

UNIVERSIDAD NACIONAL de La PLATA

Facultad de Ciencias Exactas

Departamento de Física



**ESTUDIO DE UN CONVERTOR
ÓPTICO FOTORREFRACTIVO Y
SUS APLICACIONES**

TESIS DOCTORAL

MYRIAN C. TEBALDI

SEPTIEMBRE DE 1998

RABAL

UNIVERSIDAD NACIONAL de La PLATA

Facultad de Ciencias Exactas

Departamento de Física



ESTUDIO DE UN CONVERTOR ÓPTICO FOTORREFRACTIVO Y SUS APLICACIONES



Tesis para optar al grado de Doctor presentada por:
Myrian Cristina Tebaldi

Director: Dr. Nestor Bolognini

Lugar de realización: Centro de Investigaciones Ópticas, CIOp

Septiembre 1998

A mi madre,
a mi hermana
y a mi sobrina.

ÍNDICE GENERAL

	Pag.
Índice General.....	i
Índice de Figuras.....	v
Índice de Tablas.....	x
Agradecimientos.....	xii

CAPÍTULO I

Introducción general

I.1	Motivaciones y objetivos.....	1
I.2	Esquema General.....	3
I.3	Bibliografía.....	5

CAPÍTULO II

Propiedades de los cristales fotorrefractivos $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$

II.1	Introducción.....	7
II.2	Antecedentes.....	8
II.3	Características de los cristales fotorrefractivos.....	10
II.4	Generalidades de los silenitas.....	12
II.4.1	Propiedades físicas de los silenitas.....	12
	II.4.1.1 Estructura cristalina.....	12
II.4.2	Respuesta a la fotoconductividad.....	12
II.4.3	Propiedades ópticas y dieléctricas.....	13
	II.4.3.2 Índice de refracción.....	13
	II.4.3.3 Absorción óptica.....	14
	II.4.3.4 Coeficientes electro-ópticos.....	15
	II.4.3.5 Actividad óptica.....	15
II.4.4	Modelos de mecanismos de registro y fenómenos de transporte.....	16

II.4.4.1	Ecuaciones del Material.....	16
II.4.5	Efecto electro-óptico.....	20
II.4.5.1	Propiedades electro-ópticas.....	20
II.4.5.2	Elipsoide de índices.....	20
II.4.5.3	Tensor electro-óptico.....	23
IV.5	Bibliografía.....	26

CAPÍTULO III

Análisis del registro y lectura de redes en cristales BSO

III.1	Introducción.....	30
III.2	Birrefringencia inducida generada por el registro de una distribución luminosa.....	31
III.3	Actividad óptica en cristales electro-ópticos BSO/BGO.....	35
III.4	Convertor incoherente-incoherente e incoherente-coherente.....	36
III.4.1	Proceso de registro.....	40
III.4.2	Proceso de lectura.....	43
III.5	Características de los estados de polarización.....	45
III.5.1	Plano Imagen.....	52
III.6	Bibliografía.....	57

CAPÍTULO IV

Implementación fotorrefractiva de los efectos Lau y Talbot

IV.1	Introducción.....	60
IV.2	Efecto Talbot.....	61
IV.2.1	Formación de autoimágenes.....	61
IV.2.2	Implementación fotorrefractiva del efecto Talbot.....	66
IV.3	Efecto Lau.....	68
IV.3.1	Implementación fotorrefractiva del efecto Lau.....	72
IV.4	Resultados experimentales.....	78
IV.4.1	Contraste en planos $z=nz_T$ (autoimágenes) y $z_0= n z_L$ (franjas de Lau).....	78

IV.4.2	Contraste en planos $z \neq nz_T$ y $z_0 \neq n z_L$	84
IV.5	Efecto Lau con redes de fase.....	89
IV.6	Bibliografía.....	91

CAPÍTULO V

Aplicaciones de la implementación fotorrefractiva de los efectos Talbot y Lau

V.1	Introducción.....	94
V.2	Interferómetro Talbot a partir de una red registrada en un cristal fotorrefractivo....	95
V.2.1	Sintonización del contraste de franjas de Moiré.....	98
V.3	Interferómetro Lau a partir de una red registrada en un cristal fotorrefractivo.....	100
V.4	Determinación de la distancia focal de una lente.....	105
V.6	Bibliografía.....	113

CAPÍTULO VI

Registro de distribuciones de speckle en medios fotorrefractivos.

VI.1	Introducción.....	116
VI.2	Registro de imágenes moduladas por distribuciones de speckle.....	118
VI.2.1	Proceso de registro.....	118
VI.2.2	Proceso de reconstrucción.....	121
VI.3	Propiedades del registro fotorrefractivo de speckle modulados.....	123
VI.3.1	Características de un holograma de transmisión y volumen.....	123
VI.3.2	Selectividad de los registros de speckle modulados.....	129
VI.3.3	Dependencia de la eficiencia de difracción del campo externo aplicado.....	133
VI.3.4	Dependencia de la eficiencia de difracción del ángulo entre el campo externo y el vector de red.....	135
VI.4	Registro múltiple de imágenes.....	137
VI.5	Registro de aperturas múltiples.....	142

VI.6 Bibliografía.....146

CAPÍTULO VII

Conclusiones Generales

VII.1 Conclusiones Generales.....149

VII.2 Lista de Publicaciones.....153

APÉNDICE I

Análisis registro y lectura de una distribución $I(x)=I_0(t(x)+a)$155

ÍNDICE DE FIGURAS

CAPÍTULO II

Figure II.1: Variación espectral del índice de refracción para un cristal BSO.....	13
Figura II.2: Espectros de absorción de los cristales: (a) BSO y (b) BGO.....	14
Figura II.3: Variación espectral del poder rotatorio para un cristal BSO.....	15
Figura II.4: Modelo del efecto fotorefractivo.....	16
Figura II.5: Determinación de las líneas neutras e índices de refracción a partir del elipsoide de índices.....	22

CAPÍTULO III

Figura III.1: Configuración transversal: OXYZ (ejes cristalográficos); Oxyz (ejes del laboratorio). L_x , L_y y L_z dimensiones del cristal.....	32
Figura III.2: Ejes de índices inducidos eléctricamente en el cristal.....	35
Figura III.3: Conversor óptico incoherente - coherente. S_1 : fuente incoherente; L_1 , L_2 y L_3 : lentes; R_0 : red de Ronchi; F_V : filtro ($\lambda_V=534\text{nm}$); F_R : filtro ($\lambda_R=632.8\text{nm}$); P_1 y P_2 : polarizadores; DH: dividsor de haz.....	38
Figura III.4: Conversor óptico incoherente - incoherente. S_1 y S_2 : fuente incoherente; L_1 , L_2 y L_3 : lentes; R_0 : red de Ronchi; F_V : filtro ($\lambda_V=534\text{nm}$); F_R : filtro ($\lambda_R=632.8\text{nm}$); P_1 y P_2 : polarizadores; DH: divisor de haz.....	38
Figura III.5: Espectros de transmisión para el filtro verde.....	39
Figura III.6: Fotografía del portamuestras.....	39
Figura III.7: Distribución de intensidad luminosa en el cristal donde $I(-L_x/2)=I_0$ y $I(L_x/2)=0$	41
Figura III.8 : Distribución de intensidad luminosa en el cristal donde $I(-L_x/2)=I_0$ y $I(L_x/2)= I_0$	41
Figura III.9: Espectros de transmisión para el filtro rojo.....	44
Figura III.10: Curvas de elipticidad $\varepsilon(V, L_z)$ para $A^{(2)}(V, L_z)$ para seis valores de L_z	50

CAPÍTULO IV

Figure IV.1: Notación y esquema empleado para el cálculo de la distribución de amplitud.....	62
Figura IV.2: Montage experimental del efecto Talbot convencional.....	66
Figure IV.3: Montage experimental empleado para la formación de autoimágenes.....	66
Figura IV.4: Montage experimental del efecto Lau convencional.....	72
Figura IV.5: Disminución en la visibilidad de las franjas de Lau debida a la rotación de una de las redes.....	72
Figura IV.6: Primer montage experimental empleado para la formación de franjas de Lau.....	73
Figura IV.7: Segundo montage experimental empleado para la formación de franjas de Lau.....	76
Figure IV.8: Estados de polarización del frente de onda emergente del cristal cuando se aplica una diferencia de potencial V^0	81
Figure IV. 9: Curvas de visibilidad: (a) teórica; experimentales para (b) $z = z_T$ y (c) $z_0 = z_L$	84
Figure IV.10: Curvas de visibilidad correspondiente a los patrones de Fresnel para diferentes distancias z	85
Figure IV.11: Curvas de visibilidad correspondiente a los patrones de Lau para diferentes distancias z_0	85
Figure IV.12: Contraste de las franjas de Lau generadas a partir de una red fotorrefractiva (a) con polarizador P_2 y (b) sin el polarizador P_2	90

CAPÍTULO V

FiguraV.1: Montaje experimental utilizado para la implementación del interferómetro Talbot.....	96
Figura V.2: Detección de objetos de fase en fondo brillante u oscuro.....	97
FiguraV.3: (a) patrón de moiré; (b) supresión del patrón de moiré y (c) corrimiento de franjas de moiré de medio período respecto de (a). Esto corresponde a las posiciones β_1 , β_2 y β_3 ,respectivamente.....	99

Figura V.4: (a) Patrón de franjas de moiré (b) corrimiento de las franjas producido por un fragmento de polaroide.....	99
Figura V.5: Primer montaje experimental utilizado para la implementación del interferómetro Lau.....	102
Figura V.6: Segundo montaje experimental utilizado para la implementación del interferómetro Lau.....	102
Figura V.7: Franjas interferométricas obtenidas a partir del arreglo experimental de la Figura V.5 y con eje de transmisión del polarizador orientado en (a) β_1 y (b) β_3	103
Figura V.8: Franjas interferométricas obtenidas a partir del arreglo experimental de la Figura V.6 y con eje de transmisión del polarizador orientado en (a) β_1 y (b) β_3	104
Figura V.9: Franjas interferométricas obtenidas por el derrame de un fluido a partir del arreglo experimental de la Figura V.5.....	104
Figure V.10: Franjas interferométricas obtenidas por el derrame de dos líquidos no miscibles a partir del arreglo experimental de la Figura V.6.....	105
Figura V.11: Método de corrimiento de fase a partir de franjas de Lau (a) interferograma (b) mapa de fase módulo 2π (c) fase luego de aplicar el algoritmo de demodulación (d) gráfica 3D del mapa de fase.....	111
Figura V.12: Método de corrimiento de fase a partir de franjas de Lau (a) interferogramas (b) mapa de fase de módulo 2π (c) gráfica 3 D de la fase (d) con datos obtenidos después de la demodulación de la fase.....	112
Figura V. 13: Gráfica de la fase con datos obtenidos después de la demodulación correspondientes a cuatro lentes de distancia focal: $f= 5$ cm, 10 cm, 15 cm y 20 cm.....	113

CAPÍTULO VI

Figura VI.1: Esquema del proceso de registro.....	119
Figura VI.2: Esquema experimental del multiplexado de imágenes.....	121
Figura VI.3: Red de volumen por transmisión en BSO: (a) registro; (b) lectura.....	125
Figura VI.4: Representación vectorial de la lectura en condición de Bragg.....	126
Figura IV.5: Representación vectorial de la lectura fuera de la condición de Bragg.....	127
Figura VI.6: Comportamiento de la eficiencia de difracción en función de la	

desviación angular para $\delta n = 3 \cdot 10^{-5}$, $L_z = 3\text{mm}$ y diferentes valores del ángulo de registro θ	128
Figura VI.7: Comportamiento de la eficiencia de difracción en función de la desviación angular para: $\delta n = 3 \cdot 10^{-5}$, ángulo de registro $\theta = 0,008$ rad y diferentes espesores de cristal.....	128
Figura VI.8: Comportamiento de la eficiencia en función de la desviación angular para un cristal de 3 mm de espesor, ángulo de registro $\theta = 0,008$ rad y diferentes valores de δn	129
Figura VI.9: Intensidad difractada para diferentes direcciones del haz de reconstrucción. ($L_z = 1$ mm, $D = 2, 25$ mm, $d = 16$ mm).....	132
Figure VI.10: Intensidad difractada en función de la desviación angular para diferentes valores de L_z . El valor $\Delta\theta = -20 \cdot (2 \cdot 10^{-4})_{rad}$ corresponde al apartamiento de la condición de Bragg cuando el haz de lectura que incide normalmente sobre la cara del cristal.....	133
Figure VI.11: Comportamiento de la eficiencia de difracción en función del apartamiento del ángulo de Bragg para diferentes diferencias de potencial aplicadas.....	134
Figura VI.12: Ciclo de registro y borrado del speckle modulado para diferentes campos externos aplicados.....	135
Figura VI.13: Perfiles de intensidad en el plano de Fourier para diferentes valores del ángulo α formado entre la línea que une los centros de las aberturas y el eje u (ver Figura VI.1). Se observa la saturación del orden cero.....	136
Figura VI.14: Intensidad difractada para diferentes valores del ángulo α formado entre la línea que une los centros de las aberturas y el eje u (ver Figura VI.1) y en geometría de reconstrucción fija.....	137
Figura VI.15: Imágenes reconstruidas a partir de los diferentes ordenes difractados.....	141
Figura VI.16: (a) y (b) distribución de intensidad registrada en un doble registro; (c) y (d) distribución de intensidad reconstruida.....	142
Figura VI.17: (a) arreglo de aberturas (b) distribución de intensidad en el plano de Fourier de las aberturas anteriores.....	143
Figura VI.18: (a) Distribución de intensidad registrada correspondiente a un registro	

de múltiples aberturas; (b) distribución de intensidad reconstruida.....	143
Figura VI.19: Órdenes reconstruidos para registros sucesivos en diferentes orientaciones del arreglo de aberturas.....	144
Figura VI.20: (a) y (b) diagrama de la pupila y los ordenes difractados correspondientes al primer y segundo registro. (c) ordenes difractados resultantes cuando se realiza el registro sucesivo con los sistemas de aberturas anteriores.....	145
Figura VI.21: : Obtención de la operación XOR a partir de la reconstrucción de la imagen con ordenes difractados comunes y no comunes para un registro múltiple como el de la Figura VI.20.....	145
Figura VI.22: Obtención de la operación AND a partir de la reconstrucción de la imagen con ordenes difractados comunes y no comunes para un registro múltiple como el de la Figura VI.20.....	145
Figura VI. 23: la reconstrucción de la imagen con ordenes difractados comunes y no comunes para un registro múltiple como el de la Figura VI.20.....	146
 APÉNDICE I	
Figura A.1: Estados de polarización del frente de onda emergente del cristal cuando se aplica un voltaje V^0 , para una intensidad de escritura: (a) con una iluminación de fondo ($a \neq 0$) (b) sin iluminación de fondo ($a=0$).....	157

ÍNDICE DE TABLAS

CAPÍTULO III

Tabla III.1: Parámetros físicos y experimentales del cristal BSO.....	42
Tabla III.2: Estados de polarización emergentes del cristal para diferentes estados de polarización del haz de lectura.....	48
Tabla III.3: Evolución de estados de polarización de salida para: $V=5\text{kV}$, 7 kV y 9 kV y cristales de 1 mm , 3 mm y 6mm de espesor.....	49
Tabla III.4: Inversión de contraste para un haz de lectura verticalmente, horizontalmente y elípticamente polarizada ($L_z = 3\text{mm}$, $V = 7\text{kV}$).....	55
Tabla III.5: Inversión de contraste para cristales de 3mm y 6mm de espesor y una diferencia de potencial aplicada de 7kV	56
Tabla III.6: Inversión de contraste para un cristal de 3mm de espesor y diferencias de potencial aplicadas de 5 , 7 y 9 kV	57

CAPÍTULO IV

Tabla IV.1: Autoimágenes y franjas de Lau con sus correspondientes perfiles para distintas orientaciones del polarizador P_2	83
Tabla IV.2: Secuencia de imágenes de los patrones de Fresnel para diferentes orientaciones del polarizador P_2	87
Tabla IV.3: Secuencia de imágenes de los patrones de Lau para diferentes orientaciones del polarizador.....	88
Tabla IV.4: Franjas de Lau para diferentes distancias z_0 , con y sin el polarizador P_2	91

CAPÍTULO VI

Tabla VI.1: Diámetro y profundidad promedio de los granos de speckle en función diámetro aberturas de la pupila.....	130
Tabla VI.2: Órdenes difractados para diferentes separaciones entre aberturas en geometría de reconstrucción fija.....	131
Tabla VI.5: Órdenes difractados para diferentes diferencias de potencial aplicada	

en geometría de reconstrucción fija.....	134
Tabla VI.6: Órdenes difractados en geometría de reconstrucción fija correspondientes a diferentes espesores de cristal y la distancia entre aberturas de la pupila.....	139
Tabla VI.7: Valores del parámetro Q en función del espesor del cristal y de la distancia entre los centros de las aberturas de la pupila.....	140

Agradecimientos

En primer lugar quiero expresar mi más profundo agradecimiento al Dr. Nestor Bolognini por la dirección de esta Tesis. Su orientación y apoyo permanentes fueron fundamentales para el desarrollo de mi trabajo.

Al Dr. Mario Gallardo, Director del Centro de Investigaciones Ópticas, agradezco el que me haya dado la oportunidad de realizar mi trabajo de Tesis en esta institución

Quiero agradecer muy especialmente la colaboración que he recibido de María del Carmen Lasprilla y Alexandra Agra Amorim, con las que he compartido muchas horas de trabajo y a las que me une una sincera amistad. Nunca podré olvidar las horas que compartimos el equipo de las 3 M, como nos llamo Alexandra. A María mi reconocimiento por el apoyo brindado en todo momento.

También, debo agradecer a Luciano Angel; por sus aportes de ideas y discusiones, fundamentales para mi trabajo de investigación.

Asimismo, mi agradecimiento a todos el Personal del CIOp: Investigadores, Profesionales Técnicos, Administrativos con quienes compartí innumerables charlas alrededor de una taza de café.

Finalmente, quiero agradecer a mi madre la comprensión y apoyo brindado en estos años de tan arduo trabajo. A ella dedico esta tesis.

La Plata, Septiembre de 1998

CAPÍTULO I

Introducción general

I.1 Motivaciones y objetivos

El interés por los métodos de procesamiento óptico se justifica por la capacidad de los sistemas ópticos para elaborar información en paralelo en contraste con el procesamiento en serie intrínseco de los sistemas electrónicos.

Por otro lado, en los últimos años, los fenómenos no lineales han adquirido relieve en diferentes campos de la física, potenciados por el desarrollo de nuevos materiales y por su aplicación en el campo de la transmisión y procesado de información. Hasta hace algunos años, todos los experimentos en óptica no lineal pasaban por la necesidad de disponer de láseres muy potentes, capaces de generar intensidades del orden de kW/cm^2 ; pero actualmente los materiales denominados fotorrefractivos, permiten el estudio y la realización de fenómenos no lineales con débiles intensidades de luz (mW/cm^2).

Se conoce por efecto fotorrefractivo al cambio en el valor del índice de refracción que sufren algunos materiales al ser iluminados con una distribución de luz no uniforme. Este efecto se presenta en materiales: electro-ópticos, fotoconductores y con centros donadores y aceptores de carga.

Esta modificación del índice que era incómoda para el estudio de fenómenos de óptica no lineal, atrajo la atención de numerosos grupos para investigar estos materiales como reemplazantes de la emulsión fotográfica en el registro de imágenes y en particular, para registrar hologramas^[1.1]. El interés en el estudio de los materiales fotorrefractivos a aumentado considerablemente, debido a la gran variedad de aplicaciones potenciales en que pueden emplearse. Entre ellas, podemos mencionar: memorias holográficas de volumen, amplificadores ópticos coherentes de gran ganancia, espejos conjugadores de

fase y memorias asociativas para redes neuronales^[1.2].

Se han descubierto una amplia variedad de materiales fotorrefractivos, entre éstos, se destacan tanto por sus propiedades intrínsecas cuanto por la relativa facilidad con la cual es posible obtener muestras de algunos centímetros y de calidad óptica satisfactoria, el niobato de litio (LiNbO_3) y el óxido de bismuto silicio ($\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$).

Todos estos materiales son reversibles y no necesitan ningún proceso químico para acceder a la imagen registrada, en la etapa de reconstrucción. Además, algunos de ellos como el $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ presentan una elevada fotosensibilidad y tiempos de respuesta cortos que dependen del dopaje y la sensibilidad, pero ajustable con la intensidad de registro. Estas características hace que estos materiales sean muy aptos para ser empleados como moduladores de luz, para dispositivos de conversión incoherente a coherente y para el registro de distribuciones de speckle como los implementados en este trabajo.

Es usual el empleo de luz coherente en el procesamiento óptico. Sin embargo, es cada vez más frecuente realizar operaciones que requieran luz espacial (fuente extensa) o temporalmente (fuente policromática) incoherente. Los moduladores espaciales de luz (SLMs) de alta capacidad son útiles en aplicaciones que convierten imágenes incoherentes en réplicas coherentes aptas para su procesamiento posterior^[1.3-1.5]. Una clase muy importante de moduladores espaciales de luz, emplean cristales fotorrefractivos que combinan las funciones de modulación electro-ópticas y fotosensitivas dentro del mismo medio. Ejemplos de moduladores electro-ópticos que utilizan cristales fotorrefractivos son: el PROM^[1.5], el PRIZ^[1.6, 1.7] y el procesador óptico fotorrefractivo de conversión incoherente-coherente (PICOC)^[1.8, 1.9] el cual es entendido como una extensión del proceso de registro holográfico en un medio fotorrefractivo.

Uno de los objetivos de este trabajo es estudiar el registro y reconstrucción de distribuciones unidimensionales (redes de Ronchi) de baja frecuencia, registradas incoherentemente en un conversor óptico fotorrefractivo, sin soporte holográfico y en configuración transversal. En particular, se pretende caracterizar el estado de polarización del haz de lectura producido por la modulación de birrefringencia inducida en el medio. El interés, en este estudio, es controlar el contraste y así optimizar la imagen reconstruida a la salida del sistema.

Si se ilumina una objeto periódico con un haz coherente monocromático, se obtienen a distancias bien definidas, a lo largo de la dirección de propagación de la luz incidente,

réplicas del objeto, denominadas autoimágenes ^[1.10]. Este efecto requiere el empleo de una fuente de luz de alta coherencia espacial. Así, por ejemplo, las autoimágenes de una estructura periódica desaparecen cuando se aumentan las dimensiones laterales de la fuente que la ilumina. Sin embargo, se pueden obtener patrones de franjas semejantes a las autoimágenes si se ilumina la red objeto con una fuente extensa convenientemente codificada. De este modo, empleando dos redes de amplitud idénticas y separadas una determinada distancia que depende del período de las redes y de la longitud de onda de la iluminación, se obtiene, en el infinito, franjas rectilíneas de alto contraste. Este fenómeno se conoce como efecto Lau ^[1.10].

La formación de autoimágenes, tanto en su versión coherente como incoherente, ha atraído la atención de muchos investigadores, por las aplicaciones que ha permitido desarrollar en las áreas de procesado de imágenes y metrología óptica.

Otro de los objetivos de este trabajo es implementar los efectos Talbot y Lau a partir de una red registrada en un cristal fotorrefractivo. Esto ha permitido visualizar estos efectos con características novedosas, propias de la naturaleza del registro y en esta modalidad efectuar un tratamiento unificado de los fenómenos analizados. A su vez, estas características han motivado la implementación fotorrefractiva de los interferómetros Talbot y Lau.

Por otra parte, la elevada fotosensibilidad, reversibilidad y tiempos de respuesta cortos de los cristales silenitas, los torna muy adecuados como medio de registro de distribuciones de speckle ^[1.11]. Los antecedentes del uso de estos medios para registrar patrones de speckle son muy escasos. En esas contribuciones sólo se analizan aplicaciones a la metrología óptica y en ningún caso se tiene en cuenta la naturaleza de volumen del medio. Estas consideraciones motivan otro de los objetivos de este trabajo, cual es investigar el registro fotorrefractivo de distribuciones de speckle, aplicarlo al multiplexado de imágenes y además poner en evidencia la naturaleza en volumen del registro.

I.2 Esquema General

El Capítulo II contiene una breve descripción de las características generales de los cristales fotorrefractivos. Asimismo, se describen las propiedades físicas de los silenitas, el modelo teórico de transporte de bandas debido a Kukhtarev y las propiedades electro-ópticas.

En el Capítulo III se analiza el registro de redes de Ronchi y se deduce la expresión

de la birrefringencia inducida en el cristal BSO en configuración transversal. También, se describen los conversores incoherente-incoherente e incoherente-coherente.

Más adelante, se estudia el estado de polarización del haz de reconstrucción emergente del cristal en función del estado de polarización del haz de lectura, del espesor del cristal y de la diferencia de potencial aplicada. Este estudio permite optimizar el contraste de la imagen reconstruida y constituye la base de los desarrollos de los capítulos siguientes.

En el Capítulo IV se describen las características más importantes de la formación de autoimágenes y de franjas de Lau a partir de una red de Ronchi registrada en un cristal fotorrefractivo.

Se presentan dos posibles configuraciones del efecto Lau empleando una red fotorrefractiva. Asimismo, se analiza la obtención de franjas de Lau cuando la segunda red en un arreglo convencional, es una red de amplitud ó una red de fase y se lo compara con el dispositivo fotorrefractivo implementado.

También, se analiza la variación del contraste de las autoimágenes así como el de las franjas de Lau reconstruidas

Los resultados experimentales sugieren una implementación versátil de los fenómenos de Lau y Talbot, en comparación con la configuración clásica. Se generalizará este análisis extendiéndolo al caso de una distancia arbitraria entre las redes en el experimento de Lau ó un plano arbitrario en el efecto Talbot.

Así, en el Capítulo V se presenta un interferómetro Talbot para detectar estructuras de fase y birrefringentes Asimismo, se implementa un interferómetro Lau fotorrefractivo para el análisis de objetos de fase.

Más adelante, se presenta un método para determinar la distancia focal de una lente mediante el interferómetro de Lau a través de la técnica de corrimiento de fase (Phase Shifting Interferometry).

En el Capítulo VI, se analiza el registro de distribuciones de speckle moduladas en cristales BSO. En este caso, la distribución de intensidad registrada en el cristal conduce a un campo de carga espacial, que resulta en una modulación del índice de refracción. Se compara este registro con la holografía en volumen encontrándose en la etapa de reconstrucción un comportamiento dependiente de la condición de Bragg. Más adelante, a partir de una técnica ya conocida, se presenta el multiplexado de imágenes basada en la

modulación de los granos de speckle. Para ello, la lente que forma la imagen posee una pupila con doble abertura circular. El tamaño, forma, separación y orientación de las aberturas de la pupila brindan parámetros de control para efectuar almacenamiento.

Finalmente, el Capítulo VII se dedica a las conclusiones.

I.3 Bibliografía

- I.1 P. Günter, *Holography, coherent light amplification and optical phase conjugation with photorefractive materials*, Physics Reports **93**, 199, North-Holland Publishing Company, (1982).
- I.2 P.Yeh, C. Gu Eds., "Photorefractive Materials, Effects, and Applications", Proceeding SPIE, Vol. CR48 (1994).
- I.3 Tanguay, Jr., *Materials requirements for optical processing and computing devices*, Opt. Eng., **24**, 2 (1985)
- I.4 Y.Owechko y A.R. Tanguay, Jr., *Theoretical; resolution limitations of electrooptic spatial light modulators. I. Fundamental considerations*, J. Opt. Soc. Am. A, **1**, 635 (1984)
- I.5 B.A. Horwitz, F.J. Corbett, *The PROM-theory and applications for the Pockels Readout Optical Modulator*, Opt. Eng. **17**, 353-364 (1978).
- I.6 P. Günter and J.P. Huignard Eds., "Photorefractive Materials and Their Applications II: Topics in Applied Physics", Vol. 62, Springer-Verlag, Berlin, (1988).
- I.7 D. Casasent, F. Caimi y A. Khomenko, *Test and evaluation of the Soviet Prom and Priz spatial light modulators*, Appl. Opt., **20**, 4215 (1981)
- I.8 Y. Shi, D. Psaltis, A. Marrakchi and A.R. Tanguay Jr., *Photorefractive incoherent-to-coherent optical converter*, Appl. Opt. **22**, 3665 (1983).
- I.9 A. Marrakchi, A.R. Tanguay, Jr., J. Yu and D. Psaltis, *Physical characterization of the photorefractive incoherent-to-coherent optical converter*, Opt. Eng., **24**, 124 (1985).
- I.10 J. C. Hervás, Tesis doctoral, "Autoimágenes con luz espacialmente coherente e

incoherente. Aplicaciones al procesado óptico de información", Universidad de Valencia, Valencia (1992)

- I.11 H. J. Tiziani, K. Leonhardt and J. Klenk, *Real-time displacement and tilt analysis by speckle technique using Bi₁₂SiO₂₀ crystals*, Opt. Commun. **34**, 327 (1980).

CAPÍTULO II

Propiedades de los cristales fotorrefractivos $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$

II.1 Introducción

El efecto fotorrefractivo es un término que se utiliza para describir el proceso en el cual la luz induce cambios en el índice de refracción de materiales electro-ópticos y fotoconductores, como LiNbO_3 , KNbO_3 , BaTiO_3 , $\text{Sr}_2\text{BaNb}_2\text{O}_6$, GaAs , etc. Estos materiales son medios ópticos no lineales, debido a que sus propiedades ópticas se modifican por la luz que pasa a través de ellos.

Este efecto se observa cuando se ilumina dichos materiales, con dos haces de luz coherente que interfieren y producen un patrón de franjas brillantes y oscuras. Los portadores de carga fotoexcitados migran de las regiones iluminadas a las regiones oscuras. Esta redistribución periódica de carga, crea un campo eléctrico de carga espacial, que mediante el efecto electro-óptico induce una red de índice de refracción (holograma). Este cambio en el índice de refracción es semipermanente y si se deja de iluminar el material puede permanecer desde milisegundos hasta años dependiendo del aquel^[II.1]. De esta manera se puede almacenar información en forma de imágenes en el cristal.

La particularidad de un cristal fotorrefractivo radica en que su fuerte no linealidad óptica se observa al incidir un haz de luz muy débil (con potencias del orden de 1 mW/cm^2) ya que el proceso acumulativo de separación de cargas termina deformando levemente la red cristalina y se cambia así el índice de refracción.

II.2 Antecedentes

El efecto fotorrefractivo fue descubierto por investigadores de la compañía Bell en 1966^[II.2] mientras intentaban generar segundo armónico empleando cristales de Niobato de Litio ($LiNbO_3$) y Tantalato de Litio ($LiTaO_3$). Observaron que cuando incidía sobre estos cristales, el haz de un láser de alta intensidad, al cabo de un cierto tiempo de exposición se producía una distorsión en el perfil del haz transmitido y una decolimación y dispersión de la luz. Esta perturbación dependía fuertemente del estado de polarización de los haces respecto al eje óptico del cristal. En particular, la perturbación era máxima cuando la polarización de los haces era paralela al eje óptico. Estos autores dedujeron que el haz al atravesar el cristal modificaba el índice de refracción extraordinario del medio. Al principio, el efecto fue conocido como daño óptico ya que limitaba la utilidad de estos materiales para la generación de segundo armónico, que era el tema de investigación, puesto que destruía las condiciones de acoplamiento ("phase matching").

En los años sesenta, Chen^[II.3] y sus colaboradores observaron que tales materiales pueden ser utilizados para almacenar una alta densidad de datos, a través del registro óptico holográfico. La capacidad de almacenamiento fue demostrada, pero sin un modelo físico definido para describir los experimentos. Posteriormente, Chen^[II.4] propuso el primer modelo de migración de cargas, específico para cristales ferroeléctricos, teniendo como objetivo interpretar las bases físicas de este fenómeno de gran interés para el procesamiento óptico.

Este trabajo de Chen fue decisivo y estableció una base de discusión para los años que siguieron a sus publicaciones. El siguiente paso fue dado por Amodéi^[II.5], quien demostró que la migración de cargas por el proceso de difusión representaba un papel importante en el registro holográfico con períodos de la red suficientemente pequeños. Propuso también expresiones para el campo de carga espacial generado por difusión y arrastre de portadores ("drift"), en hologramas de ondas planas en volumen.

Más adelante, se desarrollaron aplicaciones interesantes de holografía en tiempo real basadas en la alta sensibilidad de materiales tales como el BSO y el BGO^[II.6]. En ellos se aprovechó la reversibilidad debido a la ausencia de fatiga y el hecho de no requerir ningún tipo de procesamiento para producir el holograma, a diferencia de lo que ocurre con las

emulsiones fotográficas ú otros medios de registro. Estas características hacen que estos materiales sean preferidos para aplicaciones específicas como la interferometría holográfica de doble exposición en tiempo real ^[II.7] de gran interés industrial para ensayos no destructivos.

El gran impulso a las aplicaciones de los materiales fotorrefractivos fue dado en 1977 por Hellwarth ^[II.8], que propuso los fundamentos de un método no lineal de generar en tiempo real una réplica de fase conjugada de cualquier frente de onda monocromático a partir del mezclado de cuatro ondas degenerado (DFWM).

En el año 1979 Kukhtarev ^[II.9] presenta un modelo muy completo para los cristales fotorrefractivos basado en el transporte de bandas. Este modelo incluye la aplicación de un campo eléctrico externo y el efecto fotovoltaico de volumen. Describe la formación de una red de índices que replica la distribución de luz incidente, con una diferencia de fase entre ambas, cuando no hay un campo eléctrico aplicado y explicaba las propiedades de acoplamiento y transferencia de energía. Desde entonces, ha sido utilizado para describir el efecto fotorrefractivo, tanto para los materiales ferroeléctricos (LiNbO_3 , BaTiO_3 , etc) como los paraeléctricos ($\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$, $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$, $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$, etc).

En 1980 Feinberg ^[II.10] presentó el primer modelo que no se basaba en el esquema de bandas. En el modelo de "saltos" ("Hopping model") y se supone que el transporte de cargas se realiza "saltando" las cargas de un sitio donador lleno a uno próximo vacío. Se enuncia el problema en términos de una probabilidad de "salto", siendo esta proporcional a la intensidad óptica local. A pesar de ser un modelo bastante razonable y convincente no tuvo el mismo impacto que el modelo de Kukhtarev.

Así, las numerosas aplicaciones que se desarrollaron más adelante se apoyaron en el modelo de Kukhtarev. Entre ellas pueden mencionarse: amplificación coherente de señales ^[II.11], holografía de contornos ^[II.12], división de imágenes ^[II.13] a través del mezclado de cuatro ondas, conjugación de fase para la visualización de los modos de estructuras vibrantes ^[II.14], operaciones de procesamiento óptico ^[II.15] y la ya mencionada interferometría holográfica ^[II.16], todas realizadas en tiempo real.

Durante los años 80, debido a su eficiente respuesta temporal, predominan los materiales paraeléctricos liderados por el BSO. No obstante esto no significó el abandono de los ferroeléctricos.

II.3 Características de los cristales fotorrefractivos

Las características a ser consideradas para seleccionar cristales fotorrefractivos para su aplicación en procesamiento óptico de imágenes, son las siguientes^[II.17, II.18]:

- **sensibilidad fotorrefractiva:** la cual es alta para materiales con gran longitud de deriva ó difusión de los fotoportadores; es decir, aquellos que son buenos fotoconductores para la longitud de onda de registro.
- **constantes de tiempo de registro y borrado fotorrefractivo** Las condiciones de registro óptima, en términos de estas constantes, son obtenidas en materiales fotorrefractivos como el BSO, BGO, GaAs y cristales altamente reducidos como $KNbO_3$.
- **cambio del índice de refracción** (máxima eficiencia de difracción). Los valores más altos en el cambio en el índice de refracción son obtenidos en materiales con altos coeficientes electro-ópticos, éstos son los cristales ferroeléctricos como $LiNbO_3$.

En el caso de los materiales con bajo coeficiente electro-óptico, presentan un cambio de índice relativamente bajo. Dicho cambio puede ser incrementado aplicando un campo eléctrico externo. Estos son cristales "rápidos" y altamente sensitivos tales como el BSO, BGO, GaAs. Mientras que los cristales tales como el $BaTiO_3$ y $LiNbO_3$, los cuales son "lentos", son altamente eficientes en término del cambio del índice de refracción.

- **respuesta en frecuencia espacial.** Los cristales fotorrefractivos tienen una buena respuesta en frecuencia espacial y esta puede ser controlada con la amplitud del campo aplicado externamente. Por lo tanto están perfectamente adaptados para registrar imágenes de alta resolución.
- **calidad óptica del cristal.** Bajo iluminación con luz coherente es crítica la calidad del cristal y la homogeneidad. El problema radica en que la luz dispersada por la falta de homogeneidad genera una onda que interfiere con el haz original y el diagrama de interferencia induce una modulación en el índice de refracción lo cual conduce a generar más dispersión.^[II.19] Actualmente, muchos cristales fotorrefractivos tienen una

excelente calidad óptica y dimensiones de algunos centímetros (LiNbO_3 , BSO, BGO, ...).

- **almacenamiento de la información en la oscuridad.** Una de las particularidades de los cristales fotorrefractivos es su eficiencia para almacenar información en la oscuridad sin degradarse. Muchos de los cristales ferroeléctricos tienen baja conductividad en la oscuridad $\sigma_0 < 10^{-18} (\Omega \text{cm})^{-1}$ y exhiben tiempos de almacenamiento desde 10 horas para KTN, algunas semanas para SBN, BaTiO_3 ó varios meses para el LiNbO_3 .

En los materiales fotorrefractivos BSO y BGO, el valor de la conductividad en la oscuridad es del orden de $\sigma_0 \approx 10^{-14} (\Omega \text{cm})^{-1}$ y el tiempo de almacenamiento varía entre 10 y 20 horas. Este parámetro se reduce en fotorrefractivos, semiconductores, sensitivos en el IR cercano y es del orden de 10^{-4} segundos en InP-Fe ($\sigma_0 = 10^{-8} (\Omega \text{cm})^{-1}$). Estos materiales no pueden emplearse en el almacenamiento de la información, pero están perfectamente adaptados a cortos tiempos de registro y borrado fotorrefractivo en experimentos de holografía dinámica.

- **Longitud de onda de la fuente de iluminación.** Los cristales electro-ópticos usualmente considerados para el registro fotorrefractivo, son fotosensibles en longitudes de onda que van desde el UV al IR ^[II.1]. Dopantes adecuados son utilizados para controlar el coeficiente de absorción en un rango determinado del espectro (por ejemplo Fe, Cu y Mn en cristales de LiNbO_3). Podemos mencionar:

- aislantes, sensibles en el espectro visible:

- ferroeléctricos: LiNbO_3 (Fe, Cu, Mn), BaTiO_3 , $\text{KnbO}_3(\text{Fe})$, SBN (Ce), KTN

- silénitas: $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}(\text{BSO})$, $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}(\text{BGO})$, $\text{BiTiO}_{20}(\text{BTO})$

- sensible en el ultravioleta: LiNbO_3 (no dopado)

- semiconductores, sensibles en el infrarrojo GaAs(Cr), InP(Fe), CdTe(In).

Los cristales fotorrefractivos están caracterizados por una respuesta en ancho de banda espectral comparable a otros medios no lineales. Sin embargo, para cada cristal existe un rango óptimo de la longitud de onda de registro para la cual la sensibilidad del cristal y por lo tanto el tiempo de respuesta es óptimo.

II.4 Generalidades de los silenitas

Analizaremos a continuación los cristales silenitas los cuales fueron elegidos para realizar las experiencias descritas en este trabajo.

II.4.1 Propiedades físicas de los silenitas

Los cristales de la familia de los silenitas $Bi_{12}XO_{20}$ donde X es, o bien, Si en el caso del BSO, Ge en el del BGO o Ti en el BTO, se crecen en el laboratorio a partir de una mezcla estequiométrica de óxidos de Bi_2O_3 y XO_2 en proporción 6 a 1.

El cristal BSO a pesar de haber sido encontrado en estado natural, en la actualidad, la única fuente es el crecimiento cristalino a partir de un baño fundido, según el método de Czochraslki^[II.20, II.21].

Los monocristales de BSO, se obtienen en forma de cilindros de algunos centímetros de diámetro y de una decena de centímetros de longitud. Su dureza es suficiente para darles un pulido de calidad óptica pero son frágiles y al caer desde una altura de algunos centímetros se rompen fácilmente.

La densidad del material es de aproximadamente $9 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$. Funden a temperaturas relativamente bajas, 930°C para el BGO y 895°C para el BSO. Los cristales son de color naranja amarronado, virando al naranja claro, si tienen suficiente espesor, que se debe a una absorción relativamente fuerte para las radiaciones azules y verdes, lo que es confirmado por medidas del coeficiente de absorción.

II.4.1.1 Estructura cristalina

Los primeros en determinar la estructura cristalina de los silenitas fueron Abrahams^[II.22], resultando de sus investigaciones que esta familia cristaliza en el sistema cúbico con una simetría 23 y consta de una doble estructura de $Bi_{12}XO_{20}$ por celda unidad.

II.4.2 Respuesta a la fotoconductividad

Una característica de estos compuestos es que en la oscuridad son prácticamente aislantes (conductividad $2 \cdot 10^{-13} (\text{R m})^{-1}$) pero al ser iluminados con luz visible o ultravioleta cercana se toman conductores y su fotoconductividad es varios órdenes superior al valor anterior^[II.23].

Aldrich ^[II.24] determinó sus propiedades fotoconductoras. Según su trabajo, en la oscuridad dominan los portadores de tipo positivo ó huecos, mientras que al iluminarlos son los electrones los portadores mayoritarios de carga ^[II.25].

El valor de la corriente de oscuridad es sensiblemente inferior al de la fotocorriente. Peltier y Michelson ^[II.26] señalan que con iluminación de longitud de onda $\lambda = 514 \text{ nm}$ y potencia de 1 mW/cm^2 , la fotoconductividad es 10^7 veces mayor que la corriente de oscuridad ^[II.27].

II.4.3 Propiedades ópticas y dieléctricas

Debido a su estructura cristalina común y la gran similitud química entre Ge y Si, las propiedades ópticas y dieléctricas de ambos compuestos son muy similares y la descripción cualitativa de las propiedades siguientes es válida para ambos, variando ligeramente el valor de los parámetros físicos.

II.4.3.2 Índice de refracción

El BSO pertenece al sistema cúbico y es por lo tanto normalmente isótropo. Presenta un elevado índice de refracción cuyo valor es: 2.86 para $\lambda = 400\text{nm}$ y 2.51 para $\lambda = 700\text{nm}$ ^[II.24] (ver Figura II.1). Dichos valores están en perfecto acuerdo con otros trabajos mucho más recientes de E. Burattini ^[II.28]. El decrecimiento del índice de refracción es regular, lo que demuestra que no existe banda de absorción dentro del dominio visible.

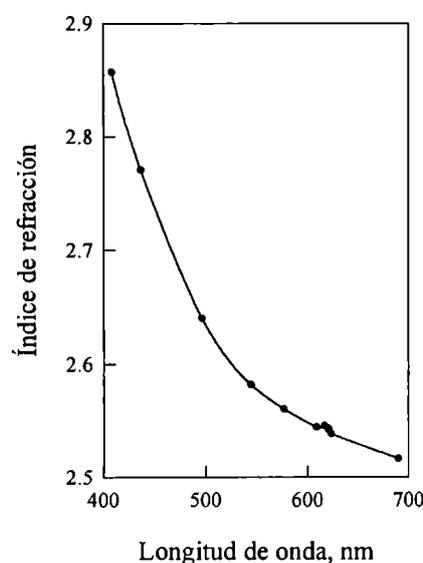


Figura II.1: Variación espectral del índice de refracción para un cristal BSO

Una consecuencia natural del valor elevado del índice de refracción es que el BSO posee reflectividades muy altas, incluso a incidencia normal. En estas condiciones la relación de Fresnel es:

$$R = \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2 \quad (\text{II.1})$$

y en la región visible de espectro, la reflectividad se aproxima al 20%. Este dato es importante, al calcular la intensidad de la luz absorbida en el interior del cristal.

II.4.3.3 Absorción óptica

La absorción en el rango óptico depende fuertemente del dopaje de los cristales^[II.25, II.29]. La Figura II.2 muestra la dependencia espectral de la absorción óptica para cristales BSO/BGO puros. Como es de esperar, existe un fuerte crecimiento en la zona próxima al borde de absorción (3.25 eV), responsable de la fotoconductividad en el visible y de la coloración amarillenta de los cristales. El cristal presenta una absorción isotrópica, lo que permite ignorarla en los cálculos que se refieren a las polarizaciones incidentes y emergentes del cristal. La máxima absorción se presenta en la región del azul y es mínima en la región del rojo. Este comportamiento espectral será de fundamental importancia debido a que permitirá registrar imágenes con longitudes de onda en el rango de 400-500 nm y leerlas sin degradarlas en el rango de 600-700 nm.

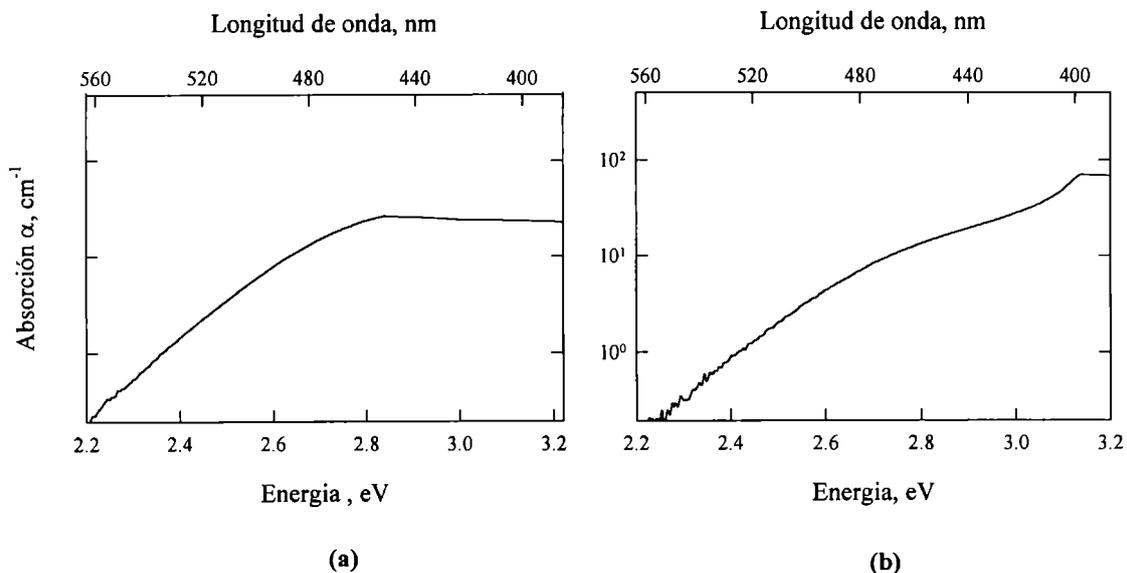


Figura II.2: Espectros de absorción de los cristales: (a) BSO y (b) BGO

II.4.3.4 Coeficiente electro-óptico

Es la presencia del efecto electro-óptico lo que hace atractivo a estos materiales. Sin embargo, es la combinación del valor adecuado del coeficiente electro-óptico con el elevado índice de refracción lo que les hace relevantes para las aplicaciones.

En el caso del BSO, los primeros valores que se obtuvieron para el coeficiente electro-óptico no tuvieron en cuenta la actividad óptica, lo que originó una gran dispersión en los resultados a lo largo de toda la literatura. Posteriormente, algunos autores realizaron un estudio más cuidadoso teniendo en cuenta este efecto. A pesar de todo, aún hay discrepancias. Los valores que actualmente se dan en la literatura oscilan entre $3.2 \cdot 10^{-12}$ y $5 \cdot 10^{-12} \text{ m/V}$ [II.30].

II.4.3.5 Actividad óptica

Los cristales presentan una actividad óptica importante del orden de varias decenas de grado por milímetro en el rango visible del espectro [II.31], siendo de $21^\circ/\text{mm}$ para 633nm y $80^\circ/\text{mm}$ para 400nm y cuyo comportamiento se observa en la Figura II.3. La actividad óptica que presentan puede girar el plano de polarización en sentido dextrógiro ó levógiro, dependiendo del crecimiento del cristal, dándose ambos con igual probabilidad.

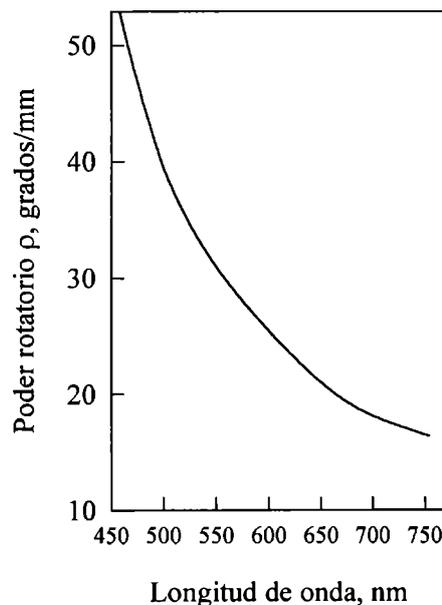


Figura II.3: Variación espectral del poder rotatorio para un cristal BSO

II.4.4 Modelos de mecanismos de registro y fenómenos de transporte

En el modelo de transporte de bandas, se considera que los portadores de cargas, son ópticamente excitados a la banda de conducción desde sitios donores ocupados. Estas cargas migran antes de ser atrapadas en sitios vacíos. Si el tiempo de recombinación no es muy corto, las cargas migran por difusión ó por arrastre debido al campo local ("drift") y se recombinan en un sitio distinto del cual fueron excitadas. En consecuencia, se crea un campo eléctrico de cargas espaciales que produce variaciones en el índice de refracción, debido al efecto electro-óptico lineal (efecto Pockel).

II.4.4.1 Ecuaciones del Material

Se considera que un sólo tipo de portadores de carga contribuyen al fenómeno, son los electrones, y que sólo existe un tipo de centros fotoexcitables. El esquema energético correspondiente se muestra en la Figura II.4.

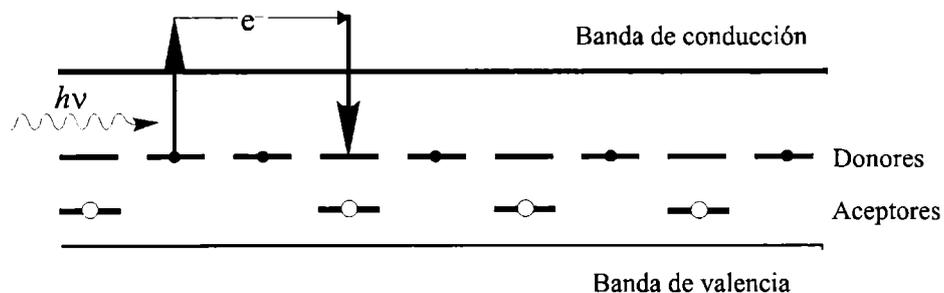


Figura II.4: Modelo del efecto fotorrefractivo

El modelo de transporte de bandas es descrito por las ecuaciones del material ó ecuaciones de Kukhtarev. En nuestro caso debido a que las situaciones experimentales a tratar corresponden esencialmente a distribuciones luminosas unidimensionales en régimen estacionario, se analizará un modelo unidimensional simplificado de las ecuaciones del material debido a Moharam ^[II.32, II.33].

Considérese que N_D es la densidad total de centros participantes del efecto fotorrefractivo (impurezas donoras). Estos centros se ionizan por termo/fotoexcitación de un electrón, siendo entonces susceptibles de aceptar uno; sea esta densidad N_D^+ . Por lo tanto, la densidad de los que permanecen neutros y aptos para liberar un electrón es $N_D - N_D^+$. Asimismo, se asume la existencia de impurezas aceptoras N_A^- , ionizadas

independientemente de la incidencia ó no de iluminación, las cuales no participan del proceso de fotoionización pero si son indispensable para preservar la neutralidad de la carga. Entonces, en equilibrio térmico y ausencia de luz, la neutralidad de carga se expresa como:

$$N_O + N_A^- - N_D^+ = 0 \quad (II.2)$$

donde N_O es la densidad de electrones libres en la oscuridad. Para que se verifique el efecto fotorrefractivo, $N_O \ll N_A^-, N_D^+$; debido ha que estos electrones, excitados térmicamente, tienden a destruir la modulación espacial de carga fotoinducida.

