Portafolio de activos de renta fija TES colombianos construido a partir de la aplicación de un modelo Black-Litterman

Proyecto de grado para optar al título de Magíster en Administración Financiera

Miguel Aguirre Tovar

Juan Felipe Cardona Llano

Asesor:

Alejandro Correa Rolz

Universidad EAFIT

Escuela de Economía y Finanzas

Maestría en Administración Financiera

Bogotá, 2017

Contenido

Resumen

El mercado de capitales es un pilar fundamental para la economía de cualquier país. Dentro de este mercado, los activos de renta fija representan los mayores volúmenes de negociación llevando a una liquidez y una formación de precios más eficiente, y presentando interesantes oportunidades de inversión, especialmente para el caso colombiano. En este contexto, y con un interés de mejorar el security selection para este tipo de activos en Colombia, el presente trabajo busca construir un portafolio de renta fija por medio de un modelo Black Litterman con el fin de medir el alfa e identificar si genera valor al ser comparado con un índice pasivo.

Abstract:

The capital market is a fundamental pillar for the economy of any country, and within this market, fixed income assets especially for the Colombian case, represent the highest trading volumes leading to liquidity and more efficient pricing, As well as interesting investment opportunities. In line with the above, and with an interest to improve security selection for this type of assets in Colombia, the present work seeks to build a fixed income portfolio through a Black Litterman model in order to measure the alpha and identify if Generates value when compared to a passive index.

Palabras Clave:

Modelo Black Litterman, Modelo Markowitz, Expectativas, Índices, Portafolios, Instrumentos de Renta Fija, Benchmark, alfa.

Introducción

Sin lugar a dudas, uno de los aspectos fundamentales en terminos de administración de portafolios, hace referencia a la asignación eficiente de los activos. Diferentes estudios acerca de la teoria de portafolio, han demostrado que alrededor del 82% de la eficiencia de los portafolios, se pueden explicar por una adecuada diversificación y asignación de activos *"asset allocation"* (Ibbotson & Kaplan, 2000).

Por lo tanto, cada vez cobra más importancia en el mercado el desarrollo de modelos matematicos más robustos, que apunten a una asignación de activos cada vez más eficiente. En este sentido, el modelo de Black-Litterman cada vez tiene mayor relevancia en el mercado, dadas las bondades que presenta, pues surge de la necesidad de suplir las falencias que presentaba el modelo de Marwotiz (soluciones de esquina poco intuitivas y alta sensibilidad a los datos historicos) (Vaclavik & Jablonsky, 2012), y asimismo permite la incorporación de las expectativas para cada uno de los activos de estudio para el portafolio.

Ahora bien, es importante destacar, que los administradores de portafolio pueden usar dos caminos para realizar una adecuada selección de activos. Una de ellas se basa en el análisis de precios históricos y la segunda en sus expectativas sobre la rentabilidad esperada. Son estas visiones las generadoras de inconvenientes en la modelación matemática, dado que los operadores pueden estar sesgados por expectativas carentes de fundamentos técnicos, o incluso pueden estar afectadas por emociones, factor muy común en la realidad de este oficio.

Enfocados en el mercado de capitales local, se presentan algunas debilidades que impiden que la historia de los precios tenga una formación eficiente y constante, por lo cual se ha dejado a un lado su uso para desarrollar análisis más sencillos tales como empinamiento de curvas de rendimiento, cálculo de inflaciones implícitas y expectativas por modelos de proyección. No obstante el objetivo de este trabajo, es el de abordar el modelo de Black Litterman para el mercado de renta fija local, a partir de la construcción de un portafolio de renta fija en títulos TES y así determinar si esta metodología puede mejorar las decisiones de los administradores activos para el mercado de renta fija colombiano.

Antecedentes

Uno de los precursores de la teoría de portafolio es William Sharpe, quien en 1990 fue ganador del premio Nobel de Economía por su modelo CAPM (Capital Asset Pricing Model), el cual establece que la tasa de retorno de equilibrio esperada de un portafolio de activos está determinada por el riesgo que se quiera asumir en la inversión. Este planteamiento se convirtió en el punto de partida para que se utilizara el CAPM como una herramienta teórica para el análisis microeconómico de inversiones en condiciones de riesgo (Sharpe W., 1964). El modelo se representa bajo la siguiente expresión matemática:

$$E(Ri) = Rf + \beta(Rm - Rf) \quad [1]$$

Donde:

- Ri es el retorno del activo
- RF es la tasa libre de riesgo
- Rm es el retorno del portafolio de mercado
- β es el beta del activo, medido como la covarianza de ambos activos sobre la varianza del índice.

La construcción de portafolios en una organización es clave para tener una adecuada diversificación de activos buscando disminuir el riesgo e incrementar la rentabilidad. Para Markowitz (Markowitz, 1952) los portafolios se constituyen basados en dos factores: Riesgo y Rentabilidad.

Básicamente la optimización de portafolios se remonta a 1952 cuando Harry Markowitz, publicó el artículo titulado “Portfolio Selection”, el cual desarrolla una metodología para hacer una composición de activos que conforme un portafolio que minimiza el riesgo y maximiza la rentabilidad esperada (Markowitz, 1952).

En consecuencia, resulta conveniente partir de los supuestos que presenta el modelo de Markowitz dado que es la materia prima para la construcción del Black Litterman:

a) El rendimiento del portafolio es aleatorio (este valor esperado es utilizado para cuantificar la rentabilidad de la inversión).

b) Se utiliza la desviación estándar, con el ánimo de determinar la dispersión de la rentabilidad.

c) Se perfila al agente dependiendo del nivel de riesgo que está dispuesto a asumir. En este sentido se representa la rentabilidad esperaba que conlleva el nivel de riesgo asumido (Fabozzi,2008).

De esta manera, el modelo buscaba una optimización, que pretende una ponderación que maximiza el rendimiento esperado del portafolio, sujeto a un riesgo máximo admitido.

$$=MAX\ E(Rp) = \sum_{i=1}^{n} wi.\,E(Ri) \qquad [2]$$

En donde:

- wi=ponderación de activo
- Rp=rendimiento esperado del portafolio
- Ri= riesgo máximo admitido

Sujeto a:

$$\sigma^2(Rp) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(wi \times ri) \times (wj \times rj) \times \sigma ij \leq \sigma_i^2$$

[3]

En donde:

- n=número de activos en el portafolio
- Ri= rendimiento del activo i
- Rp= rendimiento del portafolio
- wi= ponderación del activo i
- σ^2(Rp)= varianza del rendimiento del portafolio

- σ_{ij}= covarianza entre el activo i y el activo j

De este modo, se obtienen las ponderaciones de los activos, que optimizan el objetivo con las restricciones propias de cada agente.

Una parte relevante a rescatar de la selección de Markowitz, se encuentra en la forma en que se recogen los aspectos fundamentales que conducen a un inversionista en la elección de la composición del portafolio, de modo que obtenga una rentabilidad máxima para un nivel de riesgo determinado.

No obstante, este modelo de media-varianza, tiene algunos problemas, y las principales críticas surgen en el sentido, en que los portafolios resultantes están sumamente concentrados y son muy sensibles a los datos que se ingresen (Venegas, Medina, Jaramillo, & Ramírez, 2008). Asimismo, pequeños cambios en el valor de los retornos esperados, conducen a grandes cambios en la composición del portafolio, por lo que se obtienen bastantes soluciones de esquina, que resultan poco aplicables y hacen que que el modelo resulte poco intuitivo (Vaclavik & Jablonsky, 2012).

