

MÉTODOS COMPUTACIONAIS EM ENGENHARIA
Lisboa, 31 de Maio – 2 de Junho, 2004
© APMTAC, Portugal 2004

ANÁLISE TERMO-MECÂNICA DE SISTEMAS TUBULARES SUBMETIDOS A PRESSÃO INTERNA E A ELEVADAS TEMPERATURAS

Elza M. M. Fonseca*, **Carlos A. M. Oliveira**** e **Francisco J. M. Q. Melo*****

* Instituto Politécnico de Bragança - CENUME - IDMEC
Campus de Sta Apolónia Apartado 1134, 5301-857 Bragança
e-mail: efonseca@ipb.pt

** Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto - DEMEGI
Rua Dr. Roberto Frias, s/n, 4200-465 Porto
e-mail: cmoliv@fe.up.pt

*** Universidade de Aveiro
Departamento de Engenharia Mecânica
Campus Universitário de Santiago, 3810-193 Aveiro
e-mail: fqm@mec.ua.pt

Palavras-chave: Elemento Finito Tubular, Análise Termo-Mecânica, Factor Flexibilidade, Sistemas Tubulares, Ovalização, Empenamento.

Resumo. *Este artigo apresenta o desenvolvimento de um elemento finito tubular com dois nós para análise térmica e mecânica de tubagens industriais. Apresenta-se o desenvolvimento de uma formulação para a caracterização da deformação em sistemas tubulares de parede fina, com base num campo de deslocamentos para uma casca e uma formulação adicional para a obtenção da matriz rigidez de forma a considerar o efeito da pressão interna em sistemas desta natureza, tal como refere Almeida (1982). No projecto de estruturas tubulares é importante a análise do efeito da pressão interna, por diminuir a flexibilidade dos elementos aumentando por isso a rigidez da estrutura, tal como referido por Fonseca et al (2003). Contabiliza-se o efeito da temperatura, considerando uma axissimetria de carregamento ao longo da secção recta tubular, verificando-se um aumento da flexibilidade e consequente diminuição da rigidez da estrutura. Apresentam-se casos numéricos para cálculo do factor flexibilidade em estruturas submetidas, simultaneamente, a pressão interna e a variações de temperatura, comparando-se os resultados com outros elementos finitos disponíveis e com as curvas de projecto ASME.*

1. INTRODUÇÃO

As tubagens constituem um tipo de estruturas muito utilizadas em instalações industriais, nomeadamente para o transporte de fluidos, associadas a elevadas pressões internas, ao carácter corrosivo dos fluidos transportados, inflamabilidade dos mesmos, etc. É frequente a exposição de tubagens a solicitações térmicas agressivas, quer climáticas quer devidas a elevadas temperaturas de funcionamento ou mesmo à ocorrência de incêndios nas instalações.

O comportamento estrutural das tubagens é muito peculiar. As pequenas espessuras, por vezes utilizadas, conferem-lhe grande instabilidade geométrica, particularmente quando solicitadas em flexão e compressão axial. A ligação frequente a outros elementos estruturais, como flanges, uniões, elementos curvos, reservatórios, vem complicar ainda mais a análise deste tipo de estruturas. A complexidade desta análise exige o recurso a métodos numéricos de elevado desempenho, pelo que se recorreu à utilização do método dos elementos finitos.

2. FORMULAÇÃO DO ELEMENTO FINITO TUBULAR

No desenvolvimento do novo elemento de tubo com 2 nós, para análise de problemas tridimensionais, foram incluídas hipóteses simplificativas, tal como considerado em [1]:

- a espessura é considerada muito pequena quando comparada com o raio da secção transversal, medido em relação à espessura média;
- o raio da secção é considerado muito inferior ao raio de curvatura do círculo médio;
- a deformação circunferencial é considerada nula em problemas com cargas mecânicas:

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \left(w + \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) = 0 \quad (1)$$

sendo diferente de zero, em problemas térmicos;

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \alpha \Delta T \quad (2)$$

- a contribuição da flexão segundo a direcção longitudinal é considerada desprezável, pelo que o problema será resolvido com base na teoria de semi-membrana.

Os parâmetros geométricos considerados para a definição do elemento são: o comprimento do arco curvo (s), o raio de curvatura média (R), a espessura (h), o raio da secção recta do tubo (r) e o ângulo ao centro (α), como se verifica na figura 1.