La densidad de donores ionizados aumenta por excitación de electrones hacia la banda de conducción a partir de centros neutros, disminuye por recombinación de estos electrones en sitios donores ionizados ^[II.9]. Estos procesos se describen según:

$$\frac{\partial N_D^+}{\partial t} = (N_D - N_D^+) \cdot (sI + \beta) - \gamma N N_D^+ \quad (II.3)$$

conocida como ecuación de generación-recombinación, donde t es el tiempo, N es la densidad de electrones libres en la banda de conducción. Además, $s = \frac{\alpha \xi}{N_D \hbar \omega}$ es la sección eficaz de fotoionización a la banda de conducción; α es el coeficiente de absorción; ξ es la eficiencia cuántica (probabilidad de que un electrón sea expulsado cuando un fotón es absorbido); $\hbar \omega$ es la energía del fotón; I es la intensidad luminosa incidente; β es el coeficiente asociado a la probabilidad de termoionización (en los cálculos siguientes será despreciado). En la Ec. (II.3) se asume que el tiempo de vida media de los electrones en la banda de conducción es $\tau = \frac{1}{\gamma} N_D^+$, antes de recombinarse en los centros N_D^+ . La razón de recombinación γ se supone independiente de la densidad de electrones N y del valor del campo eléctrico. Esta aproximación de recombinación lineal es válida para iluminación débil ($N \ll N_D^+$).

A partir de la ecuación de generación-recombinación (II.3) y de la ecuación de conservación de la carga en forma unidimensional en la variable x , descrita por:

$$\frac{\partial N(x,t)}{\partial t} = \frac{1}{q} \frac{\partial J(x,t)}{\partial x} + \frac{\partial N_D^+(x,t)}{\partial t} \quad (II.4)$$

y con la aproximación de densidad de donores constante, $N_D \gg N_D^+$, se obtiene:

$$\frac{\partial N(x,t)}{\partial t} = g(x) - \frac{N(x,t) - N_0}{\tau} + \frac{1}{q} \frac{\partial J(x,t)}{\partial x} \quad (\text{II.5})$$

donde $g(x)$ representa la generación de electrones fotoinducidos y se expresa:

$$g(x) = g_0 \frac{I(x)}{I_0} \quad \text{donde} \quad g_0 = \frac{\alpha \xi}{\hbar \omega} I_0 \quad (\text{II.6})$$

donde I_0 es la intensidad máxima incidente.

Los electrones en la banda de conducción pueden desplazarse por tres mecanismos diferentes: difusión, arrastre ó efecto fotovoltaico. Los cristales, BSO y BGO son paraeléctricos y no presentan el efecto fotovoltaico, por lo cual este mecanismo de transporte, no se considerará en nuestro análisis.

En estas condiciones la densidad de corriente resulta:

$$J(x,t) = qD \frac{\partial N(x,t)}{\partial x} + q\mu N(x,t) [E_{ce}(x,t) + E_a] \quad (\text{II.7})$$

donde μ es el valor absoluto de la movilidad de la carga q , N es la densidad electrónica fotoinducida y D es el coeficiente de difusión de los electrones, definido por la relación de Einstein, $D = \mu \kappa_B T / q$ donde T es la temperatura absoluta, κ_B es la constante de Boltzmann.

El primer término de la Ec. (II.7) corresponde al mecanismo de difusión^[II.9]. Esta forma de transporte se debe a la agitación térmica y su importancia aumenta en la medida que el gradiente de concentración de electrones lo haga. Es decir cuando la distribución luminosa presenta frecuencias espaciales elevadas.

El segundo término corresponde al mecanismo de arrastre ó deriva ("drift"). En este caso, el desplazamiento de las cargas se debe a un campo eléctrico \vec{E} que produce una densidad de corriente de arrastre, donde \vec{E} es el campo macroscópico interno del material. Este campo consta de dos componentes: una que proviene del campo de carga espacial \vec{E}_{ce} fotoinducido en el material y la otra \vec{E}_a originada en la diferencia de potencial V aplicada a los electrodos del cristal de ancho L_x ($E_a = V/L_x$). Entonces $\vec{E} = \vec{E}_{ce} + \vec{E}_a$.

Además:

$$N(x,t) = N_0 + N_L(x,t) \quad (\text{II.8})$$

donde $N_L(x,t)$ es la densidad de cargas libres (electrones) generadas por iluminación del cristal.

A partir de la ecuación de Poisson en forma unidimensional que relaciona el campo eléctrico con la redistribución de cargas en el cristal^[II.34]:

$$\frac{\partial(\epsilon E)}{\partial x} = -q(N + N_A - N_D^+) \quad (II.9)$$

donde ϵ es la permitividad dieléctrica del medio. De la Ec. (II.7) se obtiene:

$$E_{ce}(x, t) = -\frac{1}{\epsilon_0} \int_0^t J(x, t) dt + H(t) \quad (II.10)$$

donde el término $H(t)$ se obtiene de imponer la condición de contorno:

$$\int_{-L_x/2}^{L_x/2} E(x, t) dx = V \quad (II.11)$$

que implica:

$$\int_{-L_x/2}^{L_x/2} E_{ce}(x, t) dx = 0 \quad (II.12)$$

donde L_x es el ancho del cristal.

Según fue mencionado, se analizará las ecuaciones en régimen estacionario. En este caso, $\frac{\partial N_D^+}{\partial t} = 0$, $\frac{\partial N}{\partial t} = 0$. Entonces a partir de la Ec. (II.4) se obtiene que $\frac{\partial J}{\partial x} = 0$. Por lo tanto, de la Ec.(II.5) se encuentra que:

$$N(x) = N_O + \tau g(x) = N_O + \tau \frac{\alpha \xi}{\hbar \omega} I(x) = N_O \left[1 + G \frac{I(x)}{I_0} \right] = N_O [1 + GI_n(x)] \quad (II.13)$$

donde

$$G = \frac{\tau \alpha \xi}{N_O \hbar \omega} I_0 = \frac{\tau \cdot g_0}{N_O} \quad (II.14)$$

y $I_n(x) = I(x)/I_0$.

En resumen, las ecuaciones del material unidimensionales para el estado estacionario resultan:

$$J = qD \frac{\partial N(x)}{\partial x} + q\mu N(x) \left[E_{ce}(x) + \frac{V}{L_x} \right] \quad (II.15)$$

$$N(x) = N_O [1 + GI_n(x)] \quad (II.16)$$

$$\int_{-L_x/2}^{L_x/2} E_{ce}(x,t) dx = 0 \quad (II.17)$$

A partir de estas expresiones se obtiene la expresión para el campo total interno ^[II.35]:

$$E(x) = E_{ce}(x) + \frac{V}{L_x} =$$

$$= \frac{V}{N(x) \int_{-L_x/2}^{L_x/2} \frac{dx'}{N(x')}} + \frac{D}{\mu N(x)} \left[\frac{\int_{-L_x/2}^{L_x/2} \frac{\partial N(x')/\partial x'}{N(x')} dx'}{\int_{-L_x/2}^{L_x/2} \frac{dx'}{N(x')}} - \frac{\partial N(x)}{\partial x} \right] \quad (II.18)$$

El campo total interno es el responsable del cambio local del índice de refracción debido al efecto electro-óptico lineal.

II.4.5 Efecto electro-óptico

II.4.5.1 Propiedades electro-ópticas

El cristal BSO es naturalmente isótropo. Pero la existencia de un campo eléctrico en el material, crea una anisotropía e induce en él, por efecto Pockels, una birrefringencia lineal proporcional a la intensidad del campo.

Al resolver las ecuaciones de Maxwell con las relaciones constitutivas correspondientes se puede definir una función cuadrática cuyos coeficientes son los del tensor de índices. La representación asociada a esta función es un elipsoide, el elipsoide de índices ^[II.35].

La acción de un campo eléctrico se describe por una modificación de este elipsoide y se traduce por una variación de los coeficientes de su ecuación. Esta variación siempre se puede representar por potencias crecientes de \vec{E} , que en el caso del efecto Pockels, se limita al primer término.

II.4.5.2 Elipsoide de índices

La propagación de una onda electromagnética dentro de un medio material, esta descrita a partir de las ecuaciones de Maxwell y de las relaciones constitutivas correspondientes. La

solución de las ecuaciones de Maxwell, teniendo en cuenta las relaciones constitutivas para una forma dada de los tensores dieléctrico y de permitividad, es un cálculo clásico que no reproduciremos aquí ^[II.36]. Solo utilizaremos el resultado al que conduce que es la noción de elipsoide de índices.

El elipsoide de índices es una superficie en el espacio 3-D (construcción geométrica debida a Fresnel) definida como:

$$\sum \eta_{ij} \xi_i \xi_j = 1 \quad (\text{II.19})$$

donde ξ_i es la componente i -ésima de un sistema de coordenadas, η_{ij} son las componentes del tensor impermeabilidad o tensor de índices $[\eta]$, definido como el inverso del tensor dieléctrico, $[\epsilon]$ según:

$$[\eta] \cdot [\epsilon] = \epsilon_0 \quad (\text{II.20})$$

Dentro del cristal, en un sistema de coordenadas arbitrario $Oxyz$, la propagación de una onda electromagnética plana monocromática se representará por las componentes del campo eléctrico y el desplazamiento eléctrico, dados por:

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}_0 e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \quad \mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \quad (\text{II.21})$$

donde \mathbf{E}_0 y \mathbf{D}_0 se relacionan por el tensor impermeabilidad según:

$$\mathbf{E}_0 = \frac{1}{\epsilon_0} [\eta] \mathbf{D}_0 \quad (\text{II.22})$$

El vector desplazamiento \mathbf{D} esta contenido en el plano de la onda perpendicular al vector de onda \mathbf{k} . Entonces, para determinar la velocidad de propagación v de la onda, o lo que es equivalente, el índice de refracción definido por $n = c/v$, se utiliza el elipsoide de índices.

A partir de la Ec. (II.19), se llega a que la ecuación del elipsoide de índices en un sistema de coordenadas arbitrario, resulta:

$$\eta_{xx} x^2 + \eta_{yy} y^2 + \eta_{zz} z^2 + (\eta_{yz} + \eta_{zy}) yz + (\eta_{zx} + \eta_{xz}) zx + (\eta_{xy} + \eta_{yx}) xy = 1 \quad (\text{II.23})$$

donde los coeficientes η_{ij} son las componentes del tensor de índices $[\eta]$. El principio de conservación de la energía permite establecer que el tensor $[\eta]$ es simétrico. Entonces, $\eta_{yz} = \eta_{zy}$, $\eta_{zx} = \eta_{xz}$, $\eta_{xy} = \eta_{yx}$ y es posible simplificar la notación utilizando la

convención de contracción de índices. Esto es, a cada par de coordenadas se le asocia un índice único, que se elige numérico para evitar confusiones, según la notación:

$$\begin{aligned} 1 &= (xx) & 2 &= (yy) & 3 &= (zz) \\ 4 &= (yz) = (zy) & 5 &= (xz) = (zx) & 6 &= (xy) = (yx) \end{aligned}$$

Con esta notación la ecuación del elipsoide de índices se expresa:

$$\eta_1 x^2 + \eta_2 y^2 + \eta_3 z^2 + \eta_4 yz + \eta_5 zx + \eta_6 xy = 1 \quad (\text{II.24})$$

Esta ecuación es válida para cualquier sistema de coordenadas, pero los valores particulares de los coeficientes dependen del sistema elegido. La formulación más sencilla se obtiene si se eligen los ejes de simetría de la red cristalina, siempre que la simetría sea suficiente. En este sistema de ejes propios del medio (coordenadas principales) la ecuación del elipsoide de índices es:

$$\eta_1 X^2 + \eta_2 Y^2 + \eta_3 Z^2 = 1 \quad (\text{II.25})$$

Esta operación es equivalente a la diagonalización del tensor $[\eta]$.

En particular, si la dirección de propagación es paralela a alguno de los ejes del elipsoide se obtienen los índices de refracción principales n_1 , n_2 y n_3 del cristal:

$$n_1 = \frac{1}{\sqrt{\eta_1}} \quad n_2 = \frac{1}{\sqrt{\eta_2}} \quad n_3 = \frac{1}{\sqrt{\eta_3}} \quad (\text{II.26})$$

En el caso particular del cristal BSO en estado natural y por poseer simetría cúbica, el elipsoide de índices se reduce a una esfera. En éste caso

$$n_1 = n_2 = n_3 = n \quad \eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = \eta \quad (\text{II.27})$$

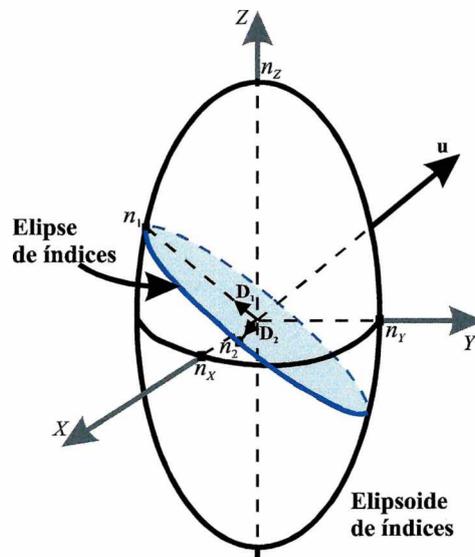


Figura II.5: Determinación de las líneas neutras e índices de refracción a partir del elipsoide de índices.

El elipsoide de índices se utiliza para encontrar los índices de refracción propios n_1 y n_2 y los correspondientes vectores desplazamiento \mathbf{D}_1 y \mathbf{D}_2 de una onda plana propagándose a lo largo de cualquier dirección \mathbf{u} . Esto se hace de la siguiente forma (ver Figura II.5): Se encuentra la elipse intersección entre el elipsoide de índices y un plano que pase a través de él perpendicular a la dirección de propagación \mathbf{u} . La longitud de los ejes mayor y menor de la elipse de intersección están dados por $2n_1$, $2n_2$ donde n_1 , n_2 son los índices propios de refracción. Estos ejes son paralelos, respectivamente, a la dirección de los vectores \mathbf{D}_1 , \mathbf{D}_2 de los modos normales.

La ecuación matemática que describe la intersección entre el elipsoide de índices y el plano normal al vector unitario \mathbf{u} puede ser obtenida colocando $Z=0$ en la Ec. (II.24) y resulta la elipse:

$$\eta_1 X^2 + 2\eta_6 XY + \eta_2 Y^2 = 1 \quad (\text{II.28})$$

Las longitudes de sus ejes mayor y menor determinan los valores de n_1 y n_2 , respectivamente. Para un medio uniaxial, el elipsoide de índices es un elipsoide de revolución alrededor del eje Z .

II.4.5.3 Tensor electro-óptico

Los modos normales de propagación en medios anisótropos pueden ser determinados por el método del elipsoide de índices. En los cristales silenitas, la aplicación de un campo eléctrico produce un cambio en el tensor permitividad dieléctrica ϵ ó equivalentemente un cambio en el tamaño y la orientación del elipsoide de índices. Esta variación de los índices de refracción del medio al aplicar un campo eléctrico se denomina efecto electro-óptico.

El efecto electro-óptico se expresa, en términos del cambio del tensor impermeabilidad ó tensor de índices según:

$$\Delta\eta_{ij} = \Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_{ij} = r_{ijk} E_k + s_{ijkm} E_k E_m \quad (\text{II.29})$$

donde E_k , E_m son componentes del campo eléctrico. En la Ec.(II.29), se asume la suma sobre índices repetidos y no se tienen en cuenta términos mayores al cuadrático. Las constantes r_{ijk} y s_{ijkm} son llamadas coeficientes Pockels (electro-ópticos lineales) y coeficientes Kerr (electro-ópticos cuadráticos), respectivamente^[III.37]. De acuerdo a la Ec.(II.20), el cambio en el tensor dieléctrico $\Delta\epsilon$ está relacionado con el cambio en el tensor de índices $\Delta\eta$ por:

$$\Delta\varepsilon = -\frac{\varepsilon \Delta\eta \varepsilon}{\varepsilon_0} \quad (\text{II.30})$$

En el sistema de coordenadas principales XYZ en el cual el tensor dieléctrico es diagonal, el cambio se escribe:

$$\Delta\varepsilon_{ij} = -\varepsilon_0 n_i^2 n_j^2 \Delta\eta_{ij} \quad (\text{II.31})$$

donde n_i , y n_j son los índices principales de refracción.

El efecto electro-óptico lineal (efecto Pockels) es responsable de la mayoría de los fenómenos en los cristales fotorrefractivos, por lo cual será válido en una primera aproximación despreciar el efecto electro-óptico cuadrático (efecto Kerr). Los coeficientes electro-ópticos lineales r_{ijk} son componentes de un tensor de rango 3. Si bien hay 27 componentes, la simetría de los tensores $[\varepsilon]$ y $[\eta]$ reduce las componentes independientes a 18. Esta simetría lleva al intercambio de los dos primeros índices i y j . Es decir,

$$r_{ijk} = r_{jik} \quad (\text{II.32})$$

Al utilizar los índices contraídos, Ec.(II.32), se puede escribir $r_{lk}=r_{ijk}$, o específicamente,

$$\begin{aligned} r_{1k} &= r_{11k} \\ r_{2k} &= r_{22k} \\ r_{3k} &= r_{33k} \\ r_{4k} &= r_{23k} = r_{32k} \\ r_{5k} &= r_{31k} = r_{13k} \\ r_{6k} &= r_{12k} = r_{21k} \end{aligned} \quad (\text{II.33})$$

donde $k=1, 2, 3$ (ó x, y, z).

En la notación contraída, los coeficientes electro-ópticos se pueden escribir en términos de una matriz de 6×3 elementos. Aunque hay, en general, 18 componentes independientes del tensor electro-óptico lineal, algunas de estas componentes son nulas ó iguales dependiendo del grupo de simetría del cristal. La consideración de simetría indica que las constantes físicas deben permanecer invariantes bajo la respectiva transformación. Cada una de estas transformaciones establece una relación lineal entre los coeficientes electro-ópticos. El número de componentes independientes decrece según se incrementa la simetría. Así, para los cristales que poseen simetría de inversión, todas las componentes de los coeficientes electro-ópticos r_{ijk} son nulos. Por lo tanto, los cristales centro-simétricos no presentan efecto electro-óptico lineal.

En el límite de la aproximación lineal y teniendo en cuenta la convención de contracción de índices, la Ec. (II.26) se puede escribir como:

$$\Delta\eta_i = \sum_j r_{ij} E_j \quad (\text{II.34})$$

donde i varía de 1 a 6 y j de x a z .

El desarrollo de la relación anterior, bajo la forma matricial es la siguiente:

$$\begin{pmatrix} \Delta\eta_1 \\ \Delta\eta_2 \\ \Delta\eta_3 \\ \Delta\eta_4 \\ \Delta\eta_5 \\ \Delta\eta_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{1x} & r_{1y} & r_{1z} \\ r_{2x} & r_{2y} & r_{2z} \\ r_{3x} & r_{3y} & r_{3z} \\ r_{4x} & r_{4y} & r_{4z} \\ r_{5x} & r_{5y} & r_{5z} \\ r_{6x} & r_{6y} & r_{6z} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \quad (\text{II.35})$$

Esta relación es válida cualquiera que sea el sistema de ejes cartesianos escogido.

En el caso específico de los cristales BSO y BGO, debe remarcarse que pertenecen al sistema cúbico. Son naturalmente isótropos, no poseen centro de simetría y presentan una actividad óptica de comportamiento análogo al cuarzo. Debe enfatizarse para estos cristales que:

- ◆ La ausencia de centro de simetría permite la existencia de un efecto electro-óptico de primer orden.
- ◆ La actividad óptica no varía por acción de un campo eléctrico. Esto permite tratar separadamente la birrefringencia circular y lineal.

Así, se parte del modelo siguiente: un cristal de simetría cúbica, no absorbente y que presenta efecto electro-óptico de primer orden (efecto Pockels).

Dado el carácter tensorial de los coeficientes electro-ópticos, debemos estudiar la simetría cristalina para ver cuales son los elementos no nulos de dicho tensor. Para un tensor de este tipo y un cristal con simetría 23 ^[II.38], y en el sistema de ejes propios del medio, los ejes binarios, los únicos elementos no nulos son: r_{4x} , r_{5y} y r_{6z} y todos ellos tienen el mismo valor numérico designado r_{41} ^[II.39].

Entonces, la Ec.(II.35) toma la forma más simple:

$$\begin{pmatrix} \Delta \eta_1 \\ \Delta \eta_2 \\ \Delta \eta_3 \\ \Delta \eta_4 \\ \Delta \eta_5 \\ \Delta \eta_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & r_{41} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_X \\ E_Y \\ E_Z \end{pmatrix} \quad (II.33)$$

En este trabajo no se considera el tensor elasto-óptico ya que el cristal no está sometido a tensiones mecánicas apreciables ^[II.40].

En resumen, el efecto electro-óptico, en la práctica la birrefringencia inducida en una lámina cristalina de caras paralelas, no sólo depende de la intensidad del campo eléctrico, sino también de su orientación respecto a los ejes cristalinos del medio.

II.5 Bibliografía

- II.1 P. Günter, *Holography, coherent light amplification and optical phase conjugation with photorefractive materials*, Physics Reports **93**, North-Holland Publishing Company, (1982).
- II.2 Ashkin, G.D. Boyd, J.M. Dziedzic, R.G. Smith, A.A. Ballman. J.J. Levinstein and K. Nassau, *Optically-induced refractive index inhomogeneities in $LiNbO_3$ and $LiTaO_3$* , Appl. Phys. Lett., **9**, 72 (1966)
- II.3 F. S. Chen, J. T. La Macchia y D. B. Fraser, *Holographic storage in lithium niobate*, Appl. Phys. Lett., **13**, 223 (1968)
- II.4 F. S. Chen, *Optical induced change of refractive indices in $LiNbO_3$ and $LiTaO_3$* , J. Appl. Phys., **40**, 3389 (1969)
- II.5 J. J. Amodei, *Electron diffusion effects during hologram recording in crystals*, Appl. Phys. Lett. **18**, 22 (1971)
- II.6 J. P. Huignard y F. Micheron, *High sensitivity read-write volume holographic storage in $Bi_{12}SiO_{20}$ and $Bi_{12}GeO_{20}$ crystals*, Appl. Phys. Lett., **29**, 591 (1976)
- II.7 J. P. Huignard y J. P. Herrie, *Real time double -exposure interferometry with $Bi_{12}SiO_{20}$ crystals in transverse electrooptic configuration*, Appl. Opt., **16**, 1807 (1977)

- II.8 R. W. Hellwarth, *Generation of time-reversed wave fronts by nonlinear refraction*, J. Opt. Soc. Am., **67**, 1 (1977)
- II.9 N.V. Kukhtarev, V.B. Markov, S.G. Odulov, M.S. Soskin and V.L. Vinetskii, *Holographic in electrooptic crystals. I. steady state*, Ferroelectrics, **22**, 949 (1979)
- II.10 Feinberg, D. Heiman, A.R. Tanguay Jr. and R.W. Hellwarth, *Photorefractive effects and light-induced charge migration in barium titanate*, J. Appl. Phys., **51**, 1297 (1980)
- II.11 J. P. Huignard y A. Marrakchi, *Coherent signal beam amplification in two wave mixing experiments with photorefractive $Bi_{12}SiO_{20}$ crystals*, Opt. Commun., **38**, 249 (1981)
- II.12 F. M. Kuchel y H. J. Tiziani, *Real-time contour holography using BSO crystals*, Opt. Commun., **38**, 17 (1981)
- II.13 Y. H. Ja, *Real time image division in four wave mixing with photorefractive $Bi_{12}GeO_{20}$ crystals*, Opt. Commun. **44**, 24 (1982)
- II.14 A. Marrakchi, J. P. Huignard y J. Herrie, *Applications of phase conjugation in $Bi_{12}SiO_{20}$ crystals to mode pattern visualisation of diffuse vibrating structure*, Opt. Commun. **34**, 15, (1980)
- II.15 J. O. White y A. Yariv, *Real-time image processing via four-wave mixing in a photorefractive medium*, Appl. Phys. Lett., **37**, 5 (1980)
- II.16 T.J. Hall, R. Jaura, L.M. Connors and P.D. Foote, *The photorefractive effect- A review*, Prog. Quant. Electr., **10**, 77 (1985)
- II.17 P. Gunter and J. P. Huignard, *Photorefractive effects and materials* en "Photorefractive materials and their Applications" Vol. 61, Eds, P. Gunter and J. P. Huignard, Springer Verlag, Berlin Heidelberg, (1988)
- II.18 J. P. Huignard and P. Gunter, *Optical processing using wave mixing in photorefractive crystals* en "Photorefractive materials and their Applications" Vol.62, Eds, P. Gunter and J. P. Huignard, Springer Verlag, Berlin Heidelberg (1988).

- II.19 R. Magnusson, T. K. Gaylord, *Laser scattering induced holograms in lithium niobate*, Appl. Opt. **13**, 1546 (1974)
- II.20 L. Arizmendi, J. M. Cabrera y F. Agulló-López “*Material properties and photorefractive behaviour of BSO family crystals*”, International Journal of Optoelectronics, **7**, 149 (1992)
- II.21 J. V. Alvarez Bravo Tesis doctoral: "Almacenamiento holográfico de información en materiales fotorrefractivos: condiciones experimentales", Universidad Autónoma de Madrid, Madrid (1995)
- II.22 S. C. Abrahams, P. B. Jaimeson and J. L. Bernstein. *Crystal structure of piezoelectric bismuth germanium oxide*, J. Chem. Phys., **47**, 4034 (1967)
- II.23 R. Oberschmid, *Conductivity instabilities and polarization effects on $Bi_{12}(Si, Ge)O_{20}$ single crystal samples*, Phys. Stat. Sol. (a), **95**, 657 (1985).
- II.24 R.E. Aldrich, S.L. Hou and M.L. Harvill, *Electrical and optical properties of $Bi_{12}SiO_{20}$* , J. Appl. Phys., **42**, 493 (1971)
- II.25 S.L. Hou, R.B. Lauer and R. E. Aldrich, *Transport processes of photoinduced carriers in $Bi_{12}SiO_{20}$* , J. Appl. Phys., **44**, 2652 (1973).
- II.26 M. Peltier y F. Micheron, *Volume hologram recording and charge transfer process in $Bi_{12}SiO_{20}$ and $Bi_{12}GeO_{20}$* J. Appl. Phys., **48**, 3683 (1977)
- II.27 A.E. Attard, *Theory of origins of the photorefractive and photoconductive effects in $Bi_{12}SiO_{20}$* , J. Appl. Phys., **69**, 44 (1991).
- II.28 E. Buratti, G. Cappuccio, M. Ferrari, M. Grandolfo, P. Vecchia, Sh. M. Efendiev, J. Opt. Soc. Am. A., **5**, 714 (1988)
- II.29 B. Grabmaier and R. Oberschmid “*Properties of pure and doped $Bi_{12}GeO_{20}$ and $Bi_{12}SiO_{20}$ crystals*” Phys. Stat. Sol. (a), **96**, 199 (1986)
- II.30 P. Pellat Finet, *Measurement of the electro-optics coefficient of BSO crystals*, Opt. Commun., **50**, 275 (1984)
- II.31 A. Feldman, W. S. Brower, D. Horowitz, *Optical activity and Faraday rotation in bismuth oxide compounds*, Appl. Phys. Lett., **16**, 201 (1970)

- II.32 M.G. Moharam, T.K. Gaylord, R. Magnusson, L. Young, *Holographic grating formation in photorefractive crystals with arbitrary electron transport lengths*, J. Appl. Phys., **50**, 5642 (1979).
- II.33 Liren Liu y Xiaoben Liu “*Opto-optical switching using field enhancing effect in $Bi_{12}SiO_{20}$* ”, J. Appl. Phys. **72**, 337 (1992).
- II.34 P. Yeh "Introduction to photorefractive nonlinear optics", John Wiley & Sons, Inc., New York, (1993).
- II.35 M. C. Lasprilla, Tesis doctoral, "Registros en cristales fotorrefractivos BSO. Aplicaciones al procesamiento de imágenes", Universidad Nacional de La Plata, La Plata (1996)
- II.36 A. Yariv y P. Yeh, "Optical waves in crystals", Propagation and control of laser radiation, A. Willey, Interscience publication, John Wiley & Sons, New York (1984)
- II.37 P. Yeh "Introduction to photorefractive nonlinear optics", John Wiley & Sons, Inc., New York (1993)
- II.38 J.F. Nye Physical properties of crystals, Oxford University Press, Oxford (1969)
- II.39 M. Henry, S. Mallick, D. Rouéde, L. E. Celaya y A. Garcia Weidner, *Propagation of light in an optically active electro-optic crystal of $Bi_{12}GeO_{20}$: measurement of the electro-optic coefficient*, J. Appl. Phys. **59**, 2650 (1986)
- II.40 E. L. Venturini, E. G. Spencer, A. A. Ballman, *Elasto-optic properties of $Bi_{12}SiO_{20}$, $Bi_{12}GeO_{20}$ and $Sr_xBa_{1-x}Nb_2O_6$* , J. Appl. Phys. **40**, 1622 (1969)

CAPÍTULO III

Análisis del registro y lectura de redes en cristales BSO

III.1 Introducción

Los cristales de la clase silenita BSO y BGO han sido empleados ampliamente en el registro holográfico para procesamiento de señales ópticas. En todas las aplicaciones se registra una red de fase y es de interés conocer las características de polarización de los haces difractado y directamente transmitido^[III.1]. El problema de la propagación de un haz de lectura en cristales birrefringentes y ópticamente activos como el BSO ha sido estudiado^[III.2] para redes holográficas de baja frecuencia (100-300 líneas/mm). En particular, se han analizado las propiedades de polarización de la luz difractada^[III.3, III.4] y directamente transmitida^[III.5] donde se asume que la birrefringencia lineal inducida en todo el cristal se debe sólo al campo eléctrico externo aplicado.

En este capítulo, se analizará el registro y reconstrucción en cristales BSO de distribuciones unidimensionales (redes de Ronchi) de baja frecuencia. Se comprobará que al aplicar un campo externo, la distribución de intensidad binaria incidente queda registrada en términos de variaciones locales de birrefringencia^[III.6].

Estos cristales, como se mencionó en el Capítulo II, pertenecen al sistema cúbico. Son naturalmente isótropos y no poseen centro de simetría lo cual permite la existencia de un efecto electro-óptico de primer orden. Asimismo, presentan actividad óptica de comportamiento análogo a la del cuarzo. Es decir, aquella no varía por acción de un campo eléctrico, y se puede tratar separadamente la birrefringencia circular y lineal^[III.7, III.8].

En la etapa de reconstrucción ó lectura, la modulación de birrefringencia inducida combinada con la actividad óptica, producen un cambio local en la elipticidad del haz. Así, el frente de onda que emerge del cristal presentará zonas alternadas con estados de polarización, en general, diferentes. Se analizarán dichos estados en función de los parámetros físicos: espesor del cristal y diferencia de potencial aplicada. La selección óptima de ellos permite obtener en la lectura, una imagen de máximo contraste^[III.9].

III.2 Birrefringencia inducida generada por el registro de una distribución luminosa

En los cristales fotorrefractivos como el BSO y BGO, el efecto electro-óptico que presentan surge de la acción combinada del campo externo y del campo interno inducido por la exposición del cristal a la radiación luminosa. En general, el campo eléctrico total en el interior del cristal no es uniforme sino que varía localmente.

La birrefringencia inducida en una lámina cristalina de caras paralelas, no sólo depende de la intensidad del campo eléctrico, sino además del corte del cristal, es decir de la dirección de propagación de la luz relativa a los ejes cristalinicos del medio y al campo eléctrico^[III.10]. En este trabajo se emplearon cristales BSO/BGO cortados de forma tal que sus caras pulidas son paralelas al plano (110) y perpendiculares a la dirección de propagación de la luz del sistema. Esta configuración se denomina "transversal" y la dirección de propagación de la luz no coincide con ninguno de los ejes propios del cristal. En nuestro caso, se adoptará un nuevo sistema de ejes cartesianos perpendiculares a las caras de la lámina BSO/BGO (Figura III.1). Así:

Oy coincide con OZ,

Oz es paralelo a la dirección $\langle 110 \rangle$,

Ox forma un triedro directo con los dos ejes anteriores ($Ox \parallel \langle \bar{1} 10 \rangle$).

En el Capítulo II fue descripto el tensor electro-óptico ó de índices r_{ij} , expresado en el sistema propio del cristal OXYZ. Será conveniente ahora, expresar el elipsoide en el nuevo sistema de coordenadas Oxyz (sistema de laboratorio). Entonces, el tensor electro-óptico en el nuevo sistema y empleando la convención de contracción de índices (ver Ec.(II.33)) resulta:

$$[r'_{ij}] = \begin{pmatrix} 0 & -r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & r_{41} \\ 0 & 0 & 0 \\ -r_{41} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{III.1})$$

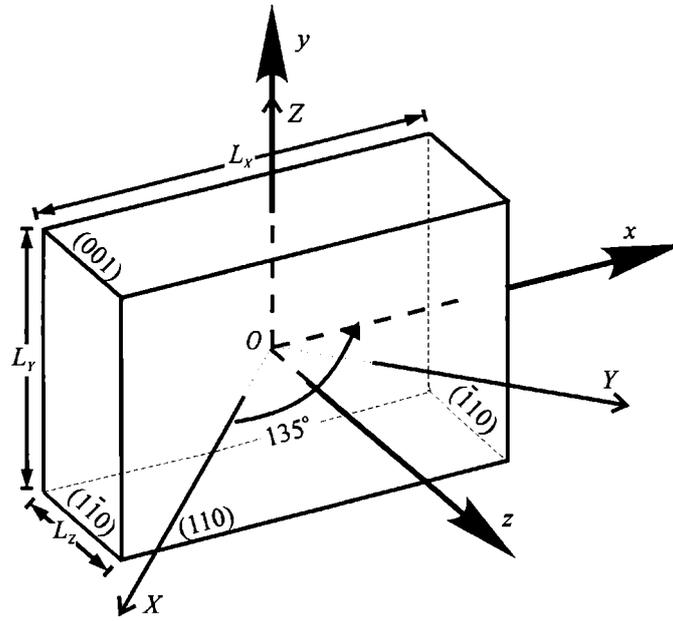


Figura III.1: Configuración transversal: $OXYZ$ (ejes cristalográficos); $Oxyz$ (ejes del laboratorio). L_x , L_y y L_z dimensiones del cristal.

Luego, si en la Ec.(II.35) se reemplaza la Ec.(III.1) y las componentes del campo eléctrico por E_x , E_y y E_z , resulta:

$$\begin{pmatrix} \Delta\eta_1 \\ \Delta\eta_2 \\ \Delta\eta_3 \\ \Delta\eta_4 \\ \Delta\eta_5 \\ \Delta\eta_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -r_{41}E_y \\ 0 \\ r_{41}E_y \\ r_{41}E_z \\ 0 \\ -r_{41}E_x \end{pmatrix} \quad (\text{III.2})$$

El nuevo elipsoide de índices se expresa:

$$\begin{aligned} \sum_{ij} (\eta + \Delta\eta_{ij}) \xi_i \xi_j = \\ = (\eta + \Delta\eta_1)x^2 + \eta y^2 + (\eta + \Delta\eta_3)z^2 + 2\Delta\eta_4 yz + 2\Delta\eta_6 xy = 1 \end{aligned} \quad (\text{III.3})$$

De la intersección del elipsoide con el plano que pasa por su centro y es perpendicular a la dirección de propagación de la luz ($z = 0$), resulta la ecuación de la elipse que define los modos de propagación de la luz en la lámina BSO y esta dada por:

$$(\eta + \Delta\eta_1)x^2 + \eta y^2 + 2\Delta\eta_6 xy = (\eta - r_{41}E_y)x^2 + \eta y^2 - 2r_{41}E_x xy = 1 \quad (\text{III.4})$$

Nótese que sólo están presentes las componentes transversales del campo, que son las que inducen la birrefringencia de la lámina.

A continuación, se efectuará un nuevo cambio de coordenadas para determinar la orientación y la longitud de los ejes de la elipse. Esto permitirá calcular los índices de refracción principales de la lámina. Entonces, aplicando la matriz de rotación $R(\theta)$ a los ejes xy :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\text{sen } \theta \\ \text{sen } \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \quad (\text{III.5})$$

la ecuación de la elipse resulta:

$$\begin{aligned} & (\eta - r_{41}E_y \cos^2 \theta - r_{41}E_x \text{sen}(2\theta))x'^2 + \\ & (\eta - r_{41}E_y \text{sen}^2 \theta + r_{41}E_x \text{sen}(2\theta))y'^2 + \\ & (r_{41}E_y \text{sen}(2\theta) - 2r_{41}E_x \cos(2\theta))x'y' = 1 \end{aligned} \quad (\text{III.6})$$

El coeficiente del término $x'y'$ se anula para un valor de θ tal que:

$$\tan(2\theta) = \frac{2E_x}{E_y} \quad (\text{III.7})$$

y se encuentra así una orientación local θ de los ejes de la elipse (ejes principales ó inducidos del cristal), que depende del valor de E_x y de E_y . Esta orientación local de los ejes principales es consecuencia de que la distribución luminosa varia en el plano Oxy . Así, a cada punto deberá asociarsele una elipse particular y en consecuencia resultará también una birrefringencia local.

Reemplazando en la Ec. (III.6) el valor de θ obtenido:

$$\text{sen}(2\theta) = \frac{2E_x}{\sqrt{(2E_x)^2 + (E_y)^2}} \quad ; \quad \cos(2\theta) = \frac{E_y}{\sqrt{(2E_x)^2 + (E_y)^2}} \quad (\text{III.8})$$

y la expresión reducida de la elipse resulta:

$$\left(\eta - \frac{1}{2} r_{41} E_y - \frac{1}{2} r_{41} \sqrt{(2E_x)^2 + (E_y)^2} \right) x'^2 + \left(\eta - \frac{1}{2} r_{41} E_y + \frac{1}{2} r_{41} \sqrt{(2E_x)^2 + (E_y)^2} \right) y'^2 = 1 \quad (\text{III.9})$$

A partir de esta ecuación y teniendo en cuenta las Ecs. (II.25), (II.26), $\eta = \frac{1}{n^2}$, los índices de refracción principales n_1 y n_2 de la lámina de BSO son tales que:

$$\begin{aligned} \frac{1}{n_1^2} &= \frac{1}{n^2} - \frac{1}{2} r_{41} E_y - \frac{1}{2} r_{41} \sqrt{(2E_x)^2 + (E_y)^2} \\ \frac{1}{n_2^2} &= \frac{1}{n^2} - \frac{1}{2} r_{41} E_y + \frac{1}{2} r_{41} \sqrt{(2E_x)^2 + (E_y)^2} \end{aligned} \quad (\text{III.10})$$

Experimentalmente se obtiene que las diferencias $|n_1 - n|$ y $|n_2 - n|$ son pequeñas frente a n . Entonces, a partir de:

$$\begin{aligned} n_1 &= n - \Delta n_1 \\ n_2 &= n - \Delta n_2 \end{aligned} \quad (\text{III.11})$$

y por comparación directa con la Ec. (III.10), se obtienen los índices principales:

$$\begin{aligned} n_1 &= n - \frac{1}{4} n^3 r_{41} \left(E_y + \sqrt{(2E_x)^2 + (E_y)^2} \right) \\ n_2 &= n - \frac{1}{4} n^3 r_{41} \left(E_y - \sqrt{(2E_x)^2 + (E_y)^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{III.12})$$

de donde la expresión de la birrefringencia es:

$$\delta n = |n_1 - n_2| = \frac{1}{2} n^3 r_{41} \sqrt{(2E_x)^2 + (E_y)^2} \quad (\text{III.13})$$

En resumen, en una lámina cristalina de BSO/BGO se induce birrefringencia por efecto electro-óptico debido al campo total interno. En nuestro caso, la luz se propaga a lo largo de la dirección $\langle 110 \rangle$ (paralela al eje z) y se aplica una diferencia de potencial V , constante, entre los electrodos (paralelos a las caras $(1\bar{1}0)$ y $(\bar{1}10)$) separados entre sí una distancia L_x . Entonces, el campo total será de la forma $E(x) = E_a + E_{ce}(x)$ donde $E_a = \frac{V}{L_x}$ y E_{ce} es el campo de cargas espaciales. En estas condiciones, $E_y = 0$, y de acuerdo a la Ec. (III.13) resulta:

$$\delta n = n^3 r_{41} E_x \quad \text{y} \quad \theta = 45^\circ \quad (\text{III.14})$$

lo cual significa que los ejes principales inducidos, Ox' y Oy' , están orientados a 45° respecto de la dirección $\langle 110 \rangle$ y los índices respectivos valen, $n_1 = n + \delta n(x)$ y $n_2 = n - \delta n(x)$, como se observa en la Figura III.2.

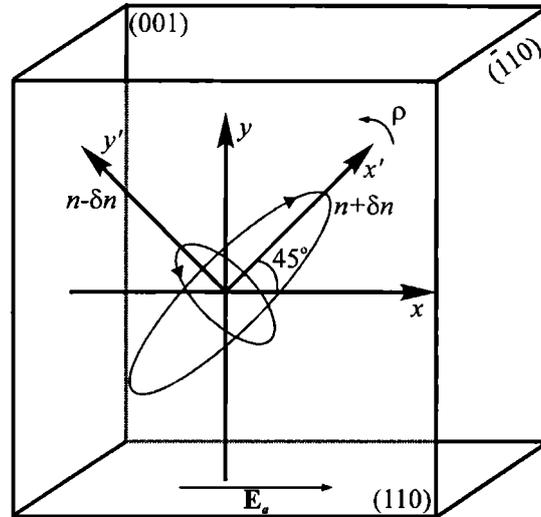


Figura III.2: Ejes de índices inducidos eléctricamente en el cristal.

A partir de Ec. (III. 14) la diferencia de fase introducida por el cristal es:

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_R} L_z \delta n = \frac{2\pi}{\lambda_R} L_z n^3 r_{41} \frac{V}{L_x}$$

Esto permite el desarrollo de un método alternativo para producir los desplazamientos controlados de fase en interferometría digital de patrones de speckle (DSPI), mediante la utilización de un cristal BSO. En interferometría digital de patrones de speckle convencional se emplean espejos acoplados a dispositivos piezoeléctricos para introducir los corrimientos de fase. En este caso, los desplazamientos se realizan modificando la diferencia de potencial aplicada al cristal V . Se debe destacar que los corrimientos de fase se producen sin intervención de movimientos mecánicos y sin alterar la trayectoria de los haces^[III.11].

III.3 Actividad óptica en cristales electro- ópticos BSO/BGO

Una onda linealmente polarizada que penetra en un medio ópticamente activo, como son los cristales BSO y BGO, experimenta una rotación θ del plano de polarización

proporcional a la distancia L_z que atraviesa en el medio y el poder rotatorio específico ρ es este. El valor de la rotación es: $\theta = L_z \rho$.

Entonces, para determinar el estado de polarización de una onda monocromática de longitud de onda λ_R que se propaga a través de un cristal tipo silenita, sometido a un campo eléctrico externo, se debe considerar tanto la birrefringencia lineal inducida debida al efecto Pockels cuanto la birrefringencia circular debida a la actividad óptica natural. La determinación del estado de polarización emergente, se realizará en la próxima sección, utilizando el formalismo de Jones. En ese contexto, la modificación que produce el cristal en el estado de polarización incidente se expresa mediante la matriz de transferencia del cristal^[III.12-III.14]:

$$W = W_C = \begin{pmatrix} \cos \Delta - i \operatorname{sen} \psi \cdot \operatorname{sen} \Delta & -\cos \psi \cdot \operatorname{sen} \Delta \\ \cos \psi \cdot \operatorname{sen} \Delta & \cos \Delta + i \operatorname{sen} \psi \cdot \operatorname{sen} \Delta \end{pmatrix} \quad (\text{III.15})$$

donde los parámetros Δ y ψ dependen de la birrefringencia lineal por unidad de longitud φ y del poder rotatorio ρL_z según:

$$\varphi(x) = \frac{2\pi}{\lambda_R} \delta n(x) = \frac{2\pi}{\lambda_R} n^3 r_{41} E(x); \quad \Delta(x) = L_z \sqrt{\rho^2 + \frac{\varphi^2(x)}{4}}; \quad \psi(x) = \operatorname{arctg} \left(\frac{\varphi(x)}{2\rho} \right) \quad (\text{III.16})$$

Así, las componentes (A'_1, A'_2) de un haz emergente del cristal se escriben en términos de las componentes (A_1, A_2) del haz incidente según:

$$\begin{pmatrix} A'_1 \\ A'_2 \end{pmatrix} = W_C \cdot \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} \quad (\text{II.17})$$

En los cálculos de las secciones siguientes y para el cristal BSO se han empleado los siguientes valores: $\rho = 22^\circ/\text{mm}$ para $\lambda_R = 633 \text{ nm}$; $r_{41} = 3,2 \text{ pm/V}$, $n = 2,51$.

III.4 Conversor incoherente-incoherente e incoherente-coherente

En esta sección describiremos brevemente los conversores incoherente-incoherente e incoherente-coherente empleados en este trabajo. La modalidad operativa es no holográfica y en ese sentido difiere de conversor denominado PICOC ("Photorefractive incoherent to

coherent optical converter")^[III.15, III.16] donde una red holográfica se superpone con la imagen incoherente que se pretende registrar.

Estos arreglos se basan en la técnica de la birrefringencia la cual mide el cambio producido en el índice de refracción por el efecto fotorrefractivo a través de la birrefringencia inducida al propagarse la luz en el medio cristalino. Se trata, por lo tanto, de una medida del cambio relativo de fase entre las dos componentes del campo eléctrico de la luz que se propaga en el cristal no lineal. Como en toda técnica que trate de medir variaciones de fase, se hace incidir sobre el medio a estudiar, un haz de luz con un estado de polarización bien determinado, el cual no debe modificar el registro y se analiza el estado de polarización emergente. El cristal BSO es muy sensible a la evolución del campo de carga espacial y además es relativamente rápido en su respuesta temporal. Con niveles de iluminación muy débiles, del orden de $0,1\text{mW/cm}^2$, el tiempo para alcanzar el estado estacionario es de una decena de segundos, lo cual no alcanza para ajustar la regla de un compensador o de un polarímetro. Entonces en la lectura, para evitar destruir la información registrada, se utiliza luz de baja intensidad y de longitud de onda fuera del rango de sensibilidad espectral del cristal (haz de prueba).

Es de destacar que tanto en el conversor incoherente-coherente (Figura III.3) cuanto en el incoherente-incoherente (Figura III.4), la etapa de registro es idéntica. En ambos casos, la red de Ronchi R_0 a registrar en el cristal es iluminada por la fuente extensa de luz blanca S_1 , mediante la lente L_1 de distancia focal $f_1=100$ mm. Para ello se empleó un proyector de luz blanca con una lámpara de 100W cuyo filamento se coloca en el plano objeto de la lente de proyección L_1 , la cual forma la imagen del filamento en el plano de la lente L_2 . La imagen de aumento unitario de la red de Ronchi se forma en el cristal mediante la lente L_2 de distancia focal $f_2=50\text{mm}$. La intensidad recibida por el cristal es del orden de 1mW/cm^2 . En ambos arreglos experimentales se coloca a la salida de la fuente S_1 un filtro interferencial F_V con un máximo de transmisión en $\lambda_R = 534\pm 7\text{nm}$. El cristal posee una elevada fotoconductividad en el rango de 400 a 550nm. En la Figura III.5 se presenta el espectro de transmisión del filtro F_V .

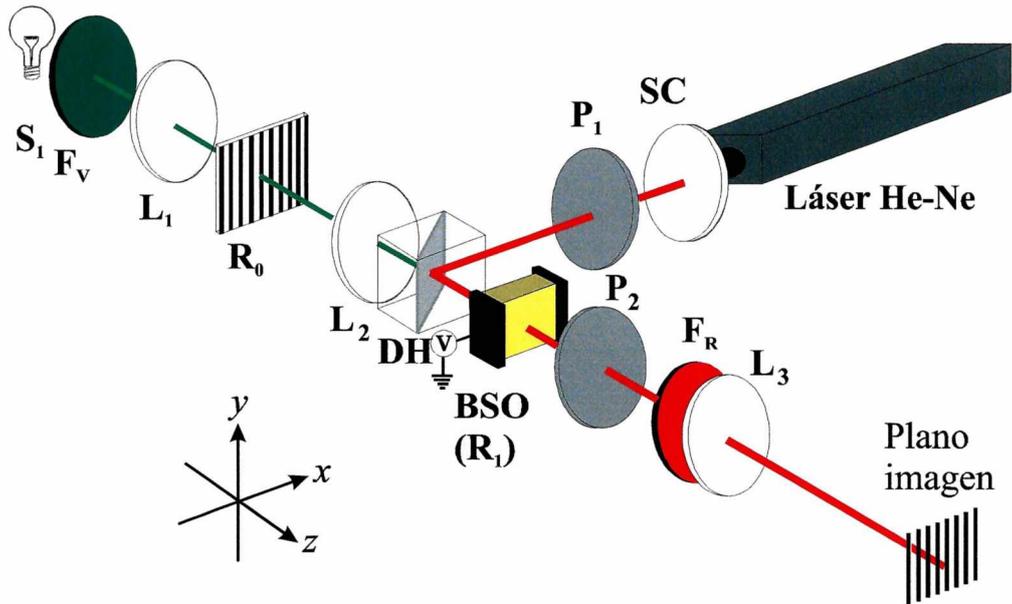


Figura III.3: Convertidor óptico incoherente-coherente. S_1 : fuente incoherente; L_1 , L_2 y L_3 : lentes; R_0 : red de Ronchi; F_V : filtro ($\lambda_V=534\text{nm}$); F_R : filtro ($\lambda_R=632.8\text{nm}$); P_1 y P_2 : polarizadores; DH: divisor de haz

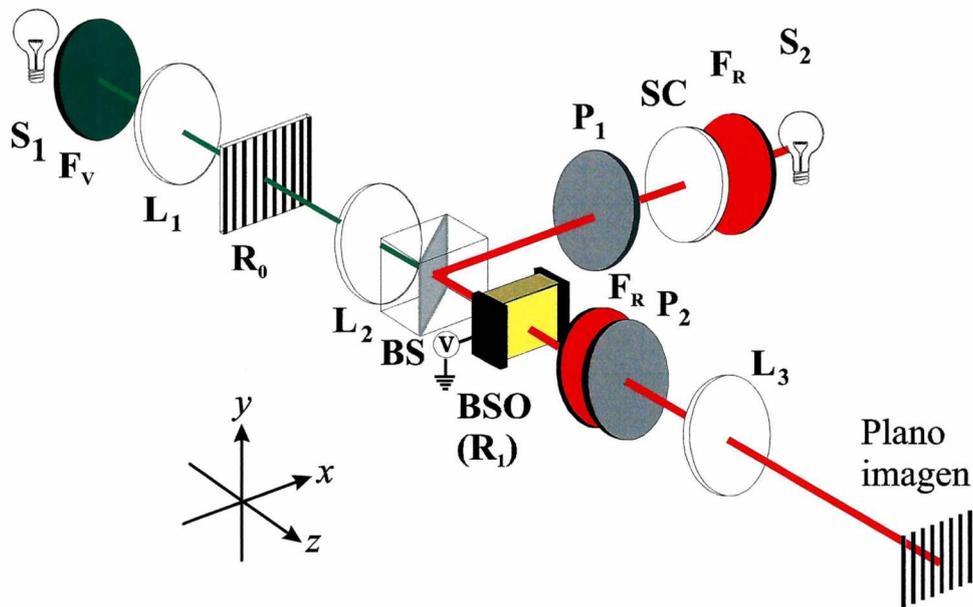


Figura III.4: Convertidor óptico incoherente-incoherente. S_1 y S_2 : fuente incoherente; L_1 , L_2 y L_3 : lentes; R_0 : red de Ronchi; F_V : filtro ($\lambda_V=534\text{nm}$); F_R : filtro ($\lambda_R=632.8\text{nm}$); P_1 y P_2 : polarizadores; DH: divisor de haz

Se utilizaron cristales BSO adquirido a Sumitomo Electric Industries y Fujian Castech, crecidos por el método de Czochralski y de dimensiones: $L_x=L_y=10\text{mm}$ y $L_z = 1\text{mm}$, 2 mm , 3 mm , 4mm , 6 mm respectivamente. Cada cristal se colocó en un portamuestras como se observa en la Figura III.6.

