

Andreas Heine

Ein Beitrag zur kennwertorientierten Entwicklung
kurvengesteuerter, ebener Schrittgetriebe

**Wissenschaftliche Schriftenreihe der
CHEMNITZER MONTAGE- UND HANDHABUNGSTECHNIK
Band 1**

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Maik Berger (Hrsg.)

Andreas Heine

**Ein Beitrag zur kennwertorientierten Entwicklung
kurvengesteuerter, ebener Schrittgetriebe**



TECHNISCHE UNIVERSITÄT
CHEMNITZ

Universitätsverlag Chemnitz

2015

Impressum

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Angaben sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Diese Arbeit wurde von der Fakultät für Maschinenbau der Technischen Universität Chemnitz als Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades Dr.-Ing. genehmigt.

Tag der Einreichung: 10.12.2014

Betreuer: Prof. Dr.-Ing. Maik Berger

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Maik Berger
Prof. Dr.-Ing. habil. Andreas Fricke

Tag der Verteidigung: 17.03.2015

Technische Universität Chemnitz/Universitätsbibliothek

Universitätsverlag Chemnitz

09107 Chemnitz

<http://www.tu-chemnitz.de/ub/univerlag>

Herstellung und Auslieferung

Verlagshaus Monsenstein und Vannerdat OHG

Am Hawerkamp 31

48155 Münster

<http://www.mv-verlag.de>

ISSN 2364-4400 (Druck) - ISSN 2364-4419 (Online)

ISBN 978-3-944640-51-8

<http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:ch1-qucosa-163142>

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Professur Montage- und Handhabungstechnik der Technischen Universität Chemnitz.

Mein besonderer Dank gilt an erster Stelle Herrn Prof. Dr.-Ing. Maik Berger, der die Arbeit wissenschaftlich betreut und gefördert hat. Seine konstruktive Unterstützung und erfahrenen Ratschläge sowie die vielen fachlichen, aber auch die persönlichen Gespräche waren stets eine große Hilfe.

Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Andreas Fricke danke ich für sein Interesse an meinen Untersuchungen, die zahlreichen Anregungen und die freundliche Übernahme des Zweitgutachtens.

Mein Dank gilt in gleichem Maße Herrn Prof. Dr.-Ing. Jörg Matthes, der mich bei vielen inspirierenden Gesprächen mit wertvollen Hinweisen unterstützte.

Außerdem danke ich allen Mitarbeitern und Promotionsstudenten der Professur für die gute Zusammenarbeit und Unterstützung. Besonders möchte ich Herrn Dipl.-Ing. Daniel Denninger nennen, der mich immer wieder auf seine freundschaftliche Art motiviert und bestärkt hat.

In ganz besonderer Weise möchte ich meinen Eltern danken, die mich jederzeit und in allen Lebenslagen uneingeschränkt unterstützt haben. Ihre Geduld, ihr Verständnis und ihr Zuspruch haben maßgeblich zum Gelingen der Arbeit beigetragen.

Schließlich gilt mein Dank auch meiner restlichen Familie, besonders meiner Schwester und meinem Schwager, sowie allen Freunden, die stets an meiner Seite waren.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Problemstellung und Zielsetzung.....	3
3	Stand der Technik	7
3.1	Systematisierung.....	7
3.1.1	Systeme zur Generierung von Schrittbewegungen.....	7
3.1.2	Systematik mechanischer Schrittrgetriebe mit einem Antrieb.....	9
3.2	Schrittrgetriebe – Anfänge und Gegenwart	11
3.3	Mechanische oder elektronisch geregelte Schrittrzeuger	13
3.4	Rechnergestützte Auslegung von Kurvenschrittrgetriebe.....	16
4	Schrittbewegung – Gestaltung und Kenngrößen.....	21
4.1	Grundlagen	21
4.2	Beschreibende Kenngrößen	23
4.3	Kinematische Kennwerte	27
4.4	Bewegungsgesetze – bekannte und neue Ansätze.....	34
4.4.1	Entwicklung der „Momentenoptimalen Sinoide“	34
4.4.2	Stückweise Beschreibung einer Rast-in-Rast Bewegung	41
4.4.3	Freie Bewegungsgestaltung durch Polynominterpolation	43
4.4.4	HS-Approximation.....	45
5	Ebene Kurvenschrittrgetriebe.....	49
5.1	Bauformen	49
5.2	Berechnungsgrundlagen.....	52

5.2.1	Zusätzliche Begriffsbestimmungen	53
5.2.2	Normierte Hauptabmessungen.....	55
5.2.3	Ermittlung der Kurvenkonturen.....	57
5.2.4	Verfahren zur Ermittlung der Kurvenschnittpunkte	60
5.3	Einführung des Grenz-Abmessungsverhältnisses $v_a \max$	65
5.4	Getriebeeigenschaften	70
5.4.1	Lauffähigkeit / Laufgüte.....	70
5.4.2	Beanspruchung	75
5.4.3	Bauraum	78
5.4.4	Lebensdauer.....	80
6	Bedeutung und Ermittlung normierte Kenngrößen	85
6.1	Normiertes Rollenverhältnis.....	86
6.2	Minimaler Übertragungswinkel.....	91
6.3	Normierte Gelenkkraft.....	94
6.4	Normierte Stribecksche Wälzpressung.....	96
6.5	Maximale Rollengeschwindigkeit	98
6.6	Normiertes Flächenmaß und normierter Wellenradius.....	100
7	Kennwert-Diagramme.....	107
7.1	Bedeutung für die Auslegung von Kurvenschrittgetrieben.....	107
7.2	Ermittlung von Kennwert-Kurven.....	108
7.3	Auslegung ebener Schrittgetriebe unter Anwendung von Kennwert-Diagrammen.....	113

8	Einfluss von Bewegungsgesetzen und der Gängigkeit G	117
9	Anwendungsbeispiele.....	121
10	Zusammenfassung und Schlussbemerkung.....	131
11	Literaturverzeichnis.....	135
	Anlage 1: Kennwerte für eKSGa mit 3 Stationen.....	149
	Anlage 2: Kennwerte für eKSGa mit 4 Stationen.....	153
	Anlage 3: Kennwerte für eKSGa mit 5 Stationen.....	157
	Anlage 4: Kennwerte für eKSGa mit 6 Stationen.....	161
	Anlage 5: Kennwerte für eKSGa mit 8 Stationen.....	165

Abkürzungen und Formelzeichen

Formelzeichen	Einheit	Benennung
a	mm	Achsabstand
\bar{a}	–	Normierter Achsabstand
A_{max}	mm^2	Flächenmaß
\bar{A}_{max}	–	Normiertes Flächenmaß
a_i	–	Koeffizienten
a_k	–	Koeffizienten
a_n	–	Koeffizienten
b	–	Laufvariable
b_k	–	Koeffizienten
b_K	mm	Berührungsbreite
C	kN	Dynamische Tragzahl
C_a	–	Beschleunigungskennwert
$C_{a\,eff}$	–	Effektiver Beschleunigungskennwert
C_j	–	Ruckkennwert
$C_{M\,dyn}$	–	Dynamischer Momentenkennwert
$C_{M\,eff}$	–	Effektiver dynamischer Momentenkennwert
$C_{M\,stat}$	–	Statischer Momentenkennwert
C_v	–	Geschwindigkeitskennwert
D_r	mm	Äußerer Rollendurchmesser
d_W	mm	Wellendurchmesser

E	–	Anzahl der Ebenen bei ebenen Schrittgetrieben
E_K	N/mm^2	Elastizitätsmodul Kurvenscheibe
E_R	N/mm^2	Elastizitätsmodul Rolle
E_{red}	N/mm^2	Reduziertes Elastizitätsmodul
$E_{red\ met}$	N/mm^2	Reduziertes Elastizitätsmodul für Metall
$f(z)$	–	Normierte Übertragungsfunktion 0. Ordnung
$f'(z)$	–	Normierte Übertragungsfunktion 1. Ordnung
$f''(z)$	–	Normierte Übertragungsfunktion 2. Ordnung
$f'''(z)$	–	Normierte Übertragungsfunktion 3. Ordnung
f_{eigen}	Hz	Eigenfrequenz
F_r	kN	Dynamische Radialkraft
G	–	Gängigkeit
G_{31n}	N	Normale Gelenkkraft
G_{31t}	N	Tangentiale Gelenkkraft
G_{32n}	N	Normale Gelenkkraft
\bar{G}_{32n}	–	Normierte normale Gelenkkraft
I_K	–	Zielkriterium
J_{31}	$kg\ m^2$	Massenträgheitsmoment
K	–	Hinterschnitt-Kenngröße
K^*	–	Kritische Ordnungszahl
k_{B32}	–	Rollenmittelpunktbahn
l	mm	Hebellänge / Rollensternradius

M_{31}	Nm	Äußeres Moment
n_{21}	min^{-1}	Antriebsdrehzahl
n_{43}	min^{-1}	Rollendrehzahl
n_{B32}	–	Normale der Rollenmittelpunktbahn
n_{B31}	–	Normale der Bahnkurve des Abtriebsgliedes
n_K	–	Anzahl Kurvenscheiben
n_r	–	Anzahl Kurvenrollen
n_{SP}	–	Anzahl Schnittpunkte
n_{St}	–	Stationszahl
P	–	Bezogene Rastabweichung
$P_{\ddot{a}q}$	kN	Äquivalente Belastung
p_S	N/mm^2	Pressung nach <i>Stribeck</i>
$\overline{p_S}$	–	Normierte Pressung nach <i>Stribeck</i>
p_H	N/mm^2	Pressung nach <i>Hertz</i>
q	m, rad	Allgemeine Bewegungsgröße
\dot{q}	$m/s, rad/s$	Erste Ableitung von q nach der Zeit t
q_R	m, rad	Rastlage
Δq_R	m, rad	Rastabweichung
q_S	m, rad	Schrittweite (Abstand zwischen zwei Rasten)
r_{Kmax}	mm	Maximaler Kurvenscheibenradius
$\overline{r_{Kmax}}$	–	Normierter maximaler Kurvenscheibenradius
r_r	mm	Rollenradius

r_{red}	mm	Reduzierter Rollenradius
S	-	Anzahl der Schaltungen bei Schrittgetrieben
T	s	Periodendauer
t	s	Zeit
Δt	s	Zeitbereich
t_p	s	Periodendauer
t_R	s	Rastzeit
t_S	s	Schaltzeit oder Schrittzeit
r_W	mm	Wellenradius
\overline{r}_W	-	Normierter Wellenradius
\overline{V}_A	-	Normierter Vektor $\overline{A_0B_0}$
\overline{V}_B	-	Normierter Vektor $\overline{A_0B}$
\overline{V}_L	-	Normierter Vektor $\overline{B_0B}$
x_A, y_A	mm	Kartesische Koordinaten der AK
$\overline{x}_A, \overline{y}_A$	-	Normierte kartesische Koordinaten der AK
x_B, y_B	mm	Kartesische Koordinaten der RMB
$\overline{x}_B, \overline{y}_B$	-	Normierte kartesische Koordinaten der RMB
z	-	Laufvariable
α	$1/s^2$	Winkelbeschleunigung
α_{eff}	-	Effektivwert der Beschleunigung
η	-	Abstimmungsverhältnis
μ	rad	Übertragungswinkel

μ_R	<i>rad</i>	Übertragungswinkel im Rastbereich
v_a	–	Abmessungsverhältnis
v_r	–	Rollenverhältnis
$v_{r \max}$	–	Maximales Rollenverhältnis
v_R	–	Rast-Perioden-Verhältnis
$\overline{v_R}$	–	Mittleres Rast-Perioden-Verhältnis
v_S	–	Schalt-Perioden-Verhältnis
$\overline{v_S}$	–	Mittleres Schalt-Perioden-Verhältnis
ρ_B	<i>mm</i>	Krümmungsradius der RMB
$\overline{\rho_B}$	<i>mm</i>	Normierter Krümmungsradius der RMB
$\rho_{B \min}$	<i>mm</i>	Minimaler Krümmungsradius der RMB
$\overline{\rho_{B \min}}$	<i>mm</i>	Minimaler, normierter Krümmungsradius der
φ	<i>rad</i>	Antriebswinkel
φ_A	<i>rad</i>	Anfangswinkel
φ_P	<i>rad</i>	Periodenwinkel
φ_R	<i>rad</i>	Rastwinkel
φ_S	<i>rad</i>	Schaltwinkel
ψ	<i>rad</i>	Abtriebswinkel
ψ'	<i>rad/rad</i>	Übertragungsfunktion 1. Ordnung
ψ''	<i>rad/rad²</i>	Übertragungsfunktion 2. Ordnung
$\dot{\psi}$	<i>rad/s</i>	Abtriebswinkelgeschwindigkeit
$\ddot{\psi}$	<i>rad/s²</i>	Abtriebsswinkelbeschleunigung

$\ddot{\psi}$	rad/s^3	Ableitung der Abtriebsswinkelbeschleunigung
ψ_G	rad	Grundwinkel
ψ_S	rad	Schrittwinkel
$\Delta\psi_R$	rad	Rastabweichung
ω_{21}	$1/s$	Antriebswinkelgeschwindigkeit
ω_{43}	$1/s$	Rollenwinkelgeschwindigkeit
$\bar{\omega}_{43}$	$1/s$	Normierte Rollenwinkelgeschwindigkeit

Abkürzungen	Benennung
AK	Arbeitskurve
API	Application Programming Interface
BUS	System zur Datenübertragung
CAD	Computer Aided Design
CADiS	CAD integrierte Synthese
DLL	Dynamic Link Library
eKSGa	Ebenes Kurvenschrittgetriebe mit außenliegender
eKSGi	Ebenes Kurvenschrittgetriebe mit innenliegender
eKSGt	Ebenes Kurvenschrittgetriebe mit translatorischem Abtrieb
ERP	Enterprise Resource Planning
MKS	Mehrkörpersimulation
MOCAD	Motion and Cam Design
PAP	Programmablaufplan
PLM	Product Lifecycle Management
RMB	Rollenmittelpunktbahn
SP	Schnittpunkt
ÜF	Übertragungsfunktion

Nicht aufgeführte Bezeichnungen und Kurzzeichen sind an den entsprechenden Textstellen näher erläutert.

1 Einleitung

Den Ruf des *Overengineering* verdankt der deutsche Maschinenbau in den vergangenen Jahren nicht zuletzt dem ständigen Streben nach immer mehr Automatisierung. Resultierend aus der Unkenntnis der wirklichen Kundenanforderungen implementieren Hersteller oft viele, teils unnötige Funktionen in ihre Produkte, wodurch die Kosten sowie die Komplexität und die damit verbundene Fehlerwahrscheinlichkeit des Produkts in hohem Maße ansteigen. Hingegen werden gezielte Verbesserungen in der Regel vom Kunden stärker honoriert als Geräte, deren Funktionsweise sich nicht intuitiv erschließt und die sich ohne Spezialausbildung nahezu unmöglich bedienen lassen [Wil05].

Für die Erzeugung von periodisch ungleichförmigen Bewegungen, beispielsweise Schritt- und Pendelbewegungen, gilt der elektronisch gesteuerte Servoantrieb mittlerweile für viele Ingenieure als die einzig bekannte Lösung. Doch die Frage nach der Verbindung von Leistung und Wirtschaftlichkeit führt nicht zwangsweise zum Einsatz von elektronischen Antrieben. Nicht ohne Grund setzen Entwickler auch bei der Ansteuerung und Verstellung von Ventilen in modernen Brennkraftmaschinen auf Kurvenmechanismen. Beispielsweise erhalten mechanische, kurvengesteuerte Getriebe eine neue Dynamik, seit sie durch Fortschritte in der Fertigungstechnik mit hochgenauen Schleifmaschinen hergestellt werden können [Brü00].

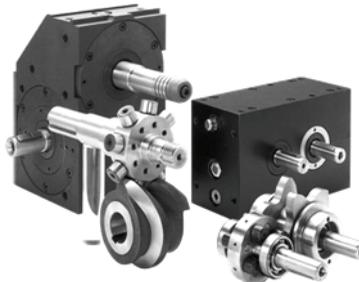


Abbildung 1.1: Beispiele von Schrittgetrieben [Brü00]

Zur Erzeugung von intermittierenden Bewegungen werden jedoch fast ausschließlich noch Kurvenschrittgetriebe eingesetzt. Diese bieten zwar keine Flexibilität bezüglich des Schrittwinkels bzw. der Stationszahl am Abtrieb, ermöglichen aber beispielsweise in Kombination mit einem gesteuerten Antrieb variable Verlängerungen der Rastphasen und sind somit teilflexibel einsetzbar. Sofern also ein Prozess keine permanente Änderung bestimmter Bewegungsparameter wie der Schrittweite verlangt, sind mechanische Schritterzeuger dank hochgenauer Fertigung speziell bei hohen Taktzahlen und hohen Drehmomenten am Abtrieb die bevorzugte Alternative. Moderne Ausführungen dieser Schrittgetriebe, wie in Abbildung 1.1, sind kompakt konstruiert, robust, benötigen relativ wenig Bauraum und erreichen, trotz hoher Anforderungen an die Genauigkeit, eine verhältnismäßig lange Lebensdauer [III91].