Adicionalmente, se han logrado identificar algunas debilidades y a pesar que el Modelo Markowitz soluciona muchas inconsistencias, como aquella de tener incluido en el cálculo el portafolio de manera global, algunos economistas e investigadores como Richard Michaud (Richard O, 1989) dieron a conocer varios inconvenientes:

> *El modelo de Markowitz hace uso de retornos históricos lo que produce sesgos en la estimación de los parámetros esperados, sin embargo, esto puede mitigarse con la selección de activos que tengan una rentabilidad alta, varianza mínima y correlación baja llevando a un resultado en el portafolio con una concentración alta en pocos activos. De acuerdo con el autor citado anteriormente, es posible encontrar soluciones para este inconveniente con restricciones en los recursos invertidos por cada activo.*

En línea con lo anterior, surge la necesidad de indagar en la viabilidad de la implementación de un modelo que mejore el de Markowitz, y es ahí donde Black Litterman entra a jugar un rol fundamental. Al observar el tema en Colombia, se establece que se han realizado diferentes estudios sobre la aplicación Black Litterman. Puede mencionarse el de Eduardo Trujillo Segura (Segura, 2009), enfocados principalmente a los fondos de pensiones obligatorias, el de León y Vela (Vela, 2011) donde se desarrolló un modelo para el caso de reservas extranjeras, y finalmente una aplicación del modelo de Black-Litterman al mercado de renta variable colombiano, realizada por (Luna & Tamayo, 2015).

Para el mercado de renta fija local, no se encontraron evidencias en la aplicabilidad de Black Litterman para un adecuado security selection para portafolios exclusivos de renta fija. De ahí que los trabajos nombrados anteriormente serán un adecuado punto de partida en el desarrollo del presente paper.

Metodología Black Litterman

Con el ánimo de suplir las falencias que traían consigo el modelo de optimización de portafolio, basados en una solución bayesiana (Walters, 2009), el principal objetivo consiste en la capacidad de un modelo para capturar el conocimiento conductual del mercado ante diferentes escenarios. De este modo, el modelo propone incluir información cualitativa acerca de los diferentes activos que se pretenden incorporar dentro del portafolio a optimizar, como, por ejemplo, expectativas de los inversionistas de un determinado activo, o de los ciclos económicos de la economía (Martínez, 2009).

Robert Litterman y Fischer Black, desarrollaron en 1992 el modelo de distribución de portafolio, el cual esencialmente busca predecir los retornos esperados y una vez se obtienen dichos retornos, lograr la distribución que más se adapte (Black & Litterman, 1992). En este sentido, el modelo realiza una optimización inversa, toda vez que se pretende hallar la optimización del portafolio, partiendo del equilibrio a través del exceso en los retornos. Igualmente, es importante señalar que para la consecución del modelo, es necesario incorporar las propias expectativas acerca de los diferentes activos que se pretenden incorporar en el portafolio (Trujillo, 2009).

Los supuestos claves del modelo, consisten en que se asume que los retornos de los activos presentan una distribución normal y que las varianzas de las distribuciones condicionales son conocidas (Idzorek, 2014). Por lo tanto, se parte de una racionalidad del agente, que se traduce en una función de utilidad, de la siguiente manera:

$$U = w^2 R - 0{,}5\lambda w^2 \sum w \qquad [4]$$

Donde:

- R: retorno esperado
- w: es el transpuesto de la ponderación de los activos
- λ: aversión al riesgo del agente multiplicado por el transpuesto de la ponderación y el producto entre la matriz de varianzas y covarianzas (∑) y (w).

De esta forma los retornos esperados, se formulan teniendo en cuenta la incertidumbre que se tienen por cada uno de los activos.

$$E(R) = [(\tau\sum)^{-1} + P^T \Omega P]^{-1}[(\tau\sum)^{-1}\Pi + P^T \Omega Q] \qquad [5]$$

- Dónde: E(R), es el retorno esperado.
- τ = Es el escalar que muestra la incertidumbre de los modelos CAPM,

para el mercado colombiano.

Es importante resaltar, los diferentes insumos que tendrá cada uno de los datos necesarios para la consecución de los retornos esperados, los cuales se enuncian de la siguiente manera:

$$\Pi = \delta \sum \mathrm{w\ mkt} \qquad [6]$$

- Π = La prima de riesgo, por encima de la tasa libre de riesgo.
- $\delta = (E(r) - r_f)/\sigma^2$, Coeficiente de aversión.
- Σ = Matriz de covarianzas (NxN matriz)
- P = Matriz de los “views” del mercado (KxN matriz)
- Ω = Matriz diagonal de las covarianzas
- Q = Retornos esperados del portafolio.

Básicamente la síntesis del modelo, se puede exponer a partir del siguiente gráfico.

Tabla 1: Síntesis modelo Black- Litterman

$E(R) = [(\tau\,\Sigma)^{-1} + P^{T}\,\Omega P]^{-1}\,[(\tau\,\Sigma)^{-1}\,\Pi + P^{T}\,\Omega Q]$

- Retornos Esperados

$M = [(\tau\,\Sigma)^{-1} + P^{T}\,\Omega P]^{-1}$

- Incertidumbre de los retornos

$\Sigma_p = \Sigma + M$

- Nueva matriz de covarianza (matriz de varianza modificada)

$w = (\delta\,\Sigma_p)^{-1}\,\Pi$

- Ponderacioness

Fuente: Fuente elaboración propia tomando como base a Luna y Tamayo (2015)

Finalmente, es importante resaltar las ventajas que el modelo Black-Litterman tiene frente al modelo de Markowitz, pues reconoce incluir las expectativas de los agentes y la incertidumbre que se tienen respecto de dichas expectativas (Cheung, 2009). Permite también, tener una optimización más dinámica, la cual se puede perfeccionar con respecto al comportamiento que presentan en el tiempo cada uno de los activos (actualizándolas), lo que conduce a una interacción, que reconoce incluir las expectativas y la veracidad de las mismas.

Construcción de la Curva Cero Cupón y expectativas

Con el fin de tener las bases para determinar las expectativas que se incorporan en el modelo, se realizó el cálculo de las curvas cero cupón en tasa fija y en UVR a partir de la metodología Nelson y Siegel y sus betas fueron obtenidas del proveedor de precios local Infovalmer. A continuación, se explica la metodología:

$$y_t(\mathrm{n}) = \beta + \beta_1 + \frac{1-\exp(-{}^{n}/_{t_1})}{\frac{n}{t_1}} + \beta_2[\frac{1-\exp\left(-{}^{n}/_{t_1}\right)}{\frac{n}{t_1}} - \exp\left(-\frac{n}{t_1}\right)] + \beta_3[\frac{1-\exp\left(-{}^{n}/_{t_2}\right)}{\frac{n}{t_2}} - \exp\left(-\frac{n}{t_2}\right)] \quad [7]$$

La metodología incorpora las siguientes variables:

- β Beta cero
- β_1 Beta uno
- t Tao
- n número del nodo

La curva cero cupón da a conocer los tipos de interés que son denominados de contado de acuerdo con sus plazos de vencimiento, así como también muestra la rentabilidad que los inversionistas exigen por cada plazo para un activo categorizado libre de riesgo. Su construcción nace a partir de títulos soberanos, los cuales son denominados “cero riesgo” con una característica particular basada en que su emisión es con un cupón igual a cero, o en otras palabras son valorados al descuento. Esto lleva a que dicho tipo de papeles tenga su plazo al vencimiento igual a la duración del papel, mitigando así el riesgo de reinversión de cupones.

En la práctica, la curva cero cupón es fundamental ya que es una herramienta apropiada para la valoración de instrumentos financieros y desarrollo de modelos matemáticos, tal como se desarrollará en el presente trabajo.