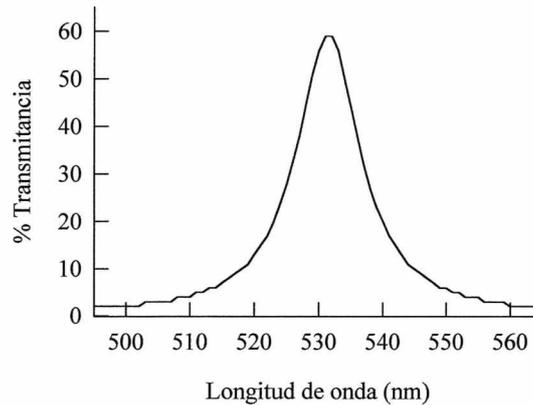


Figura III.5: Espectros de transmisión para el filtro verde

Como fuente de alta tensión se emplearon, indistintamente, una fuente Heizinger, modelo HNC 20000 ó una fuente Bertran, modelo 205B-20R, ambas limitadas en corriente y con una diferencia de potencial máxima de salida de 20 kV. Los valores típicos de corriente fueron del orden de 5 μ A. Las direcciones $\langle \bar{1}10 \rangle$, $\langle 001 \rangle$ y $\langle 110 \rangle$ del cristal coinciden con los ejes xyz , respectivamente. La luz se propaga a lo largo de la dirección $\langle 110 \rangle$ y se aplica una diferencia de potencial V , constante, entre los electrodos (paralelos a las caras $(1\bar{1}0)$ y $(\bar{1}10)$) los cuales se encuentran separados una distancia L_x . La iluminación no-uniforme proyectada sobre el cristal fotoconductor genera portadores de carga que se desplazan debido al campo externo aplicado y que tienden a neutralizarlo, modulando así localmente, vía el efecto electro-óptico, la birrefringencia inducida.

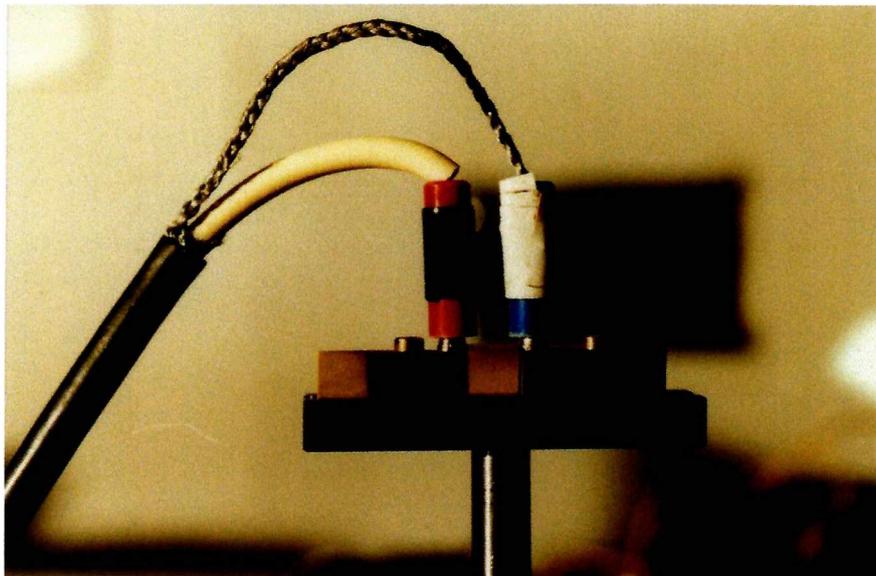


Figura III.6 Fotografía del portamuestras

La resolución espacial de la imagen registrada esta limitada por el sistema formador de imagen y el espesor L_z del cristal. Se debe notar, que en nuestro caso la absorción óptica es baja ($\alpha L_z \ll 1$), por lo cual la intensidad luminosa no decrece con la profundidad del cristal. Entonces, es conveniente enfocar la imagen en el centro del cristal y no en la superficie frontal del mismo. Al calcular el límite de resolución para el caso de magnificación 1:1 resulta la frecuencia espacial $4nF\#/L_z$, donde n es el índice de refracción del cristal, $F\#$ es el F-número ($F\#=2f/D$ y D es el diámetro de la lente L_2). Para la lente utilizada y los cristales empleados de espesores entre 1mm y 6mm, resulta un límite de resolución entre 20,80 líneas/mm y 3,45 líneas/mm para $n=2,6$ ($\lambda_v = 534\text{nm}$).

III.4.1 Proceso de registro

En esta sección, se analizará el registro fotorrefractivo cuando la transparencia de entrada en el conversor es una red de Ronchi, como se muestra en las Figuras III.3 y III.4. En este caso, la distribución de intensidad incidente en el cristal es:

$$I(x) = I_0 \cdot t(x) = I_0 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\text{sen}(\pi m / 2)}{\pi m / 2} \exp\left(i2\pi m \frac{x}{d}\right) \quad (\text{III.18})$$

donde $t(x)$ es la transmitancia en amplitud de la red de Ronchi e I_0 es la intensidad del haz de registro, d es el período de la red de Ronchi, el cual es mayor que el límite impuesto por la resolución del cristal y menor que el semi ancho del cristal, es decir, $0,05\text{mm} \leq d \leq L_x/2$.

En ambos conversores, la distribución luminosa que recibe el cristal contiene frecuencias espaciales que no son elevadas por lo cual es válido considerar que los electrones en la banda de conducción se desplazan sólo por el mecanismo de transporte de arrastre ó "drift". Así, en la expresión del campo total interno obtenida en el Capítulo II, Ec. (II.18) puede desprejiciarse la contribución por difusión. Bajo estas condiciones, dicho campo en el estado estacionario resulta:

$$E(x) = E_{ce}(x) + \frac{V}{L_x} \approx \frac{1}{L_x/2} \frac{V}{N(x)} = \frac{1}{K} \frac{V}{N(x)} \quad (\text{III.19})$$

$$\int_{-L_x/2}^{L_x/2} \frac{dx'}{N(x')}$$

donde $N(x)$ esta dada por Ec.(II.13). Para evaluar la integral de la Ec. (III.19) es necesario considerar como es la distribución de la intensidad luminosa en los extremos del cristal de ancho L_x . Si se supone que $I(-L_x/2)=I_0$, entonces en el extremo $L_x/2$ puede darse que:

- a) $I(L_x/2)=0$, el ancho del cristal se puede escribir $L_x=pd+d/4+d_1$, donde $p=[L_x/d]$ es la parte entera de L_x/d (ver Figura III.7)

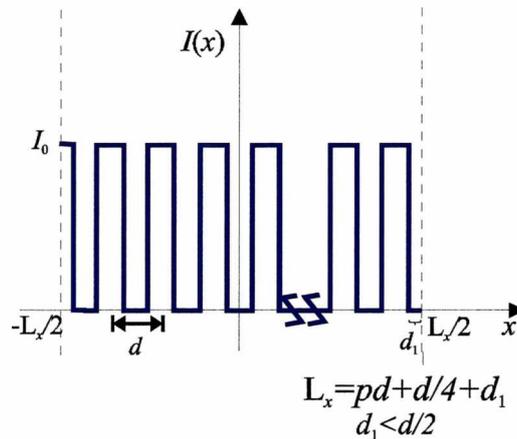


Figura III.7: Distribución de intensidad luminosa en el cristal donde $I(-L_x/2)=I_0$ y $I(L_x/2)=0$.

Entonces:

$$K = \int_{-L_x/2}^{L_x/2} \frac{dx'}{N(x')} = \frac{(2p+1)d/4}{N_0} \cdot \left[\frac{1}{1+G} + 1 \right] = \frac{(2p+1)d/4}{N_0} \cdot \frac{(2+G)}{(1+G)}$$

y el campo total interno $E(x)$ producido en el cristal cuando se aplica una diferencia de potencial V constante es:

$$E(x) = \frac{V}{K \cdot N(x)} = \frac{V \cdot (1+G)}{(2p+1)d/4 \cdot (2+G)} \cdot \left[1 + G \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\text{sen}(\pi m/2)}{\pi m/2} \exp\left(i2\pi m \frac{x}{d}\right) \right]^{-1} \quad (\text{III.20})$$

- b) $I(L_x/2)=I_0$, el ancho del cristal se puede escribir $L_x=p'd-d/4+d_1$, donde $p'=[(L_x+d/4)/d]$ (ver Figura III.8)

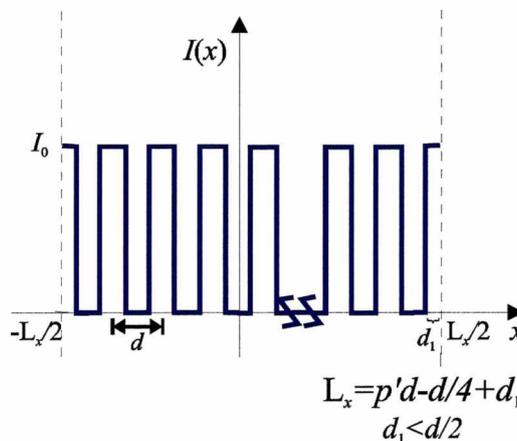


Figura III.8: Distribución de intensidad luminosa en el cristal donde $I(-L_x/2)=I_0$ y $I(L_x/2)=I_0$.

Entonces:

$$K' = \int_{-L_x/2}^{L_x/2} \frac{dx'}{N(x')} = \frac{(L_x - p'd/2)}{N_0} \cdot \left[\frac{1}{1+G} + 1 \right] = \frac{(L_x - p'd/2)}{N_0} \cdot \frac{(2+G)}{(1+G)}$$

y el campo total interno:

$$E(x) = \frac{V}{K \cdot N(x)} = \frac{2V(1+G)}{(2L_x - p'd) \cdot (2+G)} \cdot \left[1 + G \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\text{sen}(\pi m/2)}{\pi m/2} \exp\left(i2\pi m \frac{x}{d}\right) \right]^{-1} \quad (\text{III.21})$$

Como $L_x = 10\text{mm}$ en todos los casos y los períodos utilizados fueron $d = 0,25\text{mm}$ (4líneas/mm) ó $d = 0,5\text{mm}$ (2líneas/mm), entonces, $p = 40$ ó 20 y $p' = 40$ ó 20 . Luego, en las Ec.(III.20) la expresión $(2p+1)d/4 = 5,0625\text{mm} \approx L_x/2$ mientras en la Ec. (III.21) la expresión $2(L_x - p'd)/2 = 5\text{mm} = L_x/2$.

Bajo estas condiciones, las Ecs. (III.20) y (III.21) coinciden en una única expresión:

$$E(x) = \frac{2V}{L_x} \cdot \frac{(1+G)}{(2+G)} \cdot \left[1 + G \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\text{sen}(\pi m/2)}{\pi m/2} \exp\left(i2\pi m \frac{x}{d}\right) \right]^{-1} =$$

$$= \begin{cases} E_1 = \frac{2V}{L_x} \cdot \frac{1}{(2+G)} & \text{si } I_n(x) = 1 \\ E_2 = \frac{2V}{L_x} \cdot \frac{(1+G)}{(2+G)} & \text{si } I_n(x) = 0 \end{cases} \quad (\text{III.22})$$

donde $I_n(x) = \frac{I(x)}{I_0}$.

Por otra parte, G es una constante que depende de los parámetros del cristal y de las condiciones de registro.

Tabla III.1: Parámetros físicos y experimentales del cristal BSO

Coefficiente de absorción para $\lambda = 534\text{nm}$ ^[III.3]	$\alpha \approx 1.3 \cdot 10^5 \text{cm}^{-1}$
Densidad de electrones en la oscuridad ^[III.17]	$N_0 \approx 2 \cdot 10^{17} \text{cm}^{-3}$
Tiempo de vida media de los portadores libres ^[III.17]	$\tau \approx 2.833 \cdot 10^{-8} \text{s}$
Energía del fotón para $\lambda = 534\text{nm}$	$\hbar\omega = 2.54 \text{eV}$
Eficiencia cuántica ^[III.17]	$\xi = 1$

A partir de los valores detallados en la Tabla III.1, la constante G resulta:

$$G = \frac{\tau\alpha\xi}{N_O \hbar w} I_0 \approx 10^6 - 10^7$$

y por lo tanto $G \gg 1$. Entonces la Ec. (III.22) puede expresarse:

$$E(x) = \begin{cases} E_1 \approx 0 & \text{si } I_n(x) = 1 \\ E_2 \approx \frac{2V}{L_x} = 2E_a & \text{si } I_n(x) = 0 \end{cases} \quad (\text{III.23})$$

la cual también puede escribirse:

$$E(x, V) = \frac{2V}{L_x} t\left(x \pm \frac{d}{2}\right) \quad (\text{III.24})$$

Esto claramente indica que la distribución espacial de campo eléctrico $E(x)$ es periódica.

Según fue discutido el cambio de índice de refracción que experimenta el cristal debido al efecto electro-óptico lineal esta dado por la Ec. (III.14). Si se reemplaza en ella la expresión del campo dada por Ec. (III.32), la birrefringencia inducida resulta:

$$\delta n(x) = \begin{cases} \delta n_1 = 0 & \text{si } I_n(x) = 1 \\ \delta n_2 = r_{41} n^3 \left(2 \frac{V}{L_x}\right) & \text{si } I_n(x) = 0 \end{cases} \quad (\text{III.25})$$

Se debe notar que la birrefringencia inducida esta localmente modulada de acuerdo a la distribución luminosa recibida por el cristal a través de la expresión del campo total interno. De las ecuaciones anteriores es claro que $\delta n(x)$ tiene el mismo período espacial que $I_n(x)$. En resumen, la imagen de entrada ha sido codificada en términos de modulación de birrefringencia.

III.4.2 Proceso de lectura

En ambos conversores, en la etapa de reconstrucción ó lectura del registro se empleó una onda plana con una longitud de onda para la cual, la fotoconductividad del cristal es despreciable. Así, no se relaja el campo de carga espacial generado por la distribución luminosa de registro y la lectura no degrada la información almacenada.

En el caso del conversor incoherente-coherente, la reconstrucción se realizó con un láser de He-Ne de 5 mW de potencia. En el plano del cristal se obtuvo una intensidad inferior a $200\mu\text{W}/\text{cm}^2$.

En la modalidad incoherente-incoherente la lectura se efectuó mediante un proyector de luz blanca que posee una lámpara de 100W. A la salida del proyector se colocó un filtro interferencial con un pico de transmisión en $\lambda_R = 632,8 \pm 3\text{nm}$, cuya curva de transmisión se observa en la Figura III.9.

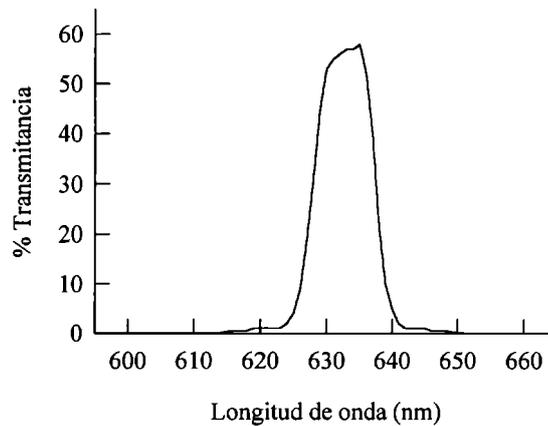


Figura III.9: Espectros de transmisión para el filtro rojo.

Para impedir que la luz proveniente de la etapa de registro alcance el sistema de detección, (una cámara CCD enlazada a un sistema de adquisición y procesamiento de imágenes) se colocó delante del mismo un filtro interferencial, idéntico al antes mencionado (Figura III.9).

En estas experiencias, el registro y la lectura se realizan en forma simultánea. En referencia a las Figuras III.3 y III.4, el haz de lectura incide normalmente en el cristal a través del divisor de haz DH que preserva el estado de polarización del haz de lectura. Este divisor de haz tiene forma cúbica de 25,4 mm de lado.

La modulación de birrefringencia inducida en el cristal combinada con la actividad óptica produce en la etapa de lectura un cambio local en la elipticidad del haz. El frente de onda que emerge del cristal presentará zonas alternadas con dos estados de polarización diferentes. La transmisión a través del polarizador P_2 , en consecuencia, presentará dos niveles de intensidad que reconstruyen la forma de la distribución de entrada con una visibilidad que depende de los estados de polarización.

III.5 Características de los estados de polarización

En esta sección, se analizarán los cambios producidos en la elipticidad de la luz emergente cuando el haz de reconstrucción que se transmite a través del cristal presenta un estado de polarización elíptico y es de amplitud unitaria. En general, el haz de lectura incidente se puede expresar como:

$$A^{in} = \begin{pmatrix} \cos \vartheta \\ \text{sen } \vartheta \cdot e^{-i\xi} \end{pmatrix} \quad (\text{III.26})$$

Las componente A_1 y A_2 de este haz según los ejes inducidos x' e y' , (que forman un ángulo de 45° respecto al eje y) son:

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = R(45^\circ) \cdot \begin{pmatrix} \cos \vartheta \\ \text{sen } \vartheta \cdot e^{-i\xi} \end{pmatrix} = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} \text{sen } \vartheta \cdot e^{-i\xi} + \cos \vartheta \\ \text{sen } \vartheta \cdot e^{-i\xi} - \cos \vartheta \end{pmatrix} \quad (\text{III.27})$$

donde: R es la matriz de rotación del sistema de coordenadas del laboratorio al de ejes inducidos.

Como ya fue detallado, la combinación de la actividad óptica y la birrefringencia lineal, se expresa mediante la matriz de transferencia del cristal W_C dada por la Ec.(III.15). Entonces, las componentes del haz emergente A'_1, A'_2 a lo largo de los ejes inducidos x' e y' del cristal, resultan:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} A'_1(x) \\ A'_2(x) \end{pmatrix} &= W_C(x) \cdot \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \cos \vartheta \cdot \cos \Delta - \text{sen } \vartheta \cdot \text{sen } \Delta \cdot e^{-i\xi} \cdot e^{i\psi} + \text{sen } \vartheta \cdot e^{-i\xi} \cdot \cos \Delta + \cos \vartheta \cdot \text{sen } \Delta \cdot e^{-i\psi} \\ -\cos \vartheta \cdot \cos \Delta + \text{sen } \vartheta \cdot \text{sen } \Delta \cdot e^{-i\xi} \cdot e^{i\psi} + \text{sen } \vartheta \cdot e^{-i\xi} \cdot \cos \Delta + \cos \vartheta \cdot \text{sen } \Delta \cdot e^{-i\psi} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{III.28})$$

donde: $\Delta = \Delta(x, V, L_z)$; $\psi = \psi(x, V)$; $\varphi = \varphi(x, V)$ estan dados por la Ec. (III.16).

Finalmente, la amplitud resultante a la salida del cristal en el sistema de laboratorio xyz es

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} A'_x(x) \\ A'_y(x) \end{pmatrix} &= R(-45^\circ) \cdot \begin{pmatrix} A'_1(x) \\ A'_2(x) \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \cos \vartheta \cdot \cos(\Delta(x, V, L_z)) - \sin \vartheta \cdot \sin(\Delta(x, V, L_z)) \cdot e^{-i\xi} \cdot e^{i\psi(x, V)} \\ \sin \vartheta \cdot e^{-i\xi} \cdot \cos(\Delta(x, V, L_z)) + \cos \vartheta \cdot \sin(\Delta(x, V, L_z)) \cdot e^{-i\psi(x, V)} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{III.29})$$

La birrefringencia lineal inducida por unidad de longitud φ a partir de la expresión del campo total interno Ec. (III.23) resulta:

$$\varphi(x, V) = \frac{2\pi}{\lambda_R} \delta n(x, V) = \frac{2\pi}{\lambda_R} r_{41} n^3 E(x, V) = \begin{cases} \varphi_1 = 0 & \text{si } I(x) = I_0 \\ \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda_R} r_{41} n^3 \left(2 \frac{V}{L_x}\right) & \text{si } I(x) = 0 \end{cases} \quad (\text{III.30})$$

y

$$\Delta = \Delta(x, V, L_z) = L_z \sqrt{\rho^2 + \frac{\varphi^2(x, V)}{4}} = \begin{cases} \Delta_1 = \rho L_z & \text{si } I(x) = I_0 \\ \Delta_2 = L_z \sqrt{\rho^2 + \left(\frac{\pi}{\lambda_R} r_{41} n^3 \left(2 \frac{V}{L_x}\right)\right)^2} & \text{si } I(x) = 0 \end{cases} \quad (\text{III.31})$$

$$\psi = \psi(x, V) = \tan^{-1} \left(\frac{\varphi(x, V)}{2\rho} \right) = \begin{cases} \psi_1 = 0 & \text{si } I(x) = I_0 \\ \psi_2 = \tan^{-1} \left(\frac{\frac{\pi}{\lambda_R} r_{41} n^3 \left(2 \frac{V}{L_x}\right)}{2\rho} \right) & \text{si } I(x) = 0 \end{cases} \quad (\text{III.32})$$

Entonces, la amplitud resultante $\mathbf{A}(x, V, L_z)$ que emerge del cristal, dada por la Ec.(III.29) puede ser expresada como:

$$\mathbf{A}(x, V, L_z) = \left[\mathbf{A}^{(1)}(L_z) \cdot t(x) + \mathbf{A}^{(2)}(V, L_z) \cdot t\left(x - \frac{d}{2}\right) \right] \quad (\text{III.33})$$

donde $t(x)$ representa a la red de Ronchi (ver Ec.(III.18)) y las amplitudes $\mathbf{A}^{(1)}(L_z)$ y $\mathbf{A}^{(2)}(L_z, V)$ representan las amplitudes del haz de lectura que corresponden a las regiones iluminadas y oscuras en el registro, respectivamente. Entonces, debido a que la imagen de la red binaria esta codificada en birrefringencia, a la salida del cristal las amplitudes $\mathbf{A}^{(1)}(L_z)$ y $\mathbf{A}^{(2)}(L_z, V)$ presentan estados de polarización que denominaremos estado (1) y

estado (2) respectivamente, que se alternan en el frente de onda emergente con el mismo período d que el de la red registrada $t(x)$. Aquellas partes del frente de onda de lectura que atraviesen las regiones del cristal iluminadas en el registro, emergerán del mismo con una amplitud dada por:

$$\mathbf{A}^{(1)}(L_z) = \begin{pmatrix} A_x^{(1)}(L_z) \\ A_y^{(1)}(L_z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \vartheta \cdot \cos(\rho L_z) - \sin \vartheta \cdot \sin(\rho L_z) \cdot e^{-i\xi} \\ \sin \vartheta \cdot e^{-i\xi} \cdot \cos(\rho L_z) + \cos \vartheta \cdot \sin(\rho L_z) \end{pmatrix} \quad (\text{III.34})$$

Mientras que las restantes regiones del frente de onda emergerán, en general, con otro estado de polarización debido a que atraviesan regiones oscuras del cristal donde el campo no es nulo. La amplitud asociada con este estado de polarización es:

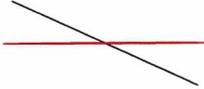
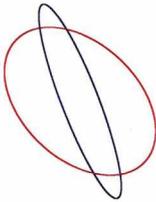
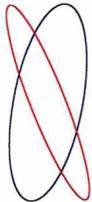
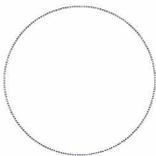
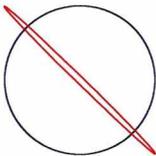
$$\mathbf{A}^{(2)}(V, L_z) = \begin{pmatrix} A_x^{(2)}(V, L_z) \\ A_y^{(2)}(V, L_z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \vartheta \cdot \cos \Delta_2 - \sin \vartheta \cdot \sin \Delta_2 \cdot e^{-i\xi} \cdot e^{i\psi_2} \\ \sin \vartheta \cdot e^{-i\xi} \cdot \cos \Delta_2 + \cos \vartheta \cdot \sin \Delta_2 \cdot e^{-i\psi_2} \end{pmatrix} \quad (\text{III.35})$$

donde: Δ_2 y ψ_2 están dados por Ecs. (III.31) y (III.32).

De las expresiones anteriores es evidente que para un dado estado de polarización incidente, el correspondiente estado de polarización emergente del cristal depende de los parámetros ψ y Δ . Se debe notar que el parámetro Δ depende tanto de la diferencia de potencial aplicada cuanto del espesor del cristal, mientras que el parámetro ψ sólo depende de la primera (ver Ecs. (III.31) y (III.32)).

En la Tabla III.2 se observan el estado (1) y estado (2) de polarización emergentes del cristal cuando incide en el mismo luz lineal, elíptica y circularmente polarizada, respectivamente. De las regiones de baja birrefringencia, la luz emerge con el mismo estado de polarización que el incidente (estado (1)). Nótese que los ejes de la elipse asociados a dicho estado han rotado un ángulo ρL_z debido a la actividad óptica. En cambio, en las regiones de alta birrefringencia, que corresponden a las zonas no iluminadas, emerge con un estado de polarización (estado (2)) que depende de la diferencia de potencial aplicada y del espesor del cristal. En los resultados teóricos presentados en la Tabla III.2 se utilizaron los valores $L_z = 3 \text{ mm}$ y $V = 7 \text{ kV}$.

Tabla III.2: Estados de polarización emergentes del cristal para diferentes estados de polarización del haz de lectura

ESTADO DE POLARIZACIÓN INCIDENTE EN EL CRISTAL	ESTADOS DE POLARIZACIÓN EMERGENTES DEL CRISTAL ($L_z = 3 \text{ mm}$ y $V = 7 \text{ kV}$)
	
	
	
	

 $I_n(x) = I_0$ (estado (1))
 $I_n(x) = 0$ (estado (2))

En particular, cuando la luz incidente está verticalmente polarizada, las expresiones (III.34) y (III.35) se reducen a:

$$\mathbf{A}^{(1)}(L_z) = \begin{pmatrix} A_x^{(1)}(L_z) \\ A_y^{(1)}(L_z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\text{sen}(\rho L_z) \\ \text{cos}(\rho L_z) \end{pmatrix} \quad (\text{III.36})$$

$$\mathbf{A}^{(2)}(V, L_z) = \begin{pmatrix} A_x^{(2)}(V, L_z) \\ A_y^{(2)}(V, L_z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\text{sen}\Delta(V, L_z) \cdot e^{i\psi(V)} \\ \text{cos}\Delta(V, L_z) \end{pmatrix} \quad (\text{III.37})$$

En consecuencia, en las regiones del cristal iluminadas en el registro, la luz emerge linealmente polarizada habiendo experimentado el plano de polarización una rotación en

un ángulo $\theta = \rho L_z$ (ver Ec. (III.36)). Mientras, que en aquellas no iluminadas, donde el campo interno vale $2E_a(V)$ y en consecuencia la birrefringencia es máxima (ver Ec.(III.25)), la salida tendrá un estado de polarización elíptico.

En la Tabla III.3 se muestra la evolución de los estados de polarización lineal $A^{(1)}(L_z)$ y elíptico $A^{(2)}(L_z, V)$ para el haz de lectura directamente transmitido, en función del espesor del cristal y de la diferencia de potencial aplicada cuando este haz incide verticalmente polarizado.

Tabla III.3 Evolución de estados de polarización de salida para $V=5\text{kV}$, 7kV , 9kV y cristales de 1 mm , 3 mm , 6 mm de espesor.

L_z	ESTADO DE POLARIZACIÓN INCIDENTE		ESTADO DE POLARIZACIÓN EMERGENTE		
			$V=5\text{ kV}$	$V=7\text{ kV}$	$V=9\text{ kV}$
1 mm					
3 mm					
6 mm					

— $I_n(x) = I_0$ (estado (1))

— $I_n(x) = 0$ (estado (2))

Los resultados de la Tabla III.3 muestran que para un determinado espesor L_z , existe una diferencia de potencial, V^0 , que en lo que sigue se denominará de trabajo, tal que, ambos estados de polarización emergentes son lineales^[III.18]. Busquemos qué condición debe cumplirse para que esto ocurra. El estado de polarización $A^{(2)}(V, L_z)$ dado por la Ec.(III.37) será linealmente polarizado, cuando se cumpla que una de las componentes de la amplitud $A^{(2)}(V, L_z)$ sea nula; esto ocurre para valores de $\Delta(V, L_z)$ múltiplos de 90° . Si se cumplen las condiciones para que el estado de polarización (2) sea lineal, es decir si $V=V^0$ para un espesor L_z dado, entonces $\Delta(V^0)=90^\circ$ ó 180° , $\cos(2\Delta(V^0))=\mp 1$ y $\sin(2\Delta(V^0))=0$. Los

cristales de 3mm y 6mm de espesor alcanzan la condición de linealidad para una misma diferencia de potencial de aproximadamente 7 kV, mientras que el cristal de 1mm, no alcanza dicha condición para el rango de diferencias de potencial considerado en la Tabla III.3.

La elipticidad ε se define como la razón del eje menor al eje mayor de la elipse que representa la amplitud del campo luminoso; si $\varepsilon=0$ el estado de polarización es lineal y si $\varepsilon=1$ es circular. Para la amplitud $A^{(2)}(V, L_z)$, la elipticidad $\varepsilon(V, L_z)$ esta dada por:

$$\varepsilon(V, L_z) = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{1 - \sin^2 2\Delta(V, L_z) \sin^2 \psi(V)}}{1 + \sqrt{1 - \sin^2 2\Delta(V, L_z) \sin^2 \psi(V)}}} \quad (\text{III.38})$$

La Figura III.10 muestra la variación de la elipticidad $\varepsilon(V, L_z)$ del estado de polarización (2) en términos de la diferencia de potencial aplicada y para diferentes espesores. Los valores de diferencia de potencial para los cuales la elipticidad es nula (luz linealmente polarizada) corresponden a aquellos para los cuales Δ vale 90° ó 180° .

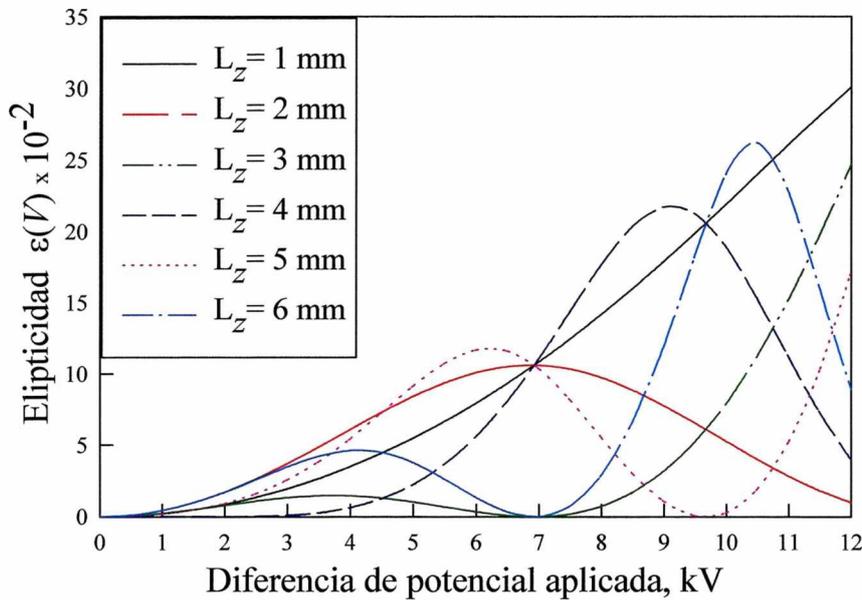


Figura III.10: Curvas de elipticidad $\varepsilon(V, L_z)$ para $A^{(2)}(V, L_z)$ para seis valores de L_z .

Retornemos al caso general, en el cual el haz de lectura incidente es elípticamente polarizado.

Para recuperar la información codificada en birrefringencia modulada, se coloca a la salida del cristal un polarizador lineal P_2 orientado con su eje de transmisión formando un ángulo β con respecto al eje x . La amplitud A_S transmitida por el polarizador P_2 se halla

multiplicando la matriz de Jones $\mathcal{P}(\beta)$ del polarizador P_2 por el vector expresado en la Ec. (III.29) y resulta:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_s(x, V, L_z, \beta) &= \mathcal{P}(\beta) \cdot \begin{pmatrix} A'_x(x) \\ A'_y(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos^2 \beta & \cos \beta \cdot \text{sen} \beta \\ \cos \beta \cdot \text{sen} \beta & \text{sen}^2 \beta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A'_x(x) \\ A'_y(x) \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \cos^2 \beta (U \cdot \cos \Delta(x) - S \cdot \text{sen} \Delta(x) \cdot e^{i\psi(x)}) + \cos \beta \cdot \text{sen} \beta (S \cdot \cos \Delta(x) - U \cdot \text{sen} \Delta(x) \cdot e^{-i\psi(x)}) \\ \cos \beta \cdot \text{sen} \beta (U \cdot \cos \Delta(x) - S \cdot \text{sen} \Delta(x) \cdot e^{i\psi(x)}) + \text{sen}^2 \beta (S \cdot \cos \Delta(x) - U \cdot \text{sen} \Delta(x) \cdot e^{-i\psi(x)}) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{III.39})$$

donde: $U = \cos \vartheta$ y $S = \text{sen} \vartheta \cdot e^{-i\xi}$. Entonces, la intensidad a la salida, inmediatamente después del cristal y transmitida a través del polarizador, resulta:

$$\begin{aligned} I_s(x, V, L_z, \beta) &= \mathbf{A}_s(x, V, L_z, \beta) \cdot [\mathbf{A}_s(x, V, L_z, \beta)]^* = \\ &= \cos^2 \beta \cdot (U^2 \cdot \cos^2 \Delta + S \cdot S^* \cdot \text{sen}^2 \Delta - U \cdot S \cdot \text{sen} \Delta \cdot \cos \Delta \cdot e^{i\psi} - U \cdot S^* \cdot \text{sen} \Delta \cdot \cos \Delta \cdot e^{-i\psi}) \\ &+ \text{sen}^2 \beta \cdot (S \cdot S^* \cdot \cos^2 \Delta + U^2 \cdot \text{sen}^2 \Delta + U \cdot S \cdot \text{sen} \Delta \cdot \cos \Delta \cdot e^{i\psi} + U \cdot S^* \cdot \text{sen} \Delta \cdot \cos \Delta \cdot e^{-i\psi}) + \\ &+ \cos \beta \cdot \text{sen} \beta \cdot (U \cdot S \cdot \cos^2 \Delta + U^2 \cdot \text{sen} \Delta \cdot \cos \Delta \cdot e^{-i\psi} - S \cdot S^* \cdot \text{sen} \Delta \cdot \cos \Delta \cdot e^{-i\psi} - \\ &- U \cdot S^* \cdot \text{sen}^2 \Delta \cdot e^{-i\psi} \cdot e^{-i\psi} + U \cdot S^* \cdot \cos^2 \Delta + U^2 \cdot \cos \Delta \cdot \text{sen} \Delta \cdot e^{i\psi} - \\ &S \cdot S^* \cdot \cos \Delta \cdot \text{sen} \Delta \cdot e^{i\psi} - U \cdot S \cdot \text{sen}^2 \Delta \cdot e^{i\psi} \cdot e^{i\psi}) \end{aligned} \quad (\text{III.40})$$

donde: $\Delta = \Delta(x, V, L_z)$, $\psi = \psi(x, V)$ están dados por las Ecs. (III.31) y (III.32) y S^* es el complejo conjugado de S .

En el caso que incida sobre el cristal luz de lectura horizontalmente polarizada, $U = 1$, $S = S^* = 0$ y la Ec. (III.40) se reduce a:

$$I_s(x, V, L_z, \beta) = \frac{1}{2} (1 + \cos(2 \cdot \Delta(x, V, L_z))) \cdot \cos(2\beta) + \text{sen}(2 \cdot \Delta(x, V, L_z)) \cdot \text{sen}(2\beta) \cdot \cos(\psi(x, V)) \quad (\text{III.41})$$

Mientras que cuando incide luz verticalmente polarizada, $U = 0$, $S = S^* = 1$ y se reduce a:

$$I_s(x, V, L_z, \beta) = \frac{1}{2} (1 - \cos(2 \cdot \Delta(x, V, L_z))) \cdot \cos(2\beta) - \text{sen}(2 \cdot \Delta(x, V, L_z)) \cdot \text{sen}(2\beta) \cdot \cos(\psi(x, V)) \quad (\text{III.42})$$

A partir de ahora, nos limitaremos a considerar este último caso. La intensidad a la salida del cristal y transmitida a través del polarizador, es conveniente re-escribirla como:

$$I_s(x, V, L_z, \beta) = \left[I_s^{(1)}(L_z, \beta) \cdot t(x) + I_s^{(2)}(V, L_z, \beta) \cdot t\left(x \pm \frac{d}{2}\right) \right] \quad (\text{III.43})$$

donde para una red binaria se cumple: $|t(x)|^2 = t(x)$ y además:

$$I_s^{(1)}(L_z, \beta) = \frac{1}{2} [1 - \cos(2\rho L_z) \cdot \cos(2\beta) - \sin(2\rho L_z) \cdot \sin(2\beta)] \quad (\text{III.44})$$

$$I_s^{(2)}(V, L_z, \beta) = \frac{1}{2} [1 - \cos 2(\Delta(V, L_z)) \cdot \cos(2\beta) - \sin 2(\Delta(V, L_z)) \cdot \sin(2\beta) \cdot \cos(\psi(V))]$$

Finalmente, la distribución luminosa de entrada ha sido decodificada por el haz de lectura como una distribución luminosa $I_s(x, \beta)$, donde el parámetro β gobierna el contraste.

III.5.1 Plano Imagen

Para verificar el control que el parámetro β ejerce sobre el contraste de salida, se analizará la distribución de intensidad en el plano imagen del cristal en función de la rotación del polarizador P_2 cuando incide luz verticalmente polarizada.

Para encontrar el valor de β para el cual el polarizador P_2 bloqueará el estado (1)

deben imponerse las condiciones: $\frac{dI_s^{(1)}(\beta)}{d\beta} = 0$ y $\frac{d^2 I_s^{(1)}(\beta)}{d\beta^2} < 0$ y se obtiene :

$$\beta = \beta_1 = \frac{1}{2} \tan^{-1} [\tan(2\Delta_1) \cdot \cos \psi_1] = \rho L_z \quad (\text{III.45})$$

entonces $I_s^{(1)}(L_z, \beta_1) = 0$ y la distribución de intensidad en el plano imagen del cristal (ver Ecs.(III.43) y (III.44)) es:

$$I_s(x, V, \beta)_{\beta=\beta_1} = I_s^{(2)}(V, \beta_1) \cdot t\left(x \pm \frac{d}{2}\right) \quad (\text{III.46})$$

Esta distribución reproduce la red de Ronchi de la entrada pero con contraste inverso. Si el polarizador P_2 se rota en sentido anti-horario desde $\beta=\beta_1$, se logra en la salida una distribución uniforme (contraste nulo), cuando las intensidades transmitidas para ambos estados de polarización coinciden. Es decir, cuando se cumple que $I_s^{(1)}(L_z, \beta) = I_s^{(2)}(V, L_z, \beta)$. Esta condición se obtiene para el ángulo:

$$\beta_2(V, L_z) = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[\frac{\cos(2\rho L_z) - \cos(2\Delta(V, L_z))}{\sin(2\Delta(V, L_z)) \cdot \cos(\psi(V)) - \sin(2\rho L_z)} \right] \quad (\text{III.47})$$

La distribución de intensidad transmitida por el polarizador P_2 , en $\beta_2(V, L_z)$, es:

$$I_s(x, V, L_z, \beta) \Big|_{\beta=\beta_2(V, L_z)} = I_s^{(1)}(L_z, \beta_2(V, L_z)) = I_s^{(2)}(V, L_z, \beta_2(V, L_z)) = \text{constante} \quad (\text{III.48})$$

Si se continúa rotando el polarizador en el mismo sentido, aumenta la luz transmitida correspondiente al estado (1), mientras disminuye la correspondiente al estado (2). El mínimo de luz transmitida del estado (2) se logra para $\beta = \beta_3(V, L_z)$ dado por:

$$\beta_3(V, L_z) = \frac{1}{2} \tan^{-1} [\tan(2\Delta(V, L_z)) \cdot \cos \psi(V)] \quad (\text{III.49})$$

En este caso, la distribución de intensidad resulta:

$$I_s(x, V, L_z, \beta) \Big|_{\beta=\beta_3(V)} = I_s^{(1)}(L_z, \beta_3(V)) \cdot t(x) + I_s^{(2)}_{\min}(V, L_z, \beta_3(V)) \cdot t\left(x \pm \frac{d}{2}\right) \quad (\text{III.50})$$

Si $I_s^{(1)}(L_z, \beta_3(V)) \gg I_s^{(2)}_{\min}(V, L_z, \beta_3(V))$ se obtiene una red de contraste directo (desfasada $d/2$ respecto a la obtenida para $\beta_1 = \rho L_z$). En particular, si la luz emergente de las regiones no iluminadas en el registro está linealmente polarizada, entonces $I_s^{(2)}_{\min}(V, L_z, \beta_3(V)) = 0$ y la Ec. (III.50) se reduce a:

$$I_s(x, V, L_z, \beta) \Big|_{\beta=\beta_3(V, L_z)} = I_s^{(1)}(L_z, \beta_3(V, L_z)) \cdot t(x) \quad (\text{III.50})$$

por lo cual la visibilidad en el plano de salida será máxima.

Como ya fue analizado, cuando incide luz linealmente polarizada en un cristal y se aplica la diferencia de potencial de trabajo V^0 , se obtendrá para los ángulos β_1 y β_3 , imágenes de contraste directo e invertido de máxima visibilidad. Se define la visibilidad como:

$$\gamma_s(V, L_z, \beta) = \left| \frac{I_s^{(1)}(L_z, \beta) - I_s^{(2)}(V, L_z, \beta)}{I_s^{(1)}(L_z, \beta) + I_s^{(2)}(V, L_z, \beta)} \right| \quad (\text{III.51})$$

donde: $I_s^{(1)}(L_z, \beta)$, $I_s^{(2)}(V, L_z, \beta)$ están dados por la Ec. (III.44).

En la Tabla III.4 se presentan los estados de polarización incidentes, emergentes, las curvas de visibilidad teóricas así como resultados experimentales para las orientaciones β_1 , β_2 y β_3 del polarizador P_2 . Estos resultados corresponden a un cristal de 3 mm de espesor y una diferencia de potencial de 7 kV.

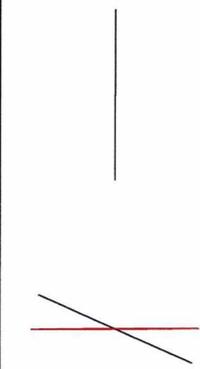
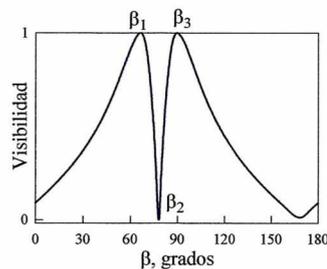
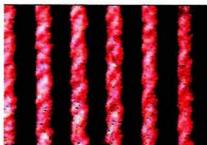
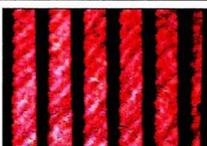
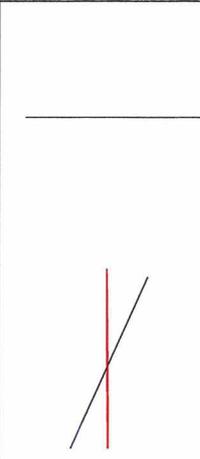
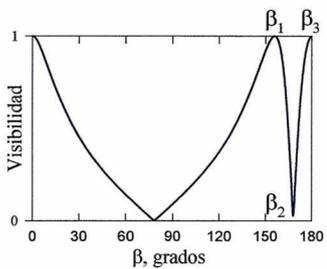
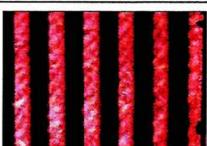
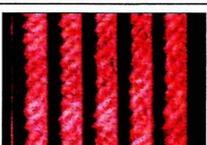
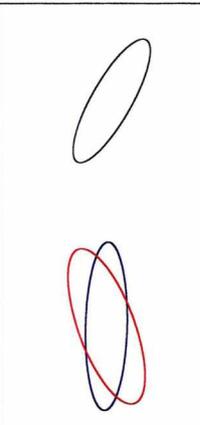
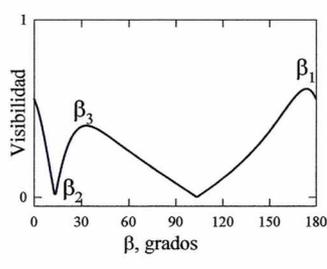
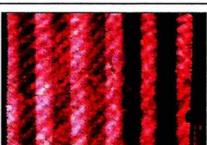
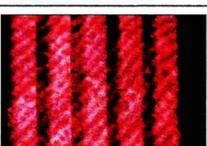
Cuando el haz de lectura está elípticamente polarizado es posible, para una dada diferencia de potencial aplicada, obtener a la salida, dos estados de polarización con elipticidades semejantes. Sin embargo, las imágenes reconstruidas tendrán una visibilidad reducida como se ve en la Tabla III.4. Asimismo, se observa que si la polarización incidente es lineal, independientemente de su orientación, la visibilidad para los ángulos β_1 y β_3 será la misma. En particular, si $V^0 \approx 7$ kV, la visibilidad será máxima, como se observa en la Tabla III.4.

En la Tabla III.5. se muestran las curvas de intensidad teóricas $I_s^{(1)}(\beta)$ e $I_s^{(2)}(\beta)$, la respectiva curva de visibilidad teóricas $\gamma_s(\beta)$ (definida por la Ec. (III.51)) para cristales de 3 y 6mm de espesores, respectivamente y un voltaje aplicado $V=V^0 \sim 7$ kV. Como se mostró en la Tabla III.3, para el valor $V=V^0 \sim 7$ kV y para los espesores anteriores, los dos estados de polarización emergentes son lineales. Para el caso, $L_z = 3$ mm, $V = V^0 \sim 7$ kV, resulta $\beta_1 = 66^\circ$, $\beta_2 = 78^\circ$ y $\beta_3 = 90^\circ$, mientras que si el espesor es de 6mm, los valores angulares son: $\beta_1 = 132^\circ$, $\beta_2 = 156^\circ$ y $\beta_3 = 180^\circ$. Nótese que el desfase $\Delta\beta = \beta_3 - \beta_1$ para el espesor de 3mm vale $\Delta\beta = 24^\circ$ mientras que para el espesor de 6 mm duplica su valor: $\Delta\beta = 48^\circ$. El desfase entre las curvas $I_s^{(1)}(\beta)$ e $I_s^{(2)}(\beta)$ coincide con el valor $\Delta\beta = \beta_3 - \beta_1$. Entonces podemos concluir que se duplica el desfase entre las curvas $I_s^{(1)}(\beta)$ e $I_s^{(2)}(\beta)$ con cristales de 6mm de espesor con respecto a los de 3mm.

Las imágenes de la red en β_3 será de contraste invertido con respecto a la obtenida en β_1 .y en ambos casos con la máxima visibilidad. Se comprueba así, una situación equivalente en las posiciones β_1 y β_3 del polarizador P_2 . En $\beta = \beta_2$, $I_s^{(1)}(\beta) = I_s^{(2)}(\beta)$, (intersección de las curvas de intensidad) y la visibilidad es nula.

En la Tabla III.6. se muestran las curvas de visibilidad $\gamma_s(\beta)$ y resultados experimentales para el espesor de 3mm y las diferencias de potencial $V = 5, 7, 9$ kV. Se pueden observar la asimetría de las curvas de visibilidad y el corrimiento de fase entre las curvas que representan la intensidad de los estados de polarización (1) y (2) para los casos $V = 5$ kV y $V = 9$ kV. Mientras, que para $V^0 \sim 7$ kV, las curvas son totalmente simétricas y los dos picos de visibilidad son máximos. En cambio, para valores de diferencias de potencial diferentes de V^0 , el estado de polarización (2) es elíptico ($I_s^{(2)}(\beta_3(V)) \neq 0$) y aunque se pueden obtener redes de contraste directo e inverso, no son equivalentes.

Tabla III.4: Inversión de contraste para un haz de lectura verticalmente, horizontalmente y elípticamente polarizado ($L_z = 3\text{mm}$, $V = 7\text{kV}$)

	ESTADO DE POLARIZACIÓN	CURVAS DE VISIBILIDAD TEÓRICAS	β	RESULTADOS EXPERIMENTALES
ESTADO DE POLARIZACIÓN INCIDENTES			β_1	
			β_2	
			β_3	
ESTADOS DE POLARIZACIÓN EMERGENTES			β_1	
			β_2	
			β_3	
ESTADO DE POLARIZACIÓN INCIDENTE			β_1	
			β_2	
			β_3	

— $I_n(x) = I_0$ (estado (1))

— $I_n(x) = 0$ (estado (2))

Tabla III.5: Inversión de contraste para cristales de 3mm y 6mm de espesor y una diferencia de potencial aplicada de 7kV.

L_z	CURVAS DE VISIBILIDAD TEÓRICAS	β	RESULTADOS EXPERIMENTALES
3mm		β_1	
		β_2	
		β_3	
6mm		β_1	
		β_2	
		β_3	

Tabla III.6: Inversión de contraste para un cristal de 3mm de espesor y diferencias de potencial aplicadas de 5, 7 y 9 kV.

V	$L_z = 3\text{mm}$	β_1	β_2	β_3
5 kV				
7 kV				
9 kV				

III.6 Bibliografía

- III.1 J.P. Herriau, J. P. Huignard, P. Aubourg, *Some polarization properties of volume holograms in $Bi_{12}SiO_{20}$ crystals and applications*, Appl. Opt. **17**, 1851 (1978).
- III.2 A.G. Apostolidis, *Polarization properties of phase volume gratings recorded in a $Bi_{12}SiO_{20}$ crystal for two transverse configuration*, Springer Proc. in Phys. **18**, 324 (1987).
- III.3 A. Marrakchi, R.V. Johnson, and A.R. Tanguay Jr., *Polarization properties of photorefractive diffraction in electrooptic and optically active sillenite crystals (Bragg regime)*, J. Opt. Soc. Am. B **3**, 321 (1986).
- III.4 S. Mallick, D. Rouède and A.G. Apostolidis, *Efficiency and polarization of photorefractive diffraction in a $Bi_{12}SiO_{20}$ crystal*, J. Opt. Soc. Am. B, **4**, 1247 (1987).

- III.5 A.G. Apostolidis, S. Mallik, D. Rouède, J.P. Herriau and J.P. Huignard, *Polarization properties of phase gratings recorded in a Bi₁₂SiO₂₀ crystal*, Opt. Commun. **56**, 73 (1985).
- III.6 M. Tebaldi and N. Bolognini, *Experiments with an optical converter*, European Journal of Physics, **17**, 236 (1996).
- III.7 P. Yeh, "Introduction to photorefractive nonlinear optics", John Wiley & Sons, Inc., New York, (1993).
- III.8 F. Vachss and L. Hesselink, *Measurement of the electrogyratory and electrooptic effects*. Opt. Commun. **62**, 159 (1987).
- III.9 M. Tebaldi, M. C. Lasprilla N. Bolognini *Analysis and applications of birefringence encoded images*. (Enviado a publicación)
- III.10 M. Henry, Tesis Doctoral, *Propriétés opto-electroniques de l'oxide de bismuth silicium, photoconductivité, effect electro-optique, photorefringence*, Univ. Pierre et Marie Curie, Paris (1984).
- III.11 L. Angel, M. Tebaldi, R. Henao, A. Tagliaferri, M. Trivi, N. Bolognini, R. Torroba, *Phase-stepping technique with an electro-optic crystal in digital speckle pattern interferometry*, Opt. Commun., **149**, 235 (1998)
- III.12 R.C. Jones, *A new calculus for the treatment of optical systems I Description and discussion of the calculus and II Proff of three general equivalence theorems, III The Sohncke Theory of Optical activity* J. Op. Soc. Am., **31**, 488 (1941).
- III.13 R.C. Jones, *A new calculus for the treatment of optical systems VI*, J. Op. Soc. Am., **32**, 486 (1942).
- III.14 P. Günter and J.P. Huignard, *Optical Processing using wave mixing in photorefractive crystals*, Photorefractive Materials and Their Applications II: Topics in Applied Physics", Eds. P. Günter y J.P. Huignard, Vol. 62, Springer-Verlag, Berlin (1988).
- III.15 A. Marrakchi, A.R. Tanguay, Jr., J. Yu and D. Psaltis, *Physical characterization of the photorefractive incoherent-to-coherent optical converter*, Opt. Eng., **24**, 124 (1985).

- III.16 J. Yu, D. Psaltis, A. Marrakchi, A. Tanguay. Jr., R. Johnson, *The photorefractive incoherent to coherent optical converter*, Photorefractive Materials and Their Applications II: Topics in Applied Physics, Eds. P. Günter and J.P. Huignard, Vol.62, Springer-Verlag, Berlin (1988).
- III.17 P. Petrov, S. I. Stepanov and A.V. Khomenko, "Photorefractive crystals in coherent optical systems", Springer Verlag, Berlin (1991).
- III.18 M. Tebaldi, M. C. Lasprilla, N. Bolognini, *Optimización de la reconstrucción de imágenes binarias registradas en un cristal BSO*, Anales AFA, 7, 43 (1997).