Auch ohne zusätzliche Elektronik besitzen sie eine integrierte Intelligenz in Form von anwendungsspezifischer Kurvenkonturen. Dank energieoptimaler Bewegungsgesetze übersetzen sie beim Automatisieren von schnelllaufenden Verarbeitungs- und Verpackungsabläufen sowie in Fertigungs-, Montage- und Transportprozessen (vgl. Abbildung 1.2) zwangsläufig und hocheffizient einen konstanten Antrieb in eine ungleichförmige Bewegung am Abtrieb ohne zusätzlichen Steuerungsaufwand und Kosten durch Programmierung und Inbetriebnahme von peripherer Hard- und Software.

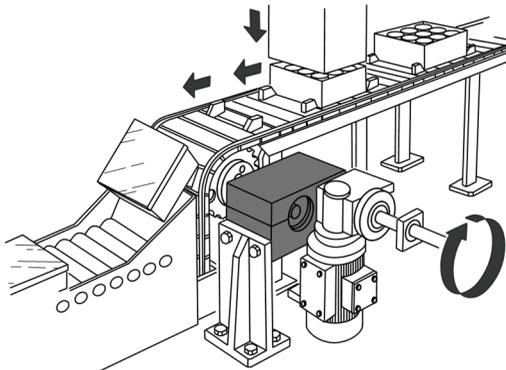


Abbildung 1.2: *Beispiel einer Verpackungsanlage in intermittierendem Betrieb (in Anlehnung an [Exp14])*

2 Problemstellung und Zielsetzung

Die ständige Forderung nach Leistungssteigerung bei gleichzeitig bestmöglicher Bauraumausnutzung oder nach Lösungen zur Erzeugung besonderer Bewegungsprofile, beispielhaft in Abbildung 2.1 dargestellt, zeigt schnell die Grenzen gängiger Lösungen aus Herstellerkatalogen auf. Die gezielte Auslegung ebener Schrittgetriebe, auch als Scheibenkurven-Schrittgetriebe bezeichnet, hinsichtlich spezifischer Eigenschaften unter Verwendung optimaler kinematischer Hauptabmessungen gestaltet sich derzeit sehr aufwendig. Jedoch ermöglicht eine ganzheitliche Herangehensweise einen maßgeblichen Einfluss auf Prozessparameter und bildet somit neben anderen Einflussfaktoren die Grundlage für einen effizienten Wertschöpfungsprozess. Wissenschaftliche Arbeiten der letzten Jahre zur Thematik der Kurvenschrittgetriebe beschäftigen sich aber hauptsächlich mit der optimierten Bewegungsgestaltung – meist unter dem Gesichtspunkt der Energieeffizienz – ohne dabei den wesentlichen Einfluss der Hauptabmessungen auf die charakterisierenden Eigenschaften dieser Mechanismen einzubeziehen.

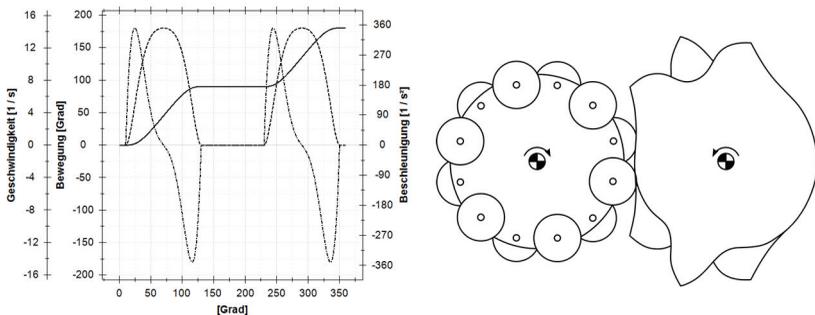


Abbildung 2.1: Ebenes Kurvenschrittgetriebe zur Erzeugung eines Doppelschritts mit unsymmetrischen Rastphasen

Besonders für klein- und mittelständige Unternehmen, welche für Eigenentwicklungen nicht auf teure Spezialsoftware – sofern überhaupt verfügbar – zurückgreifen können, ist somit ein ganzheitlicher Lösungsansatz für die Auslegung von ebenen Schrittgetrieben von Interesse. Speziell die Entwicklung von

Sonderbauformen und -größen, welche nicht durch Produktkataloge bekannter Hersteller abgedeckt werden, stellt eine große Herausforderung dar.

Da keinerlei Verfahren bekannt sind, welche die Bestimmung günstiger Grundabmessungen bei ebenen Schrittgetrieben ermöglichen, stützt man sich derzeit bei Auslegung auf die „Synthese durch iterative Analyse“. Diese schrittweise Optimierung durch Variation der Getriebeparameter liefert im Allgemeinen ein für den Konstrukteur zufriedenstellendes Ergebnis, jedoch nur mittels hohen Berechnungs- bzw. Zeitaufwand.

Die zielgerichtete, optimale Gestaltung von kurvengesteuerten Schrittgetrieben durch den Einsatz neuer Auslegungsrichtlinien und die Einbeziehung technisch relevanter Kenngrößen ohne langwierige Syntheseansätze durch iterative Analyse, ermöglicht größere übertragbare Kräfte, höhere Drehzahlen bzw. eine verbesserte Lebensdauer der Mechanismen. Unter Anwendung eines solchen methodischen Vorgehens können bezüglich einer gesamten Prozesskette bereits prozentual geringe Verbesserungen zu einer spürbaren Steigerung der Effizienz führen.

Somit liegt das Ziel der vorliegenden Arbeit in einer ganzheitlichen Betrachtung der, für den Entwurfsprozess entscheidenden Parameter unter Verwendung von bekannten, aber auch neuen normierten Kenngrößen. Es wird ein geschlossener mathematischer Lösungsansatz zur Ermittlung dieser Bezugsgrößen erarbeitet, welcher sowohl für einfache Schrittbewegungen, als auch für komplexere zusammengesetzte Bewegungen anwendbar ist.

Wie im Rahmen der Arbeit aufgezeigt wird, lassen sich bei ebenen Kurvenschrittgetrieben eindeutige Zusammenhänge zwischen der Größe der Eingriffsorgane und den Getriebeeigenschaften nachweisen. Aus diesem Grund bezieht der neu entwickelte Synthese-Algorithmus zur Bestimmung der Hauptabmessungen erstmalig die Dimensionierung der Kurvenrollen in den Auslegungsprozess mit ein.

Es werden weiterhin Aussagen zu günstigen Parameterkombinationen von Grundabmessungen getroffen und für ausgewählte Bauformen ein Katalog von Kenngrößen-Diagrammen erstellt, um ergebnisorientiert schnell zu einer anwendungsspezifisch optimalen Lösung zu gelangen. Zusätzliche Getriebe- und Bewegungskenngrößen, wie Gängigkeit und Bereiche konstanter Geschwindigkeit, werden dabei berücksichtigt und somit die Gesamtauslegung neu bewertet.

Ein zusätzliches Ziel der Arbeit besteht in der Entwicklung einer neuen Kenngröße, welche exakte Aussagen zum Auftreten von Hinterschneidungen an den konkaven Bereichen der Kurvenflanken ermöglicht. Ein solches Grenzverhältnis von Hauptabmessungen beschränkt den Lösungsraum für ebene Kurvenschrittgetriebe deutlich und erlaubt eine neue Bewertung von bisher in der Literatur beschriebenen günstigen Hauptabmessungen.

3 Stand der Technik

3.1 Systematisierung

3.1.1 Systeme zur Generierung von Schrittbewegungen

Unter Systemen zur Generierung von Schrittbewegungen sollen hier alle technischen (mechanische, elektrische und fluidische) Gebilde verstanden werden, die eine bestimmte Antriebsenergie in eine Schrittbewegung mit exakter oder angenäherter Rast (siehe Abschnitt 4.1) umwandeln [VDI2721]. Dabei soll zwischen Schrittgetrieben und sonstigen Schritterzeugern unterschieden werden.

Ein Schrittgetriebe ist eine mechanische Einrichtung zur Umformung einer gleichmäßig fortlaufenden Antriebsbewegung in eine schrittweise Bewegung am Abtrieb. Es besteht aus mindestens drei Getriebegliedern, wovon eines als Gestell definiert ist.

Als sonstige Schritterzeuger werden alle jene technischen Systeme, wie Motoren, Kupplungen und Feder-Masse-Systeme, bezeichnet, welche eine Schrittbewegung dadurch erzeugen, bei der der Energieumwandlungsprozess oder die Energieübertragung auf den Wert Null gesteuert bzw. unterbrochen wird oder dadurch, dass ein Energiespeicher und eine bewegte Masse die Energie so austauschen, dass die bewegte Masse zeitweise zur Ruhe kommt. [VDI2721]

In Anlehnung an [VDI2727-3] zeigt die Tabelle 1 eine systematisierte Darstellung von Schrittbewegungssystemen mit wesentlichen Eigenschaften und Beispielen. Die vorliegende Arbeit beschränkt sich im Folgenden auf Lösungsprinzipien, bei denen ein kontinuierlich laufender Antrieb mit einem mechanischen Getriebe so kombiniert wird, dass am Abtrieb eine drehende Schrittbewegung entsteht.

Tabelle 1: Prinzipien zur Erzeugung von Schrittbewegungen

Prinzip		Nr.	Wesentliche Eigenschaften	Beispiel
Schrittgetriebe	Ein Antrieb	1	<ul style="list-style-type: none"> - Vorgegebene ÜF durch mechanischen Aufbau - Mögl. Manipulation der ÜF durch geregelten Antrieb - Ggf. bauformbedingte Stillstandssicherung - Kompakte Bauweise 	- Ebenes Kurvenschrittgetriebe
	Zwei Antriebe	2	<ul style="list-style-type: none"> - ÜF durch mechanische Struktur vorgegeben - Zweiter Antrieb zur gezielten Anpassung der ÜF (z. B. Rasterzeugung) - In Grenzen variabler Bewegungsablauf beim Einsatz mindestens eines geregelten Antriebs (Online-Verstellung) 	<ul style="list-style-type: none"> - Summiergetriebe - Koppelgetriebe mit $F = 2$
Sonstige Schrittzeeuger	Schaltkupplung	3	<ul style="list-style-type: none"> - Hohe Schrittfrequenzen möglich 	- Kupplung-Bremskombination
	Schrittmotor	4	<ul style="list-style-type: none"> - Bauartbedingte Erzeugung der Schrittbewegung - Ggf. lagegeregelt 	<ul style="list-style-type: none"> - Reluktanz-Schrittmotor - Permanentmagnet-Schrittmotor
	Geregelter Motor	5	<ul style="list-style-type: none"> - Hohe Dynamik - Messsystem notwendig - Stillstandssicherung durch Haltemoment oder zusätzliche Bremse 	<ul style="list-style-type: none"> - Torque-Motor - Servo-Motor
	Stick-Slip-Effekt	6	<ul style="list-style-type: none"> - Ladung eines Kraftspeichers durch kontinuierlichen Antrieb bis Überschreitung einer Grenzkraft - Position des Endeffektors von den dynamischen Systemeigenschaften abhängig 	- Feder-Masse-System

3.1.2 Systematik mechanischer Schrittgetriebe mit einem Antrieb

Die Erzeugung von Schrittbewegungen durch ein mechanisches, kontinuierlich angetriebenes System bietet gegenüber den anderen Prinzipien aus Tabelle 1 gewisse Vorteile. Einerseits kann bei diesen Systemen durch den mechanischen Zwanglauf auf eine Lageregelung und ein damit verbundenes Messsystem am Abtrieb verzichtet werden, andererseits realisiert das Zusammenspiel der mechanischen Komponenten bei bestimmten Bauformen im Bereich der Rastphase die Stillstandsicherung. Dadurch ist kein zusätzliches Haltemoment durch den Antrieb aufzubringen.

Eine breite Auswahl verschiedenster Bauformen ist in [Bic72], [Boc97] und [VDI2727-3] ausführlich dokumentiert und teilweise auch bewertet. Dabei lassen sich die dort aufgezeigten Bauformen systematisch in acht Kategorien unterteilen. Die Tabelle 2 zeigt zusätzlich einige Haupt- und Unterbauformen ohne Anspruch auf Vollständigkeit.

Betrachtet man die technologisch interessante Unterkategorie 1.1 aus Tabelle 2, so lassen sich weitere strukturelle Unterscheidungsmerkmale definieren. Ebene Kurvenschrittgetriebe können hinsichtlich folgender konstruktiver Gestaltungsmerkmale weiter differenziert werden:

- Anordnung des Antriebsgliedes gegenüber dem Abtriebsglied (innen- oder außenliegend)
- Art des Kurvenkörpers (Innen-, Außen-, Wulst- oder Nutkurve)
- Anzahl der Kurvenkörper
- Art der Rastsicherung

Tabelle 2: Bauformen mechanischer Schrittgetriebe mit einem Antrieb

Kategorie	Nr.	Hauptbauform	Unterbauform
Kurvengetriebe	1.1	Kurve als Antriebsglied	Ebenes Kurvenscheiben-Schrittgetriebe
	1.2		Zylinderkurven-Schrittgetriebe
	1.3		Globoidkurven-Schrittgetriebe
	1.4		Wulstkurven-Schrittgetriebe
	1.5	Kurve als Abtriebsglied	Kurvenschrittgetriebe mit Bogennut
	1.6		Planeten-Kurvenschrittgetriebe
Rädergetriebe	2.1	Reibrad-Schrittgetriebe	
	2.2	Zahnrad-Schrittgetriebe	
Koppelgetriebe	3.1	6-gliedriges Getriebe	Kurbelschwinge mit nachgeschaltetem Abtriebszweischlag
	3.2		Kurbelschwinge mit Abtriebsschleife
	3.3		Zweistand-Schrittgetriebe
	3.4	8-gliedriges Getriebe	Zweikoppel-Schrittgetriebe
	3.5		Dreistand-Schrittgetriebe
Zugmittelgetriebe	4	Zugmittel-Schrittgetriebe	
Malteserkreuz-getriebe	5.1	Innen-Malteserkreuz-getriebe	
	5.2	Außen-Malteserkreuz-getriebe	
	5.3	Räumliches Malteserkreuz-getriebe	
Sternradgetriebe	6.1	A-Sternradgetriebe	
	6.2	Z-Sternradgetriebe	
Freiläufe	7	Klinken-Schrittgetriebe	
Kombinierte Getriebe	8.1	Kurven-Koppel-Getriebe	
	8.2	Räder-Koppel-Getriebe	
	8.3	Räder-Kurven-Getriebe	
	8.4	Zugmittel-Kurven-Getriebe	
	8.5	Zugmittel-Koppel-Getriebe	
	8.6	Freilauf-Kombinationen	

3.2 Schrittgetriebe – Anfänge und Gegenwart

Die Entwicklung mechanischer Schrittzueger geht zurueck bis ins 15. Jahrhundert, wo sich bereits *Leonardo da Vinci* in diversen Skizzen (Abbildung 3.1, links) mit dieser Thematik auseinandersetzte, und welche er spaeter mit vielen seiner anderen Ideen im „*Codex Madrid I*“ zusammenfasste. [Moo07] Auch die Nutzung kurvengesteuerte Mechanismen, wie sie in [Mau89] ausfuehrlich diskutiert werden, gehen auf *da Vinci* zurueck und sind u. a. im „*Codex Atlanticus*“ aufgefuehrt. Eine Vielzahl von diesen Mechanismen findet sich oft versteckt zwischen seinen unterschiedlichsten originaeeren Schoepfungen. Neben diesen fertig durchdachten Konstruktionen sind in den Skizzenbuechern auch die entsprechenden analytisch-synthetischen Loesungsschritte festgehalten [Mue89].

Drei Jahrhunderte spaeter widmete sich auch *Franz Reuleaux*, bekannt als Begruender der wissenschaftlichen Getriebelehre und fueer seine umfassende Getriebemodellsammlung [Cec11], den Schrittmechanismen. Abbildung 3.1 (rechts) zeigt eines seiner Malteserkreuz-Modelle. Die englische Bezeichnung „Geneva Mechanism“ bezieht sich dabei auf den Einsatz dieser Schrittgetriebe in Uhrwerken, welche im 18. Jahrhundert in Genf entwickelt wurden. Hier diente das Getriebe jedoch nicht als Antrieb, sondern zur Verhinderung des ueberspannens der Antriebsfeder. Ende des 19. Jahrhunderts eroberte das Malteserkreuzgetriebe die Filmindustrie, wo es in Projektoren und Kameras beim schrittweisen Filmtransport Einsatz fand. [Moo07] Aber auch andere Branchen nutzten bereits damals Schrittmechanismen, beispielsweise in Fertigungs- und Rechenmaschinen.

