



INSTITUTO
POLITÉCNICO
DE LISBOA



ESCOLA SUPERIOR
DE EDUCAÇÃO
DE LISBOA

**A COMPREENSÃO DA ADIÇÃO/SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS
RACIONAIS (NÃO NEGATIVOS) REPRESENTADOS NA FORMA
DE FRAÇÃO:**

Um estudo numa turma do 6.º ano de escolaridade

Ana Catarina Franco Laranjeira

(2015137)

Relatório de estágio realizado no âmbito da Prática de Ensino Supervisionada II e apresentado à Escola Superior de Educação de Lisboa para obtenção de grau de mestre em Ensino do 1º Ciclo e de Matemática e Ciências da Natureza do 2º Ciclo do Ensino

Básico

2017



INSTITUTO
POLITÉCNICO
DE LISBOA



ESCOLA SUPERIOR
DE EDUCAÇÃO
DE LISBOA

**A COMPREENSÃO DA ADIÇÃO/SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS
RACIONAIS (NÃO NEGATIVOS) REPRESENTADOS NA FORMA
DE FRAÇÃO:**

Um estudo numa turma do 6.º ano de escolaridade

Ana Catarina Franco Laranjeira

(2015137)

Relatório de estágio realizado no âmbito da Prática de Ensino Supervisionada II e apresentado à Escola Superior de Educação de Lisboa para obtenção de grau de mestre em Ensino do 1º Ciclo e de Matemática e Ciências da Natureza do 2º Ciclo do Ensino Básico

Orientadora: Professora com o título de especialista Graciosa Veloso

2017

RESUMO

A aprendizagem dos números racionais é, não só complexa, como fundamental para o desenvolvimento das crianças que frequentam o ensino básico. As investigações realizadas no âmbito da Educação Matemática, focadas no processo de aprendizagem destes números, enfatizam a importância de o ensino atender às reais dificuldades das crianças e de valorizar os aspetos compreensivos presentes no desenvolvimento do sentido de número racional.

O estudo que integra este relatório foi implementado numa turma do 6.º ano do 2.º Ciclo do Ensino Básico, constituída por alunos com idades compreendidas entre os 11 e os 15 anos, num contexto de escola pública. Eram alunos com uma fraca compreensão de números racionais, especificamente na compreensão da adição e subtração destes números quando representados em fração. Nesta ótica, o estudo pretende compreender as dificuldades dos alunos na adição e subtração de números racionais (não negativos) representados na forma de fração, evidenciando as aprendizagens feitas ao longo deste.

Desta forma, tendo como principal objetivo dar resposta à problemática apresentada, baseando-se numa metodologia de investigação-ação, criou-se um diagnóstico que consistiu no ponto de partida para a intervenção. Ao longo desta, os alunos eram sujeitos à resolução de tarefas de cariz exploratório, resolvidas a pares ou individualmente, em que, posteriormente, eram discutidas as resoluções da mesma em grande grupo onde havia partilha de resultados e a constante aprendizagem entre pares.

No final da intervenção, além das dificuldades que os alunos têm ao nível da compreensão das frações ser um marco, os alunos mostraram mobilizar alguns conceitos, que antes eram desconhecidos, que fizeram-nos compreender a adição e subtração de números racionais representados na forma de fração, através do contributo de modelos de área. A consideração da unidade de referência foi um aspeto menos notável, todavia, há marcas do reconhecimento da sua importância para a compreensão destas operações e da própria compreensão da fração.

Palavras-chave: números racionais; fração; adição; subtração; modelos de área; unidade de referência

ABSTRACT

The learning of rational numbers is not only complex, but fundamental to the development of children attending basic education. The research carried out in Mathematics Education, focused on the process of learning these numbers, emphasizes the importance of teaching to attend to the real difficulties of the children and to value the understanding aspects present in the development of the sense of rational number.

The study that integrates this report was implemented in a class of the 6th year of the 2nd Cycle of Basic Education, constituted by students between the ages of 11 and 15, in a context of public school. They were students with a poor understanding of rational numbers, specifically in understanding the addition and subtraction of these numbers when represented in fraction. In this perspective, the study intends to understand the difficulties of the students in the addition and subtraction of rational (non-negative) numbers represented in the fraction form, evidencing the learning made throughout the latter.

Thus, with the main objective of responding to the problem presented, based on a research-action methodology, a diagnosis was created that consisted of the starting point for the intervention. Throughout this, the students were subject to the resolution of exploratory tasks, solved in pairs or individually, in which the resolutions of the same were then discussed in a large group where there was sharing of results and constant learning among peers.

At the end of the intervention, besides the difficulties that the students have in terms of the understanding of fractions being a milestone, students showed to mobilize some previously unknown concepts that made us understand the addition and subtraction of rational numbers represented in the form of fraction, through the contribution of area models. The consideration of the unit of reference was a less remarkable aspect, however, there are marks of the recognition of its importance for the understanding of these operations and of the own understanding of the fraction.

Keywords: rational numbers; fraction; addition; subtraction; area models; reference unit

AGRADECIMENTOS

À minha orientadora de estudo, Professora Graciosa Veloso, pelo apoio, pela motivação, pelas orientações, sugestões e por tudo o que me ensinou ao longo do meu percurso da ESELx. Ao longo dos cinco anos fomos partilhando a paixão pela matemática.

À minha família, pelo apoio incondicional, pelo carinho e pela confiança que me transmitem, em ser cada vez melhor. À minha mãe, Ana Luísa, por incentivar toda a magia de ensinar. Ao meu pai, João, por me aplaudir de pé em todas as minhas conquistas. À minha irmãzinha, Maria, por ser cobaia em muitas situações e por levar a minha paciência ao limite.

Em especial, ao meu ursinho, Cláudio, por todas as crises que suportou, as inseguranças, os abraços fortes que me fizeram acreditar que era capaz. Principalmente por transmitir a cada sorriso seu o orgulho que tem em mim. Obrigada por tudo e mais alguma coisa, a força estará sempre connosco.

À minha Titi por me transmitir o seu amor à Matemática e ao ensino. Por me fazer acreditar que quem faz o que ama, nunca será obrigado a trabalhar e que o ensino é uma dádiva em que se transmitem conhecimentos de ambas as partes.

Às minhas amigas de sempre, Margot, Magui e Xana, pela força e confiança que mostraram depositar em mim. Sinto um enorme orgulho por cada uma delas.

À minha amiga para sempre, Rita Mendes, por ser a minha “mamã”, por me mimar. Todas as gargalhadas, parvoíces e conversas que após cinco anos permanecem.

À minha “partner” de todos os trabalhos e de todas as intervenções educativas, Rita Lage, por ser o meu braço direito e por me mostrar que, mesmo à última hora, tudo é possível.

Aos alunos do 6.º ano que participaram no estudo e fizeram-me olhar a Matemática com outros olhos.

A todos os professores que, ao longo da minha formação, me permitiram concluir esta etapa e conseguisse sentir-me segura e confiante nas etapas que se avizinham.

ÍNDICE GERAL

INTRODUÇÃO.....	1
1ª PARTE	3
1. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	4
1.1. Metodologia utilizada	4
1.2. Técnicas de recolha e análise de dados	4
2. DESCRIÇÃO SINTÉTICA DA PRÁTICA PEDAGÓGICA DESENVOLVIDA NO CONTEXTO DO 1.º CEB	5
2.1. Caracterização do contexto socioeducativo.....	5
2.1.1. A instituição.....	5
2.1.2. A ação pedagógica e os processos e regulação e de avaliação da aprendizagem.....	5
2.1.3. A turma.....	6
2.2. Caracterização do contexto socioeducativo.....	7
2.2.1. Objetivos gerais de intervenção.....	7
2.2.2. Estratégias globais de intervenção e atividades implementadas	7
2.2.3. Processos de regulação e de avaliação	8
2.2.3.1. Das aprendizagens	8
2.2.3.2. Dos objetivos do PI.....	9
3. DESCRIÇÃO SINTÉTICA DA PRÁTICA PEDAGÓGICA DESENVOLVIDA NO CONTEXTO DO 2.º CEB	10
3.1. Caracterização do contexto socioeducativo.....	10
3.1.1. A instituição.....	10
3.1.2. A ação pedagógica e os processos e regulação e de avaliação da aprendizagem.....	10
3.1.3. As turmas	11
3.2. Caracterização do contexto socioeducativo.....	11
3.2.1. Objetivos gerais de intervenção.....	11
3.2.2. Estratégias globais de intervenção e atividades implementadas	12
3.2.3. Processos de regulação e de avaliação	13
3.2.3.1. Das aprendizagens	13
3.2.3.2. Dos objetivos do PI.....	14

Resultados da prática interventiva no 2.º CEB face aos objetivos gerais propostos	14
4. ANÁLISE CRÍTICA DA PRÁTICA OCORRIDA EM AMBOS OS CICLOS	15
4.1. Processos de ensino e aprendizagem	15
4.2. Formas de organização e gestão do currículo.....	15
4.3. Relação pedagógica	16
4.4. Implicação dos alunos no processo de aprendizagem	16
4.5. Processos de regulação das aprendizagens	17
4.6. Identidade profissional	17
2ª PARTE	19
1. MOTIVAÇÃO, OBJETIVOS E QUESTÕES DO ESTUDO	20
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	22
2.1. Conhecimento matemático	22
2.1.1. Definição de número racional e respetivas representações usadas atualmente em cálculo	22
2.1.2. A adição e a subtração como operações binárias no conjunto Q_0^+ , dos números racionais não negativos	23
2.2. Conhecimento didático	24
2.2.1.1. Diferentes significados da fração	25
2.2.2. Papel da unidade de referência na adição/subtração	26
2.2.3. Dificuldades na adição/ subtração de números racionais (não negativos) representados na forma de fração	27
2.2.4. Recomendações para a compreensão da adição/ subtração de números racionais (não negativos) na forma de fração	28
2.2.4.1. <i>Compreender através de modelos de área</i>	28
2.2.4.2. <i>Compreender através do ensino exploratório</i>	30
3. METODOLOGIA.....	32
3.1. Natureza do estudo	32
3.2. Métodos e técnicas de recolha e análise de dados	33
3.3. Caracterização dos participantes	35
Organização do período de intervenção destinado ao estudo.....	35
3.4. Princípios éticos do processo de investigação.....	36
4. RESULTADOS	38

4.1.	Questão 1. <i>Escrever uma fração que represente a parte colorida da unidade</i>	39
4.2.	Questão 2. <i>Representar números fracionários em modelos de área</i>	40
4.3.	Questão 3. <i>Diferentes significados da fração</i>	41
4.4.	Questão 4. <i>“Unitizing” – reconstrução da unidade</i>	43
4.5.	Questão 5. <i>Frações equivalentes e os diferentes significados da fração</i> ...	43
4.6.	Questão 6. <i>Diferentes significados da fração. Subtração</i>	45
4.7.	Questão 7. <i>Representação de frações em modelos retangulares. Adição</i> ..	47
5.	CONCLUSÕES	50
5.1.	Evolução das respostas dadas pelos alunos nos testes realizados	50
5.2.	Que compreensão revelam os alunos, antes e depois da intervenção, relativamente ao papel da unidade de referência na compreensão de número racional (não negativo) representado na forma de fração.....	51
5.3.	Qual o contributo dos modelos de área para a compreensão da unidade de referência na adição e subtração de números racionais (não negativos) representados na forma de fração	52
	REFLEXÃO FINAL.....	54
	REFERÊNCIAS	57
	ANEXOS	60
	ANEXO A. Caracterização dos alunos da turma do 2.º ano do 1.º CEB	61
	ANEXO B. Tabelas de potencialidades e fragilidades da turma do 2.º ano do 1.º CEB	64
	ANEXO C. Correlação entre as fragilidades dos alunos, os objetivos gerais do PI e as estratégias para cada área curricular.....	66
	ANEXO D. Correlação entre as estratégias de intervenção, face aos objetivos gerais, com as atividades para cada área curricular	67
	ANEXO E. Avaliação das aprendizagens da turma do 2.º ano do 1.º CEB	68
	ANEXO F. Avaliação do 1.º Objetivo Geral do PI relativo à prática do 1.º CEB	75
	ANEXO G. Avaliação do 2.º Objetivo Geral do PI relativo à prática do 1.º CEB....	76
	ANEXO H. Avaliação do 3.º Objetivo Geral do PI relativo à prática do 1.º CEB....	77
	ANEXO I. Caracterização dos alunos da turma do 6.º A do 2.º CEB	78
	ANEXO J. Caracterização dos alunos da turma do 6.º B do 2.º CEB	81

ANEXO K. Tabelas de potencialidades e fragilidades das turmas do 6.º ano do 2.º CEB	83
ANEXO M. Avaliação das aprendizagens das turmas do 6.º ano do 2.º CEB	84
ANEXO N. Avaliação do 1.º Objetivo Geral do PI relativo à prática do 2.º CEB....	94
ANEXO O. Avaliação do 2.º Objetivo Geral do PI relativo à prática do 2.º CE	95
ANEXO P. Avaliação do 3.º Objetivo Geral do PI relativo à prática do 2.º CEB	96
Anexo Q. Modelo do Teste Diagnóstico	97
ANEXO R. Modelo do Pós-Teste	101
ANEXO S. Tarefa 1.....	105
ANEXO T. Tarefa 2	106
ANEXO U. Tarefa 3.....	107
ANEXO V. Tarefa 4.....	108
ANEXO W. Tarefa 5	109
ANEXO X. Tarefa 6.....	110
ANEXO Y. Tarefa 7.....	111
ANEXO Z. Tarefa 8	112
ANEXO AA. Tarefa 9.....	113
ANEXO AB. Tarefa 10	114
ANEXO AC. Análise do Teste Diagnóstico	116
ANEXO AD. Análise do Pós-Teste	118
ANEXO AE. Resultados dos testes e das tarefas realizadas ao longo da intervenção	120
ANEXO AF. Análise comparativa entre o Teste diagnóstico e o Pós-Teste	122
ANEXO AG. Análise comparativa das respostas ao Teste diagnóstico e o Pós-Teste no que concerne às questões do estudo	123

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Figura presente na questão 1 em ambos os testes	39
Figura 2. Resposta de um aluno à questão 2 do teste diagnóstico	40
Figura 3. Resposta de um aluno à questão 2 do teste diagnóstico	40
Figura 4. Figuras da questão 2 de ambos os testes	41
Figura 5. Questão 4 de ambos os testes. Reconstrução da unidade	43
Figura 6. Resposta de um aluno ao terceiro caso da questão 4, no pós-teste	43
Figura 7. Resposta de uma aluna à questão 5.2 (equivalência de frações)	44
Figura 8. Resposta de um aluno à questão 5.2. (equivalência de frações)	44
Figura 9. Resposta de um aluno à questão 5.3 (subtração de números racionais representados na forma de fração)	45
Figura 10. Resposta de um aluno à questão 5.4	45
Figura 11. Alguns exemplos de painéis de azulejo apresentados pelos alunos na tarefa 4	46
Figura 12. Exemplo de uma representação da adição de números racionais representados na forma de fração	47
Figura 13. Representações feitas por um aluno, na questão 7, de diferentes frações	48
Figura 14. Respostas de dois alunos à questão 7.4 no pós-teste	48
Figura 15. Comparação das representações das frações da questão 7, por um aluno, ao teste diagnóstico e ao pós-teste, respetivamente	49
Figura 16. Processo evolutivo das respostas corretas às questões do teste diagnóstico e do pós-teste	50
Figura 17. Correlação entre as respostas dadas nos dois testes no que concerne à questão (i) do estudo	51

Figura 18. Correlação entre as respostas dadas nos dois testes no que concerne à questão
(ii) do estudo..... 52

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1. Resultados da prática interventiva no 1.º CEB face aos objetivos gerais propostos	9
Tabela 2. Resultados da prática interventiva no 2.º CEB face aos objetivos gerais propostos	14
Tabela 3. Correlação entre os métodos e técnicas de recolha de dados e os objetivos gerais definidos.....	34
Tabela 4. Organização do período de intervenção destinada ao estudo	35

LISTA DE ABREVIATURAS

ESELx	Escola Superior de Educação de Lisboa
ATL	Atividades de Tempos Livres
CEB	Ciclo do Ensino Básico
CEI	Currículo de Enriquecimento Individual
DT	Diretor de Turma
NEE	Necessidades Educativas Especiais
PAA	Plano Anual de Atividades
PAT	Plano de Atividades de Turma
PC	Professora Cooperante
PE	Projeto Educativo
PES	Prática de Ensino Supervisionada
PI	Plano de Intervenção
TEIP	Territórios Educativos de Intervenção Prioritária
PEI	Projeto Educativo Individual

INTRODUÇÃO

No âmbito da Unidade Curricular de Prática de Ensino Supervisionada (PES) II, decorre a concretização deste relatório, que contém uma descrição reflexiva sobre o trabalho elaborado ao longo dos estágios praticados no decorrer do 2.º ano do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo e Matemática e Ciências Naturais do 2.º Ciclo do Ensino Básico (CEB), assim como a explicitação de um estudo, com a identificação e desenvolvimento de uma problemática num desses contextos.

Em termos estruturais, o relatório inicia-se com a presente introdução, seguindo-se organizada em duas partes essenciais: uma primeira destinada à descrição sintética da prática pedagógica desenvolvida no contexto do 1.º CEB, do 2.º CEB e a comparação entre os dois ciclos, e uma segunda parte destinada à explicitação do estudo.

Atualmente, são poucos os estudos relativamente às dificuldades dos alunos na compreensão dos números racionais, apesar de assumidas as inúmeras dificuldades neste tema. Por esta razão, o presente estudo incide numa turma do 6.º ano de escolaridade, tendo como tema principal a compreensão da adição e subtração de números racionais (não negativos) representados na forma de fração.

O estudo realizado segue o paradigma da investigação-ação, permitindo uma constante reflexão sobre a eficácia do processo de ensino e aprendizagem. Aplicado numa turma de 6.º ano do 1.º CEB, este estudo procurou identificar as principais dificuldades dos alunos e, essencialmente, as conceções criadas ao nível da compreensão da adição e subtração dos números racionais (não negativos) representados na forma de fração. Repare-se que é essencial compreender a importância do conhecimento dos conceitos relacionados com os números racionais para a compreensão destas operações.

No que concerne ao estudo, este é organizado em 5 capítulos. Na introdução apresenta-se a problemática inerente ao contexto, no qual decorre o estudo, a definição do problema objeto de estudo e ainda os objetivos do estudo. O segundo capítulo destina-se à fundamentação teórica, em que consta uma revisão de bibliografia, definindo-se conceitos fundamentais associados à problemática e à sua forma de resolução. O terceiro capítulo intitula-se metodologia e desta faz parte a apresentação dos objetivos do estudo, das questões de investigação, uma referência às opções metodológicas, uma caracterização dos participantes e os princípios éticos do processo de investigação. No que diz respeito à metodologia aplicada foi necessário proceder à caracterização do contexto socioeducativo, o que levou a aplicar algumas técnicas de recolha e tratamento

de dados necessários a este processo. As técnicas privilegiadas basearam-se na observação participante, na entrevista semiestruturada de cariz informal, bem como na análise, tanto dos documentos orientadores da ação educativa (documentos curriculares), como das fichas de avaliação diagnóstica. Posteriormente, a informação recolhida foi organizada em grelhas de registo, o que possibilitou uma visão global acerca das competências sociais e aprendizagens das crianças, que definiu, deste modo, as potencialidades e fragilidades da turma. No quarto capítulo apresentam-se e discutem-se os resultados para que, no quinto capítulo, se apresentem as conclusões do estudo, que procuram responder às questões orientadoras do mesmo.

Após a explicitação destinada ao estudo, segue-se, finalmente, uma reflexão final evidenciando-se o contributo da prática pedagógica nos dois ciclos e da investigação para o desenvolvimento de competências profissionais. São ainda mencionados, nesta reflexão, os aspetos significativos em termos de desenvolvimento pessoal e profissional e das dimensões a melhorar no exercício da profissão docente.

Por fim, após todos os documentos referidos, completa-se o relatório com as referências mobilizadas para a construção do mesmo e, ainda, os anexos referenciados no corpo de texto.

1ª PARTE

1. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

1.1. Metodologia utilizada

O processo de intervenção numa prática pedagógica desenvolve-se numa sequência de três fases: (i) observação e caracterização do contexto socioeducativo, em que se baseia a, posterior, elaboração de um Projeto de Intervenção (PI); (ii) a implementação do PI elaborado; e (iii) a avaliação do PI, tendo em conta as aprendizagens dos alunos e do percurso pessoal dos estagiários. Para cada uma destas fases mobilizam-se uma série de métodos e técnicas de recolha e análise de dados adequados ao contexto e às intenções de recolha.

Numa primeira fase, de modo a adequar a intervenção ao contexto socioeducativo, é fundamental a implementação de um PI com vista ao desenvolvimento das capacidades dos alunos, tendo em conta as suas especificidades e a diagnose realizada. Deste modo, fez-se um levantamento dos interesses, das potencialidades e fragilidades dos alunos, que encadeiam os objetivos de intervenção. Na construção de um PI é necessário, ainda, definir os princípios orientadores da ação pedagógica, considerar os instrumentos de gestão curricular e adequar estratégias de intervenção que visem a aprendizagem dos alunos, de modo a integrarem num plano de intervenção que vise, por um lado, dar continuidade ao trabalho do professor das turmas e, por outro, que tenha um caráter inovador que prova a melhoria das aprendizagens dos alunos.

1.2. Técnicas de recolha e análise de dados

É fundamental determinar os métodos e técnicas de recolha e análise de dados para a conceção e implementação de um PI, consoante um determinado contexto. O levantamento de dados e “dos estilos de aprendizagem dos alunos proporciona também, informação importante ao professor. Conhecê-los e saber os pontos fortes e fracos dos alunos ajuda a ultrapassar bloqueios e escolher estratégias pedagógicas adequadas.” (Grave-Resendes & Soares, 2002, p.16).

De modo a recolher as informações necessárias à diagnose das turmas foi necessário recorrer a um leque variado de instrumentos: entrevistas semiestruturadas aos professores cooperantes, análise documental dos Projetos Educativos (PE) das escolas, bem como do Plano Anual de Atividades (PAA) e Projetos de Turma (PT), observação direta e indireta, bem como, todos os registos feitos ao longo do período de observação.

2. DESCRIÇÃO SINTÉTICA DA PRÁTICA PEDAGÓGICA DESENVOLVIDA NO CONTEXTO DO 1.º CEB

2.1. Caracterização do contexto socioeducativo

2.1.1. A instituição

O estabelecimento de ensino integra-se num agrupamento de escolas que se localiza numa freguesia pertencente ao concelho de Lisboa, na área da Grande Lisboa. Este estabelecimento de ensino funciona desde 1981/1982, sendo que sofreu uma remodelação de instalações no início do ano letivo 2014/2015. A Escola oferece duas valências de ensino: o Ensino Pré-Escolar e o 1.º CEB.

De acordo com o PE do Agrupamento, a Escola alberga 162 alunos. O PE indica ainda que a grande maioria dos alunos do agrupamento evidencia sinais de estabilidade e capacidade financeira, sendo que apenas 23,1% necessitam de auxílios económicos por parte da Ação Social Escolar. Considera, também, que não há abandono escolar (menos de 1%).

A zona envolvente à escola é uma zona bastante central, rodeada por variados estabelecimentos comerciais, nomeadamente, cafés, bancos, lojas e outros. A sua localização é privilegiada, uma vez que tem uma rede de transportes variada na sua proximidade, facilitando o seu acesso.

2.1.2. A ação pedagógica e os processos e regulação e de avaliação da aprendizagem

A professora titular da turma procurava diversas estratégias de ensino face às especificidades dos seus alunos. A própria admitiu, em situação de conversa informal, que adota várias estratégias de ensino, nomeadamente, no ensino da leitura, tendo já recorrido ao método da Cartilha, de João de Deus e ao método das 28 palavras, com um aluno que apresentava grandes dificuldades na leitura. As inúmeras estratégias de ensino que a professora procurava adaptar mostram a sua preocupação para que os alunos compreendessem e aprendessem o melhor possível.

A diferenciação pedagógica era feita de maneira a colmatar as necessidades dos alunos, dando especial enfoque aos alunos com mais dificuldades de aprendizagem, uma vez que precisavam de maior apoio da professora. Toma-se como exemplo, os momentos

de trabalho autônomo em que a professora se juntava aos alunos com mais dificuldades e revia com cada um alguns trabalhos, já corrigidos, para que eles se deparassem com os seus erros e, nessa ótica, os corrigissem, aprendendo.

A própria planta da sala de aula era tida em consideração com as especificidades dos alunos, quer na autonomia, nas relações entre pares, ou nas próprias condições físicas dos alunos. A professora tomava em grande consideração cada aluno no seu individual e na relação que este estabelece com a turma.

Uma referência que deve ser reconhecida é a sólida relação que a professora mostrava manter com os pais dos alunos. A relação entre os pais e a professora refletia-se na participação dos mesmos na “vida escolar”, bem como, na própria relação que a professora mantinha com a turma.

No que diz respeito à avaliação, a professora privilegia a avaliação formativa contínua, sendo que, em todos os finais de período, existe uma avaliação sumativa para cada uma das áreas curriculares generalistas – Português, Matemática e Estudo do Meio. Estas avaliações eram realizadas ao nível do 1.º CEB. Além disto, também os cadernos dos alunos eram avaliados, bem como os exercícios realizados ao longo de cada período que serviam como parte integradora no processo de avaliação dos alunos.

2.1.3. A turma

A turma em que ocorreu a prática interventiva era do 2.º ano de escolaridade e contava com 26 alunos com idades compreendidas entre os 7 e os 8 anos (cf. Anexo A). Apesar de nenhum aluno da turma estar sinalizado com Necessidades Educativas Especiais (NEE), destacam-se três alunos com dificuldades cognitivas, sendo que os três eram acompanhados por uma professora de apoio, durante o período em que decorria, com a restante turma, o Acompanhamento ao Estudo, estabelecido no horário escolar. Destes alunos, um era repetente do ano, outro apresentava dificuldades ao nível da fala – fator que indicava ser a causa das suas dificuldades – e, outra aluna que, não tinha nacionalidade portuguesa e apresentava bastantes dificuldades ao nível da aprendizagem, especialmente ao nível da compreensão oral e escrita, essencialmente na área do Português e na área da Matemática. A turma apresentava um leque de potencialidades e fragilidades (cf. Anexo B) que desencadearam a prática interventiva.

2.2. Caracterização do contexto socioeducativo

2.2.1. Objetivos gerais de intervenção

Foram definidos os objetivos gerais de intervenção, subjacentes à problemática identificada que se caracterizava pela necessidade de aquisição de competências ao nível da comunicação:

- Desenvolver competências ao nível da comunicação oral
- Desenvolver o sentido da responsabilidade
- Melhorar a competência textual, sobretudo a dimensão ortográfica

Associados a estes objetivos foi delineado um conjunto de estratégias que determinaram a prática interventiva e procuraram garantir o sucesso dos objetivos propostos. As estratégias gerais de intervenção serviram para se atingirem os objetivos gerais combatendo as fragilidades e necessidades da turma (cf. Anexo C). Nesta ótica, Roldão (2009) defende que “as estratégias cuja intencionalidade e critérios se centram nos processos cognitivos no aluno que se pretendem desencadear, já que essa é, em última análise, a âncora principal da estratégia.” (p. 66).

2.2.2. Estratégias globais de intervenção e atividades implementadas

Para intervir de modo a promover uma organização adequada e uma gestão democrática do ensino em sala de aula, definiram-se algumas estratégias globais em correspondência com os objetivos propostos. Destas estratégias surgiram atividades, na sua maioria inovadoras, que permitiram a aquisição de conhecimento e construção da aprendizagem dos alunos. Além disso, procurou-se criar atividades inovadoras integrando o maior número de áreas curriculares (cf. Anexo D).

Com o intuito de desenvolver o sentido de responsabilidade, procurou-se um envolvimento dos alunos na organização e gestão da sala de aula, desde a atribuição de tarefas semanais a cada aluno à elaboração de um cartaz com as regras da sala de aula, propostas pelos alunos, e ainda, a implementação de um jornal mensal, em que cada aluno tinha uma responsabilidade na sua concretização.

A criação de momentos de comunicação oral e o envolvimento dos alunos na compreensão de regras de um discurso foram estratégias adotadas com o intuito de desenvolver competências de comunicação oral. Foi implementada a rotina “Ler, mostrar e contar” que envolvia, igualmente, o sentido de responsabilidade, no âmbito em que,

cada aluno tinha a responsabilidade de apresentar algo à turma. O Conselho de Turma foi outra rotina implementada, bem como, as recorrentes partilhas de ideias, resultados ou estratégias, quer no âmbito das atividades práticas, quer na rotina do Problema da Semana ou da Tira de Cálculo Mental.

De forma a melhorar a competência textual, sobretudo a dimensão ortográfica, recorreu-se à implementação de rotinas de escrita e da produção de diferentes géneros textuais. Serve como exemplo, a criação do próprio Jornal, em que surgiam diferentes tipos de texto, da criação da casa de histórias e a criação de textos com recurso a guiões de escrita.

2.2.3. Processos de regulação e de avaliação

No processo de ensino é necessária a recorrente avaliação, de forma a perceber se as estratégias de intervenção e a ação pedagógica adotada pelas estudantes estagiárias apresentam resultados positivos e se os alunos estão realmente a adquirir conhecimentos sobre os conteúdos lecionados. Desta maneira, é necessário que seja feita uma avaliação que abranja vários métodos e elementos de avaliação, de forma a avaliar os aspetos acima referenciados.

Desta forma, inicialmente recorreu-se à avaliação diagnóstica que permitiu desencadear toda a prática interventiva e colmatar as fragilidades diagnosticadas e intensificar as potencialidades. No decorrer da prática interventiva, a avaliação formativa sofreu grande foco, já que avaliavam necessidades, capacidades e interesses, ou seja, o ritmo de trabalho e cada aluno. Recorreu-se, ainda, à aplicação de testes de avaliação, tidos em consideração na avaliação de cada aluno, servindo como síntese de aprendizagens, mas não como única ferramenta de avaliação.