La curva cupón cero (CCC) se construye a partir de una sencilla ecuación que busca determinar la cantidad a pagar (FC) por una unidad monetaria prestada hoy y devuelta en el momento t. Tanto el tipo de interés i como t se expresan en años (Julio, Silvia, & Alejandro, 2002).

La Curva Cupón Cero (CCC), resumida como una representación gráfica que busca mostrar una estructura de rendimientos de los bonos a diferentes plazos de vencimiento, tiene los siguientes usos:

- Se utiliza para la valoración de activos de renta fija.
- En el mercado, puede servir como referencia para futuras colocaciones en el mercado de renta fija y determinar un fixing adecuado.
- La curva contiene implícitamente las expectativas de tasas de intereses de inversionistas y son una referencia para el mercado.

Para el caso colombiano, una de las metodologías más utilizadas para la construcción de curva cero cupón es por medio de Nelson y Siegel y es aplicada por los valoradores de precios locales.

(Siegel, 1987) citado por (Alfaro, 2009) proponen un modelo de ajuste de la curva de rendimiento donde la tasa de retorno depende de la madurez del instrumento. Este modelo ha sido ampliamente utilizado por los analistas debido a su simplicidad y presenta consistencia entre la tasa forward y la curva de rendimiento. (Li, 2006) Proponen una visión dinámica para este modelo estableciendo que Nelson-Siegel se compone de tres factores, los cuales son: Nivel, Pendiente y Curvatura. El primero corresponde a la trayectoria de la tasa larga, mientras que el segundo está relacionado con el premio por plazo. Ambos factores son recuperables de los modelos de factores tradicionales. Sin embargo, la curvatura parecía ajena a estos modelos.

Por otra parte, y en relación con las expectativas, una de las principales herramientas de los agentes del mercado para tratar de predecir la inflación, es por medio de la Inflación Implícita. Por definición, este cálculo es, como su nombre lo indica, una expectativa de inflación que está contenida implícitamente en algunos títulos emitidos en un mercado de capitales, llevando a proyectar el poder adquisitivo futuro que se tiene en el presente de acuerdo a distintos plazos, cálculo que llevaría a que la inflación implícita se acerque mucho al dato real (inflación observada).

Ahora bien, una adecuada variable proxy para el cálculo de la inflación observada, es concretamente la inflación implícita. Si la política de inflación objetivo implementada por el Banco de la República busca anclar estas expectativas a una inflación de 3% (+/-1%), lo que se puede esperar es que la inflación implícita de señales en determinar la credibilidad del Banco Central en sus decisiones de política monetaria. Dicho de otra manera, la inflación real corresponde a un cálculo con datos históricos que muestra una inflación pasada, por ejemplo, de los últimos 12 meses o del último mes. Sin embargo, si se busca la expectativa de inflación a futuro con el fin de tomar decisiones en un mercado de capitales y anticiparse a los movimientos, se debe usar la inflación implícita, siendo un punto de partida importante para construir las expectativas en un marco futuro y de esta manera mejorar la rentabilidad de los portafolios de inversión. (Eliécer Palacios, 2015).

En este documento, se utilizó el "breakeven" inflation, la cual se calcula comparando el retorno de la curva cero cupón tasa fija con la curva cero cupón en UVR con la misma maduración y define la expectativa de inflación de los agentes, para cada uno de los plazos a los que este el correspondiente nudo de la curva.

Según (Eliécer Palacios, 2015) en su publicación sobre inflación implicita, el retorno de los UVR está relacionado a las expectativas de las tasas de interés real en una economía, donde los inversionistas tienen la posibilidad de realizar estrategias de arbitraje aprovechando desequilibrios entre las tasas nominales, lo cual se denomina estrategias de valor relativo.

En suma, la inflación implícita hace referencia al valor de inflación que se espera en un plazo estimado de acuerdo con el vencimiento de los títulos que se tomen para el cálculo, buscando que este plazo sea similar para ambos papeles.

$$Inflación\ Implicita\ t,i = \frac{(1 + Yt,i)}{(1 + R\ t,i)} - 1$$

Inflación implícita el día t para el plazo i, en donde R corresponde al retorno real y "y" al retorno nominal el día t para el plazo i.

Por otra parte, es importante señalar que la definición descrita anteriormente cuenta con algunos inconvenientes y constituyen la razón por la cual en el presente trabajo se calculó la inflación implícita bajo la metodología de las tasas cero cupón en Tasa Fija y en UVR. Las razones de las debilidades del "breakeven" inflation por referencias específicas son:

a) El mercado de capitales colombiano no es lo suficientemente grande si se compara con mercados desarrollados. En consecuencia, no se cuenta necesariamente con títulos específicos en Tasa Fija y en UVR con el mismo plazo al vencimiento.
b) La liquidez en el mercado secundario para cada referencia específica en tasa fija y UVR es diferente, lo que lleva a una imperfección en la formación de precios históricos.
c) Se presenta un riesgo de tasa de interés real dado que las duraciones de los bonos son distintas.

En resumen, al realizar el análisis de la inflación implícita por medio de la curva cero cupón, se puede identificar que sigue un comportamiento parecido a la inflación real, lo cual lleva a concluir que este cálculo es buena referencia para incorporar las expectativas de inflación que se usarán en el presente trabajo [Ver Grafico 3].

Otro de los inputs clave para el modelo y su desarrollo, es la selección de un bechmark que sirva de base para comparar los resultados del modelo de Black-Litterman. Para este caso se utilizó como índice pasivo el Coltes, el cual nace a partir de la necesidad por parte de la Bolsa de Valores de Colombia en proveer un indicador de referencia para el mercado de renta fija, siendo una herramienta de fácil replicación para los inversionistas. Este índice Coltes, mide la evolución general del segmento de títulos de deuda pública interna TES Clase B en pesos y su cálculo comenzó en enero del 2008 con un valor equivalente a 100.

Supuestos del Modelo (“views”)

Uno de los canales claves tanto para el mercado como para el banco central, se centra en los canales de transmisión, en donde las expectativas de inflación se convierten en un elemento de peso. Para los bancos centrales la toma de decisiones de incrementos de tasas de interés se hace con el ánimo de mantenerlas ancladas al rango meta, y para los agentes del mercado son fundamentales en la toma de decisiones de inversión.

En consecuencia, se parte del hecho que en el mercado colombiano, no existen los suficientes estudios de especialistas de renta fija, para construir una evidencia estadística robusta y por otra parte, en el mercado sí existe un sinnúmero de economistas y áreas de investigación que modelan las diferentes expectativas de inflación.

Este hecho se debe en parte a que diferentes estudios acerca del comportamiento de la curva de TES FS y de TES UVR, han determinado que los movimientos de la curva cero cupón en Colombia, son atribuidos en un porcentaje muy alto a desplazamientos paralelos de la curva, (movimientos en la misma dirección, en un marco de tiempo determinado), (Casas, Camaro, & Jiménez, 2006).

En efecto, diferentes áreas de investigación propias de los intermediarios del mercado, se han enfocado principalmente en determinar los diferentes factores que originan dichos desplazamientos paralelos, y no en determinar el comportamiento de pendiente o de curvatura de las curvas cero cupón. De ahí que una buena *proxy* estaría dada por las expectativas de inflación de dichos agentes (Eliécer Palacios, 2015).

Dentro de los estudios que se centran en la inflación y las expectativas de este indicador en Colombia, (Jalil, González, & Romero, 2010), resaltan tres canales de transmisión hacia la inflación total; i) un canal directo (encuestas) recogido por la curva de Phillips, cuyas expectativas son incorporadas en los precios de los productos; ii) un canal indirecto "rezagado" (implícitas en los mercados de deuda pública); y iii) canal de salarios, el cual surge por la incorporación de las expectativas de inflación en la negociación de los salarios de los agentes.

