



ASSOCIAÇÃO DE POLITÉCNICOS DO NORTE (APNOR)

INSTITUTO POLITÉCNICO DE BRAGANÇA

***CAPITAL ASSET PRICING MODEL (CAPM): TESTE
EMPÍRICO AO MODELO E A CONSTRUÇÃO DO
ENVELOPE PORTFOLIO***

José Clemente Jacinto Ferreira

*Dissertação apresentada ao Instituto Politécnico de Bragança para obtenção do
Grau de Mestre em Contabilidade e Finanças.*

Orientado pela **Professora Doutora Ana Paula Carvalho do Monte**

Bragança, fevereiro de 2015



ASSOCIAÇÃO DE POLITÉCNICOS DO NORTE (APNOR)

INSTITUTO POLITÉCNICO DE BRAGANÇA

***CAPITAL ASSET PRICING MODEL (CAPM): TESTE
EMPÍRICO AO MODELO E A CONSTRUÇÃO DO
ENVELOPE PORTFOLIO***

José Clemente Jacinto Ferreira

Orientado pela **Professora Doutora Ana Paula Carvalho do Monte**

Bragança, fevereiro de 2015

RESUMO

O objetivo deste trabalho é testar se o modelo CAPM de fator único é válido na bolsa de valores portuguesa e em outras bolsas da zona euro, quando comparado com o modelo CAPM multifatorial proposto por Fama e French – Carhart. Utilizando a metodologia de Fama e French (1993; 1996), para o período de fevereiro de 2001 – julho de 2014 através de três conjuntos de dados, dez ativos da bolsa de Lisboa e 50 carteiras para a zona euro repartidas em 25 carteiras formadas em tamanho e índice *book-to-market* e 25 carteiras formadas em tamanho e momento, aplicou-se o teste de regressão linear simples e múltipla.

Os resultados obtidos sugerem que, para o período em análise, o modelo CAPM multifatorial, aplicado à bolsa de Lisboa, não é estatisticamente suficiente para explicar a rentabilidade média esperada, ou seja, os fatores de risco proposto por Fama e French – Carhart, para o período em análise não captam a rentabilidade média que o fator risco de mercado não é capaz de explicar. Estes resultados parecem não apresentar evidência estatística suficiente para rejeitar o modelo CAPM de fator único.

Para as 50 carteiras da zona euro, os resultados sugerem que o fator risco de mercado é parte influente e significativa para explicar a rentabilidade média esperada.

Pretende-se ainda construir uma carteira de investimento para o conjunto de ativos do PSI20 em análise usando a metodologia desenvolvida por Benninga (2008) para formar o *envelope portfolio*. Para a otimização do mesmo será aplicado o modelo de Black e Litterman (1991).

Palavras-chave: CAPM, risco de mercado, modelo multifatorial; PSI-20.

RESUMEN

El objetivo de este trabajo es comprobar si el modelo CAPM de solo factor es válido en la bolsa portuguesa y otras bolsas de la zona euro, en comparación con el CAPM multifactorial propuesto por Fama y French - Carhart. Utilizando la metodología de Fama y French (1993; 1996), durante un período de febrero de 2001 – julio de 2014 a través del análisis de tres conjuntos de datos, diez activos de la bolsa de valores de Lisboa y 50 carteras para la zona euro divididas en 25 carteras formadas en tamaño e índice *book-to-market* y 25 carteras formadas en tamaño e *momentum*, se aplicó pruebas de regresión lineal simple y múltiple.

Los resultados sugieren que, para el período en análisis, el CAPM multifactorial aplicado a la bolsa de valores de Lisboa no es estadísticamente suficiente para explicar la rentabilidad media esperada, es decir, los factores de riesgo propuestos por Fama y French - Carhart, para el período bajo análisis, no capturan la rentabilidad media que el factor el riesgo de mercado no puede explicar. Estos resultados parecen no presentar suficiente evidencia estadística para rechazar el modelo CAPM de un solo factor.

Para las 50 carteras de la zona euro, los resultados sugieren que el factor. riesgo de mercado es parte importante e influyente para explicar la rentabilidad media esperada.

También se propone construir una cartera de inversiones para el PSI20 utilizando la metodología desarrollada por Benninga (2008) para formar el envelope portfolio . La optimización misma será aplicado el modelo de Black y Litterman (1991).

Palabras clave: CAPM, riesgo de mercado, modelo multifactorial, PSI-20.

ABSTRACT

The aim of this paper is to test whether the single-factor CAPM model is valid in the Portuguese stock exchange and other stock exchanges in the euro zone, compared to the multifactor CAPM proposed by Fama and French-Carhart. Using the methodology of Fama and French (1993; 1996), for a period of february 2001 – july 2014 through analysis of three data sets, ten assets listed on Lisbon stock exchange and 50 portfolios for the euro zone divided into 25 portfolios formed in size and book-to-market index and 25 portfolios formed in size and momentum applied simple and multiple linear regression test.

The results suggest that, for the period under analysis, the multifactor CAPM model, applied to the Lisbon stock exchange, is not statistically sufficient to explain the expected average return, ie, the risk factors proposed by Fama and French - Carhart, for the period under analysis, do not capture the average return that the factor market risk cannot explain. These results do not seem to present enough statistical evidence to reject the single-factor CAPM model.

For the 50 portfolios of the euro zone, the results suggest that factor market risk is significant and influential part to explain the expected average return.

It also intends to build an investment portfolio for the PSI20 using the methodology developed by Benninga (2008) to form the envelope portfolio. The same optimization will be applied the model of Black and Litterman (1991).

Keywords: CAPM, market risk, multifactor model, PSI-20.

AGRADECIMENTO

O meu profundo agradecimento a minha orientadora Professora Ana Paula Monte pela dedicação e empenho.

A minha família.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AMEX – *American Stock Index*

B/H – *Big High*

B/L – *Big Low*

B/M – *Big Medium*

B/M – *Book-to-market*

CAPM – *Capital Asset Pricing Model*

G7 – grupo composto pelos ministros das finanças e governadores dos bancos centrais das sete economias avançadas: Alemanha, Canadá, Estados Unidos, França, Itália, Japão, e Reino Unido para discutir questões do fórum económico.

Gretl – *GNU Regression, Econometrics and Time-series Library*

HAC – *Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent standard errors*

HML – *High Minus Low*

NASDAQ – *American Stock Index* NYSE - *American Stock Index*

OLS – *Ordinary Least Squares* Mínimos Quadrados Ordinário (método dos mínimos quadrados)

P/E – *Price earnings*

PSI20 – *Portuguese Stock Index*

RF – *Risk Free Rate*

RM-RF – *Risk Premium*

S/H – *Small High*

SIM – *Single Index Model*

S/L – *Small Low*

S/M - *Small Medium*

SMB – *Small Minus Big*

VIF – *Variance Inflation Factor*

WML – *Win Minus Low*

ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS E TABELAS.....	viii
ÍNDICE DE FIGURAS.....	viii
INTRODUÇÃO.....	1
I – ENQUADRAMENTO TEÓRICO.....	5
1.1. Anomalia Estrutural do Modelo CAPM	7
1.2. Modelo CAPM.....	10
1.2.1. Linha de Mercado de Capitais (CML)	11
1.2.2. Linha de Mercado de Títulos (SML)	15
1.3. Modelo CAPM de Fama e French	17
1.4. Modelo CAPM de Fama e French - Carhart.....	19
II – METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO E BASE DE DADOS	21
2.1. Objetivos, Hipóteses de Investigação e Processo Metodológico.....	21
2.2. Caracterização do Índice PSI20, Taxa Livre de Risco e dos Ativos Selecionados	27
2.3. Pressupostos do Modelo de Regressão	29
2.3.1. A Presença de Heterocedasticidade	30
2.3.2. A Presença de Autocorrelação dos Resíduos.....	30
2.3.3. A Presença de Multicolinearidade.....	31

III – APRESENTAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	35
3.1. Correlação Linear entre os Fatores de Risco	35
3.2. Validação do Modelo CAPM para os Dez Ativos do Índice PSI20, Considerando o Prémio de Risco PSI20- Euribor.....	38
3.2.1. Validação do Modelo CAPM Monofator.....	38
3.2.2. Validação do Modelo CAPM de Fama e French	39
3.2.3. Validação do Modelo CAPM de Fama e French – Carhart.....	40
3.3. Validação do Modelo CAPM para os Dez Ativos do Índice PSI20, Considerando o Prémio de Risco da Zona Euro	41
3.3.1. Validação do Modelo CAPM Monofator.....	42
3.3.2. Validação do Modelo CAPM de Fama e French	42
3.3.3. Validação do Modelo CAPM de Fama e French – Charhart.....	43
3.4. Validação do Modelo CAPM para 25 Carteira Zona Euro Construídas em Tamanho e Índice Book-to-Market.....	44
3.4.1. Validação do Modelo CAPM Monofator.....	44
3.4.2. Validação do Modelo CAPM de Fama e French.....	45
3.4.3. Validação do Modelo CAPM para 25 Carteira Zona Euro Construídas em Tamanho e <i>Momentum</i>	46
3.5. Construção do Envelope Portfolio	51
CONCLUSÃO E SUGESTÕES PARA INVESTIGAÇÃO FUTURA.....	55
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	57

ÍNDICE DE FIGURAS E TABELAS

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: <i>Capital Market Line</i> (CML) e Fronteira eficiente de média variância.....	13
Figura 2: Linha de Mercado de Títulos (SML).....	15
Figura 3: Curva de frequência da distribuição estatística da taxa de rentabilidade esperada	52

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1: Estatísticas prémio de risco mensal e matriz de correlação dos fatores de risco.....	36
Tabela 2: Referência fatores de risco mercado americano valor médio anual.....	37
Tabela 3: Estatística <i>VIF</i> para os fatores de risco em análise.....	37
Tabela 4: Modelo de regressão para o CAPM monofator para prémio de risco de mercado	39
Tabela 5: Modelo de regressão para o CAPM três fatores de Fama e French	40
Tabela 6: Modelo de regressão para CAPM quatro fatores de Fama e French - Carhart.....	41
Tabela 7: Modelo de regressão para o CAPM modelo de fator único risco de mercado	42
Tabela 8: Modelo de regressão para CAPM três fatores de Fama e French	43
Tabela 9: Modelo de regressão para dez ativos do índice PSI20 perante quatro fatores de risco considerando o prémio de risco de mercado da zona Euro	44
Tabela 10: Modelo de regressão para o CAPM monofator para 25 carteiras formadas em tamanho e índice B/M.....	45
Tabela 11: Modelo de regressão para o CAPM três fatores para 25 carteiras formadas em tamanho e índice B/M	46
Tabela 12: Modelo de regressão para o CAPM fator único para 25 carteiras formadas em tamanho e <i>momentum</i>	47
Tabela 13: Modelo de regressão para o CAPM três fatores para 25 carteiras formadas em tamanho e <i>momentum</i>	48
Tabela 14: Modelo de regressão para o CAPM de quatro fatores para 25 carteiras formadas em tamanho e <i>momentum</i>	50
Tabela 15: Matriz variância-covariância, média, desvio padrão e <i>portfolio</i>	52
Tabela 16: Matriz de correlação.....	53
Tabela 17: Cálculo rentabilidade esperada da carteira através do método Black e Litterman.....	54

INTRODUÇÃO

O sucesso das finanças enquanto ciência social está no reconhecimento da existência de risco associado a um resultado capaz de remunerar o investimento. A recente crise financeira mundial trouxe o fantasma da crise financeira de 1929 e demonstrou a fragilidade das entidades reguladoras, instituições financeiras e minou do principal pilar do “mundo” dos negócios - o princípio da confiança, a crença consensual de que o Estado é um bom devedor/cumpridor foi posta em causa - títulos de tesouros até então considerados isentos de risco, passou a ser um ativo de risco.

Sharpe (1964) observou que um dos problemas que tem atormentado aqueles que tentam prever o comportamento dos mercados de capitais é a ausência de um argumento macroeconómico teórico positivo capaz de lidar com as condições de risco. Segundo Damodaran (2012) a teoria financeira e o senso comum procuram explicar que os investimentos considerados mais arriscados devem produzir rendibilidades mais elevadas para compensar o risco. Assim, um investimento sem risco é quando a rendibilidade observada é sempre igual a rendibilidade esperada.

Markowitz (1952) foi pioneiro no processo de análise da função risco-rendibilidade. Desenvolveu uma metodologia de análise com base na máxima utilidade esperada e propôs uma solução geral para a seleção do *portfolio*. Adiante Tobin (1958) procurou mostrar que, sob certas condições, o modelo de Markowitz (1952) implica um processo de escolha de investimento que pode ser dividido em duas fases: (i) a escolha de uma combinação ideal de ativos com riscos - média variância; (ii) aplicação independente de recursos entre esta combinação ideal de ativos com riscos e um único ativo livre de risco. Desta análise, derivou uma poderosa ferramenta capaz de simplificar a função risco rendibilidade e tornou-se “pedra angular” das finanças moderna – o Modelo de Avaliação em Equilíbrio de Ativos Financeiros conhecido como *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), proposto de forma independente por Sharpe (1964) e Lintner (1965).

O CAPM assume que existe apenas um único fator capaz de explicar a rendibilidade esperada de um ativo – o risco de mercado e defende que, em equilíbrio (ausência de arbitragem), o mercado remunera os investidores em função do nível de risco de mercado assumido no seu investimento sendo que, parte do risco total de um ativo pode ser eliminada na diversificação. O modelo CAPM, foi desenhado com base em pressupostos considerados simplistas, cuja implicações centrais está no fato da carteira de mercado ser de média-variância eficiente que por definição implica que a carteira de mercado seja um *portfolio* positivo ou seja, todos os pesos dos ativos que compõem a carteira devem ser positivos. Porém, cedo se percebeu da existência de problemas relacionados com a matriz amostral de variância-covariância de rendibilidades esperadas, que produz carteira

de mercado com posição de venda a descoberto e a incapacidade do risco de mercado beta em explicar as rendibilidades esperadas (Disatnik & Benninga, 2007). Sharpe (1964) reconheceu que as hipóteses do modelo são altamente restritivas e sem dúvida irrealistas. Porém, propõe que o teste ao modelo seja aceitação dos pressupostos tendo em conta a falta de modelos alternativos que conduzem a resultados concretos semelhantes ao modelo.

Contudo, a inexistência da carteira eficiente, tem atraído um grande interesse de pesquisa em busca de um método capaz de explicar, o comportamento da carteira de mercado. Fama e French (2004) resgataram estudos publicados desde a década de 1970 até a 2002, atualizaram e sintetizaram as evidências de falhas empíricas para invalidar a maneira como o modelo é aplicado. No entanto, admitem que tal facto poderá dever-se a deficiências nos testes empíricos, principalmente, *proxies* ineficientes para a carteira de ativos (Fama & French, 2004). Brennan e Lo (2010) propõem designar a fronteira eficiente de “*impossible frontiers*” para carteira de ativos que apresenta posições curtas e cresce linearmente com o número de ativos e demonstram que as “*impossible frontiers*” são difíceis de evitar independentemente da restrição para tomadas de posição curtas e provam que para qualquer matriz de variância-covariância escolhida aleatoriamente e para um conjunto arbitrário de rendibilidades esperadas, a probabilidade de uma “*impossible frontiers*” tende para um.

Porém, os negativismos de Fama e French (2004) e de Brennan e Lo (2010), esbarram nas evidências dos últimos anos, que demonstram que o CAPM está vivo e bem, e sendo um modelo *ex-ante* não pode ser rejeitado em base empírica com os parâmetros *ex-post* simplesmente porque os parâmetros *ex-ante* são desconhecidos (Levy, 2010). Pesquisas recentes apontam 74% de aceitação da aplicação do modelo CAPM nas empresas americanas (Graham & Harvey, 2001; 2010; 2013). No campo académico, segundo Welch (2008), cerca de 75% dos professores de finanças recomenda o uso do CAPM para estimar o custo de capital. De acordo com Fama e French (2004) o CAPM é o elemento central dos cursos pós graduados de finanças empresariais. O apelo ao modelo deve-se ao fato de apresentar previsões poderosas e intuitivamente agradáveis sobre a medida de risco e a relação entre rendibilidade e risco (Fama & French, 2004).

Pesquisas recentes sugerem a implementação de métodos de engenharia reversa como o de estimador de encolhimento da matriz amostral. Este método consiste em reduzir a matriz de variância-covariância, para a obtenção do *portfolio*, tanto para a carteira de mercado como para a carteira de mínima variância global que produzem resultados consistentes como o modelo de média variância (Ledoit & Wolf, 2003; 2004, Disatnik & Benninga, 2007). Com efeito, Levy e Roll (2010 p1; 2012; 2013) demonstram que através de dados históricos é possível encontrar carteira de média variância eficiente, desta feita apresentam uma abordagem de engenharia reversa para testar o modelo CAPM e surpreendentemente demonstram que, “*com pequenas alterações nos parâmetros de amostragem bem dentro dos seus limites de erro de estimativa, é possível obter proxy de mercado e concluíram que ao contrário da convicção generalizada, o CAPM não pode*

ser empiricamente rejeitado, pois continua a ser uma abordagem consistente e válida para a criação do portfólio". Esta constatação reforça o apelo de erros de estimação, que podem estar na base de conclusões desfavoráveis ao modelo CAPM.

Perante as evidências, Levy e Roll (2010, p.2) questionam se *"o modelo CAPM deve ser levado a sério pelos profissionais do ramo financeiro, ou é apenas uma ferramenta pedagógica para as aulas de cursos de finanças empresariais grosseiramente inconsistente com a evidência empírica"*. Esta questão vai ao encontro da proposta de Damodaran (2001, p.158) que defende *"sem um apoio exagerado em dados históricos, o CAPM ainda é a forma mais efetiva de lidar com o risco nas finanças corporativas modernas"*.

Diante desta exposição, este trabalho propõe testar se o modelo CAPM é válido, na bolsa de valores de Lisboa – PSI20 e em outras bolsas da zona Euro, aplicando a metodologia de regressão de série temporal proposta por Fama e French (1993; 1996) para a cotação histórica do período de fevereiro de 2001 – julho de 2014. Para o efeito, procurou-se testar o modelo CAPM que melhor descreve as rendibilidades esperadas de uma carteira de dez ativos, através de uma abordagem empírica para o modelo CAPM de mínima variância de um fator e CAPM multifatorial. Pretende-se ainda construir uma carteira de investimento para o conjunto de ativos do PSI20 em análise usando a metodologia desenvolvida por Benninga (2008) para formar o *envelope portfolio*. Para a otimização do mesmo será aplicado o modelo de Black e Litterman (1991).

Os estudos que têm sido efetuados em Portugal procuram analisar a eficiência de mercado (Areal & Armada, 2002; Soares, 1997), prémio de risco, risco e risco beta de mercado (Carvalho & Barajas, 2011; 2013), estratégias de valor baseadas no efeito *book-to-market* (Almas & Duque, 2008). Este trabalho, procura testar e validar o modelo CAPM através da metodologia de Fama e French (1993) por este motivo, na revisão da literatura não se envereda pelo estudo da eficiência dos mercados, prémio de risco e beta de mercado, visto não ser o objetivo principal do trabalho.

Para o efeito, propõe-se testar o modelo CAPM que melhor descreve as rendibilidades esperadas, para uma amostra de ativos pertencentes ao índice de mercado PSI20 e 50 carteiras para a zona euro (incluindo Portugal), construídas por French (2014) para período de fevereiro de 2001 – julho de 2014 numa base mensal, aplicando a metodologia (e dados dos fatores) proposta por Fama e French (1993; 1996; 2004) e Carhart (1997) que consiste na técnica de regressão linear (simples e múltipla), para validar os modelos propostos.

Para a implementação do modelo de regressão linear simples e múltipla será utilizado o método dos mínimos quadrados ordinários, cuja significância do modelo será avaliada através do teste F e a significância dos parâmetros será avaliada através do teste t . Para a deteção de autocorrelação entre resíduos e presença de heterocedasticidade, serão aplicados os testes de Breusch-Godfrey para autocorrelação até a ordem dois e Breusch-Pagan para a heteroscedasticidade respetivamente. Foram impostas as seguintes condições conforme Gujarati e Porter (2009):

- Para o teste estatístico t , teste bilateral, para um nível de confiança de 95% (nível de significância de 5%), vai-se considerar o t crítico igual a dois;
- Para coeficiente alfa igual a zero, o valor absoluto do teste t deve ser menor que 2, para o CAPM ser consistente, ou seja, se o valor do intercepto for diferente de zero e estatisticamente significativo (a um nível de significância de 5%) o CAPM falha em prever o prémio de risco.

O presente trabalho está estruturado em três capítulos para além da introdução. No capítulo I, designado de enquadramento teórico, procura-se expor e evidenciar os aspetos teóricos/empíricos produzidos nos últimos anos partindo da estrutura conceptual do modelo CAPM. Começa-se por discutir os estudos a favor e contra e anomalias estruturais do modelo CAPM e para fundamentar a teoria apresenta-se os modelos CAPM mono, tri e tetrafatorial. Segue-se o capítulo II, Metodologia, onde se apresenta os critérios, hipóteses e os métodos de análise para materializar o objetivo proposto fundamentado na revisão de literatura. No capítulo III, apresenta-se e analisa-se os resultados produzidos pela aplicação da metodologia anteriormente referida e formação de carteira de investimento para dez ativos do PSI20. Por fim, termina-se com a conclusão e sugestão para futuras investigações.

I – ENQUADRAMENTO TEÓRICO

Uma das implicações centrais do modelo CAPM está no fato da carteira de mercado ser de média-variância eficiente que, por definição implica que a carteira de mercado seja um *portfolio* positivo, ou seja, todos os pesos dos ativos que compõem a carteira devem ser positivos (Levy & Roll, 2013). Contudo a existência ou a falta da carteira eficiente, tem atraído um grande interesse de pesquisa como demonstra Fama e French (2004).

Cinco décadas após o seu aparecimento, apesar da “sentença de morte”, o modelo CAPM assume-se como (i) o mais amplamente utilizado nas finanças corporativa para estimar o custo de capital e avaliação de carteiras; (ii) ainda é o elemento central em cursos de pós graduação em finanças empresariais, como já referido anteriormente (Fama & French, 2004).