2.2.3.1. Das aprendizagens

Relativamente às aprendizagens (cf. Anexo E) dos alunos, observa-se uma melhoria significativa em todos os indicadores relativos às *responsabilidades*. No final do período de prática interventiva, os alunos assumiam as suas responsabilidades, quer nas apresentações do “Ler, mostrar e contar”, quer nos cargos semanais com tarefas diárias, quer nas tarefas do jornal e, inclusive, nas regras de sala de aula, os alunos mostraram uma evolução significativa.

No que diz respeito à *comunicação oral*, os alunos mostraram desenvolver, ainda que com fraca visibilidade, o discurso oral, quer em comunicações matemática, quer nas apresentações que faziam no “Ler, mostrar e contar”, quer ainda na partilha de resultados no decorrer das atividades práticas ou das rotinas de Matemática.

No Português, de forma a melhorar a *escrita de textos*, nota-se que os guiões de escrita, o trabalho de escrita de diferentes tipos de texto, o recorrente incentivo na marcação de parágrafos e a reescrita dos textos, permitiram que os alunos melhorassem a sua competência textual, mostrando evolução no período de intervenção.

2.2.3.2. Dos objetivos do PI

Tabela 1.

Resultados da prática interventiva no 1.º CEB face aos objetivos gerais propostos

OBJETIVOS	RESULTADOS
Desenvolver o sentido de responsabilidade (cf. Anexo F)	Durante o período de intervenção foram implementadas estratégias que concorriam para esse objetivo e, portanto, não foi possível fazer uma comparação entre o início e o fim da intervenção. Contudo, o facto de ser implementadas estas estratégias evidencia-se que o sentido de responsabilidade, essencialmente em assumir encargos, foi bastante notável. Os alunos assumiam e cumpriam a sua tarefa na sala de aula, assumiam cargos no jornal de turma, assumiam a responsabilidade no momento “Ler, mostrar e contar” e, a maioria, cumpria as regras de sala de aula
Desenvolver competências de comunicação oral (cf. Anexo G)	Com a implementação de momentos inovadores foi possível um trabalho consistente no âmbito da comunicação oral, aspeto que não era trabalhado pela turma. Neste âmbito, os alunos mostraram, ao longo da intervenção, um acréscimo nas suas competências. No final da intervenção, os alunos, na sua generalidade, falavam de forma audível, utilizavam vocabulário adequado, procuravam explicar as suas ideias, faziam críticas construtivas e sabiam ouvir as opiniões e críticas dos colegas.
Melhorar a competência textual, sobretudo a dimensão ortográfica (cf. Anexo H)	Ao nível da competência textual, os erros ortográficos sofreram um decréscimo, os alunos passaram a cumprir menos erros nos seus textos. Procuravam utilizar vocabulário diversificado, respeitavam os sinais de pontuação, cumpriam a estrutura dos textos escritos, usavam pronomes e sinónimos e cumpriam a planificação dos textos feita.

3. DESCRIÇÃO SINTÉTICA DA PRÁTICA PEDAGÓGICA DESENVOLVIDA NO CONTEXTO DO 2.º CEB

3.1. Caracterização do contexto socioeducativo

3.1.1. A instituição

O estabelecimento de ensino, onde decorreu a prática pedagógica, integra-se num agrupamento de escolas pertencente ao concelho da Amadora, sendo a escola, a sede do mesmo. O Agrupamento está inserido no programa Territórios Educativos de Intervenção Prioritária (TEIP). A escola oferece três valências de ensino: 1.º CEB, 2.º CEB e 3.º CEB e é frequentada por 730 alunos, sendo que, 36 estão sinalizados como alunos com NEE carecendo assim de apoio de especialistas.

3.1.2. A ação pedagógica e os processos e regulação e de avaliação da aprendizagem

A equipa de professores cooperantes é constituída por quatro elementos, sendo dois docentes da disciplina de Matemática e dois da disciplina de Ciências Naturais. Em ambas as turmas os professores cooperam na gestão de conflitos, envolvendo-se sempre que surgia algum assunto a solucionar. A prática pedagógica de todos os professores cooperantes é de natureza expositiva e as atividades dinamizadas em grande grupo, embora as propostas de aprendizagem proporcionadas pelos professores cooperantes são maioritariamente de carácter individual e autónomo, ou seja, o professor delega trabalho, que os alunos realizam autonomamente, sendo a correção e discussão feita em grande grupo. Esta metodologia de trabalho deve-se às características dos alunos e, segundo os professores, ao facto de ser de grande complexidade o trabalho de grupo. Os conteúdos a lecionar decorrem de acordo com planificações anuais elaboradas ao nível do departamento. O recurso mais utilizado, tanto para resolução de exercícios como para introdução de conteúdos, é o manual. No entanto, na área das Ciências Naturais, os cooperantes recorreram, também, à projeção de vídeos explicativos.

A organização do tempo e do espaço da sala de aula é gerida pelo professor cooperante, sendo que, na mesma turma existem algumas divergências. Em ambas as turmas, de uma disciplina para outra, a planta da sala sofre alterações, tendo em conta a visão do cooperante e as características individuais de cada aluno. Além disso, as aulas

são realizadas sempre em salas diferentes, o que, por vezes, dificulta a manutenção da planta, na mesma disciplina.

É notável a diferenciação pedagógica que os professores procuram manter no decorrer das suas aulas, especialmente com os alunos sinalizados com NEE, através do auxílio em momentos de resolução de exercícios e no incentivo à participação em momentos de grande grupo. No entanto, relativamente aos modos de avaliação, foram visíveis algumas disparidades nos professores cooperantes, sendo que apenas numa das turmas, as fichas de avaliação são adaptadas para alunos com NEE.

3.1.3. As turmas

A turma A (cf. Anexo I) é composta por 22 alunos, sendo 9 rapazes e 13 raparigas, com idades compreendidas entre os 11 e os 15 anos, sendo que seis alunos já ficaram retidos uma vez, um deles no 6º ano. Existem apenas 6 alunos que frequentam as Atividades de Tempos Livres (ATL), e 13 que frequentam alguma atividade extraescolar. Dos 22 alunos, 7 são beneficiários da Ação Social Escolar (ASE). Cinco dos alunos estão sinalizados como alunos com NEE, sendo acompanhados por especialistas.

A turma B (cf. Anexo J) é constituída por 21 alunos, sendo 12 rapazes e 9 raparigas, com idades compreendidas entre os 11 e os 16 anos, sendo que três alunos já ficaram retidos pelo menos uma vez. Existem 7 alunos que frequentam o ATL, e 13 que frequentam alguma atividade extraescolar. Dos 21 alunos, 9 alunos beneficiam da ASE. Existem 6 alunos sinalizados como alunos com NEE, sendo acompanhados por especialistas. Além disso, existem fichas de avaliação adaptadas para estes alunos. Dos alunos sinalizados com NEE, 2 alunos têm Currículo de Enriquecimento Individual (CEI), integrando o grupo apenas em alguns momentos, permanecendo nos restantes com especialistas.

À semelhança do 1.º CEB, as potencialidades e fragilidades de ambas as turmas (cf. Anexo K), permitiram o desencadear da prática interventiva e a determinação dos objetivos gerais de intervenção.

3.2. Caracterização do contexto socioeducativo

3.2.1. Objetivos gerais de intervenção

Segundo Zabalza (2003), os objetivos são determinados consoante as necessidades a satisfazer de um determinado grupo ou, por igual necessidade de combater

as suas fragilidades (cf. Anexo L). Assim, os objetivos permitem desenvolver aprendizagens ao nível do currículo e, ao mesmo tempo, ao nível das competências sociais. Os objetivos gerais são os seguintes:

- Desenvolver estratégias de cálculo mental
- Melhorar o sentido de responsabilidade
- Expandir o interesse pelos conteúdos curriculares

3.2.2. Estratégias globais de intervenção e atividades implementadas

Ao encontro de assumir a premissa de diferenciação pedagógica, um dos princípios orientadores da prática educativa, as estratégias adotadas refletiram-se na aplicação de tiras de cálculo mental de acordo com níveis de aprendizagem e de testes adaptados aos alunos com NEE. Além disso, o apoio individualizado que se foi procurando fazer, fez com que os alunos se sentissem incentivados e motivados nas aulas. A implementação de rotinas de cálculo mental, os jogos realizados em sala de aula, bem como o frequente incentivo pela inutilização da calculadora, permitiam **desenvolver estratégias de cálculo mental**.

Relativamente à participação dos alunos, foi adotada uma estratégia face ao comportamento e participação desadequados, por exemplo, não aceitar a contribuição de nenhum aluno sem que este tivesse colocado o dedo no ar. Aliado a isto, e de forma a melhorar o respeito pela participação do outro, tentámos que os alunos só participassem quando toda a turma estivesse atenta. Ainda relativamente a esta questão, contámos ainda com alguns momentos de reflexão por parte da turma sobre o seu comportamento e a sua participação, tentando, em conjunto, encontrar soluções. Perrenoud (2000) defende, dizendo que “é interessante apostar na cooperação entre os alunos” (p. 62), podendo estes “formar-se mutuamente sem que um deles desempenhe o papel do professor” (p. 63). Assim, procurar-se que os alunos **melhorassem o sentido de responsabilidade**, incentivando-os à participação, à iniciativa em apresentar algo na “Bomba do dia” – rotina implementada com o intuito de apresentar uma curiosidade/adivinha/anedota sobre um tema da área curricular de Ciências Naturais –, verificação diária dos trabalhos realizados e a responsabilização nos trabalhos de projeto e nas aulas práticas.

De facto, este aspeto permitiu que se avaliasse a própria comunicação, bem como a concretização de trabalhos por projetos em grupo, ou na realização de debates e do barómetro de atitudes, em que os alunos deveriam questionar-se sobre os temas da

poluição, da vacinação e da higiene, respetivamente, e partilhar ideias sobre estes temas. Uma vez que as estratégias procuraram ser diversificadas das que já eram adotadas, pretendeu-se que os alunos procurassem conhecimento pelos seus próprios interesses, o que ajudaria a **expandirem os seus interesses pelos conteúdos curriculares**. Vygotsky (citado por Marques, s.d.) considera que as crianças são mais capazes de aprender, e efetivamente tem mais sucesso, quando se aproximam de conteúdos que lhe são familiares, ou seja, que possam partir das suas necessidades e interesse. A máxima preocupação na condução das atividades implementadas, era promover aprendizagens através dos conhecimentos dos próprios alunos, portanto, que eles fossem construtores do seu próprio conhecimento.

3.2.3. Processos de regulação e de avaliação

De forma a ter uma avaliação fiel ao contexto, procurou-se utilizar três modelos de avaliação: diagnóstica, formativa e sumativa. A avaliação diagnóstica permitiu, à semelhança do 1.º CEB, conhecer os alunos e avaliar o ponto de partida da prática interventiva, quer a nível de conhecimentos, quer a nível de competências dos alunos. Esta avaliação foi feita através de observação direta com informação tratada em grelhas de registo de observação. Ao longo da intervenção, recorreu-se à avaliação formativa, em que se focou no ritmo de trabalho e no percurso de cada aluno. Avaliaram-se atividades realizadas ao longo do período, guiões de trabalhos, trabalhos de grupo, seguidos de momentos de auto e heteroavaliação, para que os alunos participassem na avaliação. As avaliações sumativas permitem que seja dada uma cotação aos conhecimentos dos alunos, fazendo sentido ser feita apenas em parceria com os outros dois modelos de avaliação.

3.2.3.1. Das aprendizagens

Em relação às aprendizagens (cf. Anexo M), no que diz respeito às *competências sociais*, apesar dos resultados não sofrerem uma alteração significativa, observa-se que, ao longo da intervenção, houve aspetos em que os alunos melhoraram no cumprimento das regras. Nesse sentido, apesar de a participação já ser mais notória, era imprópria, e, por essa razão, deve continuar a ser trabalhada. Por sua vez, os alunos mostraram maior motivação para as atividades, pois eram inovadoras e fugiam da rotina a que estavam habituados. Assim, os alunos eram avaliados num conjunto de indicadores propostos para cada tipo de atividade. Concluiu-se que a responsabilidade demonstrada nestas atividades

sofreu evoluções. Na *Matemática*, ao nível do cálculo mental, os valores não são muito díspares, tendo, contudo, havido uma evolução. Todavia, é importante tomar em consideração que apenas numa turma foi possível desenvolver momentos de comunicação de estratégias matemáticas, o que justifica a diferença de resultados nas duas turmas. Em relação às *Ciências Naturais*, os alunos mostraram facilidade na aquisição dos conteúdos e interesse pelas atividades levadas a cabo.

3.2.3.2. Dos objetivos do PI

Tabela 2

Resultados da prática interventiva no 2.º CEB face aos objetivos gerais propostos

OBJETIVOS	RESULTADOS
Desenvolver estratégias de Cálculo Mental (cf. Anexo N)	Com a implementação da rotina de cálculo mental, os alunos mostraram saber adicionar e subtrair mentalmente números racionais, demonstrando as suas estratégias, resolviam problemas que evidenciam que estabelecessem estratégias de cálculo e comunicavam oralmente as suas estratégias aos colegas, evidenciando alguma destreza de comunicação matemática.
Desenvolver o sentido de responsabilidade (cf. Anexo O)	Grande parte dos alunos cumpria as regras de funcionamento da sala de aula, participava nas atividades práticas, cumprindo as regras de laboratório e sendo cuidadoso com os materiais, respeitavam as opiniões dos colegas, dando também as suas e procuravam assumir cargos nos trabalhos de projetos realizados em grupos.
Expandir o interesse pelos conteúdos curriculares (cf. Anexo P)	Na sua generalidade, os alunos, no final da intervenção, procuravam participar nas atividades propostas, mostrando interesse e concentração nas atividades. As comunicações clandestinas e inoportunas decresceram substancialmente e a iniciativa em participar cresceu muito, também.

4. ANÁLISE CRÍTICA DA PRÁTICA OCORRIDA EM AMBOS OS CICLOS

Neste capítulo é feita uma comparação entre os dois ciclos de ensino relativamente à sua prática educativa. São, assim, abordados diversos aspetos que permitem evidenciar as semelhanças e/ou diferenças entre os ciclos, sobressaindo-se aspetos relacionados com os processos de ensino e aprendizagem, as formas de organização e gestão do currículo, relação pedagógica, a implicação dos alunos no processo de aprendizagem, os processos de regulação das aprendizagens e os contributos das práticas para a construção da identidade profissional.

4.1. Processos de ensino e aprendizagem

Os tempos de trabalho em ambas as práticas interventivas eram bastante diversificados, uma vez que era possível um maior trabalho entre professor-aluno, no 1.º CEB, já que o ensino não se torna obrigatoriamente tão expositivo em contraste com o 2.º CEB. Os tempos de trabalho no 2.º CEB são, inclusive, mais reduzidos e não há possibilidade de trabalhar tão vincadamente um determinado conteúdo como há no 1.º CEB. Ainda assim, em ambos os ciclos, foram privilegiados momentos de trabalho exploratório, embora mais intensivo ao nível do 1.º CEB, até porque o tempo de prática interventiva foi superior. Além disso, a inovação de estratégias de aprendizagem eram premissa em ambos os ciclos e, em ambos, avalia-se positivamente, conseguindo a motivação por parte dos alunos, que era bem mais difícil de se conseguir nos alunos do 2.º CEB.

4.2. Formas de organização e gestão do currículo

A gestão do tempo e do espaço é um facilitador na aprendizagem dos alunos. Aliás, só é possível qualquer tipo de aprendizagem quando temos em consideração estes aspetos. Nesta ótica, notam-se diferenças no que diz respeito a estes dois fatores. No 2.º CEB os alunos têm diferentes salas de aula, o que não era suscetível à criação de um ambiente de trabalho idêntico ao do 1.º CEB, que tinha apenas uma sala em que trabalhava. Todavia, foram criadas rotinas que permitiram criar um fio condutor no processo de ensino e aprendizagem, para que, apesar da mudança de salas, fosse tida em consideração uma rotina. Relativamente ao tempo, apercebeu-se que a gestão é semelhante, uma vez que é necessário considerar um determinado tempo para cada aula,

para cada atividade. Apesar disso, nota-se que, quando necessário, no 1.º CEB pode-se terminar uma determinada tarefa um pouco mais tarde, enquanto que no 2.º CEB é necessário que, caso seja necessário terminar uma tarefa inacabada, apenas é possível na próxima aula, o que acaba por “cortar” um pouco o fio condutor.

4.3. Relação pedagógica

Tornou-se curioso avaliar esta temática em ambos os ciclos. Certo é que a relação que se estabelece entre o professor titular de uma turma de 1.º CEB com a sua turma é notoriamente uma relação de afetividade, autoridade e confiança em que os três são cuidadosamente equilibrados. Já no que diz respeito ao 2.º CEB estes pilares são, igualmente, necessários, mas é necessário um trabalho bastante vincado no que diz respeito em conseguir a confiança dos alunos. Isto pode estar relacionado com o facto de serem vários professores que se relacionam com uma turma, e o tempo com cada um não ser diário. É, portanto, necessário um maior trabalho para conseguir estabelecer esta confiança que é necessária para que os alunos se sintam bem e capazes de aprender verdadeiramente.

4.4. Implicação dos alunos no processo de aprendizagem

Talvez pelo facto de ambos os contextos adotarem um ensino tradicional como base no processo de ensino e aprendizagem, a implicação dos alunos neste processo não se notou ser de grande vinco, essencialmente, no que diz respeito aos conteúdos curriculares. Ou seja, os conteúdos eram dados de acordo com uma lógica decidida pelos professores, sem qualquer intervenção dos alunos, portanto, não surgindo, obrigatoriamente pelas suas dificuldades. Todavia, os alunos mantinham uma participação ativa no processo de aprendizagem, no que diz respeito à construção do próprio conhecimento. Isto quer dizer que os alunos, em ambos os ciclos, participavam de modo a partilhar conhecimento com os outros.

Importa referir, ainda, a dificuldade que se manteve em procurar a motivação por parte dos alunos do 2.º CEB em comparação com os do 1.º CEB. Tornou-se um objetivo pessoal constante que os alunos sentissem vontade e motivação para aprender e, por essa razão, procuraram-se implementar estratégias e atividades inovadores.

4.5. Processos de regulação das aprendizagens

No que diz respeito aos processos de regulação das aprendizagens, em ambos os ciclos os alunos participavam na sua própria avaliação, embora de forma ativa, serviam como um dos fatores da avaliação, pois o principal eram as avaliações sumativas realizadas ao longo dos períodos. As autoavaliações eram, então, como uma forma dos alunos se avaliarem mais ao nível das competências sociais, quer no seu comportamento, como na relação com outro, e não tanto ao nível de competências curriculares, uma vez que apenas evidenciavam algumas dificuldades de aprendizagem, isto apenas no 1.º CEB.

4.6. Identidade profissional

No culminar do percurso de formação, importa refletir sobre o contributo da prática pedagógica nos dois ciclos de desenvolvimento de competências profissionais. Deste modo, não se pode deixar de inferir os aspetos significativos, tanto em termos pessoais como profissionais, bem como, dos aspetos a melhorar no exercício da profissão docente, pois este é o maior ganho de toda a experiência, a recorrente melhoria do trabalho feito, a capacidade de se fazer sempre melhor, tendo a capacidade de compreender como o podemos fazer.

Os conhecimentos transmitidos por aqueles que já têm esta prática há mais tempo, as aprendizagens que adquiri, as constantes planificações que tinham de ser alteradas, a procura de estratégias diversificadas, inovadoras e eficazes que promoviam a verdadeira aprendizagem, a gestão do tempo, dos recursos, dos espaços... São aspetos que, além de trabalhados nestas duas práticas interventivas, serão reforçados ao longo da prática profissional. As fatídicas reflexões, que marcaram qualquer estágio feito, qualquer planificação, qualquer atividade, pensar no “porquê”, “para quê” ou “como”, tornaram-se rotinas neste percurso.

A ação reflexiva no processo de ensino e aprendizagem nos remete a identificar a importância e os novos desafios que predominam na prática onde o profissional consiga dar respostas às situações que emergem no dia-a-dia, criando um repertório de soluções às situações complexas no cotidiano escolar. (Castelli, s.d., p. 2).

Constata-se a pertinência da constante reflexão sobre forma de melhoria do trabalho e como construção do próprio conhecimento, na prática educativa. A constante reflexão permite ao profissional da educação ir adotando estratégias, não só mais

diversificadas, como melhores perante os momentos que vai vivenciando. É com a crítica (e experiência) que um profissional vai crescendo e se vai tornando cada vez melhor.

Enquanto professora estagiária, retrato-me nas palavras de Santos (2011) que refere que um professor aprende ao longo da sua própria intervenção no processo de ensino e aprendizagem, sendo a sua maior aprendizagem quando se torna capaz de refletir sobre os aspetos positivos e negativos da sua ação. Ao longo de todo o período de intervenção sempre procurei fazer melhor e melhorar as próprias práticas educativas. Por exemplo, a própria comunicação e rigor científico nas áreas curriculares eram algumas fragilidades, mas considero que consegui melhorar significativamente neste aspecto. Na realidade, Oberg (citado por Zabalza, 2003) refere que “os professores podem chegar a ser melhores profissionais reflectindo sobre o que fazem” (p. 277).

Um aspeto que caracterizo com uma fragilidade pessoal é a gestão dos tempos em sala de aula, o que levou, em certos casos, ao não cumprimento da planificação proposta. Esta gestão tanto se observou quando uma atividade excedia o tempo planeado, como, por vezes, sobrava tempo das atividades, pois tinham sido planeadas para um maior tempo do que, na realidade, foi necessário. Considero que este aspeto da gestão do tempo é, além de outros, aquele que mais se aperfeiçoará ao longo da experiência profissional, ou seja, será com a experiência que será possível fazer uma melhor gestão do tempo.

Devo confessar que considero um aspeto bastante positivo a relação que procuro manter com os meus alunos. Considero que na sala de aula deve sobressair-se a entreajuda, o respeito, o afeto entre os alunos e entre estes e o professor. Em todos os estágios que tive oportunidade de fazer, fui conhecendo cada um dos alunos e criei com todos uma relação que permitisse um ambiente de verdadeira aprendizagem, não só para os alunos, como a próprio nível pessoal. Com isto, considero que as minhas intervenções foram bem-sucedidas e consegui, não só enriquecer-me profissionalmente, como (espero eu) proporcionar aprendizagens significativas aos alunos.

2ª PARTE

1. MOTIVAÇÃO, OBJETIVOS E QUESTÕES DO ESTUDO

A aprendizagem dos números racionais é complexa, do ponto de vista cognitivo e requer estratégias de ensino adequadas. O ter vivido como estudante deste tema, duas formas essencialmente distintas, caracterizadas resumidamente pela ênfase na mecanização e procedimentos e na compreensão foi a primeira grande motivação para a escolha do tema. A experiência vivida na ESELx, bem como, os trabalhos realizados no âmbito dos números racionais, complementam-se na motivação do estudo.

O mais importante no processo de ensino e aprendizagem não é inculcir, quase como principal objetivo, a memorização de definições e regras, sem compreensão, mas sim possibilitar uma aprendizagem em que o aluno possa participar em todo o processo de aquisição de conhecimento, consciente do que está a aprender, e compreendendo o conteúdo, sem que seja, exclusivamente a memorização a forma de aprendizagem.

Desta forma, o estudo surge no contexto da prática interventiva no desenvolvimento da PES II, numa turma do 6.º ano de escolaridade, em que se invoca que, no processo de aprendizagem no ensino dos números racionais (não negativos) representados na forma de fração, a principal preocupação é que os alunos aprendam com compreensão a adição e a subtração destes números. O processo investigativo procurou dar respostas a duas questões, no âmbito do objetivo proposto – compreender a as dificuldades dos alunos na adição e subtração de números racionais (não negativos) representados na forma de fração, evidenciando as aprendizagens feitas ao longo deste. Procura-se, então, perceber (i) que compreensão revelam os alunos, antes e depois da intervenção, relativamente ao papel da unidade de referência na compreensão de número racional (não negativo) representado na forma de fração? e (ii) qual o contributo dos modelos de área para a compreensão da unidade de referência na adição e subtração de números racionais (não negativos) representados na forma de fração?

No âmbito da prática interventiva, privilegiou-se a realização de tarefas, com posterior discussão matemática, que procuravam evidenciar os conhecimentos que os alunos tinham em relação a estes números, promovendo momentos de verdadeiro conhecimento em que os alunos vão descobrindo e construindo a verdadeira matemática, evidenciando que a aprendizagem da Matemática deve ter como primazia a compreensão, construindo, de forma ativa, novos conhecimentos a partir daqueles já adquiridos e da prática da experiência, invocando que a compreensão dos conceitos é uma relevante

competência matemática, tal como o NCTM (2007) invoca ser necessário aquando a aprendizagem da matemática.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo apresento as definições de número racional e respectivas representações, bem como, a definição das operações – adição e subtração – e ainda uma revisão da literatura sobre os tópicos diretamente relacionados com o meu estudo, especificamente relativa a estudos incidentes em dificuldades e obstáculos às aprendizagens a ter em consideração no processo de ensino, bem como as principais recomendações provenientes de documentos orientadores internacionais e de estudos realizados.

2.1. Conhecimento matemático

2.1.1. Definição de número racional e respetivas representações usadas atualmente em cálculo

O conceito de número racional surge associado à subdivisão da unidade num certo número de partes iguais, aquando da necessidade de medir grandezas e compará-las.

Em geral, se uma grandeza, medida com a unidade u , mede m , e subdividirmos u em n partes iguais, a medida da mesma grandeza, com a mesma unidade u , exprime-se pela razão dos dois números M e n , onde $M = m \times n$ é o número de vezes que a nova unidade cabe na grandeza a medir. (Caraça, 1951, p. 33).

Daí surge um novo conjunto numérico – o conjunto dos números racionais – formado pelo conjunto dos números inteiros e os números representados em fração – “números fraccionários; estes são, de facto, os números novos.” (Caraça, 1951, p. 36). Importa explicitar que qualquer número natural, n , pode ser obtido como quociente entre um seu múltiplo não nulo, M e m , sendo m o número natural que multiplicado por n dá M . Pode escrever-se $n = M/n$ e $M = m \times n$.

A referência a qualquer objeto matemático, como um número, só é possível através de uma representação. Quaresma (2010) afirma que “representar um número significa atribuir-lhe uma designação” (p. 15). Deste modo, um número racional pode ser representado como percentagem, como numeral decimal, como fração, em linguagem numeral ou como forma pictórica.

As representações de número racional atualmente mais usadas, nomeadamente,

em cálculo são: fração, numeral decimal e numeral misto. A representação em fração, $\frac{D}{d}$, em que d representa o número de partes equivalentes em que a unidade está decomposta e D o número de partes equivalentes à parte unitária do denominador que estão a ser consideradas.

O numeral decimal é a representação de um número racional no sistema decimal, sendo os símbolos deste sistema os algarismos e as vírgulas. Assim, decorre que é possível representar por numeral decimal, qualquer número inteiro, assim como qualquer racional não inteiro, exprimível por fração decimal.

Finalmente, numeral misto, M , representa-se como a soma do maior número inteiro que é inferior a esse número, i , com o número racional não inteiro (inferior a 1) que é a diferença entre M e i . Um numeral misto é, deste modo, composto por um número inteiro e uma fração.

2.1.2. A adição e a subtração como operações binárias no conjunto Q_0^+ , dos números racionais não negativos

Para adicionarmos (ou subtrairmos) dois números, no conjunto dos números racionais não negativos, Q_0^+ , a soma (ou diferença) desses números terá que pertencer a este universo. O domínio de existência da adição ou subtração, no universo Q_0^+ , é o conjunto de pares ordenados (relação binária). Isto remete para que terá que existir uma relação entre os elementos dos pares ordenados, tendo que, todos estes números, pertencer ao mesmo conjunto. Sebastião e Silva (1975) define operação binária como “toda a aplicação f dum conjunto D de pares ordenados num conjunto C qualquer. O conjunto D chama-se domínio de f .” (p. 7). Qualquer par ordenado que não pertença a esse conjunto, limita a que a operação considerada não tenha valor no universo considerado.

No caso da adição, ao adicionar quaisquer dois números de um conjunto de números, neste caso Q_0^+ , a soma será sempre um número deste conjunto. Todavia, no caso da subtração, tal não sucede, assumindo uma restrição, de modo que o aditivo tenha que ser um número maior que o subtrativo para a subtração ser possível no referido conjunto de números.

Importa ressaltar ainda que, no conjunto de números racionais não negativos, a soma de dois números é um número maior que qualquer uma das parcelas da adição e, no

caso da subtração, a diferença é sempre um número inferior a um dos pares dessa operação.

2.2. Conhecimento didático

O conceito de número racional é muito complexo e importante na Matemática sendo, também, aquele em que os alunos apresentam enormes dificuldades. Godino (citado por Quaresma, 2010) refere que estes números já não se baseiam no processo de contagem (processo associado aos números naturais) e, talvez, seja essa a razão por que os alunos apresentam tantas dificuldades, já que o “processo de contagem já não pode ser a base do raciocínio” matemático (Quaresma, 2010, p. 10).

No âmbito da Educação Matemática há vários estudos desenvolvidos por um projeto de referência na literatura relativo ao processo de ensino e aprendizagem dos números racionais, o Rational Number Project (RNP), iniciado em 1979, que é um dos marcos na história das frações, “reforçando a importância de se continuar a investigar a aprendizagem dos números racionais, que se revela ser especialmente difícil para os alunos” (Carrapiço, 2016, p. 4). Note-se, portanto, a complexidade e importância de compreender este conceito e, sobretudo, o papel do professor de fazer os alunos compreenderem-no.