CAPÍTULO IV

Implementación fotorrefractiva de los efectos Lau y Talbot

IV.1 Introducción

Desde el siglo pasado, se conoce que una red (1-D) de baja frecuencia espacial iluminada normalmente por un haz colimado de luz monocromática genera, sin necesidad de ningún elemento óptico, una secuencia de imágenes cuyas igualmente espaciadas a lo largo de la dirección de propagación de la radiación incidente, denominadas autoimágenes. Este fenómeno, descubierto por Talbot^[IV.1] no es acromático y al iluminar una red con radiación espacialmente coherente pero policromática, las autoimágenes correspondientes a cada longitud de onda estarán localizadas en posiciones diferentes.

Lord Rayleigh^[IV.2] explicó este fenómeno en términos de la interferencia entre los haces de luz difractados por una red lineal cuando se ilumina con una onda plana monocromática. También demostró la periodicidad longitudinal del campo difractado por la red y obtuvo la expresión analítica para la separación entre las autoimágenes sucesivas de una red 1-D.

La condición necesaria y suficiente para la periodicidad longitudinal del campo difractado por un objeto, fue establecida por Montgomery^[IV.3] y limita las regiones donde se permite que el espectro de Fourier del objeto sea no nulo, a un conjunto de anillos concéntricos cuyos radios varían con la raíz cuadrada de los números naturales. Las redes representan el subconjunto más importante de los objetos de Montgomery. Los patrones de difracción de Fresnel situados entre los planos de autoimágenes han sido también estudiados^[IV.4, IV.5].

En 1948, Lau^[IV.6] descubrió un fenómeno, estrechamente relacionado con el anterior que involucra el uso de redes del mismo período e iluminadas con una fuente de luz extensa. Este efecto al igual que el efecto Talbot no es acromático^[IV.7]. La primera red actúa como fuente incoherente codificada linealmente, mientras la segunda lo hace como transparencia objeto. Para cierta distancia entre ambas y sus múltiplos se obtiene, en el plano focal de una lente situada a continuación de las redes, un patrón de franjas semejante a una autoimagen de la red objeto.

Es de destacar que los sistemas ópticos que trabajan con luz incoherente exhiben una mejor relación señal-ruido que los sistemas coherentes convencionales. Asimismo, poseen una menor exigencia en cuanto a estabilidad y una mayor flexibilidad, en principio, respecto al tipo de fuentes luminosas utilizadas.

Varios autores han intentado describir conjuntamente el efecto Talbot y Lau^[IV.8, IV.9]. De hecho ambos efectos son el resultado del acoplamiento existente entre las periodicidades lateral y axial de un campo de ondas electromagnéticas. Esta conexión es, en realidad, más general: si la intensidad mutua de un campo parcialmente coherente y cuasimonocromático es periódica lateralmente en la coordenada media ó en la coordenada diferencia, entonces lo es también longitudinalmente^[IV.10]. Este resultado proporciona un marco conceptual general que ha permitido describir los efectos Talbot y Lau de una manera unificada^[IV.11].

En este Capítulo se demostrará que es posible controlar el contraste de las imágenes de Talbot y las franjas de Lau reconstruidas en la etapa de lectura, a partir de una red registrada como variación de birrefringencia en un cristal fotorrefractivo^[IV.12-IV.14].

IV.2 Efecto Talbot.

IV.2.1 Formación de autoimágenes

Considerese una transparencia objeto, cuya transmitancia en amplitud $t(x, y)$, es iluminada por una onda monocromática que incide normalmente en ella. Se supone que la amplitud de la onda es unitaria y de longitud de onda λ . Asimismo, se asume la ausencia de aberraciones y por simplicidad se consideran objetos con dimensiones espaciales infinitas.

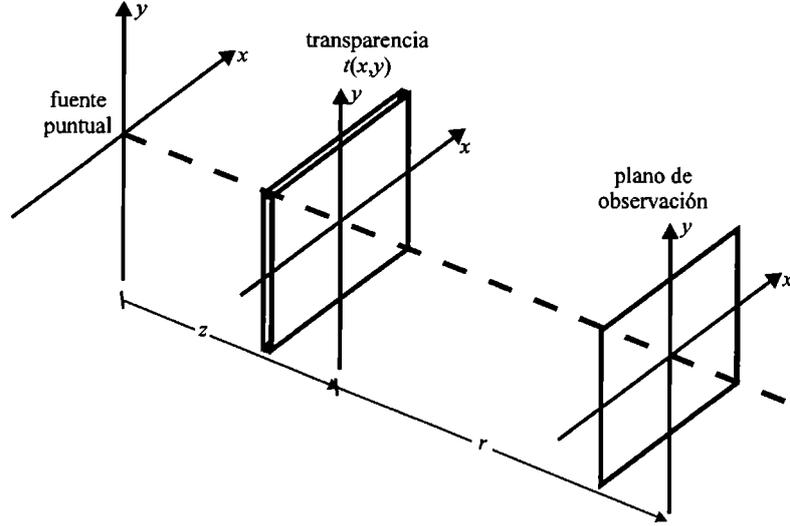


Figure IV.1: Notación y esquema empleado para el cálculo de la distribución de amplitud

El patrón de difracción de Fresnel de la transparencia, sobre un plano genérico, situado a una distancia r de ella (ver Figura IV.1) se puede expresar^[IV.15]:

$$U_r(x, y) = \frac{\exp(ikr)}{M} \exp\left(ik \frac{x^2 + y^2}{2(z+r)}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{t}(u, v) \exp[-i\pi(u^2 + v^2)\lambda a] \exp\left(i2\pi \frac{ux + vy}{M}\right) dudv \quad (\text{IV.1})$$

donde $k = 2\pi/\lambda$ es el número de onda, las coordenadas cartesianas (x, y) están relacionadas con las frecuencias espaciales (u, v) por $x = -\lambda zu$ y $y = -\lambda zv$ y se define:

$a = \frac{zr}{z+r}$ y $M = \frac{z+r}{z}$ cuyo valor caracteriza de manera unívoca cada patrón de difracción de Fresnel de la transparencia. El parámetro a fija el perfil del patrón, mientras que el parámetro M , caracteriza el aumento con el que se obtiene dicha distribución.

Si se supone que la transparencia es iluminada por una onda plana monocromática, entonces $z \rightarrow \infty$ con lo cual $a = r$ y $M = 1$ (todas las distribuciones tienen la misma escala). Para esta situación, la distribución de amplitud del patrón de Fresnel de la transparencia que se localiza a una distancia r de aquella, resulta:

Si se supone que la transparencia es iluminada por una onda plana monocromática, entonces $z \rightarrow \infty$ con lo cual $a = r$ y $M = 1$ (todas las distribuciones tienen la misma escala). Para esta situación, la distribución de amplitud del patrón de Fresnel de la transparencia que se localiza a una distancia r de aquella, resulta:

$$U_r(x, y) = \exp(ikr) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{t}(u, v) \exp[-i\pi(u^2 + v^2)\lambda a] \exp[i2\pi(ux + vy)] dudv \quad (\text{IV.2})$$

Esta ecuación puede re-escribirse:

$$U_r(x, y) = \exp(ikr) \cdot t_a(x, y) \quad (\text{IV.3})$$

donde se defina t_a como la distribución de amplitud de difracción de Fresnel de índice a de la transparencia $t(x, y)$. El interés ahora es especificar bajo qué condiciones la distribución

de amplitud $U_r(x,y)$ en un plano situado a una distancia r de la transparencia $t(x,y)$, es precisamente su réplica. Según la Ec. (IV.3), esto ocurre si se verifica que la función de transferencia para la propagación libre, toma el mismo valor para todas las frecuencias (u,v) en las que el espectro de Fourier de la transparencia es no nulo. Es decir, si se satisface que:

$$\exp[-i\pi(u^2 + v^2)\lambda a] = C \quad (IV.4)$$

cuando $\tilde{t}(u,v) \neq 0$, siendo C una constante compleja de módulo unidad. En este caso $t_a(x,y)$ se reduce a:

$$t_a(x,y) = C \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{t}(u,v) \exp[i2\pi(ux + vy)] du dv = C \cdot t(x,y) \quad (IV.5)$$

y en el plano considerado se tiene una réplica del objeto, en general, en escala.

El exponencial de la Ec. (IV.4) es una función periódica en $\rho^2 = u^2 + v^2$ de período:

$$T = \frac{2}{\lambda|a|} \quad (IV.6)$$

Entonces, para que se cumpla la Ec. (IV.5), el espectro de Fourier de la transparencia debe tomar valores no nulos únicamente en una serie de anillos, cuyos radios son equidistantes en ρ^2 [IV.15]. Al período T se lo iguala a $1/d^2$, siendo d una constante positiva con dimensiones de longitud, cuyo valor inverso se denomina frecuencia fundamental del objeto de Montgomery.

Así, un objeto de Montgomery tiene una transformada de Fourier discreta, constituida, por una serie de anillos cuya separación en ρ^2 es $1/d^2$. Las frecuencias espaciales (u, v) contenidas en el j -ésimo anillo, de radio ρ_j , satisfacen la relación [IV.15]:

$$u^2 + v^2 = \rho_j^2 = \rho_1^2 + \frac{j-1}{d^2}, \quad j = 1, 2, 3, \dots \quad (IV.7)$$

donde ρ_1 es el radio del primer anillo. Para que la función $\exp[-i\pi(u^2 + v^2)\lambda a]$ tome valores sobre estos anillos (donde la transformada puede ser no nula) para un mismo valor C , es necesario y suficiente que su período ó un número entero (Q) de ellos coincida con el de su transformada. Es decir, $QT = \frac{1}{d^2}$. Al sustituir este valor de T y el considerar que se

ilumina con una onda plana $r = a$, resulta:

$$r = 2Q \frac{d^2}{\lambda} = Q z_T, \quad Q = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (\text{IV.8})$$

Entonces, los planos de autoimagen de un objeto de Montgomery de frecuencia fundamental $1/d$, son los planos de Fresnel correspondientes a un múltiplo entero de veces la cantidad $z_T = 2d^2/\lambda$ que se denomina distancia de Talbot.

Osea que, el campo difractado por un objeto de Montgomery, iluminado por una onda plana, es periódico en la dirección de propagación de ésta y su período es igual a la separación entre dos autoimágenes sucesivas: es decir, es igual a la distancia de Talbot z_T . Los patrones de Fresnel se caracterizan mediante un parámetro q definido por la relación:

$$r = (Q + q)z_T = 2(Q + q) \frac{d^2}{\lambda} \quad (\text{IV.9})$$

donde Q es un número entero y $0 \leq q < 1$ (si $q = 0$ se obtiene una autoimagen).

Según la Ec. (IV.9) y para iluminación de onda plana, la distribución de amplitudes en los planos perpendiculares al eje del sistema, comprendidos entre una autoimagen cualquiera y la siguiente, se repite. Además, el patrón de Fresnel de índice q aparece siempre a una distancia $2qd^2/\lambda$ de la autoimagen que le precede. Asimismo, la separación entre los sucesivos patrones con el mismo índice q es igual a la distancia de Talbot z_T .

Del conjunto de objetos de Montgomery, tienen especial interés aquéllos para los cuales el parámetro ρ_1 de la Ec. (IV.7) es cero ($\rho_1 = 0$). En este caso, de acuerdo con la Ec. (IV.4), la constante C es igual para todas las autoimágenes y se reduce a la unidad. Además, para estos objetos, la Ec. (IV.7) se convierte en:

$$u^2 + v^2 = \rho_j^2 = \frac{j-1}{d^2}, \quad j = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{IV.10})$$

y, por tanto, su espectro de Fourier puede tomar valores no nulos solamente para aquellas frecuencias espaciales cuyos módulos valen \sqrt{j}/d , con $j=0, 1, 2, \dots$. Como en este caso el primer anillo de Montgomery ha degenerado en el punto $(0,0)$, es más conveniente expresar los radios ρ_j de los sucesivos anillos como:

$$\rho_j = \sqrt{j} \rho_1, \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{IV.11})$$

Esta condición se toma, en general, como necesaria y suficiente para que el objeto exhiba autoimágenes. Para el patrón de Fresnel de índice $Q + q$ de uno de estos objetos, la función de transferencia (IV. 4) se reduce a:

$$\exp\left[-i\pi(u^2 + v^2)\lambda(Q + q)z_T\right] = \exp(-i2\pi jq), \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{IV.12})$$

Un ejemplo de objetos de Montgomery son las redes de Ronchi cuya transmitancia en amplitud esta dada por:

$$t(x) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{\text{sen}\left(\frac{\pi m}{2}\right)}{\pi m} \exp\left(i2\pi m \frac{x}{d}\right) = \frac{1}{2} + 2 \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{\text{sen}\left(\frac{\pi m}{2}\right)}{\pi m} \cos\left(2\pi m \frac{x}{d}\right) \quad (\text{IV.13})$$

En este caso, el patrón de Fresnel de índice q resulta:

$$t_q(x) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{\text{sen}\left(\frac{\pi m}{2}\right)}{\pi m} \exp(-i2\pi m^2 q) \exp\left(i2\pi m \frac{x}{d}\right) \quad (\text{IV.14})$$

Este patrón equivale a una red con el mismo período que la red original, pero en general de distinto perfil. El campo difractado por un objeto periódico origina también una estructura periódica en todos los planos transversales a la dirección de propagación.

Para $q = 0$ la Ec. (IV.14) se reduce a la expresión de $t(x)$. Es decir, se trata de un plano cuya distribución de Fresnel coincide con la distribución original. Estos patrones son las imágenes de Talbot ó autoimágenes positivas de la red.

Para $q = 1/2$, resulta:

$$t_{1/2}(x) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{\text{sen}\left(\frac{\pi m}{2}\right)}{\pi m} (-1)^m \exp\left(i2\pi m \frac{x}{d}\right) = t\left(x \pm \frac{d}{2}\right) \quad (\text{IV.15})$$

Para estos patrones, la propagación libre altera en π la fase de los órdenes impares de la red. El patrón obtenido es idéntico a la red $t(x)$ excepto por un desplazamiento de medio período respecto a ésta y se denominan autoimágenes negativas.

Entre dos autoimágenes positivas existe una negativa y viceversa. Cada autoimagen negativa aparece equidistante entre dos positivas, presentando todas ellas el mismo período. Los patrones de Fresnel de una red de parámetros q y $q+1/2$ exhiben el mismo período, pero con un desplazamiento relativo de medio período.

Para $q = 1/4$, resulta:

$$t_{1/4}(x) = \frac{1}{2} - 2i \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{\text{sen}\left(\frac{\pi m}{2}\right)}{\pi m} \cos\left(2\pi m \frac{x}{d}\right) = \frac{1}{2} - i \left[t(x) - \frac{1}{2} \right] = \begin{cases} \frac{1}{2}(1-i) & \text{si } t(x)=1. \\ \frac{1}{2}(1-i)i & \text{si } t(x)=0. \end{cases} \quad (\text{IV.16})$$

Esta ecuación describe una distribución de amplitud periódica y binaria, cuyos valores están desfasados entre sí en $\pi/2$. Para $q=3/4$ se obtienen los mismos resultados,

pero con un desplazamiento lateral de medio período. Obsérvese que la visibilidad de este patrón de Fresnel es nula al ser su distribución de intensidad constante: $|t_{1/4}(x)|^2=1/2$.

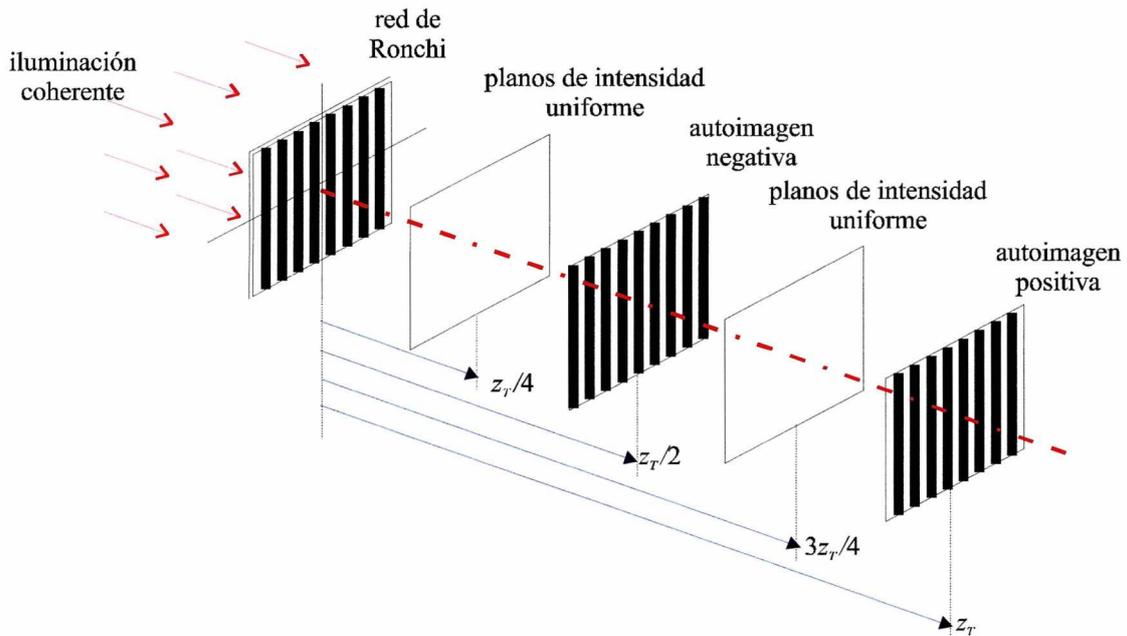


Figura IV.2: Montaje experimental del efecto Talbot convencional.

IV.2.2 Implementación fotorrefractiva del efecto Talbot

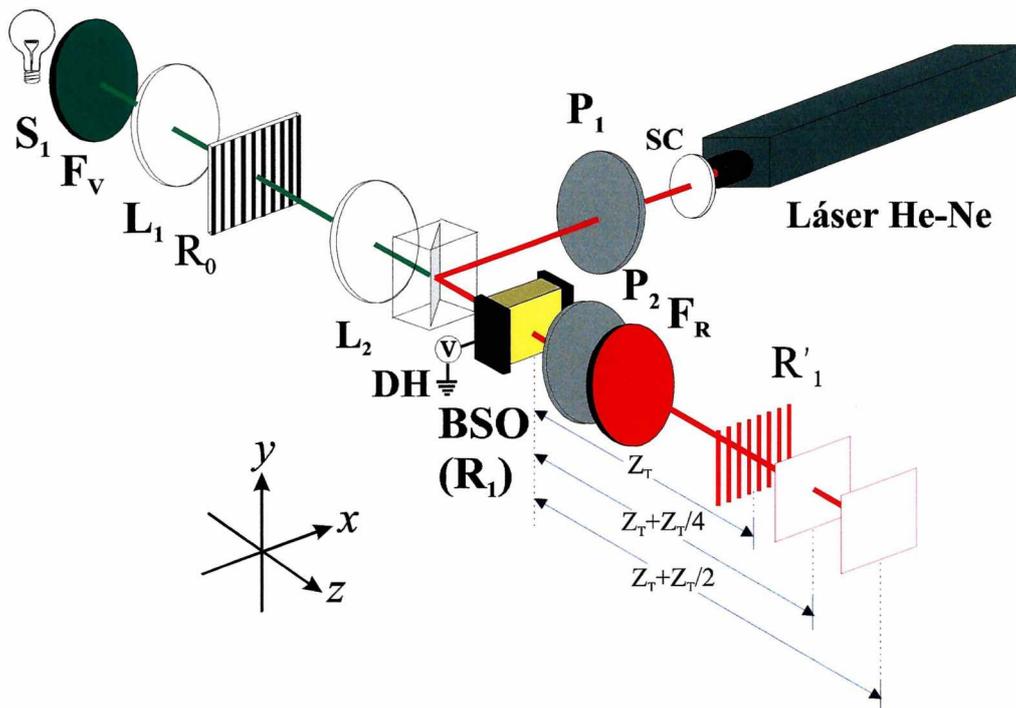


Figura IV.3: Montaje experimental empleado para la formación de autoimágenes

Todas las experiencias de autoimágenes^[IV.12, IV.13] que se describen a continuación, tienen como base el registro en un cristal fotorrefractivo de una red de Ronchi de período d y de transmitancia en amplitud $t(x)$ (dada por la Ec. (IV.13)) e indicada como R_0 en la Figura IV.3. Como ya fue detallado en el Capítulo III, la imagen de entrada queda codificanda en el cristal como variaciones de la birrefringencia inducida.

Para la lectura se emplea una onda plana, verticalmente polarizada, proveniente de un láser de He-Ne ($\lambda_R = 632,8\text{nm}$). Entones la amplitud incidente en el cristal es:

$$A^{in} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{IV.17})$$

El haz de lectura que se propaga a través del cristal, emerge modulado periódicamente en su elipticidad. Para evaluar el cambio en el estado de polarización de la luz transmitida por el cristal, deben ser considerados tanto el poder rotatorio por unidad de longitud $\rho(\lambda_R)$ cuanto la birrefringencia inducida $\delta n(x)$. Como se detalló en el Capítulo III, esto se puede sintetizar en la matriz de transferencia del cristal W_C , dada por la Ec. (III.15) y la cual esta expresada en los ejes inducidos $x'y'$.

Si se sigue el formalismo de Jones, la amplitud de la luz que emerge del cristal, en los ejes del laboratorio xy está dada por^[IV.16, IV.17]:

$$A(x) = R(-45^\circ) \cdot W_C \cdot R(45^\circ) \cdot A^{in} = \begin{pmatrix} A_x(x) \\ A_y(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\text{sen}(\Delta(x)) \cdot e^{i\psi(x)} \\ \text{cos}(\Delta(x)) \end{pmatrix} \quad (\text{IV.18})$$

donde: $R(45^\circ)$ representa la matriz de rotación del sistema de coordenadas de laboratorio xy al de ejes inducidos $x'y'$ mientras $R(-45^\circ)$ es la matriz de rotación del sistema de coordenadas $x'y'$ a xy y los parámetros Δ y ψ estan definidos por las Ec. (III.16).

Como se observa en el esquema experimental de la Figura IV.3 a la salida del cristal se coloca el polarizador P_2 orientado con su eje de transmisión formando un ángulo β con respecto al eje- x . En este caso, la amplitud del haz de lectura a través del polarizador P_2 , en $z \sim 0$, es:

$$\begin{aligned} A^s(x, \beta) &= A_x(x) \cdot \text{cos} \beta + A_y(x) \cdot \text{sen} \beta = \\ &= \left[A_x^{(1)} \cdot t(x) + A_x^{(2)} \cdot t\left(x \pm \frac{d}{2}\right) \right] \cdot \text{cos} \beta + \left[A_y^{(1)} \cdot t(x) + A_y^{(2)} \cdot t\left(x \pm \frac{d}{2}\right) \right] \cdot \text{sen} \beta \end{aligned} \quad (\text{IV.19})$$

donde: $A_x^{(j)} = -\text{sen } \Delta_j \cdot e^{i\psi_j}$ y $A_y^{(j)} = \text{cos } \Delta_j$, ($j=1, 2$ se refiere a δn_1 y δn_2 respectivamente, ver Ec. (III.25)) y

$$\varphi_j = \frac{2\pi}{\lambda} \delta n_j; \quad \Delta_j = L_z \sqrt{\rho^2 + \frac{\varphi_j^2}{4}}; \quad \psi_j = \text{arctg} \left(\frac{\varphi_j}{2\rho} \right) \quad (\text{IV.20})$$

Nótese en la Ec. (IV.19) que las amplitudes A_x y A_y se escriben en términos de las amplitudes asociadas con los estados de polarización denominados estado (1) y estado (2), cuya elipticidad y orientación dependerá de los parámetros del cristal así como de la diferencia de potencial aplicado.

Así, la distribución en amplitud de la difracción de Fresnel $A_q^s(x, \beta)$ en un plano $z=(Q+q)z_T$ ($Q=1,2,3\dots$) resulta de la superposición coherente de los campos difractados asociados con los dos estados de polarización emergentes:

$$A_q^s(x, \beta) = \left[A_x^{(1)} \cdot \text{cos } \beta + A_y^{(1)} \cdot \text{sen } \beta \right] \cdot t_q(x) + \left[A_x^{(2)} \cdot \text{cos } \beta + A_y^{(2)} \cdot \text{sen } \beta \right] \cdot t_q \left(x \pm \frac{d}{2} \right) \quad (\text{IV.21})$$

donde $t_q(x)$ representa el patrón de Fresnel de índice q de la red y para el caso particular de una red de Ronchi está dado por la Ec. (IV.14).

Entonces, la distribución de intensidad que emerge del polarizador P_2 es:

$$I_q^s(x, \beta) = A_q^s(x, \beta) \cdot \left[A_q^s(x, \beta) \right]^* \quad (\text{IV.22})$$

De esta forma, la distribución de entrada bajo iluminación incoherente, $I(x)$, se convierte en una salida bajo iluminación coherente, $I_q^s(x, \beta)$.

IV.3 Efecto Lau

El efecto Talbot requiere el empleo de una fuente de luz de alta coherencia espacial. Así, por ejemplo, las autoimágenes de una estructura periódica desaparecen cuando se aumentan las dimensiones laterales de la fuente que la ilumina. Sin embargo, se pueden obtener patrones de franjas semejantes a las autoimágenes iluminando la red objeto con una fuente extensa convenientemente codificada. De este modo, empleando dos redes unidimensionales, de amplitud, idénticas, orientadas paralelamente y separadas una determinada distancia, que depende del período de las redes y de la longitud de onda incidente, se obtienen, en el infinito, franjas rectilíneas de alto contraste^[IV.18]. La primera red de este dispositivo actúa como fuente incoherente codificada linealmente, mientras que

la segunda lo hace como transparencia objeto. Este fenómeno de difracción se conoce como efecto Lau.

Se han dado diferentes explicaciones para la formación de franjas de Lau. Estas interpretaciones se han basado en: la teoría de la difracción^[IV.19], la teoría de la coherencia^[IV.20], la Función de Transferencia Óptica del sistema^[IV.21], las funciones de Walsh^[IV.22], las propiedades de un interferómetro de doble red^[IV.23, IV.24], la utilización de una representación dual espacio-fase ó de autoimágenes^[IV.25]. Desde este último punto de vista, para obtener franjas de Lau, es necesario conseguir la superposición en consonancia, en un plano, de múltiples versiones incoherentes de alguna autoimagen de la red objeto. Esta perspectiva será la que nosotros consideraremos ya que pone claramente de manifiesto la estrecha relación que existe entre el efecto Talbot y el efecto Lau. Además muestra cómo el fenómeno de autoimágenes determina las características de los dispositivos de doble red, tanto para iluminación coherente cuanto incoherente.

Jahns y Lohmann^[IV.19] aplicaron la teoría escalar de la difracción para demostrar que la distribución de intensidad en el experimento de Lau puede ser interpretada como la correlación entre la distribución de intensidad de la primera red ó red fuente, con el módulo cuadrado del patrón de Fresnel de la segunda red ó red objeto:

$$I(x, y) = \left(\frac{1}{M \cdot M^*} \right)^2 \left\{ \left| f_q \left(\frac{x}{M}, \frac{y}{M} \right) \right|^2 \otimes I_S \left(\frac{x}{M^*}, \frac{y}{M^*} \right) \right\} \quad (IV.23)$$

donde $M = \frac{z+r}{z}$ (ver Figura IV.1), $M^* = M - 1 = \frac{r}{z}$ y \otimes denota la operación de correlación.

Supondremos que la fuente está compuesta por un número finito de líneas emisoras de ancho infinitesimal y de longitud Ω , equidistantes entre sí y dispuestas paralelas al eje y . La distribución de intensidad normalizada, $I_S(x, y)$ de esta fuente es:

$$I_S(x, y) = \frac{1}{(2L+1) \cdot \Omega} \sum_{j=-L}^L \delta(x - jd') \cdot \text{rect} \left(\frac{y}{\Omega} \right) \quad (IV.24)$$

donde L es un número natural, d' es la separación entre líneas fuente sucesivas, y la función $\text{rect}(y)$ es no nula (e igual a uno) únicamente cuando $|y| \leq \Omega/2$. Obsérvese que esta ecuación representa una red lineal de extensión finita. Considérese ahora que el objeto es una red 1-D de período d , con sus líneas paralelas al eje y . En este caso, de acuerdo con la Ec. (IV.13), se tiene:

$$t(x, s) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} c_m(s) \exp\left(i2\pi m \frac{x}{d}\right) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{s}{2} \operatorname{sen} c(\pi m s) \exp\left(i2\pi m \frac{x}{d}\right) \quad (\text{IV.25})$$

donde $c_m(s) = \frac{s}{2} \operatorname{sen} c(\pi m s)$. El patrón de Fresnel de la red objeto que se localiza en el plano de observación, a una distancia R de ella, se puede caracterizar, como en la Ec. (IV.9), por un índice $Q+q$. De este modo, según la Ec. (IV.14), se tiene:

$$t_q(x, s) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} c_m(s) \exp(-i2\pi m^2 q) \exp\left(i2\pi m \frac{x}{d}\right) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} c'_m(s) \exp\left(i2\pi m \frac{x}{d}\right) \quad (\text{IV.26})$$

donde $c'_m(s) = c_m(s) \exp(-i2\pi m^2 q)$.

Para esta situación y teniendo en cuenta que $f(x) \otimes \delta(x-a) = f(x+a)$, la Ec.(IV.23) resulta:

$$\begin{aligned} I(x, y) &= \left(\frac{1}{M \cdot M^*}\right)^2 \left\{ \left| t_q\left(\frac{x}{M}, s\right) \right|^2 \otimes \left[\frac{1}{(2L+1) \cdot \Omega} \sum_{j=-L}^L \delta\left(\frac{x}{M^*} - jd'\right) \cdot \operatorname{rect}\left(\frac{y}{\Omega \cdot M^*}\right) \right] \right\} = \\ &= \left(\frac{1}{M \cdot M^*}\right)^2 \cdot \frac{1}{(2L+1) \cdot \Omega} \left[\left| t_q\left(\frac{x}{M}, s\right) \right|^2 \otimes \sum_{j=-L}^L \delta\left(\frac{x}{M^*} - jd'\right) \right] \cdot \left[1 \otimes \operatorname{rect}\left(\frac{y}{\Omega \cdot M^*}\right) \right] = \\ &= \left(\frac{1}{M \cdot M^*}\right)^2 \cdot \frac{1}{(2L+1) \cdot \Omega} \left[|M^*| \sum_{j=-L}^L \left| t_q\left(\frac{x}{M}, s\right) \right|^2 \otimes \delta(x - jM^* d') \right] \cdot \Omega |M^*| = \\ &= \left[\frac{1}{M^2} \cdot \frac{1}{(2L+1)} \right] \cdot \left[\sum_{j=-L}^L \left| t_q\left(\frac{x + jM^* d'}{M}, s\right) \right|^2 \right] \end{aligned} \quad (\text{IV.27})$$

Esta distribución de irradiancia se obtiene al sumar la intensidad de $2L+1$ réplicas del patrón de Fresnel de índice q (cada una generada por una de las líneas de la fuente), todas con igual aumento M y centradas en la dirección del eje x en las posiciones $x_j = -jM^* d'$.

Nótese que cada una de éstas réplicas esta generada por una de las líneas fuente. La

función $\left| t_q\left(\frac{x}{M}\right) \right|^2$ tiene período $|M|d$. Entonces, si se exige que el desplazamiento

relativo sea un múltiplo de dicho período, ó sea, $|M^* \cdot d'| = K|M \cdot d|$ con K entero, en el

plano de observación, se superpondrán en consonancia las $2L+1$ réplicas del patrón, proporcionando todas ellas, en cada punto del plano, la misma intensidad.

Así, la Ec. (IV.27) se reduce a:

$$\begin{aligned}
 I(x, y) &= \left[\frac{1}{M^2} \cdot \frac{1}{(2L+1)} \right] \cdot \left[\sum_{j=-L}^L \left| t_q \left(\frac{x + jKMd}{M}, s \right) \right|^2 \right] = \\
 &= \left[\frac{1}{M^2} \cdot \frac{1}{(2L+1)} \right] \cdot \left[\sum_{j=-L}^L \left| t_q \left(\frac{x}{M}, s \right) \right|^2 \right] = \left[\frac{1}{M^2} \right] \cdot \left| t_q \left(\frac{x}{M}, s \right) \right|^2
 \end{aligned} \tag{IV.28}$$

y por lo tanto se tiene una distribución de intensidad que es esencialmente la del patrón de Fresnel de índice q de la red. Como esta distribución se obtiene promediando la de $2L+1$ patrones, se disminuya la influencia de los pequeños defectos que puedan tener éstos, mejorando así la relación señal-ruido.

Nótese que K indica el número de períodos que desplaza cada línea fuente la réplica del patrón que genera respecto a la que genera la línea contigua.

Si las dos redes del dispositivo tienen el mismo período ($d=d'$); entonces para obtener la superposición incoherente en consonancia para el patrón de Fresnel de índice $Q+q$ de una red objeto, la separación z entre las redes objeto y fuente debe ser:

$$z = 2(Q + q) \cdot \frac{d^2}{\lambda} \tag{IV.29}$$

Entonces, variando la separación entre ambas redes, se modifica a voluntad el índice del patrón en consonancia.

En el dispositivo de Lau convencional, se obtienen franjas rectilíneas en el infinito ó en el plano focal de una lente convergente. Para ello, se iluminan con una fuente espacialmente incoherente, dos redes de amplitud unidimensionales, binarias, idénticas y separadas entre sí una determinada distancia. La primera red actúa como fuente incoherente, codificada espacialmente que ilumina a la segunda red. Así, las franjas de Lau se obtienen mediante la superposición incoherente de patrones en consonancia Ec. (IV.28), para alguna autoimagen de la red objeto localizada en el infinito.

Por último, el patrón de franjas que se obtiene al establecer la condición de consonancia para uno cualquiera de los patrones de Fresnel de la red objeto, se denominará en general, patrón de Lau. Es claro que según cual sea la visibilidad del patrón de Fresnel para el cual se establece la consonancia, así será la visibilidad del patrón de Lau resultante.

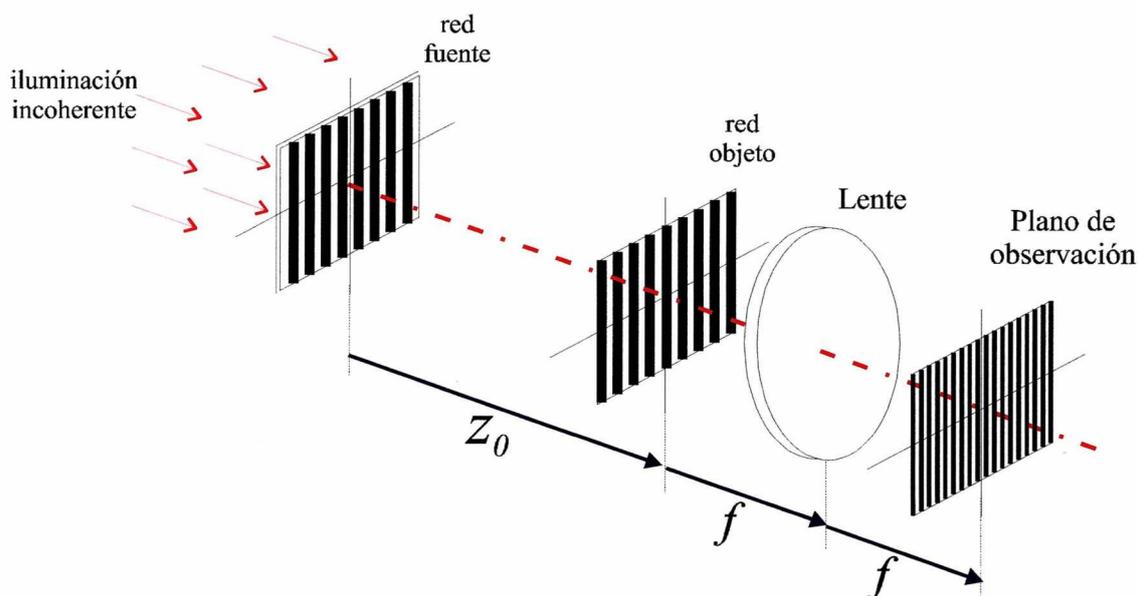


Figura IV.4: Montaje experimental del efecto Lau convencional.

Nótese que al emplear dos redes de Ronchi de amplitud con una razón $s = 0.5$, las franjas de Lau tienen contraste óptimo y perfil triangular para distancias $z_0 = \frac{n \cdot d^2}{\lambda}$ ($n = 1, 2, \dots$). El período D del patrón de franjas obtenido depende de z_0 y está dado por $D = \frac{d \cdot f}{z_0}$, donde f es la distancia focal de la lente (ver Figura IV.4).

Es de destacar que la visibilidad de las franjas del patrón decae progresivamente a medida que crece el ángulo formado entre las dos redes según se observa en la Figura IV.5:

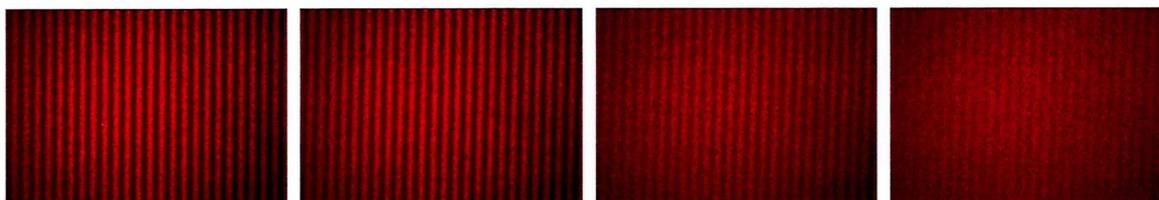


Figura IV.5: Disminución en la visibilidad de las franjas de Lau debida a la rotación de una de las redes

El dispositivo de Lau convencional posee una baja eficiencia luminosa debido a la absorción de luz que se produce en las redes de amplitud. El empleo de una red objeto de fase produce una mejora en la luminosidad del dispositivo^[IV.25].

IV.3.1 Implementación fotorrefractiva del efecto Lau

El esquema experimental de la generación de franjas de Lau al utilizar un cristal fotorrefractivo se muestra en la Figura IV.6. Para ello, se empleó un cristal BSO con el

campo eléctrico aplicado transversalmente^[IV.14]. Según ya fue analizado, la distribución de intensidad recibida por el cristal genera una distribución de campo periódica expresada por la Ec. (III.23). Y se producirá una red de birrefringencia con dos estados de polarización asociados cuando el frente de onda de reconstrucción emerge del cristal.

Para el proceso de lectura se emplea una fuente de luz blanca S_2 con un filtro F_R con su pico de transmisión en $\lambda_R = 632,8$ nm, fuera del rango de sensibilidad del cristal BSO. Asimismo, se coloca a la salida de la fuente de iluminación S_2 un polarizador lineal P_1 , de manera de obtener luz verticalmente polarizada.

Se analizarán dos configuraciones posibles y en cada caso se obtendrá la distribución de intensidad en el plano de Lau.

La primera configuración es la de la Figura IV.6 donde la red registrada en el cristal actúa como la red objeto del arreglo de Lau convencional.

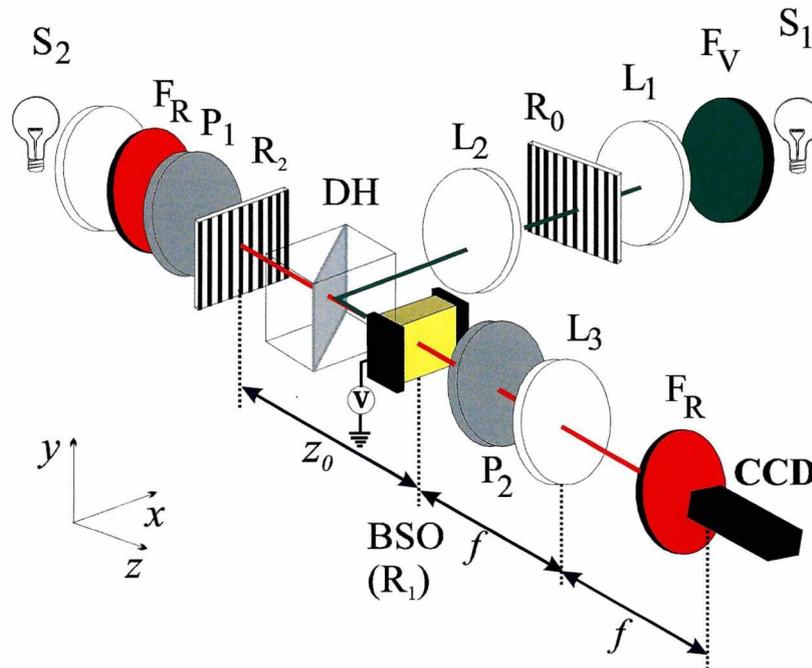


Figura IV.6: Primer montaje experimental empleado para la formación de franjas de Lau

La red de fase R_1 es generada cuando se forma en el cristal una imagen de la red de amplitud R_0 . La red de amplitud R_2 está localizada en el plano $z = 0$ y está separada una distancia z_0 de la red R_1 . La lente L_3 realiza la transformada de Fourier de la distribución luminosa proveniente de la red R_2 y transmitida a través de la red fotorrefractiva R_1 , formándose así las franjas de Lau.

Determinaremos a continuación la distribución de amplitud A^m sobre el plano del cristal. Para ello se tendrá en cuenta la distribución que genera una fuente puntual

localizado en el plano $z = 0$ en $x = x_1$, la cual actúa como una fuente secundaria cuando la luz de lectura incide sobre la red R_2 . La franja luminosa localizada en $x = x_1$ y $z = 0$ es representada por $\delta(x - x_1)$. Luego, la amplitud de campo A^{in} producido por la fuente puntual en el plano $z = z_0$, inmediatamente delante del cristal, esta dada por la transformada de Fresnel:

$$A^{in} = \exp\left(\frac{i\pi(x - x_1)^2}{\lambda z_0}\right) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (IV.30)$$

Para evaluar el cambio en el estado de polarización de la luz transmitida por el cristal se seguirá el formalismo de Jones^[IV.14] y se utiliza la matriz de transferencia del cristal W_C escrita en el sistema de ejes inducido $x'y'$ dada por la Ec. (III.15). Entonces, la amplitud en el plano de salida del cristal, en el sistema del laboratorio xy resulta:

$$A_C^{em} = R(-45^\circ) \cdot W_C \cdot R(45^\circ) \cdot A^{in} = \exp\left(\frac{i\pi(x - x_1)^2}{\lambda z_0}\right) \cdot \begin{pmatrix} -\text{sen } \Delta(x) \cdot \exp(i\psi(x)) \\ \cos \Delta(x) \end{pmatrix} \quad (IV.31)$$

Nótese que el frente de onda de lectura emergente del cristal está periódicamente modulado en su elipticidad. Aquellas partes del frente que atraviesan regiones iluminadas en el registro emergerán linealmente polarizadas con su plano de polarización rotado un ángulo ρ_{L_z} debido a la actividad óptica. Mientras que de las regiones no iluminadas el haz de lectura saldrá con una elipticidad que depende de la diferencia de potencial aplicada y del espesor del cristal.

Es conveniente considerar a la red registrada R_1 como formada por la superposición de dos redes de Ronchi, asociándole a cada una diferentes estados de polarización y un desplazamiento relativo de medio período^[IV.11, IV.15]. Luego, la Ec. (IV.31) puede ser re-escrita como:

$$\begin{aligned} A_C^{em}(x, x_1) &= A_{C1}(x, x_1) \cdot t(x) + A_{C2}(x, x_1) \cdot t\left(x \pm \frac{d}{2}\right) = \\ &= \exp\left(\frac{i\pi(x - x_1)^2}{\lambda_R z_0}\right) \begin{pmatrix} -\text{sen } \Delta_1 \exp(i\psi_1) \\ \cos \Delta_1 \end{pmatrix} t(x) + \exp\left(\frac{i\pi(x - x_1)^2}{\lambda_R z_0}\right) \begin{pmatrix} -\text{sen } \Delta_2 \exp(i\psi_2) \\ \cos \Delta_2 \end{pmatrix} t\left(x \pm \frac{d}{2}\right) \end{aligned} \quad (IV.32)$$

donde Δ_j ; ψ_j están dados por la Ec. (IV.20).

Si se considera el polarizador P_2 localizado inmediatamente detrás del cristal (ver Figura IV.6), cuyo eje de transmisión forma un ángulo β con respecto al eje x , la amplitud transmitida a través del mismo es:

$$\begin{aligned}
 A_P^{em}(x, x_1, \beta) &= \begin{pmatrix} \cos^2 \beta & \cos \beta \operatorname{sen} \beta \\ \cos \beta \operatorname{sen} \beta & \operatorname{sen}^2 \beta \end{pmatrix} \cdot A_C^{em}(x, x_1) = \\
 &= \exp\left(\frac{i\pi(x-x_1)^2}{\lambda z_0}\right) \cdot \begin{pmatrix} \cos^2 \beta \cos \Delta_1 - \cos \beta \operatorname{sen} \beta \operatorname{sen} \Delta_1 \exp(-i\psi_1) \\ \cos \beta \cos \Delta_1 \operatorname{sen} \beta + \operatorname{sen}^2 \beta \operatorname{sen} \Delta_1 \exp(-i\psi_1) \end{pmatrix} \cdot t(x) + \\
 &+ \exp\left(\frac{i\pi(x-x_1)^2}{\lambda z_0}\right) \cdot \begin{pmatrix} \cos^2 \beta \cos \Delta_2 - \cos \beta \operatorname{sen} \beta \operatorname{sen} \Delta_2 \exp(-i\psi_2) \\ \cos \beta \cos \Delta_2 \operatorname{sen} \beta + \operatorname{sen}^2 \beta \operatorname{sen} \Delta_2 \exp(-i\psi_2) \end{pmatrix} \cdot t\left(x \pm \frac{d}{2}\right)
 \end{aligned} \tag{IV.32}$$

Nótese que la amplitud A_P^{em} resulta de la acción de la red de fase R_1 y el polarizador P_2 .

En el plano focal posterior de la lente L_3 , la intensidad de campo correspondiente a la transformada de Fourier de $A_P^{em}(x, x_1, \beta)$, esta dada por^[IV.8]:

$$\begin{aligned}
 I_P^{em}(x, x_1, \beta) &= \left| \mathfrak{F} \left[A_P^{em}(x, x_1, \beta) \right] \right|^2 \\
 &= \frac{1}{2} \cdot (1 - \cos(2\Delta_1)) \cdot \cos(2\beta) - \operatorname{sen}(2\Delta_1) \cdot \operatorname{sen}(2\beta) \cdot \cos(\psi_1) \cdot \left| \mathfrak{F} \left[\exp\left(\frac{i\pi(x-x_1)^2}{\lambda z_0}\right) \cdot t(x) \right] \right|^2 + \\
 &+ \frac{1}{2} \cdot (1 - \cos(2\Delta_2)) \cdot \cos(2\beta) - \operatorname{sen}(2\Delta_2) \cdot \operatorname{sen}(2\beta) \cdot \left| \mathfrak{F} \left[\exp\left(\frac{i\pi(x-x_1)^2}{\lambda z_0}\right) \cdot t\left(x \pm \frac{d}{2}\right) \right] \right|^2 \\
 &= \frac{1}{2} \cdot (1 - \cos(2\Delta_1)) \cdot \cos(2\beta) - \operatorname{sen}(2\Delta_1) \cdot \operatorname{sen}(2\beta) \cdot \cos(\psi_1) \cdot \left| \hat{t}(x_1 + z_0 f^{-1} x) \right|^2 + \\
 &+ \frac{1}{2} \cdot (1 - \cos(2\Delta_2)) \cdot \cos(2\beta) - \operatorname{sen}(2\Delta_2) \cdot \operatorname{sen}(2\beta) \cdot \left| \hat{t}\left(x_1 \pm \frac{d}{2} + z_0 f^{-1} x\right) \right|^2
 \end{aligned} \tag{IV.33}$$

donde \hat{t} es la transformada de Fresnel de t . Integrando sobre todas las fuentes en el plano $z = 0$, se obtiene:

$$\begin{aligned}
 I(x, \beta) &= \int |t(x_1)|^2 I_P^{em}(x, x_1, \beta) dx_1 = \\
 &= S_1(\beta) \left[|t(x)|^2 \otimes \left| \hat{t}(x_1 + z_0 f^{-1} x) \right|^2 \right] + S_2(\beta) \left[|t(x)|^2 \otimes \left| \hat{t}\left(x_1 \pm \frac{d}{2} + z_0 f^{-1} x\right) \right|^2 \right]
 \end{aligned} \tag{IV.34}$$

donde:

$$S_1(\beta) = \frac{1}{2} (1 - \cos(2\rho L_z)) \cos(2\beta) - \operatorname{sen}(2\rho L_z) \operatorname{sen}(2\beta) \tag{IV.35.a}$$

$$S_2(\beta) = \frac{1}{2} (1 - \cos(2\Delta_2)) \cos(2\beta) - \operatorname{sen}(2\Delta_2) \operatorname{sen}(2\beta) \cos(\psi_2) \tag{IV.35.b}$$

y se define

$$T_0(x) = |t(x)|^2 \otimes \left| \hat{t}(x_1 + z_0 f^{-1}x) \right|^2 \quad (\text{IV.36.a})$$

$$T_{d/2}(x) = |t(x)|^2 \otimes \left| \hat{t}\left(x_1 \pm \frac{d}{2} + z_0 f^{-1}x\right) \right|^2 \quad (\text{IV.36.b})$$

siendo $T_{d/2}(x)$ un patrón de intensidad idéntico a $T_0(x)$, pero desplazado en $d/2$ con respecto a él. Entonces, la Ec. (IV.34) se formula:

$$I(x, \beta) = S_1(\beta) \cdot T_0(x) + S_2(\beta) \cdot T_{d/2}(x) = I^{(1)}(x, \beta) + I^{(2)}(x, \beta) \quad (\text{IV.37})$$

Debe destacarse que en esta situación será posible formar franjas de Lau colocando o no el polarizador inmediatamente después del cristal. En este último caso, el cristal actuará como una red de fase. Este punto será analizado en la Sección IV.5.

En la segunda configuración de Lau implementada, se emplea la red fotorrefractiva como red fuente del arreglo según se observa en la Figura IV.7. Nótese, que para formar franjas de Lau es indispensable colocar el polarizador P_2 , de manera de transformar la red registrada como modulación de birrefringencia en modulación de intensidad de la luz transmitida a través del polarizador.

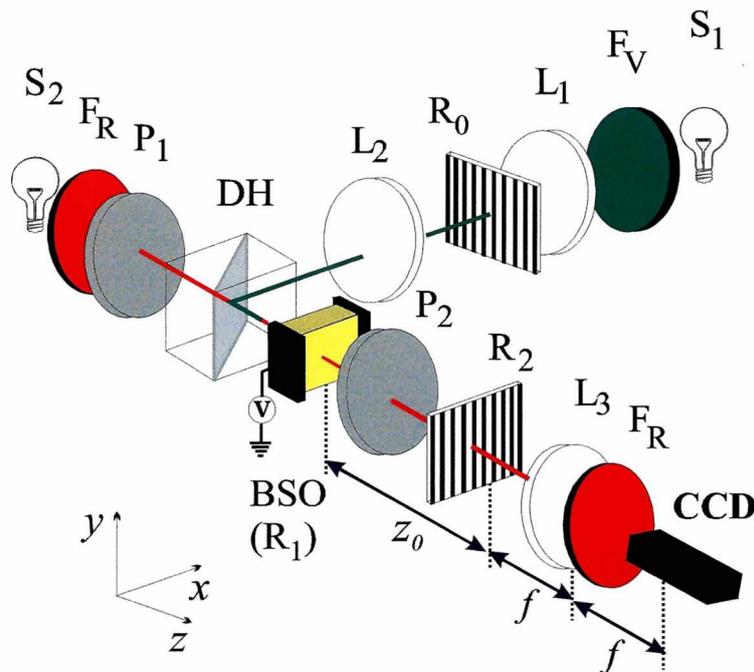


Figura IV.7: Segundo montaje experimental empleado para la formación de franjas de Lau

Así, en el plano de observación se forman franjas de Lau cuando el haz de lectura, proveniente de R_1 es transmitido a través de la red de amplitud R_2 . La red R_1 es generada al formarse la imagen de la red de amplitud R_0 sobre el cristal. La red fotorrefractiva R_1 registrada queda codificada como modulación de birefringencia. De este modo, el haz de lectura emergerá del cristal periódicamente modulado en su elipticidad. La red R_1 esta localizada sobre el plano $z = 0$ y separada una distancia z_0 de R_2 . La lente L_3 realiza la transformada de Fourier de la distribución luminosa proveniente de R_1 y transmitida a través de R_2 , generándose en su plano focal las franjas de Lau.