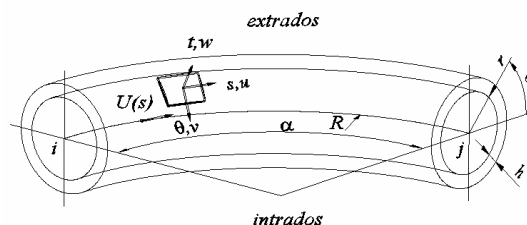


Figura 1. Geometria do elemento de tubo

2.1. Campo de deslocamentos e de deformação

O campo de deslocamentos à superfície da casca é função do deslocamento longitudinal ou tangencial ao longo de s (u), do deslocamento meridional ou tangencial segundo θ (v) e do deslocamento transversal da casca t (w). Este campo de deslocamentos é obtido por sobreposição de um campo de deslocamentos associado a um tubo de secção circular, em que a sua configuração não é alterada para qualquer ponto da secção e por deslocamentos associados aos fenómenos de ovalização e empenamento da secção.

A solução apresentada para o cálculo dos deslocamentos de ovalização e empenamento consiste na utilização de funções lineares, com desenvolvimentos em série trigonométrica. O deslocamento da superfície na direcção radial resulta unicamente da ovalização, considerada dentro e fora do plano, conforme definido em [2], sendo obtido através da equação 3.

$$w(s, \theta) = \left(\sum_{n \geq 2} a_n \cos n\theta + \sum_{n \geq 2} \bar{a}_n \sin n\theta \right) N_i + \left(\sum_{n \geq 2} a_n \cos n\theta + \sum_{n \geq 2} \bar{a}_n \sin n\theta \right) N_j \quad (3)$$

O deslocamento meridional resultante da ovalização obtém-se através da seguinte expressão.

$$v(s, \theta) = \left(- \sum_{n \geq 2} \frac{a_n}{n} \sin n\theta + \sum_{n \geq 2} \frac{\bar{a}_n}{n} \cos n\theta \right) N_i + \left(- \sum_{n \geq 2} \frac{a_n}{n} \sin n\theta + \sum_{n \geq 2} \frac{\bar{a}_n}{n} \cos n\theta \right) N_j \quad (4)$$

Finalmente o deslocamento longitudinal resultante do empenamento da secção é função da equação 5.

$$u(s, \theta) = \left(\sum_{n \geq 2} b_n \cos n\theta + \sum_{n \geq 2} \bar{b}_n \sin n\theta \right) N_i + \left(\sum_{n \geq 2} b_n \cos n\theta + \sum_{n \geq 2} \bar{b}_n \sin n\theta \right) N_j \quad (5)$$

Os termos a_n e \bar{a}_n são constantes a determinar, função do desenvolvimento da série de Fourier para os termos de ovalização, dentro e fora do plano, respectivamente. As constantes b_n e \bar{b}_n são também função do desenvolvimento da série de Fourier e resultam dos deslocamentos devidos ao empenamento, para o plano e fora do plano.

Sobrepondo o campo de deslocamentos mencionado, aos de um elemento de viga indeformável e adicionando a contribuição da variação térmica da expansão da secção recta tubular e o alongamento do elemento, obtém-se o campo de deslocamentos à superfície de uma casca, conforme as seguintes equações:

$$u = U_{(s)IN} - r \cos \theta \varphi_{(s)IN} - r \sin \theta \varphi_{(s)OUT} + u(s, \theta) + s \alpha \Delta T \quad (6a)$$

$$v = -W_{(s)IN} \sin \theta + W_{(s)OUT} \cos \theta + r \beta_{(s)OUT} + v(s, \theta) \quad (6b)$$

$$w = W_{(s)IN} \cos \theta + W_{(s)OUT} \sin \theta + w(s, \theta) + r \alpha \Delta T \quad (6c)$$

onde α representa o coeficiente de dilatação térmica do material e ΔT a variação térmica.

Para os deslocamentos obtidos no plano de curvatura, designado pelo sub índice IN nas

expressões 6, considerou-se uma formulação de alta ordem através da utilização de um polinómio de 5ª ordem, conforme apresentado na referência [3]. O campo de deslocamentos para fora do plano, sub índice *OUT*, utiliza funções de forma que se referem a deslocamentos do tipo viga de terceira e de primeira ordem. No caso de elementos tubulares rectos utilizam-se unicamente as funções de Hermite.

