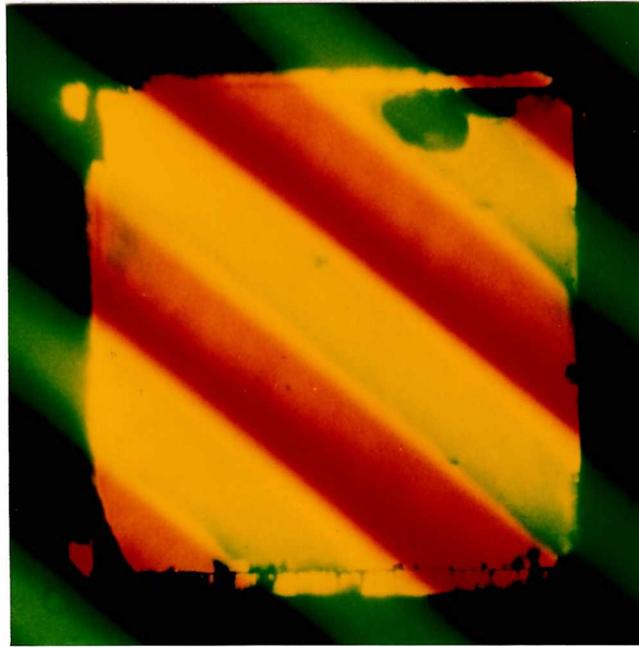


b)

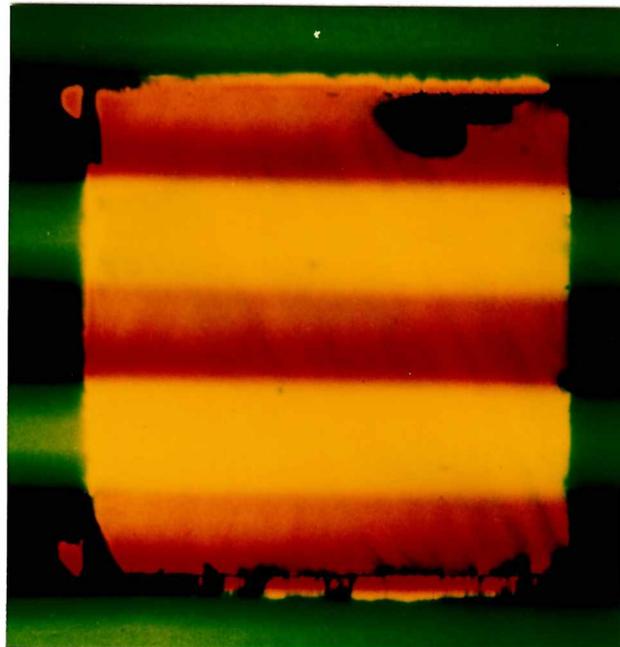


c)

Figura IV.5: Pseudocoloreado para un objeto unidimensional en distintas orientaciones.



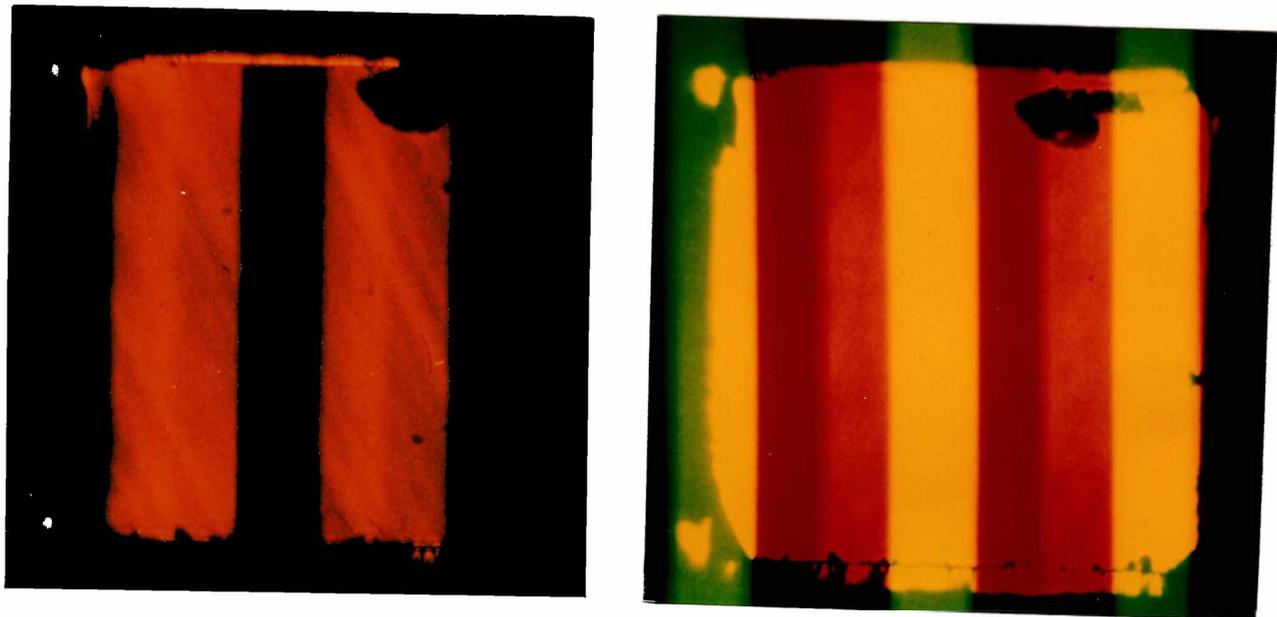
d)



e)

Figura IV.5: Pseudocoloreado para un objeto unidimensional en distintas orientaciones. (Continuación)

En la Figura IV.6 (a) puede verse la imagen de contraste invertido que provee el cristal. En ella se confunden la franja de intensidad media con la de intensidad alta. Esto no ocurre en la Figura IV.5 (b) donde al estar la imagen pseudocoloreada se distinguen claramente.



a)

b)

Figura IV.6: a) Imagen de contraste Invertido que provee el cristal.  
b) Pseudocoloreado que se produce con el cristal sin tensión aplicada.

En este procesador se utilizaron fuentes extensas de luz blanca ( $S_1$  y  $S_2$ ) con filtros interferenciales centrados en  $\lambda_v = 5200 \text{ \AA}$  y  $\lambda_R = 6350 \text{ \AA}$  ( $\Delta\lambda = 100 \text{ \AA}$ ). Por supuesto, ambas fuentes  $S_1$  y  $S_2$  pueden ser espacialmente coherentes. En este caso se obtiene la imagen final degradada por el speckle.

#### 4.2.2.- FILTRADO DE FRECUENCIAS ESPACIALES A TIEMPO REAL

[54, 55]

Las primeras experiencias en las que se estudia cómo la manipulación intencional del espectro de una imagen la modifica se deben a Abbe (1893) y Porter (1906) [56].

En ambos casos el objetivo de las experiencias era la verificación de la teoría de formación de imágenes para microscopios debida a Abbe, así como sus implicaciones.

Básicamente las experiencias de Abbe y Porter se describen de la siguiente manera [56]:

Si se ilumina un objeto con una onda plana monocromática, en el plano focal posterior de una lente formadora de imágenes se tiene una distribución de intensidades proporcional a la transformada de Fourier del objeto. Las distintas componentes de Fourier se recombinan para formar la imagen del objeto en el plano imagen. Colocando distintas máscaras o filtros en el plano focal es posible manipular directamente el espectro controlando así la contribución de las distintas frecuencias espaciales que sintetizarán la imagen.

Existen varios tipos de configuraciones que permiten este tipo de operaciones. Entre ellas cabe destacar el sistema 4-f, formado por dos lentes convergentes de igual distancia focal  $f$  separadas entre sí por una distancia  $2f$ . En este sistema se coloca el objeto real a una distancia  $f$  de la primera lente y se lo ilumina por una onda plana y monocromática. El plano de observación se encuentra en el espacio imagen de la segunda lente a una distancia  $f$  de ella. Entre las dos lentes, donde coinciden los planos focales de ambas, se encuentra el plano de Fourier. Es en este plano donde se colocan filtros para modificar el espectro de Fourier de la imagen.

Es posible utilizar cristales BSO en configuración transversal en procesadores 4-f para lograr un filtrado de frecuen-

cias espaciales a tiempo real. En un sistema 4-f se coloca el cristal en el plano de Fourier. El cristal entre polarizadores orientados convenientemente puede ser utilizado como un filtro de amplitud dinámico si se lo ilumina con una longitud de onda y distribución de intensidad adecuadas.

Un esquema del dispositivo experimental puede verse en la Figura IV.7 (a) y una foto del montaje experimental en la Figura IV.7 (b).