Dank der Industrialisierung konnte bereits zu Beginn des 20. Jahrhunderts auf eine Vielzahl von Schriften und Entwicklungen zur Erzeugung von sowohl schrittweisen als auch beliebigen anderen Bewegungen zurueckgegriffen werden. Eine sehr umfangreiche Sammlung dieser Art stellt [Bro25] dar.

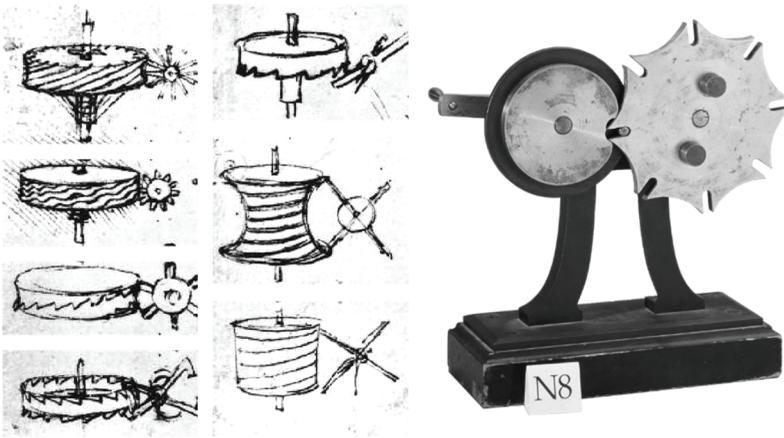


Abbildung 3.1: Skizzen von Leonardo da Vinci zu Schrittmechanismen aus dem Codex Madrid I (links) und Reuleaux-Modell eines Malteserkreuzgetriebes [Kmo14] (rechts)

Heute sind Schrittgetriebe aus der Industrie kaum noch wegzudenken. Sie sind meist fester Bestandteil von Transport-, Bearbeitungs- oder Verpackungsmaschinen und somit in fast allen Industriezweigen etabliert. Auch die rasanten Entwicklungen im Bereich der Servo- und Direktantriebstechnik und der damit verbundenen „elektronischen Kurvenscheibe“ haben, speziell bei Aufgabenstellungen ohne oder mit nur bedingt geforderter Flexibilität, kaum Einfluss auf die Verbreitung der mechanischen Antriebslösungen.

Neben einer Vielzahl von Sonderbauformen für Spezialanwendungen und akademischen Spielereien haben sich vor allem die drei folgenden mechanischen, kurvengesteuerten Bauformen zur Schritterzeugung durchgesetzt (siehe dazu Abbildung 3.2):

- Ebenes Kurvenscheiben-Schrittgetriebe (vgl. Tabelle 2 Nr. 1.1)
- Zylinderkurven-Schrittgetriebe (vgl. Tabelle 2 Nr. 1.2)
- Globoidkurven-Schrittgetriebe (vgl. Tabelle 2 Nr. 1.3)

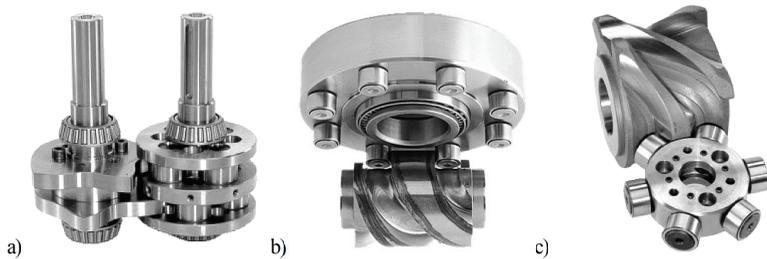


Abbildung 3.2: Gängige Bauformen von kurvengesteuerten Schrittgetrieben

a) Ebenes Scheibenkurven-Schrittgetriebe [Hei09c]

b) Räumliches Zylinderkurven-Schrittgetriebe [Tak14]

c) Räumliches Globoidkurven-Schrittgetriebe [Hei09d]

Die Bauformen aus Abbildung 3.2 werden von vielen Herstellern in Baureihen zur Erzeugung unterschiedlicher Schrittwinkel für verschiedene Belastungsklassen angeboten. Weitere Auswahlkriterien für den Anwender sind dabei das Schalt-Perioden-Verhältnis und die Antriebsdrehzahl.

3.3 Mechanische oder elektronisch geregelte Schrittzueger

Bei der Konzipierung von Anlagen oder einzelnen Maschinen, die eine Schrittbewegung realisieren müssen, kommt es immer wieder zu der Gretchenfrage: „Mechanisch oder elektronisch geregelte Schrittzueger oder gar eine Kombination von beiden?“

Die Antwort dazu hängt von vielen Faktoren ab und muss für den speziellen Einzelfall immer wieder separat beantwortet werden. Sowohl mechanische Lösungen als auch elektronisch geregelte Systeme bieten für unterschiedlichste Aufgabenstellung Vor- und Nachteile und unterliegen stets dem technischen Fortschritt.

Werden hohe Anforderungen an die Flexibilität und Adaptierbarkeit der Bewegungserzeugung gestellt, rückt der Einsatz mechanischer Antriebssysteme klar in den Hintergrund [Ber12]. Hier beweisen Servoantriebe dank ihrer variablen und hohen Dynamik ihre Stärken. Vorgefertigte Makrofunktionsblöcke für den

Synchronlauf, den Betrieb als elektronische Kurvenscheibe oder eine Positionierregelung sind als Technologiefunktionen Bestandteil der Software des zugehörigen Servoumrichters und verringern damit den Programmieraufwand sowohl bei der Konzeptionierung als auch bei der Inbetriebnahme. So ist es möglich, mehrere unterschiedliche Bewegungsprofile als elektronische Kurvenscheiben zu hinterlegen und sogar während des laufenden Betriebs zu wechseln oder zu verändern [Mat02]. Hauptantriebe, die bisher nach dem Prinzip der Königswelle arbeiten, werden oft durch dezentrale wartungsfreie Einzelantriebe ersetzt, die sich nach einer Leitfrequenzvorgabe richten und über schnelle Bussysteme kommunizieren [Bro99]. Aber auch die guten Rundlaufeigenschaften und die Möglichkeit zur exakten Synchronisation zweier oder mehrerer Antriebe eröffnen ein weites Einsatzfeld.

Torque-Antriebe, welche sich in den letzten Jahren in der Industrie etabliert haben, bieten auch diese hohe Flexibilität bei vergleichsweise geringem Bauraum. Diese, auch als hochpolige Direktantriebe oder drehmomentoptimierte Hohlwellenmotoren bezeichneten Systeme, weisen sehr hohe Drehmomente bei vergleichsweise geringen Drehzahlen auf und verzichten im Vergleich zu Servoantrieben auf ein zusätzliches Übersetzungsgetriebe [Kle09]. Sie gelten daher als wartungsarm und energieeffizient, trotz des gewöhnlich geringeren Wirkungsgrades. Neben den hohen Anschaffungskosten (1,5- bis 2,5-mal teurer als konventionelle Motor-Getriebe-Einheiten) stellt jedoch besonders bei hohen Leistungsklassen die Erwärmung der Antriebe ein Problem dar, welches derzeit nur mit Hilfe großzügig dimensionierter Kühlsysteme zu lösen ist. Dies wirkt sich wiederum negativ auf den benötigten Bauraum aus und bedingt ein thermisches Überlastschutz-System.

Ein wesentliches Kriterium für die Einsatzgrenzen der genannten Systeme liegt außerdem in der rechnerbedingten Geschwindigkeit von Signalerzeugung, –übertragung und –verarbeitung, was wiederum ein Maß für realisierbare Taktzeiten darstellt. Weitere beschränkende Kriterien für den Einsatz sind speziell bei Servoantrieben die maximalen Antriebskräfte und –momente sowie eine notwendige sensorisierte Positionskontrolle zur Lageregelung [Scha99]. Aufgrund der rasanten Entwicklung im Bereich der Datenverarbeitung und Elektronik (besonders durch den

Einsatz von BUS-Systemen), wird an dieser Stelle auf die Angabe von Leistungsgrenzen verzichtet.

Bei dem Einsatz von mechanischen Lösungen zur Schritterzeugung kann auf einen breiten Erfahrungsschatz bei der Auslegung zurückgegriffen werden. Diese Systeme wurden über viele Jahrzehnte optimiert und konkurrieren auf Augenhöhe mit den elektronischen Lösungen. Sie profitieren dabei ständig von den Entwicklungen im Bereich der Werkstoffwissenschaften, wodurch immer leichtere und belastbarere Getriebeglieder eingesetzt werden können und somit die Leistungsfähigkeit steigt. Wie bereits in Abschnitt 3.1 beschrieben, werden die mechanischen Schrittgetriebe genau wie Servoantriebe in Baureihen angeboten und decken somit einen Großteil des Aufgabenspektrums ab. Sie erreichen höhere Drehzahl- und Belastungsklassen, da der eigentliche Antrieb nur in einem festgelegten Drehzahlbereich betrieben wird (geringe dynamische Anforderungen) und sonst nur den Drehmomentanforderungen gerecht werden muss.

Im Gegensatz zu Servosystemen und Torque-Antrieben weisen die gängigen Schrittgetriebe eine bauformbedingte, mechanische Stillstandssicherung in der Rastphase auf. Dadurch wird zum einen kein Haltemoment am Antrieb benötigt und zum anderen können auch keine Rückwirkungen, wie z. B. Stöße und Schläge, vom Abtrieb auf den Antrieb einwirken, welche die Lebensdauer minimieren.

Gemeinsamkeiten zwischen mechanischen und elektronisch geregelten Lösungen finden sich im Bereich der Bewegungsgestaltung. So ist beispielsweise die VDI-Richtlinie 2143 (Bewegungsgesetze für Kurvengetriebe) Blatt 1 und Blatt 2 Auslegungsgrundlage für sowohl mechanische als auch für elektronische Kurvenscheiben und aus den Softwareprodukten der Antriebshersteller nicht mehr wegzudenken.

3.4 Rechnergestützte Auslegung von Kurvenschrittgetrieben

Analysiert man die Marktsituation hinsichtlich Software, die – vielleicht auch nur ansatzweise als Zusatzmodul – die Berechnung von Kurven- und Schrittgetrieben unterstützt, so zeigen sich zwei parallele Felder auf. Auf der rein kommerziellen Seite stehen die gängigen CAD-Systeme bekannter Hersteller wie *Parametric Technology Corporation (PTC)*, *Dassault Systèmes*, *Autodesk Inc.* und *Siemens PLM Software*. Ursprünglich für reine konstruktive Entwicklungstätigkeiten konzipiert, wurden hierfür bereits Ende der 90er Jahre Erweiterungen in Form von Kinematik-Applikationen für die Bewegungssimulation angeboten [Bra89]. Durch die Einbindung von Dynamik-Modulen gelang der Sprung vom einfachen CAD-System zum ausgereiften Mehrkörpersystem mit umfangreichen Simulationsmöglichkeiten. Viele dieser Softwareprodukte besitzen sogar eigens entwickelte Module zur Synthese von Kurvenkörpern, welche sich analog zu den bekannten Verfahren aus [Vol89] dem Prinzip der *kinematischen Umkehr* [Vol95] bedienen. Dieses Vorgehen wird im CAD-Umfeld auch als „*Spurkurven-Synthese*“ bezeichnet.

Bei der Ermittlung einfacher geschlossener, ebener Kurvenkonturen liefern diese Programme durchaus sehr gute Ergebnisse. Die direkte Weiterverwendung der erzeugten Kurven, beispielsweise in angeschlossenen Simulationen, macht dieses Vorgehen sehr attraktiv für den Konstruktions- und Entwicklungsprozess. Auch die Einbringung eigener, intern programmierter Berechnungsalgorithmen, parametersteuernder Beziehungen oder extern nutzbare mathematische Softwaretools, welche die aufgabenspezifisch gestalteten mathematischen Algorithmen enthalten, zeigen trotz des selbst aufzubringenden Implementierungsaufwandes das Potential dieser Systeme. [Ber14] Ein Beispiel für die Nutzung solcher interner, parameterbasierter Gleichungseditoren zur Erzeugung von Kurvengeometrien bei gleichzeitiger Optimierung der kinematischen Parameter zeigt der Beitrag [Hei13].

Ein Problem stellt jedoch die korrekte Abbildung dreidimensionaler Kurvenkörper innerhalb gängiger CAD-Systeme dar. Nur mit Hilfe zusätzlicher Spezialsoftware, wie z.B. MOCAD [Hei12a], und eines effizient gesteuerten Datenaustauschs gelingt es, diese Lücke zu schließen. Abbildung 3.3 (links) zeigt dazu ein Beispiel eines Kurvenzylinders in einer CAD-Umgebung mit den ungekürzten Hüllgeometrien der Nutkurven, berechnet mittels MOCAD.

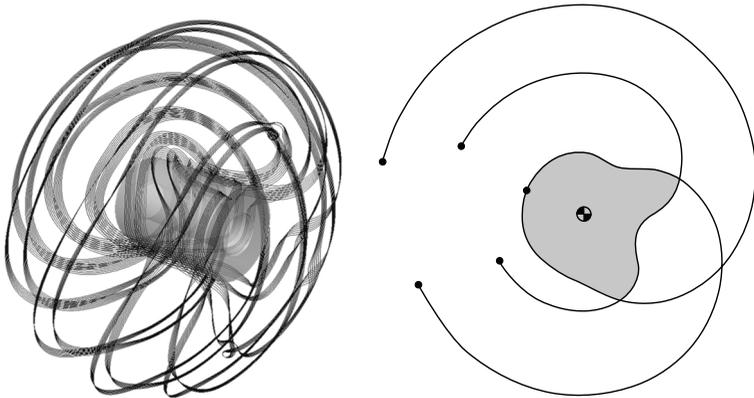


Abbildung 3.3: CAD-Modell eines Kurvenzylinders mit ungekürzten Hüllgeometrien der Kurvennuten [Ber14] (links) und Darstellung einer ebenen Kurvenscheibe eines Schrittgetriebes mit ungekürzten Arbeitskurven (rechts)

Eine andere Problematik tritt bei der Ermittlung der geschlossenen Kurvenkonturen von ebenen Schrittgetrieben auf. Wie bereits beschrieben, lassen sich zwar zweidimensionale Kurven im CAD-Umfeld meist problemlos erzeugen, jedoch ist die Verschneidung mehrerer Kurven, beispielhaft in Abbildung 3.3 (rechts) gezeigt, automatisiert derzeit nur unter großem Aufwand realisierbar. Für die iterative Ermittlung optimaler Hauptabmessungen von ebenen Schrittgetrieben – auch unter Verwendung programminterner Optimierer – sind keine geeigneten Lösungsansätze bekannt.

Auch die Simulation von ebenen Schrittgetrieben, sei es kinematisch oder kinetostatisch, stellt die genannten CAD-/MKS-Systemen, welche mit sogenannten „Rigid Bodies“ arbeiten, vor Probleme. Da immer mindestens zwei Abtriebsorgane im Eingriff mit dem Abtriebsglied sind, stoßen manche dieser Starrkörper-Systeme aufgrund der Überbestimmtheit des Mechanismus an ihre Grenzen. Mögliche Lösungsansätze für diese Problematik zeigt [Hei09a].

Parallel zu den CAD-/MKS-Systemen entwickelte sich auf der anderen Seite eine große Anzahl von Spezialprogrammen für die Berechnung kurvengesteuerter Mechanismen. Viele dieser Softwareprodukte, wie MOCAD [Hei12a], CAMMEC [Sch89], CDS [Bra91] oder [Goe94], wurden auf der Basis der VDI-Richtlinien [VDI2142-1], [VDI2143-1] und [VDI2143-2] sowie des Fachbuchs Kurvengetriebe [Vol89], welche die wesentlichen Grundlagen für die Auslegung ebener Kurvengetriebe enthalten, entwickelt. Jedoch nur wenige dieser Tools haben bisher den Sprung zum konkurrenzfähigen Softwareprodukt geschafft, beispielsweise OPTIMUS MOTUS® [Nol12a], [Nol12b].