Consideraram-se 22 deslocamentos nodais, representando 6 os graus de liberdade de viga indeformável e 16 os deslocamentos no desenvolvimento da série de Fourier para a ovalização e empenamento.

O campo de deformação linear refere-se a deformações de membrana e a variações de curvatura. Foi adoptado um modelo de deformação de semi-membrana, [4, 5, 6].

$$\varepsilon_l = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{ss} \\ \gamma_{s\theta} \\ \chi_{\theta\theta} \end{Bmatrix}_l = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial s} & -\frac{\sin\theta}{R} & \frac{\cos\theta}{R} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial s} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \quad (7)$$

ε_{ss} representa a deformação longitudinal de membrana, $\gamma_{s\theta}$ a deformação de corte e $\chi_{\theta\theta}$ é a curvatura meridional relativa à ovalização.

O vector deformação térmico é obtido em função da expressão:

$$\varepsilon_{th} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{ss} \\ \varepsilon_{\theta\theta} \end{Bmatrix}_{th} = \begin{Bmatrix} \alpha \Delta T \\ \alpha \Delta T \end{Bmatrix} \quad (8)$$

2.2. Matriz rigidez elementar

A matriz rigidez referida ao sistema global do elemento é definida através da expressão seguinte:

$$K'_{global} = [T] \left(\int_{s=0}^L \int_{\theta=0}^{2\pi} [B]_l^T [D] [B]_l r h ds d\theta \right)_{local} [T]^T \quad (9)$$

A matriz B_l linear é definida em função das derivadas de um conjunto de funções de forma, e respectivo operador diferencial do campo de deformações apresentado, sendo D a matriz de constantes elásticas [1, 3, 6]. A matriz transformação T permite a passagem da matriz rigidez para o sistema global.

A resolução do sistema de equações recorre a um método de solução directa, através da aplicação do princípio dos trabalhos virtuais:

$$[K]\{\delta\} = \{F_n\} + \{F_{th}\} \quad (10)$$

onde δ representa o campo dos deslocamentos nodais, F_n é o vector forças mecânicas aplicadas e F_{th} o vector de cargas térmicas obtido em função das deformações térmicas existentes, conforme a expressão 11.

$$F_{th} = \int_{s=0}^L \int_{\theta=0}^{2\pi} [B]_l^T [D] \{\varepsilon\}^t r h ds d\theta \quad (11)$$

O vector força F_n pode ser formado por termos que envolvam forças longitudinais, forças transversais, momentos de flexão e torção, ou termos relativos à expansão de Fourier para os deslocamentos de ovalização e empenamento.

2.3. Matriz rigidez para a influência da pressão

Para cálculo da pressão interna no tubo, é definida a área infinitesimal no cálculo do trabalho efectuado por essa pressão sob o efeito da flexão, [7, 8, 9]. A flexão de tubos é efectuada considerando que a secção transversal permanece inextensível. Desta forma, considerando que o comprimento do tubo não se altera, verifica-se uma variação de volume que traduz um acréscimo na energia de deformação do tubo, a partir das forças de pressão. Essa energia sob a forma de trabalho é dado por:

$$W_{P_CURVA} = p \times \Delta V = - \int_0^L \int_0^{2\pi} p \frac{(R - r \cos \theta) \alpha}{2} dA(s, \theta) ds \quad (12a)$$

$$W_{P_RECTA} = p \times \Delta V = - \int_0^L \int_0^{2\pi} \frac{p}{2} L dA(s, \theta) ds \quad (12b)$$

onde p representa a pressão interna, $(R - r \cos \theta) \alpha$ ou L representam o comprimento de arco longitudinal para a superfície média do tubo, s é a coordenada longitudinal e $dA(s, \theta)$ é a alteração da área da secção recta do tubo. Considerando um elemento diferencial de área antes e depois da ovalização, figura 2, obtém-se a expressão para $dA(s, \theta)$.