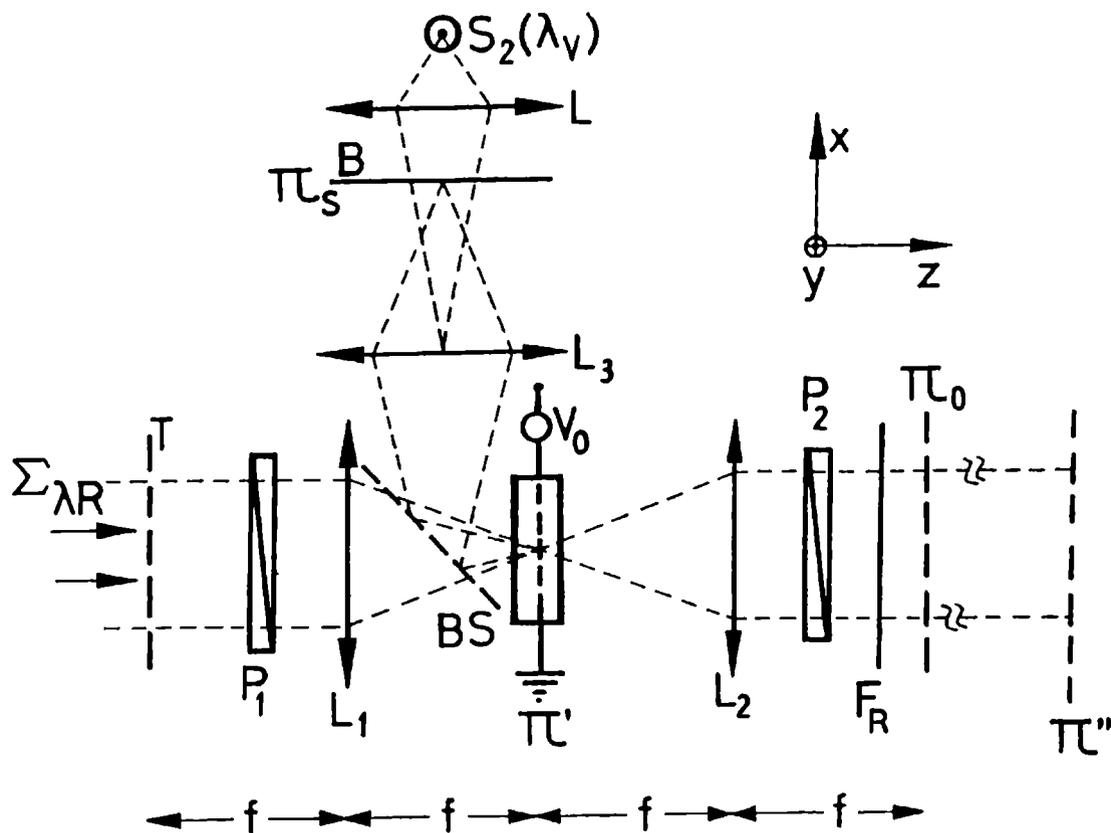


Figura IV.7: a) Esquema del dispositivo experimental utilizado en el filtrado de frecuencias espaciales a tiempo real.  $S_2(\lambda_V)$  fuente de longitud de onda  $\lambda_V$ ,  $\Sigma\lambda_R$ : frente de onda plano de longitud de onda  $\lambda_R$ ,  $P_1$ ,  $P_2$ : polarizadores,  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$ ,  $L$ : lentes,  $\Pi'$ : plano del cristal,  $\Pi_0$ : plano de salida,  $T$ : transparencia a procesar,  $\Pi_s$ : plano del filtro  $B$ ,  $BS$ : divisor de haz,  $FR$ : filtro interferencial.

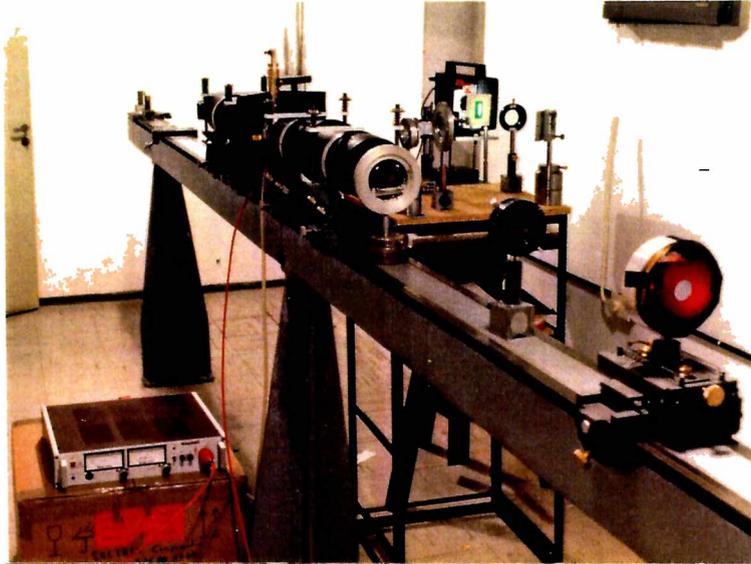


Figura IV.7: b) Fotografías del montaje experimental.

El objeto a procesar,  $T$ , una transparencia con una distribución de transmitancia  $T(x,y)$ , se coloca en el procesador 4-f y es iluminado por una onda plana monocromática de longitud de onda  $\lambda_R = 6328 \text{ \AA}$  provista por un láser de He-Ne. En el plano  $\Pi'$  y en el plano de salida  $\Pi_0$  se obtiene la transformada de Fourier y la imagen de la transparencia  $T$ , respectivamente. Se coloca el cristal BSO en configuración transversal en el plano  $\Pi'$ . Por otro lado una transparencia  $B$ , que modifica el filtro de amplitud variable, se coloca en el plano  $\Pi_s$  y se ilumina con una fuente incoherente  $S_2$ . La lente  $L_3$  conjuga los planos  $\Pi_s$  y  $\Pi'$ , entonces en el cristal se forma la imagen de la transparencia  $B$ . Como fuente  $S_2$  se utilizó una fuente de luz blanca con un filtro interferencial centrado en  $\lambda_v = 5200 \text{ \AA}$  ( $\Delta\lambda = 100 \text{ \AA}$ ) que ilumina a través de la lente condensadora  $L$  la transparencia  $B$ . Es así como la transformada de Fourier de  $T$  con iluminación  $\lambda_R$  y la imagen de  $B$  con iluminación  $\lambda_v$  se superponen en el cristal.

Las longitudes de onda  $\lambda_R$  y  $\lambda_V$  se han elegido de forma tal que el coeficiente de absorción del cristal  $\alpha(\lambda)$  sea

$$\alpha(\lambda_R) \ll \alpha(\lambda_V) \quad (\text{IV.1})$$

y de esta forma el proceso fotorrefractivo para la longitud de onda  $\lambda_R$  es despreciable comparado con el generado por la de  $\lambda_V$ . Esto es, la iluminación  $\lambda_V$  induce birrefringencia que es leída con iluminación  $\lambda_R$ . La imagen de **B** sobre el cristal,  $\mathbf{B}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \lambda_V)$  induce en el cristal una birrefringencia  $\delta n(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  debido al efecto fotorrefractivo. Esto produce una variación local en el estado de polarización que emerge de cada punto del cristal para la iluminación  $\lambda_R$ . Los polarizadores  $P_1$  y  $P_2$  colocados en las posiciones que se muestra en la Figura IV.7 (a) hacen que las variaciones en birrefringencia se correspondan con variaciones en atenuación para el haz de longitud de onda  $\lambda_R$ . De esta forma es posible modificar la intensidad transmitida de diferentes frecuencias espaciales de **T** y en el plano  $\Pi_0$  obtener, sintetizada con la nueva distribución de frecuencias, la imagen procesada de **T**. Los polarizadores lineales  $P_1$  y  $P_2$  están orientados en extinción cuando el voltaje  $V_0$  aplicado en el cristal es nulo. Cuando el voltaje aplicado es distinto de cero y se obstruye la iluminación  $\lambda_V$ , debido al efecto electro-óptico se induce una birrefringencia uniforme en el cristal. Se podrá ver así la imagen de **T** con iluminación  $\lambda_R$  en el plano  $\Pi_0$ . La imagen de **B** en el cristal filtrará algunas frecuencias espaciales de **T**.

En este caso se utilizó como transparencia **B** una rendija de ancho  $b$  centrada en  $\mathbf{x}_0$ . Así, la distribución de intensidades sobre el cristal para  $\lambda_V$  resulta

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \lambda_V) = I_{\lambda_V} \text{rect} \left[ \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_0}{2b} \right] \quad (\text{IV.2})$$

Teniendo en cuenta la ecuación III.43 y considerando que  $\sigma_0 \ll \sigma$ , o sea, despreciando la conductividad en la oscuridad, la distribución del campo eléctrico total dentro del cristal

resulta

$$E_T(x, y) = \begin{cases} 0 & |x - x_0| < b/2 \\ E_0 \frac{L}{L - b} & |x - x_0| > b/2 \end{cases} \quad (\text{IV.3})$$

L es el ancho del cristal.

Teniendo en cuenta que la birrefringencia inducida es proporcional al campo eléctrico total (identidad III.1) el cristal será birrefringente fuera de la región  $|x - x_0| < b/2$ , por lo tanto, las frecuencias espaciales dentro de la región  $|x - x_0| < b/2$  serán bloqueadas por el filtro. Si se modifica la función  $B(x, y, \lambda_y)$ , cambiando la transparencia B, distintas regiones de la transformada de Fourier de T pueden ser selectivamente atenuadas. Es así como es posible implementar una forma de filtrado espacial dinámico.