Se calcula ahora la amplitud $A^{em}(x, \beta)$ transmitida a través del polarizador P_2 . De forma análoga a lo realizado en la sección anterior, se representará la red birrefringente R_1 como la superposición de dos redes de Ronchi desplazadas medio período entre sí. Cada red esta asociada a uno de los estados birrefringentes que exhibe el cristal. Es claro que a cada estado se le asocia un determinado estados de polarización del haz de lectura, en el plano de salida.

Se considera que en el cristal incide una onda plana verticalmente polarizada:

$$A^{in} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (IV.38)$$

Para evaluar la amplitud $A^{em}(x, \beta)$ se sigue el formalismo de Jones considerando la matriz de transferencia del cristal W_C y el polarizador P_2 orientado formando un ángulo β con respecto al eje x . La amplitud $A^{em}(x, \beta)$ en el plano xy resulta:

$$\begin{aligned} A^{em}(x, \beta) &= R(-45^\circ) \cdot W_C \cdot R(45^\circ) \cdot A^{in} = \\ &= \begin{pmatrix} \cos^2 \beta \cdot \cos \Delta_1 - \cos \beta \cdot \text{sen} \beta \cdot \text{sen} \Delta_1 \cdot \exp(-i\psi_1) \\ \cos \beta \cdot \cos \Delta_1 \cdot \text{sen} \beta + \text{sen}^2 \beta \cdot \text{sen} \Delta_1 \cdot \exp(-i\psi_1) \end{pmatrix} \cdot t(x) + \\ &+ \begin{pmatrix} \cos^2 \beta \cdot \cos \Delta_2 - \cos \beta \cdot \text{sen} \beta \cdot \text{sen} \Delta_2 \cdot \exp(-i\psi_2) \\ \cos \beta \cdot \cos \Delta_2 \cdot \text{sen} \beta + \text{sen}^2 \beta \cdot \text{sen} \Delta_2 \cdot \exp(-i\psi_2) \end{pmatrix} \cdot t\left(x \pm \frac{d}{2}\right) \end{aligned} \quad (IV.39)$$

donde $t(x)$ representa una red de Ronchi y los parámetros Δ_1 , Δ_2 , ψ_1 , ψ_2 están dadas por la Ec. (IV.20).

Como ya mencionamos, la distribución de intensidad en el experimento de Lau puede ser interpretado como la correlación de la distribución de intensidad de la primera

red con el módulo cuadrado del patrón de Fresnel de la segunda red. De esta forma, la distribución luminosa en el plano focal de la lente L_3 se expresa:

$$I(x, \beta) = S_1(\beta) \cdot \int |t(x_1)|^2 \left| \hat{t}\left(x_1 + z_0 f^{-1} x\right) \right|^2 dx_1 + S_2(\beta) \cdot \int |t(x_1)|^2 \left| \hat{t}\left(x_1 \pm \frac{d}{2} + z_0 f^{-1} x\right) \right|^2 dx_1 \quad (\text{IV.40})$$

donde \hat{t} es la transformada de Fresnel de t y los factores $S_1(\beta)$ y $S_2(\beta)$ están dados por la Ecs. (IV.35 a) y (IV.35 b). Mediante la definición dada por la Ecs.(IV.36 a) y (IV.36 b); la Ec. (IV.40) puede expresarse:

$$I(x, \beta) = S_1(\beta) \cdot T_0(x) + S_2(\beta) \cdot T_{d/2}(x) \quad (\text{IV.41})$$

De este modo, independientemente del arreglo experimental empleado, la intensidad en el plano de observación puede ser expresado como la superposición de dos términos independientes, cada uno con un factor de peso $S_1(\beta)$ ó $S_2(\beta)$ que depende de la orientación del polarizador.

IV.4 Resultados experimentales

En esta sección, se describirán los resultados experimentales sobre la base de un tratamiento paralelo y comparativo de ambos efectos. Es decir, para cada situación a analizar se presentarán las autoimágenes y las franjas de Lau correspondientes.

IV.4.1 Contraste en planos $z=nz_T$ (autoimágenes) y $z_0=nz_L$ (franjas de Lau)

Para el efecto Talbot, de acuerdo a lo realizado en la Sección IV.2, la distribución de intensidad en los planos de Fresnel $z = 2(n+q) \frac{d^2}{\lambda_R}$ $n = 0, 1, \dots$ esta dada por la Ec. (IV.14).

En consecuencia, en los planos de autoimágenes, $q=0$, tal distribución resultará:

$$I_{q=0}^s(x, \beta) = I^{s(1)}(\beta) \cdot t_{q=0}(x) + I^{s(2)}(\beta) \cdot t_{q=0}\left(x \pm \frac{d}{2}\right) \quad (\text{IV.42})$$

donde

$$I^{s(j)}(\beta) = \frac{1}{2} (1 - \cos(2\Delta_j) \cdot \cos(2\beta) - \sin(2\Delta_j) \cdot \sin(2\beta) \cdot \cos \psi_j) \quad \text{para } j = 1, 2 \quad (\text{IV.43})$$

y además Δ_j y ψ_j se obtienen de la Ec.(IV.20).

Por otra parte, para el arreglo del efecto Lau que utiliza el polarizador P_2 , la distribución de intensidad, en el plano de observación, cuando la separación entre las redes fuente y objeto corresponde a $z_0 = n \cdot z_L = \frac{n \cdot d^2}{\lambda_R}$, de acuerdo a la Ecs. (IV.37) y (IV.41),

resulta:

$$I(x, \beta) = S_1(\beta) \cdot T_0(x) + S_2(\beta) \cdot T_{d/2}(x) \quad (IV.44)$$

donde:

$$S_j(\beta) = \frac{1}{2} (1 - \cos(2\Delta_j) \cdot \cos(2\beta) - \sin(2\Delta_j) \cdot \sin(2\beta) \cdot \cos(\psi_j)) \quad \text{para } j=1,2 \quad (IV.45)$$

además Δ_j ; ψ_j se obtienen de la Ec.(IV.20), mientras que $T_0(x)$, $T_{d/2}(x)$ están dados por Ec. (IV.36).

De las Ecs. (IV.42) y (IV.44) es claro que al rotar el polarizador P_2 la distribución de intensidad cambia. Es decir, el parámetro β gobierna el contraste de la etapa de lectura.

La intensidad resultante tanto en los planos de autoimágenes cuanto en los planos de Lau queda expresada como la suma de dos términos independientes, cada uno con un factor de peso $I^{s(i)}(\beta)$, $S_i(\beta)$ asociado, respectivamente. Cada término resulta en una función desplazada medio período con respecto a la otra y esta asociado a los estados birrefringentes que exhibe el cristal. Además, a cada estado se le asocia un determinado estado de polarización del haz de lectura que emerge del cristal, denominados estado (1) y estado (2), según se analizó en la sección anterior.

Es claro que cuando el polarizador P_2 bloquea un estado, se transmite la intensidad correspondiente al otro, y se obtiene la situación de máxima visibilidad; mientras que a medida que el polarizador es rotado se transmitirá más luz del primer estado, reduciéndose la transmisión para el segundo. Si el haz de lectura está linealmente polarizado, de las zonas iluminadas en el registro emergerá luz linealmente polarizada (estado (1)) y podrá ser bloqueada completamente. Mientras que de las zonas no iluminadas el haz emergerá con una elipticidad (estado (2)) que depende de la diferencia de potencial aplicada y del espesor del cristal.

El polarizador P_2 bloqueará el estado (1) cuando

$$\beta = \beta_1 = \frac{1}{2} \tan^{-1} [\tan(2\Delta_1) \cdot \cos \psi_1] = \rho L_z \quad (IV.46)$$

Para este ángulo, las distribuciones de intensidad dadas por las Ecs. (IV.42) y (IV.44) resultan:

$$\text{(autoimágenes)} \quad I_0^s(x, \beta_1) \approx I^{s(2)}(\beta_1) \cdot t\left(x \pm \frac{d}{2}\right) = I^{s(2)}(\beta_1) \cdot t_{1/2}(x) \quad (\text{IV.47})$$

$$\text{(franjas de Lau)} \quad I(x, \beta_1) \approx S_2(\beta_1) \cdot T_{d/2}(x) = I^{(2)}(x, \beta_1) \quad (\text{IV.48})$$

En este caso, las autoimágenes y las franjas de Lau tendrán máxima visibilidad.

Para obtener una distribución de contraste inverso al descrito por la ecuaciones anteriores y también de visibilidad máxima, es necesario encontrar un mínimo para $I^{s(2)}(\beta)$ y $S_2(\beta)$. Esto ocurre cuando:

$$\beta = \beta_3 = \frac{1}{2} \tan^{-1}[\tan(2\Delta_2) \cdot \cos \psi_2] \quad (\text{IV.49})$$

En estas condiciones, $S_2(\beta_3) \ll S_1(\beta_3)$ y $I^{s(2)}(\beta_3) \ll I^{s(1)}(\beta_3)$, y la distribución de intensidad resulta:

$$\text{(autoimágenes)} \quad I_0^s(x, \beta_3) \approx I^{s(1)}(\beta_3) \cdot t(x) \quad (\text{IV.50})$$

$$\text{(franjas de Lau)} \quad I(x, \beta_3) = S_1(\beta_3) \cdot T_0(x) = I^{(1)}(x, \beta_3) \quad (\text{IV.51})$$

Estas distribuciones exhiben un desplazamiento de $d/2$ en relación a las respectivas distribuciones obtenidas para el ángulo $\beta = \beta_1 = \rho L_z$.

Asimismo, se puede obtener un valor del ángulo β para el cual resulte en el plano de salida una distribución uniforme. Para ello, en las Ecs. (IV.42) y (IV.44) se debe cumplir que: $I^{s(1)}(\beta) = I^{s(2)}(\beta)$ y $S_1(\beta_2) = S_2(\beta_1)$, respectivamente. Esta condición queda satisfecha cuando β toma el valor:

$$\begin{aligned} \beta = \beta_2 &= \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[\frac{\cos(2\Delta_1) - \cos(2\Delta_2)}{\sin(2\Delta_2) \cdot \cos \psi_2 - \sin(2\Delta_1) \cdot \cos \psi_1} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[\frac{\cos(2\rho L_z) - \cos(2\Delta_2)}{\sin(2\Delta_2) \cdot \cos \psi_2 - \sin(2\rho L_z)} \right] \end{aligned} \quad (\text{IV.52})$$

Se obtiene así:

$$\text{(autoimágenes)} \quad I_0^s(x, \beta_2) = I^{s(1)}(\beta_2) = I^{s(2)}(\beta_2) = \text{constante} \quad (\text{IV.53})$$

$$\text{(franjas de Lau)} \quad I(x, \beta_2) = S_1(\beta_2) = S_2(\beta_2) = \text{constante} \quad (\text{IV.54})$$

En este caso la visibilidad alcanza su mínimo valor.

Como resultado, se encuentra que hay dos valores del ángulo β , β_1 y β_3 , para los cuales en los planos de autoimagen $z = nz_T$ y en los planos de Lau $z = n z_L$ se obtienen

distribuciones de máximo contraste. Uno de los valores, $\beta=\beta_3$, corresponde a la red de contraste directo, y el otro, $\beta=\beta_1$, corresponde a la red de contraste inverso.

Las Figuras (IV.3), (IV.6) y (IV.7) muestran los arreglos correspondientes para las experiencias cuyos resultados se describen en esta sección. En estas experiencias se utiliza una red de Ronchi de período d ($d = 2$ ó 4 líneas/mm) registrada en un cristal BSO en términos de la modulación producida por ella en la birrefringencia, como se explicó en detalle en los capítulos previos. La intensidad incidente sobre el cristal, provista por la fuente de iluminación fue inferior a 1 mW/cm^2 . Se utilizó un cristal de dimensiones $L_x = L_y = 10 \text{ mm}$ y $L_z = 3 \text{ mm}$ al cual se le aplicó una diferencia de potencial de $V = 7 \text{ kV}$ entre las caras $(\bar{1}10)$. La etapa de lectura se realiza en el caso de formación de autoimágenes, mediante un haz colimado y linealmente polarizado proveniente de un láser de He-Ne. En la experiencia de Lau la lectura la provee una fuente de luz blanca S_2 con un filtro interferencial ($\lambda_R = 632,8 \text{ nm}$). La modulación de birrefringencia se transforma en modulación de la elepticidad de la luz de lectura transmitida. En estas condiciones, el estado (1) y (2) están linealmente polarizados, como se observa en la Figura IV.8^[IV.10]. En el primer caso, se generan autoimágenes de la red de Ronchi cuando el haz de lectura se difracta en el cristal.

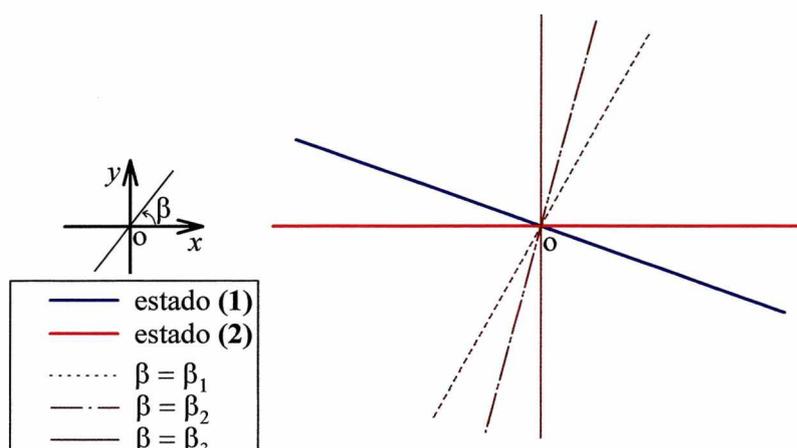


Figure IV.8: Estados de polarización del frente de onda emergente del cristal cuando se aplica una diferencia de potencial V^0

Las Ecs. (IV.42) y (IV.44) establecen la posibilidad no sólo de modificar la visibilidad sino también de invertir el contraste mediante el polarizador P_2 . De hecho, es posible bloquear, al menos parcialmente, uno de los estados de polarización ó bien balancear sus intensidades.

Cuando el polarizador P_2 está en la posición $\beta_1 = \rho L_z = 66^\circ$ sólo transmite el estado de polarización (2) y la distribución de intensidad resultante es:

(autoimágenes)

$$I_0^s(x)_{\beta_1} \approx \frac{1}{2}(1 - \cos(2\Delta_2) \cdot \cos(2\rho L_z) - \sin(2\Delta_2) \cdot \sin(2\rho L_z) \cdot \cos \psi_2) \cdot t\left(x \pm \frac{d}{2}\right) \quad (\text{IV.55})$$

(franjas de Lau)

$$I(x, \beta_1)_{\beta_1} \approx \frac{1}{2}(1 - \cos(2\Delta_2) \cdot \cos(2\rho L_z) - \sin(2\Delta_2) \cdot \sin(2\rho L_z) \cdot \cos \psi_2) \cdot T_{d/2}(x) \quad (\text{IV.56})$$

que es una red de contraste invertido con respecto al de la red de entrada.

Si el estado de polarización (2) es lineal, entonces $\Delta_2 = 90^\circ$, como se determino en el Capítulo III. En estas condiciones, $\beta_3 = 90^\circ$, y resulta, $F^{(2)}(\beta_3) = 0$. Así, para esta situación particular, la distribución de intensidad es:

$$\text{(autoimágenes)} \quad I_0^s(x)_{\beta_3} \approx \frac{1}{2}(1 + \cos(2\Delta_1)) \cdot t(x) \quad (\text{IV.57})$$

$$\text{(franjas de Lau)} \quad I(x)_{\beta_3} \approx \frac{1}{2}(1 + \cos(2\Delta_1)) \cdot T_{d/2}(x) \quad (\text{IV.58})$$

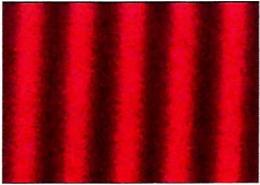
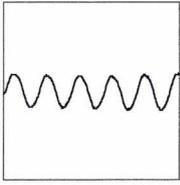
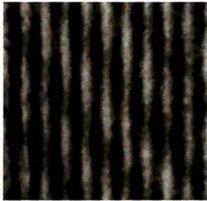
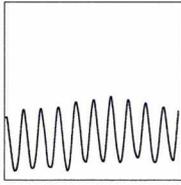
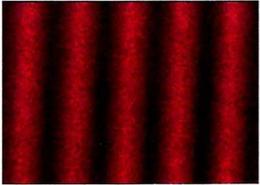
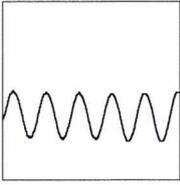
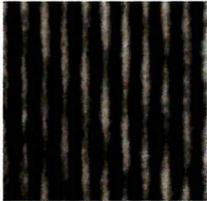
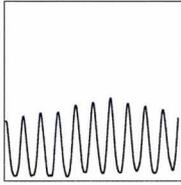
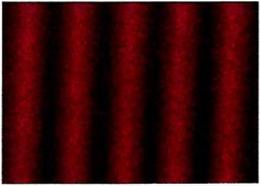
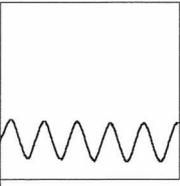
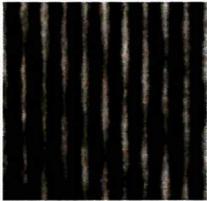
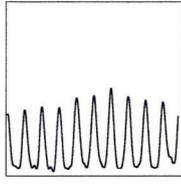
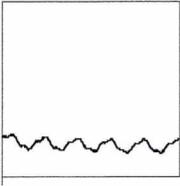
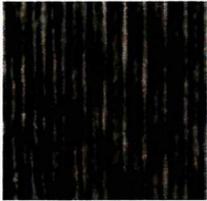
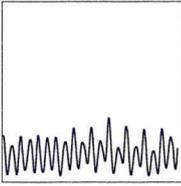
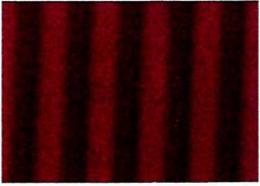
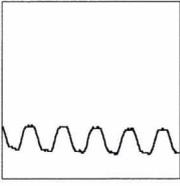
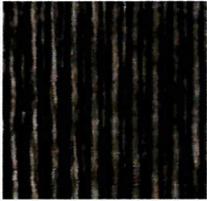
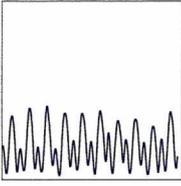
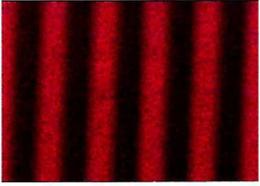
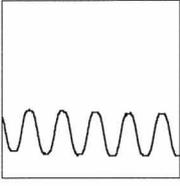
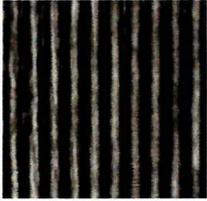
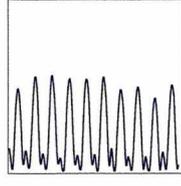
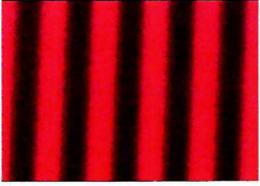
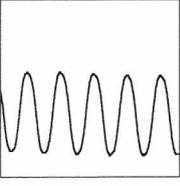
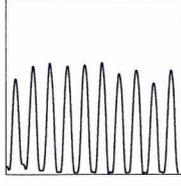
La Tabla IV.1, muestra las imágenes y los perfiles de intensidad para diferentes orientaciones del polarizador P_2 (desde β_1 a β_3) de: las autoimágenes para $z = n z_T \sim 200\text{mm}$ correspondientes a una red de Ronchi de 4 líneas/mm y las franjas de Lau para $z_0 = n z_L \sim 205\text{ mm}$ correspondiente a una red de Ronchi de 4 líneas/mm. Se observa la variación del contraste de las autoimágenes así como de las franjas de Lau en términos de los distintos valores del ángulo β . Nótese que la visibilidad de las franjas decrece notablemente para el ángulo β_2 , debido a que la cantidad de luz transmitida por el polarizador P_2 y proveniente de regiones de distinta birrefringencia es la misma. Asimismo, al variar el ángulo desde β_1 a β_3 , se invierte el contraste, lo cual puede ser asimilado a un desplazamiento de medio período de una de las redes.

Es conveniente encontrar el valor del ángulo β que produzca buenas réplicas a la salida de la red de entrada, según un criterio de visibilidad. En ese sentido, se define la visibilidad de salida en un plano dado según:

$$\mathcal{V}_0(\beta) = \frac{\left| Z(x, \beta) - Z\left(x \pm \frac{d}{2}, \beta\right) \right|}{\left| Z(x, \beta) + Z\left(x \pm \frac{d}{2}, \beta\right) \right|} = \frac{\left| Z^{(1)}(\beta) - Z^{(2)}(\beta) \right|}{\left| Z^{(1)}(\beta) + Z^{(2)}(\beta) \right|} \quad (\text{IV.59})$$

donde $Z^{(1)}(\beta)$, $Z^{(2)}(\beta)$ adopta el valor $I^{s(1)}(\beta)$ ó $S_1(\beta)$ y $I^{s(2)}(\beta)$ ó $S_2(\beta)$ respectivamente.

Tabla IV.1: Autoimágenes y franjas de Lau con sus correspondientes perfiles para distintas orientaciones del polarizador P_2

FRANJAS DE LAU	PERFILES DE INTENSIDAD	AUTOIMÁGENES	PERFILES DE INTENSIDAD
			
			
			
			
			
			
			

En la Figura IV.9 (a) se presenta la curva de visibilidad teórica en función del ángulo β . Se observa que es posible obtener máxima visibilidad para dos posiciones del

polarizador. En la Figura IV.9 (b) se muestra la curva de visibilidad experimental correspondientes a las autoimágenes en el plano en $z = n z_T = 200 \text{ mm}$ ($n = 1$), para una red de 4 líneas/mm y para diferentes posiciones del eje e transmisión del polarizador P_2 desde 66° a 94° y en Figura IV.9 (c) se presenta la curva de visibilidad experimental correspondiente a las franjas de Lau cuando $z_0 = n \cdot z_L = d^2/\lambda = 102 \text{ mm}$ ($n = 1$), para redes de 4 líneas/mm y para diferentes orientaciones del polarizador P_2 desde 62° a 96°

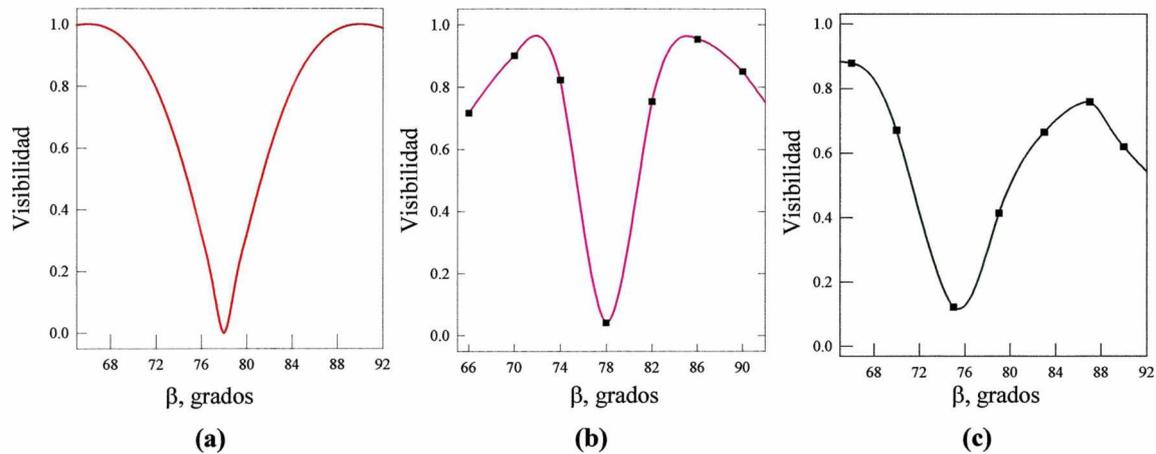


Figura IV. 9: Curvas de visibilidad: (a) teórica; experimentales para (b) $z = z_T$ y (c) $z_0 = z_L$.

IV.4.2 Contraste en planos $z \neq n z_T$ y $z_0 \neq n z_L$

Asimismo, se han analizado las distribuciones de intensidad entre dos autoimágenes sucesivas ($z \neq n z_T$) así como para distancias entre las redes fuente y objeto entre $z_0 \neq n z_L$. Hemos obtenido que, en cualquier plano es posible obtener patrones de Fresnel ó patrones de Lau con máxima visibilidad rotando adecuadamente el polarizador.

La Figura IV.10 representa las curvas de visibilidad del patrón de Fresnel correspondiente a diferentes orientaciones del polarizador, para diferentes distancias z . Se emplearon redes de 4 líneas/mm y valores de z : 200 mm, 235 mm, 250 mm.

La Figura IV.11 representa las curvas de visibilidad del patrón de Lau correspondiente a diferentes orientaciones del polarizador, para diferentes distancias z_0 . Se emplearon redes de 4 líneas/mm y valores de z_0 : 102 mm, 128 mm, 153 mm y 179 mm.

Es evidente de las Figuras IV.10 y IV.11 que para cualquier distancia z_0 en la experiencias de Lau o cualquier plano z en la experiencia de Talbot, puede obtenerse patrones de Lau cuanto patrones de Fresnel de máxima visibilidad mediante la adecuada orientación del polarizador P_2 .

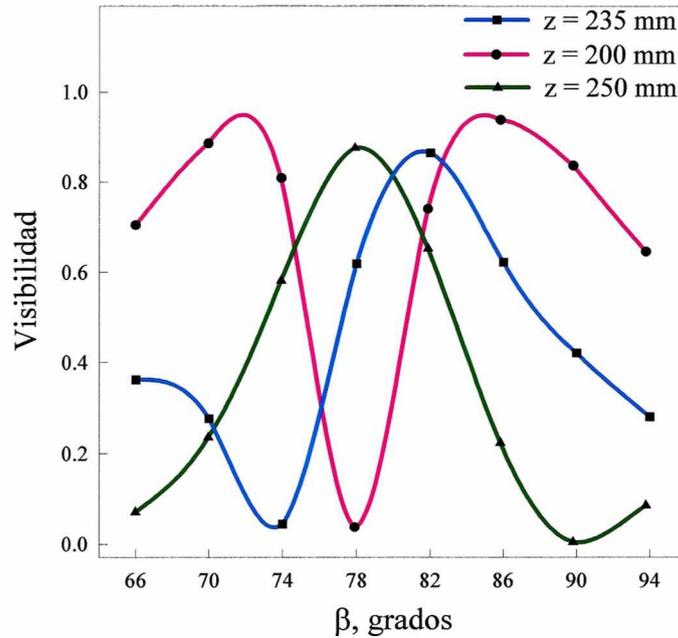


Figura IV.10: Curvas de visibilidad correspondientes a los patrones de Fresnel para diferentes distancias z

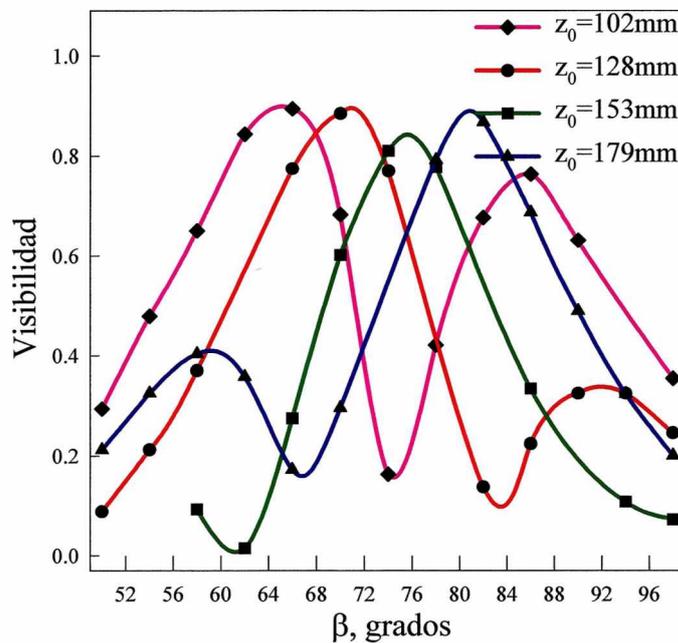


Figura IV.11: Curvas de visibilidad correspondientes a los patrones de Lau para diferentes distancias z_0

La curva teórica supone dos estados puramente lineales para la diferencia de potencial de trabajo y los máximos de visibilidad alcanzan el valor óptimo $V = V^0 = 7$ kV. En los resultados experimentales los máximos de visibilidad no alcanzan tal valor.

Nótese que en las condiciones de trabajo usuales el cristal recibe cierta intensidad luminosa de fondo no considerada en el tratamiento de los capítulos previos. Este factor

experimental impide disponer de franjas estrictamente oscuras y los valores de birrefringencia deben ser corregidos.

Finalmente no es posible que el cristal transmita luz estrictamente lineal en la etapa de reconstrucción, produciendo una disminución en la visibilidad y una modificación del ángulo $\Delta\beta = \beta_3 - \beta_1$. El apéndice I describe detalladamente esta situación.

En la Tabla IV.2 se presentan los patrones de Fresnel para diferentes del polarizador P_2 , en los planos: $z = z_T \sim 200\text{mm}$, $z = z_T + dz \sim 235\text{mm}$; $z = 5z_T/4 \sim 250\text{mm}$

Al comparar entre sí, las imágenes de las Tabla IV.2 se puede ver que un dado desplazamiento longitudinal se corresponde con un cierto ángulo β , en un plano fijo.

Analizaremos en particular los planos $z = (n+1/4)z_T$. En este caso, la intensidad resultante se obtiene al fijar $q=1/4$ en la Ec. (IV.21). Reemplazando luego en la Ec. (IV.22), se obtiene:

$$I_{1/4}^s(x, \beta) = \frac{1}{2} \left\{ I^{s(1)}(\beta) + I^{s(2)}(\beta) + 2[1 - 2t(x)] \cos\beta \cdot [K_1 \cos\beta - K_2 \sin\beta] \right\} \quad (\text{IV.59})$$

donde: $K_1 = \sin\Delta_1 \sin\Delta_2 \sin(\psi_1 - \psi_2)$; $K_2 = \sin\Delta_1 \sin\psi_1 \cos\Delta_2 - \cos\Delta_1 \sin\Delta_2 \sin\psi_2$ y los parámetros Δ_1 , Δ_2 , ψ_1 y ψ_2 están definidos en la Ec.(IV.20).

Se examina ahora una posición del polarizador P_2 tal que se obtenga una distribución de intensidad uniforme, esto es con contraste nulo. Esta situación se obtiene si el tercer término de la Ec.(IV.59) se anula, lo cual corresponde a los valores siguientes:

$$\beta = \beta'_1 = \tan^{-1} \left(\frac{K_1}{K_2} \right) \quad \text{ó} \quad \beta = \beta'_3 = 90^\circ \quad (\text{IV.60})$$

Resultan así distribuciones de intensidad de contraste nulo:

$$I_{1/4}^s(x) = \frac{1}{2} \left\{ I^{s(1)}(\beta'_1) + I^{s(2)}(\beta'_1) \right\} = \frac{1}{2} \left\{ I^{s(1)}(\beta'_3) + I^{s(2)}(\beta'_3) \right\} = \text{constante} \quad (\text{IV.61})$$

y en estos planos la visibilidad resulta ser:

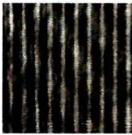
$$\mathcal{V}_{1/4}(\beta) = \frac{\left| I_{1/4}^s(x, \beta) - I_{1/4}^s\left(x \pm \frac{d}{2}, \beta\right) \right|}{\left| I_{1/4}^s(x, \beta) + I_{1/4}^s\left(x \pm \frac{d}{2}, \beta\right) \right|} = \frac{\left| 2 \cos\beta \cdot [K_1 \cos\beta - K_2 \sin\beta] \right|}{\left| I^{s(1)}(\beta) + I^{s(2)}(\beta) \right|} \quad (\text{IV.62})$$

Para obtener una red con la mayor visibilidad en planos $z = (n+1/4)z_T$, el polarizador P_2 se ajusta en el ángulo $\beta = \beta'_2 = \beta_2$ (ver Ec. (IV.59)) y resulta una distribución de intensidad:

$$I_{\frac{1}{4}}^s(x) = I^{s(1)}(\beta_2) + [1 - 2t(x)] \cos(\beta_2) [K_1 \cos(\beta_2) - K_2 \sin(\beta_2)] \quad (\text{IV.63})$$

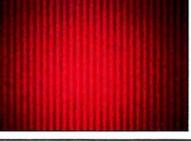
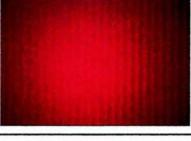
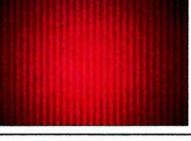
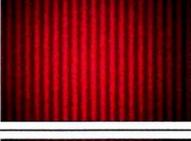
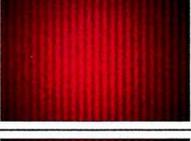
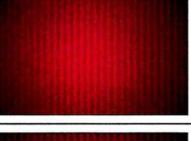
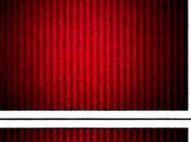
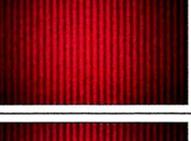
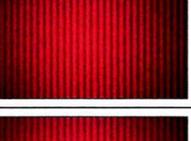
Mientras que si el ángulo es $\beta = \beta'_1$ y $\beta = \beta'_3$, la visibilidad es nula.

Tabla IV.2: Secuencia de imágenes de los patrones de Fresnel para diferentes orientaciones del polarizador P_2

$z \approx 200 \text{ mm}$	$z \approx 235 \text{ mm}$	$z \approx 250 \text{ mm}$
		
		
		
		
		
		
		
		

En relación a los patrones de Lau, en la Tabla IV.3 se presenta las distribuciones de intensidad para diferentes posiciones angulares del polarizador: cuando la distancia entre las redes es: $z_0 \sim 102 \text{ mm}$, $z_0 \sim 128 \text{ mm}$; $z_0 \sim 153 \text{ mm}$ y $z_0 \sim 179 \text{ mm}$

Tabla IV.3: Secuencia de imágenes de los patrones de Lau para diferentes orientaciones del polarizador

$z_0 \approx 102 \text{ mm}$	$z_0 \approx 128 \text{ mm}$	$z_0 \approx 153 \text{ mm}$	$z_0 \approx 179 \text{ mm}$
			
			
			
			
			
			
			
			
			
			
			

En la Tabla IV.3 puede verse que para todos los valores z_0 experimentales es posible obtener franjas de Lau de máxima visibilidad e invertir el contraste lo que equivale a un desplazamiento de medio período de una de las redes del arreglo de Lau.

IV.5 Efecto Lau con redes de fase

El fenómeno de Lau también se estudió con redes de fase. Su interés radica en la alta eficiencia luminosa comparada con las redes de amplitud. Como ya detallamos, la distribución de intensidad de las franjas de Lau, puede ser interpretada como la correlación de la distribución de intensidad de la primera red (red fuente), con el módulo cuadrado del patrón de Fresnel de la amplitud transmitida por la segunda red (red objeto). Tu Jinhong^[IV.26, IV.27] obtuvo en el caso de redes de perfil cuadradas que la distribución en el plano de observación esta dada por:

$$I(x) = 2 \left\{ \frac{1}{4} + \sum_{n=\pm 1, \pm 3, \dots} |C_n|^2 \text{sen}(m) \cdot \text{sen}(\pi \lambda z_0 n^2 / d^2) \cdot \exp(i 2 n \pi x / w) \right\} \quad (\text{IV.64})$$

donde d es el período de la red, m es la modulación de la red de fase, $w = df / z_0$ es el período de las franjas de Lau, f es la distancia focal de la lente L_3 y z_0 es la distancia entre las redes fuente y objeto. La visibilidad de las franjas de Lau puede ser calculada según:

$$V = 4 \sum_{n=\pm 1, \pm 3, \dots} |C_n|^2 \text{sen}(m) \cdot \text{sen}(\pi \lambda z_0 n^2 / d^2) \quad (\text{IV.65})$$

La visibilidad varía periódicamente en función de la distancia z_0 y la modulación de fase m . Nótese que el contraste óptimo de las franjas de Lau se observa en $z = (M \pm \frac{1}{2})d^2 / \lambda$. El valor de visibilidad de estas franjas será máxima cuando $m = \pi/2$. Por otra parte en $z = Md^2 / \lambda$, la visibilidad será mínima mientras en los planos $z = (M \pm \frac{1}{4})d^2 / \lambda$ las franjas presentarán su visibilidad reducida con respecto a $z = (M \pm \frac{1}{2})d^2 / \lambda$.

Al emplear en el experimento de Lau la red de fase registrada en el cristal fotorrefractivo como red objeto sin emplear el polarizador P_2 , se obtienen franjas de baja visibilidad debido a la baja modulación de la red empleada. Sin embargo, como se ve en la Figura IV. 12 si se coloca el polarizador orientado adecuadamente mejora la visibilidad. En la Figura IV.12 el ángulo β se fijo para obtener máxima visibilidad. Dicho ángulo depende

de la distancia z_0 como se determinó en la Sección IV.4. Por otra parte, la distancia

$$z_0 = \frac{d^2}{2 \cdot \lambda} = 204 \text{ mm},$$

entre las redes de 2 líneas /mm, es la misma en ambos casos y los

restantes parámetros fijados para lograr máxima visibilidad no se modificaron. Estos resultados muestran que al utilizar una red fotorrefractiva combinada con un polarizador es posible modificar el contraste y obtener una significativa mejora de la visibilidad.

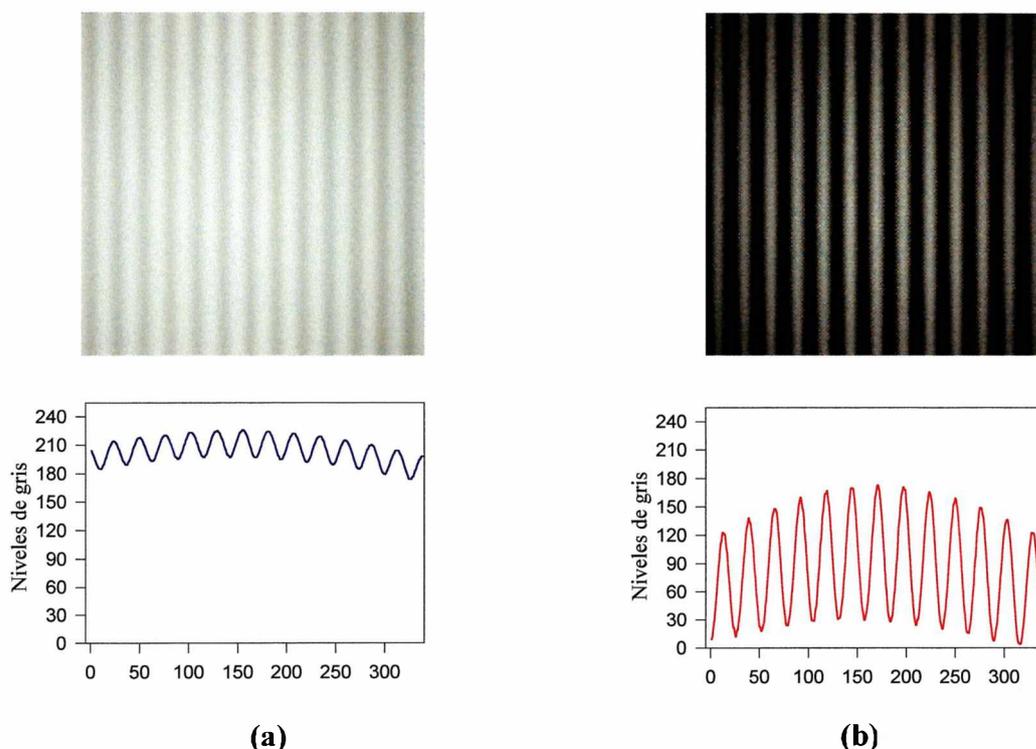
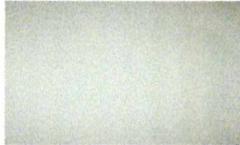


Figura IV.12: Contraste de las franjas de Lau generadas a partir de una red fotorrefractiva (a) con polarizador P_2 y (b) sin el polarizador P_2 .

En la Tabla IV.4 se observan franjas de Lau para diferentes distancias z_0 entre las redes fuente y objeto. Se emplearon redes de período $d = 0.25\text{mm}$ (4 líneas/mm) y se muestran los resultados experimentales con el polarizador y sin él. Sin polarizador según fue mencionado, se observa una baja visibilidad debido a las moderadas variaciones de fase de la red fotorrefractiva. La variación periódica de la visibilidad concuerda con lo predicho a partir de los cálculos de la referencia^[IV.19] si se emplea una red de amplitud y una red binaria de fase como red objeto. Los resultados con polarizador corresponden al ángulo $\beta = \beta_1$. También, se verificó que la variación periódica de la visibilidad concuerda con los cálculos mencionados^[IV.28] si se emplean dos redes de amplitud.

Tabla IV.4: Franjas de Lau para diferentes distancias z_0 , con y sin el polarizador P_2

	SIN POLARIZADOR P_2	CON POLARIZADOR P_2
$z_0 = \frac{d^2}{\lambda_R} \approx 102 \text{ mm}$		
$z_0 = \frac{5 d^2}{4 \lambda_R} \approx 128 \text{ mm}$		
$z_0 = \frac{3 d^2}{2 \lambda_R} \approx 153 \text{ mm}$		
$z_0 = \frac{7 d^2}{4 \lambda_R} \approx 179 \text{ mm}$		
$z_0 = 2 \frac{d^2}{\lambda_R} \approx 205 \text{ mm}$		
$z_0 = \frac{9 d^2}{4 \lambda_R} \approx 230 \text{ mm}$		
$z_0 = \frac{5 d^2}{2 \lambda_R} \approx 256 \text{ mm}$		

IV.6 Bibliografía

- IV.1 H. F. Talbot, *Facts relating to Optical Science No. IV*, Philos. Mag. **9**, 401 (1836)
- IV.2 Lord Rayleigh, *On coping diffraction-gratings, and on some phenomena connected therewith*, Philos. Mag. **11**, 197 (1880)
- IV.3 W. D. Montgomery, *Self-imaging objects of infinite aperture*, J. Opt. Soc. Am. **57**, 772 (1967)

- IV.4 J. M. Cowley and A. F. Moodie, *Fourier images* "Parts I-III, Proc. Phys. Soc. B, **70**, 486 (1957).
- IV.5 J. T. Winthrop, C. R. Worthington, *Theory of Fresnel images. I. Plane periodic objects in monochromatic light*, J. Opt. Soc. Am., **55**, 373 (1965).
- IV.6 E. Lau, *Beugungerscheinungen and Doppelrastern*, Ann. Phys. (Leipzig), **6**, 417 (1948).
- IV.7 R. Sudo, I. B. J. Thompson, *Lau effect: Theory and experiment*, Appl. Opt., **20**, 1107 (1981).
- IV.8 J. Jahns, A. W. Lohmann, J. Ojeda-Castañeda, *Talbot and Lau effects, a parageometrical approach*, Optica Acta **30**, 745 (1983).
- IV.9 J. Ojeda-Castañeda, E. Sicre, *Quasi ray-optical approach to longitudinal periodicities of free and bounded wavefield*, Optica Acta **32**, 17 (1985).
- IV.10 A. W. Lohmann, J. Ojeda-Castañeda, *Spatial periodicities in partially coherent fields*, Optica Acta, **30**, 475 (1983).
- IV.11 G. Indebetouw, *Propagation of spatially periodic wavefield*, Optica Acta, **31**, 531 (1984).
- IV.12 M. C. Lasprilla, A. Agra Amorim, M. Tebaldi, N. Bolognini, *Self imaging through incoherent to coherent conversion*, Opt. Eng., **35**, 1440 (1996).
- IV.13 M. C. Lasprilla, M. Tebaldi, N. Bolognini, *Polarization sensitive readout of self-images*, Opt. Eng., **36**, 2216 (1997).
- IV.14 M. Tebaldi, L. Toro, N. Bolognini, *Lau fringes formation by using a grating registered in a BSO crystal*, Opt. Eng. (En prensa).
- IV.15 J. C. Hervás, Tesis doctoral, "Autoimágenes con luz espacialmente coherente e incoherente. Aplicaciones al procesamiento óptico de información", Universidad de Valencia, Valencia (1991).
- IV.16 P. Günter, J.P. Huignard, *Optical Processing using wave mixing in photorefractive crystals* en "Photorefractive Materials and Their Applications II: Topics in Applied Physics", P. Günter and J.P. Huignard Eds Vol. 62, Springer-Verlag, Berlin, (1988).

- IV.17 A. Gerrard, J. M. Burch, "Introduction to Matrix in Optics", John Wiley&Sons, London (1975)
- IV.18 K. Patorski, *The self-imaging phenomenon and its applications* en "Progress in Optics", XXVII, Ed. E. Wolf, North-Holland, Amsterdam (1989).
- IV.19 J. Jahns, A. W. Lohmann, *The Lau effect a diffraction experiment with incoherent illumination*, Opt. Commun., **28**, 263 (1979)
- IV.20 F. Gori, *Lau effect and coherence theory*, Opt. Commun. **31**, 4 (1979)
- IV.21 K. H. Brenner, A. W. Lohmann and J. Ojeda- Castañeda, *Lau effect: OTF theory*, Opt. Commun., **46**, 14 (1983).
- IV.22 C. Colautti, E.E. Sicre, M. Garavaglia, *Analysis of the Lau effect using Walsh functions*, Opt. Lett. **13**, 1069 (1988).
- IV.23 G. J. Swanson, E. N. Leith, *Lau effect and grating imaging*, J. Opt. Soc. Am., **72**, 552 (1982).
- IV.24 G. J. Swanson and E. N. Leith, *Analysis of the Lau effect and generalized grating imaging*, J. Opt. Soc. Am. A, **2**, 789 (1985)
- IV.25 K. Patorski, *Incoherent superposition of multiple self-imaging. Lau effect and moiré fringe explanation*, Optica Acta, **30**, 745 (1983)
- IV.26 J. C. Barreiro, P. Andrés, J. Ojeda Castañeda, *Lau effect with only phase gratings*, Opt. Commun., **73**, 106 (1989)
- IV.27 Tu Jinghong, *Theoretical analysis of the Lau effect with a sinusoidal phase grating*, Journal of Modern Optics, **34**, 307 (1987)
- IV.28 Tu Jinghong, *The diffraction near fields and Lau effect of square-wave modulated grating*, Journal of Modern Optics, **35**, 1399 (1988)

CAPÍTULO V

Aplicaciones de la implementación fotorrefractiva de los efectos

Talbot y Lau

V.1 Introducción

Las autoimágenes tanto en su versión coherente cuanto incoherente han generado muchas aplicaciones en las áreas de procesamiento óptico de imágenes y metrología óptica^[V.1]. El interés por los métodos de procesamiento óptico se justifica por la capacidad de los sistemas ópticos para manejar información en paralelo, en contraste con el procesamiento en serie intrínseco a los sistemas electrónicos. Se debe notar, que además del procesado óptico con luz coherente, es cada vez más frecuente realizar operaciones con luz espacial (fuente extensa) ó temporalmente (fuente policromática) incoherente.

La interferometría de tipo Talbot permite, mediante un dispositivo sencillo (un haz colimado y dos redes de difracción), obtener información sobre la primera derivada de la estructura de fase del objeto transparente que se quiere analizar. Cuando el interferómetro opera con redes lineales^[V.2,V.3] se obtiene la derivada a lo largo de la dirección perpendicular a las líneas de la red. Por otra parte, el uso de redes circulares permite obtener el valor de la derivada radial^[V.4, V.5]. En la literatura se han propuesto diferentes arreglos experimentales para implementar este tipo de interferómetros^[V.6-V.10] y se los ha utilizado, por ejemplo para: la medida de aberraciones de lentes^[V.2], el análisis de vibraciones de un objeto de fase^[V.11], la medida de gradientes en el índice de refracción de estructuras transparentes^[V.12] y espesores^[V.13], la determinación de distancias

focales^[V.14,V.15], la determinación de interfaces líquido/gas^[V.16, V.17], entre otras aplicaciones.

Asimismo, el efecto Talbot es útil para el análisis de objetos de fase, en base a los cambios producidos en la figura de moiré que se origina entre la autoimagen de una red que se propaga a través del objeto de fase y una red de referencia. Cuando el haz de iluminación es alterado por el objeto de fase a analizar, se afectan los órdenes de difracción de la primera red y producen distorsión de las autoimágenes de ella^[V.18]. Según la orientación relativa entre las redes y de la relación de sus períodos, se puede obtener información de la primera derivada de la distribución de fase del objeto analizado^[V.19].

Por otra parte, el efecto Lau se ha utilizado para diseñar un vasto conjunto de técnicas simples y versátiles que funcionan con luz espacialmente incoherente. En ellas se intenta aunar la sencillez característica de los sistemas basados en el fenómeno de autoimágenes y las ventajas de la iluminación incoherente^[V.20], como son la mejor relación señal ruido y las menores exigencias, en cuanto a estabilidad y tipo de fuentes utilizadas. Un ejemplo de ello es su empleo para la decodificación de objetos theta-modulados, codificados con redes de amplitud, para diseñar sintetizadores de imágenes incoherentes.

El fenómeno de Lau se ha empleado también para desarrollar diversos interferómetros uni y bidimensionales que operan con luz incoherente^[V.21-V.25].

En las secciones siguientes se implementarán los interferómetro Lau y Talbot a partir de una red de Ronchi registrada en un cristal fotorrefractivo^[V.7, V.26]. También, se presentará una técnica para determinar la distancia focal de una lente en un interferómetro Lau mediante la técnica de corrimiento de fase (Phase Shifting Interferometry).

V.2 Interferómetro Talbot a partir de una red registrada en un cristal fotorrefractivo

A partir del fenómeno de autoimágenes se desarrolló un interferómetro que permite detectar objetos de fase^[V.7]. En el arreglo implementado la primera red es la autoimagen de una red registrada como variación de birrefringencia en un cristal BSO.

Según se observa en la Figura V.1, una red de Ronchi R_2 se localiza a la distancia $z_T/2$ de una autoimagen positiva R'_1 , obtenida cuando se reconstruye la red fotorrefractiva R_1 . En este caso, se forma una autoimagen negativa de R'_1 en el plano de R_2 . Por otra parte,

si las franjas brillantes de la autoimagen de la red R'_1 coinciden con las franjas opacas de la red R_2 , no se transmitirá luz a través de ésta y se obtendrá en el plano de salida un campo oscuro uniforme. En cambio, si la red R_1 se desplaza medio período con respecto a la posición anterior, las franjas brillantes de su autoimagen coincidirán con las franjas transparentes de R_2 y se obtendrá en el plano de salida un campo brillante. Según fue analizado en el Capítulo IV, una rotación del polarizador P_2 desde β_1 a β_3 , modifica el contraste de las autoimágenes obtenidas en el proceso de conversión incoherente a coherente^[V.28]. Esto equivale a un desplazamiento lateral de medio período de la red. Como consecuencia, en el plano de salida, al rotar el polarizador, se produce un cambio de la condición de campo oscuro a campo brillante.

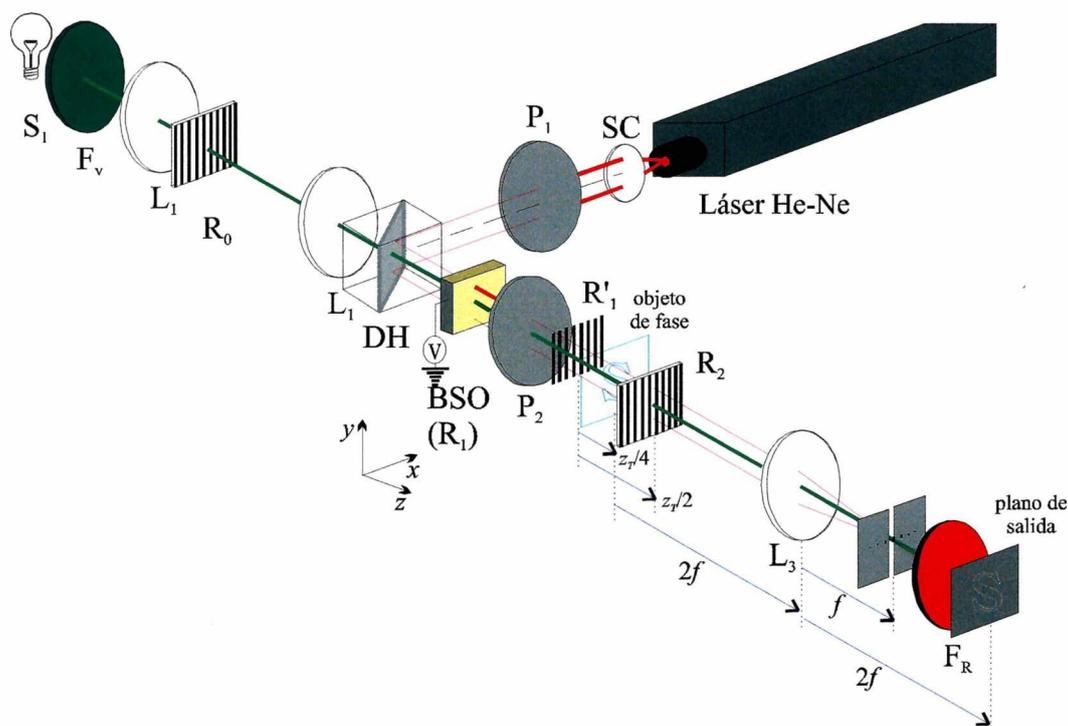


Figura V.1: Montaje experimental utilizado para la implementación del interferómetro Talbot.