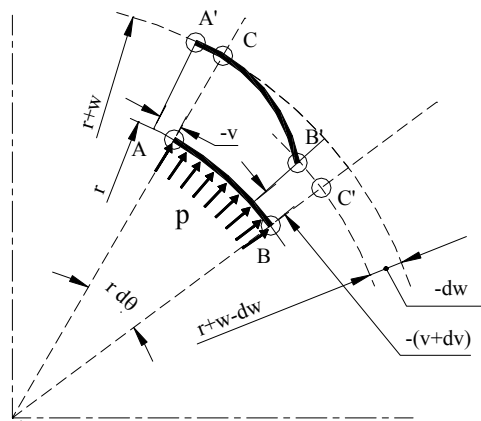


Figura 2. Elemento de tubo antes e depois da deformação por ovalização.

Na figura deve notar-se que o elemento de arco AB é igual a A'B', por se verificar a

condição de inextensibilidade. Calculando a área diferencial ABA'B', teremos o desenvolvimento conforme a equação 13 (a menos de quantidades de 2ª ordem). Considera-se ainda que $dv = -wd\theta$ (por ser o tubo inextensível). Portanto a área infinitesimal obtida representa-se por:

$$\begin{aligned} dA(s, \theta) &= \frac{1}{2}(r+w)(r+w)d\theta - \frac{1}{2}rrd\theta - \frac{1}{2}(r+w)d\theta dw + \frac{wv}{2} - \frac{1}{2}(v+dv)(w-dw) \\ &\cong w^2 d\theta + \frac{1}{2}vdw + wrd\theta = w^2 d\theta + wrd\theta + \frac{1}{2}v \frac{dw}{d\theta} d\theta \end{aligned} \quad (13)$$

Considerando o efeito da pressão interna como factor dominante na ovalização do tubo, w e v representam os deslocamentos apresentados nas equações 3 e 4, respectivamente.

Substituindo a expressão 13 na expressão 12 e considerando que o produto interno de w com $rd\theta$ é nulo, por ser ortogonal, teremos as seguintes expressões para tubos curvos e rectos:

$$W_{P_{IN_OUT\ CURVA}} = -\frac{3}{4} p \alpha R \pi (a_i^2) \quad \text{ou} \quad W_{P_{IN_OUT\ RECTA}} = -\frac{3}{4} p \pi L (a_i^2) \quad (14b)$$

Estes resultados obtêm-se da integração dos termos trigonométricos entre $(0, 2\pi)$ e os termos em s (funções de forma) entre $(0, L)$ para cada elemento. Os resultados da equação 14 devem somar-se aos termos da diagonal da matriz rigidez elementar K , equação 9, referentes aos termos da ovalização.

3. DETERMINAÇÃO DO FACTOR DE FLEXIBILIDADE EM TUBOS

O coeficiente de flexibilidade é um parâmetro que torna possível calcular, com garantia, o tipo de constrangimento a considerar em sistemas tubulares. Podem ser utilizadas equações de projecto baseadas no método das forças ou dos deslocamentos, para a determinação do factor de flexibilidade. O coeficiente de flexibilidade pode ser calculado conforme a seguinte expressão:

$$K = \frac{M_C(\delta)}{M_S(\bar{\delta})} = \frac{\delta}{\bar{\delta}} \quad (15)$$

onde: $M_C(\delta)$ é o momento resistente num tubo curvo submetido a um deslocamento δ numa extremidade e $M_S(\bar{\delta})$ é o momento de flexão correspondente num tubo recto, com o comprimento igual ao tubo curvo e o mesmo deslocamento na extremidade.

Para o caso de um momento M imposto numa extremidade do tubo, pode-se calcular $\bar{\delta}$ como sendo uma rotação ou um deslocamento transversal, através das expressões seguintes deduzidas da teoria de vigas:

$$\bar{\delta} = \frac{ML(1-\nu^2)}{EI} \quad \text{ou} \quad \bar{\delta} = \frac{ML^2(1-\nu^2)}{2EI} \quad (16)$$

I é o momento de inércia para uma estrutura tubular de parede fina e δ a rotação ou deslocamento transversal nodal a calcular por elementos finitos.