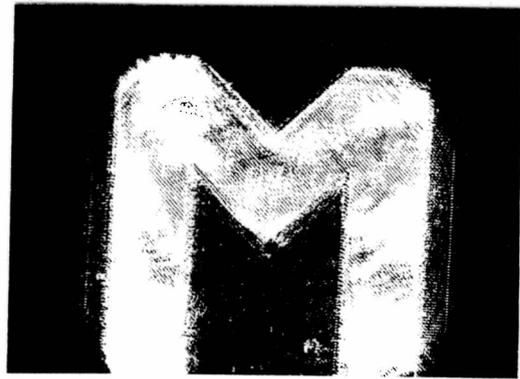
Se han elegido dos objetos bidimensionales para mostrar los resultados que se obtienen al filtrar con este procesador. En todos los casos la distribución de intensidades  $B(x, y, \lambda_y)$  corresponde a una rendija paralela a la dirección y centrada en  $x_0 = 0$  de ancho  $b = 0.1\text{cm}$ . Esto significa que son filtrados el orden cero y todos aquellos que están sobre el eje y.

En las fotografías de la Figura IV.8 y IV.9 se muestran resultados experimentales para dos objetos diferentes. Los objetos eran diapositivas que poseen zonas cada una de ellas con una red de ronchi con distinta orientación.

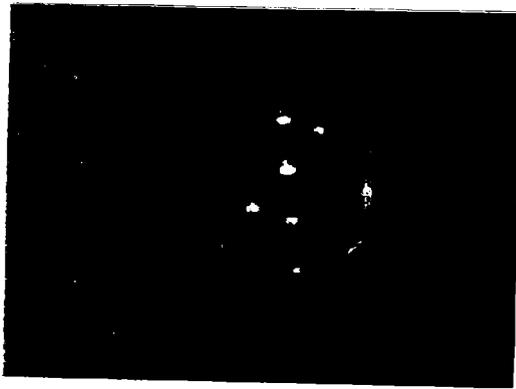
En las Figuras IV.8 y IV.9 (a) y (b) se observa la imagen en el plano de salida sin filtrar y filtrada respectivamente y en las (c) y (d) la imagen en el plano de Fourier sin filtrar y filtrada. Para observar el plano de Fourier se ha desplazado la lente  $L_2$  para poder formar una imagen real del plano de Fourier en el plano  $\Pi''$ .



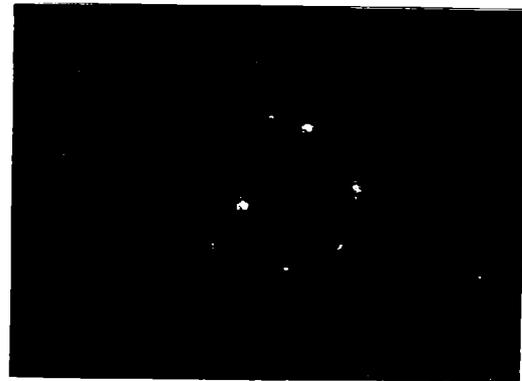
a)



b)

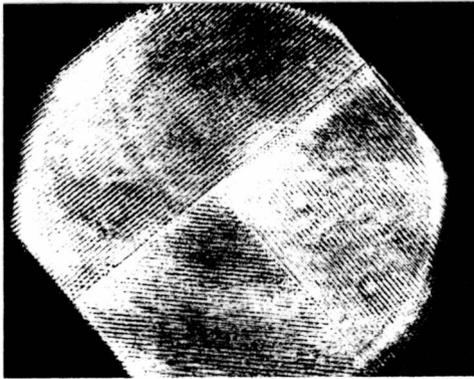


c)

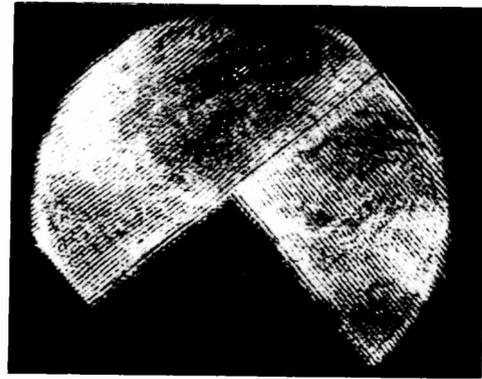


d)

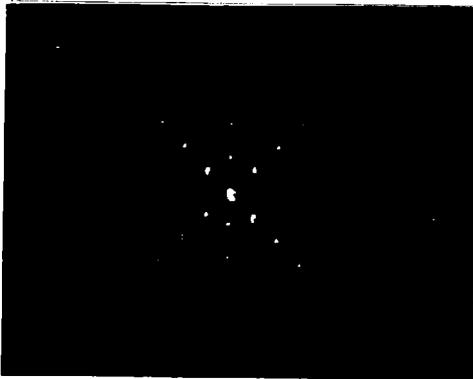
Figura IV.8: Imagen en el plano de salida.  
a) sin filtrar, b) filtrada.  
Imagen en el plano de Fourier.  
c) sin filtrar, d) filtrada.



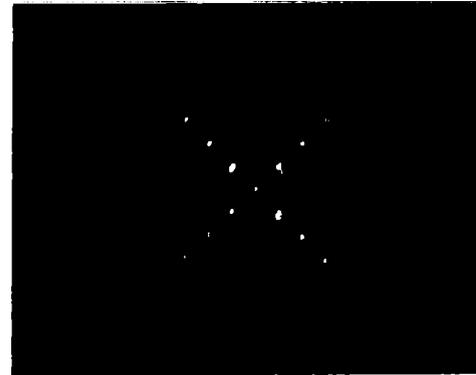
a)



b)



c)

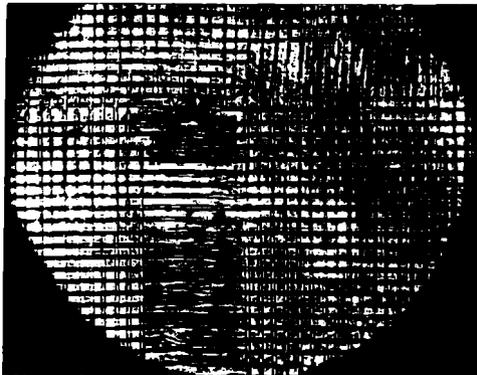


d)

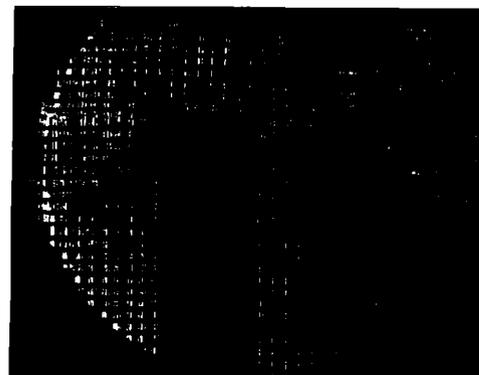
Figura IV.9: Imagen en el plano de salida.  
a) sin filtrar, b) filtrada.  
Imagen en el plano de Fourier.  
c) sin filtrar, d) filtrada.

Es importante notar que, debido a que el coeficiente de absorción para la longitud de onda correspondiente al rojo es despreciable pero no nulo ( $\alpha(\lambda_R) \neq 0$ ), este dispositivo produce un proceso de autofiltrado. Para ponerlo de manifiesto se comparan los resultados obtenidos con este método (Figura IV.10) con los obtenidos con el método clásico (filtrando las distintas frecuencias con una máscara opaca) (Figura IV.11). Para poder comparar sólo los efectos producidos por el cristal, en el método tradicional se simula la pupila efectiva producida por las dimensiones del cristal con una pupila rectangular del mismo tamaño y en la misma posición que este.

En las Figuras IV.10 y IV.11 se muestran en (a) las imágenes sin filtrar, y en (b) filtradas. En la Figura IV.10 utilizando el procesador aquí propuesto, y en la Figura IV.11 utilizando una máscara opaca en el montaje tradicional [57]. Sin tener en cuenta el efecto de autofiltrado (el orden cero es fuertemente autofiltrado debido a su alta intensidad), se puede observar una similitud entre las figuras [58].