Al introducir un objeto de fase a una distancia $z_1/4$ de la autoimagen positiva de R'_1 , este genera cambios de fase que producirán un corrimiento lateral (en el plano de R_2) de la autoimagen de R'_1 . En estas condiciones, la red R_2 no puede bloquear toda la luz que va hacia el plano de salida. Como se observa en la Figura V.1, para la detección del objeto de fase se coloca una lente L_3 de distancia focal de 250 mm que conjuga con magnificación unitaria, el plano del objeto de fase con el plano de salida. Asimismo, para eliminar la estructura de las redes se colocó una ranura en el plano focal de la lente L_3 (plano de Fourier), de modo de seleccionar sólo uno de los órdenes de difracción de la red. Al rotar

el polarizador P_2 desde β_1 a β_3 , se pasa de la condición de campo oscuro a brillante sin la necesidad de desplazar lateralmente la red de referencia. La selección de un fondo brillante u oscuro por simple rotación del polarizador^[V.27], puede ser muy útil en determinadas aplicaciones^[V.8]. Por ejemplo, para obtener imágenes nítidas de objetos, la opción de fondo brillante es aconsejable. Si en cambio se pretenden detectar tenues estructuras de fase, un campo oscuro tiene ventajas evidentes.

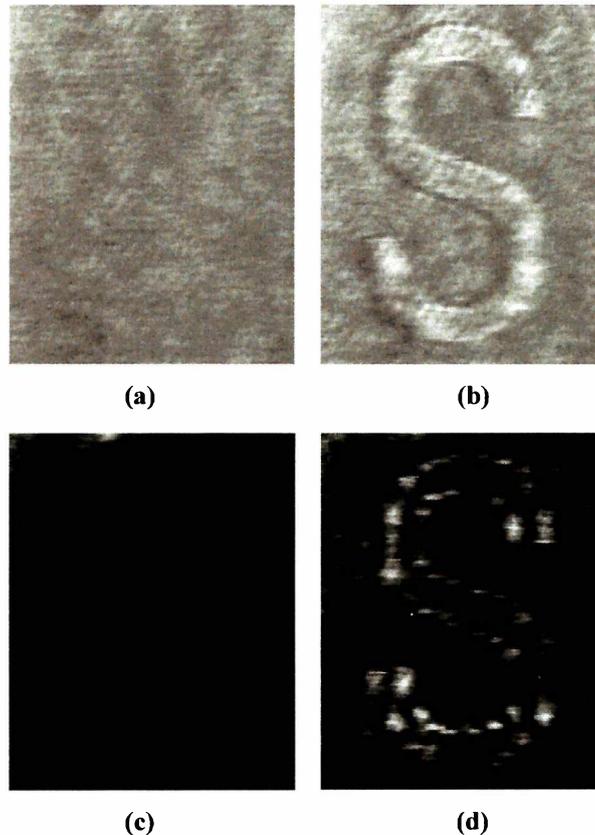


Figura V.2: Detección de objetos de fase en fondo brillante u oscuro.

En el experimento se utilizó un cristal BSO de dimensiones $L_x = L_y = 10$ mm y $L_z = 3$ mm, al cual se le aplicó un voltaje $V = 7$ kV entre las caras (110). La Fig.V.2 muestra los resultados en el plano de salida. En la Figura V.2 (a) se presenta el campo brillante correspondiente al ángulo $\beta = \beta_1$. Al rotar el polarizador P_2 hasta $\beta = \beta_3$, se obtiene la condición de campo oscuro, como se muestra en la Figura V.2 (c). Cuando una transparencia de fase se introduce en el sistema, el resultado con campo brillante ($\beta = \beta_1$) se observa en la Figura V.2 (b) y con campo oscuro ($\beta = \beta_3$) en la Figura V.2 (d).

V.2.1 Sintonización del Contraste de Franjas de Moiré

Como ya mencionamos, el interferómetro Talbot es un sistema óptico compuesto por dos redes binarias de amplitud, colocadas a lo largo de la dirección de iluminación. La segunda red, se coloca en la región de Fresnel de la primera. La distribución de intensidad en la región de Fresnel de la segunda red esta determinada por el fenómeno de autoimagen de ambas redes y por la frecuencia de batido por ellas generada que a su vez depende de la inclinación relativa entre ambas. El patrón de franjas generado por la superposición de las dos redes de período similar, se denomina moiré^[V.18].

Si las franjas de la autoimagen de la primera red se rotan un ángulo θ pequeño respecto a las de la segunda red, ambas de igual período d , las franjas de moiré tendrán un espaciado W dado por^[V.19]:

$$W = \frac{d}{2 \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (\text{V.1})$$

De este modo, una rotación de la segunda red en relación a la vertical permite seleccionar un patrón de moiré con $W \gg d$, y se facilita su visualización.

En nuestro caso, los patrones de moiré se originan entre la autoimagen de la red fotorrefractiva R'_1 y reconstruida con una onda plana y una red de amplitud R_2 de igual período. La red de referencia R_2 está a una distancia $z_1/2$ de la autoimagen de R'_1 . Según fue analizado, es posible modificar el contraste de las autoimágenes al rotar el polarizador P_2 . De forma análoga, será posible cambiar el contraste de las franjas de moiré generadas entre las redes mencionadas al rotar el polarizador, como se observa en la Figura V.3.

La Figura V.3 muestra el patrón de moiré obtenido cuando el eje de transmisión del polarizador P_2 se coloca en: (a) $\beta = \beta_1$; (b) $\beta = \beta_2$ y (c) $\beta = \beta_3$. En $\beta = \beta_2$, como se observó en el Capítulo IV, se obtiene un campo uniforme en el plano de la autoimagen. Como consecuencia, también el moiré desaparece. Finalmente, al rotar el polarizador de β_2 a β_3 el contraste de la autoimagen se invierte y por ende el patrón de moiré cambia en concordancia.

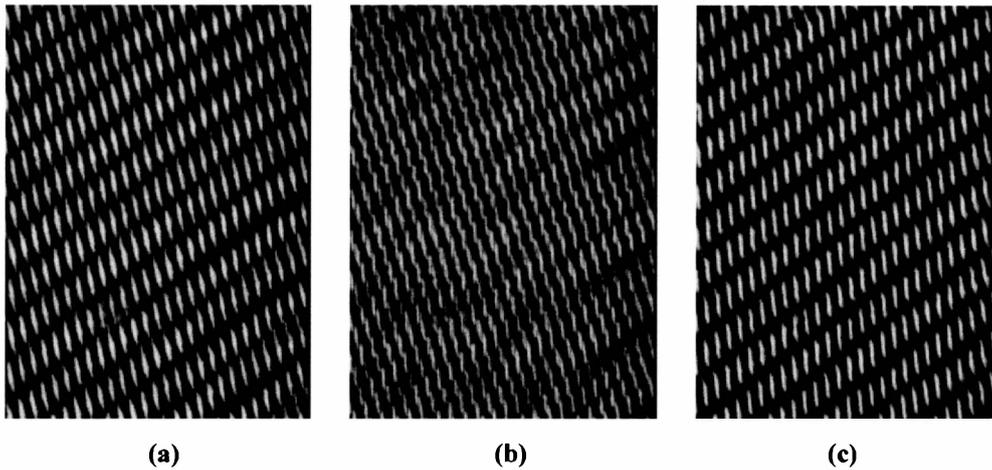


Figura V.3: (a) patrón de moiré; (b) supresión del patrón de moiré y (c) corrimiento de franjas de moiré de medio periodo respecto de (a). Esto corresponde a las posiciones β_1 , β_2 y β_3 , respectivamente.

Por su propia naturaleza, el conversor descrito puede ser empleado para detectar variaciones de birrefringencia. Entonces, si se coloca un elemento birrefringente entre la autoimagen R'_1 localizada a una distancia $z_T/2$ de la red R_2 , se producirán cambios de fase que modificarán localmente las franjas de moiré generadas por las redes. El plano de observación se localizó a una distancia $z_T/2$ de la red R_2 . En la Figura V.4 (b) se observa el desplazamiento lateral de dichas franjas debido a la presencia una lámina de polaroide. En una aproximación de primer orden, el corrimiento de las franjas es proporcional al espesor de la lámina y su birrefringencia (diferencia entre los índices ordinario y extraordinario).

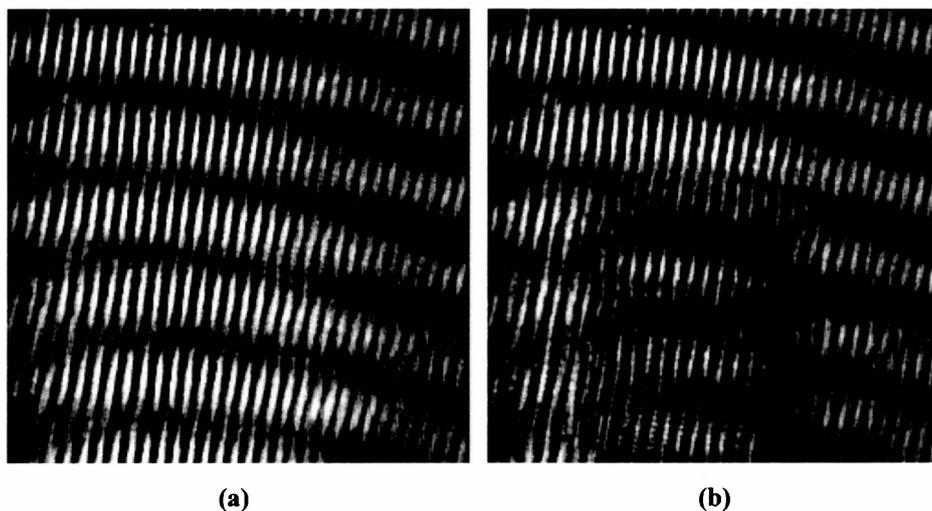


Figura V.4: (a) Patrón de franjas de moiré (b) corrimiento de las franjas producido por una lámina de polaroide.

V.3 Interferómetro Lau a partir de una red registrada en un cristal fotorrefractivo

La modalidad operativa al desarrollar el interferómetro Talbot sugiere que también puede implementarse un interferómetro Lau a partir de una red registrada en un cristal fotorrefractivo^[V.26].

La visibilidad de las franjas de Lau varía periódicamente a medida que la distancia entre las redes es modificada. En particular, para redes de Ronchi de razón $s = 0.5$, se obtienen franjas de contraste óptimo cuando la distancia entre ellas es $z_0 = n \cdot \frac{d^2}{\lambda_R}$ ($n = 1, 2, \dots$).

Por otra parte, la visibilidad es nula cuando $z_0 = \frac{(2n-1)}{2} \cdot \frac{d^2}{\lambda_R}$ ($n = 1, 2, \dots$) El

período D de las franjas depende de z_0 y está dado por $D = \frac{d \cdot f}{z_0}$, donde f es la distancia

focal de la lente L_5 .

En el Capítulo IV se analizó la formación de franjas de Lau a partir de una red almacenada en un medio fotorrefractivo y una red de amplitud. Este arreglo permite modificar el contraste de las franjas mediante la rotación de un polarizador de salida^[V.28].

Se parte entonces de un arreglo interferométrico Lau ya propuesto en la referencia^[V.21]. Allí, se presentan dos posibles configuraciones. Una de ellas, es poco sensible a la no coincidencia de las redes y las franjas de salida se exhiben con baja luminosidad. La otra configuración que se muestra en la Figura V.5 y es la elegida en nuestro trabajo, requiere un alineamiento cuidadoso. Sin embargo no es necesario ningún proceso de filtrado y consecuentemente las franjas interferométricas son muy brillantes.

De hecho, se utilizan dos posibles configuraciones del interferómetro al reemplazar ya sea la primera (Figura V.5) o la segunda red (Figura V.6) del arreglo tradicional, por la red registrada en el cristal y un polarizador a la salida. Se presentaron resultados correspondientes a ambos arreglos para demostrar la equivalencia en su desempeño. En las condiciones de trabajo y para el haz de lectura, ambos estados de polarización emergentes del cristal son lineales^[V.29]. Se utilizaron redes de Ronchi R_0 y R_2 de 2 líneas/mm y cuyas franjas transparentes y opacas tienen igual ancho (razón $s = 0.5$). La imagen de la red R_0 se

registra en el cristal BSO como modulación de birrefringencia. Las experiencias fueron realizadas con un cristal de dimensiones $L_x = L_y = 10$ mm y $L_z = 3$ mm, y al cual se le aplicó una diferencia de potencial $V = 7$ kV entre las caras (110). Para el proceso de lectura se empleó una fuente de luz blanca S_2 con un filtro interferencial centrado en 633 nm y un polarizador P_1 . La intensidad del haz de reconstrucción es menor que $0,5$ mW/cm². Las lentes L_3 , L_4 , L_5 tienen todas la misma distancia focal, de 100 mm. Los patrones de interferencia fueron registrados por una cámara CCD y enviados a una PC que posee un procesador a tiempo real.

Cuando el objeto de fase no está presente en el arreglo experimental, la imagen de la red fotorrefractiva R_1 se forma sobre una red R_2 . Esta situación puede ser considerada como un caso especial del efecto Lau, cuando la distancia entre las redes es cero. Entonces, en el plano focal de la lente L_5 se observarían franjas de período infinito, es decir una distribución uniforme, cuya intensidad depende del desplazamiento lateral relativo entre las redes. En particular, si las franjas oscuras de R_1 cubren las franjas transparentes de R_2 , no se transmitirá luz a través de la segunda red y se observará un campo oscuro. En cambio, si las franjas oscuras de ambas redes coinciden se obtendrá un campo uniforme y de intensidad máxima. En este arreglo experimental, se pasa de una situación a la otra al rotar el polarizador P_2 desde β_1 a β_3 . Es decir, esta rotación del polarizador equivale a desplazar efectivamente en medio período una de las redes. Cuando se ubica un objeto de fase entre L_3 y L_4 , simétricamente con respecto a las redes R_1 y R_2 , se produce un desplazamiento axial de la imagen de R_1 . De este modo, las imágenes de las redes R_1 y R_2 no coinciden y en el plano focal de la lente L_5 se observan franjas de Lau de período finito^[V.21]. Las características de las franjas dependerá de la estructura del objeto de fase y su período y visibilidad del desplazamiento axial experimentado por la imagen de R_1 , según el cambio de fase introducido por el objeto. De hecho, el cambio de fase continuo que tiene lugar, está localmente asociado con el desplazamiento entre la imagen de R_1 y la red R_2 . Consecuentemente, se observa una variación local de la visibilidad y frecuencia de las franjas.

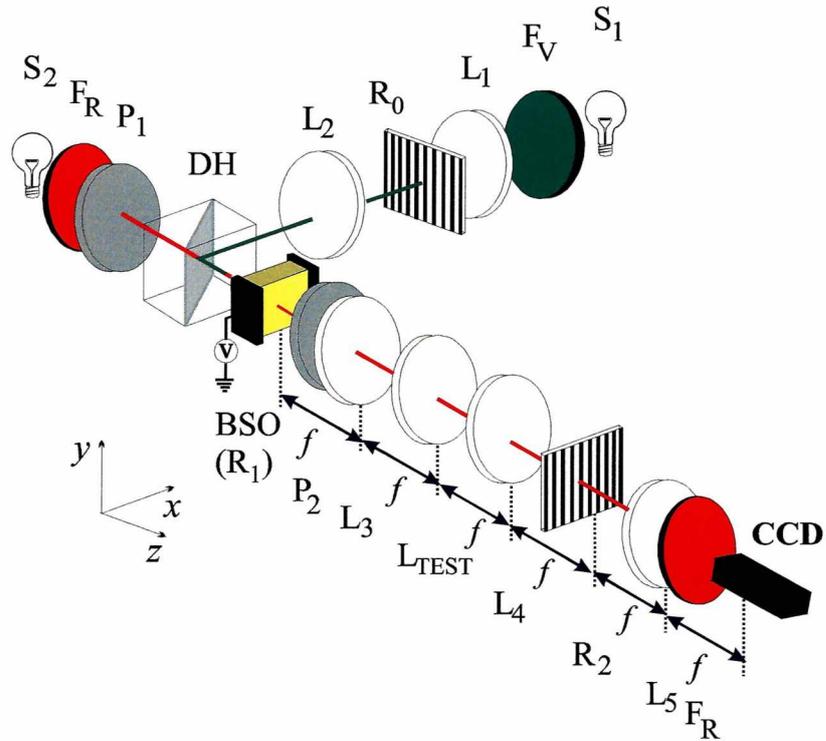


Figura V.5: Primer montaje experimental utilizado para la implementación del interferómetro Lau.

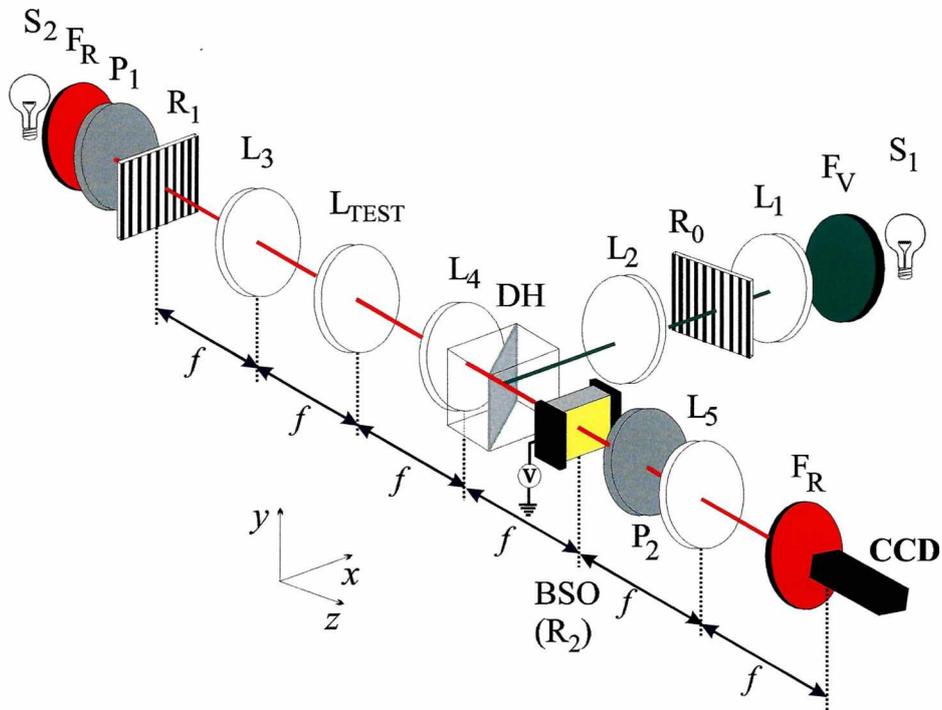


Figura V.6: Segundo montaje experimental utilizado para la implementación del interferómetro Lau

En particular, si una lente sin aberraciones L_{TEST} de distancia focal f_T se ubica entre las lentes L_1 y L_2 , la imagen R'_1 de la red fotorrefractiva R_1 se localizará a una distancia $z'_0 = f^2 / f_T$ de la red R_2 . Así, al no coincidir R'_1 y R_2 , se obtendrá en el plano de salida un

sistema de franjas equidistantes de período $P = d \cdot f / z'_0 = d \cdot f_T / f$ donde d es el periodo de la red y f la distancia focal de las lentes L_1 y L_3 . En un interferómetro Lau convencional, la visibilidad de las franjas obtenidas dependerá del valor z'_0 ; en particular será óptima si $z'_0 = m \cdot d^2 / \lambda_R$ y nula si $z'_0 = (2m-1) \cdot d^2 / 2 \cdot \lambda_R$, donde m es un entero positivo. Sin embargo, en nuestro arreglo es posible modificar la visibilidad al rotar el polarizador de salida. Esto es válido para ambos arreglos experimentales.

La Figura V.7 muestra el patrón de franjas correspondiente a una lente de 8 mm de distancia focal empleada como objeto de prueba, cuando se utiliza el arreglo experimental de la Figura V.5. En La Figura V.7 (a) el eje de transmisión del polarizador P_2 está orientado en un ángulo β_1 con respecto al eje x , mientras en la Figura V.7 (b) el ángulo es β_3 . Es evidente la inversión de contraste de las franjas.

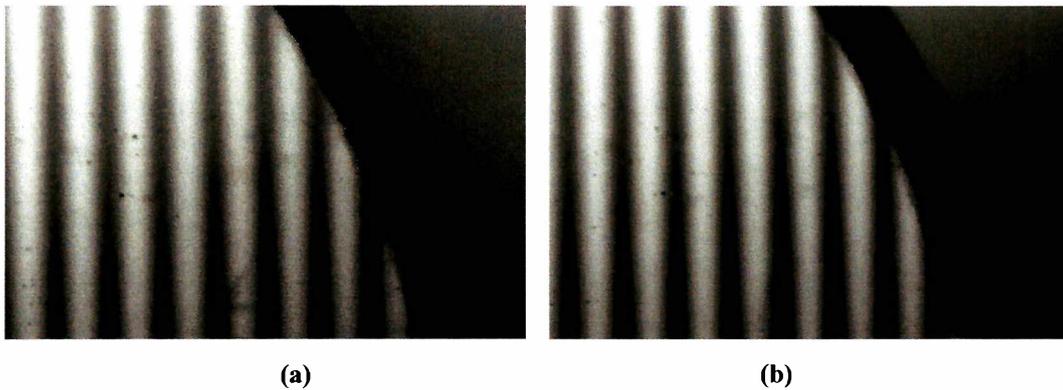


Figura V.7: Franjas interferométricas obtenidas a partir del arreglo experimental de la Figura V.5 y con eje de transmisión del polarizador orientado en (a) β_1 y (b) β_2

La Figura V.8 muestra las franjas correspondiente al derramamiento de un fluido altamente viscoso, se obtuvieron con el arreglo experimental de la Figura V.6. En La Figura V.8 (a) el ángulo del polarizador es β_1 , mientras que en la Figura V.8 (b) la posición angular es β_3 . Como en el caso anterior las franjas de la Figura V.8 (a) tienen contraste inverso con respecto a las de la Figura V.8 (b). Nótese que la calidad de los resultados es equivalente para ambos arreglos.

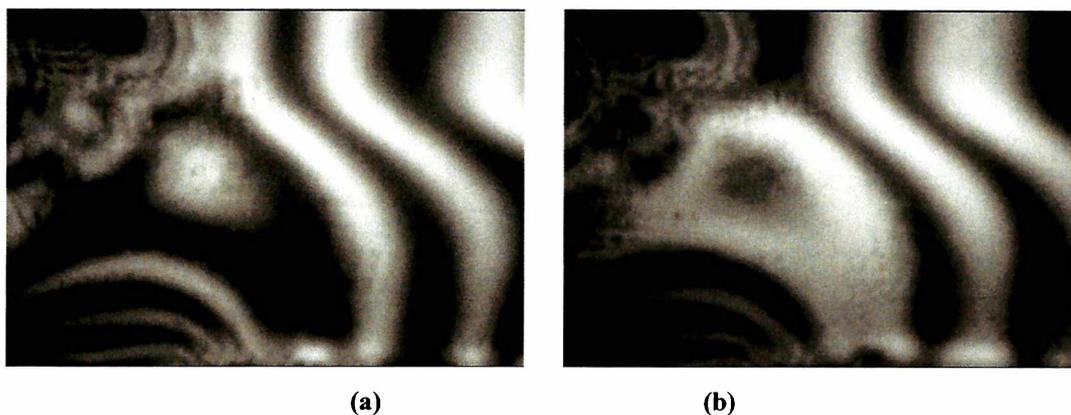


Figura V.8: Franjas interferométricas obtenidas a partir del arreglo experimental de la Figura V.6 y con eje de transmisión del polarizador orientado en (a) β_1 y (b) β_2

El interferómetro también se ha empleado para visualizar la topografía de la superficie correspondiente a un aceite siliconado que se derrame sobre una placa de caras paralelas, a partir de la observación del patrón de franjas.

En las Figura V.9, se muestran sistemas de franjas generados por el derrame de un fluido siliconado sobre una placa de caras paralelas. En Figura V.10 se observa el patrón de franjas producido por dos líquidos no miscibles.

A partir de estos resultados, pueden determinarse las líneas de nivel y caracterizar el régimen de fluencia del líquido.

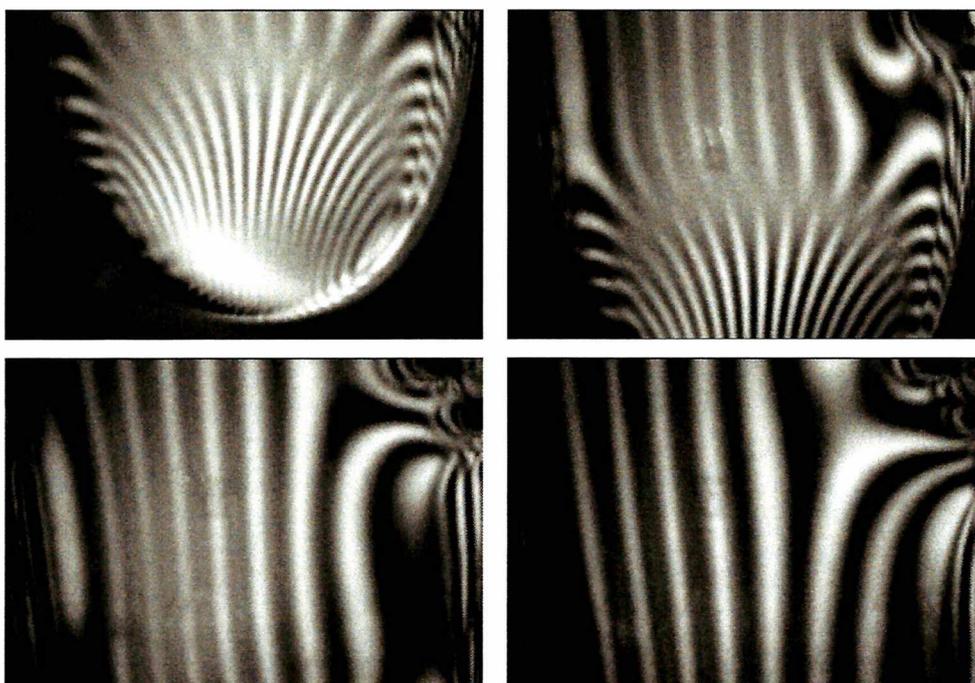


Figura V.9: Franjas interferométricas obtenidas por el derrame de un fluido a partir del arreglo experimental de la Figura V.5

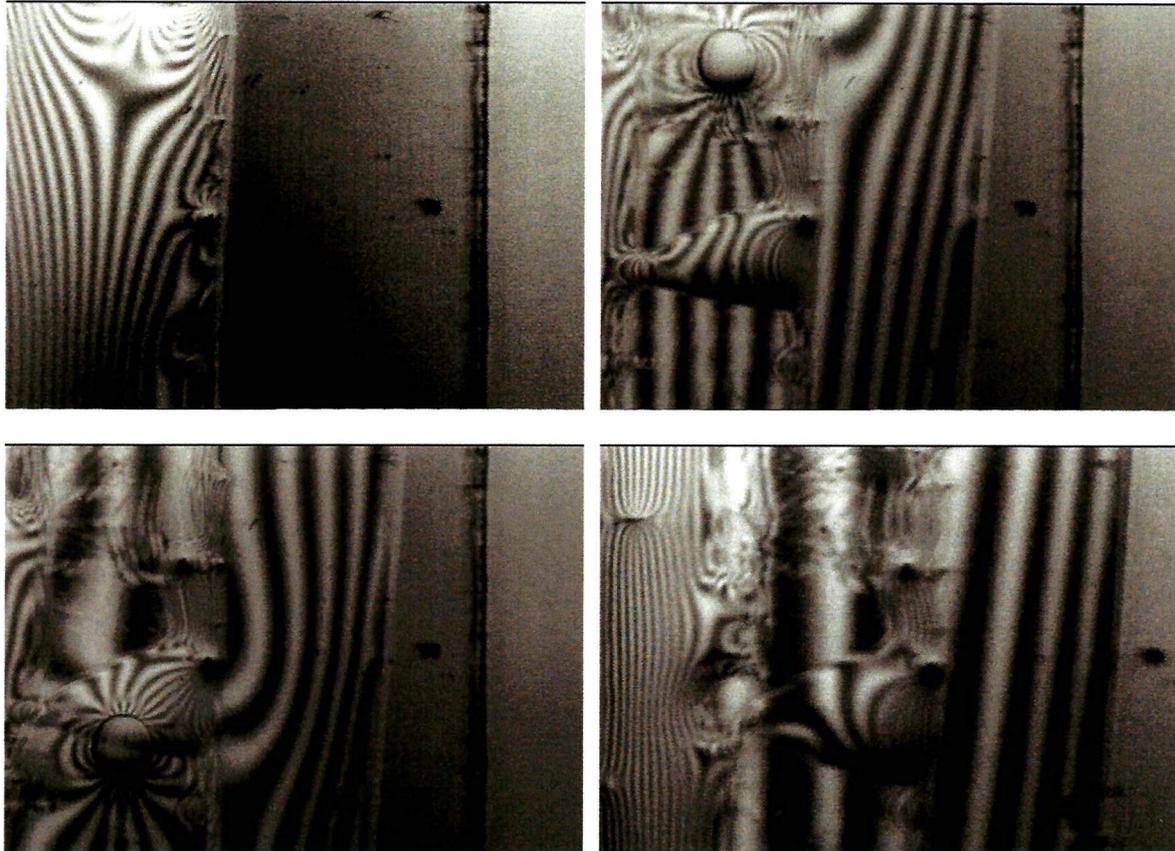


Figure V.10: Franjas interferométricas obtenidas por el derrame de dos líquidos no miscibles a partir del arreglo experimental de la Figura V.6

V.4 Determinación de la distancia focal de una lente

El procedimiento de determinación de la fase en Interferometría de Corrimiento de Fase (Phase Shifting Interferometry ó PSI) se ha desarrollado como un método importante para el análisis del sistema de franjas obtenidos por proyección ó interferencia de dos haces.

En la interferometría de corrimiento de fase, se registra electrónicamente una serie de interferogramas mientras se cambia la fase de referencia del interferómetro. La fase del frente de onda está codificada en las variaciones de intensidad de los interferogramas registrados y se la recobra mediante un cálculo punto a punto.

A continuación, se presenta una técnica de evaluación de las franjas interferométricas de Lau mediante la técnica de interferometría de corrimiento de fase^[V.30]. En nuestro caso, el corrimiento se implementará por desplazamientos de una de las redes del arreglo interferométrico. Este método es utilizado para caracterizar a una lente utilizada como objeto de fase. En particular, es posible determinar su distancia focal a partir de la pendiente del mapa de fase obtenido.

Como se señaló, el método usado para la extracción del mapa de fase es el de corrimiento de fase ó pasos de fase. Cabe mencionar, que no se estudiarán los algoritmos que emplea esta técnica solamente se analizará la posibilidad de emplearla en un interferómetro Lau. La información de fase obtenida a partir de la técnica anterior es módulo 2π , y es necesario aplicarle una técnica de demodulación de fase para determinar el mapa de fase. El tipo de algoritmo de demodulación de fase depende prioritariamente de la calidad del mapa de fase de módulo 2π ^[V.31]. La ventaja de aplicar el método a las franjas producidas por un interferómetro Lau radica en la ausencia de ruido y evita utilizar algoritmos de demodulación complicados y sofisticados. Se presentarán resultados experimentales que confirman el análisis.

En el arreglo propuesto, los corrimientos de fase se implementarán a partir de translaciones en el plano de una de las redes del arreglo. Para demostrar que la técnica de corrimiento de fase puede aplicarse al interferómetro, se debe analizar el efecto de desplazar en el plano a una de las redes sobre las franjas interferométricas.

Para el desarrollo del método, es conveniente expresar las redes de Ronchi R_1 y R_2 como la serie de Fourier:

$$R_1(x_1, y_1; t_1) = \sum_m R_m \exp\left(2\pi i m \frac{x_1 - t_1}{d}\right) \quad (V.2)$$

$$R_2(x_2, y_2; t_2) = \sum_m R_m \exp\left(2\pi i m \frac{x_2 - t_2}{d}\right) \quad (V.3)$$

donde

$$R_m = \frac{1}{2} \operatorname{sinc}\left(\frac{m}{2}\right) \quad (V.4)$$

d es el período de las redes y t_1 y t_2 se refiere a las posiciones de R_1 y R_2 , respectivamente. Sin objeto de fase, las franjas brillantes de la imagen de R_1 y R_2 coinciden a menos que $t_2 -$

$t_1 = nd$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) ($|t_2 - t_1|$ representa la magnitud del desplazamiento relativo de las redes en el plano). En términos de las frecuencias espaciales $(v_1, u_1) = (\lambda f)^{-1}(x_1, y_1)$ y $(v_2, u_2) = (\lambda f)^{-1}(x_2, y_2)$, las expresiones de las redes pueden escribirse:

$$\tilde{R}_1(v_1, u_1; \delta_1) = \sum_m R_m \exp[2\pi i m \Delta (v_1 - \delta_1)] \quad (\text{V.5})$$

$$\tilde{R}_2(v_2, u_2; \delta_2) = \sum_m R_m \exp[2\pi i m \Delta (v_2 - \delta_2)] \quad (\text{V.6})$$

siendo $1/\Delta = d/\lambda f$ y siendo $\delta_l = t_l/\lambda f$, ($l = 1, 2$).

En este caso, la distribución de intensidad $I(x, y)$ en el plano de observación resulta:

$$I(x, y) = \sum_k \sum_m \sum_n R_k R_m R_n^* O(x - m\Delta, y) O^*(x - n\Delta, y) \delta_{n, m+k} \exp\{-2\pi i \Delta [(m - n)\delta_2 + k\delta_1]\} \int du_s \quad (\text{V.7})$$

donde O representa al objeto de fase. Si se emplean dos redes de Ronchi de razón $s = 0.5$, los coeficientes de Fourier cumplen: $R_{2k} = 0$ si $k \neq 0$ y $R_k = R_{-k} = R_k^*$. De la Ec. (V.7) resulta:

$$I(x, y) = I'(x, y) + I^{(1)}(x, y) \quad (\text{V.8})$$

donde

$$I'(x, y) = \sum_m R_m^2 |O(x - m\Delta, y)|^2 \quad (\text{V.9})$$

y

$$I^{(1)}(x) = 2 \operatorname{Re} \left\{ \sum_m R_m^2 O^*(x) \cdot \{O(x + m\Delta, y) \cdot \exp[2\pi i m \Delta (\delta_2 - \delta_1)] + O(x - m\Delta, y) \cdot \exp[-2\pi i m \Delta (\delta_2 - \delta_1)]\} \right\} \quad (\text{V.10})$$

Si se asume que $O(x, y)$ representa un objeto puro de fase ($O(x, y) = \exp[i\varphi(x, y)]$), el término $I'(x, y)$, representa la imagen no desplazada del objeto y conduce a un fondo uniforme dado que $|O(x, y)|^2 = 1$.

Nótese, que la intensidad $I(x, y)$ consiste de múltiples imágenes desplazadas, donde el corrimiento esta dado por $\Delta = \lambda f/d$. Además, el factor exponencial en la Ec. (V.10)

significa un cambio global de fase proporcional a $\Delta(\delta_2 - \delta_1) = \frac{t_2 - t_1}{d}$. Esto implica que si las imágenes R'_1 de R_1 y R_2 están desplazadas una con respecto a la otra entonces la distribución en el plano de observación experimentará un desplazamiento $\delta_2 - \delta_1 = \frac{n}{\Delta}$, ó de forma equivalente, $t_2 - t_1 = nd$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Entonces, el corrimiento de fase se realiza por desplazamientos de la red en el plano^[V.30]. Para producir un cambio de fase de 2π , basta con moverla una distancia igual a su período d . Por lo tanto, si se traslada a través de una distancia $\frac{d}{k}$, la fase cambia en $\frac{2\pi}{k}$.

Dado que $\frac{R_m^2}{R_0^2} \propto \frac{1}{m^2}$, el término mayor en $I^{(l)}(x)$ corresponde a $m = 1$. La fase $\varphi(x \pm \Delta)$ puede expresarse según la serie $\varphi(x \pm \Delta, y) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \frac{\partial^k \varphi(x, y)}{\partial x^k} (\pm \Delta)^k$.

Si se asume además que la función $\varphi(x, y)$ varía lentamente, la serie anterior puede aproximarse por:

$$\varphi(x \pm \Delta, y) \cong \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x} (\pm \Delta) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varphi(x, y)}{\partial x^2} \Delta^2 \quad (\text{V.11})$$

En estas condiciones y a partir de las Ecs. (V.10) y (V.11) se sigue que:

$$I^{(l)}(x, y) \approx 4R_1^2 \cos \left[\frac{\partial^2 \varphi(x, y)}{\partial x^2} \Delta^2 \right] \cdot \cos \left[\frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x} \Delta + \frac{2\pi}{d} (t_2 - t_1) \right] \quad (\text{V.12})$$

Así la Ec. (V.8) puede re-escribirse como:

$$I(x, y) = I'(x, y) + I''(x, y) \cos [\Theta(x, y) + \delta(t_{21})] \quad (\text{V.13})$$

donde

$$\delta(t_{21}) = \frac{2\pi}{d} (t_2 - t_1) \quad (\text{V.14})$$

Entonces, el método PSI puede ser empleado para reconstruir las tres incógnitas en la Ec. (V.13): $I'(x, y)$, $I''(x, y)$ and $\Theta(x, y)$. En cualquier caso, un mínimo de tres interferogramas, con una modificación en la fase de referencia, $\delta(t_{21})$, deben ser grabados.

En particular, si el objeto de fase varía lentamente es válido que $\Theta(x, y) = \Delta \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x}$ y consecuentemente el método de "Phase Shifting Interferometry" puede ser usado para determinar la derivada primera $\frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x}$ del objeto de fase

En el caso de la lente, $\varphi(x, y) = \frac{\pi}{\lambda \cdot f_T} \cdot (x^2 + y^2)$, siendo f_T su distancia focal.

Consecuentemente:

$$I^{(0)}(x, y) \approx 4G_1^2 \cos \left[\frac{\pi}{\lambda \cdot f_T} \cdot \Delta^2 \right] \cdot \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} \frac{\Delta}{f_T} x + \frac{2\pi}{d} (t_2 - t_1) \right] \quad (\text{V.15})$$

La Ec. (V.15) predice que para una lente sin aberraciones, debe observarse un patrón de franjas equidistantes cuyo período esta dado por $P = \frac{\lambda}{\Delta} \cdot f_T = \frac{d}{f} \cdot f_T$, como era lo esperado.

De manera similar, el factor $\cos \left(\frac{\pi \cdot \Delta^2}{\lambda \cdot f_T} \right)$ en la Ec. (V.15), implica que la visibilidad de las franjas varia periodicamente, siendo óptima cuando $f_T = \Delta^2 / n \cdot \lambda$ ($z'_0 = n \cdot d^2 / \lambda$) y nula para $f_T = \left(\frac{2}{2n-1} \right) \cdot \left(\frac{\Delta^2}{\lambda} \right)$ ($z'_0 = \left(\frac{2n-1}{2} \right) \cdot \left(\frac{d^2}{\lambda} \right)$). Nótese que el factor $\Delta = \lambda f / d$ (el cual depende exclusivamente de los parámetros de los interferómetros) debe ajustarse tal que la visibilidad de las franjas sea máxima. Debe destacarse otra vez que al emplear una red fotorrefractiva la visibilidad puede ajustarse a partir de la rotación del polarizador.

La intensidad en cada punto (x, y) varía como una función sinusoidal del corrimiento de fase introducido $\delta(t_{21})$. En nuestro caso, el corrimiento de fase de las franjas es realizado con un desplazamiento en el plano de una de las redes. Si las franjas tienen un periodo d y una de las redes es desplazada una distancia $|t_2 - t_1| = d/k$ ($k = 1, 2, \dots$), entonces el cambio de fase de las franjas interferométricas de Lau es desplazada en una cantidad $|\delta(t_{21})| = 2\pi/k$.

Para una lente de distancia focal f_T , $\Delta \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\Delta}{f_T} x$ y el correspondiente mapa de fase será un plano cuya pendiente es proporcional a $1/f_T$.

En nuestra experiencia, para cada objeto a analizar, se registraron secuencialmente tres imágenes introduciendo en cada caso, un desplazamiento en el plano de la red R_2 . Para ello, se coloca la red sobre un trasladador micrométrico de forma tal que pueda ser desplazada en su plano. En nuestro caso los desplazamientos fueron; $t = d/4 \approx 64 \mu\text{m}$ entre la primera y la segunda imagen (implica un corrimiento de fase de $\pi/2$) y $t = d/2 \approx 127 \mu\text{m}$ entre la segunda y tercera imagen (equivale a un corrimiento de fase de π).

En la Figura V.11 (a) se muestra uno de los tres interferogramas necesarios para el algoritmo de corrimiento de fase. Se emplea como objeto de prueba una lente de distancia focal $f_T = 50 \text{ mm}$. El mapa de fase de módulo 2π se presenta en la Figura V.11 (b). Como se esperaba, se observa una superficie plana en el mapa de fase. Luego, sobre el mapa de fase se aplica el algoritmo de demodulación de fase^[V.31] y su resultado se presenta en la Figura V.11 (c). Finalmente, en Figura V.11 (d) se muestra una gráfica 3D del mapa de fase. Debido a la ausencia de ruido en las franjas interferométricas, el mapa de fase resultante tiene muy buena calidad sin necesidad de realizar filtrado en los interferogramas originales.

En la Figura V.12 (a) se muestra uno de los tres interferogramas cuando se emplea como objeto de prueba una lente de contacto. Luego, se aplicó el algoritmo correspondiente para nuestro corrimiento de fase a los tres interferogramas para obtener el mapa de fase de módulo 2π , cuyo resultado se observa en la Figura V. 12 (b). Sobre el mapa de fase se aplica el algoritmo de demodulación^[V.31]. En Figura V.11 (c) se muestra una gráfica 3D del mapa de fase. En este caso se observa la variación en la pendiente del mapa de fase obtenido.

En la Figura V.13 se presentan los mapas de fase correspondientes a lentes de distancia focal $f_T = 50, 100, 150$ and 200 mm , respectivamente. Como mencionamos, la medida de la pendiente de los planos es proporcional a $1/f_T$.

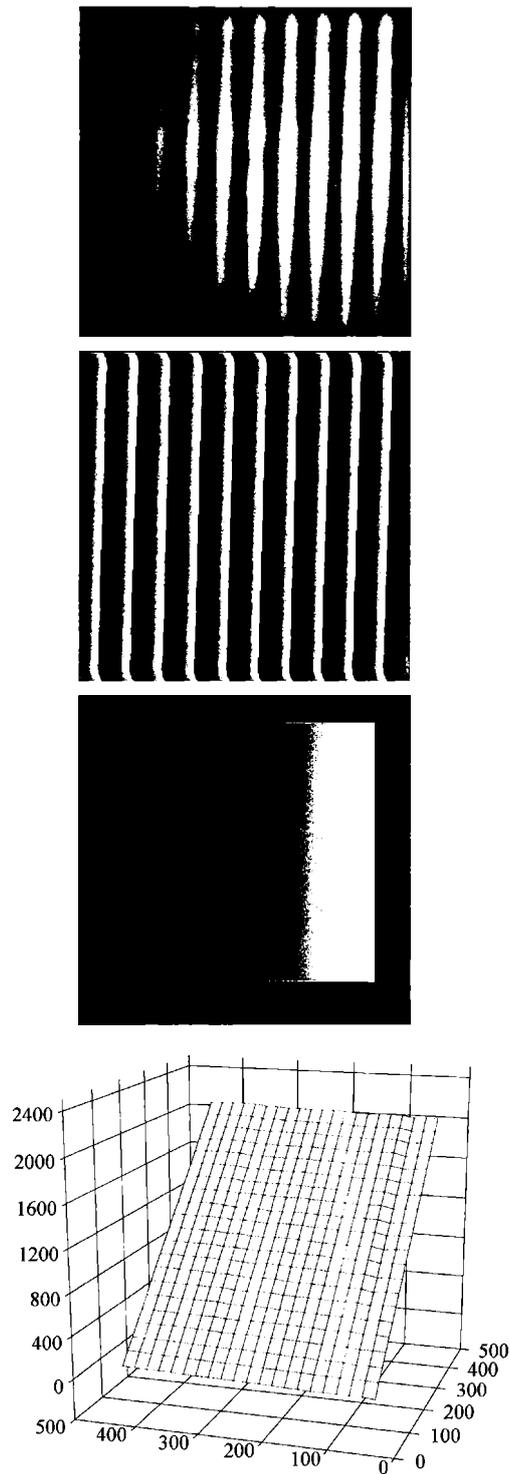


Figura V.11: Método de corrimiento de fase a partir de franjas de Lau (a) interferograma (b) mapa de fase módulo 2π (c) fase luego de aplicar el algoritmo de demodulación (d) gráfica 3D del mapa de fase.

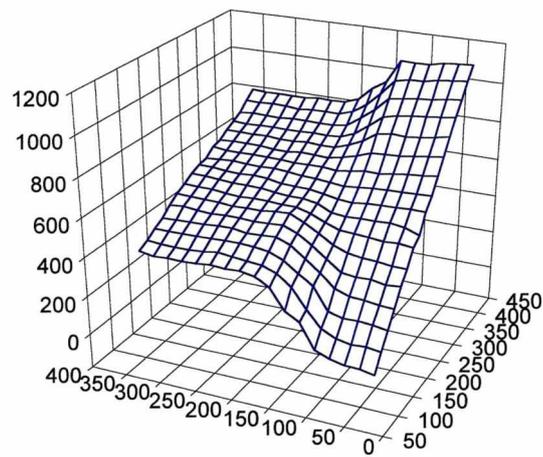
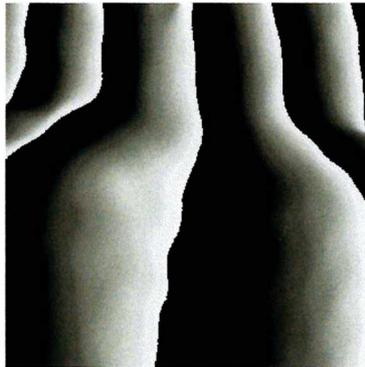
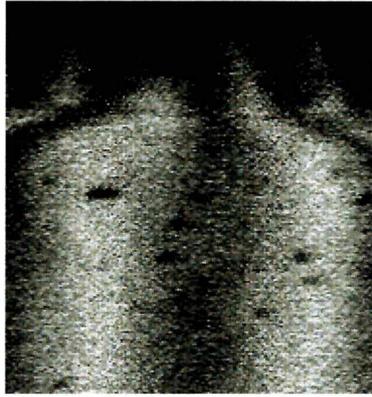


Figura V.12: Método de corrimiento de fase a partir de franjas de Lau (a) interferogramas (b) mapa de fase de módulo 2π (c) gráfica 3 D de la fase con datos obtenidos después de la demodulación.

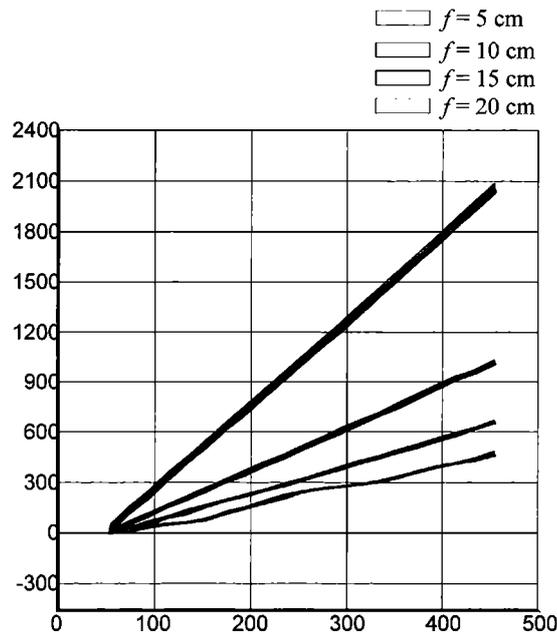


Figura V. 13: Gráfica de la fase con datos obtenidos después de la demodulación correspondientes a cuatro lentes de distancia focal: $f = 5$ cm, 10 cm, 15 cm y 20 cm.

V.5 Bibliografía

- V.1 K. Patorski, *The self-imaging phenomenon and its applications* en "Progress in Optics, XXVII", Ed. E. Wolf, North-Holland, Amsterdam (1989).
- V.2 A. W. Lohmann and D.E. Silva, *An interferometer based on the Talbot effect*, Opt. Commun. **2**, 413 (1971)
- V.3 S. Yokozeki and T. Suzuki, *Shearing interferometer using the grating as the beam splitter*, Appl. Opt **10**, 1575 (1971)
- V.4 D. E. Silva, *Talbot interferometer for Radial and Lateral Derivatives*, Appl. Opt. **11**, 2613 (1972).
- V.5 A. W. Lohmann y D. E. Silva *A Talbot interferometer with circular gratings*, Opt. Commun., **4**, 326 (1972)
- V.6 J. Ibarra, J. Ojeda Castañeda, *Talbot interferometry: a new geometry*, Opt. Commun. **96**, 294 (1993).
- V.7 A. Agra Amorim, M. C. Lasprilla A., M. Tebaldi y N. Bolognini, *Photorefractive implementation of the Talbot effect and applications*, Journal of Optics (India), **24**, 133 (1995).

- V.8. E. Tepichin, J. Ojeda Castañeda, *Talbot interterometer with simultaneous dark and bright field*, Appl. Opt., **28**, 1517 (1989).
- V.9 H.J. Rabal, W.D. Furlan, E.E. Sicre, *Talbot interferometry with anisotropic gratings*, Opt. Commun., **57**, 81 (1986).
- V.10 K. Patorski, *Periodic source Ronchi- Talbot shearing interferometer*, Optik, **62**, 207 (1982).
- V.11 H. Kaijun, J. Jahns, A. W. Lohmann, *Talbot interferometry with a vibrating phase object*, Opt. Comm., **45**, 295 (1983).
- V.12 J. C. Bhattacharya, *Measurement of the refractive index using the Talbot effect*, Appl. Opt., **28**, 2600 (1989).
- V.13 J. R. Leger and M. A. Snyder, *Real time depth measurement and display using Fresnel diffraction and white-light processing*, Appl. Opt., **23**, 1655 (1984).
- V.14 L. M. Bernardo, O. D. D. Soares, *Evaluation of the focal distance of a lens by Talbot interferometry*, Appl. Opt., **27**, 296 (1988).
- V.15 V. S. Kuppuswamy, P. K. Mahendra, S. S. Rajpal, *Talbot interferometry in noncollimated illumination for curvature and focal length measurements*, Appl. Opt., **31**, 75 (1992).
- V.16 A. M. Andreyev, V. M. Ginzburg, N. M. Ramishvili, *The use of the Talbot effect in dynamic measurements of deformed liquid/gas interface surface shape*, Opt. Commun., **73**, 429 (1989).
- V.17 L. M. Bourimborde, A. O. Tonso, C. M. V. Colautti, E. E. Sicre, *Real-time measurement of the meniscus shape using the Talbot effect*, Opt. Commun., **102**, 397 (1993).
- V.18 O. Kafri, I. Glatt, "The physics of moiré metrology", John Wiley & Sons, N. York (1990).
- V.19 Y. Nakano, K. Murata, *Measurements of phase objects using the Talbot effect and moiré techniques*, Appl. Opt., **23**, 2296 (1984)
- V.20 P. Chavel, S. Lowenthal, *Noise and coherence in optical image processing II. Noise fluctuation*, J. Opt. Soc. Am., **68**, 721 (1978)
-

- V.21 H. O. Bartelt, J. Jahns, *Interferometry based on the Lau effect*, Opt. Commun., **30**, 268 (1979).
- V.22 H. Bartelt, Yajun Li, *Lau interferometry with cross grating*, Opt. Commun., **48**, 1 (1983).
- V.23 N. Bolognini, J. Ojeda Castañeda, E. Sicre, *Interferometry based on the Lau effect. A quasi-ray description*, Optica Acta, **32**, 409 (1985).
- V.24 K. Patorki, *Incoherent superposition of multiple self-imaging under plane wavefront illumination*, App. Opt., **245**, 2396 (1986).
- V.25 J. Ojeda Castañeda, J. C. Barreiro, J. Ibarra, *Scharadin- Lau interferometer*, Opt. Commun. **67**, 325 (1988).
- V.26 M. Tebaldi, L. Angel Toro, M. C. Lasprilla, N. Bolognini, *Interferometry based on Lau effect with a grating registered in a photorefractive crystal*. (Enviado a publicación).
- V.27 N. Bolognini, M. C. Lasprilla, M. Tebaldi, A. Agra Amorim, L.M. Bernardo, *Birrefringence encoding of periodic transparencies with a BSO cristal and self-imaging applications*, "International Conference on Optics and Information -6th Topical Meeting of the European Optical Society", 23-26 de Octubre de 1995, Mulhouse, Francia.
- V.28 M. C. Lasprilla, M. Tebaldi, N. Bolognini, *Polarization sensitive readout of self-images*, Opt. Eng., **36**, 2216 (1997)
- V.29 M. Tebaldi, M. C. Lasprilla N. Bolognini, *Analysis and applications of birrefringence encoded images* (Enviado a publicación)
- V.30 H. Rabal , R. Torroba, R. Henao, *Digital speckle pattern shearing using diffraction gratings*, Opt. Commun., **126**, 191(1996)
- V.31 R. Henao, Tesis doctoral, "Estudio de técnicas speckle opto-digitales", Universidad Nacional de La Plata, La Plata (1997).

