

Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería 2009
Barcelona, 29 junio al 2 de julio 2009
© SEMNI, España 2009

ESTUDO DAS TÉCNICAS DE PROCESSAMENTO DE IMAGEM DEDICADAS AO TRATAMENTO DOS MAPAS DE FASE

H. Lopes ^{1*}, J. Ribeiro ¹, R. Guedes ² e M. Vaz ²

1: Escola Superior de Tecnologia e de Gestão
Instituto Politécnico de Bragança, Portugal
Campus de Santa Apolónia - Apartado 134 - 5301-857 Bragança – Portugal
e-mail: hlopes@ipb.pt, jribeiro@ipb.pt web: <http://www.ipb.pt/>

2: Grupo Departamento de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial
Faculdade de Engenharia
Universidade do Porto
Rua Dr. Roberto Frias, s/n 4200-465 Porto – Portugal
e-mail: rmguedes@fe.up.pt, gmavaz@fe.up.pt web: <http://www.fe.up.pt>

Palavras-chave: Interferometria *Speckle*, ruído de *Speckle*, técnicas de filtragem de fase, técnicas de desembrulhar a fase

Resumo. *As técnicas ópticas, em conjunto com as ferramentas de processamento digital de imagem, têm encontrado um interesse cada vez maior na investigação laboratorial. No âmbito da mecânica experimental, as técnicas ópticas de interferometria Speckle são utilizadas para a medição do campo de deslocamentos de estruturas sob solicitação. A informação é gravada na forma de mapas de fase, os quais estão contaminados por ruído de Speckle e apresentam descontinuidades na fase. Estes deverão ser posteriormente tratados por ferramentas dedicadas de processamento de imagem de forma a eliminar o ruído sem destruir a informação de fase. Neste trabalho descrevem-se as principais técnicas de processamento de imagem dedicadas à análise de padrões de interferometria Speckle, como são, por exemplo, as técnicas de filtragem de fase e de padrões de intensidade, métodos de desembrulhar da fase. A partir de simulações numéricas é realizada uma análise comparativa da eficácia e robustez de diversas técnicas na remoção do ruído e eliminação das descontinuidades de fase. A partir pela minimização do valor eficaz do erro são determinados os parâmetros óptimos de cada técnica.*

1. INTRODUÇÃO

Os métodos ópticos de interferometria holográfica, interferometria de Speckle, Moiré geométrico, projecção de campos de luz estruturada e correlação de imagem apresentam hoje uma vasta gama de aplicações que passa pela análise estrutural, ao controlo de produção controlo de produção, levantamento de forma e inspeção não destrutiva de

componentes. Relativamente aos métodos ópticos de interferometria, a substituição da placa holográfica pelo registo digital, veio impulsionar o desenvolvimento de novas técnicas de processamento de imagem dedicadas ao tratamento de mapas de interferência de Speckle.

As técnicas de processamento digital de imagem estão divididas nos domínios de aplicação qualitativo e quantitativo. A componente quantitativa trata da metrologia das grandezas físicas, através da caracterização da intensidade de luz associada à medição. Este domínio, apesar dos mais recentes desenvolvimentos, continua a ser negligenciado relativamente à componente qualitativa.

As técnicas ópticas de interferometria Speckle têm particular interesse a análise metrológica de quantidades físicas, recorrendo a técnicas dedicadas de processamento de imagem. As imagens obtidas, sinal da medição, estão expostas a várias fontes de ruído, tais como: ruído de Speckle, electrónico e no cálculo numérico. Para além destes, há ainda a considerar a perda de contraste resultante de uma deficiente afinação das montagens. Em algumas aplicações é necessária a identificar de pequenas perturbações, sendo extremamente exigente em termos da gama dinâmica de sinal. As ferramentas de processamento de imagem desempenham um papel fundamental na melhoria da razão sinal/ruído. Para a selecção das melhores técnicas, torna-se necessário a realização de um estudo intensivo sobre o desempenho de cada uma das ferramentas de processamento de sinal, com vista a garantir a qualidade dos resultados.

2. TÉCNICAS DE FILTRAGEM DOS MAPAS DE FASE

Os mapas de fase obtidos a partir das técnicas de interferometria Speckle estão normalmente contaminados por ruído de medição de alta frequência. A decorrelação parcial ou total do Speckle é a principal fonte deste ruído, sucedendo-se, em importância, os ruídos electrónico nos sensores CCD e CMOS, térmico, transição e a geração-recombinação, os quais se enquadram na categoria de fontes menos influentes. No fim desta escala está o ruído gerado pelo choque dos fotões nos sensores ópticos.