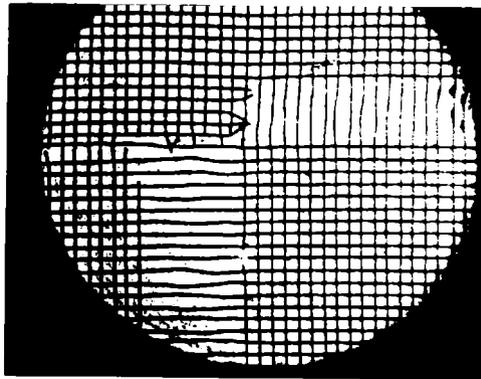


a)

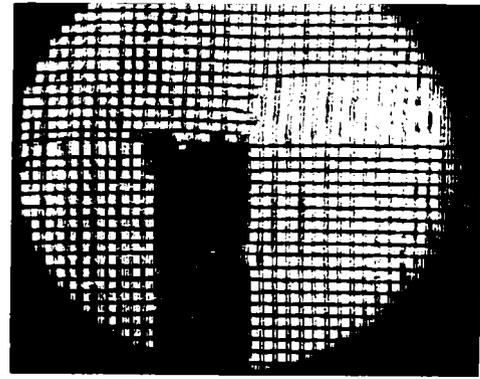


b)

Figura IV.10: Imágenes en el plano de salida del procesador propuesto. a) sin filtrar, b) filtrada.



a)



b)

Figura IV.11: Imágenes en el plano de salida del procesador clásico. a) sin filtrar, b) filtrada.

#### 4.2.3.- DISCRIMINACION DE LA PARTE DINAMICA DE UNA IMAGEN

[59]

Muchas aplicaciones médicas e industriales, entre otras, requieren una disminución de los datos a procesar. En muchos casos esto implica la reducción de la información redundante suprimiendo el fondo estático de una imagen, e.g. suprimir el fondo estático de un cultivo de células para examinar los organismos en movimiento. A la operación de quitar el fondo estático de una escena y resaltar los cambios se lo denomina filtrado de lo novedoso (novelty filtering) o diferenciación en tiempo de una imagen.

Estos filtros se han usado desde los comienzos del radar, cuando se los utilizaba para evitar que la pantalla se saturase con objetos quietos. Este filtro se implementa digitalmente en forma sencilla simplemente restando a la imagen que llega,

pixel por pixel, una imagen de referencia que se actualiza periódicamente.

En los últimos años se le ha prestado mayor atención a las implementaciones ópticas de los filtros renovadores debido a que ópticamente es posible realizar operaciones en paralelo sobre toda la imagen. Básicamente, en todas estas implementaciones se requiere realizar la diferencia entre dos imágenes, una de ellas retardada en el tiempo.

El primero en describir la diferencia de imágenes fue Gabor [60], modulando espacialmente dos imágenes por un sistema de franjas periódicas y desfasadas una respecto de la otra en  $180^\circ$ . Los interferómetros de Mach-Zehnder o Michelson ofrecen un dispositivo conveniente para la adición o substracción de amplitudes complejas de imágenes. Se han utilizado también cristales de  $\text{BaTiO}_3$  como espejos para la conjugación de fase [61, 62].

Se han desarrollado "novelty filters" en configuración interferométrica que toman ventaja del tiempo de respuesta finita de los espejos de conjugación de fase [63 al 66].

Se han propuesto también detectores de movimiento sintonizables que permiten detectar velocidades más rápidas que la respuesta temporal del material [67]. Este detector utiliza objetos de fase, y podría ser la transformada de Fourier de un objeto en movimiento. En este caso, los movimientos transversales son detectados como cambios de fase en la transformada de Fourier.

Además, se ha presentado un sistema híbrido que combina un medio dinámico fotorrefractivo con un procesamieto digital a través de un frame-grabber [68]. Es importante destacar que en todos los dispositivos mencionados la iluminación es coherente y en el arreglo experimental se registra un holograma.

Aquí se presenta un dispositivo óptico que discrimina la parte dinámica de una imagen (aquellas que dependen del tiempo) de las partes estáticas contribuyendo estas últimas a un fondo uniforme en la imagen procesada. Se utiliza un cristal fotorrefractivo en configuración transversal y se emplea iluminación incoherente. Por sus aplicaciones es posible asimilarlo a un "novelty filter" con las ventajas de los procesadores incoherentes. El montaje experimental es similar al de pseudocoloreado de niveles de gris. Nuevamente aquí la lámina  $\lambda/4$  se utiliza para evitar que el haz reflejado en el cristal alcance el plano de salida.

Si en el plano de entrada del dispositivo se coloca una imagen estática, es posible lograr en el plano de salida (si el detector no distingue colores) una distribución uniforme. Esto es así porque a la imagen de contraste directo reflejada en el espejo se le suma una de contraste invertido provista por el cristal. Se debe ajustar la intensidad de la imagen de contraste directo con ayuda de filtros para lograr una correcta igualación.

Si ahora se considera una escena formada por una parte dinámica además de la estática, por lo dicho anteriormente, la parte estática contribuirá a un fondo uniforme en el plano de salida, resultando equivalente a haberla quitado. Con respecto a la parte dinámica de la escena, en el plano de salida se superponen la imagen de contraste directo con la imagen de contraste invertido que, debido al tiempo de respuesta finito del efecto fotorrefractivo, necesita un tiempo finito para formarse y esto hace que su aparición sufra un retraso en el tiempo. La superposición de ambas imágenes (la de contraste directo más la de contraste invertido) da como resultado en el plano de salida una aproximación a la diferenciación temporal.

La escena considerada en este caso es una rendija iluminada que se mueve de 'a saltos' en la dirección  $x$  en el plano

$\pi_1$ . Esto significa que primero se proyecta la rendija en una zona del cristal, luego de un tiempo  $t_1$  se oscurece (un tiempo total  $\tau$ ); y luego durante un tiempo  $t_1$  se proyecta otra región del cristal y así sucesivamente.

En instantes anteriores al inicial, la rendija se proyecta en una zona digamos a la izquierda del cristal, por lo tanto la iluminación sobre el cristal es uniforme, debida a una iluminación de fondo. En el instante inicial la proyección de la rendija cae en la zona 1, luego en la zona 2 del cristal y finalmente fuera del cristal a la derecha del mismo.

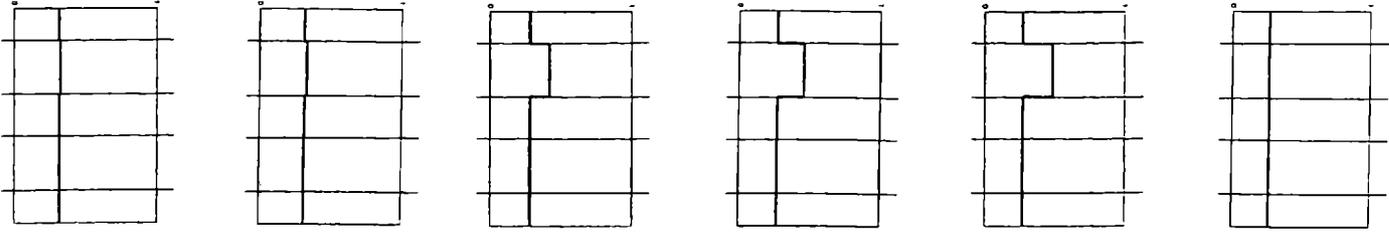
Las imágenes finales que se obtienen en el plano  $\Pi_3$  fueron almacenadas en una computadora para un posterior análisis densitométrico.

En la Figura IV.12 puede verse un esquema simplificado de la distribución de intensidades para: a) El plano de entrada  $\Pi_1$ , b) la imagen de contraste directo que se refleja en el espejo E, c) la imagen de contraste directo que provee el cristal, d) la superposición de la imagen de contraste directo reflejada en el espejo y la imagen pero con su contraste invertido provista por el cristal, siempre manteniendo el ajuste de las intensidades relativas de las dos imágenes, y e) una fotografía de la imagen del monitor que muestra en su parte superior la imagen resultante, y en la inferior el estudio densitométrico promediado sobre una pequeña banda que se indica en la foto.

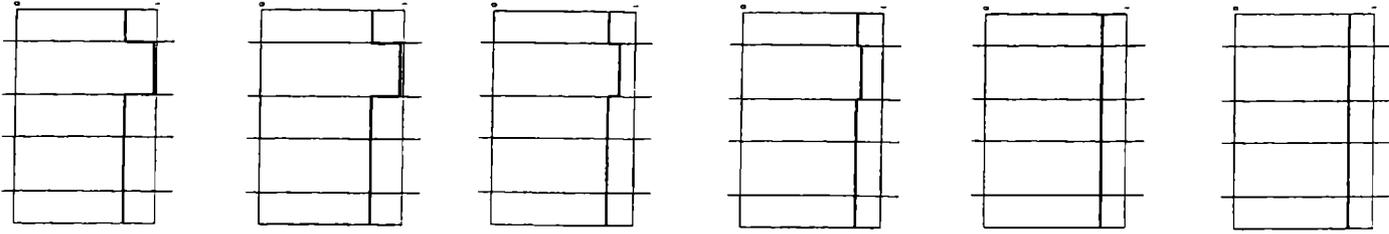
e)