Kilpatrick et al. (citados por Silva, 2012), refere que “o fato de no contexto da vida real, a experiência com números racionais ser menor do que com números inteiros, torna mais problemático o trabalho com estes números e torna-se um grande desafio para os alunos e professores” (p. 61). Nesta perspetiva torna-se ainda mais relevante (apesar de trabalhoso) o papel do professor no trabalho dos números racionais. Cabe-lhe levar situações do dia-a-dia e colocar os alunos em pensamento, em discussão consigo próprios, para que possam ir à busca do conhecimento.

Os alunos necessitam de desenvolver e utilizar uma variedade de representações de ideias matemáticas para modelar situações problemáticas, para investigar relações matemáticas, e justificar ou refutar conjecturas. [...] Estas representações funcionam como ferramentas para raciocinar e resolver problemas ajudando, igualmente, os alunos a comunicarem o seu raciocínio a terceiros (NCTM, 2007, p. 240).

A literatura aconselha que o ensino não pode, precipitadamente, abordar os processos formais de cálculo, ou seja, a adição e subtração requerem a compreensão do

conceito de número racional através de explorações pensadas e adequadas relativas à compreensão dos diferentes significados de fração, do papel da unidade de referência nestas operações. A prol deste ideal, Monteiro, Pinto e Figueiredo (2005) referem que “a aprendizagem das frações acaba por pôr muita ênfase nos procedimentos, nas regras e nos algoritmos, funcionando (...) como um entrave ao desenvolvimento do sentido de número.” (p. 48), enfatizando a necessidade de compreensão para a verdadeira aprendizagem.

Deste modo, dar-se-á especial atenção, no âmbito do conhecimento didático, aos diferentes significados da fração, ao papel da unidade de referência na adição e subtração, às dificuldades mostradas na adição/subtração e nas recomendações para a compreensão da adição/subtração de números racionais (não negativos) representados na forma de fração.

2.2.1.1. Diferentes significados da fração

Valorizando a diversidade de significados que as crianças podem atribuir a símbolos, acrescido aos diferentes significados da fração, importa dedicar tempo à exploração tendo como objetivo a compreensão.

Quaresma (2010) considera que a fração tem um conceito multifacetado, apresentando inúmeros significados (parte-todo, razão parte-parte, quociente, operador partitivo-multiplicativo e medida). É importante reter que se apenas for compreendido um significado tal não dá garantias que os outros estejam compreendidos. Aliás, a compreensão de todos é que faz com que se compreenda o verdadeiro significado de fração. Deste modo, importa clarificar cada um dos significados, em separado e também na sua relação, para a compreensão completa de número racional, tal como sugerem Behr et al (citados por Quaresma, 2010).

O significado parte-todo de uma fração $\frac{P}{T}$ consiste em identificar o denominador T como representando a unidade/todo dividida em T partes equivalentes e o numerador P representando P das T partes.

A representação em forma de fração $\frac{P_1}{P_2}$ de um número racional pode ainda ter o significado de razão parte-parte, ou seja, a relação que se estabelece entre duas partes de um todo T . O valor do todo é obtido como soma das duas partes (Monteiro e Pinto, 2005).

Outro significado do número racional representado em fração é a designação do quociente entre dois números inteiros (com o denominador diferente de zero), ou seja, o resultado de uma divisão entre duas quantidades (Monteiro e Pinto, 2005).

A fração toma, também, o valor como operador partitivo-multiplicativo de um conjunto discreto. Portanto, trata-se, tal como o próprio nome indica, de uma multiplicação entre o número representado na forma de fração como um outro número representativo da unidade em consideração (Monteiro e Pinto, 2005).

Por fim, a fração como significado de medida refere-se a uma grandeza com outra tomada como unidade. O aluno tem de fracionar a unidade de medida numa parte que esteja contida um número inteiro de vezes na quantidade a medir (Monteiro e Pinto, 2005).

2.2.2. Papel da unidade de referência na adição/subtração

As dificuldades que os alunos apresentam na compreensão dos números racionais pode estar relacionada com “a concepção da unidade e com o ensino precoce e descontextualizado dos símbolos e algoritmos.” (Monteiro e Pinto, 2005, p. 89). Neste sentido, Veloso (2017) considera a “identificação da unidade de referência, questão fundamental na aprendizagem com compreensão do conceito de número racional.” (p. 7).

Behr et al. (citados por Quaresma, 2010) assinalam que a natureza da unidade usada (e transformada no processo de fracionamento) assume fulcral importância na tentativa de descrever e modelar o conceito de número racional e das suas operações. É, então, de extrema relevância a questão da unidade, com especial valor na compreensão dos números racionais representados na forma de fração, uma vez que, qualquer número racional representado na forma de fração tem sempre subjacente uma unidade (Monteiro e Pinto, 2005).

É, por isso, essencial que na adição e na subtração de números racionais representados na forma de fração, a unidade com que se está a trabalhar seja a mesma e, é nesta lógica que surge a propriedade da redução ao mesmo denominador para adicionar ou subtrair números racionais representados na forma de fração, o que, na realidade, se reflete em encontrar a unidade “comum” aos dois números. É importante que os alunos compreendam que para adicionar (ou subtrair) dois números representados na forma de fração, é necessário que a unidade seja a mesma e existem imensos recursos aos quais o professor pode recorrer para que o aluno compreenda o porquê de tal propriedade.

2.2.3. Dificuldades na adição/ subtração de números racionais (não negativos) representados na forma de fração

Consideram-se inúmeras razões que justificam as dificuldades na aprendizagem dos números racionais. Behr, Post, Lesh e Silver (citados por Quaresma, 2010) referem a multiplicidade de significados dos números racionais, a concetualização da unidade, a utilização precoce de regra e algoritmos no estudo dos números racionais, nomeadamente nos representados na forma de fração, sem que haja verdadeira aprendizagem. Associado a isto, Costa e Monteiro (ibidem) colocam a hipótese de que a memorização da regra impeça a interiorização do conceito.

Veloso (s.d.) refere que para adicionar ou subtrair números é necessário que todos os termos envolvidos nestas operações devem referir-se à mesma quantidade. No âmbito do conjunto dos números naturais, a autora reforça que é de extrema importância reconhecer que esta exigência da unidade “se traduz na igualdade dos denominadores de todos os termos.” (p. 6) para adicionarmos ou subtrairmos números racionais representados na forma de fração.

Tomando como referência o caso da equivalência de números racionais (não negativos) representados na forma de fração, repare-se que os alunos demonstram não compreender verdadeiramente o significado de equivalência, tendo apenas adquirido as regras mnemónicas que lhes permitem obter frações equivalentes – multiplicação de ambos os termos da fração para obter frações equivalentes. Costa e Monteiro (1996) considera a hipótese que esta memorização de regras pode impedir a verdadeira compreensão do conceito que, uma vez que já é complexo, deve ser a preocupação central no processo de ensino e aprendizagem dos números racionais. Os alunos aplicam a regra de reduzir ao mesmo denominador, sem compreenderem que o que estão efetivamente a fazer é a considerar a mesma unidade de medida para ambos os números racionais representados na forma fração. Logo aqui se observa a falta de compreensão que os alunos têm na verdadeira compreensão dos números racionais.

A familiarização (e subjacente maior facilidade) nos números naturais, leva a que os alunos transfiram os conhecimentos que aprenderam neste conjunto para o conjunto dos números racionais. É frequente observar-se que, na adição e subtração de números racionais representados na forma de fração, os alunos adicionem (ou subtraíam) os numeradores e os denominadores entre si, pois consideram a fração como dois números isolados entre si. Behr et al. (citado por Carrapiço, 2016) referem que “para que uma

criança compreenda esta representação como um número e não dois, é necessário perceber a relação entre o numerador e o denominador, e perceber que esta relação é fundamental para determinar a grandeza deste número racional.” (p. 28). A autora reforça que “no momento da aprendizagem dos números racionais, os alunos tomam como base os seus conhecimentos sobre números naturais.” (ibidem).

“A aprendizagem das fracções acaba por pôr muita ênfase nos procedimentos, nas regras e nos algoritmos, funcionando (...) como um entrave ao desenvolvimento do sentido de número.” (Monteiro, Pinto & Figueiredo, 2005, p. 48). Os alunos acabam por ter que memorizar regras sem, na realidade, as compreenderem, impossibilitando, a verdadeira aprendizagem.

2.2.4. Recomendações para a compreensão da adição/ subtração de números racionais (não negativos) na forma de fração

O NCTM (2007) invoca a compreensão como primazia na aprendizagem da Matemática, construindo, de forma ativa, novos conhecimentos a partir daqueles já adquiridos e da prática da experiência, invocando que a compreensão dos conceitos é uma relevante competência matemática. Compreender os conceitos, permite aprender Matemática.

Veloso (s.d.) sugere que, para a compreensão da adição e subtração de números racionais representados na forma de fração, se substitua a expressão *reduzir ao mesmo denominador* por *considerar a mesma unidade dividida em igual número de partes*. Desta forma, o mais provável é que a aprendizagem destas operações seja efetuada com compreensão, partindo do pressuposto que o próprio professor tem o conhecimento matemático para transmitir aos seus alunos estes conceitos.

Associado a esta compreensão, destacam-se dois tópicos centrais no estudo levado a cabo: (i) a compreensão através dos modelos de área, e a aplicação de (ii) tarefas de carácter exploratório, em que os alunos partilham estratégias e ideias e constroem o seu próprio conhecimento.

2.2.4.1. Compreender através de modelos de área

O ensino dos números racionais, especificamente, os representados na forma de fração, é, em Portugal, feito com o recurso a representações visuais como forma de compreenderem estes números. Para McCloskey e Norton (citados por Carrapiço, 2016),

os esquemas são constructos usados para modelar as estruturas cognitivas dos alunos e ajudam a explicar e a prever as ações dos alunos, fornecendo informações importantes para o ensino e a aprendizagem e, descrevem formas de operar que, por norma, o aluno realiza de forma inconsciente e são ativados ao mesmo tempo e não de forma sequencial. (p. 29)

Nesta perspetiva, estes esquemas que os alunos usam podem considerar-se estratégias, pois permitem aos professores recolherem informações acerca da forma como os alunos resolvem problemas e, inclusive, ajudam-nos na própria comunicação.

Qualquer representação visual que envolva números racionais na forma de fração deve dar a entender a equivalência entre todas as partes em que a unidade é decomposta. (Veloso, s.d.). Todavia, é importa compreender que tipo de modelo utilizar considerando o denominador da fração tomada. Ou seja, não se considera adequado utilizar modelos circulares, quando os denominadores não são potências de base 2, uma vez que, a divisão do todo por partes iguais não é rigorosa. Nestes casos, torna-se mais apropriado e com pouca probabilidade para falhas, a utilização de modelos retangulares para a compreensão dos números racionais representados em fração.

O modelo retangular em malha quadriculada permite apoiar a compreensão do algoritmo porque possibilita que a atribuição a cada dimensão linear do retângulo de cada um dos dois denominadores dos termos envolvidos torne visível a equivalência entre as duas frações de cada par (Veloso, s.d. p. 7).

Assim, para adicionar e subtrair números racionais representados na forma de fração, é necessário considerar-se a mesma unidade, ou seja, o mesmo modelo de área (ou um equivalente) e, assim, aplicar as regras já conhecidas para adicionar/subtrair números inteiros. Os modelos de área são, nesta perspetiva, como uma ponte de ligação entre a operação matemática escrita e o resultado, como se se tratasse do processo para chegar ao resultado, demonstrando a verdadeira compreensão, pois aplicando-se somente as regras mnemónicas, não demonstra qualquer tipo de conhecimento.

Relativamente aos modelos de área, Silva (2012) acredita que “os alunos aprendem a ver, organizar e interpretar (...) através de modelos matemáticos (p. 52). Aliás o mesmo autor, referenciando-se pelas palavras Fosnot e Dolk (citados por Silva, 2012), afirma que estes modelos são como “ferramentas para o pensamento” (p.17), já que os

faz pensar sobre algo. “Os modelos não são, portanto, coisas, mas o que pode servir de suporte ao pensamento.” (p. 52).

2.2.4.2. Compreender através do ensino exploratório

Walle e Lovin (citados por Silva, 2012) defendem que as salas de aula que apoiam o trabalho a partir das ideias dos alunos e nas suas soluções para os problemas, são essenciais para a aprendizagem dos alunos. A comunicação e a partilha que é feita após cada tarefa é um elemento chave na construção do conhecimento. Silva (2012) considera diversos tipos de tarefas, aquelas “cujas principais finalidades são apoiar a aprendizagem, aquelas que servem para verificar o que aluno aprendeu (tarefas para avaliação), outras, ainda, que servem para compreender de modo aprofundado as capacidades, processos de pensamento e dificuldades dos alunos (tarefas para investigação).” (p. 44).

Ponte (2005), retrata que o ensino apoia-se muito na transmissão direta dos conteúdos, em que a preocupação é a de transmissão de conhecimentos do professor para o aluno, assumindo-se que os alunos, ao ouvirem, aprendem. Por outro lado, o autor admite que se reconhece o “ensino-aprendizagem exploratório”, (...) em que o professor não procura explicar tudo, mas deixa uma parte importante do trabalho de descoberta e de construção do conhecimento para os alunos realizarem.” (p. 13). Este tipo de ensino suscita a prática de tarefas de carácter exploratório. Estas tarefas caracterizam-se, na ótica de Ponte (2005), em termos de estrutura, como abertas, deixando “um grau de indeterminação significativo” (p. 7), e, como desafio, reduzido matematicamente, ou seja, com pouca dificuldade.

É preciso ter especial atenção que as tarefas devem ter um carácter evolutivo. Silva (2012) fundamenta que, apesar do enorme contributo que uma tarefa pode ter na aprendizagem de um tema, é o conjunto das tarefas que são propostas que promovem que todos os objetivos de uma unidade sejam atingidos. Assim, “as tarefas a propor têm de estar inter-relacionadas entre si e devem ser apresentadas aos alunos em sequências coerentes (cadeias de tarefas) de modo a proporcionar um percurso de trabalho favorável à sua aprendizagem” (Ponte, citado por Silva, 2012, p. 44).

A realização de tarefas abertas, de carácter exploratório e investigativo é um elemento marcante neste tipo de ensino, mas importância idêntica assumem os momentos de discussão em que os alunos apresentam o seu trabalho, relatam as suas conjeturas e conclusões, apresentam as suas justificações e questionam-se uns aos outros e que o professor aproveita para procurar que se clarifiquem os conceitos e procedimentos, se

avaliar o valor dos argumentos e se estabeleçam conexões dentro e fora da Matemática. (Silva, 2012, p. 16). Os dois devem, então, complementar-se para que os alunos sejam capazes de construir o seu conhecimento, com negociação de significados matemáticos (Ponte, 2005).

3. METODOLOGIA

Neste capítulo constam as suas questões, as opções metodológicas – a natureza do estudo, os métodos e técnicas na recolha e análise de dados – a caracterização dos participantes e os princípios éticos que foram respeitados ao longo do percurso atribuído ao desenvolvimento do estudo.

3.1. Natureza do estudo

Para efetivar esta recolha foi aplicado um paradigma de natureza qualitativa que “pressupõe uma análise em profundidade, de significados, conhecimentos e atributos de qualidade dos fenómenos estudados, mais do que a obtenção de resultados de medida” (Seabra, 2010, p. 145). Este paradigma implica a utilização de técnicas de recolha de dados diversas, entre as quais têm destaque a entrevista, a análise de documentos e os dois tipos de observação – não participante e participante, privilegiando-se esta última, em que o próprio investigador é o principal instrumento de observação. Bogdan (citado por Silva, 2012) admite que este tipo de observação, em que o investigador participa ativamente no processo investigativo, permite uma maior ligação ao meio envolvente e encara o investigador como um ser ativo na sua própria investigação, tornando-se parte dela, portanto, não avaliando somente as aprendizagens dos alunos, mas também a sua própria aprendizagem enquanto ator na investigação.

O processo investigativo procurou dar respostas a duas questões, no âmbito do objetivo proposto – compreender a as dificuldades dos alunos na adição e subtração de números racionais (não negativos) representados na forma de fração, evidenciando as aprendizagens feitas ao longo deste.

- (i) que compreensão revelam os alunos, antes e depois da intervenção, relativamente ao papel da unidade de referência na compreensão de número racional (não negativo) representado na forma de fração?
- (ii) qual o contributo dos modelos de área para a compreensão da unidade de referência na adição e subtração de números racionais (não negativos) representados na forma de fração?

Estas questões servem, por isso, como linhas orientadoras da investigação, tendo a intencionalidade de serem respondidas com a prática e com análise feita a todos os dados recolhidos ao longo da intervenção.

O estudo desenvolveu-se em 3 fases: (i) observação e caracterização do contexto socioeducativo, (ii) intervenção no âmbito do estudo e, (iii) avaliação e, posterior, reflexão sobre o processo de ensino e aprendizagem. Mantida esta intenção foi necessário planejar, aplicar e refletir ao longo da prática interventiva destinada ao estudo, permitindo construir aprendizagens significativas, tanto para os alunos como para a professora-estagiária. É por esta razão que o estudo que aqui se apresenta se enquadra numa metodologia de investigação-ação, já que, após diagnosticado um problema num determinado contexto, recorreu-se ao planeamento de estratégias que permitiam encontrar soluções para o problema diagnosticado e, inevitavelmente, proporcionar momentos de aprendizagem.

Guerra (2000) considera que uma investigação toma um papel particular, “já que fundamenta a sua dinâmica sobre a acção” (p. 53) em que os participantes são sujeitos que participam ativamente na investigação, fazendo parte dela. Portanto o estudo levado a cabo surge de um problema em que os sujeitos, objetos de estudo, se constituam como influenciadores do próprio conhecimento.

Em modo de conclusão, a metodologia investigação-ação define-se pela procura de resoluções para um problema anteriormente diagnosticado num determinado contexto, sendo a própria investigação um desenrolar de planos de ações que procurem soluções adequadamente refletidas a combater esse problema.

3.2. Métodos e técnicas de recolha e análise de dados

A primeira fase da investigação remeteu-se ao período de observação de duas semanas e consistiu na recolha e tratamento de dados para a caracterização do contexto socioeducativo. É de realçar a extrema importância dada a esta fase, já que uma caracterização real do contexto permite, desde já, tomar decisões fundamentadas relativamente à prática interventiva que vai ser feita, estabelecendo, deste modo, a problemática, os objetivos gerais que se pretendem atingir com a intervenção e definir, conseqüentemente, as estratégias gerais a adotar que permitirão chegar ao fim desejado.

Num trabalho investigativo, a recolha e conseqüente análise de dados são fundamentais. Este “levantamento dos estilos de aprendizagem dos alunos proporciona também, informação importante ao professor. Conhecê-los e saber os pontos fortes e fracos dos alunos ajuda a ultrapassar bloqueios e a escolher estratégias pedagógicas adequadas.” (Grave-Resendes & Soares, 2002, p.16). Aliás tal permitiu uma ligação ao estudo e aos intervenientes que se tornou fundamental para o sucesso do estudo.

De forma a dar resposta às necessidades da turma, foram definidas linhas orientadoras que permitissem responder às questões de investigação e atingir o objetivo proposto, sendo estas:

1. Identificação das dificuldades dos alunos na adição e subtração de frações
2. Identificar as tarefas significativas no âmbito da aprendizagem das frações
3. Revelar a importância da unidade de referência para a compreensão da adição e subtração de frações
4. Compreender o contributo dos modelos de área para a compreensão da adição e subtração de frações

Neste sentido, a tabela 3 mostra os métodos e técnicas de recolha de dados utilizados para os objetivos supracitados.

Tabela 3

Correlação entre os métodos e técnicas de recolha de dados e os objetivos definidos

Objetivos	Métodos/ Técnicas
1	Realização do teste diagnóstico que permite avaliar as aprendizagens dos alunos e definir o ponto de partida da intervenção focada no estudo
2	Análise das tarefas realizadas ao longo da intervenção que vão ao encontro das atividades inseridas nos testes. Estas tarefas permitem trabalhar aspetos problemáticos avaliados no teste diagnóstico permitindo combater as fragilidades analisadas
3	Análise das tarefas realizadas ao longo da intervenção, bem como, do teste feito no final da intervenção. Avaliando o percurso realizado pelos alunos e as atividades propostas, é necessário compreender se estes dois
4	objetivos no âmbito da temática de estudo

Ambos os testes realizados (cf. Anexos Q e R), um no início e outro no fim da intervenção, eram o mesmo, uma vez que se pretendia avaliar a evolução entre a sua realização e os aspetos significativos que justificam essa evolução. Assim, pretendia-se avaliar se, efetivamente, a intervenção promoveu alguma evolução no âmbito da compreensão da adição e subtração de números racionais (não negativos) representados na forma de fração. O teste era constituído por um conjunto de 7 questões. Com estas questões pretendia-se avaliar diferentes parâmetros no âmbito das frações, tais como, a

equivalência de frações, a representação em modelos de área retangulares, a reta numérica e a adição/subtração.

3.3. Caracterização dos participantes

O estudo foi realizado com alunos do 6.º ano do 1.º CEB, numa turma constituída por 21 alunos com idades compreendidas entre os 11 e os 16 anos de idade.

A tabela 4 corresponde ao modo como decorreu a ação educativa, no período destinado ao processo de investigação. Durante o mês de intervenção, que decorreu entre a realização dos dois testes, foi levado a cabo a realização de um conjunto de 10 tarefas (cf. Anexos S a AB), que “proporcionem um percurso de aprendizagem coerente, que permita aos alunos a construção dos conceitos fundamentais em jogo, a compreensão dos procedimentos matemáticos, o domínio das notações e formas de representação relevantes” (Ponte, 2005, p. 17).

Tabela 4

Organização do período de intervenção destinado ao estudo

ATIVIDADE	DATA	TEMA	DURAÇÃO	TIPO DE TRABALHO
Teste diagnóstico	11 de maio	Adição e subtração de frações; Fração parte-todo; Fração como operador; Frações equivalentes; Modelos de área; Reta	90	individual
Tarefa 1	18 de maio	Parte-todo; Modelos de área	5 + 10	individual
Tarefa 2	19 de maio	Parte-todo; Adicionar em modelos de área; Comparar números racionais	10 + 20	a pares
Tarefa 3	22 de maio	Parte-todo; Adicionar/ subtrair em modelos de área; Comparar números racionais	10 + 20	a pares
Tarefa 4	25 de maio	Modelo de área; Parte-todo; Modelos/ frações equivalentes	15 + 25	individual
Tarefa 5	26 de maio	Frações na reta	10 + 20	individual
Tarefa 6	29 de maio	Parte-todo	10 + 20	individual
Tarefa 7	1 de junho	Parte-todo: iguais partes	10 + 20	a pares
Tarefa 8	2 de junho	Fração como operador	10 + 20	individual
Tarefa 9	4 de junho	Subtração de frações	10 + 20	individual

Tarefa 10	5 de junho	Adição de números racionais; representação de adição excluindo o algoritmo	20 + 20	a pares
Pós-teste	9 de junho	Adição e subtração de frações; Fração parte-todo; Fração como operador; Frações equivalentes; Modelos de área; Reta	90	individual

As tarefas propostas eram relacionadas com os temas problemáticos analisados no teste diagnóstico e evidenciados no pré-teste. Além da importância dada ao caráter exploratório das tarefas, importa, igualmente, dar continuidade às mesmas, ou seja, as tarefas devem corresponder a um processo contínuo na aprendizagem. Silva (2012) afirma que “a tarefa é o ponto de encontro entre o ensino e a aprendizagem, e o ponto por excelência de exercício da liberdade do professor.” (p. 39). Após a concretização de cada tarefa (primeiro tempo de duração presente na tabela), era feito um momento, em turma, para a partilha de estratégias e resultados (segundo tempo de duração presente na tabela), em que as aprendizagens eram debatidas e formado o próprio conhecimento dos alunos.

3.4. Princípios éticos do processo de investigação

De forma a proporcionar uma investigação de qualidade e que vise respeitar todo o seu envolvente, é necessário respeitar alguns princípios básicos no processo de investigação. Ferreira (2013) considera dois eixos fundamentais na averiguação da ética numa investigação: (a) “o caráter da relação entre o investigador e o social; e (b) o caráter do controle e da limitação da atividade de investigação levada a cabo pela comunidade científica.” (p. 171).

Seguindo os ideais de Isreal e Hey (citados por Ferreira, 2013), Ferreira acredita em 4 princípios básicos para uma adequada postura de ética num trabalho investigativo, sendo elas “(i) o respeito pelas pessoas; (ii) a beneficência e a justiça; (iii) a confidencialidade no tratamento da informação; e (iv) o consentimento informado.” (p. 180).

Tomando como ponto de partida este último princípio, importa realçar que os intervenientes estavam cientes do processo investigativo a que iam estar sujeitos. Na verdade, os alunos sabiam que iam servir de caso de estudo para “um relatório importante” que tornaria a investigadora, no final, professora. Neste aspeto, os alunos estavam cientes, além do processo investigativo de que iam ser parte integrante e ativa,

das suas obrigações e deveres enquanto atores na investigação.

Relativamente à confidencialidade há que notar que, estando a lidar com crianças, especialmente, é necessário adotar algumas posturas que defendam acima de tudo os seus direitos. Nesse sentido, ao longo de todo o documento aqui exposto não surgem nomes reais dos alunos, nem localizações. Quando referidos momentos de diálogo surgem, por exemplo, nomes fictícios, e nas tabelas de avaliação, surge associado a cada aluno um número, de forma a manter, acima de tudo, a segurança das crianças

Relativamente à beneficência e justiça, é importante que os alunos se sintam bem na sala de aula e que os benefícios sejam igualitários. Aliás, se aplicarmos estes princípios na sala de aula estamos, igualmente, a promover educação para a cidadania aos nossos alunos. Por essa razão, a análise ao estudo é feita relativamente a toda a turma, analisando globalmente as aprendizagens.

É preciso considerar que este processo envolve pessoas o que, portanto, envolve uma linha de mútuo respeito entre elas. É nesta ótica que surge o primeiro princípio referenciado na ótica de Isreal e Hey. É necessário saber respeitar o outro e, nessa perspetiva, o estudo envolvia momentos de partilha em que o respeito era essencial para o bom ambiente e para criar a verdadeira aprendizagem. Deve-se observar que estes princípios além de orientarem um processo investigativo são, também, princípios a adotar no quotidiano. Não se pode ignorar que a vida em sociedade rege-se por regras e valores que devem ser respeitados, não podendo intervir na liberdade do outro.

4. RESULTADOS

Tendo em conta que o estudo procurou dar resposta a duas questões, importa analisar os resultados, descrever e interpretar o trabalho desenvolvido entre a realização dos dois testes e das tarefas propostas, recorrendo, dessa forma, às notas de campo e à análise das produções escritas dos alunos.

Neste sentido, e de acordo com os pressupostos teóricos apresentados anteriormente, foi feita uma análise que incidiu em ambos os testes (um realizado no início – diagnóstico, e outro no fim da intervenção – pós-teste), justificando-se as eventuais evoluções dos alunos entre os mesmos, com as tarefas realizadas ao longo da intervenção destinada ao estudo efetuado. Desta forma, é feita uma análise crítica às questões dos testes, comparando os resultados iniciais com os finais, interligando com as questões orientadoras do estudo.

A análise é, maioritariamente, feita aos dois testes, ao diagnóstico (cf. Anexo AC) e ao pós-teste (cf. Anexo AD), uma vez que correspondem ao espelho do percurso evolutivo na compreensão da adição e subtração de números racionais representados na forma de fração. Uma vez que as tarefas eram da temática e procuravam explorar os conhecimentos dos alunos, sofreram, pontualmente, uma análise minuciosa como apoio à evolução demonstrada, ou possível justificação desta evolução (cf. Anexo AE). Após esta análise é possível tirar conclusões relativamente a variados parâmetros.

Logo após realizado o teste diagnóstico, foi feita uma análise que permitisse encontrar um ponto de partida para a ação, portanto, teve que se avaliar a que nível estava a turma para se poder planear uma linha orientadora de tarefas (e de aulas) capazes de combater os problemas emergidos na realização do teste. Assim, pode-se constatar que as notórias dificuldades ao nível da compreensão da adição e subtração de números fracionários, o que se tornou o ponto chave da intervenção. Concretamente em termos avaliativos, apenas a primeira questão do teste diagnóstico teve uma percentagem de respostas positiva e a própria compreensão que os alunos tinham de fração era muito insatisfatória e incoerente. Mostraram não compreender a fração, tornando-se bastante complicado compreender as operações que lhe estão sujeitas. Portanto, era necessário combater estas dificuldades e, para isso, implementou-se um conjunto de tarefas que visassem momentos de reflexão em que os alunos sejam colocados “à prova” e evoluam os seus conhecimentos. O essencial destas tarefas é que os alunos compreendam os

conceitos associados às frações para que a adição e subtração sejam, naturalmente, compreendidas.

Por sua vez, no que diz respeito à análise do pós-teste, é importante entender que as respostas permitem compreender o impacto que a realização das tarefas e a própria intervenção tiveram para o combate das dificuldades apresentadas pelos alunos no período de diagnóstico. Além disso, os momentos de comunicação sobre cada tarefa permitiram a partilha de estratégias e pensamentos matemáticos.

Pode-se constatar que houve, no que diz respeito à percentagem de respostas corretas do pré-teste para o pós-teste uma evolução (cf. Anexo AF), o que valoriza, em parte, a prática de ensino realizada ao longo do período de intervenção. É de realçar a importância que teve a realização das tarefas, a comunicação entre pares e em grande grupo, a discussão e a partilha de ideias, evidenciando-se como facilitadores da aprendizagem. Apesar disso, a prática incidu sobre a preocupação de fazer os alunos compreenderem os números racionais, nas suas diversas representações, prática que deve ter continuidade para que as dificuldades assumidas relativamente aos números racionais sejam ultrapassadas.

Tal como referido, de seguida, apresentam-se a análise minuciosa dos resultados às questões de ambos os testes, fazendo sempre a ponte entre o pré-teste e o pós-teste, permitindo compreender o processo evolutivo das aprendizagens dos alunos relativamente à temática de estudo.