As técnicas de filtragem do ruído podem dividir-se em técnicas espaciais e técnicas temporais. As últimas são particularmente eficazes em fenómenos que apresentem distribuições temporais do ruído com média zero. A sua influência pode ser diminuída através do cálculo da média de uma sequência de registos espaçados no tempo. Vindo a relação sinal/ruído aumentada na proporção de \sqrt{n} , onde n é o número de registos usados no cálculo da média aritmética. Na interferometria Speckle, distribuição espacial do ruído, as técnicas espaciais são sobretudo úteis na redução do ruído de Speckle nos mapas de fase, através da eliminação dos termos de alta-frequência espacial.

A aplicação das técnicas de filtragem de fase tem como principal objectivo melhorar a relação sinal/ruído e preservar a informação da medição. Neste contexto apresenta-se a análise de nove técnicas de filtragem baseadas em filtros do tipo passa-baixo, tendo por base um mapa de fase conhecido ao qual se adicionou diferentes níveis de ruído. Com o resultado desta análise pretende-se identificar as técnicas mais eficazes na remoção do

ruído de fase. Para este estudo seleccionaram-se as seguintes técnicas de filtragem, geralmente utilizadas na remoção de ruído em imagens [1-12]:

- Média;
- Gaussiano;
- Mediana;
- Wiener;
- Curvas spline-cúbicas (Spline);
- Transformada rápida de Fourier (FFT);
- Windowed Fourier Transform (WFT);
- Short Time Fourier Transform (STFT); e
- Transformadas de Ondulas (Wavelets);

As técnicas de filtragem comuns são a Média e Gaussiana. Estas são implementadas recorrendo à técnica de convolução de imagem, sendo o grau de amaciamento definido pela dimensão da janela utilizada. Por forma lidar com as descontinuidades da fase, a convolução de imagem é aplicado ao domínio complexo do mapa de fase $\Delta\tilde{\phi}(x,y)$. Assim, o mapa de fase filtrado $\Delta\tilde{\phi}'(x,y)$ pode ser determinado de acordo com a expressão:

$$\Delta\tilde{\phi}'(x,y) = \Delta\tilde{\phi}(x,y) \otimes h(m,n) \quad (1)$$

onde $h(m,n)$ o tipo de filtro escolhido, onde m e n representam, respectivamente, as dimensões horizontal e vertical da janela de filtragem.

Como na técnica de filtragem mediana os números complexos não seguem uma ordem natural, a sua implementação é realizada de acordo com seguinte equação:

$$\Delta\phi'(x,y) = \arctg\left(\frac{\text{Mediana}\{\text{sen}(\Delta\phi(x,y))\}}{\text{Mediana}\{\text{cos}(\Delta\phi(x,y))\}}\right) \quad (2)$$

onde $\Delta\phi(x,y)$ representa o mapa de fase original e $\Delta\phi'(x,y)$ o mapa de fase filtrado.

O filtro adaptativo Wiener tem como base a estimativa dos coeficientes de correlação do mapa na vizinhança do píxel $a(x,y)$, sendo o novo valor $b(x,y)$ definido com base nos coeficientes média μ e da variância σ^2 , conforme a expressão [5]:

$$b(x,y) = \mu + \frac{\sigma^2 - v^2}{\sigma^2} [a(x,y) - \mu] \quad (3)$$

Sendo v^2 a média das variâncias locais. Por semelhança à técnica mediana e de forma a não eliminar as descontinuidades na fase, a filtragem dos mapas é realizado de acordo com a seguinte expressão:

$$\Delta\phi'(x,y) = \arctg\left(\frac{\text{Wiener}\{\text{sen}(\Delta\phi(x,y))\}}{\text{Wiener}\{\text{cos}(\Delta\phi(x,y))\}}\right) \quad (4)$$

O ruído pode ser atenuado pelo amaciamento dos mapas de fase através do ajuste de

funções B-Spline de grau três a uma sequência de valores no domínio complexo. Os seus coeficientes são determinados por aproximação da função B-Spline a uma sequência de pontos equidistante do mapa [13]. A filtragem dos mapas de fase utilizado tem por base o algoritmo definido no programa MATLAB[®] e invocando a seguinte expressão:

$$\Delta\phi'(x, y) = \text{arctg} \left(\frac{\text{Spline}\{\text{sen}(\Delta\phi(x, y))\}}{\text{Spline}\{\text{cos}(\Delta\phi(x, y))\}} \right) \quad (5)$$