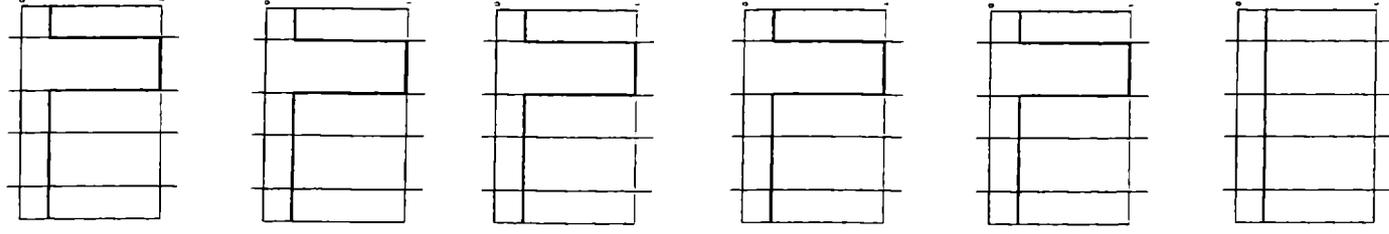
d)



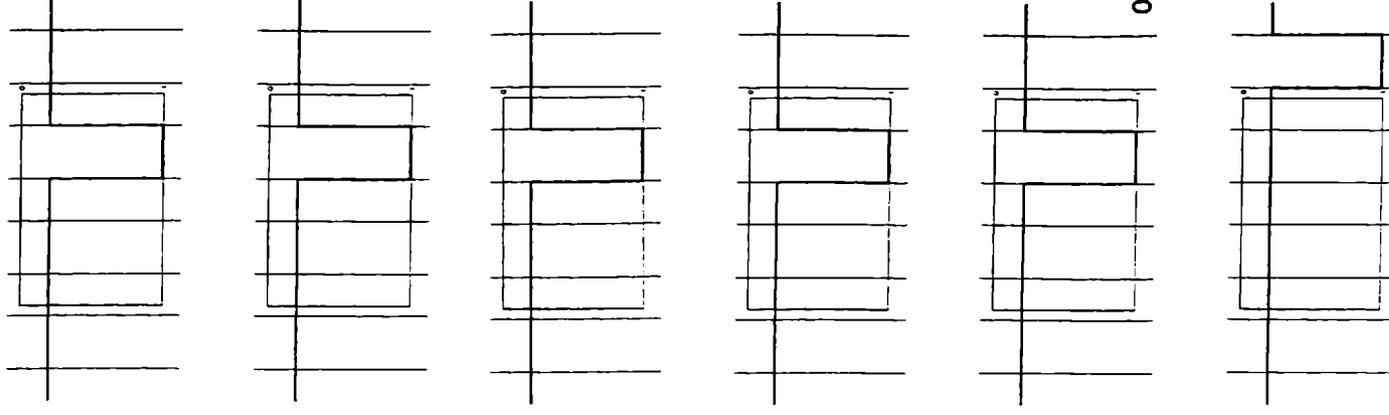
c)



b)



a)



$t = 0$

$t > 0$



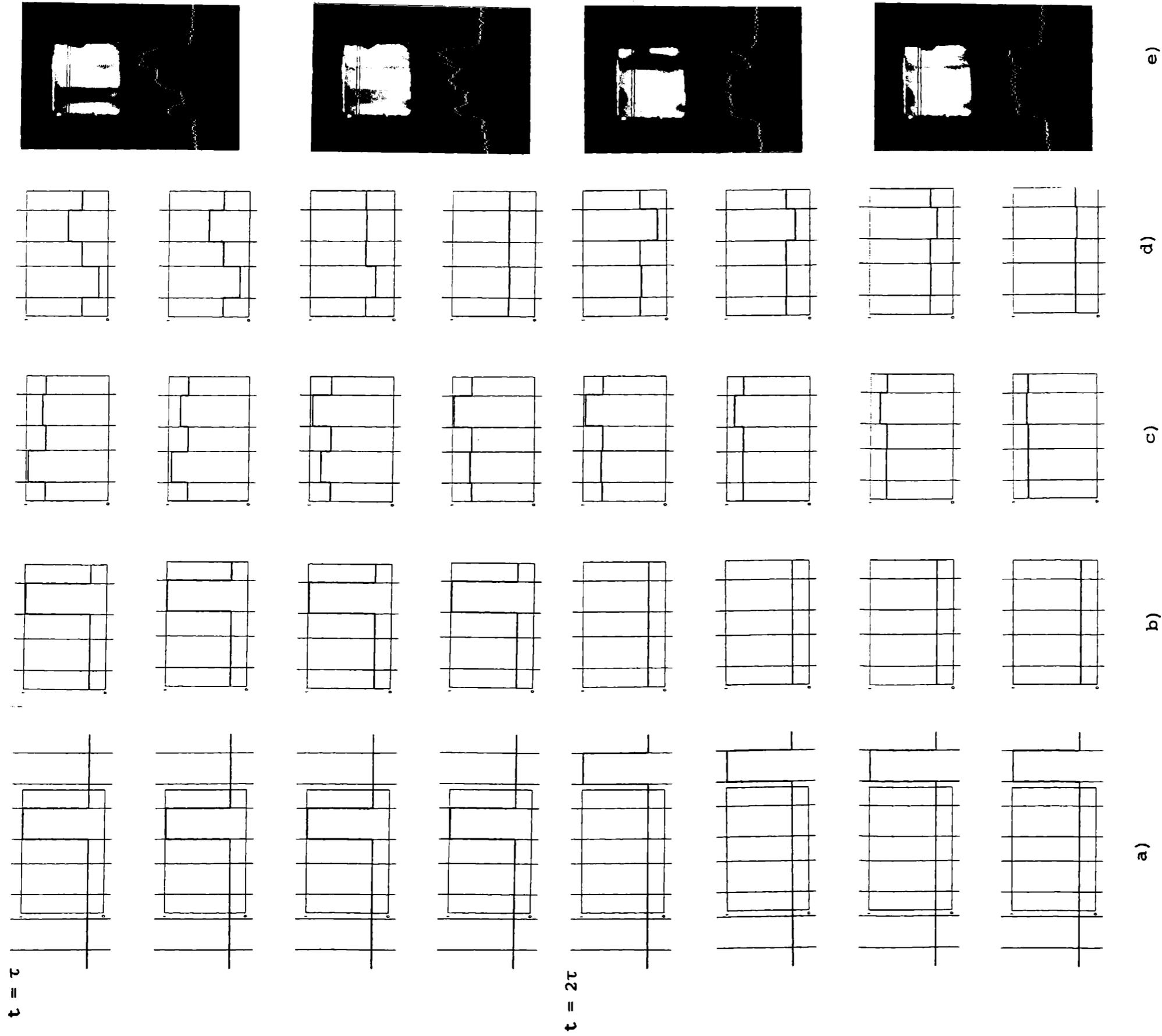


Figura IV.12: Esquema simplificado de la distribución de intensidades para: a) El plano de entrada  $\Pi$ , b) la imagen de contraste directo que se refleja en el espejo  $E$ , c) la imagen de contraste directo que provee el cristal, d) la superposición de la imagen de contraste directo reflejada en el espejo y la imagen de contraste invertido provista por el cristal, e) Fotografía de la imagen final.

En la Figura IV.13 puede verse la evolución de la intensidad para cada una de las tres zonas a la salida del procesador calculadas teóricamente para distintas relaciones de  $q$  y tiempos de exposición y espera. Se ajustó el valor de  $G$ , que corresponde a la atenuación que debe hacerse en el haz de contraste directo, para lograr un fondo relativamente uniforme en el tiempo. Puede observarse que en el caso e), donde la iluminación de fondo es nula, no se logra relajar el fondo, a éste no le corresponde una intensidad uniforme en el tiempo, y siempre conservará la información de que alguna vez fue iluminado.

En la secuencia de fotos puede verse que el sistema, a diferencia de otros [63, 69], distingue el momento en que la imagen aparece del momento en que desaparece. Es decir que es sensible al valor de la derivada de la función intensidad en cada punto del cristal como función del tiempo.