CAPÍTULO VI

Registro de distribuciones de speckle en medios fotorrefractivos.

VI.1 Introducción

Cuando un objeto difusor es iluminado con luz espacialmente coherente, adquiere al ser observado, una apariencia granular denominada speckle que resulta de la interferencia de la luz proveniente de diferentes partes de la superficie de aquél. La onda reflejada por el objeto, al iluminarlo con un haz coherente, resulta de las contribuciones provenientes de muchas áreas dispersoras independientes, las cuales al propagarse hasta el punto de observación experimentan retardos relativos que dependen de la microestructura de la superficie y de su geometría. En diferentes puntos de observación las condiciones de interferencia variarán debido a que el campo óptico sintetizado por las componentes dispersadas es distinto y la intensidad resultante en cada punto dependerá de esas condiciones. Su distribución es, en general, aleatoria y depende de las características de la superficie.

El patrón de speckle registrado por un sistema formador de imagen se conoce como speckle subjetivo o imagen, mientras que el detectado por un sensor colocado delante del objeto difusor iluminado se denomina speckle objetivo o de campo lejano.

Nótese, que mientras el speckle objetivo resulta, en un punto del espacio, de la suma de ondas dispersadas desde todas las partes de la superficie, en el caso de speckle subjetivo, la suma de las ondas en el plano de observación esta limitada por la resolución del sistema formador de imágenes. Así, el diámetro del speckle, según el criterio de

Rayleigh, se escribe como $\sigma = 1.2 \cdot \frac{\lambda \cdot Z_C}{D}$ donde D es el diámetro de la pupila circular, Z_C la distancia de la lente al plano imagen y λ la longitud de onda. Si la superficie esta suficientemente lejos, la expresión anterior se reduce a $\sigma = 1.2 \cdot \lambda \cdot \frac{f}{\#}$, para una lente de distancia focal f .

Muchas técnicas han sido propuestas para el grabado y reconstrucción de múltiples imágenes basadas en métodos holográficos^[VI.1, VI.2] y fotográficos. Es bien sabido que en la transformada de Fourier de la mayoría de las imágenes predominan las componentes de bajas frecuencias espaciales, observándose una gran diferencia en la intensidad de ellas en comparación con la de las altas. Esto motivó que muchas técnicas de registro y subsecuente reconstrucción fueron propuestas basadas en la modulación de la imagen de entrada con una frecuencia portadora.

Varias de las técnicas presentadas recurrieron a los patrones de speckle^[VI.3-VI.7], pues estos aportan la ventaja de distribuir en forma más amplia el contenido espectral en el plano de Fourier. De esta manera, el espectro de la señal puede ser procesado más fácilmente. En un trabajo precursor debido a Grover^[VI.8] el registro de múltiples imágenes moduladas por speckle fue realizado mediante un desplazamiento múltiple de las imágenes. En otro método de multiplexado se moduló la imagen a procesar, mediante speckles orientados producidos al emplear una ranura como pupila del sistema óptico^[VI.9].

Otra propuesta de multiplexado de imágenes se basó en la modulación interna de los granos de speckle que resulta en el plano imagen cuando la pupila del sistema óptico consta de dos aberturas circulares idénticas simétricamente dispuestas. Este método se utilizó como una alternativa para medir desplazamientos en el plano en reemplazo de dos haces de iluminación simétricos^[VI.10].

La fotografía speckle fue ampliamente utilizada para medir pequeños desplazamientos y deformaciones^[VI.11-VI.13], pero estas medidas no podían ser realizadas en tiempo real. Este hecho motivó el empleo de los cristales fotorrefractivos como medio de registro, en arreglos holográficos así como en técnicas de metrología speckle^[VI.14-VI.20], debido a su uso reversible y por la posibilidad de realizar medidas en tiempo quasi-real.

No obstante, son muy escasos los trabajos de registro de speckle en medios fotorrefractivos. Uno de ellos, trata el análisis de vibraciones en tiempo quasi-real a través

del registro en un cristal BSO de patrones de speckle promediados en el tiempo^[VI.21]. En otro trabajo se utilizó una lámina de BSO en configuración PROM (Pockel's Readout Optical Modulator)^[VI.22] para el registro de specklegramas. Se investigó como la visibilidad de las franjas de Young se modifica cuando se varia la diferencia de potencial aplicado al dispositivo BSO-PROM. El estudio se realizó cuando se usa el dispositivo para medidas en tiempo real de pequeños desplazamientos y deformaciones.

En este capítulo, se analizarán arreglos experimentales para el almacenamiento de imágenes mediante registros de distribuciones de speckle en medios fotorrefractivos y se estudian los parámetros que determinan la capacidad de almacenamiento. Se investiga además, la naturaleza de volumen de los speckles registrados, en un análisis comparativo con la holografía de volumen en geometría de transmisión.

El conversor fotorrefractivo analizado en los capítulos anteriores se utiliza en este caso, según un modo de operación en el cual en la etapa de registro y de reconstrucción se utiliza luz coherente.

Se propone una técnica de almacenamiento múltiple en un cristal BSO basada en la modulación de los granos de speckle. La lente que forma la imagen posee una pupila con doble abertura circular. En este caso, la distribución de intensidad registrada en el cristal conduce a un campo de carga espacial el cual produce una modulación del índice de refracción. El espectro de la imagen generada en el cristal se expresa en términos de la función de autocorrelación de la pupila. Esta técnica se utilizó para el registro de múltiples imágenes, debido a que la orientación de las aperturas de la pupila brinda un parámetro para efectuar almacenamiento. El tamaño, forma y separación de aquellas determinan la estructura de la distribución de speckle que recibe el cristal y por lo tanto controlan la capacidad de registro múltiple.

VI.2 Registro de imágenes moduladas por distribuciones de speckle

VI.2.1 Proceso de registro

Se considerará el esquema de registro observado en las Figura VI.1. En el plano de entrada x_0 - y_0 , se coloca una transparencia en contacto con un difusor iluminado por un haz láser

colimado de longitud de onda $\lambda_V = 514$ nm. Para el proceso de registro en el cristal BSO, se emplea esta longitud de onda proveniente de un láser de Ar debido a la alta sensibilidad del cristal en la región azul-verde del espectro. La intensidad promedio recibida por el cristal fue de aproximadamente 20 uW/cm^2 y la imagen de la transparencia la forma la lente L_1 . La distancia entre la lente y el cristal es Z_C y la distancia entre la transparencia y la lente es Z_0 . Las direcciones del cristal $\langle \bar{1}10 \rangle$, $\langle 001 \rangle$ y $\langle 110 \rangle$ coinciden con los ejes xyz siendo las dimensiones del mismo L_x , L_y y L_z , respectivamente. En el plano $u-v$, delante de la lente L_1 , se coloca una máscara con dos aberturas A_1 y A_2 de diámetro D , cuyos centros $C_1(u_1, v_1)$ y $C_2(u_2, v_2)$ están separados una distancia d . Las aberturas están simétricamente colocadas con respecto al eje del sistema, es decir $u_2 = -u_1$ y $v_2 = -v_1$.

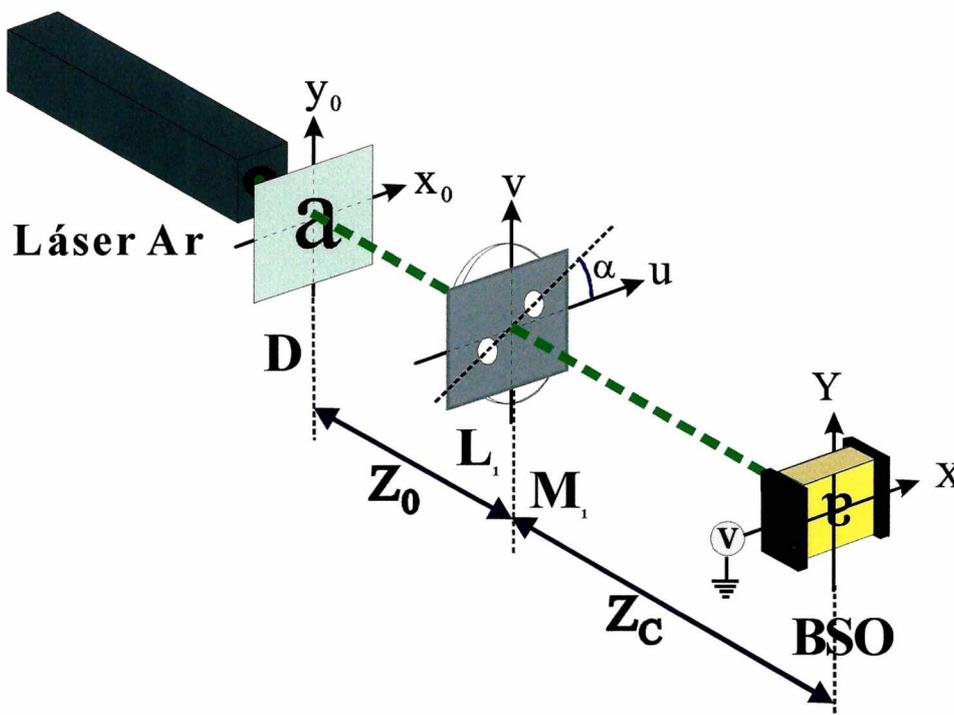


Figura VI.1: Esquema del proceso de registro

A través de cada abertura se produce una imagen modulada por la distribución de speckle de la entrada.

La distribución de speckle obtenida a través de la abertura A_1 no está correlacionada con aquella formada a través de la abertura A_2 . Las amplitudes de las ondas que pasan a través de cada abertura son estadísticamente independientes debido a que las componentes del espectro angular de la luz dispersada que pasan por cada abertura son diferentes. Además, el patrón de speckle sobre el cristal BSO resulta de la interferencia de las mencionadas distribuciones, ya que la iluminación es coherente. Considérese un par de

granos de speckle asociado, cada uno, a aberturas distintas; sus fases son constantes y son coherentes.

Por lo tanto, los granos de speckle coincidentes espacialmente están modulados por franjas, siendo su período espacial $p = \frac{Z_C \cdot \lambda_V}{d}$. La mencionada independencia estadística significa la independencia de las fases espaciales de las franjas que corresponden a diferentes granos de speckle.

De este modo, se obtendrá como resultado en el cristal BSO una imagen modulada por speckle, el cual a su vez está modulado por franjas.

Como fue mencionado, la lente L_1 forma la imagen de la transparencia en el plano del cristal. La distribución de intensidad recibida por el cristal es:

$$I(x, y) = |A(x, y)|^2 \quad (\text{VI.1})$$

donde

$$A(x, y) = \iiint A_0(x_0, y_0) P(u, v) \exp\left(-i \frac{2\pi}{\lambda_V} \left[\left[\frac{x_0}{Z_0} + \frac{x}{Z_C} \right] \cdot u + \left[\frac{y_0}{Z_0} + \frac{y}{Z_C} \right] \cdot v \right]\right) dx_0 dy_0 du dv \quad (\text{VI.2})$$

y $A_0(x_0, y_0)$ es la distribución de amplitud compleja en el plano de entrada, $P(u, v)$ es la función pupila del sistema

$$P(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{si } \left[(u - u_1)^2 + (v - v_1)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \leq \frac{D}{2}, \quad \left[(u + u_1)^2 + (v + v_1)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \leq \frac{D}{2} \\ 0 & \text{si } \left[(u - u_1)^2 + (v - v_1)^2 \right]^{\frac{1}{2}} > \frac{D}{2}, \quad \left[(u + u_1)^2 + (v + v_1)^2 \right]^{\frac{1}{2}} > \frac{D}{2} \end{cases} \quad (\text{VI.3})$$

Los puntos (u_1, v_1) y $(-u_1, -v_1)$ pertenecen a la circunferencia $u^2 + v^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2$.

Además, $u_1 = \frac{d}{2} \cdot \cos \alpha$ y $v_1 = \frac{d}{2} \cdot \sin \alpha$ siendo α el ángulo formado entre la línea que une

los centros de las aberturas y el eje u (ver Figura VI.1).

En este punto, es necesario detallar el mecanismo de registro de la distribución de intensidad recibida por el cristal.

Una diferencia de potencial V es aplicada entre las caras $(\bar{1}10)$ del cristal las cuales están separadas una distancia L_x . La distribución de intensidad $I(x, y)$ genera fotocargas las

cuales por el mecanismo de arrastre ó "drift" (debido al campo externo $E_x = \frac{V}{L_x}$) se trasladarán de las regiones altamente iluminadas a las menos iluminadas, donde son atrapadas. El ritmo de generación de cargas es proporcional a la distribución de iluminación de entrada. Las cargas atrapadas crean un campo de carga espacial el cual, parcialmente compensa al campo externo. Se produce así, un campo interno resultante en cada punto y el sistema finalmente llega a una situación estacionaria.

De este modo, la distribución de intensidad $I(x,y)$ es registrada como una distribución espacial de campo eléctrico, el cual induce a través del efecto electro-óptico lineal, la correspondiente variación del índice de refracción. Por lo tanto, la distribución de entrada queda registrado en el cristal en términos de la variación de índice de refracción.

VI.2.2 Proceso de reconstrucción

Es sabido que si se ilumina el cristal uniformemente con una longitud de onda para la cual el cristal es sensible, se borra la información registrada debido a la relajación del campo de carga espacial. Por esta razón, en la etapa de lectura se utiliza un láser de He-Ne de longitud de onda $\lambda_R = 632,8$ nm fuera de la región de fotoconductividad del cristal.

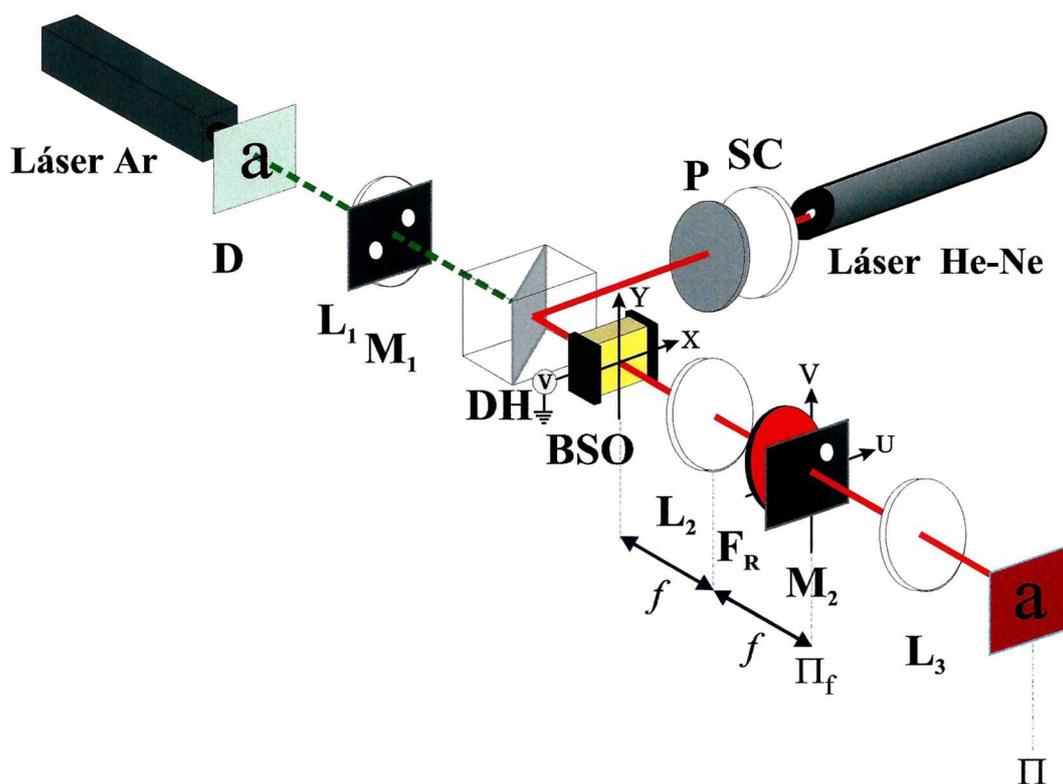


Figura VI.2: Montaje experimental del multiplexado de imágenes

La observación se realiza en el plano focal (U-V) mediante la lente convergente L_2 de distancia focal f . Es decir, se realiza la transformada de Fourier de la imagen almacenada y reconstruida. La distribución de intensidad en dicho plano resulta:

$$I_F(U, V) = \left| \iint I(x, y) \exp\left(-i \frac{2\pi}{\lambda_R \cdot f} (xU + yV)\right) dx \cdot dy \right|^2 = \left| \iint S(\xi, \eta) S^*(\xi - U, \eta - V) d\xi \cdot d\eta \right|^2 \quad (\text{VI.4})$$

Esta intensidad también puede ser escrita como la autocorrelación de la amplitud compleja $A(x, y)$ recibida por el cristal:

$$I_F(U, V) = \left| \iint S(\xi, \eta) S^*(\xi - U, \eta - V) d\xi \cdot d\eta \right|^2 \quad (\text{VI.5})$$

donde

$$S(\xi, \eta) = \iint A(x, y) \exp\left(-i \frac{2\pi}{\lambda_R f} (x\xi + y\eta)\right) d\xi \cdot d\eta = P\left(-\xi \frac{Z_C}{f}, -\eta \frac{Z_C}{f}\right) \cdot T\left(-\frac{\xi}{f}, -\frac{\eta}{f}\right) \quad (\text{VI.6})$$

y

$$T\left(-\frac{\xi}{f'}, -\frac{\eta}{f'}\right) = \iint A_0(x_0, y_0) \exp\left(i 2 \frac{\pi}{\lambda_R \cdot f'} (\xi \cdot x_0 + \eta \cdot y_0)\right) dx_0 dy_0 \quad (\text{VI.7})$$

es la transformada de Fourier de la amplitud compleja del plano de entrada y $f' = f \cdot \frac{Z_0}{Z_C}$

y

$$P\left(-\xi \cdot \frac{Z_C}{f}, -\eta \cdot \frac{Z_C}{f}\right) = \begin{cases} 1 & \text{si } \begin{cases} \left[\left(-\xi - \frac{f}{Z_C} u_1\right)^2 + \left(-\eta - \frac{f}{Z_C} v_1\right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \leq \frac{f \cdot D}{2 \cdot Z_C}, \\ \left[\left(-\xi + \frac{f}{Z_C} u_1\right)^2 + \left(-\eta + \frac{f}{Z_C} v_1\right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \leq \frac{f \cdot D}{2 \cdot Z_C} \end{cases} \\ 0 & \text{para todo otro lugar} \end{cases} \quad (\text{VI.8})$$

En la Ec. (VI.5), el espectro $I_F(U, V)$ contiene frecuencias espaciales que portan la información de entrada. Puede considerarse, con buena aproximación que el difusor dispersa la luz en un gran cono; tal que su frecuencia de corte es mucho mayor que el ancho $\frac{1}{2} \frac{f}{Z_C} (d + D)$ que impone la doble pupila en el plano de Fourier. Y teniendo en cuenta la Ec. (VI.8). La intensidad en dicho plano, consistirá de tres distribuciones de

speckle, circulares, todas del mismo ancho espectral, determinado por el diámetro D de cada abertura. En la medida que este aumente, el sistema admitirá frecuencias componentes más altas.

Nótese que las franjas que modulan los granos de speckle actúan como portadores de frecuencias y el plano de Fourier presenta dos órdenes simétricamente localizados con respecto al orden cero. Entonces, si se utiliza un filtro espacial de manera de seleccionar un solo orden y se realiza una segunda transformada de Fourier, puede reconstruirse una imagen de la transparencia de entrada.

VI.3 Propiedades del registro fotorrefractivo de speckle modulados.

Antes de analizar el método de multiplexado en la Sección VI.5 es importante estudiar las características de los speckles modulados por franjas registrado en el cristal BSO. Para ello, se considerará la naturaleza en volumen del propio registro del speckle.

A partir de las experiencias realizadas, cuando se observa en el plano de Fourier la difracción del haz de lectura, se evidencia un comportamiento similar al que corresponde a un holograma de volumen. Es por ello que los resultados experimentales detallados en las Secciones VI.3.2, VI.3.3 y VI.3.4 son analizados en términos de la difracción correspondiente a hologramas de volumen por transmisión. Estos aspectos se revisan en la Sección siguiente.

VI.3.1 Características de un holograma de transmisión y volumen

Un holograma registrado en un cristal fotorrefractivo por la interferencia de dos haces coherentes, linealmente polarizados y con una longitud de onda apropiada, presenta las características usuales de un holograma de volumen.

Si se ilumina el cristal con dos ondas planas de intensidades I_1 e I_2 , la intensidad debida a su interferencia esta descrita por:

$$I(x) = I_m (1 + M \cos(Kx)) \quad (\text{VI.9})$$

donde, $I_m = I_1 + I_2$, K es la frecuencia espacial de las franjas de interferencia y la modulación se escribe como:

$$M = 2 \frac{\sqrt{I_1 I_2}}{I_m} \quad (\text{VI.10})$$

Sin embargo, en cálculos más precisos se debe tener en cuenta la disminución en el valor de la modulación en el interior del cristal debido a las reflexiones internas que sufren los haces. Además, el módulo del vector K vale $\frac{2\pi}{p}$ y el espaciado p de las franjas viene dado por:

$$p = \frac{\lambda_v}{2n \text{sen } \theta'_0} \quad (\text{VI.11})$$

donde: λ_v es la longitud de onda de los haces de registro en el vacío, θ'_0 es el semiángulo que forman entre si los haces de registro en el interior del cristal y n es el índice de refracción del material para esa longitud de onda.

Al considerar la ley de Snell, entonces:

$$p = \frac{\lambda_v}{2n \text{sen } \theta'_0} = \frac{\lambda_v}{2 \text{sen } \theta_0} \quad (\text{VI.12})$$

Así, el espaciado de las franjas se escribe en función del semiángulo de grabado θ_0 , fuera del cristal.

La distribución luminosa incidente redistribuye las cargas fotoinducidas y crea un campo de carga espacial $E_{ce}(x)$ el cual por efecto electro-óptico lineal genera la modulación del índice de refracción:

$$\delta n(x) = n^3 r_{41} E(x) = n^3 r_{41} [M(E_D \text{sen}(Kx) - E_a \cos(Kx)) + E_a] \quad (\text{VI.13})$$

donde: $E_a = \frac{V}{L_x}$ es el campo externo aplicado y $E_D = \frac{K D}{\mu}$ es el campo de difusión. Esta

modulación conduce a la red de índices.

El haz de lectura al propagarse en el cristal, se difracta en la red de índices y se obtiene así la reconstrucción del holograma almacenado. Un parámetro importante es la eficiencia de difracción definida como: $\eta = \frac{I_d}{I_t}$, donde I_d es la intensidad del haz difractado e I_t es la intensidad del haz transmitido cuando en el cristal aún no ha registrado la red holográfica. Así, en la eficiencia de difracción no influyen las reflexiones ni la absorción del haz de lectura en el cristal.

En el caso de hologramas de volumen, se debe tener en cuenta la interacción del haz difractado con la red. Esto supone una alta selectividad angular dada por la condición de Bragg:

$$2p \operatorname{sen} \theta' = \lambda_R \quad (\text{VI.15})$$

donde: λ_R es su longitud de onda de lectura y θ' es el ángulo que forma el haz de lectura con la normal a la superficie del cristal (la comilla se refiere a valores dentro del material) y p el espaciado de la red. Esta condición define la dirección del haz de lectura para la cual se observa un haz difractado.

Las Figura VI.3 muestran la reconstrucción del holograma, para evitar la degradación de la red registrada, la lectura se realiza con un haz débil, cuya longitud de onda λ_R es muy poco activa para el efecto fotorrefractivo. En esta geometría de transmisión los dos haces que generan el sistema de franjas de interferencia inciden por la misma cara de la muestra. El eje z es perpendicular a la superficie del medio, el eje x está en el plano de incidencia y paralelo a la superficie del medio y el eje y es perpendicular al plano de incidencia.

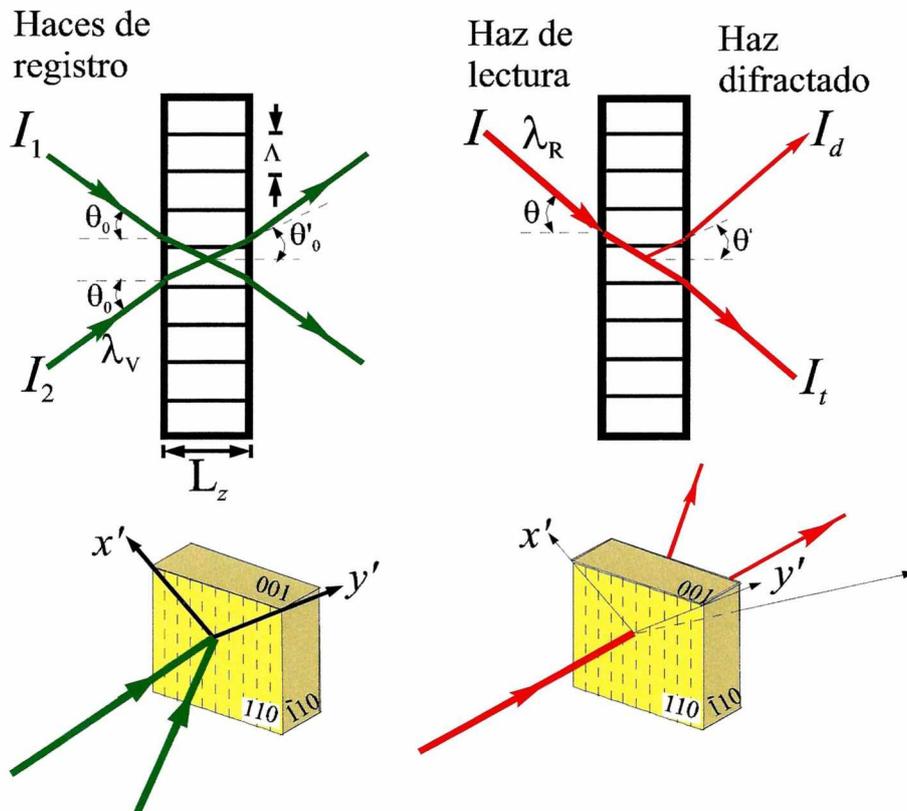


Figura VI.3: Red de volumen por transmisión en BSO: (a) registro; (b) lectura.

Debe tenerse en cuenta que el espesor finito de los hologramas implica que la condición de Bragg no sea tan restrictiva como se presenta en la Ec. (VI.15). En términos vectoriales, esta condición se expresa como:

$$\vec{K} = \vec{k}_i - \vec{k}_d \quad (\text{VI.16})$$

donde: \vec{k}_i , \vec{k}_d son los vectores de onda del haz incidente y difractado respectivamente y \vec{K} es el vector de la red. La esfera donde están contenidos estos vectores se denomina esfera de Ewald. En la Figura VI.4 se muestra el corte de la esfera con el plano que contiene a los tres vectores. Es de destacar que esta representación es muy útil para trabajar fuera de la condición de Bragg.

La teoría de ondas acopladas predice una difracción no nula para el caso en el cual el haz de lectura incide sobre la red holográfica bajo un ángulo ligeramente diferente al definido por la condición de Bragg^[VI.23, VI.24]. En el tratamiento teórico se considera un vector de onda adicional $\vec{\xi}$, llamado vector "off-Bragg", relacionado con el espesor finito de la red. Para conservar la periodicidad espacial de la red, la orientación de este vector debe ser perpendicular a la superficie del cristal (paralelo a la red), como se observa en la Figura VI.5. Entonces, la condición de Bragg se reformula:

$$\vec{k}_d = \vec{k}_i + \vec{K} + \vec{\xi} \quad (\text{VI.17})$$

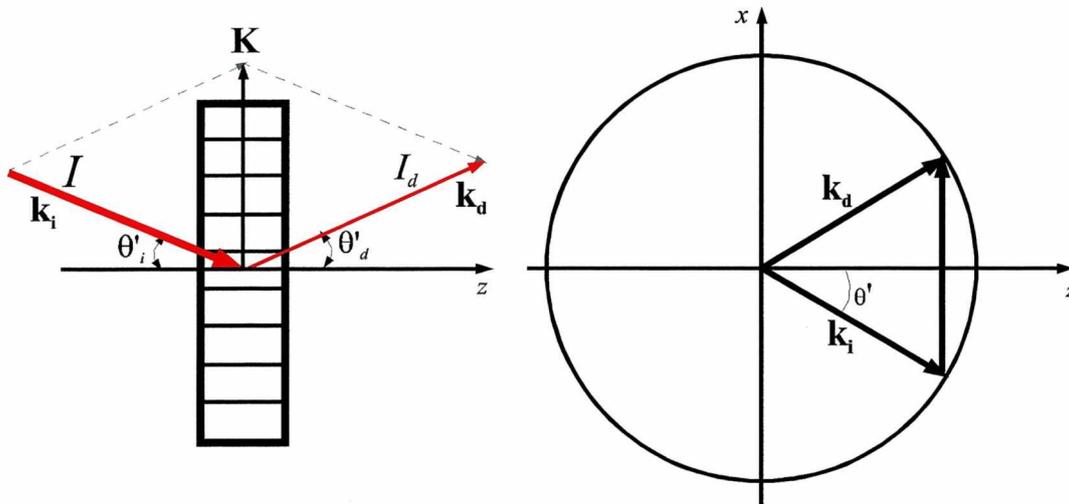


Figura VI.4: Representación vectorial de la lectura en condición de Bragg.

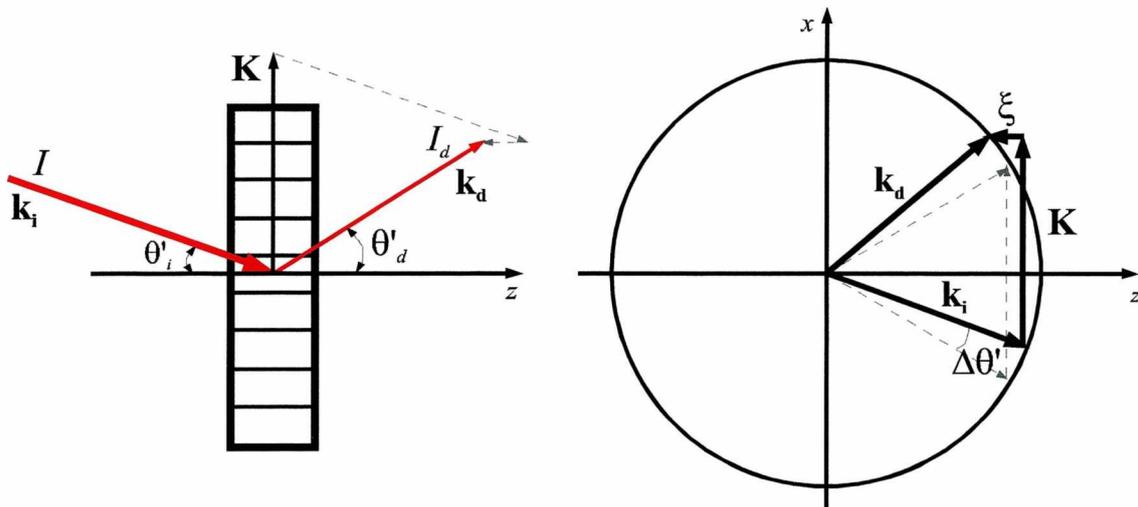


Figura VI.5: Representación vectorial de la lectura fuera de la condición de Bragg.

En este caso, de la teoría de ondas acopladas^[VI.25, VI.26], la eficiencia de difracción de la red resulta:

$$\eta = \frac{\kappa^2}{\kappa^2 + \left(\frac{\xi}{2}\right)^2} \text{sen}^2 \left(L_z \sqrt{\kappa^2 + \left(\frac{\xi}{2}\right)^2} \right) \quad (\text{VI.18})$$

donde $\kappa = \frac{\pi \cdot n \cdot \delta n}{\lambda_R \cdot \sqrt{n^2 - \text{sen}^2(\theta_0)}}$ es la constante de acoplamiento y

$\xi = K \left(\frac{\cos(\theta_0)}{\sqrt{n^2 - \text{sen}^2(\theta_0)}} \right) \Delta\theta$ es el modulo del vector "off Bragg"; λ_R es la longitud de onda

de lectura, n es el índice de refracción en la longitud de onda λ_R , L_z es el espesor del cristal, $K = \frac{2\pi}{p}$, θ_0 es el ángulo de Bragg en el proceso de registro medido fuera del cristal

y $\Delta\theta$ es el apartamiento del ángulo de Bragg en la etapa de lectura. Se concluye que la intensidad difractada en función del ángulo de incidencia del haz de lectura, alrededor del ángulo de Bragg y depende del valor de δn y del espesor L_z del cristal.

Se presentan varias curvas teóricas de la eficiencia de difracción en función de la desviación angular de la condición de Bragg según: diferentes ángulos de registro, en la Figura VI.6; cristales de espesores diferentes, en la Figura VI.7 y para diferentes valores de δn , en la Figura VI.8. Se puede observar que cuanto mayor sea el ángulo de registro y el

espesor del cristal más restrictivo angularmente resulta el holograma. Las curvas teóricas se realizaron para los valores $n = 2.53$, $\lambda_R = 633 \text{ nm}$.

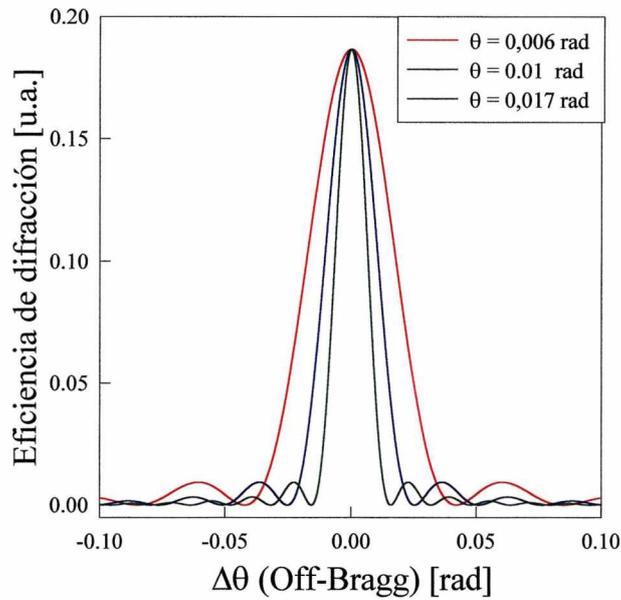


Figura VI.6: Comportamiento de la eficiencia de difracción en función de la desviación angular para $\delta n = 3 \cdot 10^{-5}$, $L_z = 3 \text{ mm}$ y diferentes valores del ángulo de registro θ .

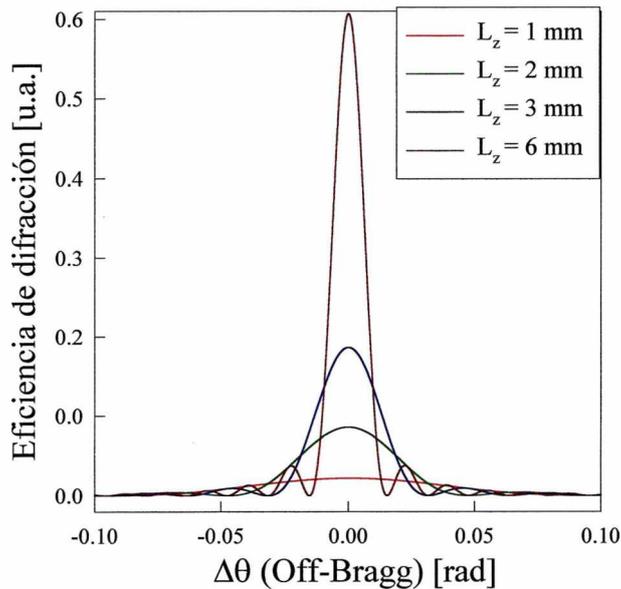


Figura VI.7: Comportamiento de la eficiencia de difracción en función de la desviación angular para: $\delta n = 3 \cdot 10^{-5}$, ángulo de registro $\theta = 0,008 \text{ rad}$ y diferentes espesores de cristal.

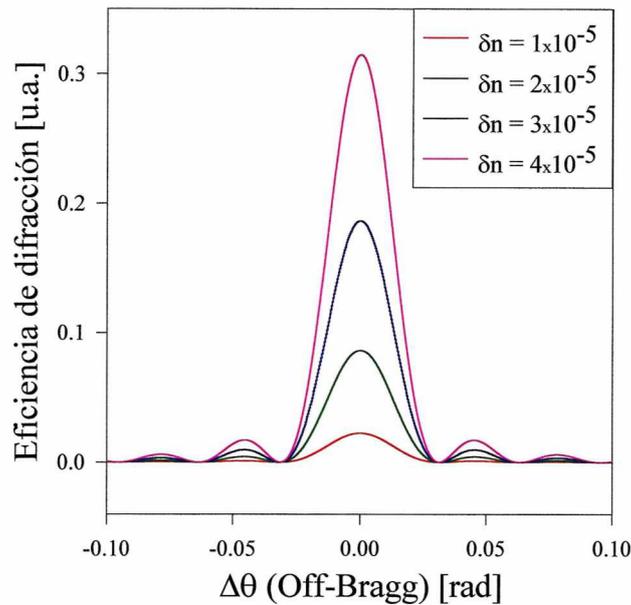


Figura VI.8: Comportamiento de la eficiencia en función de la desviación angular para: un cristal de 3mm de espesor, un ángulo de registro $\theta = 0,008$ rad y diferentes valores de δn

VI.3.2 Selectividad de los registros de speckle modulados

En la sección anterior fue enfatizado el comportamiento angular selectivo que muestran las redes de volumen y se analizó la eficiencia de difracción en términos de los parámetros experimentales. Es de interés entonces investigar en referencia a dicho comportamiento las evidencias de la naturaleza de volumen de las distribuciones de speckle estudiadas en la Sección IV.2.

Allí se detalló el proceso de registro, en un cristal fotorrefractivo, de speckles modulados por franjas de interferencia, según el arreglo experimental de la Figura VI.2. El registro en el cristal se produce como variaciones en el índice de refracción que replican la distribución de intensidad luminosa recibida.

En referencia a la Figura IV.2, es claro que la línea que une los centros C_1 y C_2 de la pupila $P(u, v)$ es perpendicular a las franjas de interferencia que modulan a cada grano de speckle. Estos speckles modulados, a través del efecto fotorrefractivo, generan una red de

índices de período $p = \lambda_V \frac{Z_C}{d}$ en el volumen completo del grano. Sea K el vector de red cuyo módulo es $|K| = \frac{2\pi}{p}$.

Nótese que la profundidad promedio del grano de speckle es del orden de $S_z \approx \lambda_V \cdot \left(\frac{Z_C}{D}\right)^2$ mientras que el diámetro promedio es $S_x \approx \lambda_V \cdot \frac{Z_C}{D}$. En la Tabla VI.1 se presentan valores del diámetro y la profundidad promedio de los granos de speckle en las condiciones experimentales de nuestro trabajo. Puede verse que la profundidad S_z es mucho mayor que la dimensión L_z del cristal. Es decir, la profundidad del grano de speckle puede ser reemplazada por el espesor del cristal.

Tabla IV.1: Diámetro y profundidad promedio de los granos de speckle en función diámetro aberturas de la pupila

D	S_x(mm)	S_z(mm)
2.25	0,11	23,39
2.65	0,09	16,86
3.1	0,08	12,32
3.6	0,07	9,14
4.7	0,05	5,36

Considérese, entonces que la red de vector de onda \vec{K} registrada en el cristal es leída mediante un haz colimado de longitud de onda λ_R .

Para esta red, el ángulo de Bragg es $\theta = \frac{\lambda_R}{\lambda_V} \frac{d}{2Z_C}$, medido respecto al eje z . Sin

embargo, considérese que la reconstrucción se realiza con el haz incidiendo según el eje z , es decir normal a la cara del cristal, como se muestra en la Figura VI.2 y según fue descrito en la Sección VI.2. Nótese, que esta es la configuración usualmente utilizada si el medio de registro es plano. En ese sentido, es de interés analizar esta situación, no obstante que la condición de Bragg no se cumple.

En este caso, la desviación de la condición de Bragg $\Delta\theta$ esta dado por $\Delta\theta = \theta$.

Según el análisis de la Sección anterior, la eficiencia de difracción asociada a cada grano de speckle debe expresarse:

$$\eta = \frac{\kappa^2}{\kappa^2 + \left(\frac{\xi}{2}\right)^2} \text{sen}^2 \left(L_z \sqrt{\kappa^2 + \left(\frac{\xi}{2}\right)^2} \right) \quad (\text{VI.19})$$

donde $\kappa = \frac{\pi \cdot n \cdot \delta n}{\lambda_R \cdot \sqrt{n^2 - \text{sen}^2(\theta_0)}}$ es la constante de acoplamiento y

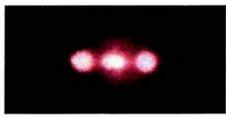
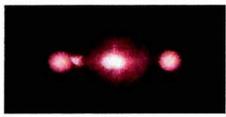
$\xi = K \left(\frac{\cos(\theta_0)}{\sqrt{n^2 - \text{sen}^2(\theta_0)}} \right) \Delta\theta$ es el modulo del vector Off Bragg; λ_R es la longitud de onda

de lectura, n es el índice de refracción en la longitud de onda λ_R , L_z es el espesor del cristal, $K = \frac{2\pi}{p}$, θ_0 es el ángulo de Bragg en el proceso de registro medido fuera del cristal

y $\Delta\theta$ es el apartamiento del ángulo de Bragg en la etapa de lectura.

Así, en la Tabla VI.2 se observa, como en el caso de un holograma de volumen, que a medida que aumenta la separación entre las aberturas de la pupila, se produce una disminución en la eficiencia de difracción. Para verificar la validez de la Ec. (VI.9) se analizó la distribución de intensidad en el plano focal de la lente L_3 (plano de Fourier) en términos de distintas situaciones experimentales.

Tabla VI.2: Órdenes difractados para diferentes separaciones entre aberturas en geometría de reconstrucción fija

$d = 6\text{mm}$	$d = 10\text{ mm}$	$d = 12\text{ mm}$	$d = 14\text{ mm}$	$d = 16\text{ mm}$
				

Nótese que aumentar la separación entre las aberturas equivale a aumentar el ángulo de Bragg de registro dado por: $\theta_0 = \frac{d}{2Z_c}$ y en la reconstrucción bajo incidencia normal mostrada en la Tabla VI.2 es evidente que el apartamiento de la condición de Bragg esta

dada por $\Delta\theta = \frac{\lambda_R}{\lambda_w} \frac{d}{2Z_C}$. Así, el comportamiento de la eficiencia de difracción coincide con aquel descrito en la Figura VI.6, calculado a partir de la Ec. (VI.18) ó Ec. (VI.19).

La marcada dependencia de la eficiencia de difracción con el ángulo de lectura también se muestra en la Figura VI.9. Para un registro dado, por ejemplo el caso que corresponde a $d = 16$ mm en la Figura VI.9, al variar el ángulo de incidencia, se observa un notorio cambio en la distribución de luz difractada.

Así, la difracción es máxima para cada orden lateral según la Figura VI.9 (a) y (b) cuando el haz de lectura incide en condición de Bragg para dicho orden.

La Figura VI.9 (c) corresponde al caso de incidencia normal al cristal, es decir un valor de apartamiento de aquella condición que toma el mismo valor para ambos ordenes.

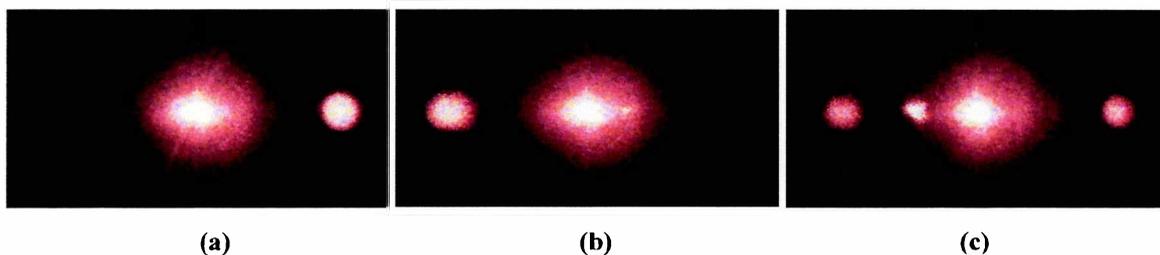


Figura VI.9: Intensidad difractada para diferentes direcciones del haz de reconstrucción ($L_z = 1$ mm, $D = 2, 25$ mm, $d = 16$ mm).

Cabe destacar que se utilizó un motor paso a paso de alta precisión para efectuar la rotación del cristal.

Se analizó también cómo depende la difracción de los speckles modulados por franjas en términos del espesor del cristal. La Figura VI.10 muestra un comportamiento similar al caso de un holograma de fase y volumen convencional (Figura VI.7 y Ec.(VI.19)). A medida que aumenta el espesor del cristal, la difracción del registro de speckle modulado se vuelve más selectiva angularmente.

Para obtener la eficiencia de difracción en función del apartamiento de la condición de Bragg de la Figura VI.10, se empleó un fotomultiplicador conectado a una etapa amplificadora, que permite trabajar en diferentes rangos, desde miliwatios a microwatios. La señal digital es luego enviada a una computadora. El valor de la eficiencia de difracción aumenta con el espesor del cristal, por lo cual para cada medida se cambió el rango de la etapa amplificadora.

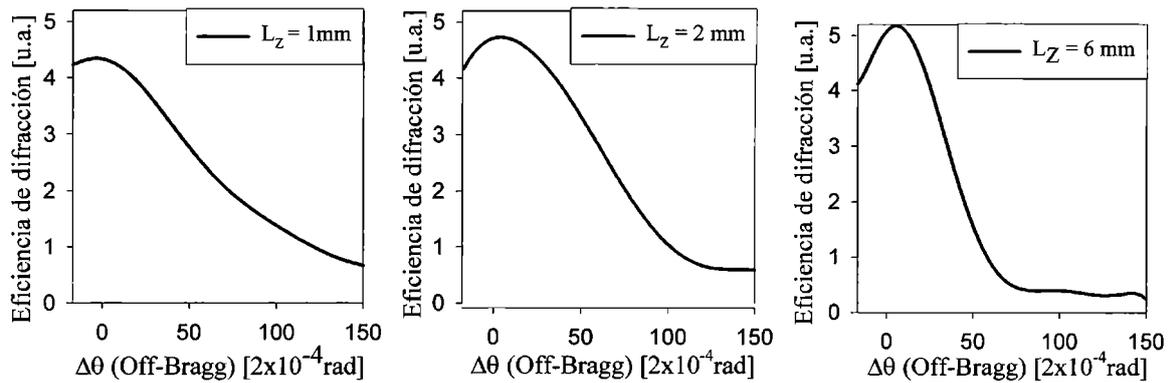


Figura VI.10: Intensidad difractada en función de la desviación angular para diferentes valores de L_z . El valor $\Delta\theta = -20 \cdot (2 \cdot 10^{-4}) \text{ rad}$ corresponde al apartamiento de la condición de Bragg cuando el haz de lectura que ioncide normalmente sobre la cara del cristal.

VI.3.3 Dependencia de la eficiencia de difracción del campo externo aplicado

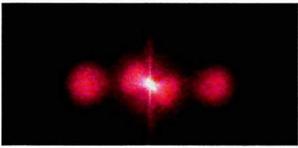
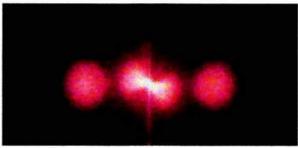
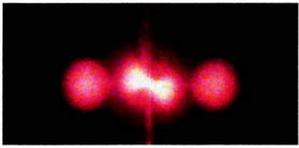
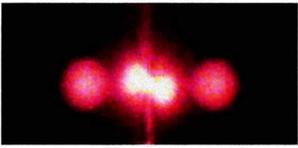
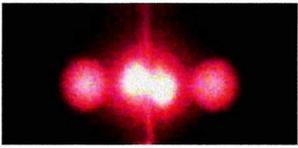
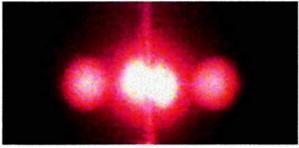
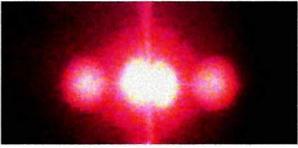
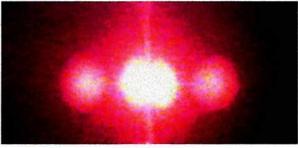
Se observó que la eficiencia de difracción depende fuertemente de la magnitud del campo externo aplicado. En los registros realizados debido a la baja frecuencia espacial de las redes formadas dentro de los granos de speckle predomina el transporte de cargas por el mecanismo de arrastre (“drift”). Así, el campo aplicado es el factor predominante en la generación y la magnitud que alcanza el campo de carga espacial, el cual a su vez determina la profundidad δn de la red de índices en el registro. La eficiencia de difracción es nula cuando no hay campo externo aplicado al cristal y crece cuando lo hace dicho campo.

La dependencia de la amplitud de la red de índice (profundidad de la red) con el campo externo aplicado, resulta:

$$\delta n = n^3 r_{41} M \frac{V}{L_x} \tag{VI.20}$$

En el caso de un holograma de volumen, se observa (Figura VI.8) un marcado aumento en la eficiencia de difracción cuando la amplitud δn aumenta. Este comportamiento es corroborado y se hace evidente al observar la Tabla VI.5. Esta dependencia también se confirma al observar la Figura VI.11. Allí, se representa la eficiencia de difracción en función de la rotación del cristal alrededor del ángulo de Bragg, para diferentes campos externos aplicados.

Tabla VI.5: Órdenes difractados para diferentes diferencias de potencial aplicada en geometría de reconstrucción fija

		
1 kV	2 kV	3 kV
		
4 kV	5 kV	6 kV
		
7 kV	8 kV	9 kV

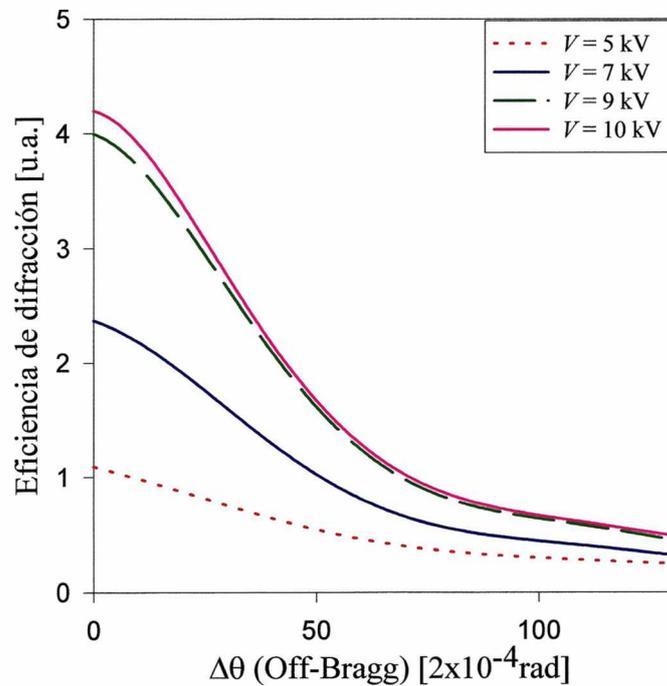


Figura VI.11: Comportamiento de la eficiencia de difracción en función de la desviación angular para diferentes diferencias de potencial aplicadas.