As técnicas de filtragem por Transformada rápida de Fourier, Windowed Fourier Transform e Short Time Fourier Transform assentam na eliminação de termos do sinal no domínio da frequência. A primeira técnica procura minimizar o efeito do ruído pela utilização de filtros do tipo passa-baixo, sendo concretizado através da construção de uma janela centrada no termo de ordem zero. A selecção da frequência de corte, dimensão da janela, é determinante para a sua eficácia na remoção dos termos importante do ruído e em particular o de mais alta frequência. Quanto às técnicas, Windowed Fourier Transform e Short Time Fourier Transform, o espectro é calculado localmente ao longo da imagem. As duas principais vantagens deste procedimento estão na eliminação local das componentes sem afectar as regiões vizinhas e na simplicidade da análise destas componentes locais em relação ao espectro global. Nestes casos, os termos do sinal são processadas definindo um limiar mínimo para a sua amplitude e atribuindo o valor zero para as restantes componentes. Com esta metodologia pretende-se eliminar as componentes do ruído que sendo de baixa amplitude se distribuem uniformemente ao longo do espectro. O filtro Windowed Fourier Transform difere do Transform e Short Time Fourier Transform na medida em que, no primeiro, a janela do filtro é centrada em todos os pontos do mapa de fase, enquanto no segundo, a janela é definida dividindo o mapa por regiões.

A representação do mapa de fase no domínio do número de onda é realizada através da sua transformada de Fourier discreta bidimensional:

$$\Delta\tilde{\phi}(u, v) = \frac{1}{MN} \sum \sum \Delta\tilde{\phi}(x, y) e^{j2\pi(\frac{ux}{N} + \frac{vy}{M})} \quad (6)$$

onde u e v representam, respectivamente, o número de onda na direcção x e y para um mapa de fase de dimensão $N \times M$. As componentes mais significativas da fase são isoladas através da aplicação de um filtro ao espectro da fase $\bar{h}(u, v)$, sendo o correspondente mapa de fase no domínio espacial obtido através da sua transformada inversa:

$$\Delta\tilde{\phi}'(x, y) = \frac{1}{MN} \sum \sum \bar{h}(u, v) \times \Delta\tilde{\phi}(u, v) e^{j2\pi(\frac{ux}{N} + \frac{vy}{M})} \quad (7)$$

Na primeira técnica de filtragem, a função $\bar{h}(u, v)$ toma o valor de 1 para frequências inferiores à frequência de corte e zero para as restantes. A segunda e terceira técnicas, para o conjunto de frequências seleccionadas cuja amplitude seja superior ao valor definido como limiar é atribuído o valor 1 ao filtro, os restantes termos tomam o valor zero.

As técnicas Windowed Fourier Transform e Transform e Short Time Fourier Transform apresentam um compromisso entre a informação no domínio espacial e a informação no domínio do número de onda. O espectro é obtido para um determinado tamanho da janela, sendo a mesma para todas as frequências. No entanto, alguns sinais requerem uma abordagem mais flexível, onde a janela deve variar de tamanho para representar de modo mais verdadeiro a distribuição espacial e a frequência do sinal. A análise por transformadas de Ôndulas (Wavelets) constitui a abordagem mais indicada nestas situações.

A técnica de filtragem por transformada de Ôndulas aqui implementado tem por base o algoritmo do programa MATLAB[®]. A filtragem é realizada a partir da decomposição do mapa de fase em 15 níveis, tendo como base a função Symlet 6 [14]. As componentes de baixa amplitude, associadas ao ruído de *Speckle*, são removidas pela aplicação de um filtro global definido a partir de um limiar mínimo h . O mapa de fase filtrado é determinado pela transformada inversa de Ôndulas das componentes do sinal após filtragem, sendo obtido através da expressão:

$$\Delta\phi'(x,y) = \arctg\left(\frac{\text{Transf.Ôndulas}^{-1}\{\text{Transf.Ôndulas}[\text{sen}(\Delta\phi(x,y))]\times h\}}{\text{Transf.Ôndulas}^{-1}\{\text{Transf.Ôndulas}[\text{cos}(\Delta\phi(x,y))]\times h\}}\right) \quad (8)$$

O estudo comparativo da eficácia destas técnicas de filtragem é realizado a partir do padrão de franjas gerado ao qual foi adicionado diferentes níveis de ruído Gaussiano [15]. Na Fig. 1 representam-se os quatro mapas de fase obtidos para a adição de diferentes níveis de ruído e que servem de base ao estudo do comportamento das técnicas de filtragem apresentadas.

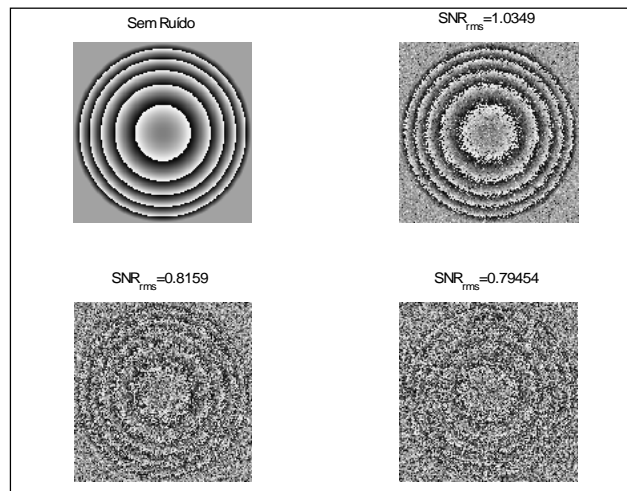


Figura 1. Mapas de fase gerados com adição de diferentes níveis de ruído.