Programme, welche speziell der Auslegung von Schrittgetrieben dienen, wurden bereits Anfang der 90er Jahre als firmeninterne Systeme [See90] oder als Hochschulapplikationen [Sch98] im Forschungsumfeld entwickelt. Die teilweise unveröffentlichten Dokumentationen und der eingeschränkte Zugriff auf diese Tools lassen jedoch keine Aussagen über die Ermittlung der Hauptabmessungen mit diesen Programmen zu.

Die genannten sowie weitere entwickelte Spezial-Softwareprodukte enthalten oft zusätzliche Berechnungsmodule für die kinetostatische bzw. dynamische Analyse, z. B. [Hah89], [Isr90] und [Cor90]. Weitere Funktionen, wie die Berechnung und Ausgabe von NC-Daten für die Fertigung der Kurvenkörper, sind ebenfalls in einer Vielzahl dieser Programme implementiert und orientieren sich dabei oft an den Grundlagen nach [Sch90]. Die Möglichkeit, über Datenschnittstellen die Kurvengeometrien an ein 2D- oder 3D-CAD-System als Basis des konstruktiven Entwurfs des Getriebes zu übergeben, ermöglichen auch die meisten der Programme. Wie bereits in ersten Lösungen der wissensbasierten rechnergestützten

Getriebekonstruktion [Kin93] laufen der kinematische und der konstruktive Getriebeentwurf in unterschiedlichen, lediglich durch Datenaustauschformate gekoppelten Umgebungen ab. Erste Ansätze zur Integration von Synthesewerkzeugen in die CAD-Oberfläche als zentrale Entwicklungsumgebung werden in [Doe97] und [Doe98] beschrieben und umgesetzt, jedoch immer noch unter Verwendung eines externen Berechnungsmoduls und der Nutzung von Schnittstellen zwischen Auslegungs- und CAD-Programm [Nig08].

Eine engere Verknüpfung der CAD- und Synthese-Programmen ist aber nicht ausgeschlossen. So bietet z. B. die Firma *induSim GmbH* das Programm *induDrive* [Ind12] als eine Erweiterung der Software *SolidWorks* an. Mit dem durch eine API-Schnittstelle integrierten Bewegungseditor, einem Synthese- sowie Analyse-Modul kann der Anwender ohne vertiefte Spezialkenntnisse die Auslegung ebener Kurvengetriebe innerhalb des Konstruktionsprozesses durchführen. Auch [Nig08] liefert mit dem Add-On *CADiS* eine Integration von neuen Syntheseansätze für räumliche und sphärische Kurvengetriebe unter Verwendung einer ActiveX-Programmierschnittstelle in das CAD-System *Mechanical Desktop* der Firma *Autodesk Inc.* Der Anwender wird somit in die Lage versetzt, alle Auslegungsschritte von der Formulierung der Bewegungsaufgabe über die Struktur- und Maßsynthese des Kurvengetriebes bis hin zur Analyse des Mechanismus durchführen zu können, ohne die gewohnte CAD-Umgebung zu verlassen.

Es lässt sich also feststellen, dass für die Entwicklung von Kurvengetrieben in ebener und räumlicher Bauform eine Vielzahl von Programmen existiert, welche die Auslegung in weiten Bereichen unterstützen. Einige dieser Produkte sind aufgrund der CAD-Integration für den Anwender einfach zu handhaben und ordnen sich somit nahtlos in den dokumentierbaren Entwicklungsprozess ein. Andere Programme, welche als Spezialsoftware bezeichnet werden können, liefern einen höheren Funktionsumfang bei gleichzeitig höherer Komplexität. Dazu zählen zum einen die vielseitigen Möglichkeiten des Bewegungsdesigns und zum anderen die Anwendung der Software auch für Sonderlösungen.

Die Ermittlung günstiger kinematischer Abmessungen für diese Mechanismen wird bisher nur in wenigen Programmen für periodisch rückkehrende Kurvengetriebe in Form von bekannten, zeichnerischen Syntheseverfahren umgesetzt. Speziell für Schrittgetriebe der ebenen Bauform sind derartige Verfahren nicht bekannt, und somit beschränken sich die Softwarelösungen entweder auf den Einsatz von zeitaufwendiger, manueller Parametervariation oder implementierten Optimierungsmodulen. Die Herausforderung besteht aber auch hier in der Formulierung der Zielkriterien, welche sich oft gegenläufig verhalten und somit ein Pareto-Optimum bilden. Hier ist der Anwender gefragt, die Ergebnisse entsprechend seinen Anforderungen zu interpretieren und eine geeignete Lösung zu wählen.

4 Schrittbewegung – Gestaltung und Kenngrößen

4.1 Grundlagen

Jede allgemeine fortlaufende, translatorische oder rotatorische Bewegung $q(t)$, welche durch einen Ruhezustand (Rast) periodisch oder nicht periodisch unterbrochen wird, kann als Schrittbewegung (intermittierende Bewegung) bezeichnet werden. Der Ruhezustand im Bewegungsablauf tritt dabei als *exakte Rast* oder *angenäherte Rast* auf (Abbildung 4.1). [VDI2721]

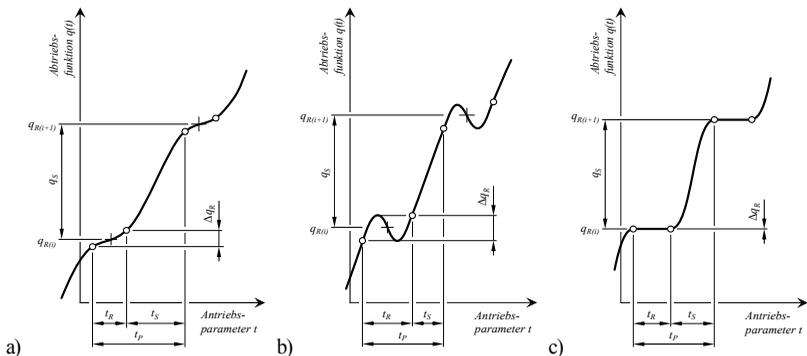


Abbildung 4.1: Verschiedene Ruhezustände von Schrittbewegungssystemen in Anlehnung an [VDI2727-3]

a) angenäherte Rast

b) Pilgerschritt

c) exakte Rast

Eine *exakte Rast* tritt dann auf, wenn zu einem Zeitpunkt t oder für einen endlichen Zeitabschnitt Δt die Geschwindigkeit und die Beschleunigung am Antrieb gleich Null sind. Ein Abtriebsglied eines Bewegungssystems weist eine *angenäherte Rast* auf, wenn die Geschwindigkeitsfunktion $\dot{q}(t)$ in einem bestimmten Zeitabschnitt Δt

relativ kleine Werte annimmt oder mehrere ungleiche Nulldurchgänge besitzt. Bei einem einzelnen Teilrücklauf der Bewegung spricht man auch von einer *Pilgerschritt-Bewegung*.

Die Gesetzmäßigkeit, mit der die Bewegungsübertragung von Antrieb zu Abtrieb während der Schrittphase erfolgt, wird als Teilübertragungsfunktion bezeichnet, da sie nicht geschlossen für eine gesamte Bewegungsperiode formuliert werden kann. Diese Teilübertragungsfunktion kann mithilfe mathematischer Funktionen (Bewegungsgesetze) beschrieben werden.

Bei der Beschreibung der Übertragungsfunktionen von Kurvengetrieben mit schwingendem Abtriebsglied $\psi(\varphi)$ wird stets in Gleich- und Gegenlaufbereich unterschieden. [Vol89] Da bei Schrittgetrieben kein rückkehrender Bewegungsanteil existiert und die Bewegungsrichtung von An- und Abtrieb in Abhängigkeit von der Bauform sowohl gleich- als auch gegensinnig sein kann, wird auf diese Begrifflichkeiten verzichtet. Weiterhin soll nicht mehr zwischen Teilübertragungsfunktion (TÜF) und Übertragungsfunktion (ÜF) unterschieden werden.

Zur vereinfachten Berechnung, speziell für Schrittbewegungen (Rast-in-Rast-Bewegungen), hat es sich als zweckmäßig erwiesen, die Übertragungsfunktion in normierter Form zu beschreiben. Vorteil dieser Vereinbarung ist die Reduzierung der Berechnungen auf dimensionslose Größen.

Bei der Normierung wird der laufende Antriebsparameter φ auf seinen Maximalwert φ_S bezogen. Auch der Abtriebsparameter ψ wird auf seinen Maximalwert ψ_S bezogen. Hierbei ist das Verhältnis ψ/ψ_S eine Funktion von φ/φ_S und wird als normierte Übertragungsfunktion f oder Bewegungsgesetz bezeichnet. Zusätzlich wird für das Verhältnis φ/φ_S der Parameter z eingeführt. [Vol89]

Die Übertragungsfunktion für gleich- und gegensinnig drehende An- und Abtriebsbewegungen ergeben sich wie folgt:

An- und Abtrieb gleichsinnig drehend

$$\psi(\varphi) = \psi_S \cdot f(\varphi/\varphi_S) \quad (4.1)$$

$$\psi(z) = \psi_S \cdot f(z) \text{ mit } 0 \leq f(z) \leq 1 \text{ und } 0 \leq z \leq 1 \quad (4.2)$$

An- und Abtrieb gegensinnig drehend

$$\psi(\varphi) = \psi_S \cdot [1 - f(\varphi/\varphi_S)] \quad (4.3)$$

$$\psi(z) = \psi_S \cdot [1 - f(z)] \text{ mit } 0 \leq f(z) \leq 1 \text{ und } 0 \leq z \leq 1 \quad (4.4)$$

Die Funktion $f(z)$ ist die normierte Übertragungsfunktion (NÜF). Sie ist dimensionslos und genügt im Fall einer Rast-in-Rast-Bewegung den Randbedingungen

$$\begin{aligned} f(0) &= 0, & f(1) &= 1, \\ f'(0) &= 0, & f'(1) &= 0, \\ f''(0) &= 0, & f''(1) &= 0. \end{aligned} \quad (4.5)$$

4.2 Beschreibende Kenngrößen

Die folgenden Kenngrößen beziehen sich sowohl auf eine Drehbewegung am Antrieb als auch am Abtrieb. Sie können analog auch auf translatorische Abtriebsbewegungen angewendet werden.

[Vgl. VDI2143-1] Unter der Annahme, dass die Antriebsbewegung durch den zeitabhängigen Antriebsdrehwinkel $\varphi(t)$ gekennzeichnet ist und die Ableitung nach dem Drehwinkel φ mit ' (Strich) gekennzeichnet wird, ergibt sich für den Fall einer

konstanten Winkelgeschwindigkeit ω_0 am Antrieb folgender Zusammenhang für die ersten beiden Ableitungen der Bewegungsfunktion:

$$\psi'(\varphi) = \psi'(\varphi(t)) = \frac{d\psi}{dt} \cdot \frac{dt}{d\varphi} = \frac{\dot{\psi}}{\omega_{21}} \quad (4.6)$$

$$\psi''(\varphi) = \psi''(\varphi(t)) = \frac{d\dot{\psi}}{dt} \cdot \frac{dt^2}{d^2\varphi} = \frac{\ddot{\psi}}{\omega_{21}^2} \quad (4.7)$$

Schrittwinkel ψ_S [vgl. VDI2727-3]:

Der Schrittwinkel ψ_S am Abtrieb ist der Differenzwinkel zweier aufeinanderfolgender Rasten. Im Falle einer oder mehrerer angenäherter Rasten bezieht sich der Differenzwinkel auf die mittleren Rastlagen ψ_R . Die Anzahl der Schaltstellungen n_{St} („Stationszahl“) am Abtrieb bezogen auf eine Bewegungsperiode von 2π ergibt sich folglich aus:

$$n_{St} = \frac{2\pi}{\psi_S} \quad (4.8)$$

Schaltwinkel φ_S [vgl. VDI2727-3]:

Der Schaltwinkel φ_S ist der Antriebswinkel, der zwischen zwei aufeinanderfolgenden Rastlagen bzw. zwischen zwei aufeinanderfolgenden mittleren Rastlagen durchlaufen wird.

Rastwinkel φ_R [vgl. VDI2727-3]:

Der Rastwinkel φ_R ist der Antriebsdrehwinkel, der innerhalb einer Rast durchlaufen wird.

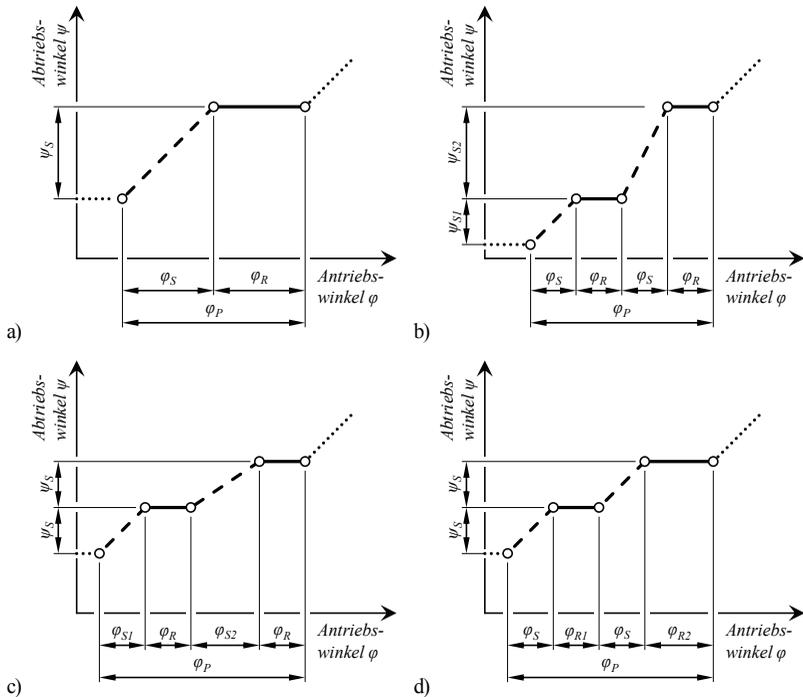


Abbildung 4.2: Grundtypen von Bewegungsperioden [VDI2727-3]

a) Typ I – eine Rast

b) Typ II – mehrere Schaltungen (hier: zwei) mit unterschiedlichen Schritt winkeln ψ_S

c) Typ III – mehrere Schaltungen (hier: zwei) mit unterschiedlichen Schaltwinkeln φ_S

d) Typ IV – mehrere Schaltungen (hier: zwei) mit unterschiedlichen Rastwinkeln φ_R

Periodenwinkel φ_P [vgl. VDI2727-3]:

Der Summe aus Schaltwinkel φ_S und Rastwinkel φ_R ergibt im einfachsten Fall den Periodenwinkel φ_P , wobei der Rastwinkel φ_R auch Null sein kann (Momentanrast).

Unter einer Bewegungsperiode versteht man dabei den kleinsten Antriebswinkelbereich, nach dessen Durchlaufen sich die Bewegungsverhältnisse am Abtrieb wiederholen. Dabei muss bei Antriebssystemen mit umlaufendem Antrieb die Bewegungsperiode nicht zwangsweise 2π betragen.

Grundsätzlich lassen sich bei Schrittrgetrieben vier verschiedene Typen von Bewegungsperioden angeben. Liegen mehrere Rasten pro Bewegungsperiode vor, so können sich diese durch unterschiedliche Schrittwinkel, durch unterschiedliche Schaltwinkel oder durch unterschiedliche Rastwinkel voneinander unterscheiden. Je nach Getriebetyp bzw. Ausführung sind auch beliebige Kombinationen der in Abbildung 4.2 als Typ II, Typ III und Typ IV dargestellten Verhältnisse möglich.

Bezogene Rastabweichung P [vgl. VDI2727-3]:

Bei Schrittrgetrieben tritt der Ruhezustand der Abtriebsbewegung als *exakte Rast* oder *genährte Rast* auf (vgl. Abschnitt 5.2.1). Die Rastabweichung $\Delta\psi_R$ gibt bei genährten Rasten die Schwankungsbreite der Abtriebslagen um eine mittlere Rastlage ψ_R an. Die bezogene Rastabweichung ist dann

$$P = \frac{\Delta\psi_R}{\psi_S} \quad (4.9)$$

d. h., die auf den vorausgegangenen Bewegungsabschnitt bezogene Rastabweichung. Sie ist ein Maß für die Rastgüte.

Rast-Perioden-Verhältnis ν_R [vgl. VDI2727-3]:

Das Rast-Perioden-Verhältnis

$$\nu_R = \frac{\varphi_R}{\varphi_P} = \frac{\varphi_R}{\varphi_R + \varphi_S} \quad (4.10)$$

ist das charakteristische Verhältnis zwischen dem Rastwinkel φ_R bezogen auf die Bewegungsperiode φ_P .