Como já mencionado na introdução, cerca de 75% dos professores de finanças recomenda o uso do CAPM para estimar o custo de capital (Welch, 2008). Graham e Harvey (2001; 2010; 2013) indicam que 74% das empresas americanas usam o CAPM. De acordo com Brounen, Jong e Koedijk (2004) 45% das empresas Europeias usam o CAPM. Fama e French (2004) reconhecem que o apelo ao CAPM está no fato de oferecer previsões poderosas e intuitivamente agradáveis sobre a medida de risco e a relação entre o risco e a rentabilidade. Estas evidências estão em consonância com vários trabalhos dos últimos 14 anos que reconhecem a validade do CAPM. Brückner, Lehmann e Stehl (2012) usaram dados de empresas cotadas na bolsa de Frankfurt

durante os anos de 1960-2007 e concluíram que os resultados estão em plena consonância com o CAPM e reafirmam que “*In Germany the CAPM is Alive and Well*” (Brückner, Lehmann e Stehl, 2012, p.1).

Sudarsanam (2011) realçam a importância do CAPM e sua contribuição para agências reguladoras de diversos países. Lova e Nayakb (2009) usaram diferentes *proxies* de mercado para explorar o trabalho de Fama e MacBeth (1973) e concluíram que as críticas de Roll (1977) incontestável em teoria, podem ser bastante indulgentes na prática. Tsuji (2009) avaliou 25 títulos do mercado bolsista Japonês, os resultados empíricos demonstraram que o CAPM pode ser adequadamente aplicado no mercado Japonês. Benson e Faff (2013) alertam para as conclusões marcadamente intencional para rejeição do CAPM dado que são empregues metodologias diferentes. Kempf e Memmel (2006) utilizando dados de índices bolsistas de rendibilidades mensais dos países do G7 para o período de 1984 – 2003, mostraram que a carteira de mínima variância global supera a carteira de mercado e abriram uma nova linha de investigação; estes investigadores, demonstraram que os pesos da carteira de mínima variância global são iguais para os coeficientes de regressão e concluíram que esta constatação permite transferir toda a metodologia OLS (Mínimos Quadrados Ordinário) para a estimar os pesos e parâmetros de rendibilidade da variância mínima global para a carteira de mercado.

Fama e French (2004) resgataram, atualizaram e sintetizaram o histórico crítico dos trabalhos empíricos, desde a década de 1970 até a 2002¹ que, serviram de catalisador e marcaram o ponto a partir do qual é genericamente aceite que o CAPM sofre de problemas potencialmente fatais e representam desafios a serem explicados por modelos alternativos² – os autores reforçam a proposta do modelo CAPM trifatorial, visto que o CAPM unifatorial (baseado no risco de mercado medido pelo coeficiente beta) não basta para explicar a rendibilidade esperada, adicionando mais dois fatores: tamanho da empresa (valor de mercado ou capitalização bolsista) e índice *book-to-market* (que futuramente passaremos a designar simplesmente por B/M), os quais podem explicar fatores de riscos não observados. Este argumento parte das evidências de Fama e French (1993; 1996), que num teste de série temporal usando 25 *portfolios* diferentes baseados no tamanho e índice B/M, verificou-se que, baseado no CAPM mono fator, muitos coeficientes alfa são significativamente diferentes de zero, ao contrário os coeficientes alfa dos 25 *portfolios* (não são significativamente diferentes de zero) baseados no modelo de três fatores.

¹ Para uma leitura contextual ver Fama e French (1993; 1996).

² Fama e French (1992) examinaram a relação beta-rendibilidade entre os anos 1963-1990 e concluíram que, não havia relação estatisticamente considerável entre as duas variáveis. Estes resultados foram prontamente contestados – Amihud, Christensen e Mendelson (1992), utilizando os mesmos dados e período de tempo, concluíram que os betas explicavam as diferenças entre as rendibilidades esperadas; Kothari, Shanken e Sloan (1995) estimaram betas utilizando dados anuais e concluíram que os betas explicam parte significativa das diferenças das rendibilidades esperadas.

O argumento para o CAPM trifatorial assenta na evidência de que ativos de empresas com baixo valor de mercado produzem rendibilidades médias superiores aos ativos de empresas de maior valor de mercado e ativos com alto índice B/M apresentam altas rendibilidades média em relação aos ativos de empresas de baixo índice B/M, cujo fator risco de mercado - beta não é capaz de explicar (Fama & French, 1993; 1996). Charhart (1997) observou que ações com altas rendibilidades produzidas no passado, tendem apresentar rendibilidades superior à média durante um certo período de tempo e ações de baixas rendibilidade produzidas no passado tendem apresentar rendibilidades inferiores à média, e propõe acrescentar ao modelo trifatorial o fator momento.

Nos pontos que se seguem discutem-se os trabalhos já desenvolvidos que debatem as anomalias e críticas ao modelo e os desenvolvimentos recentes do modelo CAPM.

1.1. Anomalia Estrutural do Modelo CAPM

Roll (1977) argumentou que o CAPM não poderia ser testado em virtude da carteira de mercado não ser observável, o que implicaria que todos os testes efetuados não teriam base empírica para validá-lo – o CAPM como modelo simplificador (do modelo de Markowitz (1952)) implica que a carteira de mercado seja de média-variância, porém cedo se percebeu da existência de dois problemas: (i) a matriz amostral de variância-covariância simples e (ii) o vetor das rendibilidades esperada. A implementação da média-variância para a seleção de carteiras, passa pelo cálculo dos vetores de rendibilidade esperada e da matriz de variância-covariância das rendibilidades esperadas, que conforme Pafka, Potters e Kondor (2004) sofre com a "maldição de dimensões" e apresenta propriedades consideradas indesejáveis quando a dimensão da matriz é grande. De acordo com Bai e Shi, (2011) (i) quando o número de ativos N é maior que o número de observações T , a matriz amostral de variância-covariância não é de todo completa, logo sua inversa não existe; (ii) ainda que a matriz amostral de variância-covariância seja invertida, o valor esperado do seu inverso é um estimador enviesado para o inverso teórico; (iii) matriz amostral de variância-covariância pode ser volátil, logo se os pesos que compõem a carteira eficiente de média-variância são suscetíveis em dar origem a altas taxas de rotatividade ao longo do tempo. Brennan e Lo (2010) classificam esta anomalia de "*Impossible Frontiers*" e alegam contra a existência de carteiras eficientes com pesos positivos quando o número de ativos é grande. Os autores demonstram que, se a matriz de variância-covariância é desenhada de forma aleatória, então a probabilidade de uma fronteira eficiente impossível, sem uma única carteira com pesos positivo tende para 1, como o número de ativos cresce. Levy e Roll (2013, p.1) rebatem as críticas de Brennan e Lo (2010) e consideram que esta conclusão "*pode parecer uma acusação ruinosa para o CAPM*" bem como enfatizam que "*os verdadeiros parâmetros não são sorteados aleatoriamente tão pouco são exatamente iguais as estimativas da amostra, visto que o CAPM foi*

definido em termos ex-ante porém, os estudos empíricos são feitos com parâmetros ex-post porque os parâmetros ex-ante são desconhecidos”.

No que diz respeito à rentabilidade esperada, a tomada de posições de venda a descoberto, pressuposto que confere ao modelo possibilidade de contrair financiamento à taxa de juro sem risco, faz com que a carteira tangência de mercado seja formada por ativos com posições de venda a descoberto. Tal facto, por definição, implica que a carteira de mercado não possa ser eficiente. Além disso, posição de venda a descoberto é suscetível de ser restrita pelos reguladores de mercado em políticas de fundos investimentos. Por outro lado, carteiras compostas simplesmente de posições longas limitam o volume de negócio e os custos de transação (Levy & Roll, 2012; 2013; Disatnik & Benninga, 2007; 2012; Jagannathan & Ma, 2003). Fama e French (2004) defendem que se há tomada e concessão de empréstimo à taxa livre de risco ou se for permitida a venda a descoberto dos ativos com risco, implica que a carteira de mercado seja multifatorialmente eficiente ou seja, a eficiência multifatorial implica uma relação entre rentabilidade, risco de mercado e outros fatores de risco.

A crítica de Roll (1977) marcou agenda para a busca de um método capaz de explicar o comportamento da carteira de média-variância e ultrapassar as reconhecidas deficiências estatísticas/empíricas cujos dados sejam consistentes com o modelo. Black & Litterman (1991) sugerem um modelo de otimização de *portfolio*³ baseado no equilíbrio da rentabilidade esperada proporcional à covariância da rentabilidade de um ativo com a rentabilidade da carteira de mercado que garante a eficiência da carteira de mercado (de) média variância. Ou seja, dada uma carteira de mercado (*Benchmark*) que se assume como sendo *ex-ante* eficiente, obtém-se o *portfolio* ideal (através da rentabilidade em excesso implícita), a partir de duas fontes (i) análise do mercado sobre a rentabilidade implícita ao valor de mercado e (ii) opinião do gestor sobre um determinado ativo, setor de atividade ou país onde está localizado o ativo (Benninga, 2008). Com este método a rentabilidade esperada será sempre superior ao valor do ativo livre de risco. Este modelo permite ao investidor combinar os seus pontos de vista sobre as perspetivas do mercado e a rentabilidade esperada que orientam a análise de otimização a partir de duas fontes para criar uma estimativa da rentabilidade esperada - leitura atual sobre o mercado relativamente rentabilidade implícita ao valor de mercado e opinião do gestor relativamente a um determinado ativo financeiro, setor de atividade ou país onde está inserido o ativo.

Sharpe (1963) propôs o modelo de índice único (*Single Index Model* - SIM) como uma tentativa de simplificar algumas das complexidades para o cálculo da matriz de variância-covariância proposto

³ Considerado o modelo de engenharia reversa no processo de construção de *portfolio*.

por Markowitz (1952). O pressuposto básico do modelo SIM é de que a rentabilidade r esperada de um determinado ativo i pode ser estimada através de uma regressão linear simples sobre um índice de mercado, onde o movimento entre ativos i com risco é devido a uma única influência (índice) em comum. Desta feita, o modelo SIM, assume que envolve mudança nas estimativas das covariâncias (elimina os cálculos das covariâncias) mas não à variância da amostra (Benninga, 2008).

Elton e Gruber (1973) propuseram o modelo de correlação constante que assume que, para cada par de ativos de risco, existe um mesmo coeficiente de correlação, isto é, as variâncias das rentabilidades dos ativos são as variâncias das rentabilidades da amostra mas, as covariâncias estão todas relacionadas com o mesmo coeficiente de correlação que é geralmente considerado como sendo o coeficiente de correlação médio dos ativos em questão. Ou seja, os valores das variâncias são reais, porém, as covariâncias não oferecem garantias, dependem do estado da economia (Benninga, 2008).

Pesquisas recentes (Levy & Roll, 2010; 2012; 2013; Benninga, 2008; Disatnik & Benninga, 2007 e Ledoit & Wolf, 2003; 2004) propõem o método de encolhimento (*shrinkage*) da matriz variância-covariância da amostra, que consiste numa combinação de dois estimadores da matriz de variância-covariância amostral e uma matriz só de variância (diagonal) - os elementos de variância são mantidos inalterados na diagonal e elimina-se as covariâncias, ou uma combinação de dois estimadores da matriz de variância-covariância amostral e uma matriz constante. Esta metodologia para além de ser adequado aos pressupostos de que o número de variáveis tende para o infinito, em contraste com a suposição habitual de que o número de observações é que tende para o infinito, fornecem resultados com aproximações consistentes em mercados emergentes, onde o fator tempo/dimensão da série é pequena (Bai & Shi, 2011).

O método *shrinkage* tem ganho popularidade. Ledoit e Wolf (2003; 2004) desenvolveram um modelo de estimador de encolhimento da matriz de variância-covariância que permite selecionar carteiras com menor variância significativa e argumentam que o modelo reduz a dependência de modelos multifatores cercados de questões não resolvidas sobre os números de fatores e sua identidade. Jagannathan e Ma (2003) demonstraram que restringir os pesos da carteira de variância mínima para torná-la não negativa é equivalente à modificação da matriz de variância-covariância através de uma transformação de encolhimento, que tende a puxar os coeficientes mais extremos para valores mais centrais, reduzindo sistematicamente o erro de estimativa. No entanto, apenas um pequeno número de ativos são detidos em proporções positivas. Disatnik e Benninga (2007) e Benninga (2008) argumentam que, em termos de desvio padrão *ex-post* da carteira de mínima variância global, não há ganho estatisticamente significativo para o uso de estimadores de encolhimento mais sofisticado e propõem um método de encolhimento simples e assumem que a matriz de variância-covariância é uma combinação convexa entre a matriz amostral de variância-covariância e uma outra matriz (matriz de variância diagonal ou de correlação constante).

Levy e Roll (2010; 2012; 2013) adotaram o método de otimização inversa⁴ e, surpreendentemente, reconheceram que com pequenas variações nos parâmetros da amostra bem dentro dos limites de erro de estimativa convencionais é possível obter *proxy* de mercado eficiente perfeitamente consistente com o CAPM e útil para estimar rendibilidades esperadas. A abordagem de Levy e Roll (2010; 2012; 2013) encaminha para uma revolução metodológica e empírica visto que a metodologia não necessita de taxa livre de risco. Ni, Malevergne, Sornette e Woehrmann (2011) aplicaram o procedimento de Levy e Roll (2010) para 25 carteiras de Fama e French (1993) durante o período de janeiro de 1997 a dezembro de 2006 e postularam que a carteira de mercado é de média-variância eficiente.

1.2. Modelo CAPM

O modelo de avaliação de ativos em equilíbrio – *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), de Sharpe (1964), Lintner (1965) e Black (1972), é resultado do desenvolvimento da moderna teoria financeira iniciada por Markowitz – *Portfolio theory* - (Markowitz, 1952) e com a contribuição de Tobin (1958). De acordo com Markowitz (1952), o processo de seleção de uma carteira pode ser dividido em duas etapas - a primeira começa com a observação e experiência e termina com crenças sobre os desempenhos futuros de títulos disponíveis. A segunda etapa inicia-se com as crenças relevantes sobre desempenhos futuros e termina com a escolha de uma carteira. O modelo CAPM contribuiu em muito para a simplificação do cálculo rendimento e risco, visto que, no modelo de Markowitz (1952) para composição de uma carteira eficiente de n ativos seria necessário estimar o mesmo número n de rendibilidades esperadas, variâncias e um elevado número de covariâncias (isto é $[(n^2 - n)/2]$, para o CAPM o número de parâmetro a estimar é $3n+2$, ou seja três parâmetros específicos de um determinado ativo – alfa, beta e variância residual e rendibilidade média esperada do mercado e sua respetiva variância (Marcelo, Quirós & Quirós, 2010).

Segundo Fama e French (2004), o modelo de Markowitz (1952) admite que os investidores sejam avessos ao risco e que, ao escolherem entre carteiras, preocupem-se apenas com a média e a variância do retorno do seu investimento de um período. Com isso, os investidores escolhem carteiras eficientes que minimizem a variância da rendibilidade da carteira dada a rendibilidade esperada e maximizem a rendibilidade esperada dada a variância. Com esta abordagem rotula-se o modelo de Markowitz (1952) como modelo de média-variância, onde a rendibilidade da carteira é

⁴ Para estimar a rendibilidade esperada de uma carteira com mais de dois ativos da fronteira eficiente - ativos com peso positivo é necessário uma matriz de variância-covariância, e um vetor de rendibilidade esperadas. A engenharia reversa consiste em escolher uma carteira de mercado – *Benchmark* por exemplo todos os ativos que compõem o PSI20 (cuja a soma das respetivos pesos é igual a um) e assume-se que a carteira *Benchmark* é eficiente, e dela deriva-se a rendibilidade esperada (Benninga 2008).

a média ponderada das rendibilidades esperadas dos ativos que a compõe. Assim, uma carteira composta por dois ativos a sua rendibilidade esperada pode ser calculada da seguinte forma:

$$E(R_p) = W_i E(R_i) + W_j E(R_j), \text{ onde } W_i + W_j = 1 \quad (1)$$

Onde,

$E(R_p)$ – rendibilidade esperada da carteira; R_i - taxa de rendibilidade esperada do ativo; R_j – taxa de rendibilidade do ativo j ; e W_i ; W_j - participação dos ativos i e j na carteira.

O desvio padrão da carteira é dado pela expressão

$$\sigma_p = \sqrt{W_i^2 \sigma_i^2 + W_j^2 \sigma_j^2 + 2W_i W_j \text{Cov}(R_i, R_j)} \quad (2)$$

Onde,

σ_p – desvio padrão da rendibilidade esperada da carteira; σ_i^2 ; σ_j^2 – variância da taxa de rendibilidade esperada dos ativos i e j ; W_i ; W_j - participação dos ativos nas carteiras i e j ; Cov - covariância das taxas de rendibilidades esperadas entre os ativos i e j .

Porém, o risco da carteira não é uma média ponderada simples das variâncias dos títulos que compõem a carteira. Deve-se levar em conta a covariância, ou seja, a correlação - medida de associação que mede a força e direção em uma relação linear entre duas variáveis, cujos valores estão entre -1 e 1 (Fávero, et al., 2009; Gujarati & Porter, 2009). Se a correlação for maior que zero a rendibilidade de dois ativos tendem a mover-se para a mesma direção; correlação igual a zero a rendibilidade dos dois ativos é independente e correlação menor que zero a rendibilidade dos dois ativos tende a mover-se em sentidos opostos (Gujarati & Porter, 2009).

1.2.1. Linha de Mercado de Capitais (CML)

Para o modelo CAPM, Sharpe (1964) formulou hipóteses e teve o cuidado em reconhecer que as hipóteses são altamente restritivas e, sem dúvida irrealistas. Este também argumentou que, desde que o teste adequado de uma teoria não é o realismo de seus pressupostos mas a aceitação de suas implicações e uma vez que estas hipóteses implicam condições de equilíbrio que formam uma parte importante da doutrina financeira clássica, está longe de ser claro que esta formulação deve ser rejeitada, especialmente tendo em vista a falta de modelos alternativos que conduzem a resultados semelhantes. Ou seja, a fim de obter condições para o equilíbrio no mercado de capitais, a partir dessas hipóteses, deriva um modelo capaz de produzir uma função rendibilidade mínima exigida pelo ativo em função do seu risco sistemático.

Conforme Pinho e Soares (2008) o modelo CAPM é formulado sobre as seguintes hipóteses: (i) O mercado de capitais é um mercado de concorrência perfeita, ou seja todos os investidores são *price takers* – nenhum investidor individual tem possibilidade de influenciar o preço dos ativos; (ii)

O conjunto de possibilidades de investimento é apenas composto por ativos transacionados em mercados financeiros e tais ativos financeiros são perfeitamente divisíveis - este é um pressuposto necessários para assegurar a continuidade da fronteira eficiente de Markowitz (1952) bem como da *Capital Market Line* (CML); (iii) todos os investidores possuem um horizonte temporal de investimento igual a um período; (iv) não existem impostos nem custos de transação – desta feita para cada investidor é indiferente à forma como é remunerado o investimento, isto é, a remuneração por ganhos de capital ou remuneração por dividendos é indiferente; (v) toda a informação está disponível de forma gratuita e instantânea a qualquer investidor; (vi) os investidores podem efetuar aplicações financeiras e contrair financiamento à taxa de juro do ativo sem risco, a qual é idêntica em ambos os casos; (vii) os investidores são racionais - não saciáveis e avessos ao risco; (viii) os investidores formulam as suas decisões apenas com base na taxa de rentabilidade esperada e respetivo desvio padrão dos títulos ou carteiras de investimento; (ix) expectativas homogêneas – todos os investidores têm as mesmas expectativas quanto às taxas de rendibilidades esperadas, ao desvio padrão das taxas de rendibilidade esperadas e às covariâncias entre a rendibilidade dos diversos ativos financeiros. Desta feita, conclui-se que a economia funciona como se existisse um único investidor ou seja um investidor representativo que opera num mercado de concorrência perfeita (Pinho & Soares, 2008).

Conforme Sharpe (1964), Tobin (1958) mostrou que, sob certas condições, o modelo de Markowitz (1952) implica que o processo de escolha de investimento pode ser dividido em duas fases: (i) escolha de uma única combinação ideal de ativos com risco e, (ii) escolha independente relativamente à distribuição de recursos entre essa combinação ideal e um único ativo sem risco. Esta constatação é representada graficamente na figura 1 (apresentada na pagina que se segue) e resume o modelo CAPM. Esta figura sintetiza o modelo CAPM e procura descrever as oportunidades de investimento para uma carteira. O eixo horizontal representa o risco da carteira medido pelo desvio padrão da rendibilidade da carteira, o eixo vertical representa a rendibilidade esperada, a curva abc representa a fronteira de variância mínima, onde só é possível traçar combinações de rendibilidade esperada e risco de carteiras de ativos com riscos que minimizam a variância da rendibilidade para diferentes níveis de rendibilidade esperada, essas carteiras não incluem tomada e concessão de empréstimos livres de risco (Fama & French, 2004).

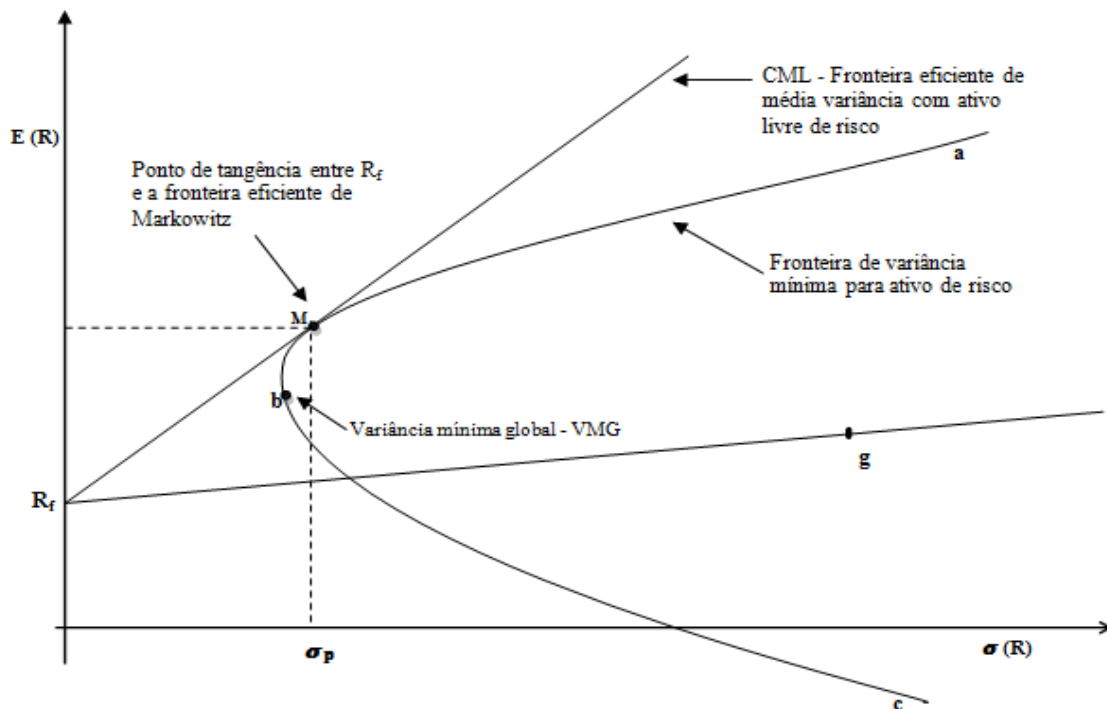


Figura 1: *Capital Market Line (CML)* e Fronteira eficiente de média variância
 Fonte: Baseado em Fama e French (2004)

Pinho e Soares (2008) designam de fronteira eficiente a combinação do conjunto de carteiras de variância mínima para cada nível de rentabilidade que é possível obter, considerando títulos individuais disponíveis, ou seja, a fronteira eficiente representa uma maior rentabilidade esperada para o mesmo nível de risco e menor risco para uma mesma rentabilidade esperada no conjunto de oportunidades de investimento. Segundo Fama e French (2004), torna-se evidente o *trade off* entre risco e rentabilidade esperada por carteiras de variância mínima; por exemplo, um investidor que deseje uma elevada rentabilidade esperada, ao nível do ponto a, precisará aceitar elevada volatilidade. Entretanto, no ponto M, o investidor pode obter uma rentabilidade esperada intermediária com menor volatilidade conforme a figura 1.