En este orden de ideas, para el desarrollo del modelo se utilizarán las expectativas de inflación directa determinadas por los analistas consultados en la encuesta mensual del BanRep[1] y la inflación implícita (Break-Even Inflation), reflejada por los títulos del mercado de deuda pública local.

Metodologia

En la construcción del modelo, el primer paso para obtener los datos básicos fué el cálculo de las curvas cero cupón, tanto de tasa fija como en UVR en los nodos desde 1 a 15 años, a partir de la metodología Nelson y Siegel, la cual fue soportada por los Betas y el Tao que se publican en Infovalmer. Los datos fueron tomados desde enero del 2008 hasta Junio de 2016. Una vez obtenidas las tasas, se realiza el cálculo de la inflación implícita a partir de estos datos y de acuerdo al nodo para tener las expectativas de inflación de los agentes a través de los títulos, así mismo se tomó la encuesta mensual del Banco de la República, para el mismo peridodo de tiempo.

En este caso se asumirá que el Break-Even Inflation será la diferencia entre el retorno de la curva cero cupón Tasa Fija y la curva cero cupón en UVR de igual madurez[2]. Por lo tanto,

[1] Desde el 2003 el BanRep realiza mensualmente la encuesta de expectativas económicas, la cual está dirigida específicamente a analistas del sector financiero y del sector bancario. Dicha encuesta, indaga acerca de las expectativas de inflación que tienen los analistas a un mes, a fin de año, a un año y fin de año siguiente.

[2] Es importante señalar que no existen títulos en tasa nominal y títulos en UVR, con la misma maduración. Por tanto, para el desarrollo del modelo se empleó la técnica de interpolación.

esta diferencia reflejará la inflación esperada por los agentes del mercado para cada uno de los plazos correspondientes.

Asumiendo la conducta racional de los agentes, y que los analistas envían señales simétricas de información al mercado, entonces es posible determinar a través del canal directo, el periodo en el que los agentes a través del canal indirecto (rezagado), reflejan sus expectativas de inflación (o viceversa) (Jalil, González, & Romero, 2010).

En consecuencia, resulta importante determinar el periodo de convergencia de las dos series, (rezagando o adelantar alguna de las dos), con el ánimo de hallar el periodo de incorporación y a través de esto determinar las imperfecciones del mercado.

En este caso, se atribuye imperfección del mercado a los nodos en los cuales la inflación implícita (Break-Even), esté por debajo o por encima del promedio. Dicha imperfección, o desajuste de cada nodo sobre la curva se utilizará como el view dado por los agentes del mercado para cada uno de los nodos, de modo tal que, si la inflación implícita para el nodo está por debajo de la inflación esperada por los analistas para el periodo-n, entonces el nodo deberá tener una sobre-ponderación de n-pbs, que será determinada por la diferencia del nodo con respecto a la inflación promedio implícita sobre la curva (y viceversa).

De esta manera los "views" que se incorporarán en el modelo para cada uno de los nodos, serán de tipo absoluto y estarán dados por las inflaciones implícitas del mercado y las expectativas de inflación de los analistas recogidos en la encuesta mensual del BanRep. Asumiendo que los movimientos de convergencia de cada uno de los nodos hacia la inflación promedio, se darán unidireccionalmente, es decir, se asume que se moverá la curva cero cupón de los TES FS, y no la curva TES UVR.

Para el desarrollo del modelo, se tomaron los retornos totales de cada mes, derivados de las curvas cero cupón para cada uno de los nodos, tomando como "benchmark" el índice COLTES, y los "views" para cada nodo, determinados a partir de las inflaciones implícitas de las curvas cero cupón mencionadas anteriormente.

En este sentido, se realizaron las optimizaciones mensuales por medio de la implementación del modelo Black Litterman a partir de enero de 2008 hasta junio de 2016 y dichos resultados se compararon con el comportamiento que tuvo el COLTES durante el mismo marco de tiempo. Asimismo, y en aras de una aplicabilidad de los resultados obtenidos, se utilizaron dichos resultados (distribuciones y pesos de cada nodo), para contrastar el comportamiento del portafolio obtenido a partir de Black-Litterman y en vez de utilizar los retornos de la curva cero cupón, se emplearon los retornos totales de los títulos que se encontraban en circulación en las fechas específicas para cada una de las duraciones (nodos) específicas, y se procedió a contrastar nuevamente dicho desempeño, contra el desempeño que presentó el índice pasivo de referencia COLTES.

Por último, se calculó el alfa del portafolio a partir de los excesos de retornos, tanto del portafolio Black Litterman como del "benchmark" (índice Coltes), tomando como base la tasa libre de riesgo, la cual se asume como la tasa cero cupón de 1 día. La fórmula del cálculo es la siguiente:

$$Exceso\ retorno\ Portafolio = Retorno\ Portafolio - Tasa\ Libre\ de\ Riesgo\ (Mensual) \qquad [8]$$

$$Exceso\ retorno\ Benchmark = Retorno\ Benchmark - Tasa\ Libre\ de\ Riesgo\ (Mensual) \qquad [9]$$

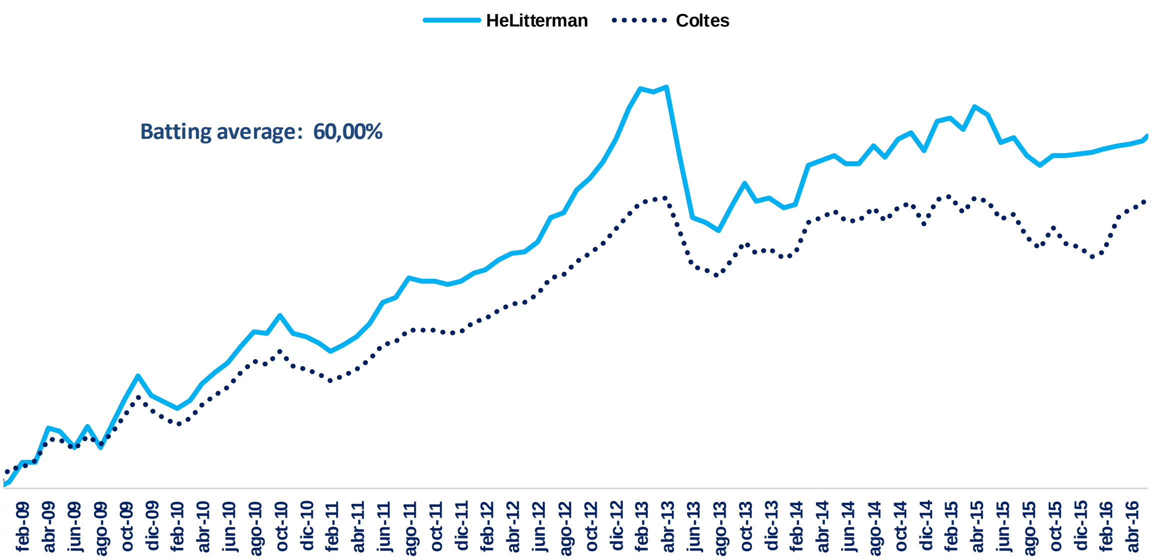
Una vez obtenido estos resultados, se procedió a construir un análisis de regresión lineal donde la variable X son los excesos del portafolio y la variable Y los excesos del "benchmark", obteniendo los resultados que se muestran a continuación.