De acordo com o código ASME, *American Standards for Mechanical Engineers*, o cálculo do factor de flexibilidade em tubos curvos submetidos a flexão uniforme, é obtido pelas expressões seguintes:

$$K = \frac{1.65}{\bar{h}^{2/3}} \text{ (tubos flangeados) ou } K = \frac{1.65}{\bar{h}} \text{ (tubos sem flanges)} \quad (17b)$$

\bar{h} é o parâmetro do tubo, obtido através da equação:

$$\bar{h} = hR/r^2 \quad (18)$$

4. CASO EM ESTUDO

Na tabela 1 apresentam-se 7 geometrias diferentes para tubos curvos segundo a ISO1127, com a relação R/r igual a 3. Todos estes tubos curvos são estudados tendo em conta o tipo de restrição nas suas extremidades, com ou sem flanges. São submetidos ao efeito de um momento flector uniforme ($M=1250\text{Nm}$) combinado com uma pressão interna ($P=100\text{MPa}$ ou $P1=5\text{MPa}$) e com o aquecimento da estrutura a uma dada temperatura ($T=200^\circ\text{C}$). Atendendo à simetria da geometria e de carregamento, estudou-se metade da estrutura e os resultados são apresentados para a secção $s=0$, como se observa na figura 3. O material dos tubos em aço possui o módulo de elasticidade variável em função da temperatura [10]. O coeficiente de Poisson ν vale 0.3. Como demonstrado em [9], a presença da pressão interna em sistemas tubulares torna a estrutura menos flexível tornando-se por isso o sistema mais rígido. Verifica-se agora a influência da temperatura no cálculo da flexibilidade de sistemas tubulares, tendo em conta a presença ou não de pressão interna no tubo, com várias situações de restrições nas extremidades.

Utilizou-se a formulação desenvolvida, considerando malhas com 5 elementos. Os resultados obtidos são comparados com os factores de flexibilidade das curvas de projecto da ASME conforme as equações 17.

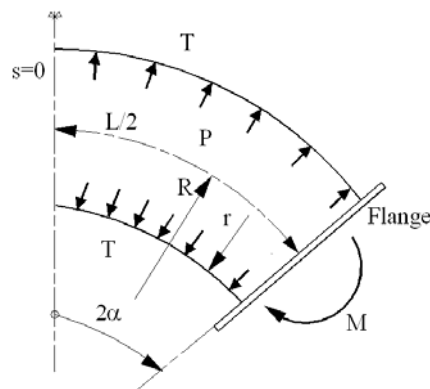


Figura 3. Geometria do tubo curvo analisado.

$2r=D$ [mm]	h [mm]	R [mm]	L [mm]
21.30	2	31.95	50.19
33.70	2	50.55	79.40
60.30	2	90.45	142.08
101.60	2	152.40	239.39
406.40	3	609.60	957.56
812.80	4	1219.20	1915.11
1016.00	4	1524.00	2393.89

Tabela 1. Parâmetros geométricos.

Na figura 4 apresentam-se os resultados obtidos com o elemento desenvolvido e com o elemento finito *Elbow* do Cosmos que possui 6 graus de liberdade, para o estudo de tubos submetidos à flexão pura ou com a presença de altas temperaturas. Neste estudo não se considerou o efeito de qualquer restrição nas extremidades do tubo. Observa-se que à medida que o diâmetro da secção recta do tubo aumenta, o factor de flexibilidade também aumenta, tanto na presença de flexão pura como com a presença de carregamento térmico, seguindo a curva de projecto 17b.

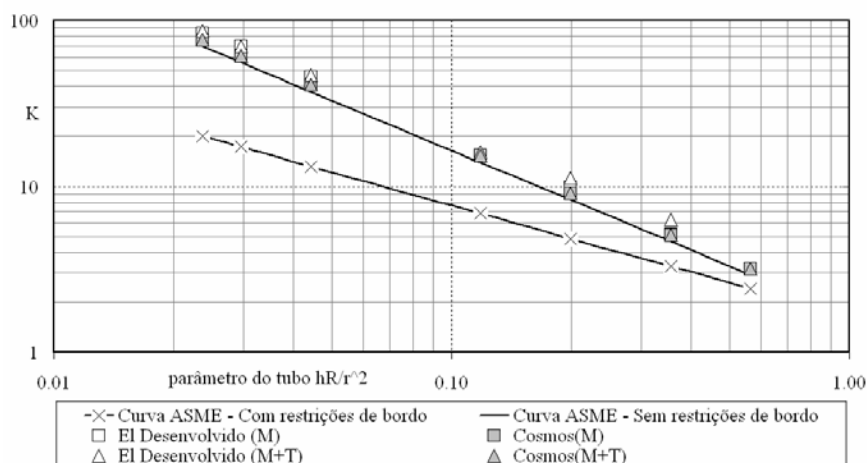


Figura 4 – Factor de flexibilidade em tubos curvos sem flanges. Resultados com o elemento desenvolvido e o elemento *Elbow* do Cosmos.