4.1. Questão 1. *Escrever uma fração que represente a parte colorida da unidade*

Nesta questão são apresentadas 5 figuras em que os alunos devem escrever uma fração que corresponda à parte colorida. Esta foi a única questão que teve um resultado positivo no pré-teste, sendo que 14 alunos responderam corretamente a pelo menos 50% das figuras apresentadas. Apesar da evolução entre os dois testes não se considerar significativa, merece atenção, todavia, verificar que apenas 3 alunos apresentaram uma fração adequada relativamente à figura 1, tendo no teste diagnóstico apenas 2 alunos respondido corretamente.



Figura 1. Figura presente na questão 1 em ambos os testes

O que muitos alunos responderam foi que esta representação correspondia a $\frac{3}{5}$, justificando-se, possivelmente, por estarem pintadas 3 partes em 5. Esta dificuldade reforça a ideia da fração com significado parte-todo, em que os alunos consideram o número de partes em que está dividido o todo, ignorando que devem ser equivalentes todas as partes desse todo.

4.2. Questão 2. Representar números fracionários em modelos de área

Nesta questão, os alunos tinham que fazer representações de quatro frações relativamente à unidade representada em modelo de área retangular. No pré-teste, os alunos mostraram grande dificuldade nesta questão, estando, possivelmente, esta dificuldade relacionada com a fração com significado parte-todo. Ocorrem respostas em que os alunos, ao invés de considerarem a figura o todo, consideram cada parte com apenas uma quadrícula, sendo o todo o denominador (ver figura 2). Isto demonstra que os alunos consideram apenas a fração 1 para 1, não sendo capazes de identificar as frações pedidas em modelos de área. Consideraram o modelo apresentado como a quadrícula do caderno, possivelmente, e representaram nesta as frações. Por essa razão, no pós-teste, o enunciado desta questão foi alterado, de forma a que não gerasse dúvidas. O certo é que, efetivamente, a evolução entre os dois testes foi absolutamente notável, tendo sido a questão com maior percentagem de respostas corretas no pós-teste.

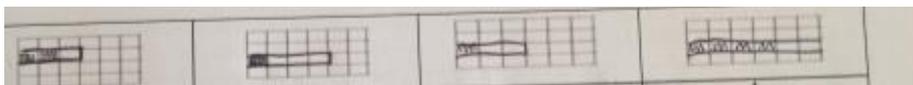


Figura 2. Resposta de um aluno à questão 2 do teste diagnóstico

Outro erro também apresentado no pré-teste está relacionado com o significado da fração como parte-parte. O que acontece é que, para considerar $\frac{2}{3}$, o aluno considera a unidade 5 quadrículas (2 + 3) e faz a distinção (note-se os destaques que o aluno faz) entre numerador e denominador (ver figura 3).



Figura 3. Resposta de um aluno à questão 2 do teste diagnóstico

A verdade é que a fração pode, também, ser usada para representar esta relação parte-parte, todavia, nesta relação estabelecida pelo aluno, o numerador representa o número de itens que estão numa parte do conjunto e o denominador o número de itens que estão noutra parte do conjunto, sendo a sua soma o número de itens do conjunto.

Monteiro, Pinto & Figueiredo (2005) afirmam que, nas escolas, a abordagem às frações é feita, essencialmente, através da relação parte-todo, excluindo os outros significados da fração. Os alunos ficam tão “agarrados” a este significado que memorizam regras, sem compreender o próprio conceito de fração e, aliás, sem se aperceberem que o número de partes da figura deve ser igual. Apesar deste exemplo representar outro significado de fração, demonstra a incompreensão que os alunos têm das frações.

No teste diagnóstico, somente 7 alunos responderam corretamente a pelo menos 50% das figuras. Associado às dificuldades demonstradas, a tarefa 1 que teve como objetivo representar, em 4 modelos de área, 4 frações distintas. Esta tarefa apresentou uma percentagem de respostas corretas excelente (88%) sendo, possivelmente, esta a causa da evolução apresentada entre os resultados dos dois testes, já que no pós-teste, mais do dobro dos alunos (16) responderam corretamente a pelo menos 50% da questão.

4.3. Questão 3. *Diferentes significados da fração*

Aqui, é pedido que, de um conjunto de figuras, os alunos indiquem as que tenham representado $\frac{1}{4}$ de parte não pintada (ver figura 4), tendo vários tipos de representações da unidade. Esta questão colocava em evidências inúmeros aspetos, tais como, o modelo de representação das frações, a representação da fração como parte-todo e as ideias da unidade discreta e contínua.

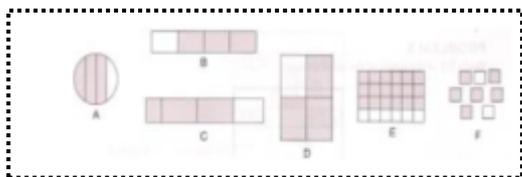


Figura 4. Figuras da questão 2 de ambos os testes

Apenas um aluno respondeu corretamente a esta questão, sendo esta a questão que teve maior insucesso nos testes realizados. Note-se que inerente a esta questão está o significado da unidade. Nunes e Bryant (citados por Silva, 2012) identificam a natureza relativa que a fração assume como a principal dificuldade no próprio entendimento das frações. Estes autores assumem que as dificuldades estão associadas às relações entre quantidades de que estão envolvidas as frações.

Na sua generalidade, os alunos descartam a possibilidade da figura C representar o que é pedido, uma vez que assumem que não são todas as partes iguais. Todavia consideram a figura A como tendo todas as partes iguais. Realizada a tarefa 7, que tinha como principal propósito desmitificar esta conceção, os alunos compreenderam que esta

seria uma opção incorreta, pelo facto de as fatias da pizza não estarem divididas uniformemente. Na altura da realização da tarefa fez-se a referência às pizzas e os alunos, de imediato, compreenderam que na divisão demonstrada na figura acima as fatias não seriam iguais para todos. Aliás, evidenciaram que as pizzas não vêm cortadas assim.

O que é certo é que, quando contactados com a realidade, os alunos são capazes de compreender melhor as conceções pretendidas. Apesar do insucesso demonstrado, após a realização da tarefa, os alunos demonstraram, em momento de partilha de resultados, compreender que esta representação não é adequada para representar quartas-partes. Os alunos concluíram que a divisão de partes iguais no modelo circular está associada à forma como a pizza é dividida em fatias, portanto, do centro ao perímetro de circunferência. Associaram, por isso, o transferidor como recurso para representar frações nos modelos circulares, tendo que efetuar o quociente entre 360 e o número de partes da fração pretendida, para saber qual o valor da amplitude correspondente a cada parte. Note-se o discurso descrito relativo a este tema:

António: “Professora, só estou a conseguir dividir o círculo em 2 ou em 4, ou 8, ou assim. Como fazemos para dividir em 3? Está a parecer-me impossível!”

Maria: “Não é nada impossível, basta fazeres a divisão de 360 pelo número de partes que tens que dividir o círculo. Vai sempre resultar, não é professora?”

Professora: “É verdade, Maria. Tens razão, mas o que o António está a dizer é importante. A verdade é que os modelos circulares são mais eficientes na representação de frações com denominadores de potência de base 2. Isto não significa que não se possa fazer com outros denominadores. Tal como tu disseste, Maria, basta fazeres o quociente entre 360 e o número de partes que pretendemos dividir o nosso círculo.”

A figura E está intrinsecamente relacionada com a questão número 2 e, portanto, se os alunos não são capazes de dividir os modelos em áreas iguais, terão dificuldades em compreender as representações em qualquer modelo de área que represente para cada parte mais que uma quadrícula. O que se torna curioso é que os alunos não demonstram ter dificuldades no conceito de fração enquanto operador, a título de exemplo, evidenciada na tarefa 8. Efetivamente, foi das tarefas que teve mais sucesso de respostas corretas.

A figura F já é algo a que os alunos não estão tão vulgarmente familiarizados, pois evidencia a unidade discreta. Os alunos não associam nenhuma fração à figura, pois consideram somente figuras por si só “soltas”, ou seja, sem assumirem uma fração, seja

qual for o significado tomado. Apesar disso, o que é certo é que vulgarmente comum as crianças repartirem objetos com outras, evidenciando-se a metade em unidades discretas, todavia, o que a análise deste exercício evidencia é que os alunos não são capazes de transpor os contextos, a que naturalmente têm maior ligação, aos tipos de atividades a que são propostos, como é exemplo este das pizzas.

4.4. Questão 4. “Unitizing” – reconstrução da unidade

Nesta questão era pedido que reconstruíssem a unidade dadas três situações – uma fração unitária, uma fração não unitária própria, e uma fração imprópria – considerado um destacado quadriculado (ver figura 5). Lamon (citado por Monteiro e Pinto, 2005) consideram extremamente relevante as “experiências de reconstrução da unidade”, uma vez que, no contato com a “multiplicidade de unidade” o “sentido do número e dos símbolos que o representam se vai desenvolvendo” (p. 95). Esta questão não sofreu grande evolução entre a realização dos dois testes, mostrando a enorme dificuldade que os alunos têm na consideração da unidade de referência. Os alunos não mostraram ser capazes de construir unidades.

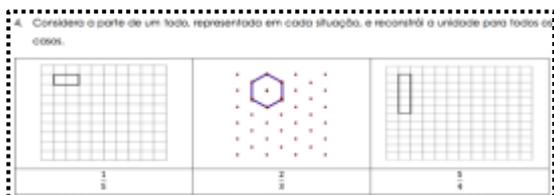


Figura 5. Questão 4 de ambos os testes. Reconstrução da unidade

O erro mais notório foi no terceiro caso (ver figura 6), em que os alunos consideram que faltam 3 para construir a unidade. No pós-teste, apenas 2 alunos responderam corretamente a esta questão, tendo a maioria da turma não ter respondido sequer a esta situação.



Figura 6. Resposta de um aluno ao terceiro caso da questão 4, no pós-teste

4.5. Questão 5. Frações equivalentes e os diferentes significados da fração

Esta questão apresenta quatro alíneas que abordam várias ideias, como o conceito de frações equivalentes e do significado da fração como parte-todo. Todas as alíneas

sofreram evoluções significativas entre a realização dos dois testes, tendo duas alíneas superado a positiva, e as outras duas aproximando-se da mesma.

No que concerne à questão 5.1, o objetivo era representar num modelo de área duas frações (equivalentes) e tirar conclusões, já na alínea 5.2. O que é certo é que, no final da intervenção, os alunos efetivamente mostraram saber representar ambas as frações e identificar que eram equivalentes, mas, relativamente a este último caso, associadas à propriedade da equivalência de frações e não pelo recurso ao “desenho”, apesar de terem representado corretamente as frações no modelo. A título de exemplo, o excerto que se segue mostra a regra memorizada a que os alunos recorrem para explicitar qualquer raciocínio.

Vera: “Encontramos frações equivalentes quando multiplicamos, pelo mesmo número, o numerador e o denominador. Se queremos uma fração equivalente a $\frac{1}{4}$ temos que multiplicar o numerador e o denominador pelo mesmo número, por exemplo, 2. Então $\frac{2}{8}$ é uma fração equivalente à primeira.”

Carolina: “Sim, mas também conseguimos saber se duas frações são equivalentes se o numerador e o denominador de uma fração forem os múltiplos dos outros, respetivamente.”

Em termos avaliativos, 16 alunos representaram corretamente as frações no modelo de área retangular (questão 5.1), mas apenas 11 referiram que estas frações eram equivalentes. Associado à memorização das regras, repare-se numa resposta dada por uma aluna à questão 5.2 (ver figura 7).

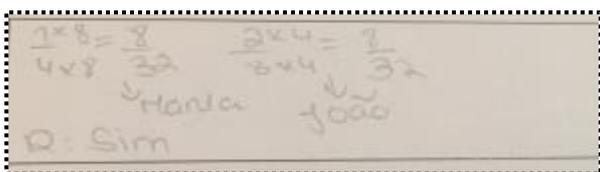


Figura 7. Resposta de uma aluna à questão 5.2 (equivalência de frações)

Apesar de pouca notada, o recurso aos modelos como base para a compreensão do conceito de fração equivalente ressalva-se (ver figura 8), embora, na subtração tenha sido, mais uma vez, usada a regra aprendida, ao invés do modelo (ver figura 9).

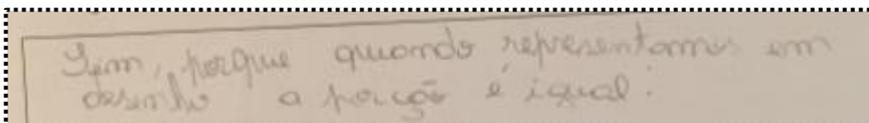


Figura 8. Resposta de um aluno à questão 5.2. (equivalência de frações)

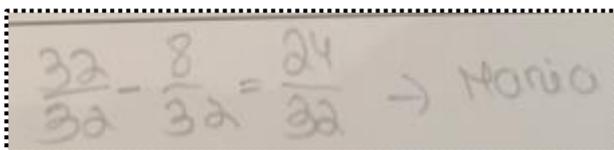

$$\frac{32}{32} - \frac{8}{32} = \frac{24}{32} \rightarrow \text{Nono}$$

Figura 9. Resposta de um aluno à questão 5.3 (subtração de números racionais representados na forma de fração)

A colocação das frações na reta numérica era, precisamente, uma linha para a compreensão do conceito de equivalência de frações. E, nesse aspeto, os alunos demonstraram saber colocar frações na reta, portanto, à partida, ter adquirido o conceito de medida relacionado com as frações. Apesar disso, é de realçar que, apesar das retas já estarem repartidas, foi muito mais fácil os alunos representarem $\frac{2}{8}$ ao invés de $\frac{1}{4}$ (ver figura 10), possivelmente pelo facto de as retas estarem repartidas em oitavos. Isto reforça a ideia da falta compreensão que os alunos têm no domínio das frações e da necessidade dos alunos compreenderem os conceitos para lidarem com as frações.

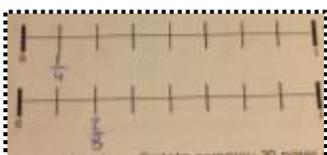


Figura 10. Resposta de um aluno à questão 5.4

4.6. Questão 6. *Diferentes significados da fração. Subtração*

Nesta questão, na primeira alínea, é abordada a representação da fração como operador. Em ambos os testes esta questão teve uma percentagem de respostas corretas baixa, tendo, contudo, havido uma evolução, mas pouco relevante e acentuada. Em contraste, importa analisar as tarefas realizadas em aula relacionadas com este tema, pois demonstram situações curiosas do processo de ensino e aprendizagem dos alunos.

As tarefas 4 e 8 abordam este tipo de significado que a fração assume como operador. Note-se uma diferença entre as duas tarefas, apesar de ambas abordarem o mesmo conceito. O que se verifica é que os alunos tiveram maior percentagem de respostas corretas à tarefa 8 (50%) do que à tarefa 4 (30%), o que pode estar relacionado com o facto de, nesta última, terem que representar um modelo de área, o que mobiliza uma maior capacidade de manipulação de conceitos e não somente a representação significado de fração como operador.

Tomando como exemplo a tarefa 4 (ver figura 11), em que é pedido que o aluno represente um modelo de área considerando as frações no enunciado, surgiram várias

intervenções pertinentes relativas às possíveis representações do painel pedido, em momento de discussão da tarefa.

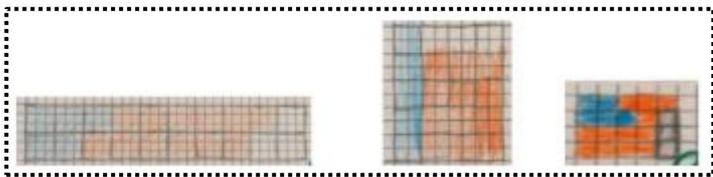


Figura 11. Alguns exemplos de painéis de azulejo apresentados pelos alunos na tarefa 4

José: “O painel precisa de ter 4 quadrículas de altura e 5 de largura, porque estes são os números que estão no denominador das frações e se multiplicarmos 4 por 5 dá 20, que é o número de azulejos do painel.”

Ana: “Mas eu fiz um painel de 20 azulejos e não está como estás a dizer. No meu, por exemplo, cada azulejo tem 9 quadrinhos e fiz duas filas com 10 colunas.”

Professora: “É verdade, Aluno 1. A única solução de construção do painel não é a que tu fizeste. O painel da Maria está correto e ainda há outras soluções.”

José: “Professora, já sei! O painel tem que ter 20 azulejos, não é? Então quer dizer que os lados do painel têm que ser divisores de 20. Por exemplo, se um lado tiver 1 de altura o outro tem de ter 20 de comprimento, como o painel da Maria. Mas se um lado tiver 2 o outro terá 10. E só dá mais com 4 e 5. O número de quadrinhos de cada azulejo é indiferente, tem é que ser quadrado, porque podemos escolher a unidade que quisermos.”

Esta situação esclarece que o José já tem adquiridos conhecimentos que o permitam compreender o contributo do modelo de área para esta compreensão, já que ele é capaz de encontrar modelos que sirvam para a situação, tendo em conta as duas frações apresentadas. A funcionalidade da fração como operador evidencia-se aquando na pintura do painel, em que têm que colorir $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{5}$ do painel.

Carolina: “ $\frac{1}{4}$ são 5 azulejos, porque 20 a dividir por 4 é igual a 5, e $\frac{3}{5}$ são 12 azulejos, porque 20 a dividir por 5 é igual a 4, e 3 vezes 4 é igual a 12.”

Ambas as situações relatadas demonstram conhecimentos relacionados com o significado da fração como operador, todavia o que se observou é que os alunos, apenas foram capazes de resolver a tarefa quando dadas as diretrizes para a sua resolução. Ou seja, os alunos, automaticamente, relacionam a fração com o número, operando. Portanto, os alunos atribuem à fração o significado de quociente, sem compreenderem que, na realidade, cada um representa uma fração parte-todo. Esta ideia confirma que os alunos

não consideram a fração como um número, mas sim, como dois números separados com uma fração indicativa de um quociente, sendo o denominador o número de partes em que se encontra dividida a unidade.

4.7. Questão 7. *Representação de frações em modelos retangulares. Adição*

Esta questão apresenta 5 alíneas e é a questão que se considera ser a mais completa de todo o teste, uma vez que integra vários fatores relacionados com a adição de frações. Nota-se uma evolução acentuada nas respostas dadas entre o pré-teste e o pós-teste, tendo, aliás, 3 das alíneas passado de uma percentagem negativa de respostas corretas no pré-teste, para uma percentagem positiva no pós-teste, o que revela que, possivelmente, os alunos adquiriram capacidades relativas à adição e subtração de frações, com o recurso do modelo de área para representar as frações. Para a resolução de todas as alíneas, seguia uma folha de anexo com 12 retângulos iguais à da figura, que serviam para às questões.

Na primeira alínea era pedido que os alunos representassem num modelo a quantidade de fita usada por dois dos amigos. Portanto, era necessário que os alunos representassem cada uma das frações correspondentes a cada amigo no mesmo modelo, demonstrando, assim, a adição (ver figura 12). Associada a esta representação era pedido, na segunda alínea, a fração correspondente a esta quantidade. Portanto, é perceptível que os alunos tenham compreendido que, estando o modelo representado com um número de quadrículas comum a todos os denominadores, é possível representar cada uma das frações mencionadas na questão. Apesar de poderem não compreender o verdadeiro significado do conceito de equivalência, ambas as alíneas sofreram uma evolução no número de alunos com respostas corretas, tendo evoluído praticamente para o dobro entre o pré e o pós-teste.

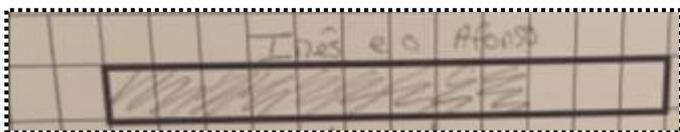


Figura 12. Exemplo de uma representação da adição de números racionais representados na forma de fração

Na terceira alínea, os alunos eram avaliados em 5 etapas (ver figura 13). Primeiramente deveriam representar em cada modelo a quantidade de fita usada por cada amigo, portanto cada representação de fita usada por um amigo era uma etapa a avaliar e,

por último, a identificação daquele que tinha usado maior quantidade de fita. Entre os dois testes, a evolução foi, tal como as duas questões anteriores, igualmente notória.



Figura 13. Representações feitas por um aluno, na questão 7, de diferentes frações

Na quarta alínea os alunos deviam representar, por ordem crescente, as frações correspondentes a cada quantidade de fita usada por cada amigo. Esperava-se que esta questão mostrasse melhores resultados, já que a alínea anterior permitia responder corretamente a esta alínea e teve, efetivamente, bons resultados. Alguns exemplos de respostas a esta questão (ver figura 14), mostram que os alunos mantêm a dificuldade inerente à comparação e ordenação de números racionais representados em fração, mesmo que tenham a representação destes números em modelos feitos, inclusive, por eles próprios.



Figura 14. Respostas de dois alunos à questão 7.4 no pós-teste

Os exemplos demonstram, tal como defendido por diversos autores, a comparação que os alunos tendem a fazer da fração como dois números inteiros e, portanto, ao compará-las, fazem-no como se se tratassem de dois números inteiros isoladamente. Repare-se que, no primeiro caso, os denominadores vão crescendo e, quando deparados com duas frações de igual denominador, é maior aquele que tiver maior numerador e, no segundo caso, a ordenação está feita comparando os numeradores, evidenciando-se apenas a compreensão que $\frac{1}{4}$ é menor que $\frac{1}{2}$.

O que transparece na análise desta questão é que, apesar da intencionalidade dos retângulos, disponibilizados em anexo, ser para apoiar na resolução das questões, os alunos não o tomaram como apoio e, portanto, demonstraram dificuldades, essencialmente, na resolução das últimas duas alíneas. Apesar disso, como já referido, houve uma evolução entre os resultados dos dois testes face a esta questão e, nota-se, sobretudo, a preocupação que os alunos demonstraram, já no pós-teste, em responder o

mais detalhadamente possível e com maior rigor científico na representação dos modelos (ver figura 15).

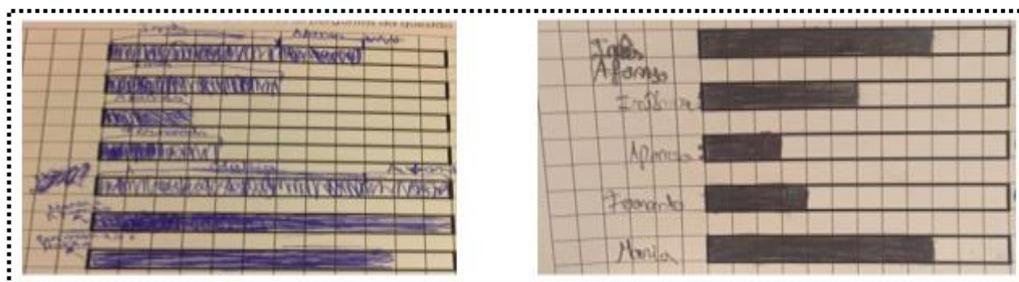


Figura 15. Comparação das representações das frações da questão 7, por um aluno, ao teste diagnóstico e ao pós-teste, respetivamente

Na quinta, e última, alínea, os alunos deveriam representar numa fração o número que correspondesse à quantidade de fita usada pelos 4 amigos. Esta questão teve um decréscimo no número de respostas corretas, embora, não seja acentuada. Todavia, o que se repara é que os alunos, apesar de mostrarem saber representar frações em modelos de área, não mostram saber utilizar este modelo para adicionar os números e, portanto, revelam-se as dificuldades sentidas. Mostra ainda a desatenção dos alunos, pois nem tomaram como referência o fator comum em todos os modelos disponibilizados – estar dividido em 12 partes iguais – que, na verdade, é o denominador comum às frações. Esta desatenção poderá estar relacionada com a falta de prática deste tipo de exercícios nas salas de aula. Os alunos como aprenderam a adicionar e subtrair frações decorando as regras, não têm tendência de olhar para o que lhes é dado numa tarefa ou num desafio matemático. Automaticamente fazem aquilo que lhes é mais fácil, aquilo que lhes foi ensinado. Isto demonstra a falta de compreensão dos números, a fraca agilidade matemática que os alunos têm.

5. CONCLUSÕES

Feita a análise dos resultados é necessário refletir sobre todo o processo desenvolvido ao longo da investigação, procurando responder às questões orientadoras colocadas no início do processo.

5.1. Evolução das respostas dadas pelos alunos nos testes realizados

Tendo em conta a informação presente nos gráficos (ver figura 16), é perceptível que, face à data da realização do teste diagnóstico, em que foram identificadas dificuldades ao nível dos significados da fração, da unidade de referência e a própria compreensão da adição e subtração, uma vez que os alunos apenas demonstram dominar o algoritmo destas operações através de mnemónicas, observa-se uma evolução face à data da realização do pós-teste, em que estão claros os progressos dos alunos face às suas dificuldades.

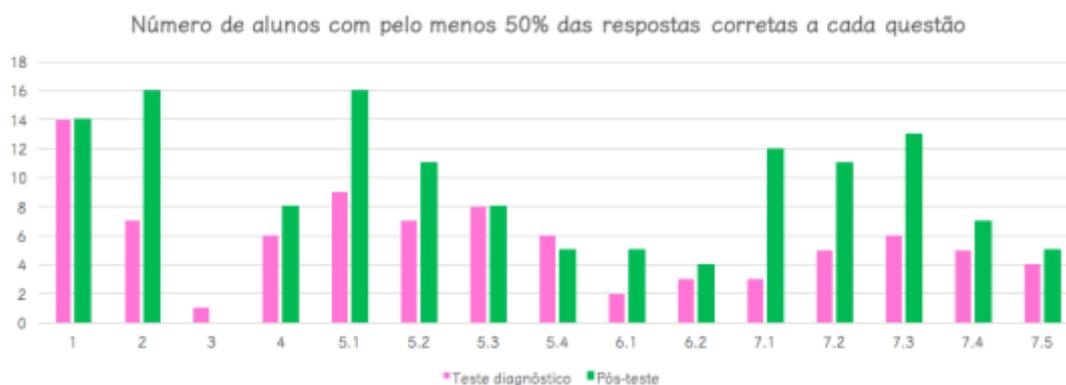


Figura 16. Processo evolutivo das respostas corretas às questões do teste diagnóstico e do pós-teste

Apesar da visível evolução, tem que se considerar que, além do período de intervenção ser de duração demasiado curta (1 mês), deveria ser um trabalho continuado, aliás, já por diversas ocasiões, se referiu a importância de trabalhar os números racionais nos seus mais diversos significados para a sua verdadeira compreensão para que os alunos adquiram verdadeiramente aprendizagem. É importante que se entenda que não é a explicitação de regras e de mnemónicas que promovem a aprendizagem, mas o processo de construção do próprio conceito, neste caso de número racional, e da compreensão da complexa teia de conceitos e significados relacionados com a representação do número racional em fração.

5.2. Que compreensão revelam os alunos, antes e depois da intervenção, relativamente ao papel da unidade de referência na compreensão de número racional (não negativo) representado na forma de fração

A figura 17 mostra a evolução das respostas dadas pelos alunos às questões dos testes relacionadas com a questão (i) do estudo, que procurava entender que compreensão revelam os alunos, antes e depois da intervenção, relativamente ao papel da unidade de referência na compreensão de número racional (não negativo) representado na forma de fração.

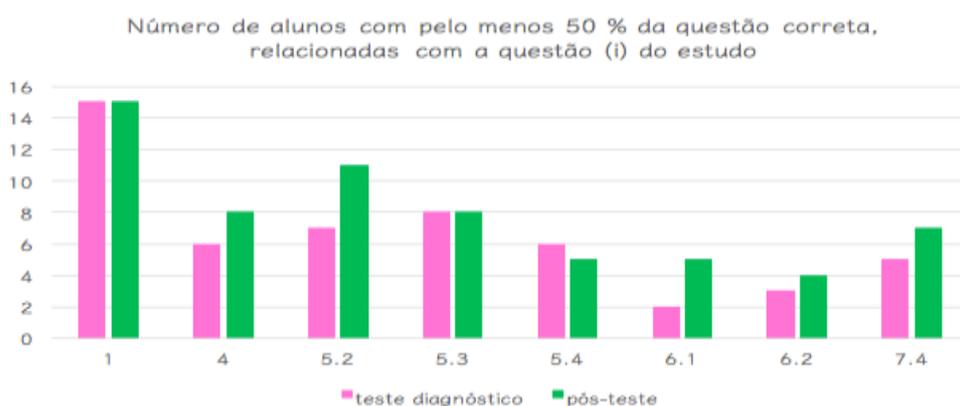


Figura 17. Correlação entre as respostas dadas nos dois testes no que concerne à questão (i) do estudo

A análise das questões mostra que a compreensão relativamente ao papel da unidade de referência na compreensão de número racional (não negativo) representado na forma de fração se acentua, todavia, com algumas limitações. É certo que os alunos mostraram compreender que a unidade é fundamental para adicionar e subtrair números racionais representados na forma de fração, compreendendo que, ao “reduzir ao mesmo denominador”, é porque têm que considerar a mesma unidade para cada uma das frações.

Tome-se como exemplo a questão 6.1, que mostra uma evolução, em que se consideram duas frações ($\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{6}$) relativamente a uma unidade, pois estes números não têm qualquer significado se não for considerada uma unidade. Serve, também, como exemplo, a questão 5.2, em que os alunos justificaram que as duas frações eram equivalentes, já que representam a mesma quantidade independentemente da unidade considerada.

Apesar disso, nota-se, ainda, com elevada distinção, o recurso às memorizações que os alunos adquiriram. Estes utilizam, primeiramente, as regras adquiridas, embora

atribuindo-lhes, na fase final, significado, para adicionar ou subtrair números racionais representados na forma de fração.

5.3. Qual o contributo dos modelos de área para a compreensão da unidade de referência na adição e subtração de números racionais (não negativos) representados na forma de fração

Veloso (2017) refere que “as representações em modelos de área (...) são ferramentas a usar com o intuito de que esses conceitos sejam cabalmente compreendidos.” (p 5). A figura 18 evidencia as respostas dadas pelos alunos às questões dos testes relacionadas com a questão (ii) do estudo, que procurava evidenciar o contributo dos modelos de área para a compreensão da unidade de referência na adição e subtração de números racionais (não negativos) representados na forma de fração.