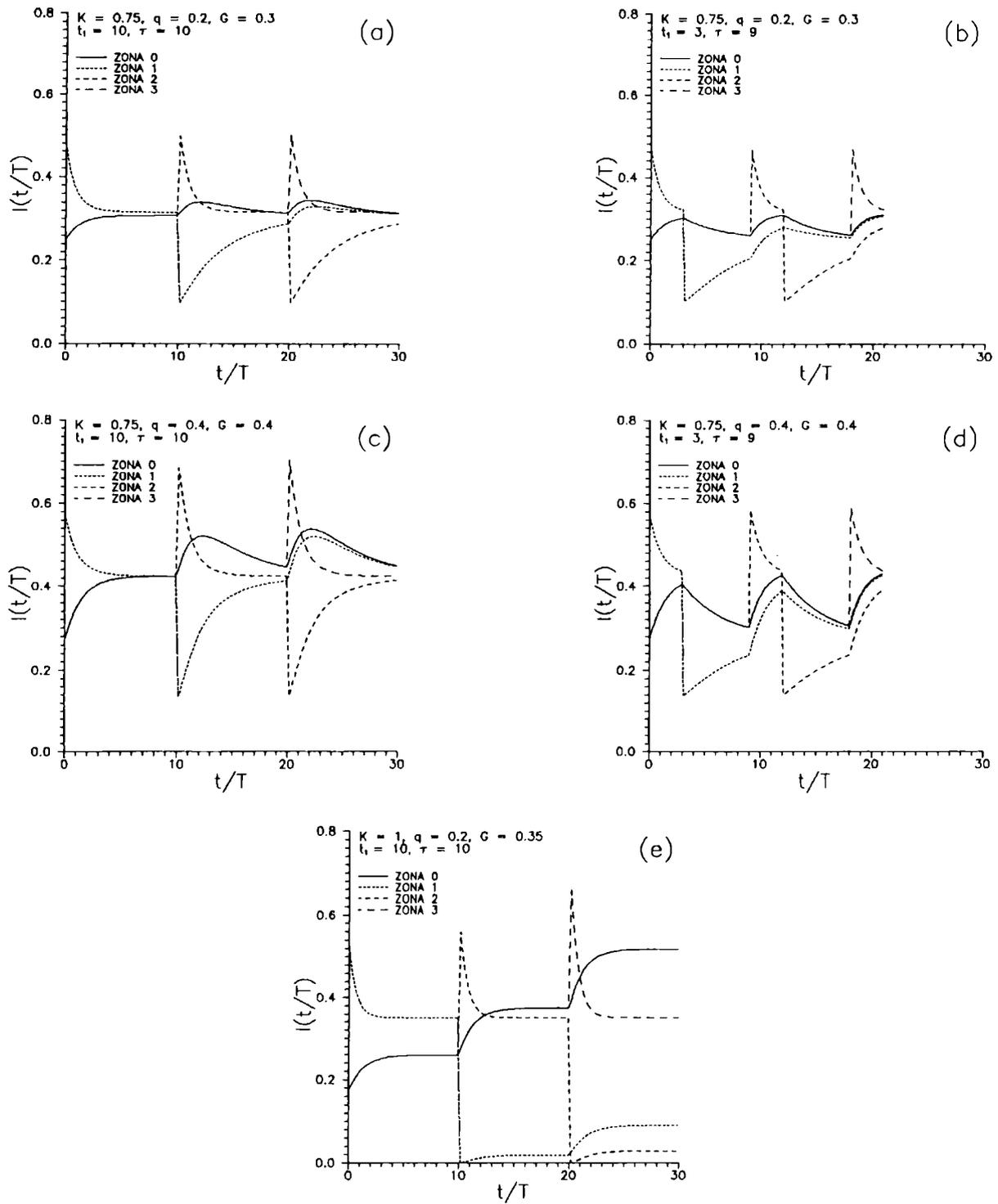


Figura IV.13: Intensidad para cada una de las tres zonas a la salida del procesador calculadas teóricamente para distintas relaciones de  $q$  y tiempos de exposición y espera.

## CONCLUSIONES

## CONCLUSIONES

En este trabajo se ha puesto énfasis en la utilización del efecto fotorrefractivo en la implementación de conversores ópticos que se utilizaron en forma novedosa en aplicaciones clásicas tales como son el filtrado de frecuencias espaciales y el pseudocoloreado de niveles de gris a tiempo real, y en desarrollos más recientes como es el filtrado renovador.

La motivación en el uso de cristales fotorrefractivos en procesamiento óptico de imágenes se debe a sus propiedades que lo distinguen de otros materiales de registro. En primer lugar debe destacarse que son reciclables sin requerir proceso químico alguno y trabajan prácticamente a tiempo real con tiempos de respuesta que dependen de parámetros del cristal, como dopaje, sensibilidad, pero ajustable con la intensidad luminosa de registro.

Es una característica de todos los materiales fotorrefractivos el proveer de un medio de registro en el cual la fotoconductividad y las características de ser electroóptico se han unificado en un solo material. Es un medio no lineal pero responde con intensidades luminosas muy bajas. Justamente el término fotorrefractivo se reserva para estos materiales que producen un cambio en el índice de refracción para intensidades luminosas bajas.

Todos los materiales electroópticos que posean centros fotoexcitables y trampas aceptoras deben presentar efecto fotorrefractivo. La utilidad del material dependerá de la intensidad del efecto y de la rapidez de la respuesta. El  $\text{Li Nb O}_3$  y el  $\text{Li Ta O}_3$  [70] son de respuesta lenta aunque muy estables. El  $\text{Ba Ti O}_3$  [18] presenta un efecto intenso ya que el producto  $rn^3$  es grande, pero no es un material de uso sencillo en el laboratorio por sus requerimientos de estabilidad. En este sentido la elección del BSO parece cumplir mejor los requerimientos en

cuanto a estabilidad, elevado valor de  $rn^3$  y simultáneamente el hecho de que es rápido.

Los materiales fotorrefractivos tienen propiedades ópticas, eléctricas y estructurales notablemente distintas entre sí. Utilizamos el BSO porque responde en el rango visible; dentro del visible tiene una zona sensible (zona de registro de información) y otra en la cual no lo es (zona de lectura, sin degradación de la información). Posee un tiempo de respuesta muy cortos. Si bien cristales como el BSO, BTO y BGO no son útiles para almacenar imágenes por tiempos largos, si lo son para procesos en tiempo real.

Aunque no se consiguen superficies de pureza óptica que excedan los pocos centímetros, el material admite un perfecto tallado y pulido óptico.

La mayoría de las aplicaciones que se encuentran con estos cristales son en configuración holográfica donde se ha explotado la gran resolución espacial, la posibilidad de realizar conjugación de fase y la posibilidad de obtener amplificación óptica, esta última característica, única de estos medios, producida por el desfase entre el sistema de franjas y la red de índices fotoinducida. Ya en 1980 Petrov y colaboradores [71] desarrollaron un nuevo modulador espacial fotorrefractivo llamado PICOC (Photorrefractive Incoherent-to-coherent optical converter). Este modulador fue utilizado en aplicaciones híbridas en las cuales en un soporte holográfico se registran imágenes incoherentes. Reconstruyendo la red holográfica es posible transferir la información de la imagen incoherente a un haz de lectura coherente. En este caso, las intensidades necesarias eran muy elevadas. Las intensidades típicas de la imagen incoherente eran de  $8 \text{ mW/cm}^2$ , y la intensidad promedio de la red coherente de  $0.4 \text{ mW/cm}^2$  [72]. Por otro lado, en el conversor PICOC la imagen reconstruida por difracción siempre resulta de contraste invertido. Además, la alta sensibilidad angular y

cromática del holograma de volumen imponen severas restricciones en la etapa coherente de lectura. En el trabajo que aquí se presenta, se ha avanzado un paso más y el enfoque se centra en aplicaciones donde se emplea iluminación netamente incoherente, con las ventajas generales de este tipo de procesamiento: se relajan las condiciones de estabilidad del sistema; se mejora la relación señal - ruido; se facilita la alineación; no se degrada la imagen por defectos e impurezas del sistema óptico. Son obstáculos a tener en cuenta la alta reflectividad que presenta el cristal BSO (del 10% al 20%) y la necesidad de aplicar para su funcionamiento un campo eléctrico externo, el que además provee un parámetro de control, pero genera una anisotropía que produce un autofiltrado direccional.

Las técnicas desarrolladas toman ventaja de la propagación luminosa en el sistema óptico, logrando así procesos en paralelo. El sistema es netamente analógico pero el procesamiento digital puede utilizarse como una opción posterior. Pero en sí los procesadores que se presentan en este trabajo pueden actuar como subsistema ópticos de algún sistema más general. No es necesario hacer sistemas híbridos en las aplicaciones presentadas.

En las aplicaciones desarrolladas se han utilizado a los cristales como moduladores electroópticos donde las zonas de distinto campo eléctrico son macroscópicas a diferencia de las aplicaciones holográficas donde las variaciones del campo se producen a escala microscópica.

En una primera parte, a partir del cálculo clásico del elipsoide de índices y teniendo en cuenta los aspectos particulares del efecto electroóptico, se realizó un análisis que concluyó en una relación que vincula la birrefringencia inducida en cada punto del cristal con la orientación de las caras que se le logran en el tallado, los campos locales inducidos o aplicados, y la orientación del cristal en el sistema óptico.

Es de destacar que este análisis permitiría manejarse con tallados no convencionales, teniendo en cuenta que no existen mayores dificultades técnicas para lograrlos. El tratamiento general es válido para todos los cristales de la familia de los Selenitas (BSO, BTO, y BGO), ya que comparten las características generales descritas en el capítulo 1.

La generación del campo de cargas espaciales fue analizada para una distribución luminosa de escritura o registro unidimensional. Para ello se utilizó el modelo de transporte de banda. Sólo se han tenido en cuenta en el movimiento de cargas el causado por arrastre o "drift", ya que los efectos de difusión pueden ser despreciados en configuraciones no holográficas. Por otro lado, teniendo en cuenta que los posibles portadores de cargas son electrones o huecos, y que la movilidad de los últimos es mucho menor que la de los primeros, sólo se tienen en cuenta los electrones como portadores de cargas [15]. Al haber trabajado en todas las experiencias con intensidades luminosas de orden de  $1 \text{ mW/cm}^2$ , la concentración de cargas móviles (electrones) puede considerarse mucho menor que la de sitios donores. En este sentido, el modelo desarrollado coincide con los resultados que se obtienen al aplicar el modelo completo con las aproximaciones correspondientes.