Na figura 5 apresentam-se os mesmos resultados obtidos na situação em estudo anterior, mas incluindo agora o efeito da pressão interna. Observa-se que à medida que o diâmetro da secção recta do tubo aumenta, o factor de flexibilidade diminui no caso da presença da pressão interna, tornando os tubos mais rígidos. Para diâmetros de tubos relativamente pequenos, a influência da pressão interna já não é tão significativa. Também se verifica que no caso de o tubo estar submetido a um momento flector, pressão interna e aquecimento provocado por um gradiente de temperatura, o elemento estrutural torna-se mais flexível.

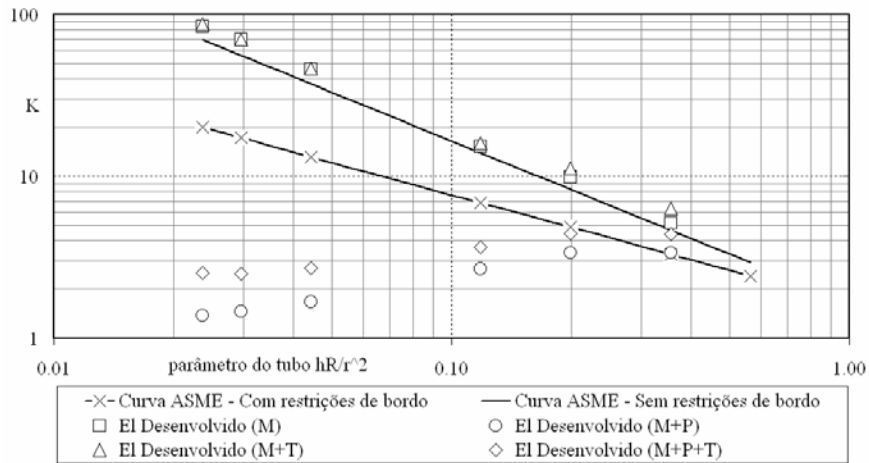


Figura 5 – Factor de flexibilidade em tubos curvos sem flanges.

A figura 6 apresenta os resultados obtidos com o elemento desenvolvido para as situações de carregamento em estudo. Considerou-se o efeito de restrições nas extremidades do tubo, através da presença de flanges finas, tendo-se constringido os graus de liberdade relativos à ovalização do tubo. Por este motivo, as curvas obtidas para o cálculo da flexibilidade, tendo em conta a presença do momento ou da temperatura, situam-se abaixo da curva de projecto da ASME para tubos sem restrição de bordo, apresentando desta forma um grau de segurança de utilização.

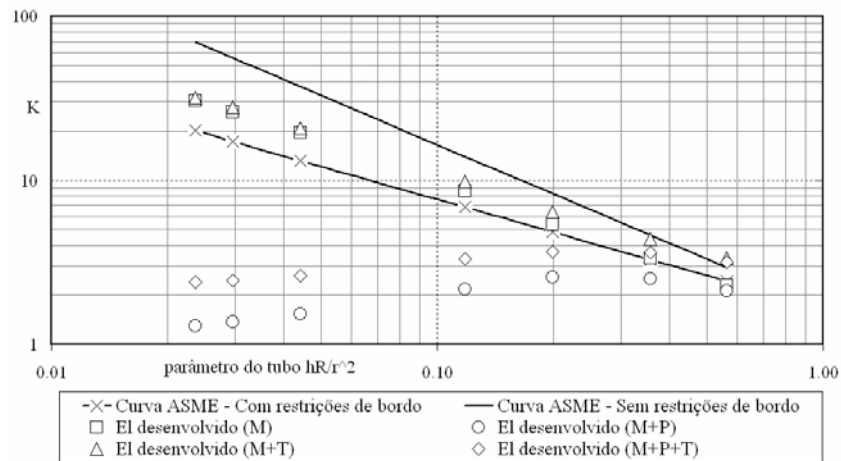


Figura 6 – Factor de flexibilidade em tubos curvos com flanges finas.