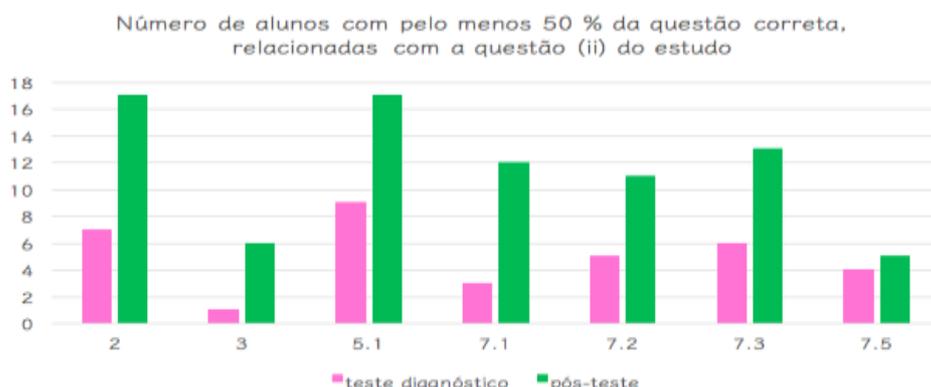


Figura 18. Correlação entre as respostas dadas nos dois testes no que concerne à questão (ii) do estudo

Observa-se, na figura, a evolução clara nas respostas dadas ao teste diagnóstico e, em contraste, ao pós-teste. No período final da intervenção destinada ao estudo, observou-se que os alunos davam uso aos modelos disponibilizados, mas estes não serviam como suporte para operarem, pois tal era garantido pelas mnemónicas e regras que já tinham estabelecidas. Todavia, o que é certo é que, quando usados os modelos matemáticos, a própria comunicação dos alunos era mais precisa e concisa matematicamente. Eles apoiavam-se nos modelos para explicitar um problema à turma, mas não efetivamente para resolvê-lo, ou seja, eles resolviam sem o uso do modelo, mas para explicar usavam-no, porque admitiam ser mais fácil para os outros compreenderem.

Associado a isto, os alunos compreenderam o contributo dos modelos de área na adição e subtração, uma vez que evidenciaram tipos de modelos idênticos para as

situações relatadas. Portanto, os alunos encontraram uma lógica nos modelos criados, contrapondo com a aquisição que já tinham da redução ao mesmo denominador para adicionar ou subtrair números racionais representados na forma de fração.

Relativamente à compreensão sobre a adição e subtração de números racionais não negativos representados em fração, revela-se a dificuldade sentida pelos alunos nos inúmeros parâmetros que lhe estão associados. Todavia, não se pode desprezar a intervenção feita no âmbito da investigação, que proporcionou aos alunos trabalharem os números racionais representados em fração com forma a compreendê-los e a compreender a própria adição e subtração destas, apesar do pouco tempo em que foi possível fazer a intervenção. As dificuldades demonstradas refletem a necessidade, por parte dos professores, de compreenderem o processo envolvente relacionado com estas dificuldades, para que estas sejam ultrapassadas. “Considerar todas estas componentes e as suas conexões, tem fortes implicações na forma como os alunos aprendem a ser proficientes em Matemática, como os professores desenvolvem a proficiência nos seus alunos, e como os professores se preparam para alcançar este objetivo.” (Silva, 2012, p. 36).

REFLEXÃO FINAL

No culminar do percurso de formação em Educação Básica (EB) surge um misto de emoções associados às vivências e à oportunidade de promover aprendizagens aos mais variados alunos, vindos de contextos totalmente diversos. É altura de evidenciar o contributo das práticas pedagógicas em ambos ciclos, bem como da investigação levada a cabo, para o desenvolvimento de competências, quer profissionais, como pessoais, destacando-se aspetos significativos para este desenvolvimento.

Ao longo dos 5 anos de formação na ESELx admito que tive a oportunidade de conhecer um leque variado de contextos, de alunos, de professores e de todos os envolvidos no sistema de ensino, desde auxiliares de ação educativo aos próprios funcionários das escolas. É fundamental que, na formação de professores, se potencie, além do conhecimento pedagógico, um conhecimento didático dos conteúdos a lecionar e, isso, só é possível adquirir-se ao longo das práticas a que vamos sendo sujeitos. Desta forma, e com o contributo das práticas educativas a que fui sujeita, pude ir construindo a minha própria identidade profissional. Ao longo dos anos, fui crescendo, fui aprendendo e fui moldando a minha forma de ensinar (e de aprender também). É notável observar que contribuir, nem que um pouquinho que seja, no desenvolvimento de cada um dos alunos e, já não em tão pequenino tamanho, cada um deles contribuir para o meu desenvolvimento pessoal e profissional, é o maior ganho que se pode receber (e se vai recebendo) ao longo do percurso profissional enquanto professora.

A relação que se cria com os alunos é muito vincada, passamos com eles a grande parte do nosso dia, acompanhamos o seu dia-a-dia, vivenciamos as suas histórias, percorremos com eles o processo de aprendizagem que estão a viver. Ao nível do 1.º Ciclo, considero que a monodocência cria uma dependência mútua. Eu, como professora, fico agarrada àqueles meninos de igual maneira que eles ficam agarrados a mim. No 2.º Ciclo, também se geram momentos de dependência, mas uma vez que os alunos têm outros professores, partilham com cada um deles partes do dia. Apesar das mudanças entre os ciclos ser notória, na passagem para o 2.º CEB, o número de professores aumenta, há um horário predefinido estipulado para cada disciplina, o 1.º CEB é o primeiro contato que os alunos têm com a sala de aula e, apesar de terem tido oportunidade de frequentar o ensino pré-escolar, os ritmos alteram-se drasticamente. Mas apesar da dependência ser diferente, a relação que se procura estabelecer com os alunos é mais trabalhosa com os

alunos do 2.º CEB, até porque o tempo que temos para que eles confiem em nós é bastante menor.

A possibilidade de estagiar nos dois ciclos permitiu-me, acima de tudo, compreender a importância da articulação que deve existir entre os ciclos, porque a verdade é que a articulação é mais notória entre o próprio ciclo. É extremamente necessária esta articulação, para que o processo de ensino e aprendizagem seja um processo contínuo em que os alunos beneficiem do tempo em sala de aula e adquiram, efetivamente, conhecimento.

Quando as escolas são designadas por sistemas sociais, significa que não são simplesmente locais onde os indivíduos agem de maneira totalmente liberta e desligada, mas pelo contrário, agem de modos mais ou menos interdependentes e predizíveis. (Arends, 1995, p. 452)

Foi este sistema social que me permitiu ter uma experiência significativa na minha prática profissional e aprofundar os meus conhecimentos, construindo uma bagagem para o meu percurso formativo enquanto futura professora do Ensino Básico. Aliás, nas palavras de Arends (1995), também eu fui receptiva de aprendizagem, pois “cada pessoa não programa o próprio conhecimento sozinha, nem as acções de cada uma têm consequências apenas para essa pessoa.” (p.452). Com esta experiência também eu fui aprendiz de conhecimentos.

Além disso, com as práticas educativas fui desenvolvendo os pilares que considero fundamentais na prática: (i) considerar cada aluno um ser individual e diferente de todos os outros, que apresenta necessidades e fragilidades, mas igualmente, potencialidades e que, por essa razão, o ensino deve ser diferenciado, mas inclusivo, para que todos possam aprender e alcancem os objetivos de aprendizagem, a prol disto Canário (citado por Resendes e Soares, 2002), inova que “há a necessidade de a escola se adaptar aos alunos e não apenas de os alunos se adaptarem a ela.” (p.); (ii) procurar a democracia entre os alunos, de modo a que os alunos aprendam de forma ativa e sejam construtores do seu próprio conhecimento e atores no processo de aprendizagem. Aliás, estes são alguns pilares referidos por Niza (1991) aquando a prática pedagógica e os pilares fundamentais que devem ser adotados no ensino. Seguindo esta ótica, e com o objetivo de potenciar o ensino integral de todas as crianças, devem ser trabalhadas um leque de competências com os alunos, tais como, a autonomia, a responsabilidade, a cooperação e

o respeito pelo outro. Por essa razão, um professor deve procurar que os alunos adquiram estas competências e que as desenvolvam.

No que diz respeito ao estudo, considero que este estudo me “encaixou” na perfeição. É um facto a minha adoração pela Matemática e, principalmente, pela compreensão que os alunos têm da mesma. O que é certo é que as dificuldades relativamente aos números racionais são enormes e sempre senti necessidade de, primeiramente, compreender estas dificuldades e, em segundo, conseguir evitá-las. Claro que, ao nível do estudo, uma vez que a prática interventiva é de um curto espaço de tempo, não me permitiu seguir o trabalho feito pelos alunos e, nada garante que tenha sido dada continuidade a esse trabalho.

Apesar disso, o estudo enriqueceu-se me diversos aspetos, quer ao nível da própria compreensão de número racional, inclusive as suas diversas representações e, mais especificamente dos números racionais representados na forma de fração, os seus diferentes significados. É certo, também, que cada vez mais deve ser tomada em atenção a comunicação matemática por parte dos professores, pois grande parte dos erros dos alunos a este nível surgem da comunicação incorreta por parte dos professores. Este estudo permitiu que me sentisse mais confiante neste tema, na aprendizagem dos números racionais, de forma a proporcionar aprendizagens significativas e duradouras. Aliás, assim como reforça Veloso (2017) para o desenvolvimento do conhecimento matemático é necessário que o ensino valorize a atividade e a compreensão matemáticas nos processos de aprendizagens dos números racionais. (p.5)

Tal como Santos (2011) enfatiza, para “haver desenvolvimento profissional o professor deve desejá-lo, enfatizando as suas próprias potencialidades e assumindo as suas fragilidades como um ponto de partida para a reflexão e a mudança da ação” (p.19). Dessa forma, frequentemente refletia e tomava consciência dos diversos fatores influenciadores da prática pedagógica, naquilo que podia melhorar – tal como gestão do tempo, e o cuidado na linguagem –, sobretudo, mas valorizando-se noutros aspetos. E em termos de valorização, considero que a relação que procurei manter com todos os envolvidos no processo de ensino e aprendizagem, desde os alunos, aos professores cooperantes, como os outros professores, os auxiliares, etc, tornou-se uma mais-valia no meu percurso profissional.

REFERÊNCIAS

- Almeida, E. B. (2014). *A relação entre pais e escola: a influência da família no desempenho escolar do aluno*. Campinas: Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação
- Arends, R. I. (1995). *Aprender a ensinar*. Madrid: Mc-Graw-Hill
- Caraça, B. J. (1951). *Conceitos fundamentais da Matemática* (4.^a ed.). Lisboa: Gradiva. Consultado a outubro de 2017, em http://www.im.ufrj.br/nedir/disciplinas-Pagina/Caraca_ConceitosFundamentais.pdf
- Carrapiço, R. A. C. (2016). *Cálculo mental com números racionais: um estudo com alunos do 6.º ano de escolaridade*. Lisboa: Universidade de Lisboa. Tese em educação na especialidade de didática da matemática
- Castelli, M. D. B. (s.d.). *A reflexão sobre a prática pedagógica: processo de ação e transformação*. Consultado a janeiro de 2017, em http://www.portalanpedsul.com.br/admin/uploads/2010/Educacao_Basica/Trabalho/02_01_00_A_reflexao_sobre_a_pratica_pedagogica__processo_de_acao_e_transformacao.PDF
- Costella, R. Z. (2011). *Competências e habilidades no contexto da sala de aula: ensaiando diálogos com a teoria piagetiana*. Cadernos do Aplicação, Porto Alegre, v. 24, n. 1. 225 – 240. Consultado a janeiro 2017, em <http://www.seer.ufrgs.br/CadernosdoAplicacao/article/viewFile/23262/18279>
- Ontario Ministry of Education (2013). *Foundations to Learning and Teaching Fractions: Addition and Subtraction*. Ontario: Curriculum and Assessment Branch
- Ferreira, M. F. (2013). A ética da investigação em ciências sociais. Brasília. Revista brasileira de ciência política, 169 – 191
- Gomide, M. V. (1971). *Explorando a Matemática na Escola Primária*. Rio de Janeiro: Livraria José Olympio Editôra
- Grave-Resendes, L. & Soares, J. (2002). *Diferenciação Pedagógica*. Lisboa: Universidade Aberta
- Guerra, I. C. (2002). *Fundamentos e Processos de Uma Sociologia de Ação – O Planeamento em Ciências Sociais*. Cascais: Príncipia
- Heacox, D. (2006). *Diferenciação Curricular na Sala de Aula*. Porto: Porto Editora

- Leite, T. & Arez, A. (2011). *A Formação através de Projetos na Iniciação à Prática Profissional*. Da Investigação às Práticas, I (3). 79 – 99
- Marques, R. (s.d.). *A Pedagogia construtivista de Lev Vygotsky (1896 – 1934)*. Consultado a abril de 2017, em <file:///F:/PES%20I/A%20Pedagogia%20construtivista%20de%20Lev%20Vygotsky.pdf>
- Mendes, F., Brocardo, J., Delgado, C. & Gonçalves, F. (2009). *Números e operações - 3.o ano. Materiais de apoio ao Programa de Matemática do Ensino Básico*. Obtido em 22 de junho de 2010, de Ministério da Educação: [http://area.dgidec.min-edu.pt/materiais_NPMEB/019_020_Sequencia_NumeroseOperacoes:NPM EB_1_c3 \(actualizado22Jun2010\).pdf](http://area.dgidec.min-edu.pt/materiais_NPMEB/019_020_Sequencia_NumeroseOperacoes:NPM EB_1_c3 (actualizado22Jun2010).pdf)
- Ministério da Educação (2004). *Organização Curricular e Programas – 1.º Ciclo do Ensino Básico (4.ª ed.)*. Departamento da Educação Básica: Lisboa
- Ministério da Educação. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa.
- Monteiro, C. & Pinto, H. (2005). *A aprendizagem dos números racionais*. Quadrante 14 (1), 89 – 114.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Lisboa: APM.
- Oliveira – Formosinho, J. et al (2001) *O Trabalho de Projeto na Pedagogia – em – Participação*. Porto: Porto Editora
- Pacheco, J. A. (2006). *A avaliação das aprendizagens: para além dos resultados*. Artigo publicado na revista portuguesa de pedagogia, 253 – 269
- Perrenoud, P. (2000). *Dez Novas Competências para Ensinar*. Porto Alegre: Artmed
- Picanço, A. L. B. (2012). *A relação entre Escola e Família – as suas implicações no processo de ensino-aprendizagem*. Relatório de Mestrado apresentado à Escola Superior de Educação João de Deus. Consultado a junho de 2017, em <https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/2264/1/AnaPicanco.pdf>
- Piéron, M. (1996). *Formação de Professores. Aquisição de Técnicas de Ensino e Supervisão Pedagógica*. Lisboa: Faculdade de Motricidade Humana
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular*, 11 – 34. Lisboa: APM.

- Ponte, J. P. & Quaresma, M. (2011). *Abordagem exploratória com representações múltiplas na aprendizagem dos números racionais: um estudo do desenvolvimento curricular*. Lisboa: Quadrante, volume XX, número 1
- Quaresma, M. A. F. (2010). *Ordenação e comparação de números racionais em diferentes representações: uma experiência de ensino*. Lisboa: Universidade de Lisboa. Dissertação de mestrado em educação
- Roldão, M. C. (2009). *Estratégias de Ensino – O saber e o agir do professor*. Porto: Fundação Manuel Leão
- Santos, J. L. C. (2011). *A Reflexão Partilhada sobre a Prática Docente no 1º ano de Trabalho como Forma de Potenciar o Desenvolvimento Pessoal e Profissional*. (Relatório de mestrado não publicado). Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, Lisboa
- Silva, J. S. (1975). Capítulo V – Operações binário. Grupóides. In *Compêndio da Matemática*. 1.º Volume. 2.º Tomo
- Silva, M. M. S. U. G. N. (2012). *Do número natural o número racional. Um projeto de colaboração com uma professora do 3.º ano de escolaridade*. Dissertação de mestrado em educação da didática da matemática apresentado à Universidade de Lisboa.
- Veloso, G. (2014). Número racional como quociente da divisão de inteiros. *Educação e Matemática*, 128, 8 – 12
- Veloso, G. (2017). O modelo retangular na compreensão de algoritmos operatórios com números racionais representados em fração. *Educação e Matemática*, 143, 5 – 9
- Zabalza, M. A. (2003). *Planificação e Desenvolvimento Curricular na Escola*. Porto: Edições ASA

ANEXOS

ANEXO A. Caracterização dos alunos da turma do 2.º ano do 1.º CEB

Nome	Observações	Data de nascimento	Localidade	Encarregado Educação	Número de irmãos	Mãe		Pai	
						Profissão	Habilitações Académicas	Profissão	Habilitações Académicas
Af	Muitas dificuldades na linguagem e compreensão oral, embora não assinalado.	13/01/2009	Odivelas	Mãe	3	Psicóloga	Licenciatura	Animador Sociocultural	12.º ano
AR		03/04/2009	Carnide	Mãe	1	Secretária	Bacharelato	Operador de automóveis	12.º ano
CF		08/03/2009	Lisboa	Mãe	2	Técnica de Laboratório	Mestrado	Monitor de ATL	Licenciatura
CC		16/05/2009	Carnide	Mãe	1	Enfermeira	Licenciatura	Professor	Licenciatura
CI		17/02/2009	Lisboa	Mãe	1	Psicóloga	Mestrado	SI	SI
D		24/03/2009	Lisboa	Mãe	1	Coordenadora Comercial	Licenciatura	Funcionário Público	12º ano
E	Ascendência polaca	20/08/2009	desconhecida	desconhecida	2	desconhecida	desconhecida	SI desconhecida	desconhecida
FE		06/08/2009	Carnide	Mãe	2	Engenheira Técnica	Bacharelato	Engenheiro Técnico	Bacharelato
FR		23/01/2009	Pontinha	Mãe	1	Técnica de Markting	12.º ano	Gestor de Redes Informáticas	12º ano

FC		21/02/2009	Carnide	Mãe	1	Consultora/ Gestora	Mestrado	Diretor Comercial	12º ano
H		14/06/2009	Carnide	Mãe	1	Diretora de Tecnologias e Operações	Licenciatura	Jornalista	Licenciatura
I		15/09/2009	Carnide	Mãe	SI	SI	SI	SI	SI
JA		26/08/2009	Carnide	Mãe	0	Engenheira Mecânica	Bacharelato	Engenheiro Eletrotécnico	Licenciatura
JR		21/03/2009	Pontinha	Mãe	1	Professora	Licenciatura	Oficial de Registos de Notariado	12º ano
MR		04/06/2009	Pontinha	Mãe	2	Vendedora de Loja	12º ano	Vendedor	12º ano
MA		03/08/2009	Carnide	Mãe	1	Professora	Licenciatura	Técnico de Som	Licenciatura
MC		14/06/2009	Carnide	Mãe	1	Diretora de Tecnologias e Operações	Licenciatura	Jornalista	Licenciatura
MV		12/08/2009	Lisboa	Mãe	1	Investigador	Doutoramento	Professor Universitário	Doutoramento
MH	Português – língua não materna. Dificuldades na escrita e comunicação oral	09/07/2009	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI
Ma		10/02/2009	SI	Mãe	2	Gestora	Licenciatura	Gestor	Licenciatura

Mi	Usa óculos com graduação elevada	06/06/2009	Pontinha	Mãe	1	Técnica de Geografia	Licenciatura	Técnico de Geografia	Mestrado
P		12/01/2009	Carnide	Mãe	1	Diretora de Núcleo	Licenciatura	Engenheiro	Licenciatura
S	Visibilidade reduzida de um olho – usa óculos com uma graduação elevada	02/01/2009	Pontinha	Mãe	1	Assessora de Direção	Licenciatura	Engenheiro Informático	Licenciatura
SG		24/11/2008	Pontinha	Mãe	0	Assistente Comercial	Bacharelato	Assistente Comercial	12º ano
SS		27/06/2009	Carnide	Mãe	1	Empregara de Balcão	SI	Empregado de Balcão	SI
V		18/06/2009	Carnide	Mãe	1	Médica	Licenciatura	Delegada de Informação Médica	Licenciatura

ANEXO B. Tabelas de potencialidades e fragilidades da turma do 2.º ano do 1.º CEB

DO CONTEXTO	Potencialidades	Fragilidades
	<ul style="list-style-type: none"> • Espaço do recreio com uma grande área de brincadeira • Espaço polivalente bastante amplo 	<ul style="list-style-type: none"> • Computador não funciona e está sem acesso à internet • Não fazem apresentações • Não dão uso à biblioteca

DAS APRENDIZAGENS	
Potencialidades	Fragilidades
<p>Matemática</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resolução de problemas • Contagens progressivas e regressivas • Reconhecem figuras e sólidos geométricos • Fazem medições • Análise de pictogramas 	<p>Matemática</p> <ul style="list-style-type: none"> • Estratégias de cálculo mental • Leitura de números pelas classes e ordens • Caracterização dos sólidos geométricos • Não utilizam a unidade de medida nas medições
<p>Português</p> <ul style="list-style-type: none"> • São bons leitores • Gosto em ler com várias entoações e ritmos – brincar com a leitura • São muito criativos • Gostam de escrever textos em grande grupo • Reconhecem nomes, verbos, adjetivos • Identificam antónimos e sinónimos 	<p>Português</p> <ul style="list-style-type: none"> • Escrevem histórias muito curtas e repetitivas • Dão muitos erros • Marcação do parágrafo • Sinais de pontuação

<p>Estudo do Meio</p> <ul style="list-style-type: none"> • Interesse por atividades experimentais 	<p>Estudo do Meio</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reconhecimento de unidades de tempo: dia, semana, mês, ano • Fases da vida das plantas e dos animais
<p>Educação para a cidadania</p> <ul style="list-style-type: none"> • Gosto por brincadeiras em grupos • Boa relação entre pares e com a professor • Trabalhadores • Gostam de saber/ descobrir coisas novas 	<p>Educação para a cidadania</p> <ul style="list-style-type: none"> • Adotam posturas incorretas de trabalho • Tendem a desconcentrar-se muito facilmente • São pouco autónomos • Dispersam facilmente
<p>Expressões</p> <ul style="list-style-type: none"> • Deslocação em diferentes sentidos e formas • Gosto por colagens, recortes, desenhos • Recitam rimas e lengalengas • Gosto em ler com várias entoações e ritmos 	<p>Expressões</p> <ul style="list-style-type: none"> • Dificuldades em atividades com recursos materiais – pegar, atirar, apanhar, etc • Cumprimento de regras

ANEXO C. Correlação entre as fragilidades dos alunos, os objetivos gerais do PI e as estratégias para cada área curricular

Fragilidades	Objetivos gerais	Estratégias
	Desenvolver o sentido de responsabilidade	<ul style="list-style-type: none"> • Envolvimento dos alunos na organização e gestão da sala de aula
	Desenvolver competências de comunicação oral	<ul style="list-style-type: none"> • Criação de momentos de comunicação oral, nas diferentes áreas • Envolvimento dos alunos na compreensão de regras de um discurso oral
	Melhorar a competência textual, sobretudo a dimensão ortográfica	<ul style="list-style-type: none"> • Implementação de rotinas de escrita • Produção de diferentes gêneros textuais

ANEXO D. Correlação entre as estratégias de intervenção, face aos objetivos gerais, com as atividades para cada área curricular

Objetivos gerais de intervenção	Estratégias globais de intervenção	Atividades	Código das cores – contributo das áreas curriculares
Desenvolver o sentido de responsabilidade	<ul style="list-style-type: none"> • Envolvimento dos alunos na organização e gestão da sala de aula 	<ul style="list-style-type: none"> • Delegação de tarefas, no âmbito no jornal • Tarefas diárias – responsáveis do dia • Regras de sala de aula 	
Desenvolver competências de comunicação oral	<ul style="list-style-type: none"> • Criação de momentos de comunicação oral, nas diferentes áreas • Envolvimento dos alunos na compreensão de regras de um discurso oral 	<ul style="list-style-type: none"> • Partilha de estratégias de cálculo mental e problema da semana • Ler, mostrar e contar. • Conselho de turma • Partilha de resultados no âmbito das atividades práticas 	
Melhorar a competência textual, sobretudo a dimensão ortográfica	<ul style="list-style-type: none"> • Implementação de rotinas de escrita • Produção de diferentes géneros textuais 	<ul style="list-style-type: none"> • Aperfeiçoamento de texto, guião de escrita • Notícia, anúncio, adivinhas e jogos de palavras • Histórias 	

ANEXO E. Avaliação das aprendizagens da turma do 2.º ano do 1.º CEB

AVALIAÇÃO DAS APRENDIZAGENS – RESPONSABILIDADES

DESENVOLVER O SENTIDO DE RESPONSABILIDADE	SEMANA 1			SEMANA 4			SEMANA 7		
INDICADORES	1	2	3	1	2	3	1	2	3
a) Cumpre a sua tarefa	0	0	26	0	0	26	0	0	26
b) Assume um cargo no jornal	0	0	26	0	0	26	0	0	26
c) Cumpre os objetivos do cargo que toma no jornal	0	0	26	0	0	26	0	0	26
d) Assume e cumpre a responsabilidade no “Ler, mostrar e contar”	-	-	-	-	-	-	0	5	21
e) Cumpre as regras da sala de aula	10	14	2	5	16	4	2	17	7
MÉDIA	7	3	16	5	3	18	1	4	21

Legenda: 1 – Raramente 2 – Ocasionalmente 3 – Frequentemente

AValiação das Aprendizagens – Comunicação Oral no Momento “LER, MOSTRAR E CONTAR”

	DESENVOLVER COMPETÊNCIAS DE COMUNICAÇÃO ORAL	SEMANA 1			SEMANA 4			SEMANA 7		
		1	2	3	1	2	3	1	2	3
	INDICADORES									
LER, MOSTRAR E CONTAR	a) Respeita o princípio da cortesia	-	-	-	-	-	-	4	20	2
	b) Usa formas de tratamento adequadas	-	-	-	-	-	-	4	15	7
	c) Fala de forma audível	-	-	-	-	-	-	1	14	11
	d) Articula corretamente as palavras	-	-	-	-	-	-	2	14	10
	e) Utiliza progressivamente a entoação e o ritmo adequados	-	-	-	-	-	-	1	15	10
	f) Usa vocabulário adequado ao tema e à situação e progressivamente mais variado	-	-	-	-	-	-	0	11	15
	g) Constrói frases com grau de complexidade diferentes	-	-	-	-	-	-	5	11	10
	h) Responde adequadamente a perguntas	-	-	-	-	-	-	0	12	14
	i) Formula adequadamente perguntas	-	-	-	-	-	-	0	8	18
	j) Partilha ideias e sentimentos	-	-	-	-	-	-	5	11	10
	k) Reconta e conta	-	-	-	-	-	-	0	0	26
	MÉDIA	-	-	-	-	-	-	2	12	12

Legenda: 1 – Raramente 2 – Ocasionalmente 3 – Frequentemente

AVALIAÇÃO DAS APRENDIZAGENS – COMUNICAÇÃO ORAL EM ASSEMBLEIA DE TURMA

	DESENVOLVER COMPETÊNCIAS DE COMUNICAÇÃO ORAL	SEMANA 1			SEMANA 4			SEMANA 7		
		1	2	3	1	2	3	1	2	3
	INDICADORES									
ASSEMBLEIA DE TURMA	a) Respeita o princípio da cortesia	5	19	2	3	14	9	1	10	15
	b) Usa formas de tratamento adequadas	5	20	1	5	18	3	4	15	7
	c) Fala de forma audível	4	14	8	1	14	11	1	10	15
	d) Articula corretamente as palavras	4	14	8	2	10	14	1	10	15
	e) Utiliza progressivamente a entoação e o ritmo adequados	6	14	6	3	18	5	3	15	8
	f) Usa vocabulário adequado ao tema e à situação e progressivamente mais variado	8	16	2	4	19	5	4	10	12
	g) Constrói frases com grau de complexidade diferentes	5	15	6	3	10	13	1	5	20
	MÉDIA	5	16	5	3	15	8	2	11	13

Legenda: 1 – Raramente 2 – Ocasionalmente 3 – Frequentemente

AVALIAÇÃO DAS APRENDIZAGENS – COMUNICAÇÃO ORAL DE ESTRATÉGIAS MATEMÁTICAS

	DESENVOLVER COMPETÊNCIAS DE COMUNICAÇÃO ORAL	SEMANA 1			SEMANA 4			SEMANA 7		
		1	2	3	1	2	3	1	2	3
	INDICADORES									
CÁLCULO MENTAL	a) Fala de forma audível	4	14	8	1	14	11	1	10	15
	b) Articula corretamente as palavras	4	14	8	2	10	14	1	10	15
	c) Utiliza progressivamente a entoação e o ritmo adequados	6	14	6	3	18	5	3	15	8
	d) Usa vocabulário adequado ao tema e à situação e progressivamente mais variado	8	16	2	4	19	5	4	10	12
	e) Constrói frases com grau de complexidade diferentes	5	15	6	3	10	13	1	5	20
PROBLEMA DA SEMANA	a) Fala de forma audível	4	14	8	1	14	11	1	10	15
	b) Articula corretamente as palavras	4	14	8	2	10	14	1	10	15
	c) Utiliza progressivamente a entoação e o ritmo adequados	6	14	6	3	18	5	3	15	8
	d) Usa vocabulário adequado ao tema e à situação e progressivamente mais variado	8	16	2	4	19	5	4	10	12
	e) Constrói frases com grau de complexidade diferentes	5	15	6	3	10	13	1	5	20
	MÉDIA	5	15	6	3	14	9	2	10	14