Análise comparativa do comportamento destas técnicas tem por base o mínimo valor eficaz do erro encontrado a partir dos seus parâmetros óptimos. Na Fig. 2 representam-se

os valores mínimos eficazes do erro obtidos para os quatro mapas de fase gerados.

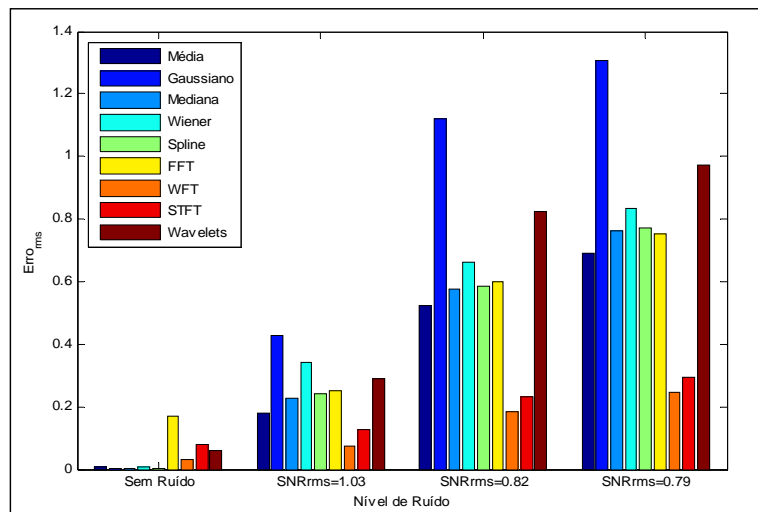


Figura 2. Representação do valor eficaz do erro associado das técnicas de filtragem do mapa de fase para diferentes razões sinal/ruído.

Analisando a distribuição do valor eficaz do erro, verifica-se que à excepção da condição sem ruído, as técnicas WFT e STFT são os que apresentam menores valores eficazes do erro e, por isso, se considera possuírem um melhor desempenho na remoção do ruído dos mapas de fase.

3. TÉCNICAS DE DESEMBRULHAR A FASE

Os mapas de fase apresentam distribuições descontínuas da fase, definidas pela modelação espacial da amplitude do campo de medição. Para a reconstrução do campo contínuo, correspondente ao campo de medida, é necessário remover correctamente estas descontinuidades através da aplicação dos métodos de desembrulhar a fase (Unwrapping). Os métodos de desembrulhar a fase estão divididos em duas categorias, a saber: métodos selectivos do caminho (path-following methods) e métodos da minimização da norma do erro (minimum-norm methods) [6]. Os principais métodos de desembrulhar a fase serão introduzidos a seguir, reflectindo estas duas metodologias. Na continuação, será analisado o comportamento dos métodos na remoção das descontinuidades em mapas de fase simulados, aos quais foram propositadamente introduzidas inconsistências na fase.

3.1 Métodos selectivos do caminho

A reconstrução do campo contínuo é realizada a partir da remoção das descontinuidades de fase, adicionando ou subtraindo múltiplos de 2π a cada descontinuidade. Este procedimento, designado de integração da fase é aplicado quando a diferença de fase entre píxeis consecutivos e ao longo de uma linha é superior a $-\pi$ ou π , sendo então adicionado ou subtraído 2π aos restantes píxeis da linha. O processo termina com repetição do mesmo

procedimento ao longo das colunas. No entanto, na presença de inconsistências ou ambiguidades no mapa fase, surgem falhas na metodologia de identificação das transições. As inconsistências de fase manifestam-se sob a forma de interrupções nos contornos das franjas de fase e/ou descontinuidades no mapa e traduzem-se em pontos chamados de resíduos ou pólos.

Para garantir o sucesso do método na definição das linhas de restrição, dever-se-á usar critérios mais robustos. Para o efeito, é necessário recorrer a informação adicional sobre a qualidade da distribuição da fase. A partir da análise dos métodos de desembrulhar a fase baseados no caminho óptimo de integração [6], identificaram-se quatro diferentes metodologias e que em seguida faz uma breve apresentação por ordem crescente de complexidade:

- Goldstein;
- Quality-Guided;
- Mask Cut; e
- Flynn;

O método de Goldstein [16] é baseado no equilíbrio de potencial e na colocação de linhas de restrição ao caminho de integração do mapa de fase.