A influência da pressão interna na rigidez de elementos tubulares, pode ser verificada na figura 7, para o caso em que se utilizam flanges finas nas extremidades do tubo.

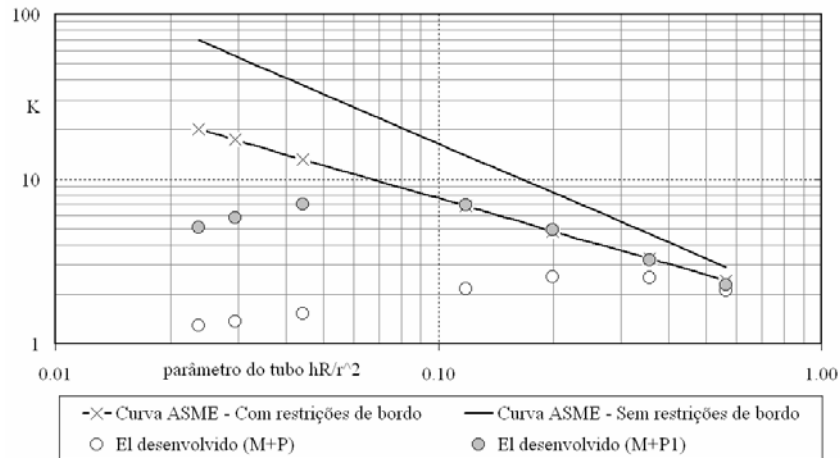


Figura 7 – Factor de flexibilidade em tubos curvos com flanges finas, influência da pressão.

Finalmente apresentam-se os resultados obtidos, para as mesmas situações de carregamento, mas considerando extremidades rígidas no elemento em estudo, figura 8. Foram restringidos os graus de liberdade relativos à ovalização e ao empenamento da estrutura. Nesta situação, verifica-se que os resultados obtidos estão posicionados abaixo da curva de projecto ASME representativa de tubos com restrições nas extremidades. Verifica-se a influência da pressão no aumento da rigidez destes sistemas estruturais, figura 9. No entanto a presença de flanges espessas nas extremidades do tubo, impõe logo por si um aumento na rigidez destes elementos.

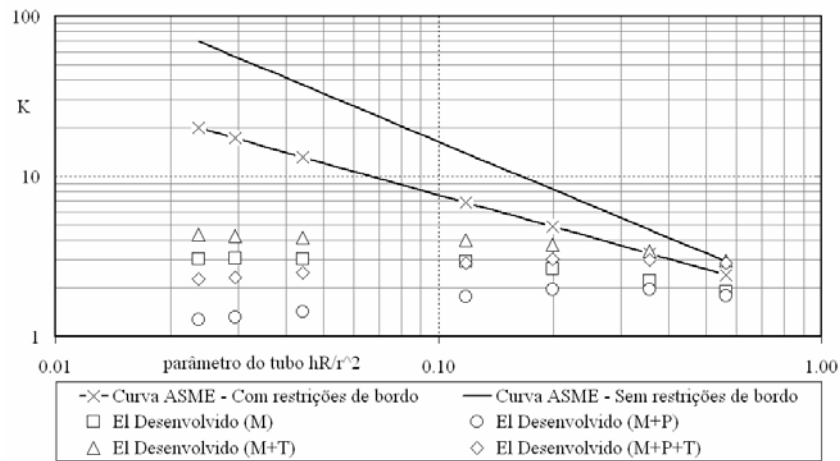


Figura 8 – Factor de flexibilidade em tubos curvos com flanges espessas.