Se não houver tomada ou concessão de empréstimos à taxa livre de risco, apenas as carteiras acima de b e ao longo de abc serão eficientes em média-variância, uma vez que estas também maximizam a rentabilidade esperada, dadas as variâncias da sua rentabilidade (Fama & French 2004). O ponto b é a carteira de mínima variância global, destaca-se do conjunto da fronteira eficiente por só depender da covariância entre ativos, o que o torna observável de imediato. Benninga (2008) designa de *envelope portfolio* o conjunto de carteiras de variância mínima (eficientes ou não), conforme figura 1, o conjunto de carteiras que se situam na linha entre os pontos a e c, passando pelo ponto b (carteira de variância mínima global). Sharpe (1964) recuperou a ideia genial de Tobin (1958) e introduziu a hipótese de ativo livre de risco - R_f , segundo o qual rentabilidades reais são sempre iguais às rentabilidades esperadas (Damodaran, 2012).

Dada a introdução de um ativo livre de risco, que permite tomada e concessão de empréstimo à taxa livre de risco, o conjunto eficiente toma a forma de uma reta com intercepto no eixo vertical. Combinação de concessão de empréstimos à taxa livre de risco e de investimento positivo no ponto g (Figura 1) toma a forma de linha reta que vai de R_f a g à medida que diminui o peso do ativo livre de risco. Os pontos à direita de g na linha representam tomada de empréstimo à taxa livre de risco, sendo os proventos da tomada de empréstimo usados para aumentar o investimento da carteira g . Em síntese (ver figura 1), carteiras que combinem concessão ou tomada de empréstimo à taxa livre de risco (R_f) com uma carteira arriscada g são representadas por uma linha reta que sai de R_f e passa por g (Fama & French, 2004).

Atendendo à hipótese das expectativas homogêneas, conceder e contrair empréstimos, independentemente do grau de aversão ao risco, a carteira M oferece oportunidades iguais a todos os investidores e torna possível dividir o investimento entre o ponto de mercado M e o ativo livre de risco - R_f dado que a melhor relação encontra-se precisamente no ponto de tangência entre R_f e a fronteira eficiente de Markowitz. Se o investidor formar uma carteira próxima ao ativo livre de risco - R_f demonstra aversão ao risco, caso a carteira esteja no ponto M o investidor apresenta pouca aversão ao risco, é possível criar carteira para além do ponto M se o investidor tomar emprestado à taxa livre de risco para investir na carteira arriscada (Fama & French, 2004; Neto, 2007). Desta feita, a carteira M passa a designar-se de carteira de mercado e a linha reta que liga o ponto R_f ao ponto M é a fronteira eficiente global, visto agregar ativos com e sem risco, e é chamada de Linha de Mercado de Capitais (CML). Constata-se que todas as carteiras eficientes são combinações do ativo livre de risco - R_f com uma só carteira tangente arriscada M . Visto a CML ser uma reta, é possível representá-la pela equação polinomial do primeiro grau:

$$y = a + b \cdot x \quad (3)$$

Sendo,

y – a variável independente; a – coeficiente

e dela extrai-se a equação que permite calcular a rendibilidade esperada de uma carteira em função do seu risco:

$$E^{CML}(R_p) = R_f + \left(\frac{R_m - R_f}{\sigma_m} \right) \times \sigma_p \quad (4)$$

Onde,

$E^{CML}(R_p)$ - rendibilidade esperada de uma carteira eficiente; R_m - taxa de rendibilidade esperada da carteira cópia do mercado; R_f - taxa de rendibilidade do ativo sem risco; σ_p - desvio padrão da taxa de rendibilidade de uma carteira eficiente e σ_m - desvio padrão da taxa de rendibilidade da carteira cópia do mercado.

1.2.2. Linha de Mercado de Títulos (SML)

Da análise feita à figura 1, conclui-se que a carteira de mercado M, sobrepõe-se a fronteira eficiente de Markowitz (1952). Com efeito, se a carteira de mercado M for diversificada, então todos os investidores também apresentaram carteiras diversificadas e o risco da carteira passa a ser o risco de mercado (Fama & French, 2004) ou seja, existe apenas um fator – o comportamento do mercado, capaz de explicar a evolução nos preços dos ativos financeiros (Sharpe, 1964). Em conformidade, torna-se possível mensurar o valor de um título em função da alteração da carteira de mercado através de uma reta de regressão linear designada linha característica do ativo i , onde a taxa de variação do ativo i é denotado como beta (β) do título. O coeficiente beta resultante da regressão dos próprios valores históricos da carteira de mercado é igual a 1. Em conformidade, a linha de mercados de títulos - *Security Market Line* (de ora em diante designada simplesmente por SML), é representada no espaço (β , $E(R)$). A figura 2 representa a relação entre risco de mercado e a rentabilidade esperada, permite calcular a rentabilidade a exigir para um ativo em função do seu nível de risco de mercado e é válido para todos os títulos individuais e para todos os *portfolios* eficiente ou não, desde que esteja numa situação de equilíbrio (Pires, 2008).

Tal como a CML, a SML também é uma reta, logo é possível representá-la pela equação polinomial do primeiro grau (equação 4). Dela extrai-se a equação que permite calcular a rentabilidade esperada de uma carteira ou título em função do risco de mercado (Pires, 2008).

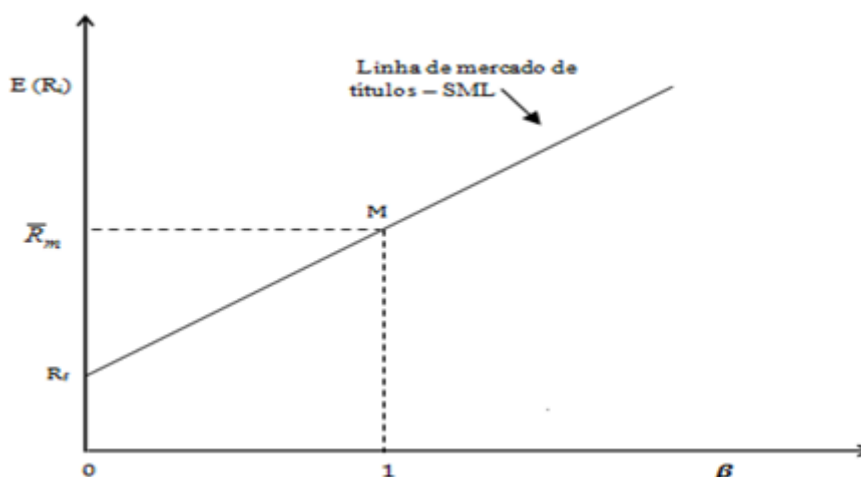


Figura 2: Linha de Mercado de Títulos (SML)

Fonte: Elaboração própria baseado em Pires (2008).

A figura 2 apresenta no eixo vertical o ativo livre de risco R_f com o risco sistemático zero. O ponto M corresponde a carteira de mercado cujo risco de mercado (β) é igual a um. A taxa de variação medida pelo coeficiente beta representa o risco sistemático de um determinado título ou carteira e

pode apresentar os seguintes valores: (i) beta maior que um, quando o título apresenta um risco sistemático maior que o risco de mercado; (ii) beta igual a um, significa que seu risco sistemático é igual ao risco de mercado e varia na mesma proporção; (iii) beta menor que um, significa que o risco sistemático é menor que o da carteira dada uma variação no seu valor; (iv) beta igual a zero, significa que a rentabilidade do título é independente às variações do mercado, beta menor que zero, a rentabilidade varia em sentido oposto a variações do mercado (Pires, 2008; Marcelo, et al., 2010).

A equação que caracteriza o risco sistemático β e a rentabilidade esperada representa o modelo CAPM e a reta que o determina é chamada de Linha de mercado de títulos – SML, sendo representado pela equação seguinte:

$$E(R_i) = R_f + \beta_i (R_m - R_f), \text{ onde } \beta_i = \frac{Cov(R_i, R_m)}{\sigma_m^2} \quad (5)$$

Sendo,

R_i - taxa de rentabilidade esperada de um ativo i ; R_m - taxa de rentabilidade esperada da carteira cópia do mercado M ; R_f - taxa de rentabilidade do ativo sem risco e β_i - risco sistemático do ativo i ; $Cov(R_i, R_m)$ – covariância entre rentabilidade do ativo i e rentabilidade da carteira cópia do mercado.

A SML (equação 5) pode ser testada através da equação de regressão linear simples, onde o valor do coeficiente beta é obtido a partir da rentabilidade em excesso sobre a taxa livre de risco (Fama & French, 2004; Marcelo, et al., 2010).

$$R_{it} - R_{ft} = \alpha_i + \beta_i (R_{mt} - R_{ft}) + \varepsilon_{it}, \text{ com } \alpha = 0 \quad (6)$$

Sendo,

$R_{it} - R_{ft}$ - rentabilidade em excesso do ativo i no tempo t ; $\beta_i (R_{it} - R_{ft})$ – prêmio de risco do ativo i .

A diferença entre o modelo CAPM (equação 5) e o modelo de regressão linear parte do valor coeficiente alfa; $\alpha > 0$, denota-se um rendimento superior ao sugerido pelo seu risco de mercado, implica que o rendimento situa-se acima da linha SML, por outro lado, $\alpha < 0$, denota-se um rendimento inferior ao sugerido pelo seu risco de mercado, implica que o rendimento situa-se abaixo da linha SML. De acordo com Marcelo, et al., (2010) em ambos os casos ($\alpha > 0$, $\alpha < 0$), contraria a condição teórica do equilíbrio de mercado que implica que os valores do mercado devem estar ao longo da SML.

1.3. Modelo CAPM de Fama e French

O modelo CAPM trifatorial proposto por Fama e French (1993; 1996) é resultado de estudos anteriores que evidenciaram⁵ que, quando as ações ordinárias são classificadas de acordo com certas características como tamanho⁶ (preço de mercado vezes número de ações); rácios B/M e *Price earnings* (de ora em diante designada simplesmente por P/E), formam um padrão de comportamento das rendibilidades médias que são consideradas como anomalias⁷ de mercado que o modelo CAPM mono fatorial não é capaz de explicar (Fama & French 1996; 2004).

Banz (1981) verificou que empresas pequenas em termos de valor de mercado das ações (preço vezes número de ações) apresentam rendibilidades médias superior às empresas grandes com nível de risco semelhante. De acordo com Pires (2008) a razão para esta anomalia poderá dever-se a dificuldades em estimar o verdadeiro valor de risco (beta), custo de transação devido a pouca liquidez/transação do qual investidores exigem maiores rendibilidades.

Basu (1983) observou que ativos com índice P/E elevado apresentam rendibilidades mais elevadas do que o CAPM mono fatorial prevê. Bhandari (1988) conclui que empresas com alta alavancagem financeira produzem rendibilidades muito elevadas em relação aos seus riscos de mercado. Stattnam (1980) e Rosenberg, Reid e Lanstein (1985) como referido em Fama e French (2004) atestam que ativos com elevados índices B/M têm elevadas rendibilidades médias que não são captadas pelos seus betas.

Com efeito, Fama e French (1992) usando uma abordagem por regressão transversal sobre ações dos índices *NYSE*, *AMEX* e *NASDAQ* para o período de 1940 - 1990 testaram em simultâneo o efeito das variáveis consideradas como anomalias de mercado (tamanho, índices (B/M e P/E) e risco de mercado (RM-RF), tendo constatado que (i) para o período entre 1963-1990 não existe relação positiva entre o risco de mercado medido pelo coeficiente beta e as rendibilidades médias; (ii) para o período de 1961-1990 existe uma relação fraca, entre o risco de mercado e as rendibilidades médias; (iii) há uma relação negativa entre o efeito tamanho e as rendibilidades médias; (iv) há uma relação positiva entre índice B/M e rendibilidades médias; (v) os poderes explicativos do índice P/E, e alavancagem são absorvidos pela combinação das variáveis tamanho e índice B/M.

Fama e French (1992) concluem que quando as variáveis tamanho, índices B/M são adicionados ao fator risco de mercado, produzem rendibilidade média esperadas que o CAPM de fator único

⁵ Fama e French (2004) consideram essas evidências como primeiro golpe ao modelo CAPM mono fator.

⁶ Valor de mercado das empresas.

⁷ Ball (1978) como referido em Marcelo, et al. (2010) introduziu o termo anomalia em contexto financeiro, como comportamento das rendibilidades de títulos negociados em bolsa de valores, que não são previamente explicados pela teoria financeira.

não é capaz de explicar e sugerem que o tamanho e índice B/M podem ser *proxy* de fatores de risco não observados. Em conformidade, Fama e French (1993) propõem o modelo CAPM trifatorial baseado em risco de mercado, tamanho e B/M, representada pela seguinte equação:

$$E(R_{it}) - R_{ft} = \beta_{im} [E(R_{mt}) - R_{ft}] + \beta_{is} E(SMB_t) + \beta_{ih} E(HML_t) \quad (7)$$

Onde,

SMB_t (*Small minus Big*) – diferença entre rendibilidades de carteiras diversificadas de ativos de empresas pequenas face às grandes; HML_t (*High minus Low*) – diferença entre rendibilidades de carteiras diversificadas de ativos de índice B/M alto e baixo; e β – taxa de variação da regressão múltipla de excesso de rendibilidade do ativo i ; $(R_{it} - R_{ft})$ em relação ao prémio de risco de mercado $(R_{mt} - R_{ft})$; SMB_t e HML_t .

Fama e French (1993; 1996; 2004) observam que, da equação (7) do modelo trifatorial o interceto α_i da regressão de série temporal é zero para todos os ativos i , conforme a seguinte equação:

$$R_{it} - R_{ft} = \alpha_i + \beta_{im} (R_{im} - R_{ft}) + \beta_{is} (SMB_t) + \beta_{ih} E(HML_t) + \varepsilon_{it}, \text{ com } \alpha = 0 \quad (8)$$

Adiante, Fama e French (1993) usando uma abordagem por regressão de serie temporal sobre ações dos índices *NYSE*, *AMEX* e *NASDAQ* para o período de 1963-1990 testaram 25 carteiras baseadas em tamanho e índice B/M e constataram a existência de coeficientes alfa significativamente positivos⁸, para ativos de tamanho pequeno com altos índices B/M. Ativos de pequenas empresas tendem a ter rendibilidades média mais elevadas do que os ativos de empresas grandes e ativos de empresas de alto índice B/M têm rendibilidades mais elevadas do que as ativos de empresas de baixo índice B/M. Fama e French (1993; 1996) concluíram que o modelo capta grande parte da variação da rendibilidade média formada por tamanho e índice B/M.

Para a construção de carteiras de fatores de risco formadas em tamanho e índice B/M, Fama e French (1993; 1996) aplicaram a seguinte metodologia: No final de julho de cada ano t (1963-1991), com base em informações contabilísticas das empresas em análise a partir de dezembro do ano do ano anterior ($t-1$), através dos ativos dos índices bolsista americano *NYSE*, *AMEX* e *NASDAQ*, são formados seis *portfolios* de acordo com o tamanho (capitalização bolsista, ou seja, valor de mercado vezes o preço) e o índice B/M. Para os fator de risco tamanho, os ativos são divididos em dois grupos através da mediana (*Small* e *Big*) e ordenados de forma crescente em função do tamanho de cada empresa em junho $t+1$. Para o fator índice B/M, com base nas suas posições anual, mensurados em dezembro do ano $t-1$, essas carteiras são dinâmicas e atualizadas anualmente, os ativos são divididos em três grupos: (i) 30% *Low*; (ii); 40% *Middle* e (ii)

⁸ Ou seja, alfa significativamente diferente de zero, baseados no CAPM mono fatorial ao contrário, para o CAPM trifatorial os coeficientes alfa não são significativamente diferentes de zero positivos.

30% *High*, respetivamente. Ativos de empresas com índice B/M negativo e de empresas financeiras são descartados devido o grau de endividamento. Desta feita, são construídos seis *portfolios* através do cruzamento de dois grupos tamanho e três grupos índice B/M. A razão em classificar as empresas em três grupos para B/M e dois grupos para o efeito tamanho deve-se as evidências do estudo de Fama e French (1992) que constataram que o índice B/M está fortemente associados às rendibilidades médias. Porém os autores reconhecem que a divisão é feita de forma aleatória (Fama & French, 1993; 1996).

Os pesos das rendibilidades mensais dos ativos que compõem as carteiras são calculados de julho do ano t a junho do ano $t+1$, de acordo com o seu valor de mercado. Este procedimento tem duração de um ano. A escolha dos meses de julho para classificar os títulos e os valores das carteiras mensurados em dezembro, atribui-se ao fato das empresas (nesta data) já terem divulgado o balanço contabilístico do exercício fiscal.

O fator SMB (*Small minus Big*) é obtido pela diferença mensal entre a média simples das rendibilidades das três carteiras *Small* (S/L, S/M, e S/H) e a média das rendibilidades sobre as três carteiras *High* (B/L, B/M, e B/H). O fator de risco HML (*High minus low*) é obtido pela diferença mensal entre a média simples das rendibilidades das duas carteiras *High* (S/H, B/H), e a média das rendibilidades sobre as duas carteiras *Low* (B/L e S/L).

Para as 25 carteiras formadas por tamanho e índice B/M foi utilizado a mesma metodologia que foi usada para as seis carteiras tamanho e índice B/M explicitadas anteriormente. Neste caso através do cruzamento de cinco grupos tamanho e cinco grupos índice B/M.

1.4. Modelo CAPM de Fama e French - Carhart

Jegadeesh e Titman (1993) observaram um comportamento padrão relacionados com ativos com altas/baixas rendibilidades produzidas no passado que tendem apresentar rendibilidades superiores/inferiores durante um certo período de tempo e concluíram que, este comportamento poderá dever-se a chegada de novas informações ao mercado suscetível em estimar ou subestimar temporariamente os preços dos ativos. Carhart (1997) propôs adicionar ao modelo trifatorial de Fama e French (1993) o fator momento que resulta da diferença entre altas rendibilidades e baixas rendibilidades dos ativos dos últimos 3 a 12 meses (referidos por *Win Minus Lose* - WML), o qual evidencia captar grande parte da variação da rendibilidade dos fundos de investimentos aberto, cujos modelos CAPM mono e trifatorial não são capazes de explicar. Fama e French (1996; 2004) reconheceram que o modelo CAPM trifatorial não é capaz de explicar o comportamento anormal designado *momentum* por Carhart (1997) que classificam de efeito ímpeto e que consideram útil em aplicações cuja meta seja para abstrair-se dos padrões conhecidos das rendibilidades médias que revelam efeitos associados a determinadas informações. Porém, Fama e French (2004) classificam de irrelevante este efeito para estimativa do custo de capital próprio.

A equação 9 representa o modelo CAPM de quatro fatores proposto por Carhart (1997) cuja construção de carteiras de fator *momentum* (WML) é feito de forma semelhante ao SMB.

$$E(R_{it}) - R_{ft} = \beta_{im} [E(R_{mt}) - R_{ft}] + \beta_{is} E(SMB_t) + \beta_{ih} E(HML_t) + \beta_{iw} E(WML_t) \quad (9)$$

Onde,

SMB_t (*Small minus Big*) – diferença entre rendibilidades de carteiras diversificadas de ativos de empresas pequenas face às grandes; HML_t (*High Minus Low*) – diferença entre rendibilidades de carteiras diversificadas de ativos de índice *B/M* alto e baixo; e β – taxa de variação da regressão múltipla de excesso de rendibilidade do ativo *i* em relação a prémio de risco de mercado ($R_{mt} - R_{ft}$); SMB_t e HML_t ; WML – (*Win Minus Lose*) diferença entre altas rendibilidades e baixas rendibilidades das ações dos últimos 3 a 12 meses.

À semelhança das equações 6 e 8, para todos os ativos *i* o interceto α_i da regressão de série temporal é zero para um modelo CAPM de quatro fatores, resultando na equação que se segue:

$$R_{it} - R_{ft} = \alpha_i + \beta_{im}(R_{im} - R_{ft}) + \beta_{is}(SMB_t) + \beta_{ih}E(HML_t) + \beta_{iw}E(WML_t) + \varepsilon_{it}, \text{ com } \alpha = 0 \quad (10)$$

II – METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO E BASE DE DADOS

No capítulo anterior procurou-se efetuar uma revisão sucinta das evidências teóricas e empíricas produzidas nos últimos anos sobre o modelo CAPM e a sua validade. Neste capítulo pretende-se expor o objetivo geral e específico do presente trabalho, as hipóteses de investigação, metodologia de recolha de dados e procedimento metodológico a adotar. Será ainda apresentado os pressupostos dos modelos de regressão linear que estão por base ao teste de validade dos modelos CAPM mono e multifatores.

2.1. Objetivos, Hipóteses de Investigação e Processo Metodológico

O objetivo deste trabalho é verificar se o modelo CAPM é válido na bolsa portuguesa e em outras bolsas da zona euro (da qual a bolsa de Lisboa faz parte). Para o efeito, propõe-se testar o modelo CAPM que melhor descreve as rendibilidades esperadas, para um conjunto de ativos pertencentes ao índice de mercado PSI20 (índice de mercado da bolsa de valores *Euronext* Lisboa, a bolsa do mercado acionista português) e 50 carteiras para a zona euro (incluindo

Portugal), construídas por French (2014) para o período de fevereiro de 2001 – julho de 2014, numa base mensal, a aplicando a metodologia (e dados dos fatores de risco) proposta por Fama e French (1993) e Carhart (1997) que consiste na técnica de regressão linear (simples e múltipla), para validar os modelos propostos.