Legenda: 1 – Raramente 2 – Ocasionalmente 3 – Frequentemente

AVALIAÇÃO DAS APRENDIZAGENS – COMUNICAÇÃO ORAL NA PARTILHA DE RESULTADOS DE ATIVIDADES PRÁTICAS

DESENVOLVER COMPETÊNCIAS DE COMUNICAÇÃO ORAL		SEMANA 1			SEMANA 4			SEMANA 7		
INDICADORES		1	2	3	1	2	3	1	2	3
ATIVIDADES PRÁTICAS	a) Fala de forma audível	-	-	-	-	-	-	1	10	15
	b) Articula corretamente as palavras	-	-	-	-	-	-	1	10	15
	c) Utiliza progressivamente a entoação e o ritmo adequados	-	-	-	-	-	-	3	15	8
	d) Usa vocabulário adequado ao tema e à situação e progressivamente mais variado	-	-	-	-	-	-	4	10	12
	e) Constrói frases com grau de complexidade diferentes	-	-	-	-	-	-	1	5	20
	f) Indica os materiais utilizados	-	-	-	-	-	-	0	0	26
	g) Indica os procedimentos efetuados	-	-	-	-	-	-	0	0	26
	h) Reconhece propriedades dos materiais	-	-	-	-	-	-	0	8	18
MÉDIA		-	-	-	-	-	-	1	7	18

Legenda: 1 – Raramente 2 – Ocasionalmente 3 – Frequentemente

AVALIAÇÃO DAS APRENDIZAGENS – ESCRITA DE TEXTOS

MELHORAR A COMPETÊNCIA TEXTUAL, SOBRETUDO A DIMENSÃO ORTOGRÁFICA	SEMANA 1			SEMANA 5			SEMANA 7		
INDICADORES	1	2	3	1	2	3	1	2	3
a) Escreve corretamente a maioria das palavras	5	15	6	3	12	11	2	6	18
b) Utiliza os acentos e o til	3	13	10	0	13	13	0	8	18
c) Respeita a regra de correspondência fonema – grafema	4	19	3	2	17	7	2	16	8
d) Utiliza corretamente as marcas de gênero e de número nos nomes, adjetivos e verbos	2	20	4	0	15	11	0	12	14
e) Respeita os sinais de pontuação	8	12	6	4	16	6	3	15	8
f) Escreve textos, com um mínimo de 50 palavras, informando ou explicando	5	15	6	2	15	9	2	13	11
g) Escreve pequenas narrativas com identificação dos elementos quem, quando, onde, o quê e como	2	20	4	0	17	9	0	15	11
h) Marca o parágrafo	22	4	0	4	19	3	2	18	6
i) Respeita as características do gênero textual	22	4	0	4	20	2	2	18	6
j) Formula as ideias-chave a incluir num pequeno texto informativo	0	0	26	5	15	6	2	14	10
k) Respeita as regras de concordância entre o sujeito e a forma verbal	1	18	7	1	14	11	0	10	16
l) Utiliza, com coerência, os tempos verbais	2	10	14	2	8	16	0	10	16
m) Utiliza sinónimos e pronomes para evitar repetições	24	2	0	8	17	3	5	15	6

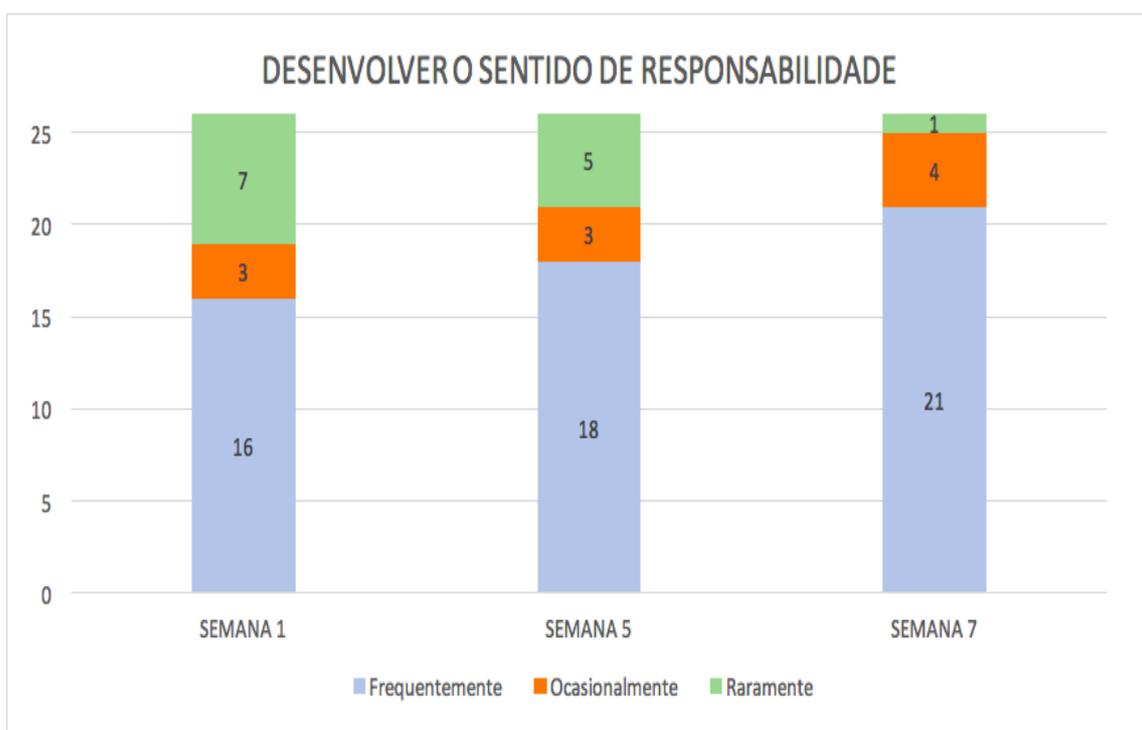
n) Cuida da apresentação final do texto	2	14	10	1	15	10	0	16	10
MÉDIA	7	12	7	3	15	8	1	13	12

Legenda: 1 – Raramente 2 – Ocasionalmente 3 – Frequentemente

ANEXO F. Avaliação do 1.º Objetivo Geral do PI relativo à prática do 1.º CEB

DESENVOLVER O SENTIDO DE RESPONSABILIDADE								
Semana 1			Semana 5			Semana 7		
1	2	3	1	2	3	1	2	3
7	3	16	5	3	18	1	4	21

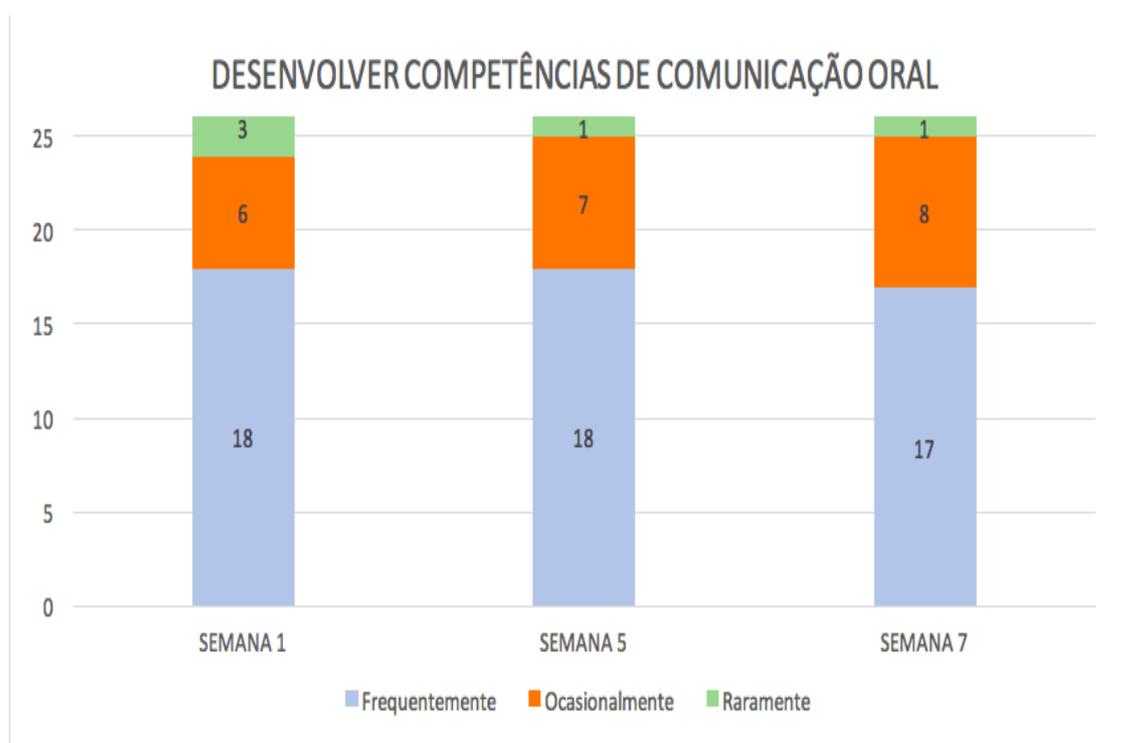
Legenda: 1 – Raramente 2 – Ocasionalmente 3 – Frequentemente



ANEXO G. Avaliação do 2.º Objetivo Geral do PI relativo à prática do 1.º CEB

DESENVOLVER COMPETÊNCIAS DE COMUNICAÇÃO ORAL								
Semana 1			Semana 5			Semana 7		
1	2	3	1	2	3	1	2	3
3	6	18	1	7	18	1	8	17

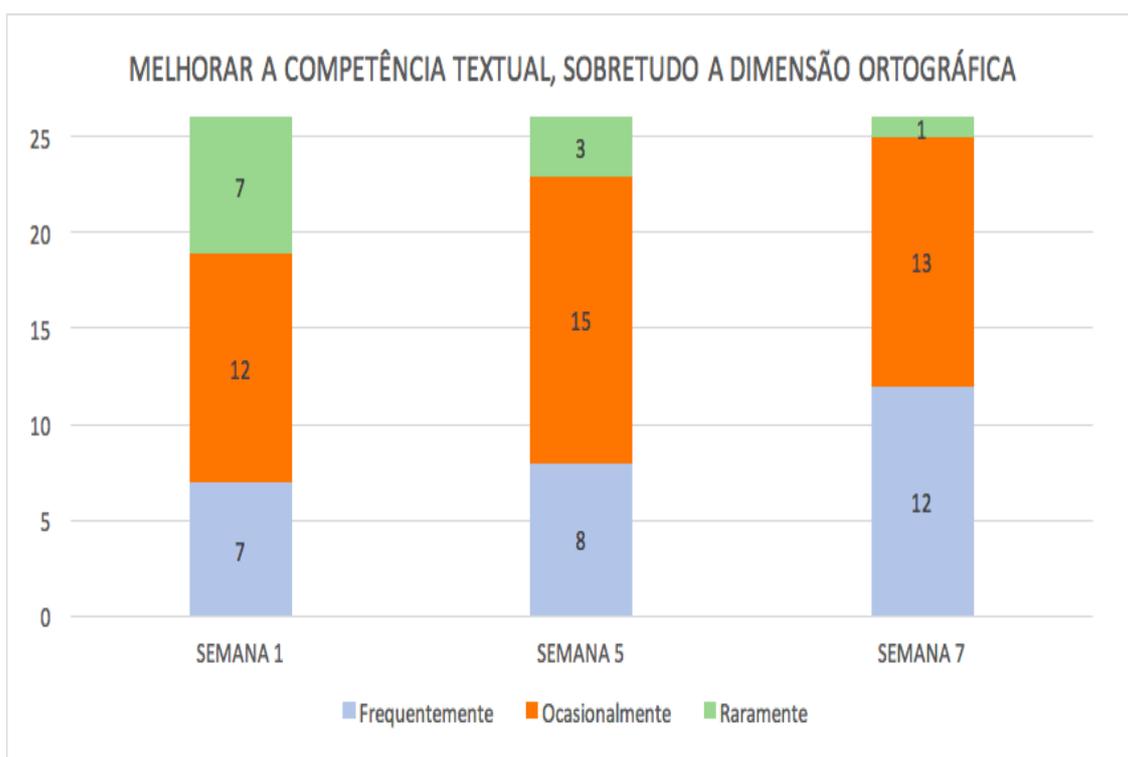
Legenda: 1 – Raramente 2 – Ocasionalmente 3 – Frequentemente



ANEXO H. Avaliação do 3.º Objetivo Geral do PI relativo à prática do 1.º CEB

MELHORAR A COMPETÊNCIA TEXTUAL, SOBRETUDO A DIMENSÃO ORTOGRÁFICA								
Semana 1			Semana 5			Semana 7		
1	2	3	1	2	3	1	2	3
7	12	7	3	15	8	1	13	12

Legenda: 1 – Raramente 2 – Ocasionalmente 3 – Frequentemente



ANEXO I. Caracterização dos alunos da turma do 6.º A do 2.º CEB

Nome	Alunos repetentes	Observações	Data de nascimento	Localidade	Encarregado Educação	Número de irmãos	Mãe		Pai	
							Profissão	Habilitações Académicas	Profissão	Habilitações Académicas
1		Português – língua não materna	19/12/03	Águas Livres	Mãe	1	Empregado por conta de outrem	Secundário	Desconhecida	Desconhecida
2		Português – língua não materna	08/10/05		Mãe	1	desconhecida	desconhecida	desconhecida	desconhecida
4	X		16/11/04	Águas Livres	Mãe		Empregada de limpeza	1.º Ciclo	Pedreiro	1.º Ciclo
5	X	NEE – dificuldades ao nível da leitura e expressão escrita	07/10/03	Águas Livres	Pai	3	Empregado por conta de outrem	Desconhecido	Empregado por conta de outrem	2.º Ciclo
6			30/08/04	Águas Livres	Mãe	1	Agência de seguros	Secundário	Conta outrem	3.º Ciclo
7		Hemiparesia dos membros esquerdos. (musculoesquelética)	04/03/02	Águas Livres	Mãe	3	cozinheira	3.º Ciclo	Astrólogo, adivinhador	1.º Ciclo
8			18/02/05	Águas Livres	Mãe	2	Desempregado	3.º Ciclo	Desempregado	3.º Ciclo

9			17/02/05	Águas Livres	Mãe	3	Desconhecido	Desconhecido	Empregado por conta de outrem	Desconhecido
10			31/05/05	Águas Livres	Mãe	1	Empregado por conta de outrem	licenciada	Empregado por conta de outrem	Licenciado
11	X	NEE – dificuldades ao nível da leitura e expressão escrita	22/07/04	Alfragide	Mãe	5	Desempregado	Desconhecido	Desconhecido	Desconhecido
12			05/03/05	Águas Livres	Mãe	1	Empregado por conta de outrem	Licenciatura	Empregado por conta de outrem	Secundário
13			21/07/05	Águas Livres	Mãe		Empregado por conta de outrem	Secundário	Empregado por conta de outrem	Secundário
14	X	NEE – dificuldades ao nível da leitura e expressão escrita	04/03/04	Águas Livres	Mãe	1	Desconhecido	Desconhecido	Desconhecido	Desconhecido
15			27/11/05	Águas Livres	Mãe	1	Desconhecido	Desconhecido	Desconhecido	Desconhecido
16			24/04/04	Águas Livres	Pai	1	Desconhecido	Desconhecido	Desempregado	3.º Ciclo

17	X		15/09/05	Águas Livres	Mãe		Desempregado	Secundário	Empregado por conta de outrem	Secundário
18			05/02/05	Águas Livres	Mãe	1	Empregado por conta de outrem	3.º Ciclo	Empregado por conta de outrem	3.º Ciclo
19			11/08/05	Águas Livres	Mãe		Empregado por conta de outrem	Secundário	Empregado por conta de outrem	3.º Ciclo
20			27/03/05	Mina Água	Mãe	3	Empregado por conta de outrem	3.º Ciclo	Por conta própria	Secundário
21			20/12/04	Águas Livres	Mãe	1		Desconhecida		desconhecida

ANEXO J. Caracterização dos alunos da turma do 6.º B do 2.º CEB

Nome	Alunos repetentes	Observações	Data de nascimento	Localidade	Encarregado Educação	Número de irmãos	Mãe		Pai	
							Profissão	Habilitações Académicas	Profissão	Habilitações Académicas
1			04/11/05	Damaia	Mãe	4	Desempregada	Desconhecida	Mecânico	Desc.
2	X		24/12/00	Amadora	Tia		Desconhecida	Desconhecida	Desconhecida	Desc.
3	X	Aluno com PEI Assiduidade irregular	29/11/01	Cova da Moura	Mãe	5	Empregada de mesa	Desconhecida	Desconhecida	Desc.
4			06/04/05	Amadora	Mãe		Agência de Seguros	Secundário	Técnico de registos médicos	Pós-Graduação
5			04/08/05	Venteira	Mãe	0	Costureira	9.º Ano	Cartógrafo	Secundário
6			11/05/05	Damaia	Mãe	0	Educadora de Infância	Desconhecida	Operador de parque	9.º Ano
7		Aluno com PEI Assiduidade irregular	27/10/03	Buraca	Mãe	3	Desempregada	Desconhecida	Mecânico	Desc.
8		Assiduidade irregular	17/04/05	Cova da Moura	Mãe	6	Desconhecida	6.º Ano	Desconhecida	12.º Ano
9		Assiduidade irregular	21/05/05	Zambujal	Tia	3	Desconhecida	Desconhecida	Desconhecida	Desconhecida

10	X	Aluno com PEI	20/06/04	Cova da Moura	Mãe	1	Cozinheira	Desconhecida	Desconhecida	Desconhecida
11			10/10/05	Damaia	Mãe	1	Desempregada	Desconhecida	Desconhecida	Desconhecida
12			21/02/05	Damaia	Mãe	3	Professora 3.º Ciclo Inglês	Licen.	Desconhecida	12.º Ano
13			12/04/05	Damaia	Pai	3	Enfermeira	10.º Ano	Enfermeiro	11.º Ano
14			24/09/05	Alfragide	Mãe	0	Empregada de Clínica	12.º Ano	Empregado de Elevador	12.º Ano
15			14/06/05	Cova da Moura	Pai	3	Empregada de Restaurante	Desconhecida	Condutor	Desconhecida
16			19/12/01	Amadora	Mãe		Desempregada	Desconhecida	Desempregado	Desconhecida
17			05/09/05	Damaia	Pai	2	Empregada de Lavandaria	Desconhecida	Empregado Aeroporto	Desconhecida
18	X	Assiduidade irregular	18/06/02	Cova da Moura	Mãe	4	Costureira	Desconhecida	Barcos Petróleo	Desconhecida
19			27/01/05	Damaia	Mãe	3	Desempregada	6.º Ano	Segurança	5.º Ano
20			18/01/05	Tercena	Mãe	3	Vendedora de Casas	12.º Ano	Desconhecida	Desconhecida
21			26/12/05	Damaia	Mãe	1	Desempregada	4.º Ano	Eletricista em Angola	Desconhecida

ANEXO K. Tabelas de potencialidades e fragilidades das turmas do 6.º ano do 2.º CEB

	TURMA A	TURMA B
POTENCIALIDADES	<p>Competências sociais</p> <ul style="list-style-type: none"> • Comportamento • Boa relação a pares • Participação por iniciativa própria <p>Matemática</p> <ul style="list-style-type: none"> • Interesse em novos conteúdos • Interesse em jogos matemáticos <p>Ciências Naturais</p> <ul style="list-style-type: none"> • Interesse por atividades de cariz prático • Interesse em visitas de estudo 	<p>Competências sociais</p> <ul style="list-style-type: none"> • Bom ambiente em sala de aula • Participação, embora por iniciativa do professor <p>Matemática</p> <ul style="list-style-type: none"> • Interesse em jogos matemáticos <p>Ciências Naturais</p> <ul style="list-style-type: none"> • Interesse por atividades de cariz prático • Interesse em visitas de estudo
FRAGILIDADES	<p>Competências sociais</p> <ul style="list-style-type: none"> • Irresponsabilidade (trabalhos de casa, material, etc.) • Cooperação em pequeno grupo <p>Matemática</p> <ul style="list-style-type: none"> • Cálculo mental – uso recorrente à calculadora • Resolução de problemas <p>Ciências Naturais</p> <ul style="list-style-type: none"> • Desinteresse por conteúdos relacionados com <i>As plantas</i> 	<p>Competências sociais</p> <ul style="list-style-type: none"> • Irresponsabilidade (trabalhos de casa, material, etc.) • Comportamento • Cooperação em pequeno grupo • Capacidade de concentração • Solicitação da palavra <p>Matemática</p> <ul style="list-style-type: none"> • Cálculo mental – uso recorrente à calculadora • Compreensão de enunciados • Resolução de problemas • Explicitação do raciocínio <p>Ciências Naturais</p> <ul style="list-style-type: none"> • Compreensão de enunciados • Conceções alternativas sobre <i>Os micro-organismos</i>

ANEXO M. Avaliação das aprendizagens das turmas do 6.º ano do 2.º CEB

AVALIAÇÃO DAS APRENDIZAGENS – CÁLCULO MENTAL (TURMA A)

DESENVOLVER ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO MENTAL	SEMANA 1			SEMANA 4			SEMANA 7		
INDICADORES	1	2	3	1	2	3	1	2	3
f) Soma números racionais	10	6	1	9	4	5	8	5	5
g) Subtrai números racionais	10	6	1	9	4	5	8	5	5
h) Utiliza estratégias de cálculo mental nas operações com números racionais	10	6	1	9	8	1	4	10	4
i) Explica as estratégias utilizadas	-	-	-	-	-	-	-	-	-
j) Tem um discurso fluido	-	-	-	-	-	-	-	-	-
k) Utiliza vocabulário adequado	-	-	-	-	-	-	-	-	-
MÉDIA	10	6	1	9	5	4	6	7	5

Legenda: 1 – Raramente 2 – Ocasionalmente 3 – Frequentemente

AVALIAÇÃO DAS APRENDIZAGENS – CÁLCULO MENTAL (TURMA B)

DESENVOLVER ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO MENTAL	SEMANA 1			SEMANA 4			SEMANA 7		
INDICADORES	1	2	3	1	2	3	1	2	3
a) Soma números racionais	12	2	5	5	6	8	6	10	3
b) Subtrai números racionais	12	2	5	5	6	8	6	10	3
c) Utiliza estratégias de cálculo mental nas operações com números racionais	9	10	0	5	10	4	3	11	5
d) Explica as estratégias utilizadas	-	-	-	14	5	0	4	10	5
e) Tem um discurso fluido	-	-	-	8	11	0	5	6	8
f) Utiliza vocabulário adequado	-	-	-	10	9	0	3	14	2
MÉDIA	11	5	3	8	8	3	5	10	4

Legenda: 1 – Raramente 2 – Ocasionalmente 3 – Frequentemente

AVALIAÇÃO DAS APRENDIZAGENS – ATIVIDADES PRÁTICAS (TURMA A)

MELHORAR O SENTIDO DE RESPONSABILIDADE	ATIVIDADE 1			ATIVIDADE 2		
INDICADORES	1	2	3	1	2	3
a) Indica os materiais utilizados	0	5	16	2	15	4
b) Reconhece os procedimentos a efetuar	0	10	11	4	12	5
c) Cumpre as regras do laboratório	5	10	6	5	10	6
d) É cuidadoso com o material de laboratório	7	10	4	7	10	4
e) Reconhece o objetivo principal da atividade	2	9	10	2	9	10
MÉDIA	3	9	9	4	11	6

Legenda: 1 – Raramente 2 – Ocasionalmente 3 – Frequentemente

AVALIAÇÃO DAS APRENDIZAGENS – ATIVIDADES PRÁTICAS (TURMA B)

MELHORAR O SENTIDO DE RESPONSABILIDADE	ATIVIDADE 1			ATIVIDADE 2		
INDICADORES	1	2	3	1	2	3
f) Indica os materiais utilizados	0	15	4	0	15	4
g) Reconhece os procedimentos a efetuar	0	14	7	4	10	7
h) Cumpre as regras do laboratório	6	8	7	-	-	-
i) É cuidadoso com o material de laboratório	6	8	7	-	-	-
j) Reconhece o objetivo principal da atividade	4	10	7	0	10	11
MÉDIA	3	11	7	1	7	13

Legenda: 1 – Raramente 2 – Ocasionalmente 3 – Frequentemente

AVALIAÇÃO DAS APRENDIZAGENS – REGRAS DE FUNCIONAMENTO (TURMA A)

MELHORAR O SENTIDO DE RESPONSABILIDADE	SEMANA 1			SEMANA 4			SEMANA 7		
INDICADORES	1	2	3	1	2	3	1	2	3
a) Traz o material necessário	7	9	5	5	11	5	3	11	7
b) Cumpre as regras da sala de aula	3	16	2	3	10	8	1	8	11
c) É cuidadoso com o seu material	10	7	4	5	12	4	3	14	4
d) Faz o trabalho de casa	7	9	5	5	11	5	3	11	7
MÉDIA	7	10	4	5	10	6	3	11	7

Legenda: 1 – Raramente 2 – Ocasionalmente 3 – Frequentemente

AVALIAÇÃO DAS APRENDIZAGENS – REGRAS DE FUNCIONAMENTO (TURMA B)

MELHORAR O SENTIDO DE RESPONSABILIDADE	SEMANA 1			SEMANA 4			SEMANA 7		
INDICADORES	1	2	3	1	2	3	1	2	3
a) Traz o material necessário	5	8	6	5	4	10	3	6	10
b) Cumpre as regras da sala de aula	5	9	5	3	9	7	2	7	10
c) É cuidadoso com o seu material	7	8	4	5	8	6	3	6	10
d) Faz o trabalho de casa	10	3	6	7	6	6	5	5	9

AVALIAÇÃO DAS APRENDIZAGENS – RESPONSABILIDADE (TURMA A)

MELHORAR O SENTIDO DE RESPONSABILIDADE	TRABALHO POR PROJETO			DEBATE			BARÓMETRO		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
INDICADORES									
a) Aceita a opinião dos colegas	-	-	-	0	10	11	0	10	11
b) Cumpre o cargo atribuído	-	-	-	-	-	-	-	-	-
c) Participa ativamente no trabalho	-	-	-	10	6	5	10	6	5
d) Procura informação	-	-	-	7	10	4	-	-	-
e) Seleciona informação	-	-	-	7	10	4	-	-	-
f) Cumpre a responsabilidade de apresentar	-	-	-	-	-	-	-	-	-
g) É dinâmico na apresentação	-	-	-	5	14	2	-	-	-
h) Tem um discurso fluido	-	-	-	6	8	7	6	8	7
i) Dá a sua opinião perante um determinado tema	-	-	-	7	7	7	7	7	7
j) Apresenta vocabulário progressivamente mais variado	-	-	-	4	12	5	4	12	5
k) Assume uma posição face a um problema	-	-	-	3	13	5	3	13	5
MÉDIA	-	-	-	5	10	6	5	9	7

Legenda: 1 – Raramente 2 – Ocasionalmente 3 – Frequentemente

AVALIAÇÃO DAS APRENDIZAGENS – RESPONSABILIDADE (TURMA B)

MELHORAR O SENTIDO DE RESPONSABILIDADE	TRABALHO POR PROJETO			DEBATE			BARÓMETRO		
INDICADORES	1	2	3	1	2	3	1	2	3
a) Aceita a opinião dos colegas	8	5	6	-	-	-	8	5	6
b) Cumpre o cargo atribuído	0	10	9	-	-	-	-	-	-
c) Participa ativamente no trabalho	2	10	5	-	-	-	2	10	5
d) Procura informação	7	10	2	-	-	-	-	-	-
e) Seleciona informação	4	10	5	-	-	-	-	-	-
f) Cumpre a responsabilidade de apresentar	5	9	5	-	-	-	-	-	-
g) É dinâmico na apresentação	-	-	-	-	-	-	-	-	-
h) Tem um discurso fluido	-	-	-	-	-	-	6	10	3
i) Dá a sua opinião perante um determinado tema	0	10	9	-	-	-	0	5	14
j) Apresenta vocabulário progressivamente mais variado	6	10	3	-	-	-	6	10	3
k) Assume uma posição face a um problema	6	10	3	-	-	-	6	10	3
MÉDIA	4	9	6	-	-	-	4	8	7

Legenda: 1 – Raramente 2 – Ocasionalmente 3 – Frequentemente

AVALIAÇÃO DAS APRENDIZAGENS – COMPORTAMENTO (TURMA A)

EXPANDIR O INTERESSE PELOS CONTEÚDOS CURRICULARES	SEMANA 1			SEMANA 4			SEMANA 7		
INDICADORES	1	2	3	1	2	3	1	2	3
a) Participa nas atividades propostas	9	5	7	7	7	7	3	9	9
b) Mostra interesse na atividade proposta	9	6	6	5	7	9	2	8	11
c) Mantém a concentração nas atividades propostas	9	6	6	5	7	9	2	8	11
d) Não comunica clandestinamente	5	10	6	4	6	11	2	6	13
e) Participa por iniciativa própria	9	10	2	5	12	4	5	6	10
f) Participa quando solicitado	5	10	6	3	10	8	3	5	13
g) Comunica de forma pertinente	5	10	6	3	10	8	3	5	13
h) Respeita o colega	5	7	9	4	6	11	4	4	13
i) Faz o Trabalho de Casa	8	10	3	5	10	6	4	5	12
j) Toma iniciativa por apresentar a “Bomba do dia” ou outro à turma	-	-	-	-	-	-	10	7	4
MÉDIA	7	8	6	5	8	8	3	6	11

Legenda: 1 – Raramente 2 – Ocasionalmente 3 – Frequentemente

AVALIAÇÃO DAS APRENDIZAGENS – COMPORTAMENTO (TURMA B)