Resultados

i) Retornos: El modelo pretende ser aplicable al mercado de valores colombiano, por lo tanto, se realizó una optimización del modelo Black-Litterman con los retornos de la curva cero cupón obteniendo los pesos óptimos del security selection, y se evaluó el comportamiento de un portafolio teórico bajo la metodología BL versus el "benchmark"

(Coltes). A continuación, se presenta (Gráfica 1) el comportamiento del portafolio construido a partir de las optimizaciones obtenidas desde 01-01-2009 hasta el 01-06-2016:

Gráfica 1: Retornos CCC VS Coltes



En la gráfica 1 se observa que el performance de Litterman (línea azul sólida) presenta un mejor desempeño durante la mayor cantidad de días analizados. En este sentido, se calculó una medida estadística con el objetivo de medir la habilidad de los administradores de inversión para vencer el índice de referencia o "benchmark" utilizados en sus portafolios, denominado Batting Average. Con un 99% de confianza se puede asegurar que portafolio vencerá al índice en un 60% de las veces [3][ANEXO 1].

Sin embargo, al realizar una prueba de hipótesis de diferencias de medias entre los retornos medios obtenidos a través de los dos portafolios (benchmark y Litterman), con el ánimo de determinar la significancia de un mejor rendimiento a través del Litterman, se observó, que

[3] Este resultado se obtiene a partir de una prueba de hipótesis de proporciones, asumiendo un comportamiento normal de los retornos.

no existe la suficiente evidencia estadística que soporte que efectivamente los retornos medios del Litterman son efectivamente mayores que los obtenidos con el índice pasivo [ANEXO 2].

De la misma manera, se relacionan a continuación los retornos totales de los portafolios:

Tabla 2: Retornos Curva Cero Cupón

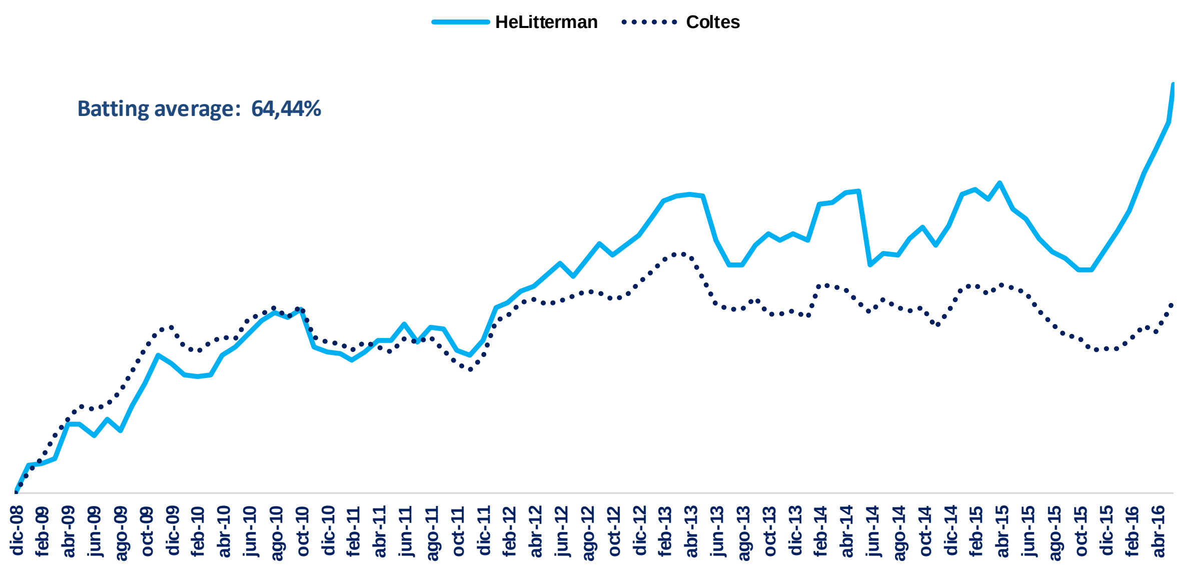
RETORNOS CURVA CERO CUPÓN

Fecha	Infación Real	Tasa Repo	Retorno Coltes	Retorno BL
31/12/2009	2,00%	3,50%	22,00%	26,30%
31/12/2010	3,17%	3,00%	9,51%	12,77%
31/12/2011	3,73%	4,75%	7,80%	10,92%
31/12/2012	2,44%	4,25%	19,88%	25,16%
31/12/2013	1,94%	3,25%	-3,25%	-8,17%
31/12/2014	3,66%	4,50%	4,17%	7,18%
31/12/2015	6,77%	5,75%	-3,76%	-0,47%
09/06/2016	8,60%	7,50%	6,32%	2,70%
		TOTAL	9,36%	11,12%

A partir de la tabla 2 se puede concluir que los retornos totales en la mayoría de los años, fueron superados por el portafolio Black-Litterman al portafolio del Coltes mejorando los resultados totales en casi 300 pbs. El resultado obtenido para el portafolio BL a través de las curvas cero cupón fue de 11,12% E.A durante el periodo evaluado, mientras que el resultado obtenido por el portafolio Coltes fue de 9,36% E. A.

En este sentido, se emplearon estos resultados para observar el desempeño del modelo aplicado al mercado por medio de títulos invertibles de referencia deuda pública soberana que estén en circulación para cada una de las fechas de optimización.

Gráfica 2: Retornos Referencias específicas VS Coltes



En la gráfica 2 se observa que el comportamiento del portafolio de Litterman (línea azul sólida) presenta un mejor desempeño durante la mayor cantidad de días analizados, en este sentido. Con un 99% de confianza se puede asegurar que portafolio vencerá al índice en un 64,44 de las veces % (Batting Average) [ANEXO 1].

De la misma forma, se realizó la prueba de hipótesis de diferencias de medias entre los retornos medios obtenidos a través de los dos portafolios (benchmark y Litterman), y se observó, que no existe la suficiente evidencia estadística que soporte que efectivamente los retornos medios del Litterman son mayores que los obtenidos con el índice pasivo [ANEXO 2].

En la siguiente tabla, se relacionan los retornos de los portafolios medidos a través de las referencias específicas:

Tabla 3: Referencias Específicas

RETORNOS REFERENCIAS ESPECIFICAS

Fecha	Infación Real	Tasa Repo	Retorno Coltes	Retorno BL
31/12/2009	2,00%	3,50%	30,80%	23,90%
31/12/2010	3,17%	3,00%	-2,10%	1,96%
31/12/2011	3,73%	4,75%	-2,15%	1,55%
31/12/2012	2,44%	4,25%	11,01%	15,27%
31/12/2013	1,94%	3,25%	-3,71%	0,14%
31/12/2014	3,66%	4,50%	-0,18%	1,07%
31/12/2015	6,77%	5,75%	-5,29%	-3,07%
09/06/2016	8,60%	7,50%	7,16%	16,41%
		TOTAL	4,88%	9,16%

La tabla anterior, se observa que, para los años analizados a excepción del año 2009, el rendimiento del portafolio BL fue superior al portafolio creado a partir del índice pasivo (Coltes). El rendimiento total obtenido por el portafolio BL durante los años analizados fue de 9,16% E.A, mientras que el rendimiento total del Portafolio pasivo fue de 4,88% E.A.

ii) Alfa del portafolio frente al "benchmark": Con el ánimo de evaluar el cumplimiento del objetivo del trabajo basado en construir un portafolio de Renta Fija que generará alfa al ser comparado con el indice "benchmark", se utiliza una metodología basada en el modelo CAPM, en la cual se propone una regresión de las series de tiempo del exceso de rentabilidad del portafolio, frente a los excesos de retorno del portafolio de referencia ("benchmark"), para luego analizar la significancia estadística de dichos componentes y determinar el Beta ($\beta_{p,}$ pendiente) y el Alfa ($\propto_p$, intercepto) del portafolio BL.