O objetivo específico consubstancia-se na fundamentação teórica sobre a problemática da formação da carteira de média variância, em busca de um método para o modelo CAPM, capaz de explicar melhor a rentabilidade média quando comparado aos modelos multifatorial. É também objetivo deste trabalho construir uma carteira de investimento com ativos do índice PSI20 recorrendo à metodologia proposta por Benninga (2008) para a construção do envelope portfolio e aplicação do modelo de Black e Litterman (1991) de otimização do portfolio para garantir que este é de média variância mínima eficiente.

Tal como propõem Fama e French (1993) os fatores de risco podem ser usados em qualquer aplicação que requer estimativas de rentabilidade esperada. O modelo CAPM afirma que o valor esperado das rentabilidades em excesso de um ativo é inteiramente explicado pelo seu prémio de risco de mercado, desta feita, o coeficiente alfa num modelo de regressão de série temporal é zero (Fama & French, 1993). Essa abordagem também é válida para os modelos CAPM de três e quatro fatores quando adicionados outros fatores de riscos.

Em conformidade foi proposta as seguintes hipóteses de investigação para o teste de série temporal:

H1- Para o modelo CAPM o risco de mercado, explica integralmente as rentabilidades esperadas.

H2- Fatores de risco tais como SMB, HML e WML, proporcionam rentabilidades médias esperadas não explicadas pelo CAPM monofatorial.

Uma das hipóteses que sustentam do modelo CAPM é de que os investidores formulam as suas decisões apenas com base na taxa de rentabilidade esperada e respetivo desvio padrão dos títulos ou carteiras de investimento. Sharpe (1964) reconheceu que as hipóteses do modelo são altamente restritivas e sem dúvida irrealistas. Porém, propõe que o teste ao modelo seja aceitação dos pressupostos tendo em conta a falta de modelos alternativos que conduzem a resultados concretos semelhantes ao modelo. Em conformidade assume-se que a distribuição estatística das taxas de rentabilidade estimadas a partir de dados históricos mensurados para um período em análise são bons estimadores das rentabilidades esperadas⁹.

⁹ Para a amostra de tamanhos consideradas suficientemente grandes, a violação da suposição de normalidade é praticamente irrelevante (Brooks 2008).

Partindo das hipóteses de investigação, propõe-se considerar duas etapas para o processo metodológico. A primeira etapa consiste em (i) selecionar ativos do índice PSI20 para a formação de uma carteira que servirá de base para testar o modelo CAPM mono e multifatorial, usando os fatores de risco propostos por Fama e French (1993) e Carhart (1997); (ii) cálculo das estatísticas descritivas e matriz de correlação R de Pearson dos fatores de risco referidos; (iii) validação do modelo CAPM monofatorial e multifatorial recorrendo ao prémio de risco (a) calculado através da rentabilidade PSI20 menos Euribor a um mês e ao prémio de risco (b) proposto por French (2014) para o mercado da zona Euro, onde Portugal está integrado.

Na segunda etapa do processo metodológico, propõem-se testar os modelos mono e multifatorial recorrendo aos mesmos procedimentos descritos para a primeira etapa mas, selecionando 50 carteiras da zona Euro, construídas por French (2014) sendo que, 25 dessas carteiras são formadas em tamanho e índice B/M e 25 carteiras formadas em tamanho e *momentum* e os respetivos fatores de riscos como propõe French (2014).

Para o cálculo das estatísticas descritivas como média e desvio padrão, cálculo da matriz de correlação R de Pearson entre os fatores de risco (prémio de risco de mercado, SMB, HML e WML) e aplicação de testes de hipóteses, serão utilizadas ferramentas do *software Microsoft Excel* 2010. Para o cálculo das rentabilidades, será utilizada a fórmula logarítmica também conhecida como rentabilidade contínua que, de acordo com Marcelo, et al. (2010), é a mais utilizada em trabalhos empíricos dada a suas propriedades estatísticas, através da equação (11) e sua respetiva volatilidade, equação (12) e para correlação R de Pearson entre os parâmetros equação (13).

$$R_i = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (11) \quad \sigma_i = \sqrt{\sum_{j=1}^N \left(\frac{R_{ij} - \bar{R}_i}{M-1}\right)} \quad (12) \quad Corr = \frac{Cov(R_A, R_B)}{\sigma_{R_A} \times \sigma_{R_B}} \quad (13)$$

Onde,

R_i – rentabilidade do ativo i ; P_t – cotação no momento presente; P_{t-1} – cotação do dia anterior; σ_i – desvio padrão; \bar{R}_i – rentabilidade média diária; $M-1$ – número de observações; $Corr$ – correlação; $Cov(R_A, R_B)$ – covariância entre elementos A e B; $\sigma_{R_A}\sigma_{R_B}$ - produto entre os desvios padrão dos elementos A e B.

O parâmetro média da rentabilidade mensal do índice PSI20 será calculado a partir da rentabilidade diária deste e posteriormente convertida para mensal, aplicando a metodologia proposta por Marcelo, et al. (2010) através das seguintes equação:

$$R_m = R_d \times n \quad (14)$$

Onde,

R_m - rentabilidade média mensal do índice PSI20; R_d - rentabilidade média diária e n - número de sessões diárias em um mês.

Relativamente à primeira etapa, para a bolsa Portuguesa, foram selecionados 10 títulos de diferentes setores de atividade (finanças, telecomunicações, distribuição, energia e construção), cotados na bolsa *Nyse-Euronext*, do mercado português e do seu principal índice, o PSI20, recolhendo a cotação de fecho ajustado para dividendos e desdobramentos, conforme Benninga (2008) para o período de fevereiro de 2001 – julho de 2014 em uma base mensal. Os ativos selecionados foram: Banco Português de Investimento (BPI), Banco Comercial Português (BCP), Energias de Portugal (EDP), Mota-Engil (EGL), Impresa (IPR), Jerónimo Martins (JMT), Portugal Telecom (PT), Portucel, Soporcel (PTI), Semapa (SEM) e Sonae (SON). A escolha destes ativos deve-se ao fato de serem os únicos títulos cuja informação consta no período em análise de fevereiro de 2001 a julho de 2014 (162 observações mensais). Para a taxa livre de risco recorreu-se à taxa Euribor a 1 mês, considerada como as taxa de base para todo o tipo de produtos de taxas de juros da zona euro, instrumento do mercado monetário aceitável como ativo livre de risco, tal como argumenta Bodie, Kane e Marcus (2003).

Os dados históricos foram obtidos a partir dos sites <http://finance.yahoo.com/> (para os 10 ativos negociados na bolsa de Lisboa), <http://www.bolsapt.com/> <http://pt.euribor-rates.eu/taxas-euribor-por-ano.asp> (para taxa Euribor). Para os três fatores de risco (*SMB*, *WML* e *WML*) bem como para o prémio de risco de mercado (RM-RF) da zona euro¹⁰, recorreu-se à base de dados de French (2014) através da página web <http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/>.

Na fase da validação dos modelos CAPM proceder-se-á à realização do teste de série temporal, através da estimação dos modelos de regressão linear simples e múltipla, com recurso ao método dos mínimos quadrados ordinários, de modo a verificar o comportamento do coeficiente alfa em relação aos modelos CAPM para um, três e quatro fatores de risco recorrendo às equações (6), (8) e (10), respetivamente, referidas na revisão de literatura, tendo como base a metodologia apresentada por Fama e French (1993).

¹⁰ Para além de Portugal, inclui Alemanha, Áustria, Bélgica, Dinamarca, Espanha, Finlândia, França, Grécia, Irlanda, Itália, Noruega, Países Baixos, Reino Unido, Suécia e Suíça.

Para os referidos testes de hipótese foram impostas as seguintes condições conforme Gujarati e Porter (2009):

- (i) Teste bilateral, nível de confiança de 95%, nível de significância 5%, t crítico = 2;
- (ii) Para o valor do coeficiente alfa ser considerado igual a zero, o valor absoluto do teste t deve ser menor que 2, para o CAPM ser consistente, ou seja, se o valor do interceto for diferente de zero e estatisticamente significativo (5%), o CAPM falha na previsão do prémio de risco. Para o coeficiente dos fatores de risco serem significativos os respetivos valores de t deverão ser maior que 2.

Para dar resposta ao objetivo que pretende construir o *envelope portfolio* será utilizada a cotação histórica dos dez ativos negociados na bolsa de Lisboa, pertencentes ao PSI20, aplicando conceito de modelagem financeira desenvolvido por Benninga (2008), construindo a matriz de variância-covariância amostral a partir dos dados históricos e pesos das rendibilidades de cada ativo, com recurso às ferramentas do *software Microsoft Excel* 2010, usando as seguintes equações, conforme Benninga (2008)¹¹:

$$X = [X_1, X_2 \dots X_N] = \frac{S^{-1} \{E(R) - C\}}{\sum S^{-1} \{E(R) - C\}} \quad (15)$$

Onde,

$E(R) - C$: vetor coluna (dimensão 10x1) das rendibilidades esperadas em excesso sendo C a contante aleatória, podendo ser definida como o ativo livre de risco (RF).

O $E(R) - C$: é denotado por:

$$E(R) = \begin{bmatrix} E(R_1) - C \\ E(R_2) - C \\ \vdots \\ E(R_N) - C \end{bmatrix} \quad (16)$$

¹¹ A partir da equação 15 deriva-se a carteira do envelope

X - vetor coluna (dimensão 10x1) dos pesos¹² do *portfolio* denotado por:

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_N \end{bmatrix}, \text{ com } \sum_{i=1}^N X_i = 1 \quad (17)$$

S^{-1} - matriz simétrica (inversa) de variância-covariância (dimensão 10X10), formada pelo produto entre a matriz transposta (A^T) e diminuída (A)¹³ ponderado pelo número de observações $M-1$, denotada por:

$$S = \frac{A^T A}{M-1} \quad (18)$$

Após a construção do *portfolio* serão calculadas a rendibilidade média esperada e a variância do *portfolio*¹⁴ através das seguintes equações (Benninga, 2008):

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^N X_i E(R_i) = X^T R \quad (19)$$

$$X^T S X = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \sigma_{ij} \quad (20)$$

Onde,

$X^T R$ - transposta dos pesos das rendibilidades vezes a média esperada do peso proporcional da combinação dos ativos e $X^T S X$ - variância do *portfolio*.

Ao construirmos a carteira a partir da matriz de variância amostral, visto utilizar dados históricos e se esta for constituída por um número elevado de ativos pode acontecer de que alguns deste apresentem pesos negativos no envelope *portfolio*, o que contraria o princípio da média-variância eficiente (Levi & Roll, 2010). Para acautelar este facto na construção do *envelope portfolio* será utilizado o modelo de Black e Litterman (1991) - modelo de otimização de *portfolio*¹⁵ que garante a eficiência da carteira de mercado (de) média variância (cujo valor da rendibilidade esperado será

¹² O peso dos ativos que compõem a carteira podem apresentar valores negativos.

¹³ Matriz diminuída ($R_i - \bar{R}_i$).

¹⁴ O desvio padrão do *portfolio* será calculado através da raiz quadrada da variância.

¹⁵ Considerado modelo de engenharia reversa no processo de construção de *portfolio*.

sempre superior ao do ativo livre de risco) através do método de engenharia reversa como explicitado no ponto 1.1 através da seguinte equação:

$$X = [X_1, X_2 \dots X_N] = \frac{S^{-1}\{E(R) - C\}}{\lambda} \quad \text{onde} \quad \lambda S X_B + C = E(R_B) \quad (21)$$

Onde;

X_B – *portfolio Benchmark* eficiente; S^{-1} – matriz (inversa) variância-covariância; $E(R-C)$ rendibilidade em excesso sendo C – contante aleatória podendo ser definido como o ativo livre de risco (R_f), $E(R_B)$ – rendibilidade esperada da carteira *Benchmark* e λ – fator de normalização que varia em função do nível de confiança do investidor.

2.2. Caracterização do Índice PSI20, Taxa Livre de Risco e dos Ativos Selecionados

O índice PSI20¹⁶ é o índice de referência do mercado bolsista Português, que reflete a evolução dos preços das 20 emissões de ações de maior dimensão e liquidez de todas as empresas listadas no mercado principal. Este índice foi lançado com dupla finalidade: (i) servir como referência para evolução do mercado nacional; e (ii) atuar com equidade aos elementos subjacentes a contratos de futuros e opções.

Taxa Euribor¹⁷ (*Euro Interbank Offered Rate*), frequentemente usada como ativo livre de risco na literatura financeira, baseia-se na média das taxas de juros praticadas em empréstimos interbancários (taxa interbancária) em euros por cerca de 25 dos 40 bancos europeus. Nestes empréstimos são aplicados vários prazos: desde 1 semana até 12 meses. São consideradas como as taxas de base para todo o tipo de produtos de taxas de juros, como por exemplo, *swap* de taxas de juros, futuros de taxas de juros, contas poupança e empréstimos hipotecários.

Quanto aos ativos selecionados pertencentes ao índice PSI20, conforme enunciados no ponto anterior, descreve-se de seguida sucintamente o seu historial à data da consulta obtido através da página web <http://www.bolsadelisboa.com.pt/cotacoes/accoes-lisboa>, acedido em setembro de 2014.

¹⁶ Informação obtida no site <https://europeanequities.nyx.com/en/markets/nyse-uronext/lisbon> acedido em agosto de 2014.

¹⁷ De acordo com o site <http://pt.euribor-rates.eu/>.

Banco Comercial Português (BCP), fundado em 1985, é o maior grupo bancário privado português. No fim de 2012, o grupo geria 49,4 mil milhões de euros de depósitos e 66,9 mil milhões de euros de créditos, apresenta um peso de 7,92% no universo do PSI20.

Banco Português de Investimento (BPI) fundado em 1972, no fim de 2012, o grupo geria 24,6 mil milhões de euros de depósitos e 27,3 mil milhões de euros de créditos. Data entrada em bolsa 1986 apresenta um peso de 2,80% no universo do PSI20.

Energias de Portugal (EDP) foi fundada em 1976, é um dos principais produtores e distribuidores portugueses de energia elétrica, venda e distribuição de gás. Data de entrada na bolsa junho de 1997 apresenta um peso de 17,46% no universo do PSI20.

Mota-Engil (EGL) fundada em 1952, é um grupo de construção organizado em torno de três polos de atividade como engenharia e construção, ambiente e serviços. Apresenta um peso de 2,39% no universo do PSI20.

Impresa (IPR) é o principal grupo de mídia português, foi fundada em 1991. Tem uma capitalização bolsista de 225 milhões de euros. Data de entrada em bolsa junho de 2000, apresenta um peso 0,62% no universo do PSI20.

Jerónimo Martins (JMT) fundado em 1792, especializado na grande distribuição. A ação Jerónimo Martins está cotada na *Euronext Lisbon* desde 1989 apresenta um peso de 13,08% no universo do PSI20.

Portugal Telecom (PT) foi fundada em 1994, é o principal operador de telecomunicações português, empresa de telecomunicações e multimédia, Entrada em bolsa junho de 1995 apresenta um peso de 5,82% no universo do PSI20.

Portucel Soporcel (PTI) foi fundada em 2001, está entre os maiores produtores europeus de papel para impressão, Apresenta um peso de 2,69% no universo do PSI20.

Semapa (SEM) fundada em 1991 é um grupo diversificado organizado em torno de três pólos de atividade como produção de papel e polpa, cimento e de materiais de construção. Data de entrada em bolsa julho de 1995, apresenta um peso de 2,71%.

Sonae (SON) foi fundada em 1959, é uma empresa de retalho, com duas grandes parcerias ao nível dos centros comerciais e telecomunicações. Na área de retalho alimentar opera um conjunto de hipermercados e supermercados, e no retalho especializado está presente nos setores de desporto, eletrónica e têxtil. Data entrada em bolsa 2000 apresenta um peso de 5,15% no universo do PSI20.

2.3. Pressupostos do Modelo de Regressão

Para a validação do modelo CAPM se recorre ao modelo de regressão múltipla para um série temporal de dados financeiros, em conformidade procurou-se verificar a não violação de pressupostos do modelo de regressão múltipla, como presença de heterocedasticidade, autocorrelação dos resíduos e multicolinearidade (Gujarati & Porter, 2009; Greene, 2012). Por outro lado, os dados em análise foram produzidos durante período de crise financeira mundial que, de acordo com Gujarati e Porter (2009) num modelo de regressão linear envolvendo séries temporais, é espectável que os valores médios dos parâmetros interceto (alfa) e declive (beta) do modelo não permaneçam constantes ao longo todo o período, devido a um conjunto fatores externos. Esta anomalia é designada de mudança estrutural dos parâmetros da amostra. Arghyrou e Kontonikas (2012) assinalaram março de 2009 como período de início em que a crise financeira mundial se transformou em crise financeira soberana para os países da zona euro. Tomando esta data (março de 2009) como referência, será aplicado um teste de estabilidade para verificar o comportamento (mudança/estabilidade estrutural) dos parâmetros interceto e o declive do modelo de regressão. Para o efeito, conforme Gujarati e Porter (2009) o teste indicado é o teste de Chow, que consiste na divisão da amostra global (n) em duas partes (n_1 e n_2), a partir de uma data previamente selecionada designada por ponto de quebra e realiza-se três regressões para estimar os parâmetros (alfa e beta) de cada subamostra e da amostra global. Os resultados são comparados através da estatística F , obtidos pela seguinte equação (Gujarati & Porter, 2009):

$$F = \frac{SQR_T - (SQR_1 + SQR_2)/k}{(SQR_1 + SQR_2)/n_1 + n_2 - 2k} \quad (22)$$

Onde,

SQR_T - soma total dos quadrados dos resíduos; $SQR_{1;2}$ - soma dos quadrados dos resíduos de cada subamostra; $n_1 + n_2 - 2k$ - graus de liberdades e k - número de parâmetros.

O teste de Chow testa a hipótese nula de que não existe diferença entre os períodos n_1 e n_2 , e o período global n , isto é, os parâmetros (interceto e o declive) permanecem constantes durante os períodos, n_1 e n_2 e n , contra a hipótese alternativa de que existe mudança estrutural dos parâmetros da amostra (Gujarati & Porter, 2009).

Para este trabalho, como já foi referido, considera-se como ponto de corte ou quebra estrutural o início da crise financeira soberana para os países da zona euro. Desta feita, a subamostra (n_1), corresponde o período de fevereiro de 2001 a março de 2009 enquanto a subamostra (n_2), corresponde o período de abril de 2009 a julho de 2014. A realização do teste de Chow pressupõe a ausência de heterocedasticidade, autocorrelação dos resíduos e assume que se conhece o ponto de quebra, porém o teste não especifica se a diferença é causada pelo interceto ou pelo declive ou ambos (Gujarati & Porter, 2009).

2.3.1. A Presença de Heterocedasticidade

A heterocedasticidade deriva da reta de regressão gerada pelo método dos mínimos quadrados ordinários que produz termos de erros que assumem valores positivos ou negativos suscetíveis de apresentar correlação com as variáveis explicativas, logo é espectável que cada termo de erro não possua um padrão de comportamento de valores positivos ou negativos o que, origina problemas de heterocedasticidade. Gujarati e Porter (2009) assinalam que heterocedasticidade também surge pela presença de *outliers* nos dados em análise, que os consideram de dados atípicos ou aberrantes. Greene (2012) classifica de distúrbio heterocedástico quando os dados de variável apresentam diferentes variações e o poder explicativo do modelo tendem a variar entre as observações.

Para a verificação da presença de heterocedasticidade para este trabalho propõem-se utilizar o teste de Breusch-Pagan, visto ser mais robusto, ao contrário de outros testes (Gujarati & Porter, 2009; Brooks, 2008)¹⁸. A presença de heterocedasticidade pode ser corrigida¹⁹ através do modelo Newey-West, estimador que produz erro padrão robusto consistente quer para heterocedasticidade como para autocorrelação (HAC) que podem estar presentes, (Gujarati & Porter, 2009; Brooks, 2008).

2.3.2. A Presença de Autocorrelação dos Resíduos

A presença de autocorrelação é normalmente encontrada em dados de séries temporais, onde muitas vezes os resíduos exibem uma “memória” em que a variação em torno da função de regressão não é independente, ou seja, os resíduos incorporam efeitos de variáveis excluídas no modelo de um período para o outro (Greene, 2012). Segundo Gujarati e Porter (2009) entre outros motivos a presença de autocorrelação entre os resíduos deve-se a inércia ou passividade das séries temporais, gerenciamento e processamento de dados. Como resultado, adiantam os autores, torna-se imperioso distinguir entre a autocorrelação pura e “induzida”. A existência de autocorrelação dos resíduos pode ser verificada através do teste de Durbin Watson, porém, este teste apresenta limitações como a de ser incapaz de testar a presença de autocorrelação de ordem superior a 1. Em conformidade, para acautelar estas limitações, aplica-se o teste Breusch-Godfrey, também conhecido como teste LM - *Lagrange Multiplier test*, mais robusto capaz de testar e corrigir a autocorrelação de ordem superior a 1, à semelhança do teste Cochrane-Orcutt

¹⁸ Para além do teste Breusch-Pagan, existem outros testes que podem ser utilizados para a deteção da heterocedasticidade como os testes de White, Park, Goldfeld, Goldfeld-Quandt, Glejser, Breusch-Pagan-Godfrey, Koenker-Bassett, entre outros (para maiores detalhes ver Gujarati & Porter, 2009).

¹⁹ Os coeficientes betas não se alteram com a correcção, apenas ocorre alteração do erro padrão e das estatísticas *t* dos parâmetros (Fávero, et al. 2009).

(Gujarati & Porter, 2009). Para este trabalho propõe-se aplicar o teste de autocorrelação através do teste Breusch-Godfrey com defasamento até a ordem 2 que apresenta valores mais baixos quando comparados com os chamados critérios de informação de Akaike e Schwarz (Gujarati & Porter, 2009).

2.3.3. A Presença de Multicolinearidade

A presença da multicolinearidade, de acordo com Gujarati e Porter (2009), deve-se a variáveis explicativas que podem apresentar comportamentos semelhantes – existe uma relação linear perfeita ou quase perfeita entre as variáveis devido número limitado de observações. No entanto, Gujarati e Porter (2009) defendem que “a multicolinearidade não viola os pressupostos básicos da regressão, o único efeito de multicolinearidade tem a ver com a dificuldade em obter os coeficientes (estimados) com baixo erro padrão” (p. 351). A presença de R^2 elevado (acima de 0,80) e estatística t baixo pode indiciar presença de multicolinearidade. A análise da presença de multicolinearidade é feita através da estatística do fator de inflação da variância *VIF* (*Variance Inflation Factor*) que determina o grau da multicolinearidade através da seguinte equação:

$$VIF = \frac{1}{1 - R^2} \quad (23)$$

Onde,

VIF- fator de inflação de variância; R^2 - coeficiente de correlação múltipla entre as variáveis independentes.