Por otra parte, la constante de tiempo de registro de una red es una característica importante del efecto fotorrefractivo. Los cambios en el índice de refracción son debidos al efecto electro-óptico generado por el campo de cargas espaciales y el tiempo requerido

para grabar la red depende de la generación de cargas y del proceso de transporte. El campo de cargas espacial saturado no depende de la intensidad luminosa. Sin embargo, la intensidad determina el tiempo requerido para alcanzar la saturación. En nuestro caso, se empleó un cristal BSO de 3 mm de espesor. En la Figura VI.12 se observa los ciclos de registro y de borrado del registro de speckle modulado por franjas para diferentes campos externos aplicados. Otra vez se comprueba el aumento de la eficiencia cuando crece el campo aplicado. A su vez se puede observar que cuando se anula el campo externo, inmediatamente la eficiencia decae, debido a que el mecanismo de transporte por arrastre ó "drift" desaparece.

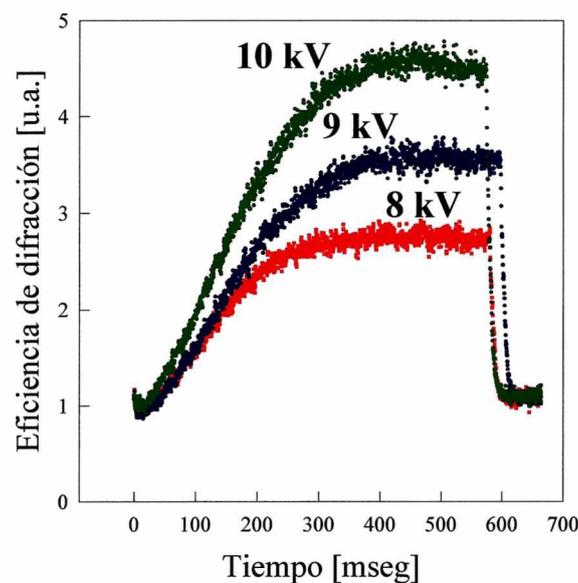


Figura VI.12: Ciclo de registro y borrado del speckle modulado para diferentes campos externos aplicados.

VI.3.4 Dependencia de la eficiencia de difracción del ángulo entre el campo externo y el vector de red

Se observó que la eficiencia de difracción de los órdenes laterales en el plano de Fourier dependen de la orientación del sistema de doble aberturas de la pupila.

Es claro que la línea que une los centros de las aberturas $C_1(u_1, v_1)$ y $C_2(u_2, v_2)$ es perpendicular a las franjas de interferencia que modulan a cada grano de speckle. Como ya se detalló estas franjas asociada con cada grano de speckle se convierten debido al efecto fotorrefractivo en una red de índices expresada por la birrefringencia δn dada por la Ec.VI.20. Nótese que el campo externo aplicado, \vec{E}_a , introduce una anisotropía en el

comportamiento cuando esta red es construída. \vec{K} es el vector de esta red de índices de módulo $|\vec{K}| = \frac{2\pi}{p}$. La proyección del campo \vec{E}_a sobre \vec{K} determina la contribución de los portadores por el mecanismo de arrastre que contribuye a la generación del campo de carga espacial. Entonces, cuando \vec{K} y \vec{E}_a son perpendiculares, este mecanismo no contribuirá a la formación de la red de índices. Experimentalmente, se observó que en estas condiciones la eficiencia de difracción es nula. Por lo cual, también podemos afirmar que el transporte de cargas por el mecanismo de difusión es despreciable. Esto es esperable debido a la baja frecuencia de las franjas registradas.

Entonces, para generalizar la Ec. (VI.20), debería ser reformulada:

$$\delta n = n^3 r_{41} M(\vec{E}_a \cdot \vec{K}_r) = n^3 r_{41} M E_a \cos \alpha \quad (\text{VI.21})$$

donde α es el eje que forma \vec{E}_a y \vec{K}_r .

Este comportamiento puede ser observado en la Figura VI.13 y VI.14. Se han considerado diferentes orientaciones de las aberturas de la pupila descritas por el ángulo α . Esto fue realizado para una separación d fija. Nótese que a medida que se aumenta el ángulo α , la eficiencia de difracción de los órdenes laterales disminuye. En particular, cuando α es aproximadamente noventa grados, la difracción en aquellos desaparece y toda la intensidad contribuye al orden cero.

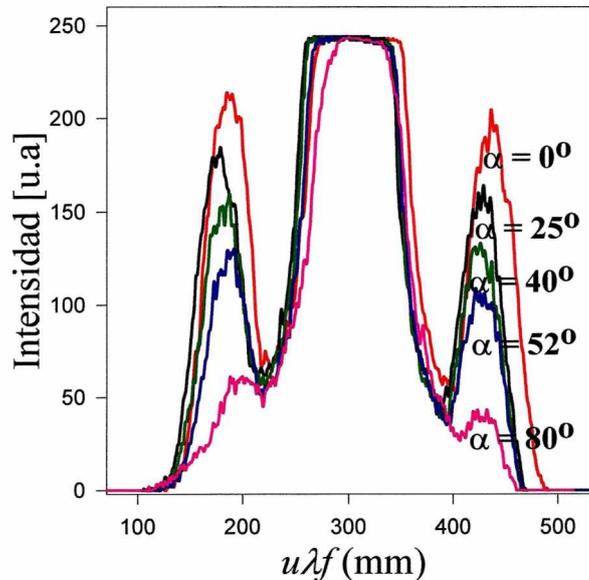


Figura VI.13: Perfiles de intensidad en el plano de Fourier para diferentes valores del ángulo α formado entre la línea que une los centros de las aberturas y el eje u (ver Figura VI.1). Se observa la saturación del orden cero.



Figura VI.14: Intensidad difractada para diferentes para diferentes valores del ángulo α formado entre la línea que une los centros de las aberturas y el eje u (ver Figura VI.1) y en geometría de reconstrucción fija.

VI.4 Registro múltiple de imágenes

Como fue mencionado en la introducción de este capítulo, varias técnicas fueron propuestas para el almacenamiento múltiple basados en la modulación de las imágenes mediante frecuencias portadoras o bien basado en la selectividad angular propia de la holografía de volumen.

En esta Sección se propone y describe el almacenamiento de imágenes mediante distribuciones de speckle en un cristal fotorrefractivo BSO. La técnica de multiplexado implementada se basa en la modulación de la imagen mediante speckles producidos al emplear como pupila del sistema óptico una doble abertura circular, de este modo, sobre el cristal se obtendrá una imagen modulada por speckle, el cual a su vez esta modulado por franjas. El tamaño, la forma, la orientación y la separación entre las aberturas determina la estructura de la distribución de speckle que recibe el cristal. En relación a la Figura VI.1, si se cambia el ángulo α ó se modificar la distancia entre aberturas, cambia la orientación ó bien la frecuencia de las franjas moduladoras, respectivamente. Entonces, el multiplexado se realiza en forma secuencial al rotar la pupila (modificar el ángulo α) entre cada imagen registrada ó bien al alterar la distancia entre las aberturas.

Según se analizó en la Sección VI.3, el registro en el cristal de distribuciones de speckle modulados presenta la selectividad angular propia de un registro en volumen. Esta propiedad se puede utilizar para reconstruir selectivamente cada uno de los órdenes difractados sin necesidad de procedimientos de filtrado. En esa modalidad de reconstrucción, por lo tanto, es conveniente que los órdenes difractados tengan un comportamiento muy restrictivo angularmente. De acuerdo al análisis de la Sección VI.3, es adecuado para ello, aumentar la separación entre las aberturas de la pupila y emplear cristales de mayor espesor. En este caso, para reconstruir la imagen de entrada se debe orientar el haz de lectura en ángulo de Bragg de forma tal que la eficiencia de difracción

sea máxima. Sin embargo, es posible reconstruir exactamente en ángulo de Bragg. En cada caso, el haz de lectura debe incidir bajo el ángulo adecuado, el cual está asociado con cada imagen registrada. En este caso se tomará ventaja de la propiedad de selectividad angular característica de los registros en volumen. En esa modalidad de reconstrucción, el uso de una máscara en el plano de Fourier para bloquear el orden cero, es poco relevante, ya que estará suficientemente separado del orden a filtrar y no será colectado por la lente que forma la imagen final reconstruida.

Sin embargo, aunque se registra en un medio de volumen, es posible utilizar una geometría de reconstrucción en una dirección fija, con el haz de lectura incidiendo en forma normal a la cara del cristal en el plano (X, Y). Es decir, se introduce un ángulo "off

Bragg" $\Delta\theta = \frac{\lambda_R}{\lambda_V} \frac{d}{2Z_C}$. Nótese, que esta es la configuración utilizada si el medio de

registro es plano. En este caso es conveniente disminuir la separación entre aberturas y emplear cristales más delgados. Además, la reconstrucción requiere una máscara de filtrado.

La implementación del multiplexado se realizó seleccionando la separación entre las aberturas y espesores de cristal de forma de obtener una elevada eficiencia de difracción en geometría de reconstrucción fija. La Tabla VI.6 muestra los resultados en el plano de Fourier para registros que son realizados con diferentes valores de los parámetros d y L_z . En todos los casos, el diámetro D no varía y por lo tanto el volumen promedio de cada grano de speckle es el mismo en todas las situaciones experimentales.

Cada columna, corresponde a una desviación particular de la condición de Bragg, definida por la separación que existe entre las aberturas de la pupila. Cada fila queda definida por un espesor dado del cristal. Para un cristal con un espesor de 1 mm se observa una baja eficiencia de difracción pero a su vez el decrecimiento con el aumento de la separación entre las aberturas es moderado. Una situación muy diferente aparece en la tercera fila, donde se observa una disminución marcada en la eficiencia a medida que crece el ángulo "off-Bragg" $\Delta\theta$. Esto coincide con la alta selectividad angular típica de cristales de gran espesor.

En resumen, los resultados de esta tabla permiten visualizar cómo seleccionar los parámetros, en términos de lograr un compromiso que mantenga buenos valores de

eficiencia y relación señal ruido, en combinación con la modalidad de multiplexado elegida.

Tabla VI.6: Órdenes difractados en geometría de reconstrucción fija correspondientes a diferentes espesores de cristal y distancias entre las aberturas de la pupila

L_z	$d = 6 \text{ mm}$ ($\theta \approx 6 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$)	$d = 10 \text{ mm}$ ($\theta \approx 10 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$)	$d = 14 \text{ mm}$ ($\theta \approx 14 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$).
1 mm			
3 mm			
10 mm			

En este punto cabe una acotación más en relación a la selectividad angular. El espesor efectivo de una red puede caracterizarse por el parámetro adimensional^[VI.27]:

$$Q = \frac{2\pi\lambda_R L_z}{n p^2} \quad (\text{VI.22})$$

donde λ_R es la longitud de onda del haz de lectura y, L_z es el espesor del cristal. En particular, una red puede ser considerada plana cuando $Q < 1$. En estas condiciones, se observarán para una dada dirección del haz de lectura, simultáneamente, el orden cero y los órdenes difractados ± 1 , ± 2 , etc. En cambio, una red se considera de volumen si $Q \geq 10$ y se observa un único orden difractado cuando la dirección del haz de lectura ó reconstrucción coincide con el ángulo de Bragg de ese orden.

En la Tabla VI.7 se presentan los valores de Q en el caso del registro de speckle modulados por franjas. Se puede observar que nos encontramos en una situación límite entre comportamiento de red plana y de volumen, lo cual se hace evidente al observar los ordenes difractados en geometría fija (ver Tabla VI.6).

Tabla VI.7: Valores del parámetro Q en función del espesor del cristal y de la distancia entre los centros de las aberturas de la pupila

L_z	1 mm	3 mm	10 mm
$d = 4$ mm	0,415	1,245	4,159
$d = 8$ mm	1,659	4,978	16,594
$d = 16$ mm	6,638	19,913	66,376

La intensidad en el plano de Fourier consistirá, para cada registro, de tres distribuciones circulares las cuales tienen todas el mismo ancho espectral determinado por el diámetro D de las aberturas. La red de índice que modula el registro actúa como un portador de frecuencias y dos órdenes laterales aparecen en el plano de Fourier simétricamente localizados con respecto al orden cero.

La transformada de Fourier de la imagen almacenada en el cristal se obtiene en el plano focal de la lente L_2 , indicado como plano Π_f en la Figura VI.2. En el proceso de lectura cada imagen almacenada puede ser reconstruida colocando adecuadamente un filtro espacial en el plano de Fourier de manera de seleccionar en cada operación el orden difractado correspondiente. Luego, se reconstruirá por medio de la lente L_3 , en el plano Π , la imagen de la transparencia de entrada correspondiente a ese orden. El orden cero común es siempre bloqueado dado que es independiente de la orientación de las franjas.

La máscara de filtrado tiene una abertura circular de diámetro $\frac{2fD}{Z_C}$ y cuyo centro está separado una distancia $\frac{2fd}{Z_C}$ del eje óptico. Esto significa que la posición de los órdenes laterales está determinada por la separación d entre las aberturas. La ausencia de solapamiento "cross talk" entre los órdenes se logra si el ángulo que es rotada la máscara entre cada registro cumple: $\frac{d}{2}\alpha \geq D$. No obstante, el diámetro D finito de las aberturas limita las frecuencias espaciales que admite el sistema, reduciendo por ende la fidelidad en el proceso de reconstrucción. Este límite es inherente a la técnica empleada. Por otro lado, dado que el ángulo α introduce una anisotropía en el proceso de registro, como se analizó en la Sección VI.3.4, se seleccionan los ángulos de manera de reconstruir con alta eficiencia en todos los órdenes.

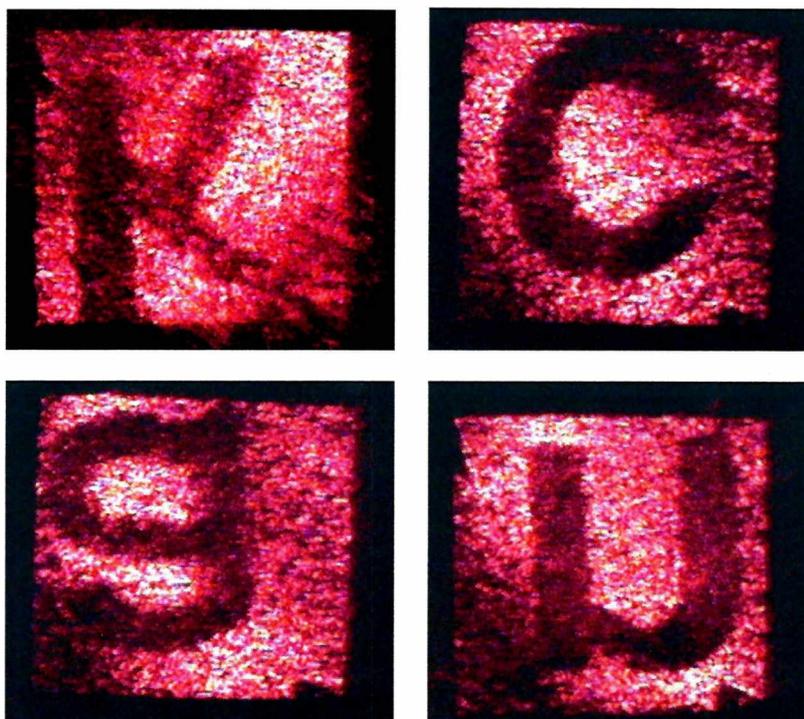


Figura VI.15: Imágenes reconstruidas a partir de los diferentes órdenes difractados

Para estas experiencias se seleccionó un cristal de $L_x = L_y = 10\text{mm}$ y $L_z = 3\text{mm}$. Las aberturas circulares A_1 y A_2 de diámetro $D = 2.25\text{mm}$ y la separación entre ellos $d = 8\text{mm}$. Esta pupila se colocó delante de la lente L_1 localizada a una distancia $Z_C = 480\text{mm}$ del centro del cristal. El diámetro y profundidad promedio de los granos de speckle resultó $S_x = 0.11\text{mm}$ y $S_z = 23,39\text{mm}$, respectivamente; mientras que el número de franjas por grano de speckle resultó, $N = \frac{d}{D} = 3.55$. Se realizaron multiplexados de dos tres y cuatro imágenes, rotando la pupila, entre cada imagen almacenada.

En la Figura VI.15 se observan las imágenes reconstruidas en el plano Π de la Figura VI.2, a partir de los diferentes órdenes difractados del multiplexado de cuatro imágenes.

Como se detalló en la Sección IV.2.1, al aplicar un campo externo la distribución incidente sobre el cristal BSO queda registrada en variaciones locales de birrefringencia. En la etapa de lectura esta modulación de birrefringencia inducida combinada con la actividad óptica producen un cambio local en la elipticidad del haz. Según fue analizado en el Capítulo III, la luz transmitida a través del cristal BSO está afectada tanto por la birrefringencia inducida cuanto por la actividad óptica. Entonces, el efecto del medio sobre

matriz de transferencia del cristal dada por Ec. (III.15). Para reconstruir la información almacenada utilizamos una onda plana linealmente polarizada proveniente de un láser de He-Ne. Luego, si se coloca un polarizador lineal convenientemente orientado a la salida del cristal podrá controlarse la relación de intensidad entre los órdenes laterales y el orden cero.

La Figura VI.16 muestra: en (a), una primera distribución incidente en el cristal con el arreglo de aberturas tal que el ángulo $\alpha = 0$; en (b), una segunda distribución con el ángulo $\alpha = 45^\circ$; en (c), la imagen reconstruida en el proceso de lectura correspondiente al primer registro y finalmente en (d), la imagen reconstruida para el doble registro. Se hace evidente la independencia estadística de la fase de las franjas observadas.

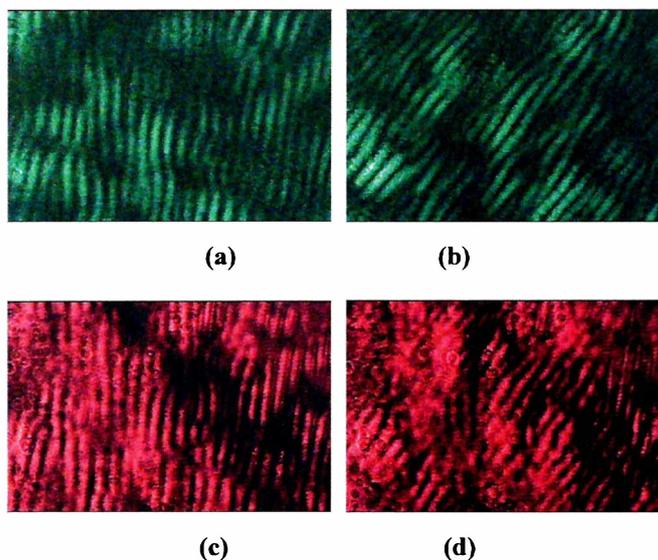


Figura VI.16: (a) y (b) distribución de intensidad registrada en un doble registro; (c) y (d) distribución de intensidad reconstruida

VI.5 Registro de aperturas múltiples

La modalidad de registro sucesivo de imágenes en un cristal BSO, moduladas por distribuciones de speckle se utilizó para realizar operaciones lógicas entre imágenes.

La notable capacidad de almacenamiento del cristal fotorrefractivo se puede observar en la posibilidad de registrar simultáneamente varios sistemas de franjas. En la Figura VI.17 se muestran los órdenes difractados (en el plano de Fourier de la lente L_2) correspondientes a una pupila con un arreglo de nueve aberturas en dos orientaciones diferentes. Es evidente que la eficiencia de difracción depende de la orientación de cada

par de aberturas así como de la magnitud $\Delta\theta = \theta$ de la desviación del ángulo de Bragg al reconstruir con incidencia normal del haz de lectura.

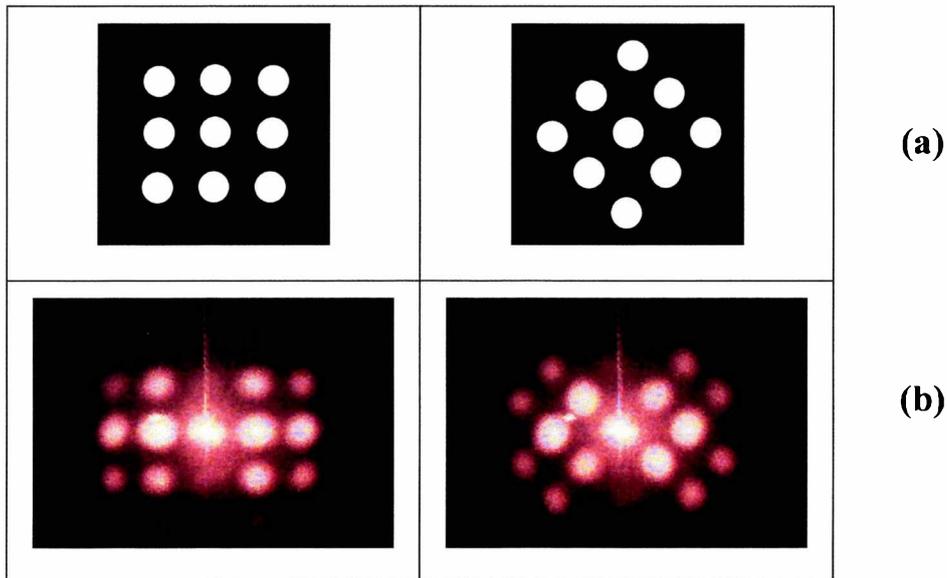


Figura VI.17: (a) arreglo de aberturas (b) distribución de intensidad en el plano de Fourier de las aberturas anteriores

Finalmente, la Figura VI.18 muestra la distribución registrada para un sistema de cuatro aberturas y la correspondiente imagen reconstruida en el proceso de lectura para una orientación óptima del polarizador.

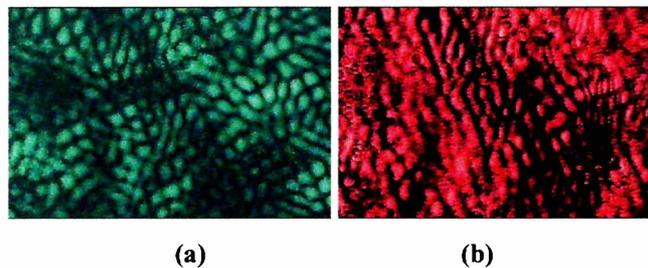


Figura VI.18: (a) distribución de intensidad registrada correspondiente a un registro de múltiples aberturas; (b) distribución de intensidad reconstruida

Si se tiene en cuenta que la degradación de la imagen es lenta y si no se anula el campo externo aplicado, es posible llevar a cabo el registro sucesivo de diferentes imágenes. En la Figura IV. 19 se observa los órdenes difractados correspondientes al registro sucesivo de dos pares de aberturas. Esto fue realizado para un arreglo de aberturas rectangulares.



Figura VI.19: Odenes reconstruidos para registros sucesivos en diferentes orientaciones del arreglo de aberturas

Combinando estas propiedades del cristal, se realizaron registros sucesivos de diversas imágenes, utilizando en cada caso, un arreglo distinto de múltiples aberturas. Para la selección de la dirección de las aberturas así como de su separación, se prefirió un arreglo que no produzca un decaimiento apreciable de dicha eficiencia de acuerdo al análisis de las secciones precedentes. El arreglo experimental utilizado es el mismo que el de la Figura VI.2. La reconstrucción selectiva de las imágenes se realiza a partir del filtrado en el plano de Fourier de los distintos órdenes difractados.

Para el registro sucesivo de imágenes, se eligen arreglos de aberturas que genera en la etapa de reconstrucción órdenes comunes y no comunes. Entonces, mediante una operación de filtrado de los órdenes difractados no comunes pueden reconstruirse independientemente cada una de las imágenes. Por otra parte, a partir de los órdenes comunes, se observa las operaciones XOR ó AND de las imágenes, dependiendo del contraste de la transparencia utilizada.

La Figura VI.20 muestra el diagrama de la pupila de la lente L_1 empleado para el almacenamiento múltiple y la reconstrucción de los órdenes difractados correspondientes en el plano focal de la lente L_2 . En los casos (a) y (b) se observan, respectivamente, el diagrama de la pupila y los órdenes difractados correspondientes al primer y segundo registro. En (c) se presentan los órdenes difractados resultantes cuando se realiza el registro sucesivo con los sistemas de aberturas anteriores. Es posible observar que las pupilas correspondientes a ambos registros presentan parejas de aberturas comunes, asociadas por lo tanto con un mismo orden de difracción. La reconstrucción de la imagen a partir de estos órdenes reproduce las operaciones XOR y AND de las imágenes, como se muestra en la Figura VI.21; Figura VI.22 y VI.23, respectivamente.

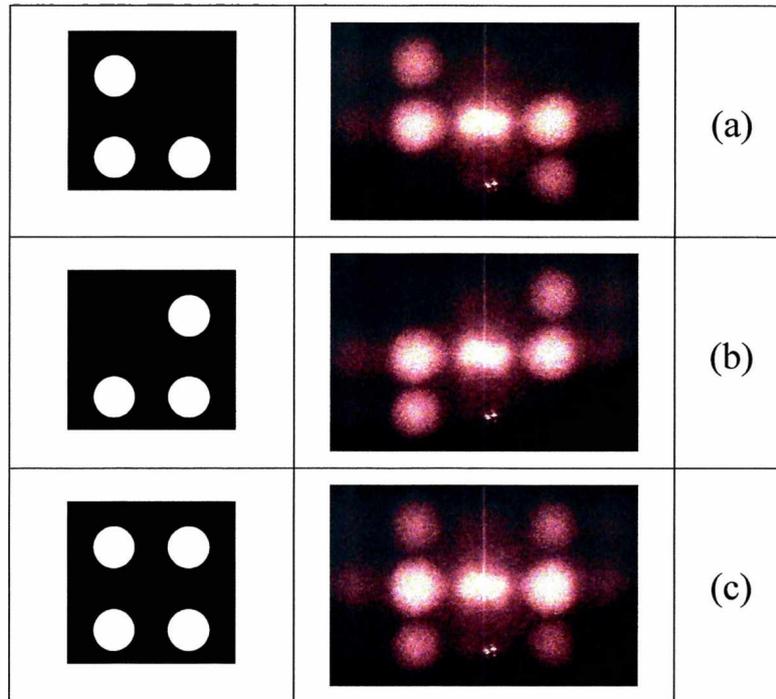


Figura VI.20: (a) y (b) diagrama de la pupila y los órdenes difractados correspondientes al primer y segundo registro. (c) órdenes difractados resultantes cuando se realiza el registro sucesivo con los sistemas de aberturas anteriores.

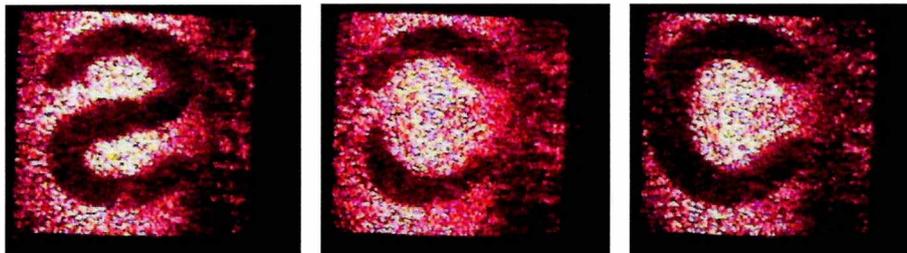


Figura VI.21: Reconstrucción a partir de los órdenes difractados comunes y no comunes para un registro múltiple como el de la Figura VI.20 (operación XOR).

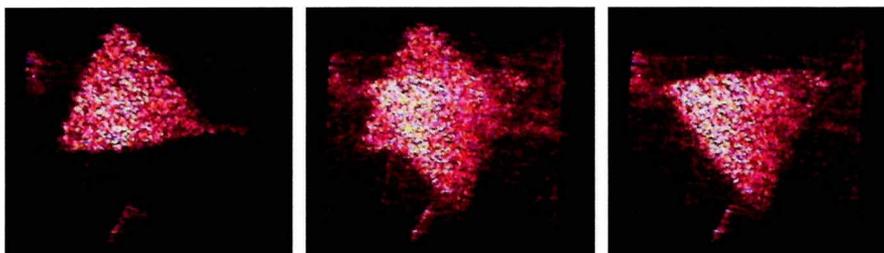


Figura VI.22: Reconstrucción a partir de órdenes difractados comunes y no comunes para un registro múltiple como el de la Figura VI.20 (operación AND).

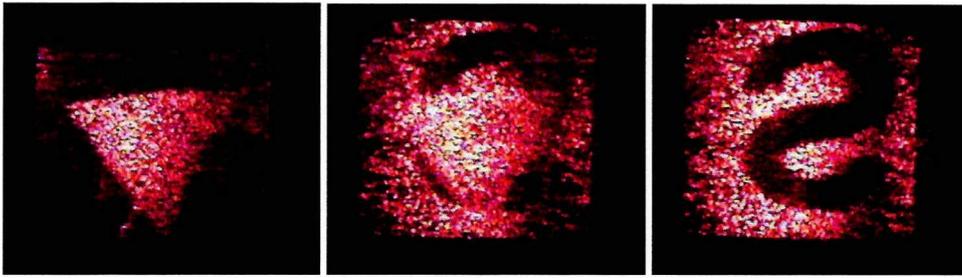


Figura VI. 23: Reconstrucción a partir de los órdenes difractados comunes y no comunes para un registro múltiple como el de la Figura VI.20.

VI.6 Bibliografía

- VI.1 E. Leith and J. Upatnieks, *Wavefront reconstruction with diffused illumination and three-dimensional objects*, J. Opt. Soc. Am. **54**, 1295 (1964)
- VI.2 A. A. Friesen and J. L. Walker, *Thick absorption recording media in holography*, Appl. Opt, **9**, 201(1970)
- VI.3 M. May and M. Françon, *Correlation and information processing using speckles*, J. Opt. Soc. Am. **66** 1275 (1976)
- VI.4 H. J. Rabal, N. Bolognini, E. Sicre and M. Garavaglia, *Optical image subtraction through speckle modulated by Young fringes*, Opt. Commun. **34**, 7 (1980).
- VI.5 A. G. Apostolidis and J. Spyridelis, *Image multiplexing and color images with theta modulation of the speckle patterns*, Opt. Commun. **40**, 249 (1982).
- VI.6 Senthil Kumar and R. M. Vasu, *Multiplexing in multiple imaging through the theta modulation*, Opt. Commun. **66**, 6 (1988).
- VI.7 E. Vanidhis and J. Spyridelis, *An image multiplexing method, through internal modulation of speckle pattern*, Optik, **61**, 195(1982)
- VI.8 C. P. Grover, *New technique of image multiplexing using random diffusor*, J. Opt. Soc. Am., **9**, 1071 (1972)
- VI.9 D. Kopf, *Application of speckling in carrier-frequency photography*, Int. Opt.Comput. Conf. Zurich, 862-3C (1974)
- VI.10 D. E. Duffy, *Moiré gauging of in-plane displacement using Double aperture imaging*, Appl. Opt., **11**, 1778 (1972)

- VI.11 E. Archbold and A. E. Ennos, *Displacement measurement from double-exposure Lase photographs*, *Optica Acta*, **19**, 253 (1972).
- VI.12 N. Bolognini, H. J. Rabal, E. E. Sicre and M. Garavaglia, *Vibration analysis with Young's fringes modulated speckle*, *Opt. Commun.*, **34**, 337 (1980)
- VI.13 A. Kumar and K. Singh, *Multiple- exposure speckle photography of the out-of-plane motion: comparative performance of filtering by collimated and converging beams*, *Journal of Modern Optics* **37**, 1517 (1990)
- VI.14 H. J. Tiziani, K. Leonhardt and J. Klenk, *Real-time displacement and tilt analysis by speckle technique using $Bi_{12}SiO_{20}$ crystals*, *Opt. Commun.* **34**, 327 (1980).
- VI.15 K. Nakagawa, T. Takatsuji and T. Minemoto, *Measurement of the displacement distribution by speckle photography using a BSO crystal*, *Opt. Commun.* **76**, 206 (1990).
- VI.16 K. Kamra, A. Kumar and K. Singh, *Novel optical photorefractive storage-retrieval system using speckle coding technique in beam-fanning geometry*, *Journal of Modern Optics*, **43**, 365 (1996)
- VI.17 K. Kamra, A. Kumar and K. Singh, *In-plane displacement measurement using objective speckles in photorefractive two-beam coupling: effect of multiple exposures*, *Opt. Commun.* **126**, 135 (1996)
- VI.18 K. Nakagawa and T. Minemoto, *Read-out properties of the specklegram recorded in photorefractive $Bi_{12}SiO_{20}$ crystal*, *Appl. Opt.*, **30**, 2386 (1991)
- VI.19 A. Kumar, K. Kamra and K. Singh, *Speckles in photorefractive two-beam coupling: effect of multiple exposures*, *Optics Commun.* **126**, 133 (1996).
- VI.20 N. Korneev and S. I. Stepanov, *Dynamic self-diffraction of laterally vibrating speckle patterns in photorefractive crystals*, *Optik*, **91** 61 (1992).
- VI.21 H. Tiziani, *Real-time metrology with BSO*, *Optica Acta*, **29**, 463 (1982)
- VI.22 K. Nakagawa and T. Minemoto, *Improvement of Young's fringes visibility in speckle photography by use od BSO-PROM device*, *Opt. Commun.*, **70**, 288 (1989)

- VI.23 E. Voit, *Anisotropic Bragg diffraction in photorefractive crystals* en "Electro-optic and photorefractive materials", P. Günter Ed., Springer Proceedings in Physics **18**, 246, Springer Verlag, Berlin (1987).
- VI.24 J.V. Alvarez Bravo Tesis doctoral: "Almacenamiento holográfico de información en materiales fotorrefractivos: condiciones experimentales", Universidad Autónoma de Madrid, Madrid, (1995).
- VI.25 P. Yeh "Introduction to photorefractive nonlinear optics", John Wiley & Sons, Inc., New York, (1993).
- VI.26 J. V. Alvarez- Bravo, N. Bolognini, L. Arizmendi, *Cross-talk in multiplexed holograms using angular selectivity in LiNbO₃*, Opt. Materials, **4**, 414 (1995)
- VI.27 R. Saxena, *Diffraction properties of photorefractive gratings* en "Photorefractive Materials, Effects, and Applications", Eds. P. Yeh y C. Gu, Proceeding SPIE Vol. **CR48**, Washington (1994)

CAPÍTULO VII

Conclusiones Generales.

VII.1 Conclusiones Generales

El interés por los métodos de procesamiento óptico se justifica por la capacidad de los sistemas ópticos para elaborar información en paralelo en contraste con el procesamiento en serie intrínseco a los sistemas electrónicos.

En este trabajo se han empleado cristales fotorrefractivos que presentan una elevada fotosensibilidad, reversibilidad en su uso y tiempos de respuesta cortos que dependen del dopaje y la sensibilidad, pero ajustables con la intensidad de registro. Estas características hace que estos materiales sean muy adecuados para ser empleados como moduladores de luz en dispositivos de conversión óptica al convertir una etapa incoherente en otra coherente y para el registro de distribuciones de speckle como los implementados en esta trabajo. El procesamiento óptico con luz coherente es muy utilizado. Sin embargo, es cada vez más frecuente realizar operaciones que requieran luz espacial (fuente extensa) o temporalmente (fuente policromática) incoherente. En ese sentido, y según se han empleado en parte de este trabajo, los medios fotorrefractivos permiten un nexo entre ambas modalidades.

En el Capítulo II, se describen brevemente las características generales de los cristales fotorrefractivos. Asimismo, se describen las propiedades físicas de los cristales BSO, el modelo teórico de transporte de bandas de Kukhtarev y las propiedades electro-ópticas.

En el Capítulo III, en el marco del modelo de Kukhtarev y atendiendo a las propiedades electro-ópticas de los cristales utilizados, se obtuvo la expresión general de la birrefringencia inducida.

Se debe destacar que la naturaleza no holográfica del arreglo experimental implementado presenta la ventaja de tener menores exigencias de estabilidad que en el caso de un registro holográfico. El registro y lectura simultánea de las distribuciones luminosas se correspondieron con un tiempo de respuesta apropiado para operaciones en tiempo real. Es claro que las longitudes de onda de registro y de lectura se ajustaron de manera de asegurar que la entrada codificada en birrefringencia no sea borrada.

Se comprobó que al aplicar al cristal un campo externo, la distribución de intensidad binaria incidente queda registrada en términos de variaciones locales de birrefringencia. En la etapa de reconstrucción, la modulación de birrefringencia inducida combinada con la actividad óptica, producen un cambio local de la elipticidad del haz. Así, el frente de onda emergente presenta zonas alternadas con estados de polarización diferentes. Es importante notar que la elipticidad de la luz emergente del medio fotorrefractivo, además de depender del estado de polarización incidente, también depende del espesor del cristal y del campo aplicado. Para recuperar la información codificada en birrefringencia, se coloca a la salida del cristal BSO un polarizador lineal. La transmisión del polarizador presenta dos niveles de intensidad que reconstruye la forma de la distribución de entrada. El contraste de la distribución luminosa de lectura puede ser gobernada según la orientación del polarizador.

Se obtuvo que para un cristal de un dado espesor existe una diferencia de potencial aplicada óptima para la cual ambos estados de polarización emergentes son lineales. Este importante resultado permite obtener imágenes de contraste directo e inverso de calidad comparables. Esta propiedad permite que el conversor propuesto puede ser considerado como un subsistema de un dispositivo óptico en el cual el control de visibilidad es el punto clave para el subsecuente procesamiento.

No debe ignorarse que las condiciones geométricas imponen un límite a la resolución del conversor. Por lo tanto, la eficiencia del conversor también debe buscarse en términos de un sistema formador de imágenes de alta resolución, en la etapa de registro ó de entrada.

Todo este análisis se aplicó en el Capítulo IV a la formación de autoimágenes y la detección de franjas de Lau a partir de una red registrada en un cristal BSO.

En el caso de autoimágenes, se estudiaron las réplicas de aquellas generadas en la etapa de lectura. Se comprobó que el arreglo experimental utilizado permite obtener una sintonía "longitudinal", en términos del contraste para cada autoimagen a ser reconstruida. En los planos $z=nz_T/2$ al rotar el polarizador de salida, se obtienen autoimágenes de contraste directo e inverso así como intensidad de salida uniforme. En los planos $z=(2n+1)z_T/4$, dos posiciones del polarizador producen intensidades de salida uniforme; aunque también es posible encontrar un ángulo para el cual se obtiene una réplica de la entrada.

También, en el Capítulo IV se analizó la formación de franjas de Lau a partir de una red de amplitud y una red fotorrefractiva. Se demostró la equivalencia de emplear la red fotorrefractiva como red fuente ó red objeto.

Se comprobó una variación periódica de la visibilidad de las franjas cuando se modifica la distancia entre las redes fuente y objeto. En particular al emplear un polarizador a la salida, para un ángulo particular la variación periódica concuerda con el comportamiento de dos redes de amplitud. En el caso de emplear la red fotorrefractiva sin polarizador, el comportamiento concuerda con lo establecido al usar una red de amplitud y una red de fase, en el caso convencional.

Por otra parte, se obtuvo que es posible invertir el contraste de las franjas de Lau rotando el polarizador. Esto equivale a un desplazamiento de medio período de una de las redes. Estas observaciones pueden sintetizarse con el importante resultado que para cualquier distancia entre las redes fuente y objeto es posible obtener patrones de Lau de máxima visibilidad.

En suma, los desarrollos del Capítulo IV han permitido visualizar los efectos Talbot y Lau con características novedosas, propia de la naturaleza del registro y en esta modalidad efectuar un tratamiento unificado de los fenómenos analizados.

En el Capítulo V, los diagramas de moiré producidos mediante la introducción de una segunda red de Ronchi en el conversor incoherente-coherente, fueron utilizados como referencia en la detección de materiales birrefringentes. Si éstos se colocan entre el polarizador y la segunda red, el desplazamiento de las franjas de moiré puede usarse para la determinación cuantitativa de la birrefringencia. Esta versión del conversor óptico

permitió realizar un interferómetro de Talbot para detectar objetos de fase. En este caso, el control del contraste facilita la visualización de los objetos de fase.

Asimismo, se presentaron dos posibles configuraciones de un interferómetro Lau fotorrefractivo para detectar objetos de fase con una relación señal-ruido muy buena.

Por otra parte, se presentó una técnica de evaluación de las franjas interferométricas de Lau a través de la técnica de interferometría de corrimiento de fase. Este método fue utilizado para caracterizar a una lente utilizada como objeto de prueba. En particular, se demostró que es posible determinar su distancia focal a partir de la pendiente del mapa de fase obtenido y que la visibilidad de las franjas interferométricas depende del corrimiento de fase introducido por la lente. En ese sentido, el empleo de una red fotorrefractiva permitió ajustar esta visibilidad mediante la rotación del polarizador.

En el Capítulo VI el conversor óptico se utilizó en la modalidad coherente-coherente. Para ello se registraron distribuciones de speckle en el cristal mediante una lente cuya pupila tiene dos aberturas idénticas. En la entrada del sistema se utilizó un difusor, iluminado por luz coherente. La forma y tamaño de los speckles que modulan la imagen del difusor en el cristal, depende de la geometría de la pupila. A su vez, el sistema de franjas que poseen los granos de speckle, tendrá un espaciado y orientación que depende de la posición de las aberturas en la pupila de la lente.

Se comparó la modalidad de registro con el caso de holografía en volumen. Se verificó que las predicciones de la teoría de ondas acopladas para hologramas de volumen en la geometría de transmisión, usando el parámetro "off Bragg", describe adecuadamente los resultados obtenidos.

La selectividad angular propia de esta geometría fue corroborada para cada parámetro experimental de interés. Así, se concluyó que la expresión de la eficiencia de difracción de tal teoría describe correctamente este fenómeno.

Por otro lado, se comprobó que el transporte de cargas por el mecanismo de difusión es despreciable. Por lo cual el campo externo aplicado se torna en un parámetro de control fundamental de la eficiencia de difracción.

El multiplexado de imágenes se realizó en forma secuencial al rotar la pupila entre cada imagen registrada. La selectividad propia del medio permite reconstruir cada uno de los órdenes sin necesidad de procedimientos de filtrado. En este caso, para reconstruir la imagen de entrada se debe orientar el haz de lectura en ángulo de Bragg de forma tal que la

eficiencia de difracción sea máxima. En consecuencia el uso de la máscara será irrelevante pues los parámetros experimentales (separación de aberturas y espesor del cristal) pueden ser elegidos de manera de garantizar una alta selectividad angular.

Sin embargo, fue posible utilizar una geometría de reconstrucción en una dirección fija, típica de un medio de registro plano. Se debe notar que esta reconstrucción introduce un cierto "off Bragg". En este caso es conveniente emplear separaciones menores entre las aberturas y cristales más delgados. Además, la reconstrucción requiere una máscara de filtrado.

Por otra parte, se aplicó el registro múltiple de speckle modulados para implementar operaciones lógicas en tiempo real. Aprovechando la capacidad de almacenamiento múltiple del cristal, se realizaron registros sucesivos de diversas transparencias. Se utilizó en cada caso, un arreglo particular de aberturas tal que se generen en el cristal sistemas de franjas comunes y no comunes. Entonces, mediante una operación de filtrado de los órdenes difractados no comunes, pueden reconstruirse independientemente cada una de las imágenes, mientras que a partir de los órdenes comunes, se efectúan las operaciones XOR ó AND entre aquellas imágenes. La reconstrucción selectiva de las imágenes se realizó a partir del filtrado en el plano de Fourier de los distintos órdenes difractados

Los resultados obtenidos sugieren profundizar el análisis del registro de speckle modulados en medios fotorrefractivos para tomar ventaja del uso reversible y de la alta capacidad de almacenamiento. Mas aún, otros desarrollos de la holografía con cristales fotorrefractivos, tales como: la amplificación de imágenes, el borrado selectivo, el multiplexado en longitud de onda, pueden extenderse también al registro y reconstrucción de patrones de speckle.

VII.2 Lista de Publicaciones

Algunos de los aspectos originales de este trabajo fueron la base de las siguientes publicaciones:

- VII.1 M. C. Lasprilla, A. Agra Amorim, M. Tebaldi, N. Bolognini *Self imaging through incoherent to coherent conversion*. Opt. Eng., **35**, 1440, (1996)

- VII.2 A. Agra Amorim, M. Tebaldi, M. C. Lasprilla, N. Bolognini, *Study of self-images formation through incoherent register in photorefractive materials*, Second Iberoamerican Meeting on Optics, Proc. SPIE **2730**, 427 (1996).
- VII.3 M. Tebaldi, N. Bolognini, *Experiments with an optical converter*, European Journal of Physics, **17**, 236 (1996).
- VII.4 A. Agra Amorim, M. Tebaldi, M. C. Lasprilla, N. Bolognini, *Photorefractive implementation of the Talbot effect and applications*, Journal of Optics (India), **24**, 133 (1995).
- VII.5 M. C. Lasprilla, M. Tebaldi, N. Bolognini, *Polarization sensitive readout of self-images*, Opt. Eng., **36**, 2216 (1997).
- VII.6 L. Angel, M. Tebaldi, R. Henao, A. Tagliaferri, M. Trivi, N. Bolognini, R. Torroba, *Phase-stepping technique with an electro-optic crystal in digital speckle pattern interferometry* Opt. Commun., **149**, 235 (1998).
- VII.7 M. Tebaldi, L. Angel, N. Bolognini, *Lau fringes formation by using a grating registered in a BSO crystal*, Opt. Eng. (En prensa).
- VII.8 M. Tebaldi, L. Angel, M. C. Lasprilla, N. Bolognini, *Image multiplexing by speckle in BSO*, Opt. Commun. (En prensa).
- VII.9 M. Tebaldi, L. Angel, M. C. Lasprilla, N. Bolognini, *Interferometry based on Lau effect with a grating registered in a photorefractive crystal* (Enviado a publicación).
- VII.10 M. Tebaldi, M. C. Lasprilla, N. Bolognini *Analysis and applications of birefringence encoded images* (Enviado a publicación).

APÉNDICE I

Análisis, registro y lectura de una distribución $I(x)=I_0(t(x)+a)$

En el Capítulo III se calculó el campo total interno $E(x)$ producido en el cristal cuando se proyecta la imagen de una red de Ronchi de período d y de transmitancia $t(x)$, dada por:

$$t(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\text{sen}(\pi m / 2)}{\pi m / 2} \exp\left(i2\pi m \frac{x}{d}\right) \quad (\text{A.1})$$

En realidad, en la situación experimental, el cristal recibe, además de la distribución de la transparencia $t(x)$, una iluminación aproximadamente uniforme de fondo $I_f < I_0$ con lo cual: la transmitancia en amplitud de la red de Ronchi será:

$$I(x) = I_0 \cdot (t(x) + a) = I_0 \cdot t(x) + I_f = \begin{cases} I_0 + I_f & \text{si } t(x) = 1 \\ I_f & \text{si } t(x) = 0 \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

donde $I_f = I_0 \cdot a$.

De forma análoga a lo realizado en el Capítulo III para calcular el campo total interno resultante E_T , se emplean las ecuaciones de Kukhtarev, unidimensionales, para el estado estacionario, dadas por las Ecs. (II.15), (II.16) y (II.17). En estas condiciones, el campo total interno resulta:

$$E(x) = \frac{2V}{L_x} \cdot \frac{(1 + G + Ga) \cdot (1 + Ga)}{(2 + 2Ga + G) \cdot \{1 + G[t(x) + a]\}} = \begin{cases} E_1 = \frac{2V}{L_x} \cdot \frac{(1 + Ga)}{(2 + 2Ga + G)} & \text{si } t(x) = 1 \\ E_2 = \frac{2V}{L_x} \cdot \frac{(1 + G + Ga)}{(2 + 2Ga + G)} & \text{si } t(x) = 0 \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

Para $G \gg 1$, como ocurre de acuerdo con los valores de la Tabla III.1:

$$E(x) = \begin{cases} E_1 = \frac{2V}{L_x} \cdot \frac{a}{(1+2a)} & \text{si } t(x)=1 \\ E_2 = \frac{2V}{L_x} \cdot \frac{(1+a)}{(1+2a)} & \text{si } t(x)=0 \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

Esto se puede re-escribir como:

$$E(x) = E_1 \cdot t(x) + E_2 \cdot t\left(x \pm \frac{d}{2}\right) \quad (\text{A.5})$$

donde:

$$E_1 = 2E_a \frac{a}{1+2a} \quad \text{y} \quad E_2 = 2E_a \frac{1+a}{1+2a} \quad (\text{A.6})$$

Nótese que si $a=0$, en las franjas iluminadas, el campo cae a cero, $E(x)=0$, mientras que en las regiones oscuras su valor es $E(x)=2E_a$ y se recupera los resultados obtenidos en el Capítulo III.

Para esta configuración transversal y considerando que el campo eléctrico aplicado coincide con la dirección del eje x , la expresión obtenida para la birrefringencia modulada es:

$$\delta n(x) = r_{41} n^3 E(x) = \delta n_1 \cdot t(x) + \delta n_2 \cdot t\left(x \pm \frac{d}{2}\right) \quad (\text{A.7})$$

donde r_{41} es el coeficiente electro-óptico, n es el índice de refracción y

$$\delta n_1 = 2E_a r_{41} n^3 \frac{a}{1+2a} \quad ; \quad \delta n_2 = 2E_a r_{41} n^3 \frac{1+a}{1+2a} \quad (\text{A.8})$$

Así, en el cristal se induce birrefringencia con valores δn_1 ó δn_2 alternados periódicamente, según la distribución del campo interno $E(x)$.

De acuerdo con la Ec. (A.7), la imagen incoherente de entrada ha sido codificada en términos de modulación de birrefringencia. Entonces, un haz de lectura linealmente polarizado que se propaga a través del cristal, emerge modulado periódicamente en su elipticidad.

En la Figura A.1 se observan los estados de polarización del haz de lectura cuando se considera la iluminación de fondo. En esta situación, para una diferencia de potencial aplicada $V^0 = 7$ kV, emergerán dos estados de polarización elípticos en lugar de lineales, como en la situación considerada en el Capítulo III. El ángulo entre los ejes de la elipse asociada a cada estado de polarización dependerá del voltaje aplicado y de la iluminación de fondo.

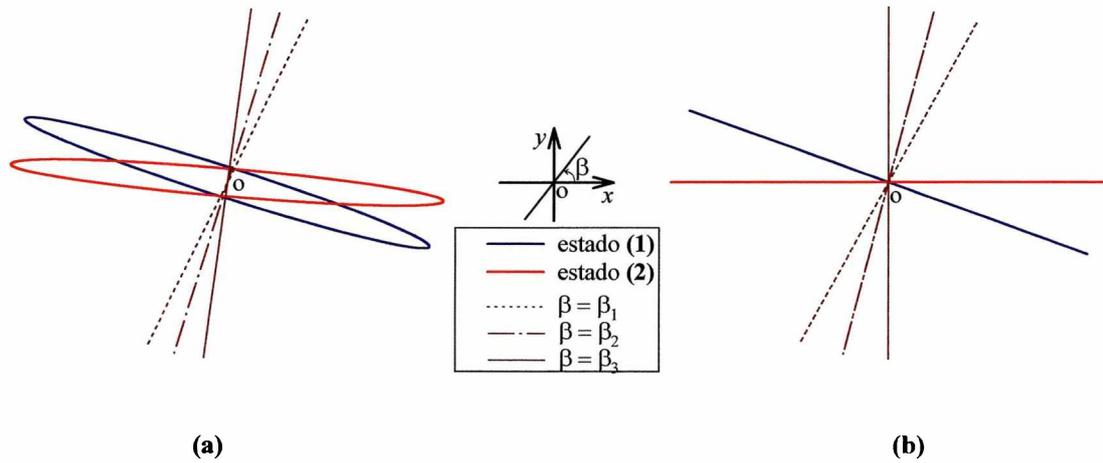


Figura A.1: Estados de polarización del frente de onda emergente del cristal cuando se aplica un voltaje V^0 , para una intensidad de escritura: (a) con una iluminación de fondo ($a \neq 0$) (b) sin iluminación de fondo ($a=0$).