La ecuación del CAPM, a emplear es:

$$r_p = \propto_p + \ (\beta_p \ \times \ r_b) + \varepsilon_p \qquad [10]$$

Donde:

- r_p= Excesos de retornos mensuales del portafolio
- $\propto_p$= Alfa (intercepto)
- β_p= Beta (pendiente)
- r_b= Excesos de retornos del "benchmark"
- ε_p= Residuos

Al aplicar la metodología propuesta para determinar el desempeño del portafolio y validar si efectivamente el modelo de BL genera alfa al ser comparado con el "benchmark", se realizó el análisis de regresión con los excesos del portafolio BL y los retornos del COLTES, arrojando los siguientes resultados:

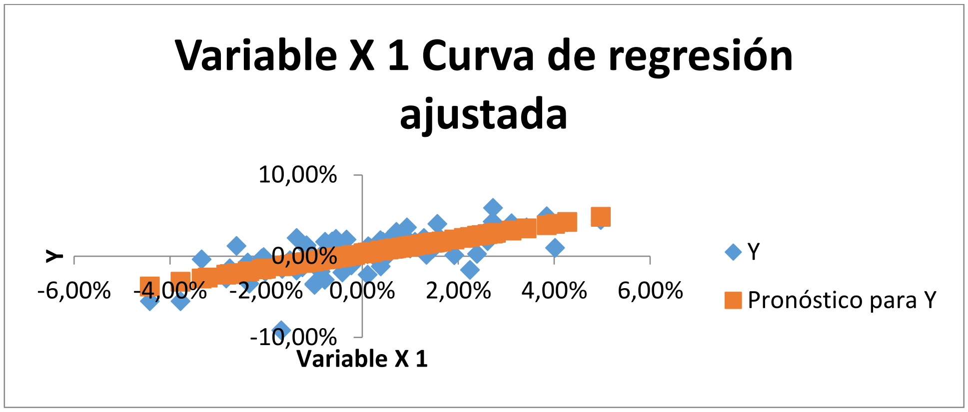
Tabla 4: Regresión Lineal Excesos de Retornos

Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.711461229
Coeficiente de determinación R^2	0.50617708
R^2 ajustado	0.500565456
Error típico	0.017108153
Observaciones	90

ANÁLISIS DE VARIANZA

	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Valor crítico de F*
Regresión	1	0.026400986	0.026400986	90.20153012	3.88024E-15
Residuos	88	0.025756623	0.000292689		
Total	89	0.052157608			

	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*	*Inferior 95%*	*Superior 95%*	*Inferior 95,0%*	*Superior 95,0%*
Intercepción	0.003054086	0.001804431	1.692547834	0.094079392	-0.000531842	0.006640014	-0.000531842	0.006640014
Variable X 1	0.913651265	0.096199653	9.497448611	0.00	0.722474669	1.104827862	0.722474669	1.104827862



Se encontró que el alfa o intercepto, del portafolio es de ($\propto_p$= 0.03), mientras que el beta o pendiente, del portafolio es de (β_p=0.91). Por lo tanto se puede interpretar que, si el exceso de retorno del índice pasivo incrementa en una unidad, el portafolio construido a partir de BL incrementará en 0.91.

$$r_p = 0.03 + 0.91\ (r_b) + \varepsilon_p \qquad [11]$$

Interpretación:

Alfa (Portafolio BL): De la regresión se obtiene ($\propto_p$= 0.03), que representa el intercepto entre los valores del portafolio BL y el "benchmark". Cualquier valor positivo diferente de cero, se puede interpretar como un desempeño superior al desempeño exhibido por el "benchmark".

- **P-valor:** el p-valor del alfa es de 0.09, lo cual indica que con un 90% de confianza, se puede afirmar que dicha variable es significativa.
- **T-valor:** el t-valor de esta variable es de 1.69, por lo tanto teniendo en cuenta un nivel de confianza de 90% (valor crítico=1.645), se puede decir que existe evidencia estadística que afirma que el alfa difiere significativamente de cero (y que en este caso es positiva).

Beta (Portafolio BL): El resultado de la regresión es de (βp=0.91), que representa el grado de riesgo sistemático (el riesgo que permanece tras haber diversificado el portafolio), e indica que el portafolio presenta una elasticidad (menor riesgo), ante comportamientos de los retornos del mercado. Por tanto se puede concluir que el portafolio asume menor riesgo que el “benchmark”.

- **P-valor:** el p-valor del alfa es de 0.00, valor menor al 0.1, por lo tanto se pude afirmar que esta variable es significativa.

- **T-valor:** el t-valor de esta variable es de 9.49, por lo tanto teniendo en cuenta un nivel de confianza de 90%, indica que existe una relación entre el exceso de retornos del portafolio BL y el exceso de retornos del “benchmark”.

R^2 (modelo): Esta medida pretende medir la bondad de ajuste del modelo y la magnitud que explica las relaciones entre el exceso de retorno del portafolio y el del “benchmark”. Los resultados indican que el (R^2=0.506), lo que implica que el 50.6% de la variabilidad de los retornos del portafolio BL, están explicados en variables definidoras del “benchmark” (fundamentales).

Conclusiones

En la actualidad, la administración activa ha venido siendo la constante dentro de los diferentes agentes del mercado, administradores de inversión. Dicha administración se basa, ya no solo en maximizar un exceso de retorno frente a un índice o “benchmark” (alfa), sino en obtener una maximización de dicho alfa, minimizando la volatilidad de la misma *“tracking error”* . En este sentido, el modelo de Black-Litterman cada vez cobra mayor relevancia en el mercado, dadas las bondades que presenta en la incorporación de los *““views””* y los retornos de equilibro a través de la estadística bayesiana. Por lo tanto, se requiere de revisión más dinámica de cada uno de los “*views*” del modelo y de la precisión de cada uno de estos.

- El cálculo del “breakeven” es más eficiente en un mercado de capitales como el colombiano, si es construido por medio de la curva cero cupón tasa fija y UVR, dado que, si se realiza por las referencias específicas, la madurez de cada una no es la misma y su duración cambia significativamente dado los cupones de los mismos, a su vez que la liquidez para algunas referencias no es significativa lo que hace que la formación de precios no sea la ideal, generando imperfecciones en el cálculo.

- El mercado colombiano no cuenta con una adecuada liquidez para todas las referencias de los títulos en deuda pública (mucho menos para deuda privada) que permita una formación de precios constante y representativa, dado que existen títulos particulares que se operan con menor volumen y puede llevar a presentar soluciones de esquina.
- A partir del desempeño observado del portafolio BL, se puede afirmar que uno de los aspectos fundamentales para los movimientos de los títulos de deuda pública a nivel local, se rigen a partir de los movimientos de la inflación, por tanto, si los agentes son buenos prediciendo el comportamiento de esta en el futuro, se pueden anticipar apropiadamente al movimiento de la curva.
- La inflación implícita obtenida a partir de la curva TES UVR y TES FS, si bien no es un buen predictor de la inflación (como tampoco se observa, son los analistas que participan en la encuesta de inflación mensual del Banrep), sí presenta una convergencia en el largo plazo hacia las metas del banco central. Al presentarse una reversión en dicha tasa, se da lugar a que desajustes frente a las respectivas inflaciones promedio, se traduzcan en oportunidades de inversión en alguna de las dos curvas.
- Existe evidencia estadística, para afirmar que el portafolio planteado bajo la metodología de Black Litterman, genera un alfa de 0.03, frente al portafolio de referencia, lo que da parte de un mejor desempeño en términos de rendimiento con base en este factor.
- El portafolio presenta un Beta de 0.91, lo que indica que el portafolio ofrece una elasticidad (menor riesgo), ante comportamientos de los retornos del mercado. Por tanto se puede concluir que el portafolio asume menor riesgo que el “benchmark”.
- A pesar de las imperfecciones del modelo y sus limitaciones para mercados poco desarrollados, este busca ser una alternativa más eficiente que los modelos tradicionales que solo incorporan la historia de los activos, ya que en el BL propende por introducir una expectativa futura de los agentes sobre los retornos esperados, plasmando así en un modelo matemático, una opinión cualitativa de los administradores de portafolios o analistas del mercado, resumiendo entonces que, la metodología que se quiera usar en la

práctica, dependerá del nivel de riesgo que se quiera asumir.