En el capítulo 3 se analizaron los aspectos específicos del registro y lectura de las imágenes en el conversor no holográfico. A partir del párrafo 3.3 puede concluirse que en el conversor el subsistema óptico polarizador - cristal - polarizador en realidad actúa como un filtro de intensidad controlado por la distribución de intensidad incidente, disponiendo de la longitud de onda del haz incidente y el valor del campo eléctrico aplicado como parámetros de control. Precizando aún más esta idea, en el subsistema óptico es el cristal el que modifica el estado de polarización del haz de lectura, y para la configuración que se tenga para los polarizadores existe una rela-

ción entre la imagen almacenada en birrefringencia inducida en el cristal, y la distribución de atenuación para el haz de lectura. Esta operación, al no depender de la coherencia de la luz de registro, le otorga una gran flexibilidad al sistema. Es decir que tanto la señal de escritura como la de lectura pueden ser espacialmente coherentes o incoherentes.

Por otro lado, debido a la diferencia que existe en el valor de la fotoconductividad para las distintas longitudes de onda del espectro visible, es posible utilizar el cristal BSO para grabar información con una longitud de onda <sup>corta</sup> larga (por ejemplo verde) y leerla con una longitud de onda <sup>larga</sup> ~~corta~~ (por ejemplo roja) sin degradar la información almacenada.

El análisis de los cambios producidos en el estado de polarización del haz de lectura que atraviesa el cristal se realizó con el formalismo de Poincaré. En esta representación a cada posible estado de polarización le corresponde uno y sólo un punto sobre la esfera de radio unidad. Ésta permite una fácil visualización de los distintos estados de polarización. Además, con este formalismo es sencillo calcular cómo se modifica el estado de polarización de un haz al atravesar una lámina transparente de birrefringencia lineal, elíptica o circular. En este formalismo, a cada punto del cristal le corresponde un diámetro en la esfera de Poincaré, cuya orientación depende del campo eléctrico total aplicado en ese punto del cristal. Al atravesar un haz, con una polarización definida ese punto de la lámina, su polarización se modifica. En la esfera de Poincaré el punto que representa la polarización incidente rota un ángulo que depende de los parámetros del cristal y del campo eléctrico total reinante en el punto del cristal, alrededor del eje que representa el cristal. Su posición final representa el estado de polarización del haz de lectura emergente. Por lo tanto, dado el carácter local que presenta la birrefringencia inducida en el cristal, un formalismo flexible como este permitió

analizar modificaciones en el estado de polarización e interpretar casos experimentales concretos.

También se analizó cómo se distribuye la birrefringencia inducida cuando sobre el cristal se forma la imagen de un objeto unidimensional (en este caso una rendija) y también cuando el objeto simula una rendija en movimiento. Este último caso fue simulado por una sucesión de rendijas disjuntas. Si bien esta condición no es necesaria, el imponerla permitió una solución más sencilla al problema.

Por último, en este trabajo se presentaron aplicaciones de dos tipos: por un lado, una aplicación en la cual el efecto fotorrefractivo permite construir un filtro de amplitud dinámico y; por otro lado, varias aplicaciones en las cuales el efecto fotorrefractivo permite construir un conversor incoherente-incoherente para el cual la imagen final es de contraste directo o invertido.

El filtrado de frecuencias espaciales a tiempo real [54,55] se encuadra en las aplicaciones correspondientes al primer tipo. Con este procesador se puede lograr una variedad de operaciones de filtrado proyectando distintas transparencias sobre el cristal o simplemente utilizando un pincel luminoso.

En el segundo tipo, se encuadran, en el régimen estacionario, todos los procesadores que necesiten una imagen de contraste invertido: esto es, todos aquellos que involucren una operación de restado, como es el caso del pseudocoloreado de niveles de gris a tiempo real [39,40]. Debido a que la operación de invertir el contraste no necesita etapas intermedias, y además dado que el conversor trabaja con iluminación incoherente, se logra un procesado incoherente a tiempo real. Finalmente, en este segundo caso, haciendo uso del tiempo de respuesta finito que presenta el cristal, además de la posibilidad de inversión de contraste, se presenta un filtro renovador [59] que discrimina las partes dinámicas de las partes estáticas de

una imagen y la dirección de movimiento, distinguiendo el signo de la derivada temporal de la función de distribución de intensidad de la imagen. Debido a que el sistema no holográfico emplea iluminación incoherente, tiene todas las ventajas de los procesadores incoherentes. El tiempo de respuesta depende de la intensidad luminosa del haz incidente. Por otro lado, la resolución se ve limitada en el proceso de escritura por el espesor del cristal, resultando un compromiso entre un aumento en el espesor del cristal para mejorar la sensibilidad y un deterioro en la resolución que este hecho representa.

## REFERENCIAS

## REFERENCIAS

- [1] Topics in Applied Physics, Photorefractive Materials and their Applications I. Fundamental Phenomena. Ed. P. Gunter, J. -P. Huignard. Springer Verlag. Berlin, 1989.
- [2] F. S. CHEN, J. T. LA MACHIA, D. B. FRAZER. Appl. Phys. Lett. 13 223 (1968).
- [3] A. A. BALLMAN, J. Crys. Growth 1 37-40 (1976).
- [4] S. C. ABRAHAMS, J. L. BERNSTEIN, C. SVENSSON, J. Chem. Phys. 71 788-792 (1979).
- [5] S. C. ABRAHAMS, P. B. JAIMESON and J. L. BERNSTEIN, J. Chem. Phys. 47 4034 (1967).
- [6] E. L. VENTURINI, E. G. SPENCER, A. A. BALLMAN, J. Appl. Phys. 40 1622-1624 (1969).
- [7] R. E. ALDRICH, S. L. HOU and M. L. HARVILL, "Electrical and Optical Properties of  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ ". J. Appl. Phys. 42 493-494 (1971).
- [8] R. E. ALDRICH, S. L. HOU and M. L. HARVILL, "Electrical and Optical Properties of  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ ". J. Appl. Phys. 42 493-494 (1971)
- [9] G. F. MOORE, P. V. LENZO, A. A. BALLMAN, "Photorefractivity and field induced changes in optical rotation in Bismuth Silicon Oxide". J. Appl. Phys. 40 2361 (1969).
- [10] M. HENRY, "Propietes Opto-electroniques de l'oxyde de bismuth silicium. Photoconductivite, Efect electro-

- optique, Photorefringence". Tesis Doctoral, Paris VI (1984).
- [11] A. FELDMAN. W. S. BROWER Jr., D. HOROWITZ, "Optical Activity and Faraday rotation in Bismuth Oxide Compounds". Appl. Phys. Lett. 16 201-202 (1970).
- [12] S. L. HOU, LAUER, R. E. ALDRICH, J. Appl. Phys. 44 2652 (1973).
- [13] J. -P. HUIGNARD, F. MICHERON, "High sensitivity read-write volume holographic storage in  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  and  $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$  crystals". Appl. Phys. Lett 29 591 (1976)
- [14] R. A. SPRAGUE, J. Appl. Phys. 46 1673-1678 (1975).
- [15] R. GROUSSON, M. HENRY, S. MALLICK, J. Appl. Phys. 56 224-229 (1984).
- [16] S. C. ABRAHAMS, J. L. BERNSTEIN, C. SVENSSON, J. Chem. Phys. 71 788-792 (1979).
- [17] M. PELTIER AND F. MICHERON, "Volumen Hologram Recording and Charge Transfer Processes in  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  and  $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ ". J. Appl. Phys. 48 3683-3690 (1977).
- [18] J. FEINBERG, D. HEIMAN, A. R. TANGUAY, R. W. HELLWARTH. J. Appl. Phys. 51 1297 (1980).
- [19] N. V. KUKHTAREV, V. B. MARKOV, S. G. ODULOV, M. S. SOSKIN. V. L. VINETSKY, Ferroelectrics. 22 949 (1979).
- [20] SPRINGER PROCEEDINGS IN PHYSICS 7. "Nonlinear Optics: Materials and Devices". Edited by C. FLYTZANIS AND J. L. OUDAR. Proceedings of the International School of

Materials Science and Technology, Erice Sicily, July 1-14, 1985. Springer-Verlag 1988. J. -P. HUIGNARD, G. ROOSEN. "Photorefractive Materials for Optical Processing" pág. 128.