O método de Quality-Guided utiliza a informação sobre a distribuição da qualidade da fase para definir o caminho de integração. A qualidade do mapa é determinada a partir da definição de um patamar para o valor das derivadas parciais de segunda ordem do mapa de fase [17, 18].

A partir da combinação dos conceitos distribuição da qualidade da fase e colocação das linhas de restrição, é definido um método híbrido. O método Mask Cut [19, 20], junta as vantagens dos dois métodos anteriores, apoiando-se na informação adicional da qualidade da fase para colocar as linhas de restrição e de modo a minimizar os erros durante o processo de integração da fase.

Por fim, o método proposto por Flynn [21] é baseado na definição de fronteiras que representam a transição da fase entre $-\pi$ e π e dividem o mapa por regiões. A integração da fase é realizada procurando minimizar as transições de fase entre as diferentes regiões.

3.2 Métodos de minimização da norma do erro

Os métodos de minimização da norma do erro apresentam uma abordagem completamente diferente dos métodos referidos anteriormente. A solução é determinada a partir da minimização da função objectivo, designado por norma do erro, que é definida pela diferença entre as derivadas locais do campo contínuo de fase e as derivadas do mapa de fase medido. Considerando a solução do campo contínuo de fase $\phi_{i,j}$ e da diferença de fase do mapa de fase medido $\Delta_{i,j}$ pode definir-se a função norma do erro ϵ^P [6]:

$$\varepsilon^P = \sum \sum |\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j} - \Delta_{i,j}^x|^P + \sum \sum |\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j} - \Delta_{i,j}^y|^P \quad \text{para } i = 0, \dots, M \text{ e } j = 0, \dots, N \quad (9)$$

sendo o valor do expoente P depende do problema em análise, i, j são as coordenadas dos píxeis e $M \times N$ representam, respectivamente, a dimensão em número de píxeis na horizontal e vertical da imagem.

A função objectivo pode ser formulada em termos dos parâmetros da distribuição pesada ou não da norma do erro [6]. A partir destes parâmetros e considerando os diversos valores do expoente da norma do erro são definidos os três métodos para a resolução do problema de minimização, a saber:

- FFT/DCT;
- PCG; e
- Multigrid;

A resolução dos problemas de desembrulhar a fase por mínimos quadrados ($P=2$), adoptando a formulação não pesada da norma do erro, reduz-se à determinação da solução de um sistema de equações discretas de Poisson [22]. O método da transformada rápida de Fourier (FFT) ou transformada discreta dos co senos (DCT) permite a resolução simples e eficiente das equações lineares deduzidas a partir destas equações. O método de desembrulhar a fase aqui optado adoptado é baseado na combinação da transformada directa e inversa de Fourier e com extensão da imagem pelo processo de simetriação, foi recentemente proposto Volkov et al. [23].

O método de mínimos quadrados pesado da norma do erro ($P=2$) acrescenta, em relação ao método anterior, os pesos derivados dos métodos de Quality-Guided e Mask Cut para melhorar a integração da fase e, assim, isolar as regiões com baixo sinal/ruído. O método interactivo do gradiente conjugado pré-condicionado (PCG) é usado na determinação eficiente da solução deste problema [6].

Os métodos iterativos Multigrid são aplicados para a rápida resolução de sistemas de equações de derivadas parciais lineares ($P=2$) e não lineares ($P \neq 2$) de grande escala. Estes métodos incorporam o processo de relaxamento Gauss-Seidel para aumentar a taxa de convergência do problema a cada iteração. Como este método não necessita de utilizar as transformadas FFT e DCT e não possui restrições na dimensão do mapa e é capaz de resolver num espaço de tempo que pode chegar a ser 25 vezes mais inferior relativamente ao do método PCG [6].

A avaliação do comportamento dos métodos de desembrulhar a fase é realizada com base nos dois mapas de fase representados na Fig. 3. Nestes foram introduzidos inconsistências na fase que se manifestam sob a forma de interrupções nos contornos das franjas de fase e/ou descontinuidades no mapa, reflectindo as duas das causas mais comuns.

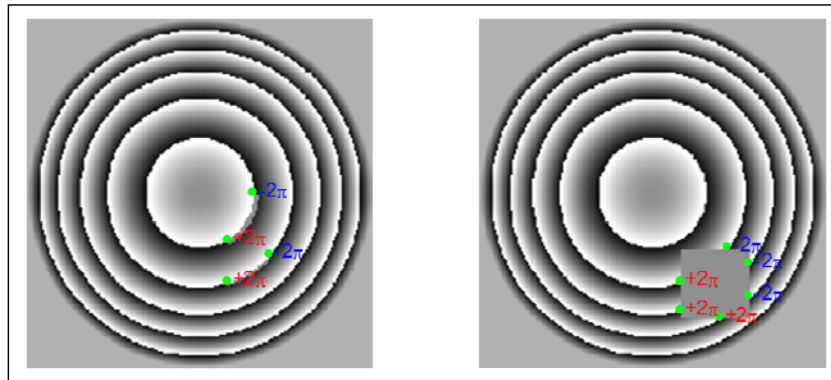


Figura 3. Representação dois mapas de fase com descontinuidade nas franjas.