Referencias

Alfaro, R. (2009). La curva de rendimientos bajo Nelson - Siegel. *Paper Banco Central de Chile*, pág. 4.

Arias, M., Hernández, C., & Zea, C. (2006). Expectativas de inflación en el mercado de deuda pública colombiano.

Black, F., & Litterman, R. (1992). Global portfolio optimization . *Financial Analyst Jorunal*, 28-43.

BVC. (2016). Metodología Familia de Índices Coltes. *Bolsa de Valores de Colombia*, 3-7. Obtenido de https://www.bvc.com.co/pps/tibco/portalbvc/Home/Mercados/enlinea/indicesbursatiles?com.tibco.ps.pagesvc.renderParams.sub45d083c1_14321f5c9c5_-78350a0a600b=codIndice%3DCTES%26fecha%3D20170408%26tipoContenido%3Dgeneralidades%26action%3Dcontenido%26

Casas, A., Camaro, Á., & Jiménez, E. (2006). Movimientos de la curva de rendimeintos de TES tasa fija en Colombia.

Cheung , W. (Febrero de 2009). *The Black-Litterman Model Explained*. Recuperado el 22 de Marzo de 2016, de Electronic copy available at: http://ssrn.com/abstract=1312664

Eliecer Palacios, E. R. (2015). La Inflación Implícita Como Proxy de las Expectativas de Inflación. *UAMF - Boletín de Coyuntura*, 1-3.

Franco, L., Avendaño, C., & Barbutín, H. (2011). Modelo de Markowitz y Modelo de Black Litterman en la oprtimización de Portafolios de Inversión. *Tecnológica*, 71-88.

Hardouvelis, A. E. (1991). The Term Structure as a Predictor of Real Economic. *Journal of Finance*, 2.

Huerta, J. (1998). Dinero, Crédito bancario y ciclos económicos. *Revista de Economía Aplicada*, 175-182.

Ibbotson, R. G., & Kaplan, P. D. (Feb de 2000). Does “asset allocation”Policy Explain 40, 90 or 100 percent of Performance? *Financial Analyst Journal, 56*.

Jalil, M., González, E., & Romero, J. V. (2010). Inflación y expectativas de inflación en Colombia. *Borradores de Economía*.

Julio, J. M., Silvia, M., & ALejandro, R. (2002). La Curva Spot (Cero Cupón) - Estimación con splines cúbicos suavizados, usos y ejemplos. *Banco de la República - Subgerencia Monetaria y de Reservas*, 10-12.

Li, D. F. (2006). Forecasting the term structure of government bond yields. *Journal of Econometrics*, 337-364.

Luna, S., & Tamayo, M. (2015). Aplicación del Modelo Black-Litterman al Mercado de Renta. *Práctica Investigativa* , 1-11. Obtenido de http://www1.eafit.edu.co/asr/courses/research-practises-me/2015-2/students/final-reports/BL_Report_Susana_Miguel.pdf

Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *Journal of Finance*, 77-91.

Richard O, M. (Enero de 1989). *The Markowitz Optimization Enigma: Is "Optimized" Optimal*. Obtenido de Research Gate: https://www.researchgate.net/publication/247883727_The_Markowitz_Optimization_Enigma_Is_'Optimized'_Optimal

Segura, M. E. (2009). Contrucción y gestión de portafolios con el modelo Black-Litterman: Una aplicación a los fondos de pensiones obligatorias en Colombia. 3-10.

Sharpe, W. (1992). Asset allocation: Management style and performance measurement. *The Journal of Portafolio Management*, 7-19.

Siegel, C. N. (1987). Parsimonious Modeling of Yield Curve. *The Journal of Business*, 473-489.

Susasa Luna, M. T. (2015). Aplicación del modelo Black Litterman al mercado de Renta Variable Colombiano. *Grupo de Investigación en Finanzas y Banca - Universidad EAFIT*, 1-5.

Trujillo, M. (enero de 2009). *Construcción y gestión de portafolios con el modelo Black-Litterman: Una aplicación a los fondos de pensiones obligatorias en Colombia.* Recuperado el 22 de marzo de 2016, de http://www.blacklitterman.org/papers/ModeloBlackLittermanAplicacionalosFPO.pdf

Vela, C. L. (2011). Foreign reserves strategic asset allocation. *Borradores de economía Banco de la República de Colombia*.

Vaclavik, M.; Jablonsky . (2012). Revisions of modern portfolio theory optimization model. Central European Journal of Operations Research.. 473

Venegas, F., Medina, S., Jaramillo, J., & Ramírez , F. (2008). *Riesgos financieros y económicos.* Medellín: Sello Editorial. Universidad de Medellín.