Treten mehrere Rasten innerhalb einer Bewegungsperiode auf (vgl. Abbildung 4.2 Typen II-IV), so gilt:

$$\bar{v}_R = \frac{\sum \varphi_{Ri}}{\sum \varphi_{Ri} + \sum \varphi_{Si}} \quad (4.11)$$

Schalt-Perioden-Verhältnis v_S :

Das Schalt-Perioden-Verhältnis

$$v_S = \frac{\varphi_S}{\varphi_P} = \frac{\varphi_S}{\varphi_R + \varphi_S} = 1 - v_R \quad (4.12)$$

ist das charakteristische Verhältnis zwischen dem Schaltwinkel φ_S , bezogen auf die Bewegungsperiode φ_P . Treten mehrere Schaltungen innerhalb einer Bewegungsperiode auf (vgl. Abbildung 4.2 Typ II-IV), so gilt:

$$\bar{v}_S = \frac{\sum \varphi_{Si}}{\sum \varphi_{Ri} + \sum \varphi_{Si}} = 1 - \bar{v}_R \quad (4.13)$$

4.3 Kinematische Kennwerte

Eine typische Bewegungsaufgabe von Kurvengetrieben ist die Rast-in-Rast-Bewegung des Abtriebsgliedes, d. h. die Erzeugung einer Dreh- oder Schubbewegung des Abtriebsgliedes mit Stillständen in den Umkehrlagen oder auch zwischen diesen Stellungen, Zwischenrasten genannt (siehe dazu Abschnitt 4.1). Darüber hinaus können Forderungen nach bestimmten Geschwindigkeiten zu bestimmten Zeitpunkten bzw. in bestimmten Zeitabschnitten gestellt werden [Vol89]. Für diese und weitere Bewegungsaufgaben bietet die VDI-Richtlinie 2143 Blatt 1 grundlegende Beschreibungen.

Die Auswahl eines geeigneten Bewegungsgesetzes in Abhängigkeit vom Anwendungsfall kann auf Grundlage von kinematischen Kennwerten erfolgen, welche die normierten Übertragungsfunktionen charakterisieren. Sie dienen zur

Beurteilung und zum Vergleich der Bewegungsgesetze und geben Anhaltspunkte über das kinematische und kinetostatische Verhalten des Kurven- bzw. Kurvenschrittgetriebes.

Es wird zwischen folgenden Kennwerten unterschieden (vgl. dazu [Vol89], [Bra03] und [VDI2143-1]):

Geschwindigkeitskennwert:

Der Geschwindigkeitskennwert C_v ist ein Maß für den entstehenden ungünstigen Kraftangriffswinkel im Kurvengelenk.

$$C_v = \frac{\max |\dot{\psi}|}{\dot{\varphi}} \cdot \frac{\varphi}{\psi_s} = \max |f'(z)| \quad (4.14)$$

Beschleunigungskennwert:

Bei Kurvengetrieben beschreibt der Beschleunigungskennwert C_a die maximal auftretende Belastung infolge konstanter Massenwirkung am bewegten Getriebeglied und ist somit ein Maß für Gelenk- bzw. Rollkraft. Bei Servo-Antriebssystemen kann von dem Kennwert auf das Verhalten des Antriebsmomentes geschlossen werden.

$$C_a = \frac{\max |\ddot{\psi}|}{\dot{\varphi}^2} \cdot \frac{\varphi^2}{\psi_s} = \max |f''(z)| \quad (4.15)$$

Ruckkennwert:

Der Ruckkennwert C_j beschreibt die Änderungsgeschwindigkeit der Massenkräfte und ist somit ein Maß für die Gefahr der Schwingungsanregung.

$$C_j = \frac{\max |\ddot{\psi}|}{\dot{\varphi}^3} \cdot \frac{\varphi^3}{\psi_s} = \max |f'''(z)| \quad (4.16)$$

Statischer Momentenkennwert:

Das maximal benötigte Antriebsmoment bei Kurvengetrieben und die maximal benötigte Antriebsleistung bei reinen Servo-Applikationen infolge statischer Belastung am Abtrieb ist abhängig von der ersten Ableitung der normierten Übertragungsfunktion $f'(z)$ und wird durch den statischen Momentenkennwert ausgedrückt.

$$C_{Mstat} = C_v \quad (4.17)$$

Dynamischer Momentenkennwert:

Der Antriebsmomentenverlauf infolge dynamischer Belastungen durch abtriebsseitige Trägheitskräfte hängt von dem Produkt aus erster und zweiter Ableitung der normierten Übertragungsfunktion ab. Man definiert deshalb als dynamischen Momentenkennwert C_{Mdyn} den Maximalwert dieses Produkts.

$$C_{Mdyn} = \max |f'(z) \cdot f''(z)| \quad (4.18)$$

Effektiv-Kennwerte:

Auch der Effektivwert der Beschleunigung, wenn auch kaum als Kennwert von Bewegungsgesetzen bekannt und auch in [Vol89] und [VDI2143-1] nicht explizit erwähnt, kann nach [No198] besonders bei der Auslegung von Servoantrieben von Interesse sein. Auch in [Blu00] und [Ber08] wird explizit auf den Einfluss der effektiven (Winkel-)Beschleunigung des Abtriebsorgans bei der Antriebsauslegung hingewiesen, jedoch unter der Maßgabe eines linear übersetzenden Getriebes. Dieser Kennwert wird in den genannten Literaturstellen als α_{eff} bezeichnet und ergibt sich aus:

$$\alpha_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \alpha^2 dt} \quad (4.19)$$

In der angegebenen Form wird der Effektivwert (quadratische Mittelwert) der Beschleunigung über einer vollständigen Bewegungsperiode bestimmt. Wird eine solche periodische Bewegung aus Teilübertragungsfunktionen zusammengesetzt, so bedingt ein Vergleich verschiedener Bewegungsgesetze für die jeweiligen Abschnitte immer die Berechnung der vollständigen Übertragungsfunktion 0. bis 2. Ordnung für die komplette Periodendauer T . Dabei besteht offensichtlich die Möglichkeit, das Beschleunigungsverhalten verschiedener Bewegungsgesetze, egal ob bereits bekannt oder neu designed, bereits in normierter Form zu vergleichen. Ein entsprechender normierter Kennwert ergibt sich dann zu:

$$C_{a\,eff} = \sqrt{\int_0^1 f''(z)^2 dz} \quad (4.20)$$

Betrachtet man die allgemein gültige Vorgehensweise bei der Antriebsauslegung [Wei11, Sch07, Lor13], welche neben den Maximalwerten von Motormoment und Antriebsdrehzahl auch das effektive Antriebsmoment und die entsprechende Nenndrehzahl einbezieht, so stellt sich auch hier die Frage nach einer vergleichenden Kenngröße.

Das Effektivmoment beschreibt dabei ein äquivalentes Dauerdrehmoment zum S1-Betrieb (Dauerbetrieb mit konstanter Last) bei zeitlich veränderlicher Belastung und gibt Aussage über die thermische Auslastung des Antriebs bzw. mögliche Schädigung durch Überhitzung. Analog zur effektiven Beschleunigung kann das effektive Moment als Vergleichskennwert in normierter Form für Bewegungsgesetze angegeben werden, Gleichung (4.21).

$$C_{M\,eff} = \sqrt{\int_0^1 (f'(z) \cdot f''(z))^2 dz} \quad (4.21)$$

Der Kennwert $C_{M\,eff}$ ist dabei genau wie der dynamische Momentenkennwert $C_{M\,dyn}$ von dem Produkt der normierten Übertragungsfunktion 1. und 2. Ordnung abhängig. Er kann sehr einfach vergleichend bestimmt werden und gibt Aussagen über die Eignung normierter Bewegungsgesetze bei reiner Trägheitsbelastung am Abtrieb unter dem Gesichtspunkt der thermischen Auslastung, speziell bei der Antriebsauslegung in Kombination mit nichtlinear übersetzenden Getrieben.

Jedoch ist auch hier zu beachten, dass im Normalfall nur ein Teil der Übertragungsfunktion durch ein Bewegungsgesetz $f(z)$ beschrieben wird und somit nicht direkt auf das tatsächliche Effektivmoment geschlossen werden kann, so der Fall bei Kurvenschrittgetrieben.

Eine Zusammenstellung der Kennwerte bekannter Bewegungsgesetze aus [Vol89] und [VDI2143-1] zeigt Tabelle 3. Auf die Angabe der Ruck- und statischen Momentenkennwerte wurde bewusst verzichtet.

Diese Form der Darstellung ist jedoch nur zum gezielten Vergleich von ausgewählten Kennwerten geeignet. Möchte man sich einen allgemeinen Überblick verschaffen, so empfiehlt sich die Verwendung eines Netz-Diagramms, Abbildung 4.3. Werden die angegebenen Werte dann noch auf einen definierten Wert normiert (in diesem Fall auf die Kennwerte des Bewegungsgesetz „4-5-6-7 Polynom“), so ist ein schneller quantitativer Vergleich der Bewegungsgesetze möglich. Die Vorgehensweise der Normierung eines ausgewählten Bewegungsgesetzes und die Darstellung in einer solchen Diagrammform wurde bereits in [Ber08] erfolgreich angewendet.

Tabelle 3: Zusammenstellung von Kennwerten bekannter Bewegungsgesetze

Bewegungsgesetz	C_v	C_a	$C_{a \text{ eff}}$	$C_{M \text{ dyn}}$	$C_{M \text{ eff}}$
3-4-Polynom	2,00	6,00	4,38	7,92	4,91
3-4-5-Polynom	1,88	5,77	4,14	6,69	4,24
3-4-5-6-Polynom	2,00	5,00	4,22	7,61	4,77
4-5-6-7-Polynom	2,19	7,51	5,05	10,75	6,26
3-4-5-6-7-8-Polynom	2,00	4,66	4,15	7,56	4,72
Sinoide von Bestehorn (geneigte Sinuslinie)	2,00	6,28	4,44	8,16	4,80
Sinoide von Gutman	2,00	5,13	4,25	8,12	4,82
Modifiziertes Beschleunigungstrapez	2,00	4,89	4,23	8,09	4,80
Modifizierte Sinoide (MS 00)	1,76	5,53	3,91	5,46	3,63
MS 30	1,43	6,43	3,81	5,17	2,88
MS 50	1,28	8,01	4,01	5,73	2,69
MS opt	1,50	6,10	3,79	5,14	3,00

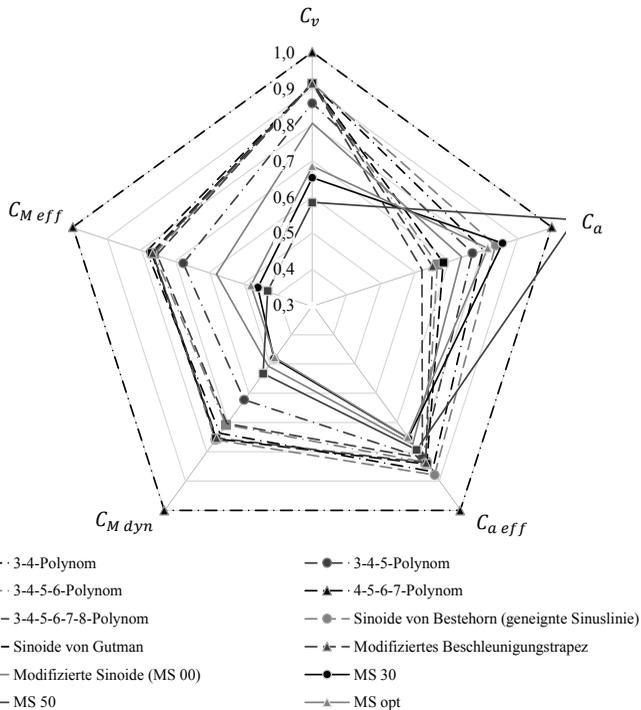


Abbildung 4.3: Kennwertkreis für Rast-in-Rast Bewegungsgesetze

Fast jedes der in Abbildung 4.3 dargestellten Bewegungsgesetze zeigt Vor- und Nachteile bzgl. gewisser Kennwerte. Besonders ausgewogen zeigen sich jedoch die Funktionen MS 00, MS 30 und MS opt.

Welcher Kennwert für den jeweiligen Anwendungsfall jedoch von vorrangigem Interesse ist, kann nicht pauschal beantwortet werden. Zur Beurteilung aller genannten Kennwerte im Einzelnen schreibt *Braune*:

„Es kann und soll an dieser Stelle nicht im Einzelnen diskutiert werden, welches Optimierungskriterium in welchem Zusammenhang welche praktische Bedeutung und welches Gewicht hat, da dies ohnehin immer nur vor dem Hintergrund eines konkreten Einsatzfalls quantitativ beantwortet werden könnte.“ [Bra06]

4.4 Bewegungsgesetze – bekannte und neue Ansätze

[Vol89] und [VDI2143-1] zeigen eine große Auswahl an verschiedenen Bewegungsgesetzen für Rast-in-Rast-Bewegungen mit den zugehörigen kinematischen Kennwerten. Die aufgeführten Bewegungsgesetze sind teilweise stoß- bzw. ruckbehaftet, d. h., sie weisen Unstetigkeiten in den Übertragungsfunktionen 2. bzw. 3. Ordnung auf. Trotz der allgemeinen Forderung nach Vermeidung genau dieser Eigenschaften können sie in speziellen Anwendungsfällen jedoch von technologischem Interesse sein. So wird beispielsweise in [Nig11] gezeigt, wie mit Hilfe von ruckbehafteten Übertragungsfunktionen gezielt Einfluss auf das Schwingungsverhalten von Maschinen genommen werden kann.

4.4.1 Entwicklung der „Momentenoptimalen Sinoide“

Nur wenige Hersteller geben ihr Know-How bzgl. der in Schrittgetrieben eingesetzten Bewegungsgesetze preis. Einige Produktkataloge, wie [Tak08] und [Hei09c], zeigen jedoch, dass fast ausschließlich die *Modifizierte Sinoide* (auch als *Modifizierte Sinuslinie (MS)* bezeichnet) für Schrittbewegungen zum Einsatz kommt. Das normierte Bewegungsgesetz dazu lautet:

$$f(z) = \begin{cases} \frac{1}{4 + \pi} \left(\pi z - \frac{1}{4} \sin(4\pi z) \right) & \left| 0 \leq z < \frac{1}{8} \right. \\ \frac{1}{4 + \pi} \left(2 + \pi z - \frac{9}{4} \sin\left(\frac{4\pi}{3}z + \frac{\pi}{3}\right) \right) & \left| \frac{1}{8} \leq z \leq \frac{7}{8} \right. \\ \frac{1}{4 + \pi} \left(4 + \pi z - \frac{1}{4} \sin(4\pi z) \right) & \left| \frac{7}{8} < z \leq 1 \right. \end{cases} \quad (4.22)$$

Weiterhin lässt sich feststellen, dass überwiegend bei großen Schrittwinkeln am Abtrieb oder kleinen Schaltwinkeln am Antrieb die Übertragungsfunktion mit einem zentrischen Bereich konstanter Geschwindigkeit ergänzt wird.