De acordo com Greene (2012), *VIF* entre 1 e 20 indica ausência de multicolinearidade, *VIF* superior a 20 indica presença de multicolinearidade. No entanto, Maroco (2007) defende que valores de *VIF* superior a 5 ou mesmo 10 podem indicar um problema de multicolinearidade e com valores superior a 30 existirá problemas sérios de multicolinearidade entre as variáveis independentes.

De acordo com Fávero, Belfiore, Silva e Chan (2009) a avaliação da significância do modelo de regressão para o conjunto das variáveis explicativas é feita pelo teste *F*, cujas hipótese nula e alternativa são:

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots \beta_k = 0 \quad H_1 : \text{existe pelo menos um } \beta_k \neq 0$$

A estatística *F* é dada pela seguinte expressão

$$F = \frac{SQR/(k-1)}{SQU/(n-k)} \quad (24)$$

Onde;

SQR - soma dos quadrados da regressão; k - número de parâmetros da regressão; SQU - soma dos quadrados dos resíduos; n - tamanho da amostra.

Se todos os betas forem estatisticamente iguais a zero, espera-se que o comportamento (alterações) de cada uma das variáveis explicativas não influenciará o comportamento da variável dependente (Fávero, et al., 2009).

A avaliação da significância estatística para os parâmetros alfa (interceto) e beta (fatores de risco) a ser considerado no modelo de regressão será dada pela estatística t , cuja hipótese nula e alternativa, conforme Fávero, et al. (2009) são:

$$H_0 : \alpha = 0 \quad H_1 : \alpha \neq 0$$

A estatística t é dada pela seguinte expressão (Fávero, et al., 2009):

$$t = \frac{\alpha}{s.e.(\alpha)} \quad (25) \quad t = \frac{\beta_i}{s.e.(\beta_i)} \quad (26)$$

Onde;

s.e. - erro padrão dos parâmetros α e β em análise.

Para o efeito, os procedimentos estatísticos serão efetuados com recurso ao método dos mínimos quadrados ordinários com aplicação da técnica de regressão linear simples e múltipla para o CAPM mono e multifatores com recurso ao *software Microsoft Excel 2010*. Com recurso ao *software* estatístico *GNU Regression, Econometrics and Time-series Library – Gretl* versão 1.9.14, e de acordo com Gujarati e Porter (2009), serão aplicados testes para a deteção da presença de autocorrelação dos resíduos, heterocedasticidade e multicolinearidade das variáveis explicativas através dos testes de Breusch-Godfrey, Breusch-Pagan e da estatística *VIF*, respetivamente. Através do teste de Chow verifica-se estabilidade dos parâmetros para o período em análise - fevereiro de 2001 a julho de 2014. Os erros de heterocedasticidade e de autocorrelação identificados serão corrigidos através do estimador de erros padrão robustos Newey-West também conhecido por *Heteroskedasticity and Autocorrelation – Consistent standard errors - HAC*, que é consistente com a heterocedasticidade e autocorrelação (Gujarati & Porter, 2009).

O poder explicativo dos fatores de risco sobre a rentabilidade esperada para cada modelo será definido pelo coeficiente R^2 , cuja função é determinar a qualidade de ajustamento dos desvios dos quadraos através do modelo dos mínimos quadrados ordinarios (*OLS*), isto é, avalia o poder explicativo da variável independente ou explicativa sobre a variável dependente. Os valores de R^2 variam entre zero e um (Gujarati & Porter, 2009; Fávero, et al., 2009). A comparação entre

modelos será feita com recurso aos valores de R^2 ajustado²⁰. Como referenciado, anteriormente, a significância dos modelos será verificada através da estatística F , enquanto que a significância de cada parâmetro intercepto e declive (alfa e beta) dos fatores de risco RM-RF, SMB, HML, e WML será avaliada através do teste t , conforme Fávero, et al. (2009) e Gujarati e Porter (2009), seguindo a metodologia de Fama e French (1993)²¹.

²⁰ De acordo com Fávero, et al. (2009), o R^2 ajustado é uma medida do R^2 da regressão dos mínimos quadrados ordinários (OLS), ajustados pelo número de graus de liberdade.

²¹ Fama e French (1993) utilizaram simplesmente o R^2 para a comparação entre os modelos.

III – APRESENTAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

No capítulo anterior foram apresentados os objetivos, a metodologia, hipóteses de investigação e as fontes de dados que serviram de *inputs* para este trabalho. A seguir, apresenta-se e discute-se os resultados obtidos nos testes de hipóteses relativos à procura de um modelo que melhor explique a rentabilidade média esperada dado uma carteira de mercado de média variância, como ponto de partida, analisando a média e desvio padrão, matriz de correlação entre os fatores de risco (variáveis explicativas). Em continuação, analisa-se o resultado da estatística *VIF* e em seguida será efetuado o estudo dos modelos estimados pela regressão simples e múltipla. Por fim, procede-se à construção do *envelope portfolio* seguindo a metodologia descrita no ponto anterior.

3.1. Correlação Linear entre os Fatores de Risco

Conforme Gujarati e Porter (2009) a análise de correlação está intimamente relacionada com a regressão, contudo estes dois conceitos são diferentes. Na análise de correlação, o objetivo

principal é medir a força ou o grau de associação linear entre duas variáveis, o coeficiente de correlação mede a força entre as variáveis cujos valores variam entre -1 e 1, quanto mais próximo dos valores extremos maior será a associação. A análise de regressão estuda o comportamento (dependência) de uma variável dependente em função de uma ou mais variáveis explicativas, a fim de estimar ou prever o valor médio da população da variável dependente.

Para a escolha das variáveis fator de risco, Fama e French (1993) tomaram como critério o fato das variáveis não serem redundantes quanto à rentabilidade esperada. A tabela 1 apresenta a estatística dos fatores de riscos e a matriz de correlação entre as variáveis independentes. Constata-se que a correlação entre as variáveis é baixa, o que indicia ausência de multicolinearidade (Gujarati & Porter, 2009).

O prémio de risco de mercado para a zona euro é de 0,5% e -2,3% para o PSI20, cujo resultado *ex-ante* não oferece prémio de risco de mercado. O prémio de risco tamanho foi de 0,20%, isto é, empresas pequenas não oferecem prémio de risco *ex-ante* superior a empresas de grande porte com o mesmo nível de risco, enquanto para Fama e French (1993) foi observado um prémio de 0,27% ao mês. O prémio de risco B/M foi de 0,50%, superior ao verificado por Fama e French (1993), o qual foi de 0,40% para o mercado americano, empresas de grande porte apresentam desempenho superior ao esperado provavelmente devido ao baixo custo de transação para estas empresas, contrariamente às empresas de pequeno porte ou devido a subestimação do beta para estas empresas (Pires, 2008).

Tabela 1: Estatísticas prémio de risco mensal e matriz de correlação dos fatores de risco.

Fama e French – Carhart, fevereiro de 2001-julho de 2014

Fatores de risco	Estatísticas		Matriz correlação			
	Rendibilidade Média	Desvio Padrão	PSI20-Euribor	SMB	HML	WML
PSI20-Euribor	-0,023	1,029	1			
SMB	0,002	0,020	0,064	1		
HML	0,005	0,024	-0,018	0,047	1	
WML	0,010	0,046	-0,019	0,106	-0,104	1
			RM-RF	SMB	HML	WML
RM-RF	0,005	0,058	1			
SMB	0,002	0,020	-0,090	1		
HML	0,005	0,024	0,293	0,047	1	
WML	0,010	0,046	-0,508	0,106	-0,104	1

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados

A tabela 2 apresenta a média dos valores de fatores de risco para o mercado americano dos últimos doze meses, que sugerem prêmio de risco de mercado cinco vezes superior ao da zona euro²².

Tabela 2: Referência fatores de risco mercado americano valor médio anual

Fatores de risco	Ano						
	1927-2003		1963 -1991		2013	2014	
	Média (%)	Desvio Padrão (%)	Média (%)	Desvio Padrão (%)	Média (%)	junho 2014 (%)	julho-setembro (%)
<i>RM-RF</i>	8,3	21	0,43	1,76	25,37	2.69	4,78
<i>SMB</i>	3,6	14,6	0,27	1,73	-0,49	2.83	-3,14
<i>HML</i>	5	14,2	0,4	2,9	1,97	-0.67	1,86

Fonte: Fama e French (1993; 2004) e French (2014)

Para todos os modelos em análise, a ausência de multicolinearidade foi confirmada através da estatística *VIF* que apresenta valores entre 1,003 a 1,468 correspondentes aos fatores de risco *PSI20-Euribor*, *RM-RF*, *SMB*, *HML* e *WML*, respetivamente, de acordo com a tabela 3. Conforme Gujarati e Porter (2009), como já mencionado, considera-se multicolinearidade alta entre variáveis explicativas quando os coeficientes de correlação apresentam valores absolutos superior a 0,80 ou de acordo com Greene (2012) quando a estatística *VIF* apresenta valores superiores a 20.

Tabela 3: Estatística *VIF* para os fatores de risco em análise

Fatores de risco	CAPM três Fatores	CAPM quatro fatores	Fatores de risco	CAPM três Fatores	CAPM quatro fatores
<i>PSI20-Euribor</i>	1,005	1,005	<i>RM-RF</i>	1,107	1,468
<i>SMB</i>	1,006	1,020	<i>SMB</i>	1,014	1,019
<i>HML</i>	1,003	1,015	<i>HML</i>	1,100	1,103
<i>WML</i>		1,025	<i>WML</i>		1,357

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados

Os restantes pressuposto do modelo de regressão linear foram testados e corrigida a heteroscedasticidade pelo método de Newey-West, como sugerido no capítulo anterior, sempre que detetada em todos os modelos em análise. Em relação à autocorrelação dos resíduos, foi aplicado o teste de Breush-Godfrey com desfazamento até ordem 2.

²² Acedido em 03-09-014, em http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data_library.html.

A seguir, analisa-se os resultados obtidos para cada modelo tendo em consideração o resultado do teste estatístico t , e valores dos coeficientes de determinação R^2 de cada ativo e R^2 ajustado, que será a referência para comparar o desempenho dos fatores de risco que oferecem melhor ajuste aos modelos em análise, conforme Fama e French (1993; 1996), tendo estes modelos sido corrigidos da heterocedasticidade, autocorrelação dos resíduos e multicolinearidade. Um valor do coeficiente alfa estimado superior a zero sugere que o ativo apresenta um rendimento superior ao esperado e não proporcional ao valor de risco (beta). Geometricamente e de acordo com a figura 2, esse valor encontra-se acima da linha SML. Um valor do coeficiente alfa estimado inferior a zero sugere que o ativo proporciona rentabilidade esperada abaixo da linha SML. Em ambas situações, a condição de equilíbrio do modelo CAPM é violada (Marcelo, et al., 2010).

3.2. Validação do Modelo CAPM para os Dez Ativos do Índice PSI20, Considerando o Prémio de Risco PSI20- Euribor

Como já mencionado (no ponto 2.1.) a avaliação da significância estatística dos parâmetros alfa (interceto) e beta (fator de risco) para o modelo de regressão simples, será dada pela estatística t (tabelas 4 e 7).

3.2.1. Validação do Modelo CAPM Monofator

Através da tabela 4, é possível constatar que o modelo não está ajustado como prevê o CAPM monofator. Cinco ativos (50%) apresentam coeficiente alfa estatisticamente significativos (ou seja, valores estatisticamente diferentes de zero), o que sugere inadequação do modelo na explicação da rentabilidade esperada, ou seja, o modelo propõe prémio de risco efetivo superior ao esperado; o coeficiente fator risco de mercado mostrou-se estatisticamente significativo para apenas um ativo (10%), isto é, o risco de mercado parece não explicar perfeitamente a rentabilidade média esperada. O coeficiente de determinação ajustado apresenta valores entre -0,6% e 0,2%, média -0,44% desvio padrão 0,29%. O coeficiente de determinação (R^2) apresenta valores entre 0 e 0,8%, média 0,15% e desvio padrão 0,29%. Torna-se evidente que o fator de risco de mercado não é capaz de explicar parte significativa das variações das rentabilidades da carteira em análise, o que sugere que fatores não observados tendem a influenciar as rentabilidade esperada. A estatística do teste de Chow indicia que sete ativos (70%) apresentam mudanças estruturais dos parâmetros do modelo monofatorial.

Tabela 4: Modelo de regressão para o CAPM monofator para prêmio de risco de mercado PSI20-Euribor

$$R_{it} - R_{ft} = \alpha_i + \beta_i (R_{mt} - R_{ft}) + \varepsilon_{it} \quad \alpha = 0$$

Ativos*	Alfa	T Stat	PSI20 – Euribor	T Stat	R ²	R ^{2a}	Stat Chow	P-value
BCP	-0,044	-3,507	0,002	0,615	0,0002	-0,006	2,416	0,093
BPI	-0,025	-2,244	0,003	1,719	0,001	-0,005	2,239	0,109
EDP	-0,018	-2,760	0,000	0,325	0,000	-0,006	5,969	0,003
EGL	-0,012	-1,149	0,007	4,661	0,006	-0,000	4,086	0,019
IPR	-0,026	-2,206	0,002	0,159	0,000	-0,006	3,285	0,040
JMT	-0,010	-1,521	0,008	1,126	0,008	0,002	4,883	0,009
PTC	-0,030	-4,054	0,001	0,121	0,000	-0,006	1,212	0,300
PTI	-0,013	-1,754	0,001	1,043	0,000	-0,006	8,033	0,000
SEM	-0,014	-1,743	0,002	0,765	0,000	-0,006	4,435	0,013
SON	-0,021	-1,672	0,003	1,270	0,000	-0,005	5,472	0,005

Obs.:*) T Stat – estatística t; PSI20-Euribor – prêmio de risco do mercado PSI20; R² – coeficiente de determinação do modelo de regressão; R^{2a} – coeficiente de determinação ajustado; Chow Stat – estatística de Chow.

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados

3.2.2. Validação do Modelo CAPM de Fama e French

A tabela 5 resume as estatísticas do modelo CAPM de três fatores proposto por Fama e French (1993). Constata-se que, adicionados dois fatores de risco SMB e HML ao modelo CAPM de fator único (tabela 4), o coeficiente alfa mostrou-se estatisticamente significativo para nove ativos (90%). O modelo propõe prêmios de risco efetivo superiores ao esperado. O fator risco de mercado (PSI20 – Euribor) mostrou-se estatisticamente significativo para três dos ativos (30%), ou seja, o risco de mercado não parece explicar perfeitamente a rentabilidade média esperada. Quanto ao fator de risco SMB, este não apresentou significância estatística uma vez que a totalidade dos ativos em análise apresenta valores de alfa igual a zero (o t estatístico deste parâmetro é superior à estatística de t crítico, para o nível de significância de 5%, pelo que se rejeita hipótese nula). Esta constatação confere ao fator tamanho um prêmio de risco baixo como demonstrado na tabela 2. O fator de risco HML mostrou-se estatisticamente significativo para três ativos (30%). De acordo com os resultados da tabela 5, o coeficiente de determinação ajustado (R² a) situa-se entre -0,9% e 14%, sendo o valor médio de 4,4% desvio padrão 5,11%. O coeficiente de determinação (R²) apresenta valores entre 0,9% e 15,6%, média 6,26% desvio padrão 4,93%. Comparando com o modelo CAPM monofator, verifica-se um incremento de aproximadamente de 6% no valor médio de R² em relação ao modelo CAPM monofator. Porém, este modelo não permite explicar uma parte significativa das variações da rentabilidade da carteira (cerca de 94% da rentabilidade do ativo em média não é explicada pelo modelo CAPM trifatorial). Para o período em análise, conforme a tabela 5, apenas um ativo apresentou estabilidade dos parâmetros quando submetido ao teste de Chow, ou seja, nove ativos (90%) apresentam mudanças estruturais nos parâmetros amostrais para o modelo CAPM de três fatores.

Tabela 5: Modelo de regressão para o CAPM três fatores de Fama e French
$$R_{it} - R_{ft} = \alpha_i + \beta_{im}(R_{im} - R_{ft}) + \beta_{is}(SMB_t) + \beta_{ih}E(HML_t) + \varepsilon_{it} \quad \alpha = 0$$

Ativos *	BCP	BPI	EDP	EGL	IPR	JMT	PTC	PTI	SEM	SON
Alfa	-0,054	-0,035	-0,02	-0,02	-0,036	-0,01	-0,028	-0,016	-0,017	-0,025
T Stat	-4,755	-3,791	-3,231	-2,189	-3,036	-1,346	-3,767	-2,416	-2,370	-2,347
PSI20 – Euribor	0,002	0,003	0,001	0,007	0,00	0,008	0,002	0,002	0,001	0,003
T Stat	0,627	2,260	0,608	5,162	0,068	6,025	0,221	1,133	0,743	1,259
SMB	0,547	0,293	-0,26	0,549	1,766	-0,137	-0,582	0,24	0,269	0,487
T Stat	1,157	0,598	-0,955	1,341	1,990	-0,277	-1,613	0,668	0,828	1,086
HML	1,607	1,800	0,438	1,262	1,245	-0,069	-0,051	0,569	0,528	0,638
T Stat	3,302	2,795	1,481	2,435	1,512	-0,151	-0,164	1,304	1,606	0,994
R ²	0,104	0,156	0,032	0,105	0,099	0,009	0,017	0,039	0,037	0,028
R ² ajustado	0,087	0,14	0,013	0,088	0,083	-0,009	-0,002	0,021	0,018	0,001
F Stat	3,765	4,082	1,419	12,392	3,656	14,004	0,891	1,149	1,236	1,448
P-value	0,012	0,008	0,239	0,00	0,014	0,00	0,447	0,331	0,298	0,231
Stat Chow	4,537	5,103	9,434	5,126	3,118	3,255	2,188	9,855	9,139	7,520
P-value	0,001	0,000	0,000	0,000	0,017	0,013	0,073	0,000	0,000	0,000

Obs.:*) T Stat – estatística t; PSI20-Euribor – prêmio de risco do mercado PSI20; SMB, prêmio de risco tamanho; HML – prêmio de risco do índice B/M; R² – coeficiente de determinação do modelo de regressão; F Stat – estatística F; Chow Stat – estatística de Chow.

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados

3.2.3. Validação do Modelo CAPM de Fama e French – Carhart

Adicionado o fator de risco WML ao modelo CAPM de Fama e French (ver tabela 6), o coeficiente alfa mostrou-se estatisticamente significativo para cinco ativos (50%), o que sugere 50% dos ativos apresentam rendibilidade efetiva superior à esperada, resultado ineficaz para o modelo multifatorial. O fator risco de mercado (PSI20-Euribor) mostrou-se estatisticamente significativo para dois ativos (20%). Os fatores de risco SMB e HML apresentaram significância estatística para quatro ativos (40%) e três (30%), respetivamente. A totalidade dos ativos analisados apresentaram valores estatisticamente significativos, para um nível de significância de 5% para o coeficiente do fator de risco WML. Ainda de acordo com os resultados da tabela 6 os dez ativos apresentam valores de alfa diferentes de zero, o que sugere um prémio de risco médio de 0,5% (conforme a tabela 1). O coeficiente de determinação (R²) apresenta valores entre 11,3% e 27,5%, sendo o valor médio de 18,63% desvio padrão 5,05%. O coeficiente de determinação ajustado (R² a) situa-se entre 9,1% e 25,7%, média 16,58% desvio padrão 5,17%. Denota-se uma subida dos valores médios R² (12,37%) e R² ajustados (12,18%) quando comparados com os valores médios para os modelos CAPM de um e três fatores. Contudo, ainda assim, muito abaixo de 80% (valor este

encontrado por Fama e French (1993) para algumas regressões)²³. A estatística do teste *F* para o teste Chow, calculado a partir da equação (22), indica que, para o modelo CAPM de quatro fatores, à totalidade dos ativos apresentam mudanças estruturais nos parâmetros amostrais.

Tabela 6: Modelo de regressão para CAPM quatro fatores de Fama e French - Carhart

$$R_{it} - R_{ft} = \alpha_i + \beta_{im}(R_{im} - R_{ft}) + \beta_{is}(SMB_t) + \beta_{ih}E(HML_t) + \beta_{iw}E(WML_t) + \varepsilon_{it} \quad \alpha = 0$$

Ativos *	BCP	BPI	EDP	EGEL	IPR	JMT	PTC	PTI	SEN	SON
<i>Alfa</i>	-0,044	-0,026	-0,014	-0,012	-0,026	-0,001	-0,021	-0,010	-0,012	-0,012
<i>T Stat</i>	-3,959	-2,996	-2,584	-1,503	-2,469	-0,218	-2,784	-1,626	-1,736	-1,428
<i>PSI20 – Euribor</i>	0,00	0,002	0,00	0,006	-0,001	0,007	0,001	0,001	0,001	0,001
<i>T Stat</i>	0,183	1,776	0,180	5,037	-0,578	6,008	0,759	0,614	0,472	0,683
<i>SMB</i>	0,773	0,504	-0,123	0,723	2,004	0,064	-0,419	0,395	0,383	0,779
<i>T Stat</i>	2,427	1,296	-0,488	2,001	2,435	0,148	-0,819	1,303	1,325	2,475
<i>HML</i>	1,418	1,623	0,323	1,117	1,047	-0,238	-0,188	0,440	0,433	0,393
<i>T Stat</i>	3,889	3,184	1,462	2,553	1,507	-0,772	-0,578	1,310	1,634	0,898
<i>WML</i>	-0,889	-0,834	-0,541	-0,682	-0,934	-0,791	-0,643	-0,610	-0,447	-1,151
<i>T Stat</i>	-4,410	-4,481	-3,872	-4,369	-2,548	-4,761	-2,904	-4,381	-3,167	-5,654
<i>R²</i>	0,209	0,275	0,178	0,196	0,178	0,176	0,114	0,178	0,113	0,246
<i>R²ajustado</i>	0,189	0,257	0,157	0,176	0,157	0,155	0,092	0,157	0,091	0,227
<i>F Stat</i>	13,496	13,288	6,588	18,014	4,931	21,286	2,589	10,145	5,383	16,717
<i>P-value</i>	0,000	0,000	0,00	0,00	0,00	0,00	0,038	0,00	0,00	0,00
<i>Stat Chow</i>	6,114	5,077	7,556	2,521	6,643	2,687	3,638	7,385	9,488	7,698
<i>P-value</i>	0,000	0,000	0,000	0,032	0,000	0,023	0,004	0,000	0,000	0,000

Obs.:*) *T Stat* – estatística *t*; *PSI20-Euribor* – prémio de risco do mercado PSI20; *SMB*, prémio de risco tamanho; *HML* – prémio de risco do índice *B/M*; *R²* – coeficiente de determinação do modelo de regressão; *F Stat* – estatística *F*; *Chow Stat* – estatística de Chow.