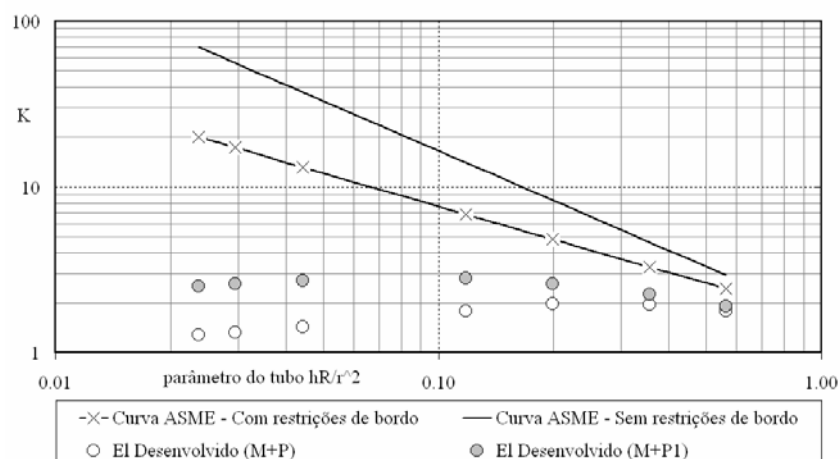


Figura 9 – Factor de flexibilidade em tubos curvos com flanges espessas, influência da pressão.

Em qualquer dos casos em estudo, verifica-se que para estruturas em que o diâmetro nominal seja relativamente baixo, a influência da pressão ou da temperatura não é tão significativa no aumento ou na diminuição do grau de rigidez da estrutura, como para elementos estruturais mais esbeltos.

5 CONCLUSÕES

O elemento finito desenvolvido é baseado numa formulação da teoria de cascas finas. A solução combina uma formulação do campo de deslocamentos de elementos de viga com termos da série de Fourier para a modelação da ovalização e empenamento da superfície tubular. O elemento unidimensional desenvolvido permite a simulação das condições de fronteira com ou sem restrições de bordo, bem como a possibilidade da utilização de vários casos de carga. Verificou-se que à medida que o diâmetro da secção recta do tubo aumenta, o factor de flexibilidade diminui, no caso da presença de pressão interna, tornando-se por isso os tubos mais rígidos. Se a estrutura for aquecida o grau de flexibilidade do sistema tubular, aumenta. As vantagens na utilização deste modelo referem-se à simplicidade da geração da malha de elementos finitos, à utilização de um único elemento finito, ao reduzido esforço computacional dispendido e ainda à capacidade de estudo de vários casos de carga e tipos de constrangimento.

REFERÊNCIAS

- [1] E.M.M. Fonseca, F.J.M.Q. de Melo and C.A.M de Oliveira, *Determination of flexibility factors on curved pipes with end restrains using a semi-analytic formulation*, International Journal of Pressure Vessels and Piping, **79/12**, 829-840 (2002).
- [2] G. Thomson, *In plane bending of smooth pipe bends*, PhD Thesis, University of Strathclyde, Scotland, UK (1980).
- [3] Fonseca, Elza M.M.; Oliveira, Carlos A.M.; Melo, Francisco J.Q.; Ribeiro, Paulo; *Um*

- novo elemento finito de tubo curvo para análise de tubagens tridimensionais. Caso de estudo numérico e experimental*, Joaquim Infante Barbosa, (ed.), VII Congresso Nacional de Mecânica Aplicada e Computacional, Évora, ISBN:972-778-058-X, **3**, 1701-1709 (2003).
- [4] W. Flugge, *Thin Elastic Shells*, Springer, Berlim (1973).
- [5] R. Kitching, Smooth and mitred pipe bends, Gill, S.S. (Ed.), *The stress analysis of pressure vessels and pressure vessels Components*, Chapter 7, Pergamon Press, Oxford (1970).
- [6] Melo, F.J.M.Q. and Castro, P.M.S.T. *A reduced integration Mindlin beam element for linear elastic stress analysis of curved pipes under generalized in-plane loading*, Computers & Structures, **43/4**, 787-794 (1992).
- [7] K. J. Bathe and C. A. Almeida, *A simple and effective pipe elbow element - Pressure stiffening effects*, Journal of Applied Mechanics, **49**, 914-916 (1982).
- [8] Almeida, C. A. *A Simple New Element for Linear and Nonlinear Analysis of Piping Systems*, Ph.D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology (1982).
- [9] Fonseca, E., Melo, F., Oliveira, M. *Influência da pressão interna na rigidez de sistemas tubulares. Desenvolvimento numérico*, S. Gomes, C. António, C. Afonso, A. Matos (Eds.) 3º Congresso Luso-Moçambicano de Engenharia, ISBN 972-9025-62-2, **I**, 517-528 (2003).
- [10] CEN ENV 1993-1-2, *Eurocode 3: Design of Steel Structures - Part 1.2: General Rules - Structural Fire Design* (1995).