- [21] A. MARRAKCHI, J. P. HUIGNARD, P. GUNTER, Appl. Phys. 24 131-138 (1981).
- [22] J. -P. HUIGNARD, F. MICHERON, Appl. Phys. Lett. 29 591-593 (1976).
- [23] M. PELTIER AND F. MICHERON, "Volumen Hologram Recording and Charge Transfer Processes in  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  and  $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ ". J. Appl. Phys. 48 3683-3690 (1977).
- [24] A. M. GLAS, D. von der LINDE and T. J. NEGRAN, Appl. Phys. Lett. 25, 232 (1974).
- [25] J. P. HUIGNARD, J. P. HERRIAU, G. RIVET, P. GUNTER, Opt. Lett. 5 102 (1980).
- [26] P. GUNTER, Phys. Report 23 (1980).
- [27] MAX BORN and EMIL WOLF, Principles of Optics. Electromagnetic Theory and Propagation. Interference and Diffraction of Light. pág. 666. Pergamon Press, 1975.
- [28] Optical Waves in Crystals, Propagation and Control of Laser Radiation, AMNON YARIV and POCHI YEH, A Wiley-Interscience Publication. John Wiley & Sons, 1984 New York, pág. 69.
- [29] M. P. PETROV, S. I. STEPANOV, A. V. KHOMENKO, Photorefractive Crystal in Coherent Optical Systems. Springer Verlag. Berlin Heidelberg (1991).

- [30] D. S. OLIVER, P. VOHL, R. E. ALDRICH, M. E. BEHRNDT, W. R. BUCHAN, R. C. ELLIS, J. E. GENTHE, J. R. GOFF, S. L. HOU. G. McDANIEL, "Image Storage and Optical Readout in a  $Z_n S$  device". Appl. Phys. Lett. 17 416 (1970).
- [31] S. L. HOU, D. S. OLIVER, "Pockels readout memory using  $Bi_{12}SiO_{20}$ ". Appl. Phys. Lett. 18 325 (1971).
- [32] D. CASASENT, F. CAIMI, A. KHOMENKO, "Test and evolution of the Soviet PROM and PRIZ Spatial light modulators". Appl. Opt. 20 4215 (1981).
- [33] J. F. NYE, Physical Properties of Crystals, Oxford University Press, London, 1957. Pag 260.
- [34] Encyclopedia of Physics, Edited by S. Flügge, Volume XXV/1, Crystal Optics. Diffraction. Springer-Verlag, Berlin, 1961. pág. 1.
- [35] J. M. HEATON, L. SOLYMAR, "Transient Effects During Dynamic Hologram Formation in BSO Crystals: Theory and Experiment". IEEE Journal of Quantum Electronics. Vol 24, N\* 3 (1988) pág. 558-567.
- [36] R. GROUSSON, M. HENRY, S. MALLICK, "Transport properties of photoelectrons in  $Bi_{12}SiO_{20}$ ". J. Appl. Phys. 56 224-229, (1984).
- [37] AYRES, Trigonometría Plana y Esférica. Mc. Graw Hill. (1985)
- [38] L. M. ZERBINO, N. BOLOGNINI, "Intrinsic spatial filtering properties in BSO crystals". Proc. SPIE 162 963. "Optical Computing '88" (1988).

- [39] S. I. GROSZ, L. M. ZERBINO and N. BOLOGNINI, "Pseudocoloring with BSO crystals". *App. Opt.* 29 3326 (1990).
- [40] S. I. GROSZ, L. M. ZERBINO and N. BOLOGNINI, "Pseudocoloreado de niveles de gris en tiempo real". *Anales AFA* 1 127 (1989).
- [41] N. BOLOGNINI, E. E. SICRE, R ARIZAGA, H. J. RABAL and M. GARAVAGLIA, "Pseudocoloring method using two different spatial modulations". *Appl. Opt.* 21 2099-2100 (1982).
- [42] H. J. RABAL, E. E. SICRE, N. BOLOGNINI and M. GARAVAGLIA, "A speckle method of gray level pseudocoloring". *Opt. Comm.* 39 225-227 (1985).
- [43] J. BESCOS, T. C. STRAND, "Optical pseudocoloring encoding of spatial frequency information". *Appl. Opt.* 17 2524 (1978).
- [44] S. I. GROSZ, W. D. FURLAN, E. E. SICRE, M. GARAVAGLIA, "Display of the local spectrum: a pseudocoloring approach". *Appl. Opt.* 26 971-972 (1978).
- [45] H. J. RABAL, E. E. SICRE, N. BOLOGNINI, M. GARAVAGLIA, "Pseudocoloring method for 3-D contourings". *J. Opt.* 13 257 (1982).
- [46] HISATOYO KATO, J. W. GOODMAN, "Nonlinear filtering in coherent optical systems through halftone screen processes". *Appl. Opt.* 14 1813-1824 (1975).
- [47] G. INDEBETOUW, "Production of color coded equidensities using nonlinear filtering". *Appl. Opt.* 16 1951-1954 (1977).

- [48] J. S. SANTAMARÍA, M. GEA, J. BESCOS, "Optical pseudocoloring through contrast reversal filtering" J. Optics 10 151-155 (1979).
- [49] La vision y el ojo - Una introducción a la percepción visual, G. HUGH BEGBIE, EUDEBA Buenos Aires, 1972.
- [50] S. GUEL SANDOVAL, J. SANTAMARIA, J. H. ALTAMIRANO, "Holographic pseudocoloring of gray level information". Proc. Optics in Four Dimensions Conference, L. M. Narducci and M. A. Machado Eds. AIP, New York, 1981.
- [51] H. J. RABAL, E. E. SICRE, N. BOLOGNINI and M. GARAVAGLIA, "A speckle method of gray level pseudocoloring". Opt. Comm. 39 225-227 (1981).
- [52] N. BOLOGNINI, E. E. SICRE, R. ARIZAGA, H. J. RABAL and M. GARAVAGLIA, "Pseudocoloring method using two different spatial modulations". Appl. Opt. 21 2099-2100 (1982).
- [53] L. M. ZERBINO, N. BOLOGNINI, "Intrinsic spatial filtering properties in BSO crystals". Proc. SPIE 162 963. Optical Computing 88 (1988).
- [54] J. SALCEDO PINZÓN, S. I. GROSZ, L. M. ZERBINO, N. BOLOGNINI and M. GARAVAGLIA, "Real-time spatial selective filtering with BSO crystals". Optik 87 83-86 (1991).
- [55] S. I. GROSZ, J. SALCEDO PINZÓN, N. BOLOGNINI, L. M. ZERBINO, "Filtrado espacial con cristales BSO". Anales de la AFA 2 161 (1990).
- [56] J. W. GOODMAN, Introduction to Fourier Optics, Mac Graw Hill, N. Y. (1970).

- [57] S. H. LEE, 'Coherent Optical Processing' in S. H. Lee (Ed.) 'Optical information Processing' pp 43. Springer Verlag, Berlin, 1981.
- [58] G. MÖBUS, B. SCHMIDT, H. J. TIZIANI, "Self-induced photorefractive spatial frequency filtering". J. Opt. Soc. Am. B 7 2374-2379 (1990).
- [59] S. I. GROSZ, L. M. ZERBINO and N. BOLOGNINI, "Motion detection with BSO crystals. Incoherent approach". Opt. Comm. (Enviado)
- [60] D. GABOR, G. W. STROKE, R. RESTRICK, A. FUNKHOUSER and D. BRUMM, Phys. Lett. 18 116 (1965).
- [61] A. E. CHIOU and P. YEH, "Parallel image subtraction using a phase-conjugate Michelson interferometer". 11 306 (1986).
- [62] S. KWONG, G. A. RAKULJIC and A. YARIV, "Real time image subtraction a 'exclusive or' operation using a self-pumped phase conjugate mirror". Appl. Phys. Lett. 48 201 (1986).
- [63] D. Z. ANDERSON, D. M. LINGER and J. FEINBERG, "Optical tracking novelty filter". Opt. Lett. 12 123-125 (1987).
- [64] F. T. S. YU, S. WU, S. RAJAN, A. MAYERS and D. A. GREGORY, Opt. Comm. 92 205 (1992).
- [65] M. CRONIN-COLOMB, A. M. BIERNACKI, C. LIN, H. KONG, Opt. Lett. 11 1029 (1987).
- [66] J. E. FORD, Y. FAINMAN and S. H. LEE, Opt. Lett. 13 1856 (1988).

- [67] N. S. K. KWONG, Y. TAMMITA, A. YARIV, J. Opt. Soc. Am. B 5 1788-1791 (1988).
- [68] C. SOUTAR, C. M. CARTWRIGHT, W. A. GILLESPIE and Z. Q. WANG, "Tracking novelty filter using transient enhancement of gratings in photorefractive BSO". Opt. Comm. 86 255-259 (1991).
- [69] D. T. H. LIU, L. -J. GHENG, "Resolution of a target-tracking optical novelty filter". Opt. Eng. 30 571-576 (1991).
- [70] D. L. STAEBLER, W. PHILLIPS, Appl. Opt. 13 788-794 (1974).
- [71] A. A. KAMSHILIN, M. P. PETROV, Sov. Tech. Phys. Lett. 6 144-145 (1980).
- [72] Topics in Applied Physics Vol. 62: Photorefractive Materials and Their Applications II. P. GÜNTER and J. -P. HUIGNARD (Eds.). J. W. YU, D. PSALTIS, A. MARRAKCHI, A. TANGUAY Jr. and V. JOHNSON, "The Photorefractive Incoherent-To-Coherent Optical Conversor" pág. 275. Springer Verlag, Berlin 1989.