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados

3.3. Validação do Modelo CAPM para os Dez Ativos do Índice PSI20, Considerando o Prémio de Risco da Zona Euro

A seguir, apresenta-se o resumo dos testes estatísticos aplicados ao conjunto de dez ativos do mercado bolsista português e constituintes do PSI20, considerando os prémios de risco (RM-RF, SMB, HML e WML) para a zona euro proposto por French (2014).

²³ Maroco (2007) refere que, em ciências sociais *R²* maior que 50% é já considerado como indicador de ajustamento aceitável.

3.3.1. Validação do Modelo CAPM Monofator

A tabela 7 apresenta o resultado estatístico para o CAPM monofator, considerando como prêmio de risco de mercado para zona Euro proposto por French (2014), constatando-se que os coeficientes alfa apresentam significância estatística para dois dos dez ativos (20%), ou seja, valores estatisticamente diferentes de zero, sugerindo prêmio de risco efetivo superior ao esperado. Ao contrário da análise à tabela 4, o fator de risco de mercado (agora medido pelo valores propostos por French, 2014) é estatisticamente significativo para todos os ativos, indiciando que o risco de mercado explica perfeitamente a rentabilidade média esperada. O coeficiente de determinação R^2 ajustado situa-se entre 16,20% e 33,5%, sendo o valor médio de 26,03%, desvio padrão 5,02%. O coeficiente de determinação (R^2) situa-se entre 16,7% e 33,9% média 26,48% desvio padrão 4,98%. A estatística de teste Chow, calculado a partir da equação (22), indica que, para o modelo CAPM monofator, a totalidade dos ativos não apresentam mudanças estruturais nos parâmetros amostrais.

Tabela 7: Modelo de regressão para o CAPM modelo de fator único risco de mercado

$$R_{it} - R_{ft} = \alpha_i + \beta_i (R_{mt} - R_{ft}) + \varepsilon_{it} \quad \alpha = 0$$

Ativos*	Alfa	T Stat	RM – RF	T Stat	R ²	R ^{2a}	Stat Chow	P-value
BCP	-0,031	-3,683	1,032	7,087	0,239	0,234	0,503	0,605
BPI	-0,012	-1,555	0,983	7,064	0,29	0,286	0,029	0,971
EDP	-0,002	-0,609	0,559	8,223	0,297	0,293	0,24	0,786
EGL	0,002	0,287	0,918	8,051	0,288	0,284	0,442	0,643
IPR	-0,014	-1,416	1,277	5,971	0,252	0,248	2,448	0,089
JMT	0,004	0,816	0,748	6,272	0,259	0,254	2,724	0,069
PTC	-0,014	-2,333	0,645	3,744	0,167	0,162	1,691	0,188
PTI	0,003	0,553	0,660	8,351	0,304	0,299	0,537	0,585
SEM	0,002	0,480	0,550	6,584	0,213	0,208	0,014	0,986
SON	-0,007	-0,960	1,073	7,793	0,339	0,335	1,163	0,315

Obs.:*) T Stat – estatística t; RM – RF – prêmio de risco do mercado zona euro; R² – coeficiente de determinação do modelo de regressão; R^{2a} - coeficiente de determinação ajustado; F Stat – estatística F; Chow Stat – estatística de Chow.

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados

3.3.2. Validação do Modelo CAPM de Fama e French

Considerando o modelo trifatorial que inclui os fatores de risco SMB e HML, além do prêmio de risco de mercado (RM-RF), verifica-se que os coeficientes alfa apresentam significância estatística para três ativos (30%), como se pode observar na tabela 8. O comportamento do fator risco de mercado mantém-se estatisticamente significativo para todos os ativos, ou seja, o risco de mercado explica perfeitamente a rentabilidade média esperada. Em relação ao fator de risco SMB, este apresenta significância estatística para três ativos (30%). Já em relação ao fator de risco

HML, este apresenta significância estatística para quatro ativos (40%). O coeficiente de determinação ajustado situa-se entre 17,7% e 36,5%, com um valor médio de 29,08% desvio padrão 5,87%, o coeficiente de determinação (R^2) situa-se entre 19,2% e 37,7%, media 30,42% desvio padrão 5,78%. Observa-se ainda que de acordo com a estatística de teste Chow, calculado a partir da equação (22), seis ativos (60%) não apresentam mudanças estruturais nos parâmetros amostrais.

Tabela 8: Modelo de regressão para CAPM três fatores de Fama e French

$$R_{it} - R_{ft} = \alpha_i + \beta_{im}(R_{im} - R_{ft}) + \beta_{is}(SMB_t) + \beta_{ih}E(HML_t) + \varepsilon_{it} \quad \alpha = 0$$

Ativos *	BCP	BPI	EDP	EGL	IPR	JMT	PTC	PTI	SEM	SON
Alfa	-0,037	-0,018	-0,003	-0,003	-0,020	0,007	-0,011	0,001	0,001	-0,009
T Stat	-4,448	-2,727	-0,654	-0,452	-2,080	1,390	-1,668	0,201	0,109	-1,254
RM – RF	0,935	0,846	0,537	0,855	1,297	0,819	0,686	0,650	0,534	1,107
T Stat	6,291	7,021	7,495	7,378	7,508	6,754	4,510	7,850	6,109	7,181
SMB	0,752	0,477	-0,175	0,749	2,073	0,054	-0,451	0,360	0,356	0,746
T Stat	1,870	1,461	-0,901	2,389	4,434	0,1626	-0,913	1,609	1,505	2,717
HML	1,014	1,270	0,136	0,722	0,390	-0,584	-0,463	0,185	0,228	-0,081
T Stat	2,798	4,318	0,775	2,554	0,925	-2,317	-1,710	0,915	1,067	-0,223
F Stat	21,876	31,836	22,881	27,545	27,273	17,535	7,678	24,714	15,826	20,488
P-value	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
R^2	0,293	0,377	0,303	0,343	0,341	0,283	0,192	0,319	0,231	0,360
R^2 ajustado	0,28	0,365	0,289	0,331	0,328	0,269	0,177	0,306	0,216	0,347
Stat Chow	1,541	7,695	1,721	1,151	6,569	0,768	1,610	2,716	2,059	10,017
P-value	0,193	0,000	0,148	0,335	0,000	0,547	0,174	0,032	0,089	0,000

Obs.:*) T Stat – estatística t; RM – RF – prêmio de risco do mercado zona euro; SMB, prêmio de risco tamanho; HML – prêmio de risco do índice B/M; R^2 – coeficiente de determinação do modelo de regressão; F Stat – estatística F; Chow Stat – estatística de Chow.

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados

3.3.3. Validação do Modelo CAPM de Fama e French – Charhart

A tabela 9 apresenta o resultado da regressão múltipla para o modelo CAPM de quatro fatores. Dois ativos (20%) sugerem rentabilidade média efetiva superior ao esperado, uma vez que o alfa é estatisticamente significativo para nível de significância de 5%. O fator risco de mercado (RM-RF) mantém-se estatisticamente significativo para todos os ativos. O fator de risco SMB apresenta significância estatística para três ativos (30%), enquanto que para os fatores de risco HML e WML verifica-se significância estatística para quatro ativos (40%), respetivamente. O coeficiente de determinação ajustado (R^2_a) situa-se entre 18% e 38,6%, sendo o valor médio de 30,02%, desvio padrão 6,46%. O coeficiente de determinação situa-se entre 20,1% e 40,2% média 31,81%, desvio padrão 6,28%. A estatística de teste Chow calculado a partir da equação (22), a semelhança do modelo CAPM de três fatores, indica que, para o modelo CAPM de quatro fatores, seis ativos (60%), não apresentam mudanças estruturais dos parâmetros amostrais.

Tabela 9: Modelo de regressão para dez ativos do índice PSI20 perante quatro fatores de risco considerando o prêmio de risco de mercado da zona Euro

$$R_{it} - R_{ft} = \alpha_i + \beta_{im}(R_{im} - R_{ft}) + \beta_{is}(SMB_t) + \beta_{ih}E(HML_t) + \beta_{iw}E(WML_t) + \varepsilon_{it} \quad \alpha = 0$$

Ativos *	BCP	BPI	EDP	EGL	IPR	JMT	PTC	PTI	SEM	SON
Alfa	-0,033	-0,014	0,000	-0,001	-0,019	0,011	-0,009	0,003	0,001	-0,002
T Stat	-3,830	-2,072	-0,071	-0,194	-1,859	1,943	-1,157	0,685	0,285	-0,303
RM – RF	0,793	0,706	0,455	0,798	1,250	0,691	0,598	0,567	0,501	0,879
T Stat	4,664	5,137	5,570	5,975	6,267	5,357	4,154	5,989	4,974	5,356
SMB	0,796	0,521	-0,149	0,767	2,087	0,094	-0,423	0,387	0,366	0,818
T Stat	1,988	1,610	-0,773	2,439	4,445	0,286	-0,894	1,734	1,542	3,126
HML	1,044	1,300	0,153	0,734	0,400	-0,557	-0,444	0,202	0,234	-0,033
T Stat	2,894	4,459	0,882	2,591	0,946	-2,427	-1,641	1,007	1,096	-0,113
WML	-0,345	-0,343	-0,200	-0,139	-0,115	-0,313	-0,217	-0,202	-0,079	-0,556
T Stat	-1,674	-2,060	-2,021	-0,860	-0,477	-2,220	-1,244	-1,761	-0,648	-3,095
R ²	0,306	0,393	0,321	0,346	0,342	0,304	0,201	0,333	0,233	0,402
R ² ajustado	0,288	0,378	0,303	0,329	0,325	0,285	0,180	0,315	0,213	0,386
F Stat	17,296	25,429	18,517	20,810	20,411	15,608	5,946	19,558	11,931	22,583
P-value	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Stat Chow	1,731	5,152	1,121	0,763	6,072	0,682	1,356	1,847	2,337	5,972
P-value Chow	0,131	0,000	0,351	0,578	0,000	0,638	0,244	0,107	0,044	0,000

Obs.:*) T Stat – estatística t; RM – RF – prêmio de risco do mercado zona euro; SMB, prêmio de risco tamanho; HML – prêmio de risco do índice B/M; R² – coeficiente de determinação do modelo de regressão; F Stat – estatística F; Chow Stat – estatística de Chow.

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados

3.4. Validação do Modelo CAPM para 25 Carteira Zona Euro Construídas em Tamanho e Índice Book-to-Market

A seguir apresenta-se os resultados da validação do modelo CAPM para 25 carteiras formadas em tamanho e índice B/M, para a zona euro em duas tabelas separadas pelos respectivos fatores de risco. A tabela 10 apresenta os resultados da regressão simples cuja variável explicativa é o risco de mercado (RM-RF), a tabela 11 refere-se a estatística de regressão múltipla para os três fatores de risco RM-RF, SMB e HML, respetivamente. Fama e French (1993) constataram que, ativos de empresas pequenas e com alto índice B/M, apresentam valores de alfa diferente de zero ao contrário, ativos de tamanho grandes alto índice B/M, apresentam valores de alfa igual a zero, consistente com o CAPM.

3.4.1. Validação do Modelo CAPM Monofator

A tabela 10 apresenta a estatística do modelo de regressão simples para 25 carteira da zona euro formadas em tamanho e B/M. Como se pode constatar, dez carteiras (40%), apresentam significância estatística diferente de zero, sugerem rentabilidade efetiva acima do valor esperado. O fator risco de mercado apresenta significância estatística para todas as carteiras. O coeficiente de determinação ajustado situa-se entre 80,9% e 95,7% sendo o valor médio de 88,01%, desvio padrão 4,06%. O coeficiente de determinação R² apresenta valores entre 81% e 95,7%, média 88,08% e desvio padrão 4,07%. Verifica-se ainda que as 25 carteiras apresentam R² maior que

0,80 dos quais seis (24%) são superiores a 0,90. Denota-se que o comportamento do intercepto está associado ao comportamento tamanho e índice B/M ou seja, para cada quintil, os coeficientes alfa aumentam de valores negativos relativo ao quintil de menor índice B/M para valores positivos relativos a quintil de maior B/M, tal como foi constatado por Fama e French (1993). A estatística de teste Chow calculado a partir da equação (22) indica que, 14 carteiras (56%), não apresentam mudanças estruturais dos parâmetros amostrais.

Tabela 10: Modelo de regressão para o CAPM monofator para 25 carteiras formadas em tamanho e índice B/M

$$R_{it} - R_{ft} = \alpha_i + \beta_i (R_{mt} - R_{ft}) + \varepsilon_{it} \quad \alpha = 0$$

Size*	B/M	Alfa	T Stat	RM - RF	T Stat	R ²	R ² a	F Stat	P-value	Chow Stat	P-value
Small	Low	-0,007	-3,124	0,953	26,132	0,810	0,809	682,863	0,000	2,981	0,054
	2	-0,001	-0,762	0,947	29,744	0,847	0,846	884,687	0,000	5,163	0,007
	3	0,000	0,045	0,937	31,542	0,861	0,861	994,898	0,000	3,066	0,049
	4	0,003	1,807	0,914	30,072	0,850	0,849	904,301	0,000	1,092	0,338
	High	0,005	2,369	0,889	16,50	0,828	0,827	272,324	0,000	0,934	0,395
2	Low	-0,003	-1,073	1,001	21,94	0,828	0,827	481,396	0,000	3,099	0,047
	2	0,001	0,855	1,027	36,428	0,892	0,892	1326,966	0,000	1,165	0,314
	3	0,004	2,174	0,946	33,526	0,875	0,875	1123,992	0,000	0,065	0,937
	4	0,005	2,274	0,979	17,25	0,856	0,855	297,589	0,000	0,604	0,547
	High	0,007	3,268	1,001	29,014	0,840	0,839	841,832	0,000	4,135	0,018
3	Low	-0,001	-0,633	1,049	30,42	0,853	0,852	925,348	0,000	8,873	0,000
	2	0,002	1,237	1,015	24,76	0,897	0,897	612,989	0,000	0,628	0,535
	3	0,003	1,850	0,988	34,706	0,883	0,882	1204,476	0,000	1,210	0,301
	4	0,004	2,641	1,008	35,548	0,888	0,887	1263,65	0,000	0,671	0,513
	High	0,005	2,775	1,060	32,301	0,867	0,866	1043,334	0,000	10,196	0,000
4	Low	0,000	0,159	1,011	26,540	0,899	0,898	704,525	0,000	6,167	0,003
	2	0,003	3,089	0,963	31,650	0,936	0,935	1001,642	0,000	0,597	0,552
	3	0,003	2,639	0,988	49,471	0,939	0,938	2447,37	0,000	1,742	0,178
	4	0,003	2,231	1,052	44,728	0,926	0,925	2000,557	0,000	3,086	0,048
	High	0,003	1,341	1,123	33,185	0,873	0,872	1101,218	0,000	6,841	0,001
Big	Low	-0,001	-0,605	0,855	18,670	0,849	0,848	348,458	0,000	5,547	0,005
	2	0,001	0,543	0,901	49,193	0,938	0,937	2419,913	0,000	1,769	0,174
	3	-0,001	-0,914	1,023	59,888	0,957	0,957	3586,516	0,000	1,256	0,288
	4	0,001	0,5041	1,085	32,520	0,942	0,942	1057,689	0,000	0,317	0,729
	High	-0,001	-0,590	1,242	35,479	0,887	0,887	1258,756	0,000	6,248	0,002

Obs.:*) B/M – índice book-to-market; T Stat – estatística t; RM – RF – prêmio de risco do mercado zona euro; SMB, prêmio de risco tamanho; HML – prêmio de risco do índice B/M; R² – coeficiente de ajuste do modelo de regressão; R²a – coeficiente de determinação ajustado; F Stat – estatística F; Chow Stat – estatística de Chow.

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados

3.4.2. Validação do Modelo CAPM de Fama e French

Para o modelo CAPM de três fatores (ver tabela 11), nove carteiras (36%), apresentam coeficiente alfa significativamente diferente de zero para um nível de significância de 5%; o fator risco de mercado mostrou-se estatisticamente significativo para todas as carteiras a semelhança o fator de risco SMB. O fator de risco HML apresenta significância estatística para vinte e três carteiras (92%). O coeficiente de determinação ajustado apresentou uma variação entre 97,6% e 1,3% e valor médio de 84,35%, desvio padrão 31,27%, o coeficiente de determinação (R²) apresenta

valores entre 92,6% e 97,6%, media 95,69%, desvio padrão 1,25% – verifica-se um aumento do valor médio de R^2 de 7,6%. A estatística de teste Chow calculado a partir da equação (22) indica que, dez carteiras (40%) não apresentam mudanças estruturais dos parâmetros amostrais.

Tabela 11: Modelo de regressão para o CAPM três fatores para 25 carteiras formadas em tamanho e índice B/M

$$R_{it} - R_{ft} = \alpha_i + \beta_{im}(R_{im} - R_{ft}) + \beta_{is}(SMB_t) + \beta_{ih}E(HML_t) + \beta_{iw}E(WML_t) + \varepsilon_{it} \quad \alpha = 0$$

Size	B/M	Alfa	T Stat	RM – RF	T Stat	SMB	T Stat	HML	T Stat	R ²	R ² a	F Stat	Chow Stat	P-value
Small	Low	-0,007	-5,538	1,023	26,68	0,981	12,63	-0,331	-3,276	0,926	0,924	355,277	1,612	0,174
	2	-0,002	-2,269	1,003	53,131	0,936	18,326	-0,214	-4,647	0,952	0,951	1045,044	3,356	0,012
	3	-0,001	-1,372	0,977	55,673	0,887	18,681	-0,097	-2,262	0,957	0,956	1168,778	2,8401	0,026
	4	0,001	0,934	0,935	65,746	0,967	25,142	0,087	2,494	0,971	0,970	1743,101	3,723	0,006
2	High	0,002	2,254	0,872	62,329	0,922	24,347	0,387	11,329	0,971	0,970	1745,640	1,893	0,114
	Low	-0,003	-2,080	1,089	50,445	0,971	16,626	-0,473	-8,988	0,945	0,944	905,995	2,273	0,063
	2	0,001	0,845	1,083	49,16	0,860	21,16	-0,240	-7,934	0,974	0,973	809,291	0,965	0,429
	3	0,001	1,542	0,961	68,979	0,879	23,313	0,108	3,172	0,973	0,972	1890,289	6,327	0,000
3	4	0,001	1,872	0,971	70,455	0,952	25,523	0,316	9,385	0,976	0,975	2120,089	5,945	0,000
	High	0,002	2,932	0,960	47,63	0,895	17,540	0,581	11,84	0,976	0,976	1679,916	2,234	0,068
	Low	0,000	0,265	1,150	41,120	0,701	11,160	-0,660	-7,363	0,944	0,0156	1162,817	5,809	0,000
	2	0,001	0,892	1,050	58,560	0,738	12,780	-0,100	-1,766	0,956	0,955	1148,182	2,098	0,083
4	3	0,001	0,917	1,001	53,042	0,782	15,299	0,094	2,033	0,954	0,953	1091,360	3,368	0,011
	4	0,002	1,676	1,005	55,069	0,749	15,162	0,229	5,148	0,959	0,958	1216,925	4,035	0,004
	High	0,001	1,046	1,010	53,180	0,676	13,148	0,604	13,039	0,960	0,013	1274,902	5,754	0,000
	Low	0,002	1,838	1,088	53,449	0,318	5,776	-0,555	-11,176	0,948	0,947	960,667	1,845	0,123
Big	2	0,003	2,759	0,995	59,629	0,418	9,267	-0,152	-3,731	0,960	0,959	1261,794	4,55	0,002
	3	0,002	1,714	0,984	55,645	0,354	7,404	0,132	3,068	0,957	0,956	1175,747	2,620	0,037
	4	0,001	0,804	1,034	55,927	0,454	9,073	0,275	6,104	0,959	0,958	1238,666	1,843	0,123
	High	-0,002	-1,391	1,052	48,970	0,488	8,392	0,726	13,844	0,954	0,015	1102,702	5,685	0,000
Big	Low	0,003	2,746	0,928	28,04	-0,265	-3,625	-0,685	-9,321	0,947	0,946	301,928	2,896	0,024
	2	0,002	2,624	0,921	52,43	-0,212	-3,700	-0,222	-3,233	0,954	0,953	1194,124	6,829	0,000
	3	-0,001	-0,678	1,014	58,729	-0,183	-3,918	0,031	0,741	0,961	0,960	1301,878	2,318	0,059
	4	0,000	-0,077	1,047	37,91	-0,242	-3,329	0,253	4,267	0,955	0,954	536,972	1,797	0,132
High	-0,004	-2,750	1,148	30,110	-0,272	-3,418	0,709	6,446	0,934	0,933	813,755	8,607	0,000	

Obs.:*) A estatística do teste F , calculado a partir da equação (24), tem como valor crítico tabelado para um nível de significância de 5% $F_{3;158}$; $0,05 = 2,662$ referentes aos números de parâmetros (k), do modelo CAPM de três fatores. Valores de F estimados a partir da regressão múltipla iguais ou superior ao valor crítico, confere ao modelo significância estatística.

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados

3.4.3. Validação do Modelo CAPM para 25 Carteira Zona Euro Construídas em Tamanho e Momentum

A seguir apresenta-se os resultados da validação do modelo CAPM para 25 carteiras formadas em tamanho e momento, para a zona euro em três tabelas separadas pelos respectivos fatores de risco. A tabela 12 apresenta os resultados do modelo de regressão simples cuja variável explicativa é o risco de mercado (RM-RF), a tabela 13, refere-se a estatística de regressão múltipla para os três fatores de risco RM-RF, SMB e HML em simultâneo e por ultimo, tabela 14 estatística de regressão múltipla para os quatro fatores em simultâneo RM-RF, SMB, HML e WML, respetivamente.