A fim de determinar os métodos mais eficazes é realizada a análise comparativa das diferenças entre os mapas contínuos obtidos por aplicação destes métodos e os mapas contínuos simulados. Nas Fig. 4 e 5 apresentam-se os desvios da fase dos mapas obtidos pelos 8 métodos de desembrulhar a fase apresentados.

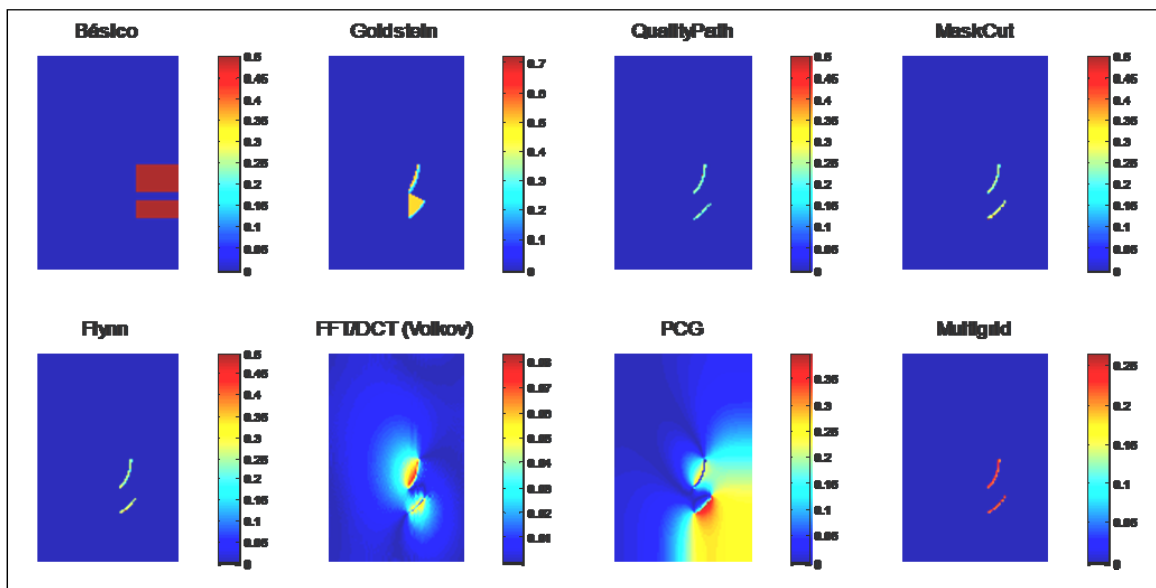


Figura 4. Representação dos desvios dos mapas obtidos a partir mapa de fase da Fig. 3-lado esquerdo.

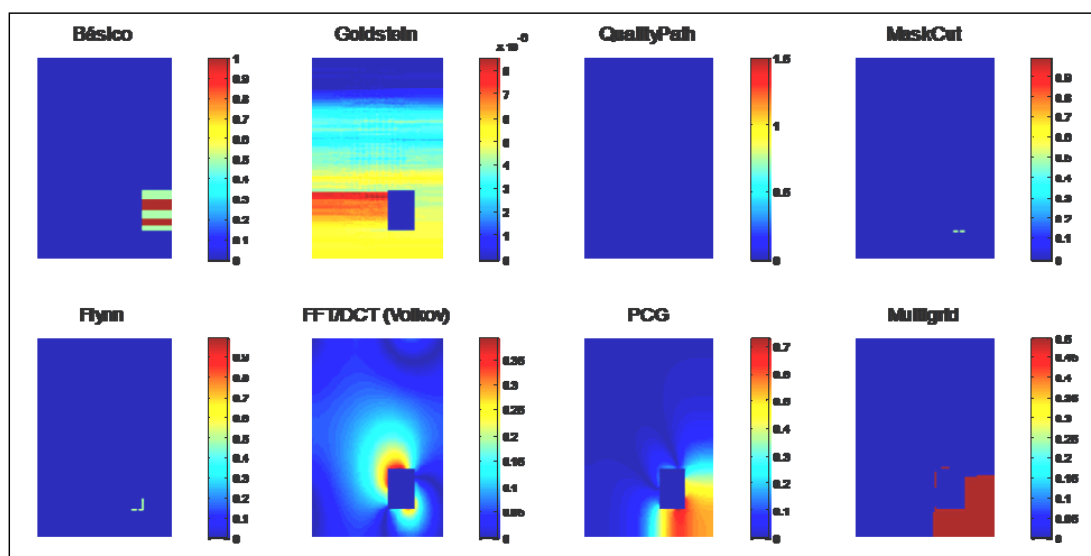


Figura 5. Representação dos desvios dos mapas obtidos a partir mapa de fase da Fig. 3 - lado direito.