Durch die Einführung der Variablen b mit $0 < b < 1$, welche den prozentualen Anteil des Bereichs konstanter Geschwindigkeit bzgl. des Schrittbereichs angibt, ändert sich die Gleichung (4.22) unter Verwendung der Abkürzung

$$a(b) = 4\pi + 12\pi b - 16b + 16 \quad (4.23)$$

wie folgt:

$$f(z, b) = \begin{cases} \frac{1}{a(b)} \left[4\pi z + \sin\left(\frac{4\pi z}{b-1}\right)(1-b) \right] & \left| 0 \leq z < \frac{1-b}{8} \right. \\ \frac{1}{a(b)} \left[4\pi z + 9\sin\left(\frac{4\pi z - \pi b + \pi}{3b-3}\right) \dots \right. \\ \quad \left. \dots \cdot (1-b) - 8b + 8 \right] & \left| \frac{1-b}{8} \leq z < \frac{1-b}{2} \right. \\ \frac{1}{a(b)} [16\pi z - 6\pi + 6\pi b - 8b + 8] & \left| \frac{1-b}{2} \leq z \leq \frac{1+b}{2} \right. \\ \frac{1}{a(b)} \left[4\pi z + 9\sin\left(\frac{4\pi z + \pi b - 5\pi}{3b-3}\right) \dots \right. \\ \quad \left. \dots \cdot (1-b) - 8b + 12\pi b + 8 \right] & \left| \frac{1+b}{2} < z \leq \frac{7+b}{8} \right. \\ \frac{1}{a(b)} \left(4\pi z + \sin\left(\frac{4\pi - 4\pi z}{b-1}\right) \dots \right) & \left| \frac{7+b}{8} < z \leq 1 \right. \end{cases} \quad (4.24)$$

$$f'(z, b) = \begin{cases} \frac{1}{a(b)} \left[4\pi - 4\pi \cos\left(\frac{4\pi z}{b-1}\right) \right] & \left| 0 \leq z < \frac{1-b}{8} \right. \\ \frac{1}{a(b)(3b-3)} \left[\dots - 36\pi \cos\left(\frac{4\pi z(3b-3) \dots}{3b-3}\right) (b-1) \right] & \left| \frac{1-b}{8} \leq z < \frac{1-b}{2} \right. \\ \frac{1}{a(b)} [16\pi] & \left| \frac{1-b}{2} \leq z \leq \frac{1+b}{2} \right. \\ \frac{1}{a(b)(3b-3)} \left[\dots - 36\pi \cos\left(\frac{4\pi z(3b-3) \dots}{3b-3}\right) (b-1) \right] & \left| \frac{1+b}{2} < z \leq \frac{7+b}{8} \right. \\ \frac{1}{a(b)} \left(4\pi - 4\pi \cos\left(\frac{4\pi - 4\pi z}{b-1}\right) \right) & \left| \frac{7+b}{8} < z \leq 1 \right. \end{cases} \quad (4.25)$$

$$\begin{aligned}
 & f''(z, b) \\
 = & \begin{cases} \frac{1}{a(b)(b-1)} \left[16\pi^2 \sin\left(\frac{4\pi z}{b-1}\right) \right] & \left| 0 \leq z < \frac{1-b}{8} \right. \\ \frac{1}{a(b)(3b-3)^2} \left[144\pi^2 \sin\left(\frac{4\pi z - \pi b + \pi}{3b-3}\right) (b-1) \right] & \left| \frac{1-b}{8} \leq z < \frac{1-b}{2} \right. \\ 0 & \left| \frac{1-b}{2} \leq z \leq \frac{1+b}{2} \right. \\ \frac{1}{a(b)(3b-3)^2} \left[144\pi^2 \sin\left(\frac{4\pi z + \pi b - 5\pi}{3b-3}\right) (b-1) \right] & \left| \frac{1+b}{2} < z \leq \frac{7+b}{8} \right. \\ \frac{1}{a(b)(b-1)} \left[-16\pi^2 \sin\left(\frac{4\pi - 4\pi z}{b-1}\right) \right] & \left| \frac{7+b}{8} < z \leq 1 \right. \end{cases}
 \end{aligned}
 \tag{4.26}$$

$$\begin{aligned}
 & f'''(z, b) \\
 = & \begin{cases} \frac{1}{a(b)(b-1)^2} \left[64\pi^3 \cos\left(\frac{4\pi z}{b-1}\right) \right] & \left| 0 \leq z < \frac{1-b}{8} \right. \\ \frac{1}{a(b)(3b-3)^3} \left[576\pi^3 \cos\left(\frac{4\pi z - \pi b + \pi}{3b-3}\right) (b-1) \right] & \left| \frac{1-b}{8} \leq z < \frac{1-b}{2} \right. \\ 0 & \left| \frac{1-b}{2} \leq z \leq \frac{1+b}{2} \right. \\ \frac{1}{a(b)(3b-3)^3} \left[576\pi^3 \cos\left(\frac{4\pi z + \pi b - 5\pi}{3b-3}\right) (b-1) \right] & \left| \frac{1+b}{2} < z \leq \frac{7+b}{8} \right. \\ \frac{1}{a(b)(b-1)^2} \left[64\pi^3 \cos\left(\frac{4\pi - 4\pi z}{b-1}\right) \right] & \left| \frac{7+b}{8} < z \leq 1 \right. \end{cases}
 \end{aligned}
 \tag{4.27}$$

$$\begin{aligned}
 & f'(z, b) \cdot f''(z, b) \\
 = & \begin{cases} \frac{1}{a(b)^2(b-1)} \left[128\pi^3 \sin^2\left(\frac{2\pi z}{b-1}\right) \sin\left(\frac{4\pi z}{b-1}\right) \right] & \left| 0 \leq z < \frac{1-b}{8} \right. \\ \frac{1}{a(b)^2(b-1)} \left[\begin{array}{l} -64\pi^3 \sin\left(\frac{4\pi z - \pi b + \pi}{3b-3}\right) \dots \\ \dots \cdot \left(3 \cos\left(\frac{4\pi z - \pi b + \pi}{3b-3}\right) - 1 \right) \end{array} \right] & \left| \frac{1-b}{8} \leq z < \frac{1-b}{2} \right. \\ 0 & \left| \frac{1-b}{2} \leq z \leq \frac{1+b}{2} \right. \\ \frac{1}{a(b)^2(b-1)} \left[\begin{array}{l} 64\pi^3 \sin\left(\frac{4\pi z + \pi b - 5\pi}{3b-3}\right) \dots \\ \dots \cdot \left(6 \sin^2\left(\frac{4\pi z + \pi b - 5\pi}{2(3b-3)}\right) - 2 \right) \end{array} \right] & \left| \frac{1+b}{2} < z \leq \frac{7+b}{8} \right. \\ \frac{1}{a(b)^2(b-1)} \left[128\pi^3 \sin^2\left(\frac{2\pi - 2\pi z}{b-1}\right) \sin\left(\frac{4\pi z - 4\pi}{b-1}\right) \right] & \left| \frac{7+b}{8} < z \leq 1 \right. \end{cases}
 \end{aligned}
 \tag{4.28}$$

Zur Ermittlung der kinematischen Kennwerte werden die ersten drei Ableitungen und das Produkt aus erster und zweiter Ableitung benötigt. Diese ergeben sich aus Gleichung (4.25) bis (4.28).

Vorwiegend werden jedoch nur drei Kombinationen der Modifizierten Sinuslinie verwendet:

- MS 00 - Modifizierte Sinuslinie
- MS 30 - Modifizierte Sinuslinie mit 30% konstanter Geschwindigkeit
- MS 50 - Modifizierte Sinuslinie mit 50% konstanter Geschwindigkeit

Die Verwendung eines Bereichs konstanter Geschwindigkeit führt zu einer deutlichen Beeinflussung der kinematischen Kennwerte (4.14) bis (4.18). Vergleicht man nur die Bewegungsgesetze mit den genannten Abschnitten konstanter Geschwindigkeit, so zeigen sich doch signifikante Unterschiede in den Eigenschaften. Abbildung 4.4 zeigt die Funktionsverläufe der Modifizierten Sinuslinie nach (4.25) bis (4.28) mit unterschiedlichen konstanten Geschwindigkeitsanteilen und Tabelle 3 die entsprechenden Kennwerte zum Vergleich.

Es wird deutlich, dass mit Erhöhung des Anteils konstanter Geschwindigkeit die maximale Geschwindigkeit sinkt und das Maximum der Beschleunigung ansteigt. Aufgrund des Knicks in der Übertragungsfunktion 2. Ordnung kommt es bei den Funktionen mit Bereichen konstanter Geschwindigkeit zu einem endlichen Sprung in der Ruckfunktion, also einem unstetigen Verlauf.

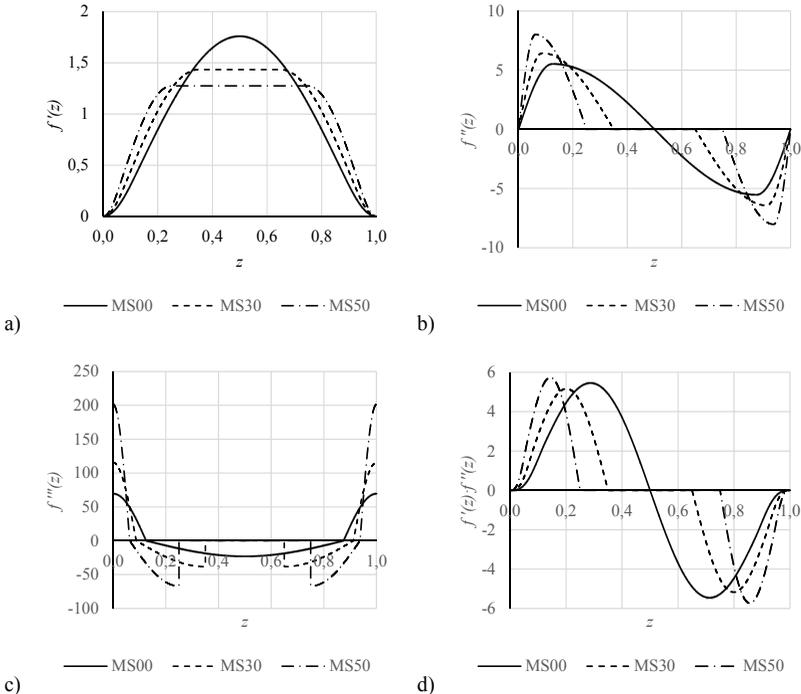


Abbildung 4.4: Funktionsverläufe der Modifizierten Sinuslinie mit 0%, 30% und 50% konstanter Geschwindigkeit

a) normiertes Übertragungsfunktion 1. Ordnung

b) normiertes Übertragungsfunktion 2. Ordnung

c) normiertes Übertragungsfunktion 3. Ordnung

d) Produkt aus normierter Übertragungsfunktion 1. und 2. Ordnung

Identifiziert man aus (4.25) bis (4.28) die Bereiche, in welchen jeweils die Maximalwerte auftreten, so lassen sich einfache analytische Gleichungen in Abhängigkeit von der Größe des Bereichs konstanter Geschwindigkeit zu deren Ermittlung aufstellen. Die Kennwerte der Modifizierten Sinuslinie ergeben sich folglich aus:

$$C_{vMS}(b) = \frac{4\pi}{\pi - 4b + 3\pi b + 4} \quad (4.29)$$

$$C_{aMS}(b) = \frac{4\pi^2}{(b-1)(\pi - 4b + 3\pi b + 4)} \quad (4.30)$$

$$C_{jMS}(b) = \begin{cases} \frac{64\pi^3}{4(b-1)^2(\pi - 4b + 3\pi b + 4)} & | z = 0 \\ \frac{16\pi^3}{3(b-1)^2(\pi - 4b + 3\pi b + 4)} & | z = \frac{1-b}{2} \end{cases} \quad (4.31)$$

$$C_{MdynMS}(b) = -\frac{\pi^3(\sqrt{73} + 3)\sqrt{\frac{\sqrt{73} + 35}{72}}}{(b-1)(\pi - 4b + 3\pi b + 4)^2} \quad (4.32)$$

Aus Tabelle 3 und Abbildung 4.4 d) ist abzulesen, dass der dynamische Momentenkennwert C_{Mdyn} bei $b = 0,3$ den kleinsten der drei Vergleichswerte annimmt. Diese Tatsache lässt darauf schließen, dass ein lokales Minimum der Funktion (4.32) im Intervall $[0|0,5]$ existiert. Die analytische Berechnung des lokalen Minimierers ergibt:

$$b_{min} = \frac{5\pi - 12}{9\pi - 12} = 22,78\% \quad (4.33)$$

Der zugehörige Extremwert und somit der dynamische Momentenkennwert ergibt sich aus:

$$C_{MdynMS}(b_{min}) = \frac{27(3\pi - 4)(\sqrt{73} + 3)\sqrt{\frac{\sqrt{73} + 35}{72}}}{256} = 5,136 \quad (4.34)$$

Unter Verwendung dieses „momentenoptimalen“ Anteils konstanter Geschwindigkeit von $b = 0,228$ ergeben sich folglich auch Änderungen der anderen genannten Kennwerte nach (4.29) bis (4.31) zu:

$$C_{v_{MS22,8}} = 1,5 \quad (4.35)$$

$$C_{a_{MS22,8}} = 6,1 \quad (4.36)$$

$$C_{j_{MS22,8}} = 99,32 / (-)33,11 \quad (4.37)$$

Vergleicht man die sich ergebenden kinematischen Kennwerte mit denen anderer Rast-in-Rast Bewegungsgesetze aus [Vol89] und [VDI2143-1] so zeigt sich, dass nur die „Momentenoptimale geneigte Sinuslinie“ unter den aufgeführten stoß- und ruckfreien Bewegungsgesetzen einen besseren C_v -Wert von 1,42 und einen besseren $C_{M_{dyn}}$ von 4,19 bei jedoch deutlich schlechterem C_a - und C_j -Kennwert besitzt.

Das tatsächliche wirtschaftliche Potential einer solch verhältnismäßig einfachen Modifikation eines gängigen Bewegungsgesetzes hängt offensichtlich vom jeweiligen Einsatzfall ab. Welche Auswirkungen ein reduzierter C_v - und $C_{M_{dyn}}$ -Kennwert beispielsweise für den Einsatz bei Servoantrieben hat, wurde in [Ber08] ausführlich diskutiert. So ermöglicht eine solche Änderung ggf. den Einsatz von Antrieben kleinerer Baureihen oder die Erhöhung der Prozessgeschwindigkeit bzw. der Prozesskräfte. Beide Varianten bedeuten dabei einen wirtschaftlichen Gewinn.

Der Einsatz der „Momentenoptimalen Sinoide“ für Kurvenschrittgetriebe ist abhängig von den konstanten Massenkräften am Abtrieb. Bei geringem reduzierten Massenträgheitsmoment und somit geringen Gelenkkräften kann die Verwendung dieses neuen Bewegungsgesetzes auch zum Einsatz kleinerer Antriebe führen bzw. zu einer Erhöhung der Antriebswinkelgeschwindigkeit.

Generell wird jedoch die Empfehlung ausgesprochen, die bisher verwendete MS30 durch die „Momentenoptimalen Sinoide“ (MS 22,8) zu ersetzen.

4.4.2 Stückweise Beschreibung einer Rast-in-Rast Bewegung

Eine gezielte Beeinflussung der kinematischen Kennwerte, wie sie durch die Einführung von Anteilen konstanter Geschwindigkeit in trigonometrischen Bewegungsgesetzen möglich ist, kann auch durch den Einsatz von stückweise definierten Polynomfunktionen erfolgen. Die Vorgabe von optimalen Randwerten an den derivativen Abschnittsgrenzen liefert eine für den Anwendungsfall günstige Übertragungsfunktion. Die Voraussetzung dafür ist jedoch ein tiefgreifendes Verständnis für die mathematischen Zusammenhänge und das „Verhalten“ der Funktionen, speziell bei der Verwendung hochgradiger Polynome, da diese zum Überschwingen neigen. Einen Ansatz zur Entwicklung monotoner Polynome in vorgegebenen Abschnittsgrenzen zur Vermeidung des kinematischen Schwingens zeigt [Alp14].

Beispiele für diese Art der optimierten Gestaltung von Schrittbewegungen finden sich unter anderem in [Kit11a]. Durch eine Unterteilung der normierten Schrittbewegung in mindestens drei Abschnitte und die Forderung nach Stetigkeit bis zur 2. Ableitung ermöglicht die gezielte Verwendung von Polynomen 4. Grades oder die Kombination von Polynomen 2. bis 4. Grades eine Gestaltung von $f'''(z)$ in der Art, dass zwei Maxima und ein zumindest zentrales Minima auftreten. Diese Vorgehensweise gestattet laut [Kit11a] eine deutliche Reduzierung der Antriebsenergie. Genaue Angaben zu den einzelnen Kennwerten sind nicht aufgeführt, jedoch zeigen die Grafiken in [Kit11a] speziell beim dynamischen Momentenkennwert Beträge < 4 . Vergleicht man diese Werte mit den Angaben aus [VDI2143-1] und [Vol89], so lässt sich das Potential solcher Optimierungen erkennen. Im Gegenzug muss jedoch auch beachtet werden, dass ein solch extremer Gewinn bei der Energieeinsparung immer zu Lasten anderer Kennwerte, beispielsweise dem Ruckkennwert, geht. Das resultierende Schwingungsverhalten der Maschine kann sich dadurch entscheidend beeinflusst werden.

Eine weitere Herangehensweise an die Problematik des Designs von Schrittbewegungen zeigt [Kit11b]. Hier wird nicht gezielt auf die Gestaltung der 3. Ableitung sondern der 2. Ableitung der Übertragungsfunktion fokussiert. Unter

Verwendung von Polynomen 8. Grades werden Ein- und Auslaufbereiche beschrieben, welche eine „sanfte“ Beschleunigung bzw. Verzögerung ermöglichen und stetige Übergänge zu anderen Abschnitten auch in höheren Ableitungen der Polynome, z. B. der Ruckfunktion, aufweisen. Der mittlere Bereich der Bewegung, welcher direkt an die Einlaufphase anschließt, soll durch ein Polynom 5. Grades definiert sein. Die Ableitung dieser Teilbeschleunigung weist einen parabelförmigen Verlauf auf, um die Energieeffizienz der Bewegung zu verbessern.