EXPANDIR O INTERESSE PELOS CONTEÚDOS CURRICULARES	SEMANA 1			SEMANA 4			SEMANA 7		
INDICADORES	1	2	3	1	2	3	1	2	3
a) Participa nas atividades propostas	5	6	8	2	7	10	2	8	11
b) Mostra interesse na atividade proposta	5	6	8	2	7	10	2	8	11
c) Mantém a concentração nas atividades propostas	10	7	2	6	10	3	3	6	10
d) Não comunica clandestinamente	12	2	5	7	8	4	5	6	8
e) Participa por iniciativa própria	3	10	6	3	7	9	1	8	10
f) Participa quando solicitado	12	2	5	7	7	5	3	8	8
g) Comunica de forma pertinente	10	4	5	7	8	4	4	8	7
h) Respeita o colega	12	5	2	8	5	6	5	6	8
i) Faz o Trabalho de Casa	9	6	4	5	9	5	3	7	9
j) Toma iniciativa por apresentar a “Bomba do dia” ou outro à turma	-	-	-	-	-	-	4	10	5
MÉDIA	9	5	5	5	8	6	3	8	8

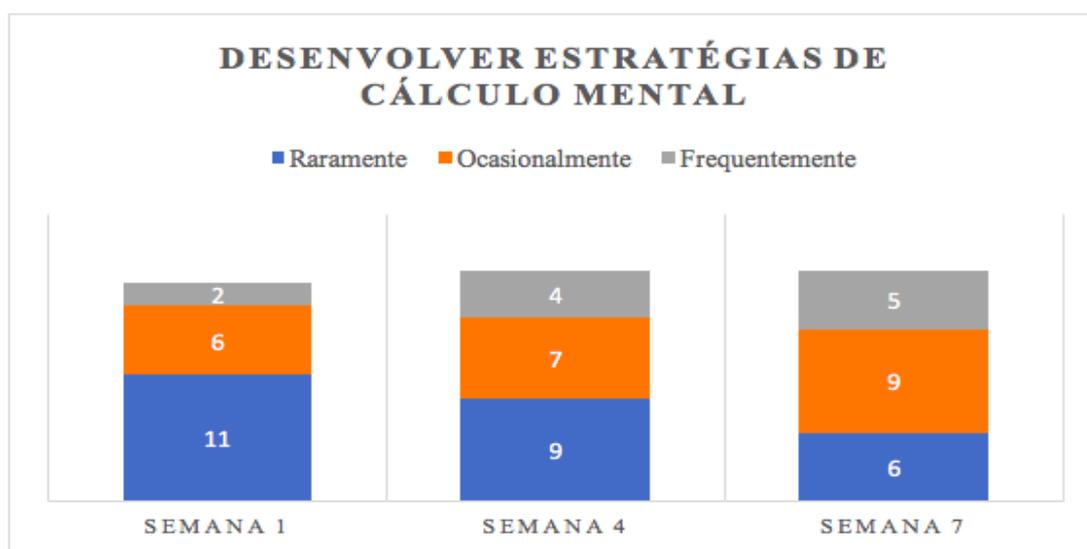
Legenda: 1 – Raramente 2 – Ocasionalmente 3 – Frequentemente

ANEXO N. Avaliação do 1.º Objetivo Geral do PI relativo à prática do 2.º CEB

DESENVOLVER ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO MENTAL (TURMA A)								
Semana 1			Semana 4			Semana 7		
1	2	3	1	2	3	1	2	3
10	6	1	9	5	4	6	7	5

DESENVOLVER ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO MENTAL (TURMA B)								
Semana 1			Semana 4			Semana 7		
1	2	3	1	2	3	1	2	3
11	5	3	8	8	3	5	10	4

DESENVOLVER ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO MENTAL (MÉDIA)								
Semana 1			Semana 4			Semana 7		
1	2	3	1	2	3	1	2	3
11	6	2	9	7	4	6	9	5

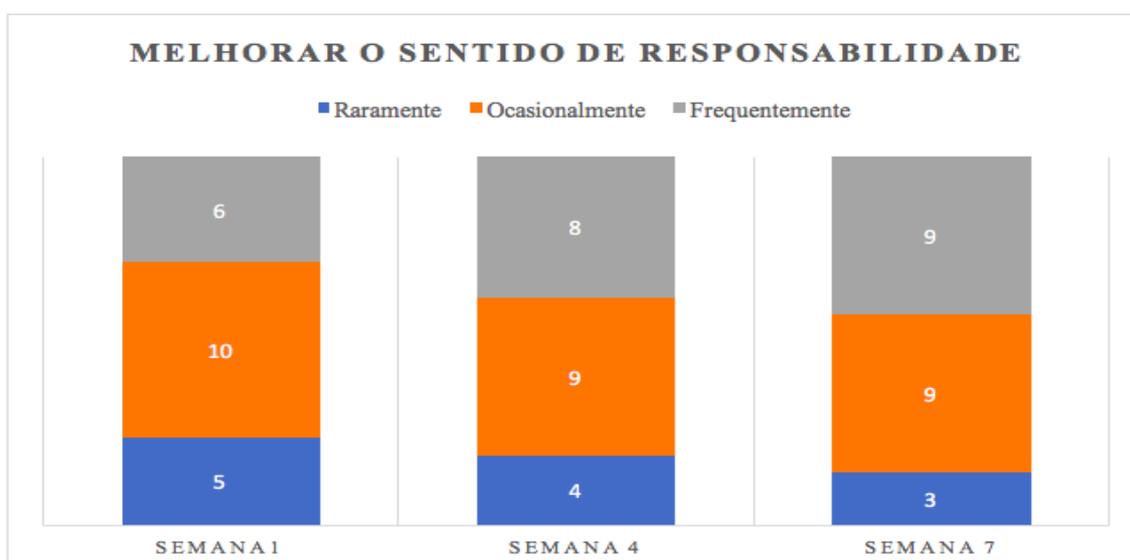


ANEXO O. Avaliação do 2.º Objetivo Geral do PI relativo à prática do 2.º CE

MELHORAR O SENTIDO DE RESPONSABILIDADE (TURMA A)								
Semana 1			Semana 4			Semana 7		
1	2	3	1	2	3	1	2	3
5	10	6	5	10	6	3	11	7

MELHORAR O SENTIDO DE RESPONSABILIDADE (TURMA B)								
Semana 1			Semana 4			Semana 7		
1	2	3	1	2	3	1	2	3
4	9	6	3	7	9	3	6	10

MELHORAR O SENTIDO DE RESPONSABILIDADE (MÉDIA)								
Semana 1			Semana 4			Semana 7		
1	2	3	1	2	3	1	2	3
5	10	6	4	9	8	3	9	9

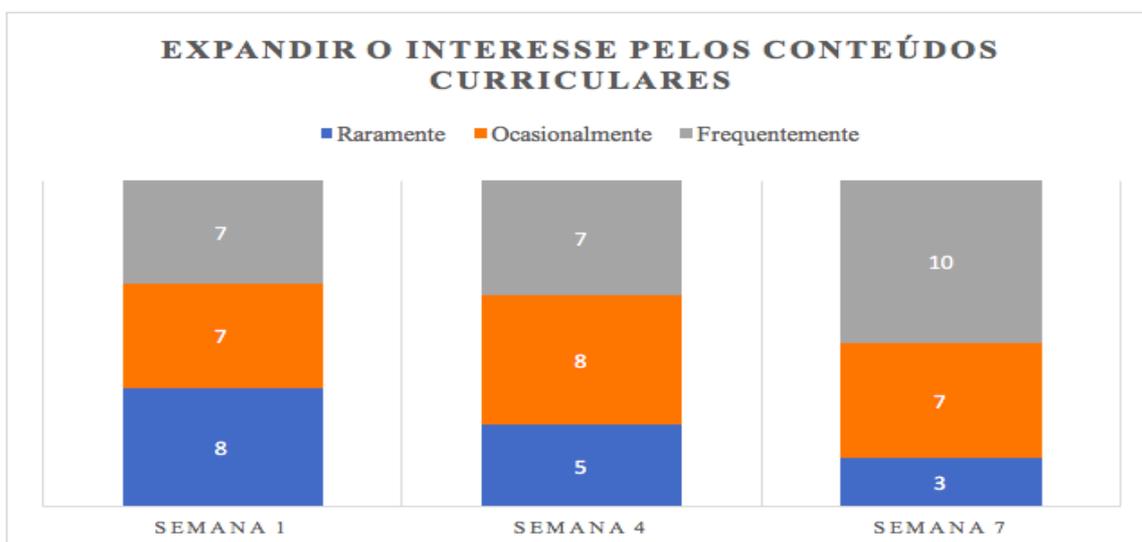


ANEXO P. Avaliação do 3.º Objetivo Geral do PI relativo à prática do 2.º CEB

EXPANDIR O INTERESSE PELOS CONTEÚDOS CURRICULARES (TURMA A)								
Semana 1			Semana 4			Semana 7		
1	2	3	1	2	3	1	2	3
7	8	9	5	8	8	3	6	11

EXPANDIR O INTERESSE PELOS CONTEÚDOS CURRICULARES (TURMA B)								
Semana 1			Semana 4			Semana 7		
1	2	3	1	2	3	1	2	3
9	5	5	5	8	6	3	8	8

EXPANDIR O INTERESSE PELOS CONTEÚDOS CURRICULARES (MÉDIA)								
Semana 1			Semana 4			Semana 7		
1	2	3	1	2	3	1	2	3
8	7	7	5	8	7	3	7	10



Anexo Q. Modelo do Teste Diagnóstico

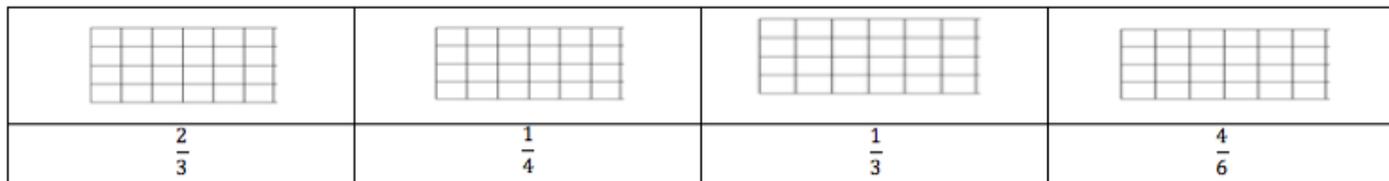
Nome: _____ Data: _____	 Teste diagnóstico Matemática – Adição e subtração de números racionais representados por fração
-------------------------	--

Lê com atenção e responde às questões.

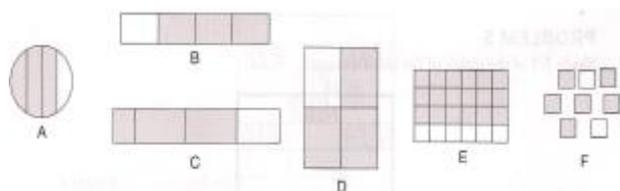
1. Escreve uma fração que represente a parte pintada de cada unidade.



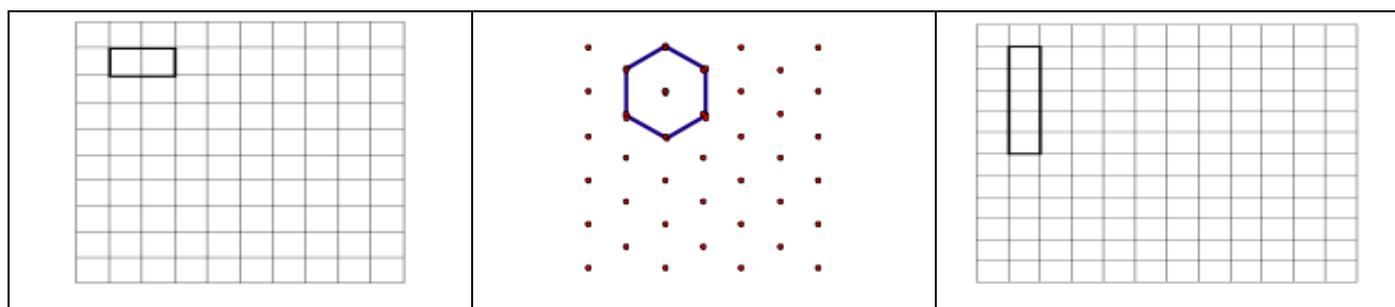
2. Pinta em cada figura a parte correspondente à fração indicada.



3. Cada uma das figuras (A, B, C, D, E e F) tem uma parte pintada e outra parte por pintar. Indica, pela respetiva letra, as figuras em que $\frac{1}{4}$ representa a parte não pintada, bem como, aquelas em que a parte não pintada não é representada por $\frac{1}{4}$. Explica a tua resposta.

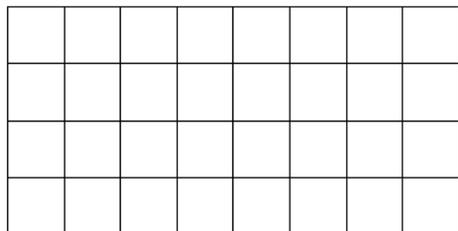


4. Considera a parte de um todo, representada em cada situação, e reconstrói a unidade para todos os casos.

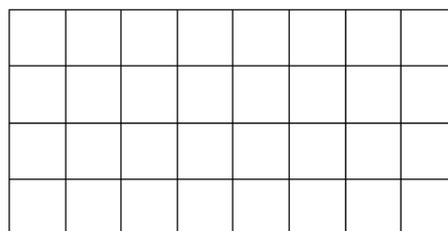


$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{4}$
---------------	---------------	---------------

5. A Maria e o João são dois alunos da mesma turma da aula de Matemática. A professora entregou a cada um, uma folha de cartolina para fazerem um postal para as suas mães, sendo que uma parte deveria levar uma composição geométrica e na restante, um desafio matemático. A Maria utilizou $\frac{1}{4}$ na composição geométrica, enquanto que o João utilizou $\frac{2}{8}$. Os retângulos abaixo representam os postais.



Folha da Maria



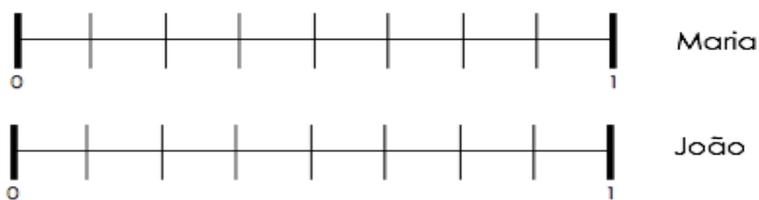
Folha do João

- 5.1. Pinta, em cada uma das folhas, a parte que deve ser ocupada para a composição geométrica de cada um dos alunos.
- 5.2. Pode afirmar-se que os dois alunos ocuparam a mesma porção de folha para a composição geométrica? Explica a tua resposta.

5.3. Que fração representa, em cada um dos casos, a parte da folha destinada ao desafio matemático?

--	--

5.4. Representa em cada uma das retas numéricas, a fração correspondente à parte ocupada pela composição geométrica de cada aluno.



6. No Sábado, a Carlota comprou 30 pares de cerejas. Nesse dia, comeu $\frac{1}{5}$ delas e ofereceu $\frac{1}{6}$ à prima Constança.
 - 6.1. Sobraram cerejas? Se sim, com quantas cerejas ficou a Carlota? (Explica como pensaste para dar resposta à pergunta.)

6.2. Representa, em fração, a quantidade que uma comeu a mais que a outra.

7. A Inês, o Afonso, o Fernando e a Maria são 4 amigos que estão a preparar a festa de final de ano. A cada um foi entregue uma fita igual. A Inês e o Afonso cortaram, da mesma fita, $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$, respetivamente. O Fernando usou $\frac{2}{6}$ de uma fita exatamente igual à da Inês e do Afonso. A Maria usou $\frac{3}{4}$ de outra fita exatamente igual às duas anteriores. Responde a todas as questões seguintes explicitando sempre como pensaste para dares resposta às perguntas.

7.1. A Inês e o Afonso esgotaram a fita que usaram juntos? Utiliza retângulos da folha em anexo, para representares o que estes irmãos cortaram.

7.2. Escreve uma expressão que represente o quanto cortaram, no total, a Inês e o Afonso.

7.3. Dos 4 amigos, qual usou maior quantidade de fita? Representa, na folha em anexo, o que usou cada amigo.

7.4. Escreve, por ordem crescente, as frações que representam a quantidade de fita usada por cada um dos 4 amigos.

7.5. Ao todo que quantidade de fita, quantas fitas cortaram os 4 amigos?

ANEXO

Nesta folha, cada retângulo representa uma fita das que foram usadas pelos amigos Inês, Afonso, Fernando e Maria.

Utiliza esta folha para responderes às perguntas da questão 7.

The image shows a grid of 20 columns and 20 rows. Twelve horizontal rectangles are drawn across the grid, each spanning 12 columns and 2 rows. The rectangles are positioned in the following rows: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, and 24. Each rectangle is outlined with a thick black border.

ANEXO R. Modelo do Pós-Teste

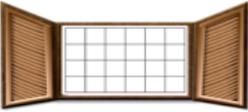
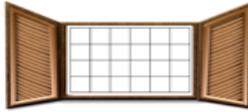
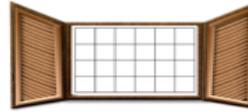
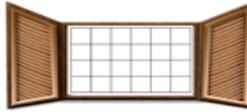
Nome: _____ Data: _____	 Teste final Matemática – Adição e subtração de números racionais representados por fração
-------------------------	--

Lê com atenção e responde às questões.

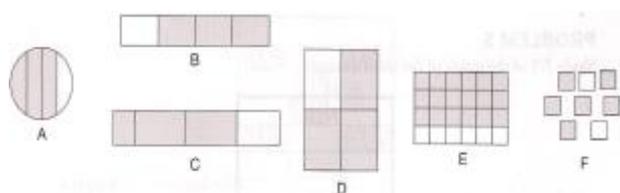
1. Escreve uma fração que represente a parte pintada de cada unidade.

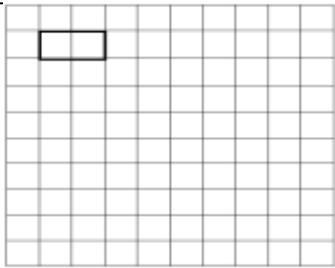
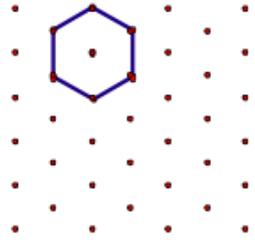
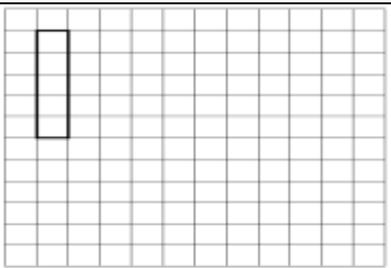
2. Pinta, em cada uma das janelas, a parte correspondente à fração indicada.

			
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$

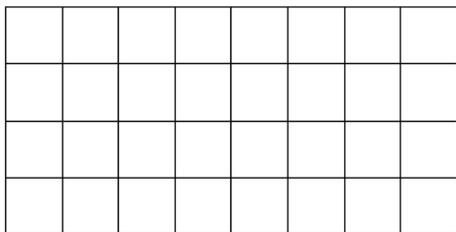
3. Cada uma das figuras (A, B, C, D, E e F) tem uma parte pintada e outra parte por pintar. Indica, pela respetiva letra, as figuras em que $\frac{1}{4}$ representa a parte não pintada, bem como, aquelas em que a parte não pintada não é representada por $\frac{1}{4}$. Explica a tua resposta.



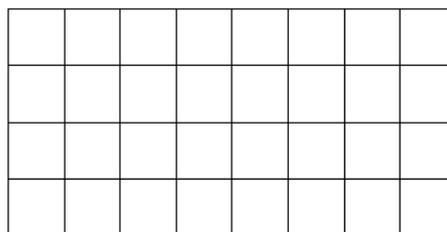
4. Considera a parte de um todo, representada em cada situação, e reconstrói a unidade para todos os casos.

		
$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{4}$

5. A Maria e o João são dois alunos da mesma turma da aula de Matemática. A professora entregou a cada um, uma folha de cartolina para fazerem um postal para as suas mães, sendo que uma parte deveria levar uma composição geométrica e na restante, um desafio matemático. A Maria utilizou $\frac{1}{4}$ na composição geométrica, enquanto que o João utilizou $\frac{2}{8}$. Os retângulos abaixo representam os postais.



Folha da Maria



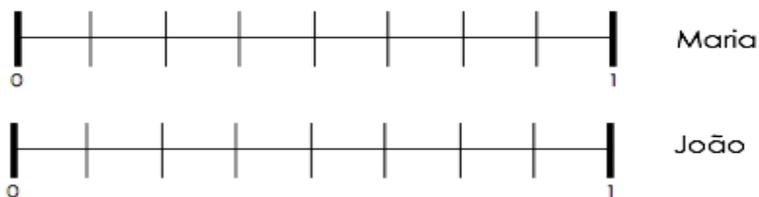
Folha do João

- 5.1. Pinta, em cada uma das folhas, a parte que deve ser ocupada para a composição geométrica de cada um dos alunos.
- 5.2. Pode afirmar-se que os dois alunos ocuparam a mesma porção de folha para a composição geométrica? Explica a tua resposta.

- 5.3. Que fração representa, em cada um dos casos, a parte da folha destinada ao desafio matemático?

--	--

- 5.4. Representa em cada uma das retas numéricas, a fração correspondente à parte ocupada pela composição geométrica de cada aluno.



6. No Sábado, a Carlota comprou 30 pares de cerejas. Nesse dia, comeu $\frac{1}{5}$ delas e ofereceu $\frac{1}{6}$ à prima Constança.

- 6.1. Sobraram cerejas? Se sim, com quantas cerejas ficou a Carlota? (Explica como pensaste para dar resposta à pergunta.)

6.2. Representa, em fração, a quantidade que uma comeu a mais que a outra.

7. A Inês, o Afonso, o Fernando e a Maria são 4 amigos que estão a preparar a festa de final de ano. A cada um foi entregue uma fita igual. A Inês e o Afonso cortaram, da mesma fita, $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$, respetivamente. O Fernando usou $\frac{2}{6}$ de uma fita exatamente igual à da Inês e do Afonso. A Maria usou $\frac{3}{4}$ de outra fita exatamente igual às duas anteriores. Responde a todas as questões seguintes explicitando sempre como pensaste para dares resposta às perguntas.

7.1. A Inês e o Afonso esgotaram a fita que usaram juntos? Utiliza retângulos da folha em anexo, para representares o que estes irmãos cortaram.

7.2. Escreve uma expressão que represente o quanto cortaram, no total, a Inês e o Afonso.

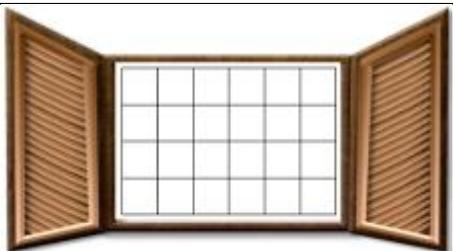
7.3. Dos 4 amigos, qual usou maior quantidade de fita? Representa, na folha em anexo, o que usou cada amigo.

7.4. Escreve, por ordem crescente, as frações que representam a quantidade de fita usada por cada um dos 4 amigos.

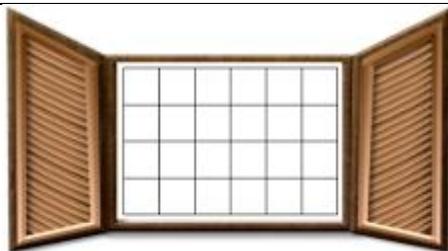
7.5. Ao todo, quantas fitas cortaram os 4 amigos?

TAREFA 1

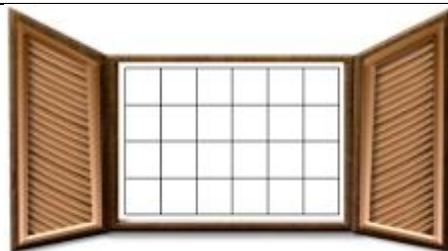
Pinta em cada uma das janelas, a parte correspondente à fração indicada.



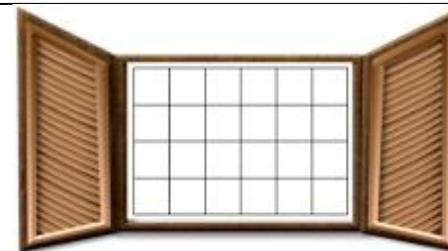
$$\frac{1}{6}$$



$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{2}{3}$$



$$\frac{1}{2}$$

ANEXO T. Tarefa 2

O João e a Maria compraram um chocolate para os dois. Este chocolate está representado 3 vezes na folha. O João comeu $\frac{1}{2}$ do chocolate, enquanto que a Maria comeu $\frac{3}{8}$. O José, que adorava chocolate, pediu que lhe dessem o que sobrava.

- a) No primeiro retângulo representa o que o João comeu, no segundo representa o que a Maria comeu e, no terceiro, representa o total que os dois comeram.

João

Maria

João

+

Maria

- b) Escreve uma fração que represente o total comido pelo João e pela Maria.

--

- c) Escreve uma fração que represente a parte de chocolate comida pela José.

--

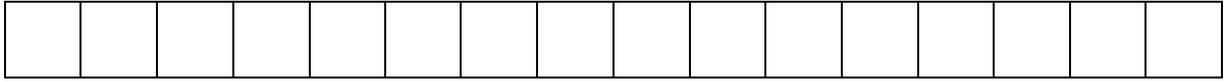
- d) Qual dos 3 amigos comeu maior quantidade de chocolate?

--

ANEXO U. Tarefa 3

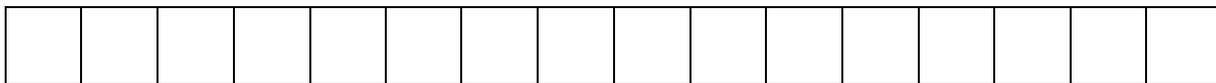
A Joana precisa de tecido para fazer duas fitas para oferecer à irmã. Uma das fitas precisa de $\frac{1}{4}$ metro de tecido e a outra precisa $\frac{3}{8}$ de metro de tecido.

- a) Será que meio metro de tecido chega para a Joana fazer as duas fitas? O retângulo abaixo representa o metro de tecido, nele representa a quantidade de tecido necessário para a Joana fazer as duas fitas.

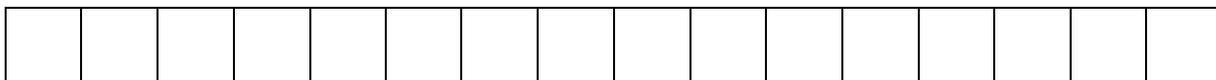


Utiliza o retângulo para efetuares outros cálculos que consideres necessários para responder à questão.

- b) A Joana utilizou a mesma quantidade de tecido nas duas fitas? Representa, nos retângulos a quantidade de tecido utilizada para cada fita.

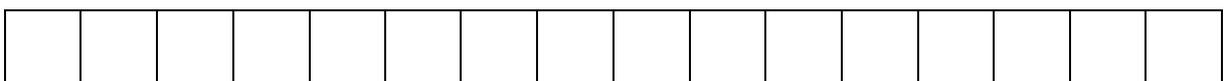


Fita 1



Fita 2

- c) Representa, no retângulo, a quantidade a mais usada numa fita que na outra.



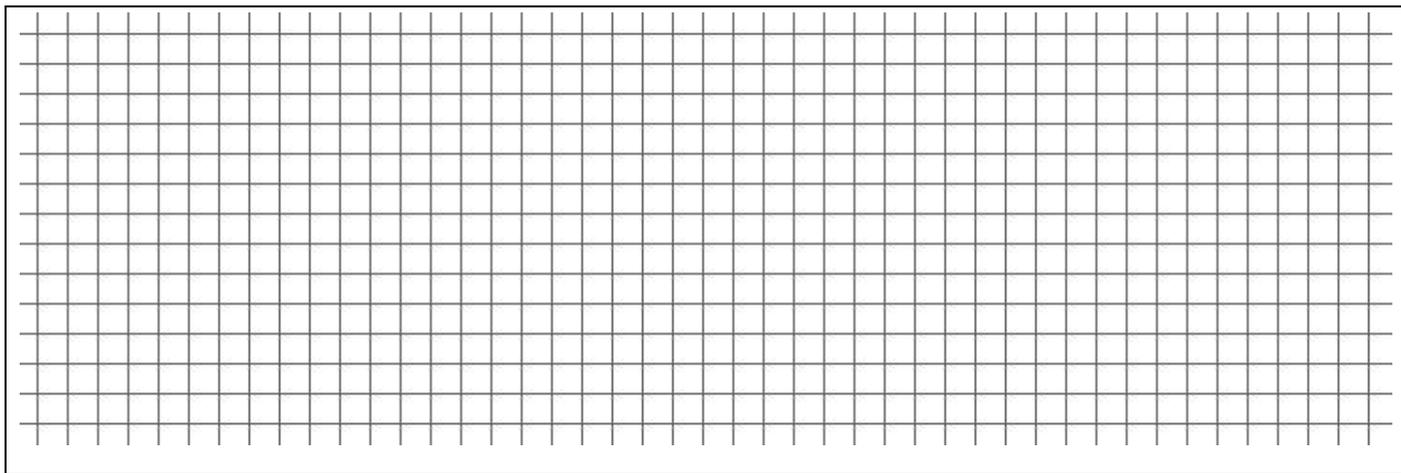
Fração que represente a quantidade a mais usada numa fita que na outra.

ANEXO V. Tarefa 4

A Maria tem um painel de 20 azulejos quadrados e iguais. O painel tem de ser integralmente pintado, usando, no máximo, três cores diferentes, azul, branco e laranja.