A análise comparativa destes resultados revela que, globalmente, os métodos selectivos do caminho limitam as inconsistências na fase às regiões próximas da colocação das linhas de restrição, enquanto nos métodos de minimização da norma do erro, por serem métodos globais, propagam estes erros às regiões vizinhas. Este efeito é mais evidente quanto maior for a região afectada pela presença de inconsistências de fase. Apesar dos constrangimentos deste estudo é possível afirmar que os métodos da minimização da norma do erro são mais eficazes na presença de inconsistências de fase distribuídas ao longo do mapa e, por outro lado, os métodos selectivos do caminho têm melhor desempenho para as descontinuidades localizadas no mapa.

4. APLICAÇÃO EXPERIMENTAL

Um sistema comercial [24] existente no LOME (Laboratório de Óptica e Mecânica Experimental- Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto) foi usado para registar os modos naturais de vibração de vigas.

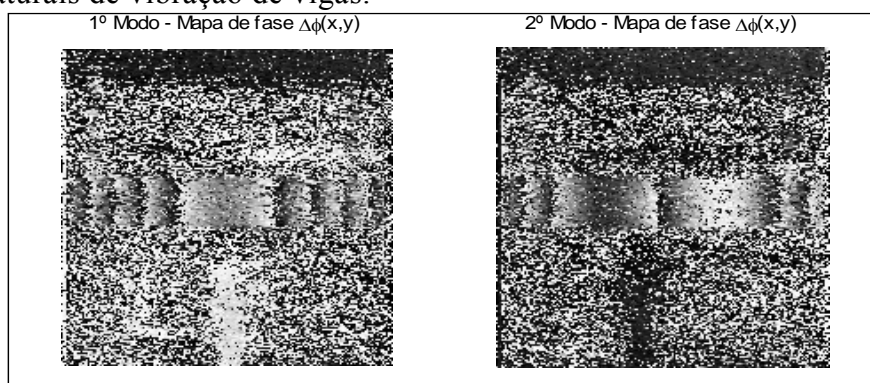


Figura 6. Os mapas de fase relativos aos dois primeiros modos naturais da viga livre-livre.

A viga suspensa por elásticos foi excitada acusticamente às frequências naturais de vibração por um altifalante montado junto à face posterior desta. Na Fig. 6 estão representados os mapas de fase dos dois primeiros modos naturais da viga livre-livre.

Os modos naturais de vibração são determinados pelo pós-processamento dos mapas de fase, recorrendo à técnica de filtragem de fase WFT e desembrulhar a fase Flynn, os quais se apresentam na Fig. 7.

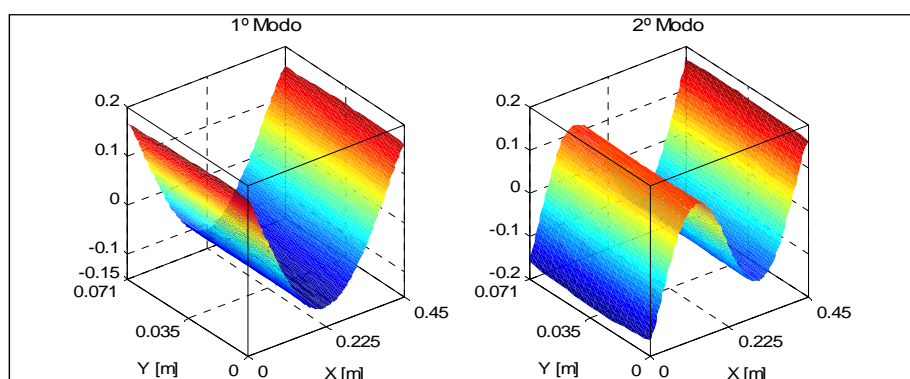


Figura 7. Os dois primeiros modos naturais de vibração da viga.

A análise comparativa dos modos naturais com os resultados previstos por via numérica permitiram comprovar a eficácia dos métodos de filtragem e desembrulhar a fase.