Gráfico 3: Comparación Expectativas VS Dato Real

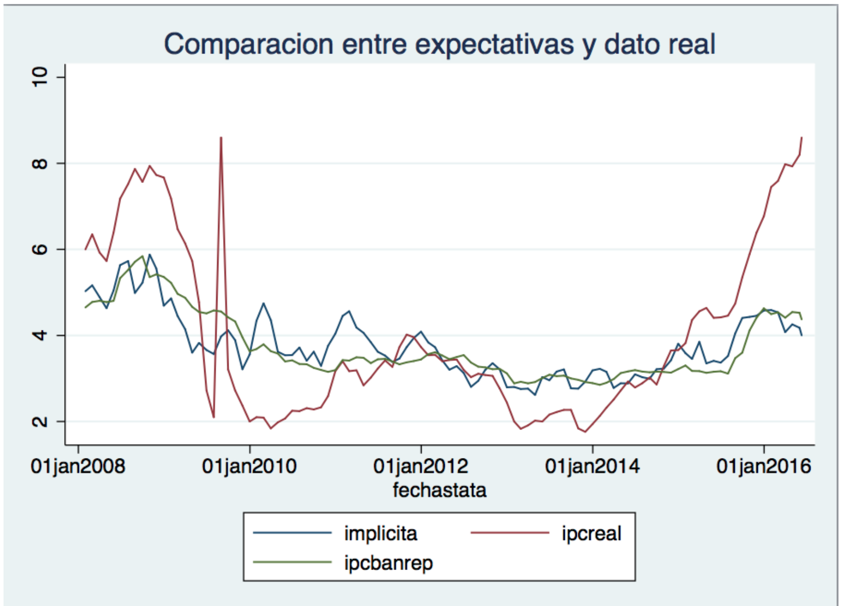


Gráfico 2: Inflación implícita VS Expectativa encuesta Banrep

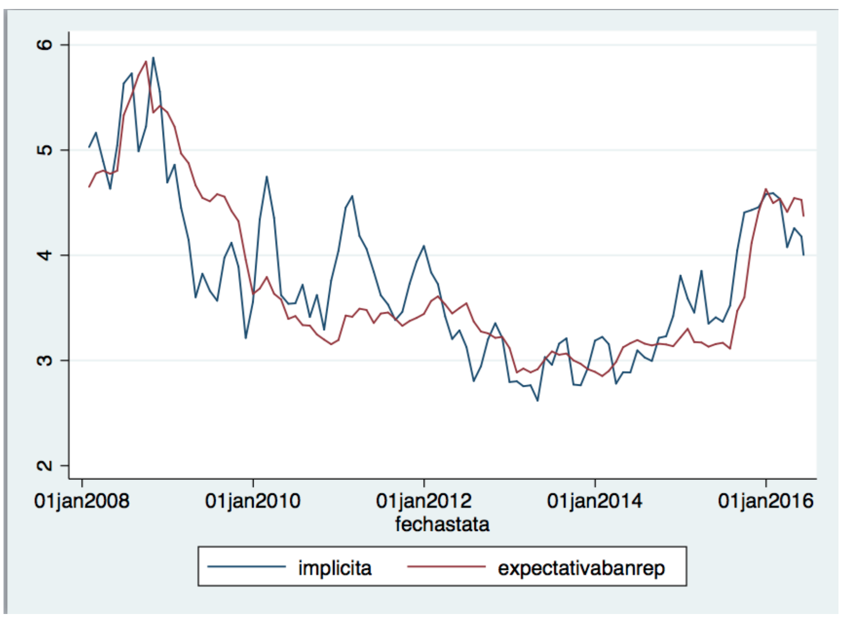
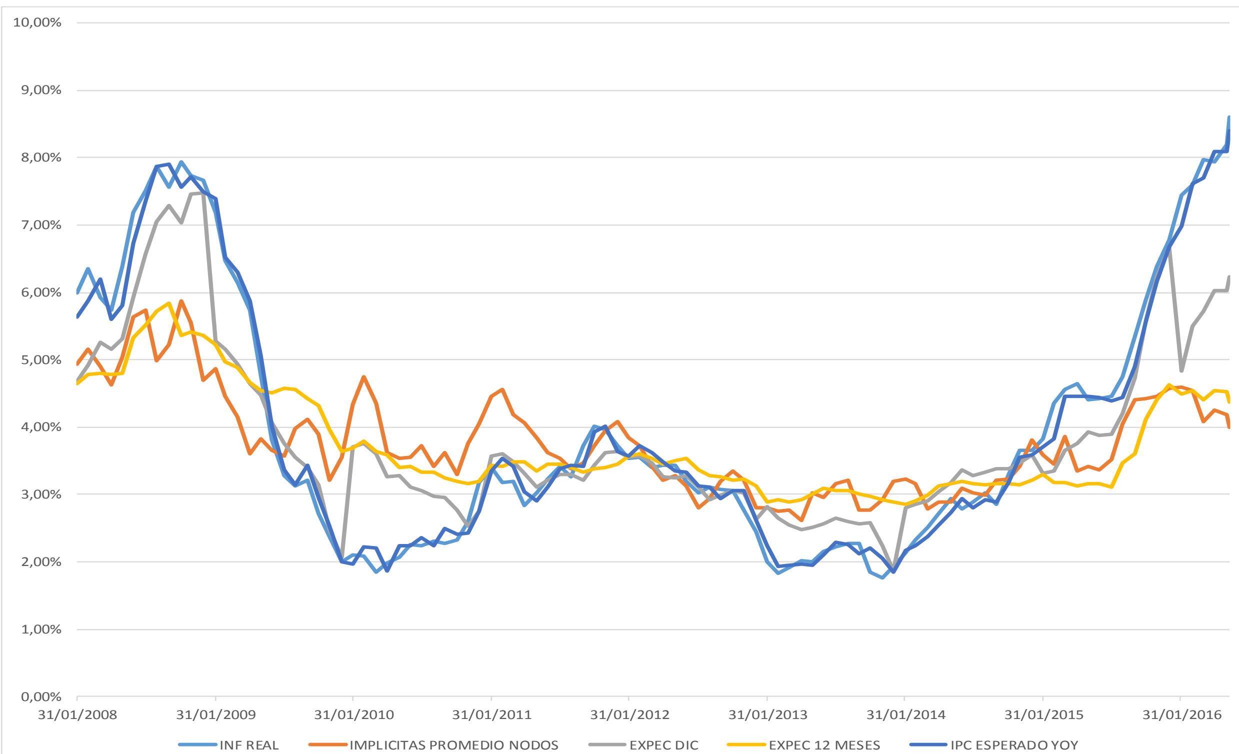


Gráfico 4: Matriz de Correlaciones

	ipc	implic~a	ipcesp~y	ipcdic	ipc12m
ipc	1.0000				
implicita	0.7478	1.0000			
ipcespyoy	0.9945	0.7443	1.0000		
ipcdic	0.9363	0.8135	0.9413	1.0000	
ipc12m	0.8223	0.8332	0.8386	0.8743	1.0000

Gráfico 5: Comparativo tipos de expectativas



Anexo 1: Prueba de Hipótesis de los Retornos

Prueba de hipótesis de medias para los retornos de la Curva Cero Cupón:

Se debe probar que: $\mu\, Coltes < \mu\, Litterman$

$$\mu\, Coltes \geq \mu\, Litterman$$

Ho: $\mu\, Coltes \geq \mu\, Litterman \quad Rechazar$

H1: $\mu\, Coltes < \mu\, Litterman$

Donde:

Ho: $\mu\, Coltes - \mu\, Litterman \geq 0 \quad Rechazar$

H1: $\mu\, Coltes - \mu\, Litterman < 0$

α: 0,01

Z teórico= -2,34

$$\mathrm{Z} = \frac{\mathrm{Xi - Xmedia}}{\sqrt{\frac{\sigma 1}{n1} + \frac{\sigma 2}{n2}}}$$

$$\mathrm{Z} = -0{,}00011731$$

El nuevo Z cae en la zona de aceptación, por lo tanto, no existe evidencia estadística que permita rechazar la H0.

Prueba de hipótesis de medias para los retornos de las referencias específicas:

Se debe probar que: $\mu\, Coltes < \mu\, Litterman$

$$\mu\, Coltes \geq \mu\, Litterman$$

Ho: $\mu\, Coltes \geq \mu\, Litterman$ $\quad Rechazar$

H1: $\mu\, Coltes < \mu\, Litterman$

Donde:

Ho: $\mu\, Coltes - \mu\, Litterman \geq 0 \quad Rechazar$

H1: $\mu\, Coltes - \mu\, Litterman < 0$

α: 0,01

Z teórico= -2,34

$$\mathrm{Z} = \frac{\mathrm{Xi} - \mathrm{Xmedia}}{\sqrt{\frac{\sigma 1}{n1} + \frac{\sigma 2}{n2}}}$$

$$\mathrm{Z} = -0{,}00031601$$

El nuevo Z cae en la zona de aceptación, por lo tanto, no existe evidencia estadística que permita rechazar la H0.

Anexo 2: Prueba de Hipótesis de Proporciones

Prueba de hipótesis de proporciones para los retornos de las referencias específicas:

N= 90

P= 64,4

Buscamos que P > 50%

Ho: $Po = 50\%$ $\quad Rechazar$

H1: $P > 50\%$

α: 0,05

Z teórico= 1,64

$$Z = \frac{\mathrm{P} - \mathrm{Po}}{\sqrt{(Po - (1 - Po)/n}}$$

$$Z = \ 2{,}74$$

El nuevo Z cae en la zona de rechazo, por lo tanto, se rechaza la H0

Prueba de hipótesis de proporciones para los retornos de la curva cero cupón (Batting Average):

N= 90

P= 64,4

Buscamos que P > 50%

Ho: $Po = 50\% \quad Rechazar$

H1: $P > 50\%$

α: 0,05

Z teórico= 1,64

$$Z = \frac{\mathrm{P} - \mathrm{Po}}{\sqrt{(Po - (1 - Po)/n}}$$

$$Z = 1{,}89$$

El nuevo Z cae en la zona de rechazo, por lo tanto, se rechaza la H0