3.4.3.1. Validação do Modelo CAPM Mono Fator

A tabela 12 apresenta os resultados do modelo de regressão simples para 25 carteira da zona euro formadas em tamanho e momento. Para o modelo CAPM de fator único, dezasseis carteiras (64%), apresentam significância estatística diferente de zero, isto é, sugerem rendibilidades efetiva acima do valor esperado. O fator risco de mercado apresenta significância estatística para todas as carteiras. O coeficiente de determinação ajustado situa-se entre 75,2% a 94,7% e apresenta um valor médio de 84,88%, desvio padrão 5,17%, o coeficiente de determinação apresenta valores entre 75,4% e 94,8%, a média 84,99%, desvio padrão 5,14%. Vinte e uma carteiras (84%) apresentam R^2 maior que 0,80, dos quais seis (24%) são superiores a 0,90. À semelhança das 25 carteiras formadas em tamanho e índice B/M (tabela 11), denota-se que o comportamento do interceto está associado ao comportamento tamanho e das carteiras formadas por fator momento, isto é, para cada quintil, os coeficientes alfa aumentam de valores negativos relativo ao quintil de menor carteira tamanho para valores positivos relativos ao quintil de maior carteira momento. A estatística de teste Chow, calculada a partir da equação (22), indica que 100% das carteiras não apresentam mudanças estruturais dos parâmetros amostrais durante o período em análise (fevereiro de 2001 a julho de 2014).

Tabela 12: Modelo de regressão para o CAPM fator único para 25 carteiras formadas em tamanho e *momentum*

$$R_{it} - R_{ft} = \alpha_i + \beta_i (R_{mt} - R_{ft}) + \varepsilon_{it} \quad \alpha = 0$$

Size	T/M*	Alfa	T Stat	RM - RF	T Stat	R ²	R ² a	F Stat	P-value	Chow Stat	P-value
Small	Low	-0,009	-3,185	1,204	17,31	0,787	0,786	299,503	0,000	0,541	0,583
	2	0,000	-0,017	0,916	29,398	0,844	0,843	864,256	0,000	1,314	0,272
	3	0,005	2,211	0,827	14,32	0,836	0,835	817,131	0,000	0,809	0,447
	4	0,008	3,678	0,783	14,46	0,812	0,811	209,002	0,000	0,232	0,793
	High	0,010	4,327	0,819	15,06	0,789	0,787	226,804	0,000	0,703	0,497
2	Low	-0,008	-2,527	1,306	16,6	0,808	0,807	277,164	0,000	0,473	0,624
	2	0,001	0,660	1,034	34,549	0,882	0,881	1193,616	0,000	0,003	0,997
	3	0,005	2,706	0,938	18,18	0,871	0,869	330,694	0,000	0,050	0,951
	4	0,007	3,597	0,857	15,31	0,829	0,827	234,341	0,000	0,143	0,867
	High	0,011	5,087	0,916	25,588	0,804	0,802	654,765	0,000	0,815	0,444
3	Low	-0,005	-1,941	1,358	21,80	0,845	0,844	475,453	0,000	0,288	0,749
	2	0,001	0,713	1,070	38,686	0,903	0,903	1496,597	0,000	0,151	0,859
	3	0,004	2,730	0,954	20,97	0,895	0,895	439,826	0,000	0,185	0,831
	4	0,006	3,603	0,869	15,28	0,854	0,852	233,501	0,000	0,145	0,865
	High	0,009	4,366	0,921	25,679	0,805	0,805	659,415	0,000	1,416	0,246
4	Low	-0,005	-1,860	1,372	14,74	0,829	0,827	217,381	0,000	0,051	0,949
	2	0,001	0,852	1,099	49,280	0,938	0,938	2428,474	0,000	0,185	0,831
	3	0,004	2,604	0,943	22,30	0,906	0,905	497,075	0,000	0,460	0,632
	4	0,004	2,341	0,919	16,08	0,877	0,876	258,622	0,000	0,474	0,623
	High	0,008	3,685	0,881	24,389	0,788	0,787	594,824	0,000	0,917	0,402
Big	Low	-0,008	-3,176	1,460	19,080	0,840	0,839	364,215	0,000	0,480	0,619
	2	-0,002	-1,204	1,086	24,07	0,925	0,924	579,444	0,000	1,415	0,246
	3	0,001	1,194	0,913	53,827	0,948	0,947	2897,326	0,000	0,823	0,441
	4	0,003	2,495	0,850	25,47	0,879	0,878	648,661	0,000	0,578	0,562
	High	0,002	1,022	0,829	22,159	0,754	0,752	491,000	0,000	1,219	0,298

Obs.:(*) T/M – índice tamanho *momentum*; T Stat – estatística t; RM-RF – prémio de risco do mercado zona euro; SMB, prémio de risco tamanho; HML – prémio de risco do índice B/M; R² – coeficiente de ajuste do modelo de regressão; R² a – coeficiente de determinação ajustado; F Stat – estatística F; Chow Stat – estatística de Chow.

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados

3.4.3.2. Validação do Modelo CAPM de Fama e French

Para o modelo CAPM de três fatores (ver tabela 13), catorze carteiras (56%) apresentam coeficiente alfa significativamente diferente de zero; o fator risco de mercado mostrou-se estatisticamente significativo para todas carteiras; o fator de risco SMB apresentou significância estatística para vinte e uma (84%) carteiras e o fator de risco HML mostrou-se significativo para dez carteiras (40%). O coeficiente de determinação ajustado (R^2_a) apresentou variação entre 1,2% e 96,4% com valor médio de 80,01%, desvio padrão 29,66%. A média do coeficiente de determinação (R^2) é de 90,44%, desvio padrão 5,23% e situa-se entre 75,5% e 96,5% – verifica-se um aumento do valor médio de R^2 de 5,5%. A estatística de teste Chow indica que seis (24%) carteiras não apresentam mudanças estruturas dos parâmetros amostrais durante o período em análise (fevereiro de 2001 a julho de 2014).

Tabela 13: Modelo de regressão para o CAPM três fatores para 25 carteiras formadas em tamanho e *momentum*

$$R_{it} - R_{ft} = \alpha_i + \beta_{im}(R_{im} - R_{ft}) + \beta_{is}(SMB_t) + \beta_{ih}E(HML_t) + \varepsilon_{it} \quad \alpha = 0$$

Size	T/M	Alfa	T Stat	RM-RF	T Stat	SMB	T Stat	HML	T Stat	R ²	R ² a	F Stat*	Chow Stat	P-value (Chow)
Small	Low	-0,011	-5,224	1,249	16,200	1,076	6,577	-0,092	-0,692	0,865	0,862	93,735	5,921	0,000
	2	-0,002	-1,980	0,935	46,775	0,88	16,261	0,076	1,558	0,943	0,942	865,690	4,884	0,001
	3	0,002	1,783	0,829	24,4	0,795	10,800	0,192	2,757	0,943	0,942	873,318	4,109	0,003
	4	0,005	4,973	0,786	40,354	0,799	15,153	0,187	3,929	0,928	0,926	681,384	1,853	0,122
	High	0,008	5,702	0,829	24,04	0,867	11,480	0,154	2,221	0,906	0,904	194,363	1,199	0,314
2	Low	-0,01	-3,803	1,340	14,99	1,000	6,920	-0,013	-0,081	0,867	0,864	75,473	9,045	0,000
	2	-0,001	-1,929	1,044	41,57	0,876	21,260	0,15	3,526	0,965	0,964	641,008	5,128	0,000
	3	0,002	2,486	0,941	39,33	0,829	12,85	0,194	4,030	0,964	0,964	646,206	4,152	0,003
	4	0,005	4,232	0,868	43,105	0,846	15,532	0,133	2,717	0,935	0,933	753,866	4,645	0,001
	High	0,009	5,762	0,946	19,87	0,891	11,000	-0,014	-0,132	0,898	0,895	158,92	2,194	0,072
3	Low	-0,007	-2,619	1,375	31,068	0,686	5,728	0,047	0,431	0,872	0,869	358,940	5,708	0,000
	2	-0,001	-0,545	1,082	31,57	0,669	10,100	0,073	1,033	0,949	0,948	358,784	0,612	0,655
	3	0,003	2,648	0,966	33,45	0,692	10,030	0,083	1,060	0,956	0,012	781,550	2,884	0,025
	4	0,004	3,673	0,877	40,857	0,694	11,950	0,115	2,189	0,926	0,924	655,024	3,099	0,017
	High	0,007	4,314	0,937	17,92	0,702	7,387	0,052	0,573	0,864	0,861	109,219	4,889	0,001
4	Low	-0,006	-1,900	1,376	26,460	0,171	1,215	0,014	0,111	0,83	0,826	257,415	3,308	0,012
	2	0,001	0,485	1,103	31,72	0,225	2,827	0,027	0,325	0,943	0,942	417,892	0,297	0,879
	3	0,002	1,654	0,941	47,315	0,501	9,312	0,146	3,003	0,942	0,9413	862,128	4,399	0,002
	4	0,003	1,897	0,922	39,236	0,543	8,536	0,117	2,038	0,918	0,917	590,672	5,139	0,000
	High	0,006	3,398	0,887	15,71	0,542	5,187	0,096	0,893	0,828	0,024	5,936	5,907	0,000
Big	Low	-0,007	-3,021	1,444	20,82	-0,495	-3,281	0,004	0,023	0,852	0,036	152,494	9,233	0,000
	2	-0,002	-1,250	1,084	26,42	-0,046	-0,714	0,006	0,069	0,925	0,924	296,691	0,769	0,547
	3	0,001	0,973	0,889	53,833	-0,188	-4,196	0,146	3,635	0,956	0,955	1136,083	6,803	0,000
	4	0,004	2,848	0,845	24,8	-0,131	-1,803	0,002	0,021	0,881	0,879	226,445	4,676	0,001
	High	0,002	1,058	0,826	14,98	0,032	0,254	0,035	0,259	0,755	0,749	74,918	4,799	0,001

Obs.:*) A estatística do teste F, calculado a partir da equação (24), tem como valor crítico tabelado para níveis de significância de 5% $F_{3;158}$; 0,05 = 2,662 referentes aos números de parâmetros (k), do modelo CAPM de três fatores. Valores de F estimados a partir da regressão múltipla iguais ou superior ao valor crítico, confere ao modelo significância estatística.

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados

3.4.3.3. Validação do Modelo CAPM de Fama e French – Carhart

Para o modelo CAPM de quatro fatores, o coeficiente alfa mostrou-se estatisticamente significativo para nove (36%) carteiras, como se pode observar na tabela 14. O risco de mercado foi estatisticamente significativo para todas as carteiras; os fatores de risco SMB, HML e WML mostraram-se estatisticamente significativo para dois (8%), nove (36%) e vinte (80%) carteiras, respetivamente. O valor do coeficiente de determinação ajustado situa-se entre 97,5% e 92,1%, o valor médio é de 95,40%, desvio padrão 1,35%, o coeficiente de determinação (R^2) varia entre 92,3% e 97,5%, média 95,66%, desvio padrão 1,11%. Verifica-se um aumento do valor médio de R^2 de 10,7% em relação ao modelo de fator único. A estatística de teste Chow indica que doze (48%) das carteiras formadas em tamanho e *momentum* não apresentam mudanças estruturais dos parâmetros amostrais durante o período em análise (fevereiro de 2001 a julho de 2014).

Tabela 14: Modelo de regressão para o CAPM de quatro fatores para 25 carteiras formadas em tamanho e momentum

$$R_{it} - R_{ft} = \alpha_i + \beta_{im}(R_{im} - R_{ft}) + \beta_{is}(SMB_t) + \beta_{ih}E(HML_t) + \beta_{iw}E(WML_t) + \varepsilon_{it} \quad \alpha = 0$$

Size	T/M	Alfa	T Stat	RM-RF	T Stat	SMB	T Stat	HML	T Stat	WML	T Stat	R ²	R ^{2a}	F Stat	Chow Stat	P-value
Small	Low	-0,004	-2,934	0,992	40,232	1,157	19,934	-0,037	-0,708	-0,629	-21,069	0,965	0,963	1072,738	0,874	0,5000
	2	-0,001	-0,543	0,878	41,473	0,898	18,016	0,088	1,964	-0,140	-5,477	0,952	0,951	775,916	7,527	0,000
	3	0,001	1,135	0,852	26,12	0,788	10,81	0,187	3,000	0,055	1,685	0,945	0,943	414,786	3,289	0,008
	4	0,003	3,057	0,865	37,34	0,774	13,30	0,170	2,904	0,193	9,306	0,951	0,949	496,974	1,283	0,274
High	0,004	3,770	0,946	43,76	0,830	14,20	0,129	2,464	0,287	8,821	0,951	0,949	713,174	2,633	0,026	
2	Low	-0,001	-1,123	1,052	31,38	1,091	15,76	0,048	1,040	-0,703	-24,10	0,975	0,975	496,406	0,967	0,440
	2	0,000	0,384	0,985	61,54	0,895	22,56	0,162	3,220	-0,145	-4,103	0,973	0,973	1123,796	4,854	0,000
	3	0,002	1,671	0,964	44,49	0,822	13,55	0,189	4,577	0,055	1,802	0,966	0,965	580,773	2,684	0,024
	4	0,002	2,296	0,965	56,340	0,815	20,200	0,113	3,101	0,239	11,50	0,965	0,964	1067,804	1,525	0,185
High	0,004	4,287	1,107	41,63	0,840	16,15	-0,048	-0,604	0,392	21,15	0,966	0,965	872,426	0,985	0,429	
3	Low	0,001	0,717	1,102	27,02	0,772	8,447	0,104	1,398	-0,666	-11,69	0,966	0,965	336,653	3,454	0,006
	2	0,002	1,660	1,003	34,92	0,694	11,88	0,089	1,162	-0,192	-5,385	0,962	0,961	593,141	3,747	0,003
	3	0,002	2,010	0,985	38,35	0,686	10,57	0,079	1,080	0,046	1,566	0,957	0,956	645,949	2,134	0,064
	4	0,002	1,678	0,975	51,004	0,663	14,727	0,094	2,313	0,240	10,350	0,956	0,955	847,988	0,345	0,885
High	0,002	1,546	1,121	51,29	0,644	10,69	0,013	0,232	0,450	16,16	0,953	0,952	697,441	3,443	0,006	
4	Low	0,003	2,167	1,064	21,74	0,270	2,098	0,080	0,918	-0,762	-11,68	0,949	0,947	254,498	1,481	0,199
	2	0,003	3,756	1,007	38,71	0,255	4,386	0,047	0,650	-0,234	-8,307	0,963	0,962	1048,457	1,578	0,169
	3	0,002	1,418	0,948	41,300	0,499	9,232	0,144	2,963	0,017	0,598	0,943	0,941	644,054	3,751	0,003
	4	-0,001	-0,547	1,029	35,18	0,509	7,369	0,094	1,882	0,262	10,84	0,951	0,949	433,817	0,938	0,458
High	0,000	0,038	1,099	53,979	0,475	9,899	0,051	1,182	0,520	21,062	0,955	0,921	0,954	0,659	0,655	
Big	Low	0,002	1,731	1,119	40,182	-0,392	-5,982	0,073	1,242	-0,795	-23,575	0,967	0,967	1163,132	0,768	0,574
	2	0,001	0,583	0,990	40,53	-0,017	-0,255	0,026	0,336	-0,232	-3,267	0,945	0,943	479,663	6,063	0,000
	3	0,000	0,068	0,918	47,77	-0,197	-4,174	0,140	2,326	0,071	1,583	0,958	0,957	638,728	14,834	0,000
	4	-0,001	-0,879	0,996	55,840	-0,178	-4,247	-0,030	-0,794	0,370	17,100	0,959	0,957	907,232	1,786	0,119
High	-0,005	-3,558	1,061	41,37	-0,043	-0,627	-0,015	-0,209	0,575	10,80	0,923	0,921	506,667	0,887	0,491	

Obs.: F-stat - estatística do teste F, calculado a partir da equação (24), tem como valor crítico tabelado para um nível de significância de 5% $F_{4;157}$; $0,05 = 2,429$ referentes aos números de parâmetros (k), do modelo CAPM de quatro fatores. Valores de F estimados a partir da regressão múltipla iguais ou superior ao valor crítico confere ao modelo significância estatística.

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados

3.5. Construção do *Envelope Portfolio*

A partir de pelo menos dois ativos, variando os respetivos pesos, é possível formar um número elevado de carteiras de investimento. Neste ponto vai-se exemplificar a construção do envelope *portfolio* recorrendo à metodologia proposta por Benninga (2008) e o modelo de otimização do *portfolio* de Black e Litterman (1991) como descrito no ponto 2.2.1 do capítulo anterior. Deste modo, através da cotação histórica dos dez ativos negociados na bolsa de Lisboa, pertencentes ao PSI20, propõe-se construir (e analisar) uma carteira de investimento da fronteira (*envelope*) de mínima variância para ativos com risco (tal como descrita na figura 1) aplicando o conceito de modelagem financeira desenvolvido por Benninga (2008).

Conforme enunciado na metodologia, através das equações (11, 12 e 13) procurou-se estimar os parâmetros básicos como a taxa média mensal de rendibilidade, desvio padrão e correlação dos elementos para a carteira *proxy* de mercado (PSI20) e dos dez ativos. Assume-se que a média variância e covariância são estimadores *ex-post* (dados históricos) aceitáveis para o cálculo da rendibilidade esperada (*ex-ante*). Contudo verifica-se (ver figura 3) que a distribuição das rendibilidades não é simétrica em relação ao valor da rendibilidade zero, a curva de frequência da distribuição de rendibilidades concentra-se do lado direito e apresenta uma cauda mais longa à esquerda, o que sugere enviesamento a esquerda, ou seja a distribuição de frequência das rendibilidades é assimétrica à esquerda. A rendibilidade para o período em análise variou entre -62,29% a 44,53% sendo que 83,51% das observações (rendibilidades) concentram-se entre zero e 10% e 8,15% das rendibilidades apresentam valores negativos. Contudo, com exceção de um ativo que apresenta rendibilidades concentradas em torno da sua média, nove ativos apresentam comportamento semelhante quanto à distribuição das rendibilidades, ou seja, dispersão em torno das respetivas médias.

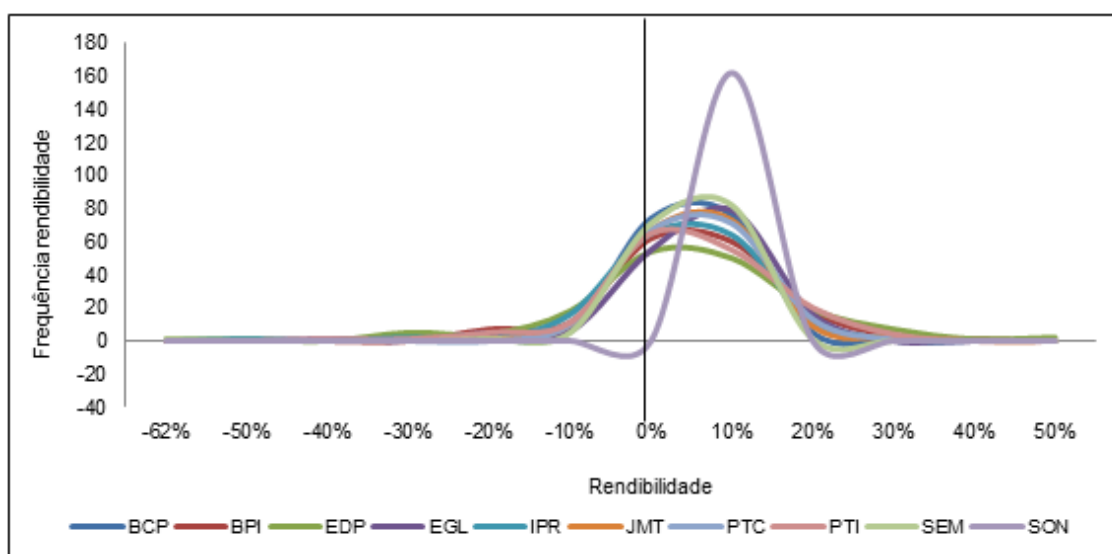


Figura 3: Curva de frequência da distribuição estatística da taxa de rentabilidade esperada

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados

A seguir apresenta-se a matriz de variância-covariância e estatísticas básicas como média, variância, desvio padrão e peso dos ativos que compõem a carteira de investimento do *envelope portfolio* e o respetivo resultado esperado dada a *proxy* de mercado PSI20 (ver tabela 15).

Tabela 15: Matriz variância-covariância, média, desvio padrão e *portfolio*

Ativos	BCP	BPI	EDP	EGL	IPR	JMT	PTC	PTI	SEM	SON	Média (%)	Desvio padrão (%)	Peso ativo (%)
BCP	0,015	0,006	0,002	0,007	0,008	0,004	0,005	0,004	0,004	0,007	-2,41	12,20	-104,08
BPI	0,006	0,011	0,003	0,006	0,008	0,002	0,003	0,004	0,004	0,006	-0,51	10,53	-23,20
EDP	0,002	0,003	0,004	0,003	0,002	0,001	0,002	0,002	0,002	0,003	0,20	5,92	4,88
EGL	0,007	0,006	0,003	0,010	0,006	0,003	0,003	0,004	0,004	0,006	0,82	9,86	57,49
IPR	0,008	0,008	0,002	0,006	0,021	0,005	0,005	0,005	0,004	0,007	-0,58	14,65	-16,82
JMT	0,004	0,002	0,001	0,003	0,005	0,007	0,003	0,002	0,001	0,003	0,98	8,48	87,12
PTC	0,005	0,003	0,002	0,003	0,005	0,003	0,008	0,003	0,002	0,004	-0,94	9,12	-54,09
PTI	0,004	0,004	0,002	0,004	0,005	0,002	0,003	0,005	0,003	0,004	0,74	6,91	76,99
SEM	0,004	0,004	0,002	0,004	0,004	0,001	0,002	0,003	0,005	0,004	0,66	6,87	78,38
SON	0,007	0,006	0,003	0,006	0,007	0,003	0,004	0,004	0,004	0,011	-0,02	10,62	-6,67

Estatística carteira do *envelope*

Constante C	0
Rentabilidade esperada (%)	5,65
Variância	0,02
Desvio padrão (%)	13,65

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados

Através da tabela 15 é possível confirmar que cinco ativos (50%) apresentam rendibilidade média *ex-post* negativa. Estes valores refletem-se na rendibilidade média esperada do *portfolio ex-ante* dado o valor da constante C. A rendibilidade média esperada são de 5,65% com um valor médio de desvio padrão de 13,65%. Inferior ao risco de pelo menos um dos ativos que compõe a carteira (14,65%). Este resultado é fruto da diversificação da carteira. Contudo, dois factos relevantes são constatados (i) cinco ativos (50%) que compõem o *portfolio* apresentam pesos negativos o que sugerem posição de venda a descoberto. Alterando os valores da constante C, equação (15), para os dados em análise não se consegue construir um *portfolio* só com pesos positivos. Esta constatação deve-se à anomalia da matriz amostral de variância-covariância e do vetor das rendibilidades esperada, conforme já referenciado (ver capítulo 1.1). De acordo com Benninga (2008), a correlação implícita na matriz de variância-covariância dificulta obtenção de resultados *ex-ante* plausíveis. Para o período em análise apenas três ativos apresentam valor de correlação inferior a 28% ao mês (ver tabela 16).