In einer weiteren Offenlegungsschrift [Kit11c] beschäftigt man sich mit der gezielten Dämpfung bzw. Eliminierung von unerwünschten mechanischen Schwingungen im Bewegungssystem, um unruhige Bewegungsabläufe zu mindern und die Positioniergenauigkeit zu verbessern. Dies wird realisiert, indem der eigentlichen Hauptbewegung zwischen den zwei Raststellungen eine kurze Beschleunigungsphase mit mindestens drei Extrema sowohl vor- als auch nachgeschaltet wird. Somit wird eine Oszillation des Werkstücks um die Rastlage angeregt, welche die Schwingungen im Gesamtsystem dämpfen soll. Als Empfehlung für die erzeugte Amplitude des Werkstücks wird in [Kit11c] ein Wert von 0,02 % der Gesamtbewegung angegeben.

Zur Umsetzung dieses Verfahrens wird ein Servo-Antriebssystem empfohlen, welches mit einfacher Programmierung die beschriebenen Abschnitte realisieren kann. Auch der Einsatz hybrider Systeme, also eine Kombination aus mechanischen Schritgetrieben mit vorgeschaltetem geregelter Antrieb ist denkbar. Die Haupttransportbewegung kann dann durch das Schritgetriebe erzeugt werden und die vor- und nachgeschalteten Beschleunigungsphasen zur Anregung der Oszillation durch ein, der konstanten Antriebsbewegung überlagertes Bewegungsprofil. Eine reinmechanische Lösung zur Erzeugung solch kleiner Bewegungsamplituden erscheint unter den Gesichtspunkten wie Spiel und Reibung sehr aufwendig und kostenintensiv.

Eine große Herausforderung bei der Auslegung des Bewegungsverhaltens nach [Kit11c] liegt in der Ermittlung des Systemverhaltens. Ohne genaue Kenntnis über die Eigenfrequenz der Maschine unter realen Prozessbedingungen und den

tatsächlich auftretenden Schwingungen lassen sich keine geeigneten Dämpfungsparameter ermitteln.

Eine solche „Stückelung von Funktionsabschnitten“ wird auch in [Bra06] und [Ber08] propagiert. Besonders die Kombination dieses methodischen Ansatzes mit der gezielten Ausschöpfung von – de facto fast immer zulässigen – Toleranzen bei den Bewegungsvorgaben erweitert die Optimierungsmöglichkeiten in einem hohen Maße.

4.4.3 Freie Bewegungsgestaltung durch Polynominterpolation

Wie bereits in Abschnitt 4.1 beschrieben, fordert eine stoß- und ruckfreie Rast-in-Rast-Bewegung die Erfüllung von Randbedingungen in der Art, dass die Funktionswerte der 1. und 2. Ordnung der normierten Übertragungsfunktion zu Null werden. Die einfachste polynomiale Funktion zur vollständigen Lösung dieser Vorgaben ist das „3-4-5-Polynom“ (normiertes Polynom 5. Grades). Wie jedoch Abschnitt 4.4.2 zeigt, bietet eine abschnittsweise Beschreibung bzw. Lösung dieser Bewegungsaufgabe mit Polynomen ggf. unterschiedlichen Grades weitere Optimierungsmöglichkeiten.

Einen anderen Ansatz dazu bietet die „*optimale Polynominterpolation*“ nach Schönherr [Sch90]. Die ursprüngliche Intention dieser Methode, ausführlich erklärt in [Doe97] und [Doe98], basiert auf nur teilweise fest definierten Bewegungsvorgaben, s. g. Bewegungspunkten oder Bewegungsabschnitten. Zur optimalen Erfüllung dieser Bewegungsanforderungen werden die Abschnitte zwischen diesen Punkten mit Polynomen beschrieben und zwar so, dass freie, nicht vorgegebene Randwerte zur Optimierung genutzt werden können. Hierbei bieten sich Polynome höheren Grades besonders an, da sich die Eigenschaften der Übertragungsfunktion sehr einfach durch die gezielte Vorgabe der Randwerte beeinflussen lassen und mit steigendem Polynomgrad auch höhere Ableitungen berücksichtigt werden [Ber09b].

Der Berechnungsalgorithmus zur Synthese dieser allgemeinen, teilweise unvollständig formulierten (unscharfen) Bewegungsaufgaben basiert auf dem Einsatz von ungeradzahligem Polynomen des global definierten Grades $2M + 1$, die sich mit dem normierten Parameter $z = (x - x_n)/X_n$ folgendermaßen darstellen lassen:

$$f_n(z) = y(x) - y_n = \sum_{i=0}^{2M+1} a_{ni} z^i, \quad 0 \leq z \leq 1 \quad (4.38)$$

Die ersten m Ableitungen von $f_n(z)$ am Anfang und Ende des Bewegungsintervalls, die für die Bewertung der Glattheitseigenschaften der Übertragungsfunktion $y(x)$ entscheidend sind, lauten:

$$f_n^{(m)}(0) = m! a_{nm} \quad (4.39)$$

$$f_n^{(m)}(1) = \sum_{l=m}^{2M+1} \frac{l!}{(l-m)!} a_{nl}, \quad m = 0, 1, \dots, M \quad (4.40)$$

Durch algebraische Umformungen und unter Verwendung kombinatorischer Identitäten gelingt es, das System der Gleichungen (4.39) und (4.40) nach den Koeffizienten des Bewegungsgesetzes aufzulösen. [Sch96]

Sind die Randwerte $f_n^{(l)}(0)$ und $f_n^{(l)}(1)$ nicht durch die Bewegungsaufgabe definiert, können sie so gewählt werden, dass der Verlauf der Übertragungsfunktion gezielt beeinflusst wird. Insbesondere können fehlende Randwerte nach dem Zielfunktional

$$I_K = \int_0^x \left(\frac{d^k y}{dx^k} \right)^2 dx \rightarrow \min \quad (4.41)$$

ermittelt werden, das die Minimierung des quadratischen Mittels der k -ten Ableitung der Übertragungsfunktion $y(x)$ bewirkt. Die Lösung dieser Minimierungsaufgabe erfordert die Bestimmung der unbekanntenen Randwerte durch Lösen eines linearen Gleichungssystems [Sch96]. Hervorzuheben ist, dass die in Gleichung (4.41)

beschriebene Minimierung zu einer Herabsetzung des global definierten Polynomgrades führt, und zwar in der Weise, dass das berechnete Polynom höchstens den Grad $2K - 1$ besitzt, wenn für $y(x)$ nur Festwerte bis zur $(K - 1)$ -ten Ableitung vorgegeben sind, und gefordert wird, dass $y(x)$ $(K - 1)$ -mal stetig differenzierbar ist. [Doe97]

Die Verwendung eines globalen Polynomgrades von beispielsweise $K = 7$ ermöglicht somit die Vorgabe der Randwerte bis zur 3. Ableitung und liefert eine bis zu dieser Ordnung stetige Funktion. Das Zielfunktional ermöglicht in dem Fall eine Glättung der 1. oder 2. Ableitung.

Die Anwendung dieses Verfahrens wird in [Hei10] am Beispiel der Optimierung einer Schrittbewegung gezeigt. Durch die Einführungen von nur fünf weiteren Stützstellen und der geschickten, interaktiven Variation dieser Punkte, konnten die Eigenschaften unter Verwendungen eines globalen Polynomgrades von 7 und der gezielten Glättung der 2. Ableitung nach (4.41) entscheidend verbessert werden.

4.4.4 HS-Approximation

Der Begriff „HS“-Profil (oder „HS“-Lagefunktion) wurde im Jahre 1984 im Zuge der Entwicklung von Kurvenscheiben für Kettenwirkmaschinen in den deutschen Sprachgebrauch übernommen und kann als „Harmonische Synthese“ oder „High Speed“ interpretiert werden [Dre06]. Lösungsansätze zu dieser Art von Bewegungsbeschreibung wurden jedoch bereits Mitte der 70er Jahre formuliert, vgl. [Van77]. Der Grundgedanke dabei ist die Approximation einer vorgegebenen Bewegung durch eine harmonische Funktion (endliche Fourier-Reihe) über eine vollständige Bewegungsperiode [Sch99].

Die Übertragungsfunktion 0. Ordnung (Lagefunktion) wird bei langsam laufenden Kurvengetrieben stets im Rahmen der Fertigungsgenauigkeit exakt eingehalten. Da reale Systeme jedoch Elastizitäten und Spiel aufweisen, kommt es besonders bei schnell laufenden Kurvengetrieben infolge periodischer Erregung zu Resonanzzuständen, welche zu unerwünschten Schwingungen und somit zu

Abweichungen von der Soll-Übertragungsfunktion führen. Dies gilt es, durch die Wahl bzw. Synthese einer günstigen kinematischen Übertragungsfunktion zu vermeiden. [Dre89] [Dre06] [Dre12]

Die allgemeine Form einer solchen periodischen Übertragungsfunktion lautet:

$$\psi(\varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos k\varphi + b_k \sin k\varphi) \quad (4.42)$$

Mit theoretisch unendlich vielen Summanden ($k \rightarrow \infty$) ließe sich jede beliebige Bewegungsvorgabe erfüllen, sogar exakte Rasten. Da die Fourierkoeffizienten höherer Ordnung mit zunehmenden k meist immer kleiner werden, sind die Koeffizienten der Ordnungen, welche in der Fertigungstoleranz der Kurvengetriebe liegen, prinzipiell vernachlässigbar. Zur Vermeidung von Resonanzen ist es technologisch sinnvoll, die kritische Ordnungszahl K^* unter Verwendung der Eigenfrequenz f_{eigen} und der Antriebsdrehzahl n_{21} [min^{-1}] des Mechanismus zu bestimmen.

$$K^* = \frac{60 \cdot f_{eigen}}{n_{21}} = \frac{1}{\eta} \quad (4.43)$$

Die meisten Mechanismen arbeiten in einem Bereich des Abstimmungsverhältnisses von $0,03 < \eta < 0,3$, also in einem Bereich der Resonanzordnungen $k = 3 \dots 30$. [Dre06] Schwingungen lassen sich also vermeiden, in dem nur eine endliche Anzahl $K < K^*$ von relevanten Harmonischen verwendet wird.

Die Approximation einer Schrittbewegung mittels (4.42) erfordert einen speziellen Lösungsansatz, da es sich hier um eine periodisch fortlaufende Bewegung handelt. Dazu wird die Übertragungsfunktion 0. Ordnung als Überlagerung einer gleichförmigen mit einer periodischen Funktion interpretiert, wodurch nur die Fourierkoeffizienten des periodischen Anteils bestimmt werden müssen. Bei symmetrischer Verschiebung des Schritt- und Rastbereichs entsteht eine antimetrische Funktion, wodurch die Kosinus-Anteile entfallen.

Die Koeffizienten lassen sich dann aus den Fourierschen Formeln für $\psi''(\varphi)$ nach folgender Gleichung ermitteln:

$$b_k = -\frac{1}{\pi k^2} \int_0^{2\pi} \psi''(\varphi) \cdot \sin(k\varphi) \quad (4.44)$$

Die resultierende Übertragungsfunktion ψ^* ergibt sich anschließend aus dem bereits erwähnten gleichförmigen und dem periodischen Anteil als:

$$\psi^*(\varphi) = \frac{\psi_S}{2\pi} \varphi + \sum_{k=1}^K b_k \cdot \sin(k\varphi) \quad (4.45)$$

Um harmonische Anteile, welche mit einer Eigenfrequenz der Maschine in Resonanz geraten, zu vermeiden, kann anhand des Abstimmungsverhältnis η eine sinnvolle Anzahl der Koeffizienten nach (4.43) festgelegt werden, auch als „Abschneide“-Verfahren bezeichnet. Dabei muss die Erregerkreisfrequenz der höchsten Harmonischen kleiner sein als die Eigenkreisfrequenz des schwingungsfähigen Getriebes. [Lue94]

Die Lösung der Bewegungsgleichung des Ein-Massen-Schwingers – angenommen als vereinfachtes Modell – ergibt die reale Bewegungsfunktion am Abtrieb, mit deren Hilfe beurteilt werden kann, ob die Bewegung des Abtriebs alle Toleranzforderungen einhält.

Die gezielte Synthese von HS-Profilen erfolgt nach [Lue95]. Durch die Vorgabe von Toleranzgrenzen für die Übertragungsfunktion 0. bis 2. Ordnung in gewissen Antriebswinkelbereichen erhält man ein System von Ungleichungen, welches durch Algorithmen zur linearen Optimierung gelöst, und so die Fourierkoeffizienten bestimmt werden. Dies ermöglicht die Berücksichtigung zulässiger Toleranzen in den technologischen Forderungen. [Dre06] Die softwaretechnische Umsetzung dieses Verfahrens zeigt das Programm *mHSL 1.1* [Kal12].

„Denken Sie nicht lange darüber nach, mit welcher Übertragungsfunktion Sie einen Rast-in-Rast-Übergang optimieren, sondern denken Sie lieber darüber nach, ob Sie überhaupt eine exakte Rast brauchen!“ [Bra06]

Wenn auch etwas aus dem Kontext der ursprünglichen Quelle herausgelöst, so beschreibt das Zitat von *Braune* doch sehr genau, wann HS-Bewegungsprofile eingesetzt werden können, nämlich genau dann, wenn Randbedingungen nicht mehr exakt sondern nur in gewissen Grenzen eingehalten werden müssen.

5 Ebene Kurvenschrittgetriebe

5.1 Bauformen

Bereits die Systematisierung in Abschnitt 3.1.2 und die dort erwähnten Literaturstellen lassen erkennen, dass eine ungemein hohe Anzahl verschiedener Bauformen für ebene und räumliche kurvengesteuerte Schrittgetriebe existieren. Ein Großteil dieser Mechanismen kann durchaus als Sonderlösung betrachtet werden, da sie im industriellen Umfeld keinen Einsatz finden.

Betrachtet man die ebenen Schrittgetriebe mit mindestens zwei komplementären Kurvenscheiben, so können diese nach [Gou88] bezüglich der Anordnung des Antriebsgliedes gegenüber dem Abtriebsglied in drei verschiedene Unterbauformen gegliedert werden.

1. Ebenes Kurvenschrittgetriebe mit außenliegender Kurvenscheibe (*eKSGa*)
(siehe Abbildung 5.1a)
2. Ebenes Kurvenschrittgetriebe mit innenliegender Kurvenscheibe (*eKSGi*)
(siehe Abbildung 5.1b)
3. Ebenes Kurvenschrittgetriebe mit translatorischem Abtrieb
(siehe Abbildung 5.1c)

Jede dieser Bauformen gehört zu den dreigliedrigen Getrieben. Sie besitzen einen gestellfesten Steg sowie ein An- und ein Abtriebsglied, welches jeweils im Steg drehbar gelagert ist. Das Abtriebsglied ist – bei rotatorischer Abtriebsbewegung – als eine ebene, kreis- oder ringförmige Scheibe ausgeführt, an deren Umfang rollenförmige Getriebeorgane (Kurven- oder Stützrollen) in einem gleichverteilten oder variablen Abstand (vgl. dazu [Nis98]) angeordnet sind. Zusätzlich verteilen sich die Rollen auf den verschiedenen Ebenen des Rollensterns, deren Anzahl den unterschiedlichen Kurvenscheiben entspricht. Das Antriebsglied, meist ausgeführt als zwei fest miteinander verbundene ebene Kurvenkörper (Kurvenscheiben), hat dabei abwechselnd durch mehrerer Arbeitskurven (AK) Kontakt mit den am Rollenstern

angeordneten Rollen und beeinflusst somit die Bewegung des Abtriebsgliedes. Auch existieren Ausführungsvarianten mit mehr als zwei Kurvenscheiben, wie [Mak78] zeigt.