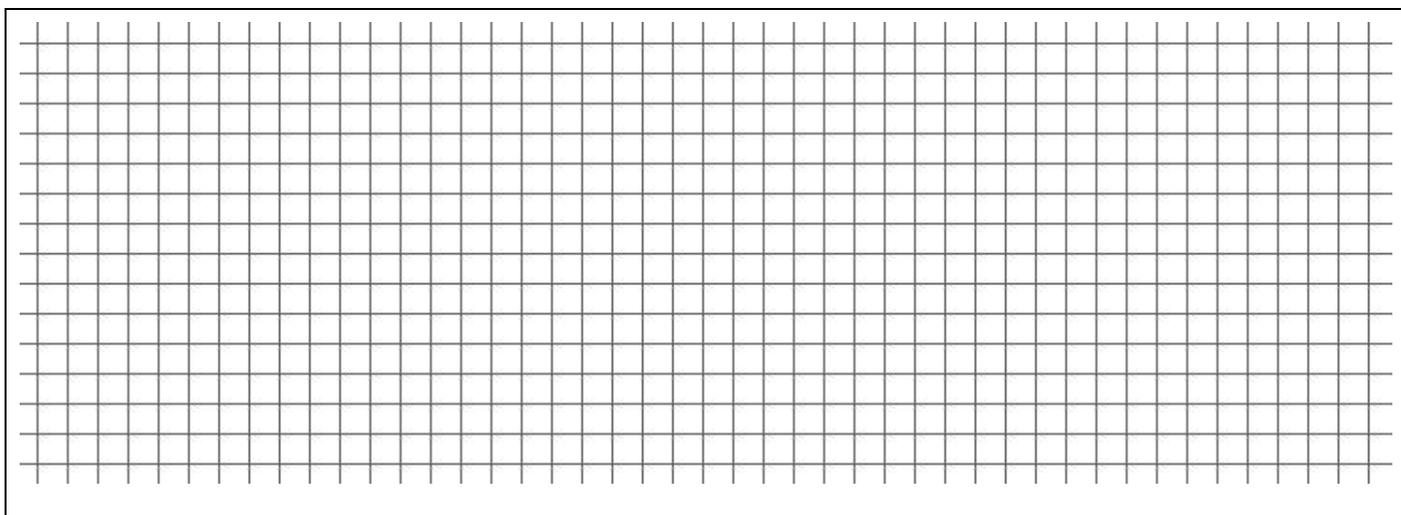
A Maria pintou $\frac{1}{4}$ dos azulejos de azul e $\frac{3}{5}$ de laranja.

- a) Utiliza o papel quadriculado para
- a₁) desenhares o painel
 - a₂) representares o que a Maria já pintou



- b) Foi necessário usar a terceira cor? Em caso afirmativo escreve uma fração que represente a parte que ainda não foi pintada pela Maria.

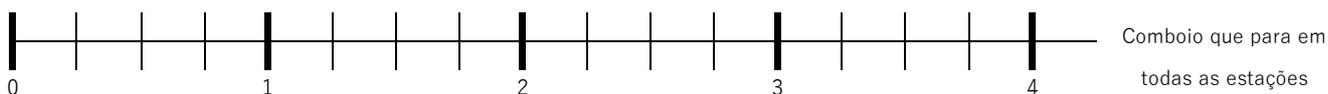
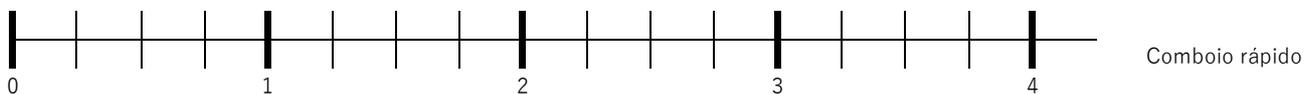
- c) O João pintou noutro painel, com um número diferente de azulejos do da Maria. No seu painel, o João pintou $\frac{1}{4}$ do número de azulejos de azul e $\frac{3}{5}$ de laranja. Quantos azulejos teria o painel do João? Desenha o painel deste rapaz.



ANEXO W. Tarefa 5

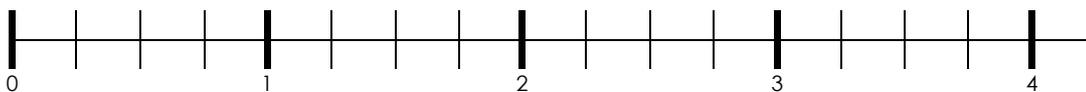
Um comboio rápido, que apenas para nas estações principais, demora 2 horas e $\frac{1}{4}$ a fazer o percurso entre Lisboa e Coimbra. Por sua vez, um comboio que para em todas as estações demora 3 horas e $\frac{1}{2}$ a fazer o mesmo percurso.

- a) Representa, nas retas orientadas, o tempo que demora cada um dos comboios a fazer o percurso entre Lisboa e Coimbra.



- b) Escreve uma expressão que represente o tempo que um comboio demora a mais que o outro a fazer o percurso entre Lisboa e Coimbra (*explica todos os procedimentos que efetuares*)

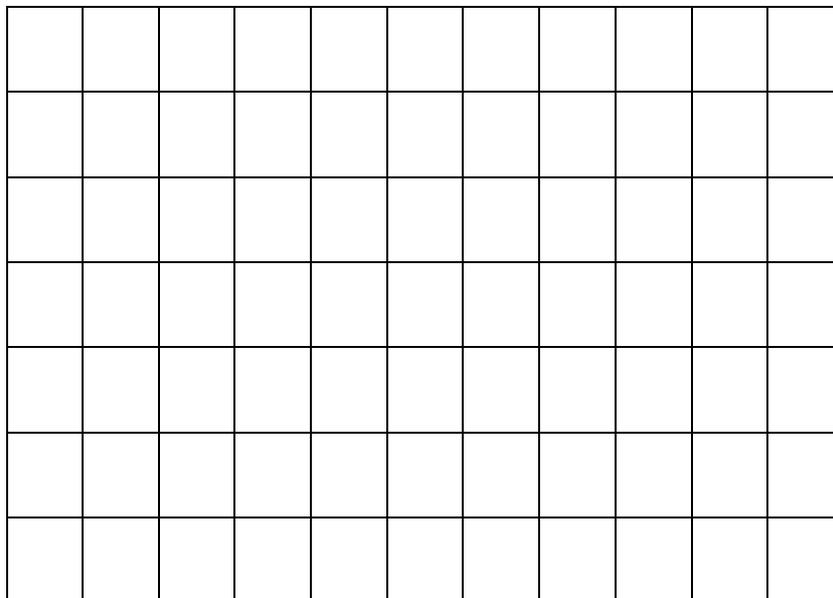
- b₁) Representa, na reta orientada, na forma de fração, o período de tempo que o comboio menos rápido demora a mais que o outro.



ANEXO X. Tarefa 6

O João está a colecionar cromos para a sua caderneta. No Sábado, a sua mãe ofereceu-lhe $\frac{6}{11}$ do total de cromos da caderneta e, no domingo, quando a sua avó foi almoçar a sua casa, ofereceu-lhe mais $\frac{3}{7}$.

a) No retângulo representa a fração que corresponde à quantidade de cromos que o João já tem.



b) Indica uma fração que represente a quantidade de cromos que falta ao João para completar a caderneta.

ANEXO Y. Tarefa 7

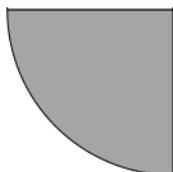
O João, a Maria, o Pedro e a Ana foram almoçar a uma pizzeria. Compraram 3 pizzas, mas tinham que dividir irmãmente pelos 4.

a) Indica, pelas respetivas letras, as opções que representam o que cada amigo comeu. Explica a tua resposta.



b) Indica a fração que representa o que cada amigo comeu.

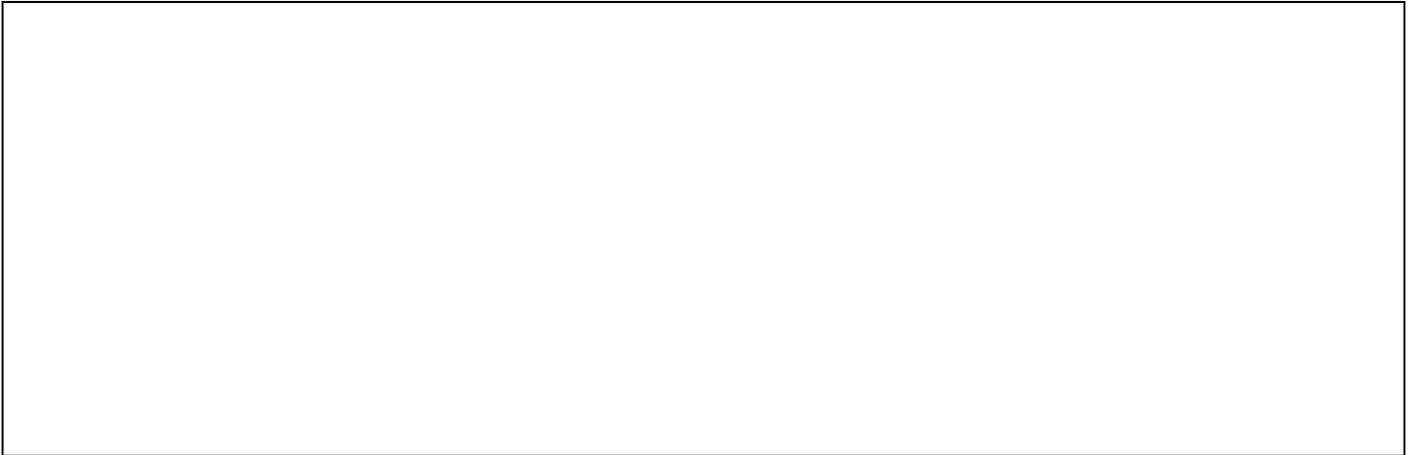
c) Imagina que o Afonso, um amigo dos 4, ia almoçar com eles. Se cada um comesse 2 fatias de pizza iguais à da figura, quantas pizzas seriam necessárias comprar para os 5 amigos? Considera que na figura está representado $\frac{1}{4}$ de uma pizza. *Explica como pensaste.*



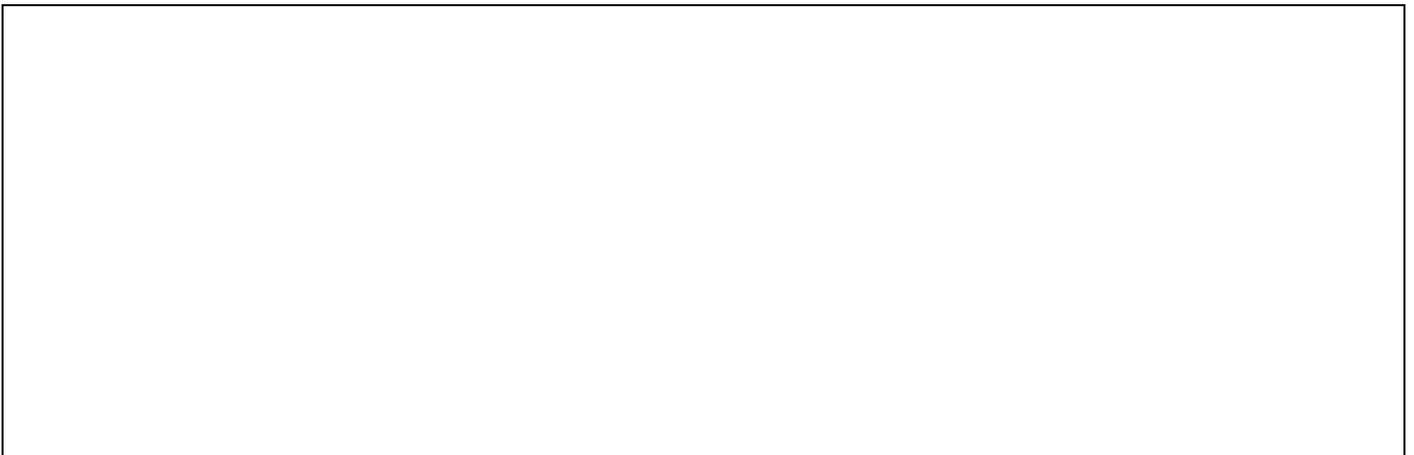
ANEXO Z. Tarefa 8

A Maria tem 36 caricas. $\frac{1}{6}$ das caricas são da cor azul, $\frac{1}{2}$ são verdes e $\frac{1}{3}$ são cor de laranja.

a) Representa as caricas da Maria.



b) A prima da Maria, a Madalena, tem o mesmo número de caricas azuis que a Maria, mas tem o dobro de caricas verdes e a sexta parte de caricas laranjas. Quantas caricas tem a Madalena? *Mostra todos os procedimentos que efetuares.*



ANEXO AA. Tarefa 9

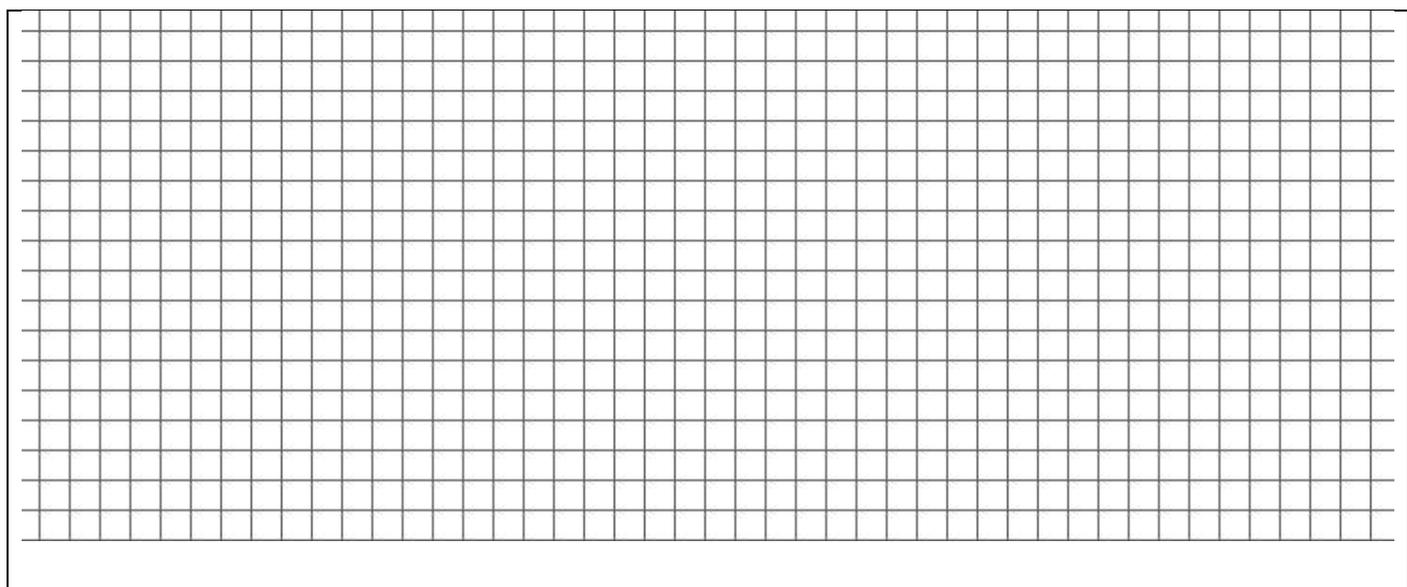
O pai da Ana tem insuficiência renal e, por isso, o médico recomendou-o a beber, pelo menos, 3 litros de água por dia. Por ser mais prático, o pai da Ana bebe água em garrafas de meio litro ao longo do dia.

- a) Às 15 horas da tarde, o pai da Ana já tinha bebido $\frac{6}{5}$ da quantidade de água diária recomendada. Quantos litros de água faltam o pai da Ana beber para cumprir com a recomendação do médico? *Mostra todos os procedimentos que efetuares.*



- b) Utiliza o papel quadriculado para:

b₁) representares a quantidade de água que o pai da Ana bebeu até às 15 horas da tarde e o que lhe falta beber depois desta hora (utiliza cores diferentes)



ANEXO AB. Tarefa 10

A Maria começou um negócio de pulseiras. Na primeira semana teve uma encomenda de 7 pulseiras. No primeiro dia conseguiu fazer 1 pulseira e $\frac{5}{6}$ de uma segunda. No segundo dia terminou a 2ª pulseira e fez metade da 3ª. No dia seguinte, conseguiu terminar essa, fazer mais duas e $\frac{1}{3}$ da 6ª pulseira. No quarto dia conseguiu terminar as 7 pulseiras que tinha de encomenda.

a) Escreve uma expressão que represente a quantidade de pulseiras que a Maria fez em cada dia.

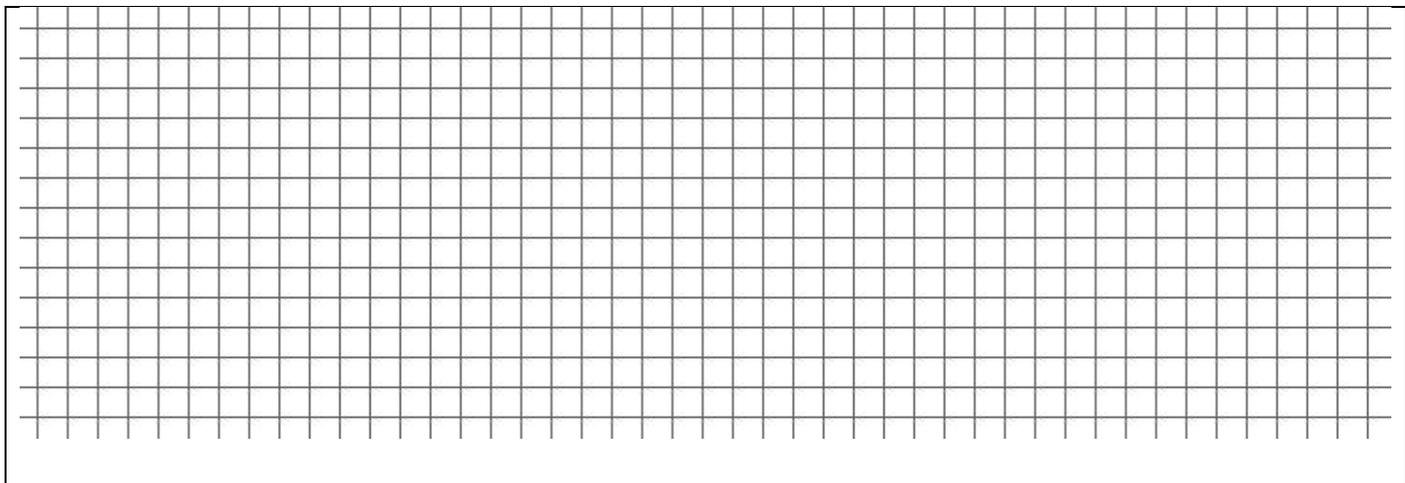
DIA 1	
-------	--

DIA 2	
-------	--

DIA 3	
-------	--

DIA 4	
-------	--

b) Utiliza o papel quadriculado para representares, numa reta orientada, a quantidade de pulseiras que a Maria fez em cada dia. (Utiliza cores diferentes para cada dia.)



c) Ao fim de que dia é que a Maria conseguiu cumprir metade da sua encomenda? *Mostra todos os procedimentos que efetuares.*

--

ANEXO AC. Análise do Teste Diagnóstico

Questão	1	2	3	4	5.1	5.2	5.3	5.4	6.1	6.2	7.1	7.2	7.3	7.4	7.5	Total
Pontos	5	4	1	3	2	1	2	2	1	1	2	1	5	1	1	32
Questão do estudo	(i)	(i) (ii)	(ii)	(i)	(ii)	(i)	(i)	(i)	(i)	(i)	(ii)	(ii)	(ii)	(i)	(ii)	-
1	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	7
3	0	0	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3
4	5	4	0	2	2	1	2	2	0	0	2	1	5	1	1	28
5	4	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	6
6	4	4	1	1	2	1	2	2	1	1	2	1	5	1	1	29
7	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	1	0	10
8	4	3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8
9	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	4	1	0	1	2	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	11
12	4	4	0	2	0	1	2	2	0	1	0	1	5	1	1	24
13	4	4	0	1	2	1	2	2	1	1	2	1	5	1	1	28
14	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	5
15	4	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5
17	4	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5
18	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
19	2	1	0	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6
20	4	4	0	2	2	1	2	2	0	0	0	1	5	0	0	23

21	4	4	0	2	2	1	2	2	0	0	0	0	0	0	0	17
média	3,3	1,6	0	0,9	0,9	0,4	0,8	0,7	0,2	0,2	0,3	0,4	1,7	0,3	0,3	12,1
%	60%	40%	0%	31%	44%	40%	40%	33%	17%	17%	17%	33%	33%	28%	28%	38%

Legenda:

(i) Que compreensão revelam os alunos, antes e depois da intervenção, relativamente ao papel da unidade de referência na compreensão de número racional não negativo representado em fração?

(ii) Qual o contributo dos modelos de área para a compreensão da unidade de referência na adição e subtração de números racionais não negativos representados em fração?

% Percentagem de respostas corretas

 Números com pelo menos 50% de respostas corretas

ANEXO AD. Análise do Pós-Teste

Questão	1	2	3	4	5.1	5.2	5.3	5.4	6.1	6.2	7.1	7.2	7.3	7.4	7.5	Total
Pontos	5	4	1	3	2	1	2	2	1	1	2	1	5	1	1	32
Questão do estudo	(i)	(i) (ii)	(ii)	(i)	(ii)	(i)	(i)	(i)	(i)	(i)	(ii)	(ii)	(ii)	(i)	(ii)	-
1	5	4	0	0	2	1	0	0	0	0	2	1	4	0	0	18
3	1	4	0	2	2	0	2	2	0	0	0	0	3	0	0	16
4	5	4	0	3	2	1	2	2	1	1	2	1	5	1	1	31
5	4	1	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8
6	4	4	0	2	2	1	2	2	1	1	2	1	5	1	1	29
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8
9	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	5
10	1	0	0	0	2	0	0	0	0	0	2	1	5	0	0	13
11	4	2	0	0	2	1	0	0	0	0	2	1	5	1	0	18
12	4	4	0	3	2	1	2	2	1	1	2	1	5	0	0	28
13	4	4	0	1	2	1	2	0	1	1	2	1	5	1	1	26
14	4	3	0	1	2	1	0	0	1	0	2	1	5	1	1	22
15	4	4	0	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11
17	0	2	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	5
18	5	4	0	2	2	1	0	2	0	0	2	1	5	0	0	24
19	4	4	0	2	2	1	2	0	0	0	2	0	5	1	0	23
20	4	4	0	1	2	1	2	0	0	0	2	1	5	0	0	22
21	4	4	0	2	2	1	2	2	0	0	2	1	5	1	1	27

média	3,2	3	0	1,2	1,5	0,6	0,9	0,6	0,3	0,2	1,3	0,6	3,5	0,4	0,3	17,6
%	64%	76%	0%	39%	76%	58%	47%	32%	26%	21%	63%	58%	69%	37%	27%	55%
Tarefa (s) relacionada (s)	7	1 7 9	7	4 9 10			2 3 7 10	5 9 10	4 8		2 3 4 10	2 3	2		10	

Legenda:

(i) Que compreensão revelam os alunos, antes e depois da intervenção, relativamente ao papel da unidade de referência na compreensão de número racional não negativo representado em fração?

(ii) Qual o contributo dos modelos de área para a compreensão da unidade de referência na adição e subtração de números racionais não negativos representados em fração?

% Percentagem de respostas corretas

 Números com pelo menos 50% de respostas corretas

ANEXO AE. Resultados dos testes e das tarefas realizadas ao longo da intervenção

Atividade	Teste diagnóstico	Tarefa 1	Tarefa 2	Tarefa 3	Tarefa 4	Tarefa 5	Tarefa 6	Tarefa 7	Tarefa 8	Tarefa 9	Tarefa 10	Pós-teste
N.º de questões	32	4	6	5	5	4	2	3	2	3	9	32
Ideia	Adição e subtração de frações; Fração parte-todo; Fração como operador; Frações equivalentes; Modelos de área; Reta	Parte-todo; Modelo de área	Parte-todo; Adicionar em modelos de área; Comparar números	Parte-todo; Adicionar/ subtrair em modelos de área; Comparar números	Modelo de área; Parte-todo; Modelos/ frações equivalentes	Frações na reta	Parte-todo	Parte-todo: iguais partes	Fração como operador	Subtração de frações	Adição de números racionais; representação de adição excluindo o algoritmo	Adição e subtração de frações; Fração parte-todo; Fração como operador; Frações equivalentes; Modelos de área; Reta
1	7	4	6	4	0	2	0	2	0	0	4	18
3	3	4	6	1	0	0	-	0	-	1	-	16
4	28	4	6	3	5	4	2	2	1	0	2	31
5	6	2	-	-	0	2	0	0	0	0	0	8
6	29	4	6	5	5	4	2	2	2	3	6	29
7	10	-	0	0	0	-	2	-	-	-	9	0
8	8	4	2	0	0	-	1	0	0	0	-	8
9	2	1	1	-	0	-	0	-	-	1	-	5
10	0	4	4	0	-	-	0	2	1	1	0	13
11	11	4	3	0	2	0	0	0	0	2	0	18
12	24	4	6	5	4	4	1	1	2	0	9	28
13	28	4	6	5	5	4	2	2	1	3	8	26
14	5	0	1	0	3	3	0	0	1	0	2	22

15	5	4	-	-	0	0	1	-	-	0	0	11
17	5	4	1	0	0	0	2	0	0	0	0	5
18	-	4	6	4	0	3	1	2	1	3	4	24
19	6	4	6	1	0	2	0	2	0	-	-	23
20	23	4	5	3	0	0	2	1	0	0	2	22
21	17	4	6	5	3	4	0	1	2	3	9	27
média	12,1	3,5	4	2	1,5	2	1	1	1	1	4	17,6
%	38%	88%	67%	40%	30%	50%	50%	33%	50%	33%	44%	55%

Legenda:

- Não fez a atividade

 Números com pelo menos 50% de respostas corretas

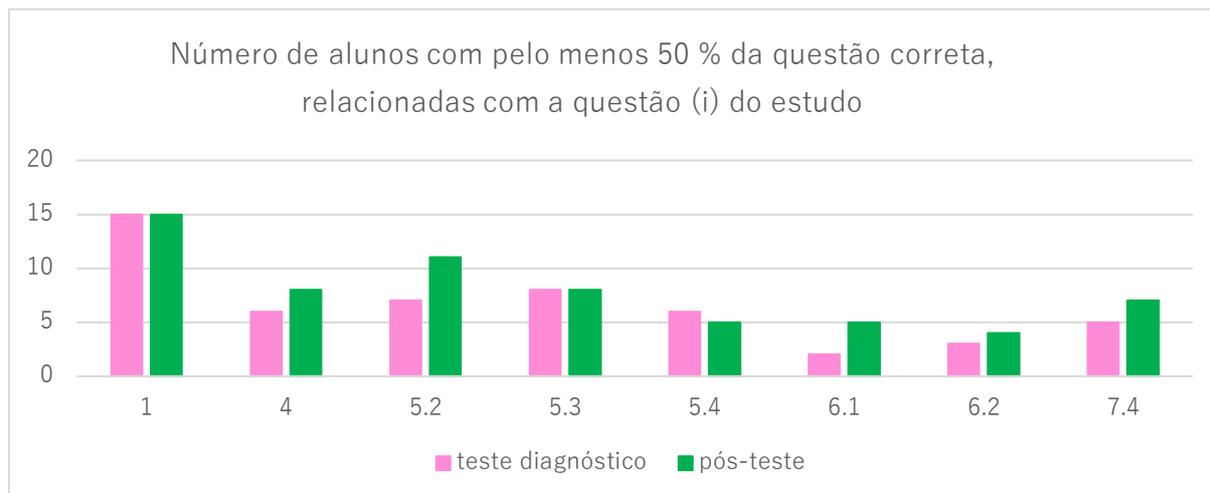
% Percentagem de respostas corretas

ANEXO AF. Análise comparativa entre o Teste diagnóstico e o Pós-Teste

Questão	1	2	3	4	5.1	5.2	5.3	5.4	6.1	6.2	7.1	7.2	7.3	7.4	7.5	Total	
Pontos	5	4	1	3	2	1	2	2	1	1	2	1	5	1	1	32	
Questão do estudo	(i)	(ii)	(ii)	(i)	(ii)	(i)	(i)	(i)	(i)	(i)	(ii)	(ii)	(ii)	(i)	(ii)	-	
DIAGNÓSTICO	média	3,3	1,6	0	0,9	0,9	0,4	0,8	0,7	0,7	0,3	0,4	1,7	0,3	0,3	12,1	
	n.º alunos que responderam correto a pelo menos 50%	14	7	1	6	9	7	8	6	2	3	3	5	6	5	4	-
	%	60%	40%	0%	31%	44%	40%	33%	17%	17%	17%	33%	33%	28%	28%	28%	38%
PÓS – TESTE	média	3,2	3	0	1,2	1,5	0,6	0,9	0,6	0,3	0,2	1,3	0,6	3,5	0,4	0,3	17,6
	n.º alunos que responderam correto a pelo menos 50%	14	16	0	8	16	11	8	5	5	4	12	11	13	7	5	-
	%	64%	76%	0%	39%	76%	58%	47%	32%	26%	21%	63%	58%	69%	37%	27%	55%
Evolução	+4%	+36%	=	+8%	+32%	+18%	+14%	+15%	+9%	+4%	+30%	+25%	+41%	+9%	-1%	+17%	
Tarefa (s) relacionada (s)	7	1 7 9	7	4 9 10			2 3 7 10	5 9 10	4 8		2 3 4 10	2 3	2		10		

ANEXO AG. Análise comparativa das respostas ao Teste diagnóstico e o Pós-Teste no que concerne às questões do estudo

Questão (i) - que compreensão revelam os alunos, antes e depois da intervenção, relativamente ao papel da unidade de referência na compreensão de número racional (não negativo) representado na forma de fração?		
Questão do teste	Número de alunos com pelo menos 50% da questão correta	
	Diagnóstico	Pós-teste
1	15	15
4	6	8
5.2	7	11
5.3	8	8
5.4	6	5
6.1	2	5
6.2	3	4
7.4	5	7



Questão (ii) – qual o contributo dos modelos de área para a compreensão da unidade de referência na adição e subtração de números racionais (não negativos) representados na forma de fração?

Questão do teste	Número de alunos com pelo menos 50% da questão correta	
	Diagnóstico	Pós-teste
2	7	17
3	1	0
5.1	9	17
7.1	3	12
7.2	5	11
7.3	6	13
7.5	4	5