Tabela 16: Matriz de correlação

	<i>BCP</i>	<i>BPI</i>	<i>EDP</i>	<i>EGL</i>	<i>IPR</i>	<i>JMT</i>	<i>PTC</i>	<i>PTI</i>	<i>SEM</i>	<i>SON</i>
<i>BCP</i>	1									
<i>BPI</i>	0,504	1								
<i>EDP</i>	0,341	0,464	1							
<i>EGL</i>	0,545	0,557	0,482	1						
<i>IPR</i>	0,438	0,525	0,260	0,426	1					
<i>JMT</i>	0,364	0,215	0,271	0,337	0,410	1				
<i>PTC</i>	0,407	0,340	0,427	0,346	0,341	0,373	1			
<i>PTI</i>	0,434	0,591	0,437	0,547	0,465	0,285	0,398	1		
<i>SEM</i>	0,500	0,484	0,433	0,548	0,377	0,214	0,314	0,631	1	
<i>SON</i>	0,531	0,577	0,534	0,532	0,475	0,359	0,380	0,613	0,514	1

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados

Como se observou na tabela 15 pesos negativos nos ativos e na tabela 16 correlações elevadas, o que viola o princípio de média varância eficiente, vai-se aplicar a metodologia de Black e Litterman (1991), que procura otimizar a carteira formada com restrição de venda a descoberto, a partir da equação (21).

A tabela 17 resume a modelo de otimização de *portfolio* proposto por Black e Litterman (1991), obtendo-se o envelope *portfolio* eficiente em média variância mínima.

Tabela 17: Cálculo rendibilidade esperada da carteira através do método Black e Litterman

Ativo	BCP	BPI	EDP	EGL	IPR	JMT	PTC	PTI	SEM	SON	Soma
Valor de mercado (Milhões de euros)	6015	2233	10476	985	231	6056	1546	2513	1260	2410	33725
Proporção valor de mercado (%)	17,84	6,62	31,06	2,92	0,68	17,96	4,58	7,45	3,74	7,15	100
Rendibilidade esperada ativo (%)	0,59	0,44	0,26	0,42	0,51	0,32	0,33	0,28	0,26	0,49	

Estatística carteira Black e Litterman	
Constante C	0
Rendibilidade esperada carteira (%)	0,37
Variância	0,004
Desvio padrão (%)	6,08

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados

Assumindo que a carteira dos ativos que constituem o PSI20 é eficiente em média variância, calculou-se os pesos desses ativos na carteira tendo base o seu valor de mercado (capitalização bolsista) em determinado momento, que constituirá o *portfolio benchmark*. Utilizando este *benchmark* calcula-se a rendibilidade esperada da carteira de investimento. Note-se que esta rendibilidade será sempre superior à taxa livre de risco conforme apresentado na tabela 17. A variação do fator de normalização ($\lambda > 0$) reflete-se no valor da rendibilidade esperada porém, não altera os pesos do *benchmark*. Desta feita, assumindo $\lambda=1$ e $C=0$, os pesos a investir em cada ativo para formar o *envelope portfolio* são os que constam da linha relativa à proporção de mercado (em %), que foram obtidos dividido o valor de mercado de cada ativo pela soma do valor de mercado de todos os ativos, mas estes manter-se-iam os inalterados mesmo que atribuíssemos outros valores a λ e à taxa sem risco (C)²⁴, alterando-se apenas a rendibilidade esperada do envelope portfolio. Constata-se que ao contrário do *portfolio* obtido através do modelo CAPM (tabela 15) que apresenta rendibilidade média esperada maior que 5%, desvio padrão 13,65% e pesos negativos, o modelo de otimização de Black e Litterman (1991) não viola o pressuposto de carteira de média variância eficiente. Desta feita a rendibilidade média esperada do *envelope portfolio* é de 0,37% e desvio padrão de 6,08%.

²⁴ Considerando $\lambda=0,5$ e $C=0$, a rendibilidade esperada da carteira é 0,18% (desvio padrão=6,08%), sendo os pesos a investir em cada um dos 10 ativos do PSI20 que constituem o envelope portfolio os mesmos que se observam na tabela 17, na linha relativa à proporção de mercado (em %). Considerando $\lambda=0,5$ e $C=1,5\%$, a rendibilidade esperada da carteira é 1,68% (desvio padrão=6,08%), os pesos a investir em cada um dos 10 ativos do PSI20 que constituem o envelope portfolio mantêm-se os mesmos que se observam na tabela 17, na linha relativa à proporção de mercado (em %). Considerando $\lambda=3$ e $C=1,5\%$, a rendibilidade esperada da carteira é 2,61% (desvio padrão=6,08%), sendo os pesos a investir em cada um dos 10 ativos do PSI20 que constituem o envelope portfolio mantêm-se inalterados tal como os observados na tabela 17, na linha relativa à proporção de mercado (em %). Por último, considerando, por exemplo, $\lambda=0,8$ e $C=0,5\%$, a rendibilidade esperada da carteira é 0,8% (desvio padrão=6,08%), com os pesos inalterados.

CONCLUSÃO E SUGESTÕES PARA INVESTIGAÇÃO FUTURA

Tendo-se proposto como objetivo deste trabalho testar se o modelo CAPM é válido, nas bolsas de valores de Lisboa e da zona euro, procurou-se validar o modelo CAPM que melhor descreve as rendibilidades médias esperadas de uma amostra de dez ativos pertencentes ao índice de mercado PSI20 e de 50 carteiras da zona euro para o período em análise de fevereiro de 2001 a julho de 2014), através de quatro fatores de risco proposto por Fama e French (1993) e Carhart (1997). Observando os pressupostos dos modelos de regressão, em conformidade procurou-se avaliar quatro cenários possíveis do modelo CAPM – dez ativos do índice PSI20 e 50 carteiras com respetivos fatores de risco da zona euro desenvolvido por French (2014). Para os dez ativos, numa primeira fase foi substituído o fator risco de mercado da zona euro pelo fator de risco de mercado PSI20 onde o ativo livre de risco é a taxa *Euribor*.


Observou-se que nos dois cenários para os dez ativos do índice PSI20, no período em análise, para o modelo CAPM mono fator os coeficientes de determinação obtidos foram relativamente pouco expressivos quando comparado aos modelos de três e quatro fatores. Porém, o incremento dos fatores de risco SMB, HML e WML como variáveis explicativas pouco influenciaram o comportamento da rendibilidade média esperada porquanto, o coeficiente de ajuste R^2 apresentou um poder explicativo no conjunto de variáveis muito baixo (25,44%). Os resultados obtidos sugerem que os fatores de riscos proposto por Fama e French (1993) e Carhart (1997), não são estatisticamente suficientes para explicar a rendibilidade média esperada, em conformidade a hipótese de investigação (*H1*): *Para o modelo CAPM o risco de mercado, explica integralmente as rendibilidades esperadas*, não pode ser rejeitada. Esta constatação está em conformidade com os argumentos de Fama e French (1993) que defende a utilização dos fatores de riscos em qualquer aplicação que requer estimar rendibilidades futuras, bem como para orientar (a) seleção de carteiras, (b) a avaliação desempenho da carteira, (c) calcular rendibilidade anormais em estudos de eventos, e (d) estimar o custo de capital, se os fatores de riscos captam a rendibilidade média, que o CAPM de fator único não é capaz de explicar. Ou seja, os fatores de risco proposto por Fama e French – Carhart, para o período em análise não captam a rendibilidade média que o fator risco de mercado não é capaz de explicar. Para as 50 carteiras da zona euro, 25 carteiras formadas em tamanho e índice B/M, e 25 carteiras formadas em tamanho e *momentum*, cujos dados foram recolhidos da *web page* de French (2014) para o período de fevereiro de 2001 a julho de 2014, os resultados sugerem que o risco de mercado é parte influente e significativa para explicar a rendibilidade média esperada. Em média, o risco de mercado explica 88,80% das rendibilidades média esperada das carteiras formadas em tamanho e índice B/M, sendo que três carteiras apresentam coeficiente de ajuste R^2 superior a 90% – Fama e French (1993) observaram apenas uma carteira com R^2 superior a 90% e média 77,92%. A adição de dois fatores de risco (SMB e HM) ao modelo de fator único, quando comparado com os resultados do coeficiente de

ajuste R^2 para os modelos de três factores é de 95,69% – Fama e French (1993) observaram uma média de R^2 de 93,12%.

Quando consideradas as 25 carteiras formadas em tamanho e momentum, constatou-se também que o fator risco de mercado é parte influente e significativa para explicar a rendibilidade média esperada. O risco de mercado explica 84,99% das rendibilidades média esperada. Os fatores de risco SMB e HML, adicionados ao fator risco de mercado (RM – RF) explicam 90,44% da rendibilidade média esperada. Ao se adicionar três fatores de risco (SMB e HML e WML) ao modelo de fator único (RM – RF), o coeficiente de determinação R^2 é de 95,66%, observando-se um aumento do valor médio de R^2 de 10,7% em relação ao modelo de fator único. Em conformidade, a segunda hipótese de investigação (*H2*): *Fatores de risco como SMB, HML e WML proporcionam rendibilidades médias esperadas não explicadas pelo modelo CAPM mono fator* não pode ser rejeitada. Ou seja, para o período em análise, os resultados observados sugerem que os modelo CAPM multifatorial de Fama e French – Carhart, é capaz de explicar parte da rendibilidade que o CAPM monofatorial não explica nos mercados bolsistas da zona euro.

Para a construção do *envelope portfolio* a matriz de variância-covariância amostral obtida através dos dados históricos, como era expectável produziu *portfolio* com pesos negativos violando o pressuposto de média variância eficiente. Desta feita recorreu-se ao modelo de otimização de Black e Litterman (1991) que apresentou rendibilidade média esperada e superior ao ativo livre de risco sem posição de venda a descoberto. Para um país como Portugal com uma economia considerada madura e situado na zona euro, este trabalho pode apresentar-se como sendo de pouca relevância. Contudo considero que o mesmo enriquece a literatura académica e financeira na medida em que existem poucos estudos nesta linha de investigação aplicado a realidade portuguesa. Por outro lado, este trabalho pode servir de ponto de partida para estudos comparados no âmbito dos mercados bolsistas dos Países Africanos de Língua Oficial Portuguesa (PALOP). Os resultados dos testes obtidos para o período em análise são estatisticamente consistentes com a não rejeição do modelo CAPM mono fatorial para o mercado bolsista Português e a aceitação do modelo CAPM multifatorial para os mercados da zona euro. Porém, constatou-se que o fator risco de mercado apresentou significância estatística para todas as carteiras dos três modelos em análise o que sugere poder explicativo da rendibilidade média esperada ao contrário dos outros três fatores, ou seja, os resultados obtidos sugerem que o fator risco de mercado é parte influente e significativa para explicar a rendibilidade média esperada na zona euro, corroborando-se a hipótese de investigação (*H1*). Por outro lado, convém ressaltar que dada a dimensão da amostra e o período em análise, caracterizado por uma crise financeira mundial com consequências para os mercados bolsistas da zona euro (o teste de Chow sugere existir quebra estrutural dos parâmetros alfa e beta ao longo do período em análise), são limitações que podem condicionar as conclusões que se retira deste trabalho. Desta feita, sugere-se proceder no futuro um estudo semelhante porém em circunstâncias diferentes no sentido de confirmar ou rejeitar os resultados que neste presente trabalho indicia.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Almas, D. & Duque, J. (2008). Value investing: the book-to-market effect, accounting information, and stock returns. Working Paper 1/2008, *ADVANCE – Centro de Investigação Avançada em Gestão do ISEG, Instituto Superior de Economia e Gestão, Universidade Técnica de Lisboa, ISSN. 0874 – 8470.*
- Amihud, Christensen e Mendelson (1992). Further Evidence on the Risk-Return Relationship *Research paper No.1248.*
- Areal, N. & Armada, M. (2002). The long-horizon returns behaviour of the Portuguese stock market. *European Journal of Finance*, 8, (1), 93 – 122.
- Argyrou, A. & Kontonikas, A. (2012). The determinants of sovereign bond yield spreads in the mu. *School of Economics and Management, Technical University of Lisbon. Working Papers, No.36.*
- Bai, J. & Shi, S. (2011) Estimating high dimensional covariance matrices and its applications. *Annals of Economics and Finance* 12 (2), 199 – 215.
- Banz, R. (1981).The relationship between return and market value of common stocks. *Journal of Financial Economics*, 9, 3 – 18.
- Basu, S. (1983). The relationship between earnings yield, market value and return for nyse common stocks: further evidence. *Journal of Financial Economics*, 12, 129 – 156.
- Benson, K. & Faff, R. (2013).  *Journal of Accounting Finance and Business Studies Accounting*, 49, 24 – 31.
- Benninga, S. (2008). *Financial Modeling*. 3rd ed., MIT Press, Cambridge, Massachusetts, London.
Benninga, S (2011). *Financial Engineering class, summer 2011.* (Disponível em <http://simonbenninga.com/>).
- Bhandari, L. (1988). Debt/equity ratio and expected common stock returns: empirical evidence. *Journal of Finance*, 43 (2), 507 – 528.
- Black, F. & Litterman, R. (1991).Global asset allocation with equities, bonds, and currencies. *Goldman Sachs & Company, October.*
- Black, F. (1972). Capital market equilibrium with restricted borrowing. *Journal of Business*, 45 (3), 444 – 455.
- Bodie, Z., Kane, A. & Marcus, A. (2003) *Investments*, 6th ed. McGraw-Hill/Irwin.
- Brennan, J. & Lo, W. (2010). Impossible frontiers. *Management Science* 56, 905-923.
- Brounen, D. Jong, A. & Koedijk, K. (2004). Corporate finance in europe confronting theory with practice, *EFA 2004 Maastricht Meetings*, 2769. (Disponível em SSRN: <http://ssrn.com/abstract=559415>).
- Brooks, Chris. (2008). *Introductory Econometrics For Finance*. Second edition Cambridge University Press
- Brückner, R., Lehmann, P. & Stehle, R. (2012). In germany the capm is alive and well. *Working Paper Series* (Disponível em SSRN: <http://ssrn.com/abstract=2161847>).

- Carvalho, B., & Barajas, Á. (2013) Parameters that provide higher explanation estimating betas in the Portuguese stock market. *Ekonomika istraživanja - Economic Research*, 26 (2), 117 – 128. Disponível em SSRN: <http://ssrn.com/abstract=2283032>.
- Carvalho, B., & Barajas, Á. (2011). Existe um único prémio de risco de mercado? Evidencia em Portugal (1994-2011).
- Carhart, M. (1997). On persistence in mutual fund performance. *Journal of Finance*, 52 (1), 57 – 82.
- Damodaran, A. (2012) Estimating risk parameters. *Stern School of Business, New York*, 10012. (Disponível em: <http://people.stern.nyu.edu/adamodar/pdfiles/papers/beta.pdf>).
- Damodaran, A. (2001). Finanças Corporativas - Teoria e Prática. 2ª Edição, *Artmed Editora S.A. São. Paulo*.
- Disatnik, D. & Benninga, S. (2012). The two-block covariance matrix and the capm. *International Journal of Portfolio Analysis and Management*, 1 (1), 32 – 42.
- Disatnik, D. & Benninga, S. (2007). Shrinking the covariance matrix: simpler is better. *Journal of Portfolio Management*, 33 (4), 56 – 63.
- Elton, E. & Gruber, M. (1973). Estimating the dependence structure of share prices – implications for portfolio selection. *Journal of Finance* 28(5), 1203-1232.
- Fama, F. & French, K. (2004). The capital asset pricing model: theory and evidence. *Journal of Economic Perspectives*, 18 (3), 25 – 46.
- Fama, F. & French, K. (1996). Multifactor explanations of asset pricing anomalies. *Journal of Finance*, 51 (1), 55-54.
- Fama, F. & French, K. (1993). Common risk factors in the returns of stock and bonds. *Journal of Financial Economics*, 33 (1), 3 – 56.
- Fama, F. & French, K. R. (1992). The cross-section of expected stock returns. *Journal of Finance*, 47, (2), 427 – 465.
- Fama, F. & Macbeth, James. D. (1973). Risk, return, and equilibrium: empirical tests” *Journal of Political Economy*, 81 (3), 607 – 636.
- Fávero, L. Belfiore, P., da Silva, F. & Chan, B. (2009). Análise de Dados: Modelagem Multivariada Para Tomada de Decisões. *Campus* ISBN: 978 – 85 – 352 – 3046 – 8.
- French, K. (2014, agosto 18). Data library. Consultado em 18 de agosto, 2014 em: http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data_library.html#Benchmarks.
- Gujarati, D. & Porter, D. (2009). Basic Econometrics (5th ed.). *The McGraw-Hill Companies*.
- Graham, R. & Harvey, C. (2013). The equity risk premium in 2013. (Disponível em SSRN: <http://ssrn.com/abstract=2206538>).
- Graham, R. & Harvey, C. (2010). The equity risk premium in 2010. (Disponível em SSRN <http://ssrn.com/abstract=1654026>).
- Graham, J. & Harvey, R.C. (2001). The theory and practice of corporate governance: evidence from the field, *Journal of Financial Economics*, 60, 187 – 243.
- Greene, W. (2012). Econometric Analysis (7th. ed.). New Jersey: *Prentice Hall, Editions*. ISBN: 0 – 13 – 139538 – 6.

- Jagannathan, R. & Ma, T. (2003). Risk reduction in large portfolios: why imposing the wrong constraints helps. *Journal of Finance*, 58 (4), 1651 – 1684.
- Jegadeesh, N. & Titman, S. (1993). Returns to buying winners and selling losers: Implications for stock market efficiency. *Journal of Finance*, 48 (1), 65 – 91.
- Kempf, A. & Memmel, C. (2006). Estimating the global minimum variance portfolio. *schmalenbach business review*, 58, 332 – 348.
- Kothar, S. P., Shanken, Jay and Sloan, G. Richard. (1995). Another Look at the Cross-Section of Expected Stock Returns. *Journal of Finance*, 50 (1), 185 – 224.
- Ledoit, O. & Wolf, M. (2004). Honey, i shrunk the sample covariance matrix. *Journal of Portfolio Management*, 30 (4), 110 – 119.
- Ledoit, O. & Wolf, M. (2003). Improved estimation of the covariance matrix of stock returns with an application to portfolio selection. *Journal of Empirical Finance*, 10, 603 – 621.
- Levy, H. & Levy, M. (2013). The benefits of differential variance-based constraints in portfolio optimization. *European Journal of Operational Research*. (Disponível em Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=2257454>).
- Levy, M. & Roll, R. (2013). (I'm) possible frontiers: a comment.” unpublished. (Disponível em <http://cfr.ivo-welch.info/2015/levy-roll2014.pdf>).
- Levy, M. & Roll, R. (2012). A new perspective on the validity of the capm: still alive and well. *Journal of Investment Management*, 10 (3).
- Levy, M. & Roll, R. (2010). The market portfolio may be mean/variance efficient after all. *The Review of Financial Studies*, 23 (6), 2464 – 2491.
- Levy, H. (2010).The capm is alive and well: A review and synthesis. *European Financial Management*, 16 (1), 43 – 71.
- Lintner, J. (1965). The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. *Review of Economics and Statistics*, 47 (1), 13 – 37.
- Lowa, C. & Nayakb, S. (2009). The non-relevance of the elusive holy grail of asset pricing tests: The “true” market portfolio does not alter CAPM validity conclusions”, *The Quarterly Review of Economics e Finances*, 49 (4), 1460 – 1475.
- Marcelo, J., Quirós, J.& Quirós, M. (2010). Gestión de Riesgos Financieros. Teoria y Aplicación Informática. *Universitas Editorial* ISBN: 978 – 848 – 893 – 886 – 2.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *Journal of Finance*, 7 (1), 77 – 91.
- Maroco, J. (2007). Análise Estatística, Com Utilização Do SPSS. (3ª edição). Lisboa: Edições Sílabo, Lda. ISBN: 978 – 972 – 618 – 452 – 2.
- Neto, J. (2007). Excel Para Profissionais Das Finanças: Manual Prático. (6ª tiragem).
- Ni, X., Malevergne, Y., Sornette, D. & Woehrmann, P. (2011). Robust reverse engineering of cross sectional returns and improved portfolio allocation performance using the capm. *Swiss Finance Institute Research*, 11-03. (Disponível em SSRN:<http://ssrn.com/abstract=1753014>).

- Pafka, S., Potters, M. & Kondor, I. (2004). Exponential weighting and random-matrix-theory-based filtering of financial covariance matrices for portfolio optimization. (Disponível em <http://arxiv.org/abs/cond-mat/0402573>).
- Pinho, C. & Soares, I. (2008). *Finanças – Mercados e Instrumentos* (2ª edição). Lisboa: Edições Sílabo, Lda. ISBN: 978 – 972 – 618 – 507 – 9.
- Pires, C. (2008). *Mercados e Investimentos Financeiros* (2ª edição). *Escolar Editora*. ISBN 978-972 – 592 – 226 – 2.
- Roll, R. (1977). A critique of the asset pricing theory's tests - Part I: On past and potential testability of the theory. *Journal of Financial Economics*, 4, 129 – 176.
- Sharpe, F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium. *Journal of Finance*, 425 – 442.
- Sharpe, F. (1963). A simplified model for portfolio analysis management science, 9 (2), 277-293.
- Soares, V. (1997). A (in) eficiência dos mercados bolsistas de ações: Estudo do caso português. *Vida económica*, ISBN: 972 – 8307 – 19 – 5.
- Sudarsanam, S. (2011). Cost of equity for regulated companies: An international comparison of regulatory practices. (Disponível em http://www.competition-commission.org.uk/our_role/analysis/costofequitycomparisonofinternational_regulatorypractice.pdf).
- Tobin, J. (1958). Liquidity preference as behavior towards risk. *Cowles Foundation Discussion*, 14.
- Tsuji, C. (2009). Can we resurrect the capm in japan? Evaluating conditional asset pricing models by incorporating time-varying price of risk. *Research in Applied Economics*, 1, (1).
- Tu, J. & Zhou, G. (2011). Markowitz meets talmud: A combination of sophisticated and naive diversification strategies. *Journal of Financial Economics*, 99, 204 – 215.
- Welch, I. (2008). The consensus estimate for the equity premium by academic financial economists in december 2007, Working Paper, *Brown University*, (Disponível em SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1084918>).

Texto escrito conforme o Acordo Ortográfico - convertido pelo Lince.