5. CONCLUSÕES

As técnicas de processamento de imagem dedicadas à filtragem são eficazes na redução do ruído experimental e contribuem de forma efectiva para uma melhoria da qualidade dos resultados experimentais. Ao nível dos mapas de fase, as técnicas WFT e STFT apresentam um desempenho superior. As técnicas de desembrulhar a fase permitem a determinação do campo de medida através da correcta remoção das discontinuidades no mapa de fase. Porém, este processo torna-se complexo na presença das inconsistências da fase. Para a resolução deste problema são propostas várias técnicas seguindo duas metodologias: métodos selectivos do caminho e métodos da minimização da norma do erro. Os primeiros mostram-se particularmente eficazes na resolução de inconsistências de fase concentradas numa pequena região, enquanto os segundos métodos possuem um melhor desempenho na resolução de inconsistências distribuídas de forma aleatória ao longo do mapa. No entanto, o enquadramento dos mapas de fase numa destas duas categorias nem sempre é fácil. Nestes casos, o procedimento mais indicado é avaliar o desempenho individual destas técnicas, começando pelas de menor tempo de processamento. Por fim, os métodos seleccionados demonstraram serem eficazes quando aplicados no tratamento de mapas de fase obtidos por via experimental.

REFERÊNCIAS

- [1] Kreis, T., Handbook of holographic interferometry : optical and digital methods. 2005, Weinheim: Wiley-VCH. xii, 542 p.
- [2] Gabor, D., Theory of Communication. IEE (London), 1946. 93(III): p. 429-457.
- [3] Reinsch, C., Citation Classic - Smoothing by Spline Functions. Current Contents/Engineering Technology & Applied Sciences, 1982(24): p. 20-20.
- [4] Gonzalez, R.C. and P.A. Wintz, Digital image processing. 2nd ed. 1987, Reading, Mass.: Addison-Wesley. xviii, 503 p.
- [5] Lim, J.S., Two-Dimensional Signal and Image Processing. 1990: Prentice Hall.
- [6] Ghiglia, D.C. and M.D. Pritt, Two-dimensional phase unwrapping : theory, algorithms, and software. 1998, New York: Wiley. xiv, 493 p.
- [7] Aebischer, H.A. and S. Waldner, A simple and effective method for filtering speckle-interferometric phase fringe patterns. Optics Communications, 1999. 162(4-6): p. 205-210.
- [8] Asundi, A. and W. Jun, Strain contouring using Gabor filters: principle and algorithm. Optical Engineering, 2002. 41(6): p. 1400-1405.
- [9] Jun, W. and A. Asundi, Strain contouring with Gabor filters: filter bank design. Applied Optics, 2002. 41(34): p. 7229-7236.
- [10] Kemao, Q., Windowed Fourier transform for fringe pattern analysis. Applied Optics, 2004. 43(13): p. 2695-2702.
- [11] Kemao, Q., Windowed Fourier transform for fringe pattern analysis: addendum. Applied Optics, 2004. 43(17): p. 3472-3473.
- [12] Kemao, Q., Seah Hock Soon, Anand Assundi, A Simple phase unwrapping approach based on filtering by windowed Fourier transform. Optics & Laser Technology, 2005. 37: p. 458-462.
- [13] Boor, C.d., A Practical Guide to Splines. 1978: Springer-Verlag.
- [14] Daubechies, I., Ten lectures on wavelets, ed. SIAM. 1992.
- [15] Servin, M. and F.J. Cuevas, A noval technique for spatial phase-phifting interferometry. J. Mod. Opt., 1995. 42: p. 1853-1862.
- [16] Goldstein, R.M., R.H.A. Zebker, and C.L. Werner, Satellite radar interferometry: two dimensional phase unwrapping. Radio Science, 1988. 23(4): p. 713-720.
- [17] Bone, D.J., Fourier Fringe analysis: the two-dimensional phase unwrapping problem. Appl Opt, 1991. 30(25): p. 3627-3632.
- [18] Xu, Y. and C. Ai. Simple and effective phase unwrapping technique. in Interferometry IV: Techniques and Analysis. p. 254-263,1993. Bellingham: SPIE.
- [19] Prati, C., M. Giani, and N. Leuratti. SAR interferometry: A 2-D phase unwrapping technique based on phase and absolute values information. in International Geoscience and Remote Sensing Symposium. p. 2043-2046,1990: IEEE.
- [20] Flynn, T.J. Consistent 2-D phase unwrapping guided by a quality map. in International Geoscience and Remote Sensing Symposium. p. 2057-2059,1996: IEEE.
- [21] Flynn, T.J., Two-dimentional phase unwrapping with minimum weighted discontinuity. Journal of the Optical Society of America A, 1997. 14(10): p. 2692-

- 2701.
- [22] Song, S.M., S. Napel, N.J. Pelc, and G.H. Glover, Phase Unwrapping of MR Images Using Poisson Equation. *IEEE Trans Imag Process.*, 1995. 4: p. 667-676.
 - [23] Volkov, V.V. and Y.M. Zhu, Deterministic phase unwrapping in the presence of noise. *Optics Letters*, 2003. 28(22): p. 2156-2158.
 - [24] Ettemeyer.GmbH&Co., ESPI Pulse. 1999.