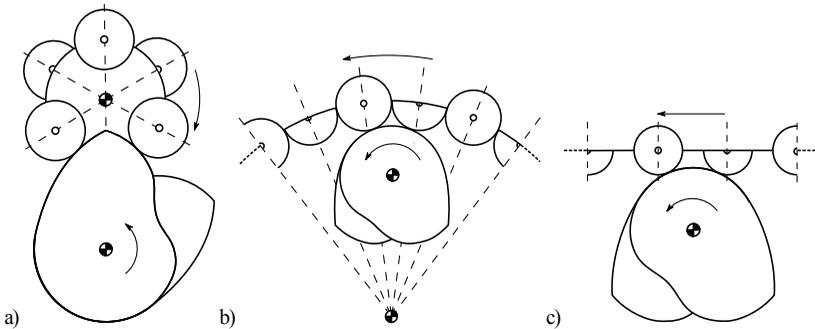


Abbildung 5.1: Bauformen eines ebenen, kurvengesteuerten Schrittgetriebes mit
 a) außenliegender Kurvenscheibe (eKSGa)
 b) innenliegender Kurvenscheibe (eKSGi)
 c) translatorischem Abtrieb (eKSGt)

Im Fall von nur einer Kurvenscheibenebene und nur einer Ebene von Rollen am Abtriebsglied spricht man allgemein von einer Triebstockverzahnung als Sonderfall der Zykloidenverzahnung. [Hab13] Diese eignet sich in der bekannten Form jedoch nicht zur Erzeugung von Schrittbewegungen und wird heute meist nur noch in Verbindung mit gleichmäßig übersetzenden Kettentrieben mit tangentialer Berührung von Kettenrad und Kettenglied eingesetzt. [Wip12]

Die Kurvenkörperflanken ebener Schrittgetriebe nehmen die aus den Trägheitswirkungen und dem technologischen Prozess resultierenden Kräfte auf. Somit folgt die Richtung des zu überwindenden Abtriebsmoments bei reiner Trägheitsbelastung der vorzeichenbehafteten Übertragungsfunktion 2. Ordnung. [Vol89] Der Zwanglauf wird durch Formpaarung gesichert, indem mindestens zwei der vorhandenen Kurvenscheiben mit mindestens einer Rolle am Abtriebsglied in Kontakt stehen. Dies ermöglicht auch die Stillstandsicherung in der Rastphase. Neben

den eigentlichen Rollenebenen können auch zusätzliche Formpaarungselemente in Anlehnung an die Malteserschrittgetriebe den Stillstand sichern. Ein Beispiel dafür zeigt [Yam03].

Für die Ausbildung der beschriebenen Bauformen nach Abbildung 5.1 a) und b) ist nur das Verhältnis zwischen dem Radius des Rollensterns und dem Abstand der drehgelenkigen Verbindungen von An- und Abtriebsglied mit dem Gestell entscheidend. Dieses Abmessungsverhältnis soll fortführend mit v_a bezeichnet werden.

Die Abbildung 5.1 zeigt prinzipielle Darstellungen der drei gängigen Bauformen ebener Kurvenschrittgetriebe, wobei Abbildung 5.1c einen Sonderfall darstellt und im Rahmen dieser Arbeit nicht näher untersucht wird. Dabei ist zu erkennen, dass die Drehrichtung am Abtrieb von der Lage des Antriebsgliedes zum Abtriebsglied abhängt. Somit ist das Verhältnis der Geschwindigkeiten am An- und Abtrieb für eKSGa negativ und für eKSGi positiv definiert.

Ein weiteres Unterscheidungsmerkmal dieser Bauformen ist laut [Gou88] die Anzahl der realisierbaren Schaltstellungen am Abtrieb, also der Schrittwinkel bzw. die Schrittweite. Es ergeben sich nach [Gou88] die Zusammenhänge nach Tabelle 5.1.

Tabelle 5.1: Bauformen nach Abbildung 5.1 mit realisierbaren Schaltstellungen nach [Gou88]

Nr.	Kurzbezeichnung	Abmessungsverhältnis v_a	Stationszahl n_{st}
1	eKSGa	$v_a < 1$	$n_{st} = 1 \dots 8$
2	eKSGi	$v_a > 1$	$n_{st} = 8 \dots \infty$

Die Realisierung einer höheren Stationszahl und somit von kleineren Schaltwinkeln ist theoretisch mit einem nachgeschalteten Übersetzungsgetriebe möglich. Eine Untersetzung sollte vermieden werden, da das reduzierte Massenträgheitsmoment am Abtrieb des Schrittgetriebes entsprechend dem quadratischen Reziproken der Übersetzung ansteigt und somit die Belastungen im Schrittgetriebe extrem zunehmen.

Wie aus den Anlagen zur Arbeit hervorgeht, benötigen Schrittgetriebe mit einer großen Stationszahl bezogen auf einen definierten Schaltwinkel am wenigsten Bauraum. Ein nachgeschaltetes, linear übersetzendes Getriebe macht somit nur für die Erzeugung noch kleinerer Schrittwinkel Sinn, welche standardmäßig nicht mehr realisierbar sind. Dabei ist wiederum zu beachten, dass durch solche Maßnahmen die Positioniergenauigkeit am Abtrieb sinkt, da auch Übersetzungsgetriebe stets spielbehaftet sind.

5.2 Berechnungsgrundlagen

Die Berechnung von Kurven- und Kurvenschrittgetrieben ist im Grunde identisch. Mit Hilfe der *kinematischen Umkehr* [Vol95] kann bei gegebener Übertragungsfunktion und bekannten Hauptabmessungen mit wenig mathematischem Aufwand die Kurvenkontur ermittelt werden. Auch die Bestimmung kinetostatischer Kenngrößen zur späteren Dimensionierung von Getriebegliedern und -organen erfolgt für beide Getriebetypen nach dem gleichen Prinzip. Für die gängigen Bauformen sind die Berechnungsformeln bekannt und in einschlägiger Literatur wie [Vol89] und [Ker07] nachzuschlagen.

Aufgrund der technischen Relevanz von fortlaufenden Schrittbewegungen werden nachfolgend die Berechnungsgrundlagen für ebene Kurvenschrittgetriebe mit außenliegendem Antriebsglied nochmals in normierter Form beschrieben. Die Bauform *eKSGi* lässt sich analog berechnen, wobei die Übertragungsfunktion entsprechend der Drehrichtung definiert sein muss. Eine Ableitung der Beziehungen für die Bauform *eKSGt* wie in [Mak86] ist möglich, wird aber an dieser Stelle nicht

weiter verfolgt, da diese speziell für eine translatorische Abtriebsbewegung konzipiert und nur mit erhöhtem technischen Aufwand ohne Rückbewegung zu realisieren ist.

5.2.1 Zusätzliche Begriffsbestimmungen

Trotz der Verwendung der im Folgenden aufgeführten Terminologien im industriellen Umfeld, finden sich speziell im wissenschaftlichen Umfeld kaum äquivalente Definitionen. Da diese aber für nachfolgende Berechnungsgrundlagen der ebenen Schrittgetriebe entscheidend sind, soll an dieser Stelle nochmals die genaue Bedeutung beschrieben werden.

Ebenenanzahl E :

Die Ebenenanzahl E bezeichnet in einem Schrittgetriebe zum einen die Anzahl der Kurvenscheiben am Antriebsglied und zum anderen die äquivalente Anzahl der Rollenebenen am Abtriebsglied.

Zur Realisierung von Schrittbewegungen wird für E gefordert:

$$E = \{x | x \geq 2 \text{ und } x \in \mathbb{N}\} \quad (5.1)$$

Gängigkeit G :

Die Gängigkeit G eines ebenen Kurvenschrittgetriebes steht im direkten Zusammenhang mit der Anzahl der Eingriffsorgane am Abtriebsglied und der äquivalenten Anzahl an Kurvenkonturen n_K , welche an der Bewegungsübertragung eines Schrittes beteiligt sind. Dabei gilt folgender Zusammenhang:

$$G = \frac{n_K}{E} - 1 \text{ mit } G = \{x | x \in \mathbb{N}\} \quad (5.2)$$

Es wird eine Mindestanzahl von $n_K = 4$ Arbeitskurven gefordert.

Weiterhin definiert die Gängigkeit G die Anzahl der Schnittpunkte n_{SP} der Arbeitskurven pro Kurvenscheibenebene, durch welche sich zusammen mit dem Rastkreis die vollständige geschlossene Kurvenscheibenkontur beschreiben lässt.

$$n_{SP} = E \cdot G \quad (5.3)$$

Schrittzahl S :

Schrittzahl S – im industriellen Umfeld wird auch der Begriff *Teilung* verwendet – bezeichnet die Anzahl der Schritte am Abtrieb während einer Periode von 2π am Antrieb.

$$S = \{x | x \in \mathbb{N}\} \quad (5.4)$$

Nach Abbildung 4.2 sind natürlich auch verschiedenste Kombinationen von Schritt-, Schalt- und Rastwinkel innerhalb der Antriebsperiode denkbar.

Ergänzend ist zu erwähnen, dass die beschriebenen technischen Ausführungen bzgl. *Schrittzahl* und *Gängigkeit* nicht nur bei ebenen Schrittgetrieben Anwendung finden. Auch räumliche Schrittgetriebe, wie Zylinder- oder Globoidkurvenschrittgetriebe, können mehrere Schaltungen pro Periode erzeugen. Der Begriff *Gängigkeit* lässt sich sogar auf die räumlichen Bauformen zurückführen, da die Nuten in räumlichen Kurvenkörper auch als *Gang* bezeichnet werden. Sind mehrere Gänge bzw. Nutkurven an der Bewegungsübertragung beteiligt, so spricht man von *erhöhter Gängigkeit*.

Auch die Kombination von Schrittzahlen > 1 mit unterschiedlichen Gängigkeiten G ist möglich. Für einen speziellen Anwendungsfall zeigt [Hei09b] ein Beispiel eines räumlichen Zylinderkurvengetriebes mit zwei Schaltungen unterschiedlicher Gängigkeit.

5.2.2 Normierte Hauptabmessungen

Zu den Hauptabmessungen ebener Schrittgetriebe zählen

- der Achsabstand $a = \overline{A_0B_0}$,
- der Radius des Rollensterns $l = \overline{B_0B}$ (auch als Hebellänge bezeichnet) und
- der Grundwinkel ψ_G .

Da im Gegensatz zu Kurvengetrieben mit rückkehrender Übertragungsfunktion mindestens vier Rollen – entsprechend der Anzahl der Arbeitskurven – an der Bewegungsübertragung beteiligt sind, ist jeder der Eingriffsrollen auch ein entsprechender Grundwinkel zuzuordnen. Diese Zuordnung wird durch den hochgestellten Index (k) kenntlich gemacht.

Bei Kurvenschrittgetrieben des Typs $eKSGa$ und $eKSGi$ besteht zwischen der Gesamtanzahl der Rollen am Rollenstern n_r , dem Schrittwinkel ψ_S , der Gängigkeit G und der Anzahl der Ebenen E die Beziehung:

$$n_r \cdot \psi_S = E \cdot G \cdot 2\pi$$

Geht man von einer Gleichverteilung der Rollen am Umfang und auf den Ebenen aus, so kann für jede der n_K Arbeitskurven der jeweilige Grundwinkel $\psi_G^{(k)}$ wie folgt ermittelt werden:

$$\psi_G^{(k)} = \pi + (2k + E - 1) \cdot \frac{\psi_S}{2EG} \text{ mit } k = 1, 2, \dots, n_K$$

Die Gleichung (5.6) liefert für jeweils zwei Ebenen spiegelbildlich kongruente Kurvenkörper bei einer geraden Anzahl an Ebenen. Nach [Nis98] ist eine Gleichverteilung der Rollen nur bzgl. jeder einzelnen Ebene notwendig. Theoretisch besteht die Möglichkeit einer Verdrehung der Ebenen zueinander, um veränderte Kurvenkörper und somit andere Eigenschaften zu erzeugen. Ergebnisse dazu werden leider nicht aufgezeigt. Laut [Vol89] führt eine Veränderung der Grundwinkel zu

unterschiedlich ausgeformten Kurvenkörpern und ermöglicht die Beeinflussung der Kraftgrößen in bestimmten Bewegungsbereichen.

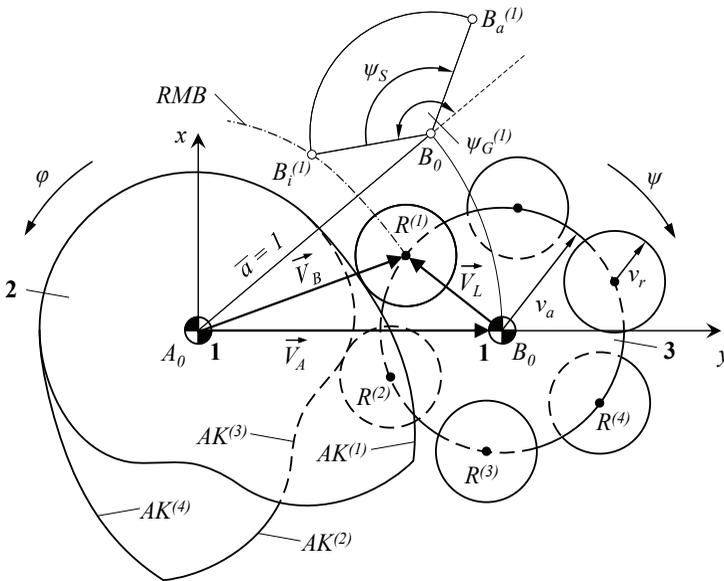


Abbildung 5.2: Schematische Darstellung eines ebenen Schrittgetriebes

Die Verwendung normierter kinematischer Größen ermöglicht eine vereinfachte dimensionslose Beschreibung der Bauformen. Analog zum Abmessungsverhältnis v_A werden dazu alle Hauptabmessungen des Getriebes auf den Achsabstand $a = \overline{A_0 B_0}$ normiert.

Somit ergeben sich folgende Festlegungen (vgl. dazu Abbildung 5.2):

- Das Abmessungsverhältnis v_a ersetzt den Rollensternradius $l = \overline{B_0B}$.

$$v_a = \frac{l}{a} \quad (5.7)$$

- Das Rollenverhältnis v_r ersetzt den Rollenradius r_r .

$$v_r = \frac{r_r}{a} \quad (5.8)$$

5.2.3 Ermittlung der Kurvenkonturen

Die analytische Beschreibung der einzelnen Arbeitskurven erfordert im Vorfeld die Ermittlung der Rollenmittelpunktbahnen (RMB). Diese können vektoriell nach dem Prinzip der *Kinematischen Umkehr* [Vol95] bestimmt werden, d. h., die kinematischen Verhaltensweisen werden nicht mehr bzgl. des Gestells betrachtet, sondern gegenüber dem Antriebsglied (hier der Kurvenkörper). Durch die Änderung des Bezugssystems wird das Gestell im negativen Sinn mit dem Antriebsparameter bezüglich der gestellfesten Kurvenscheibe angetrieben und ermöglicht eine einfache Ermittlung der kartesischen Koordinaten der Rollenmittelpunktbahn aus der Vektorsumme nach Abbildung 5.2.

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_L \quad (5.9)$$

Mit dem Schalt/Perioden-Verhältnis v_S (4.12), dem Parameter z , einem Anfangswinkel φ_A und dem Antriebsdrehwinkel

$$\varphi(z) = v_S \cdot 2\pi \cdot z + \varphi_A \quad (5.10)$$

ergibt sich der Vektor \vec{V}_A zu:

$$\vec{V}_A = \begin{pmatrix} \cos(-\varphi(z)) \\ \sin(-\varphi(z)) \end{pmatrix} \quad (5.11)$$

Unter Verwendung der Abkürzung

$$\chi^{(k)}(z) = \psi_G^{(k)} - \varphi(z) - (\psi_S - \psi(z)) \quad (5.12)$$

sowie der normierten Abmessung v_a lässt sich der Vektor \vec{V}_L nach

$$\vec{V}_L = v_a \begin{pmatrix} \cos(\chi(z)) \\ \sin(\chi(z)) \end{pmatrix} \quad (5.13)$$

ermitteln. Somit ergeben aus (5.9) bis (5.13) die normierten Koordinaten der k -ten Rollenmittelpunktbahn im x - y -Koordinatensystem der Kurvenkörper aus:

$$\begin{pmatrix} \overline{x}_B^{(k)}(z) \\ \overline{y}_B^{(k)}(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(-\varphi(z)) \\ \sin(-\varphi(z)) \end{pmatrix} + v_a \begin{pmatrix} \cos(\chi^{(k)}(z)) \\ \sin(\chi^{(k)}(z)) \end{pmatrix} \quad (5.14)$$

Zur besseren Lesbarkeit wird im Nachfolgenden auf die Indexierung (k) verzichtet.

Die für die Ermittlung der Arbeitskurven notwendige Bestimmung von Tangenten- und Normalenrichtung erfordert zunächst die Ermittlung der ersten Ableitungen der Übertragungsfunktion und der Gleichung (5.14) zu:

$$\psi'(z) = -f'(z) \cdot \frac{\psi_S}{v_S \cdot 2\pi} \quad (5.15)$$

$$\begin{pmatrix} \overline{x}_B'(z) \\ \overline{y}_B'(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{y}_B(z) \\ -\overline{x}_B(z) \end{pmatrix} + \psi'(z) \cdot v_a \cdot \begin{pmatrix} -\sin(\chi(z)) \\ \cos(\chi(z)) \end{pmatrix} \quad (5.16)$$

Die Anstiege der Tangente κ und der Normalen γ der Rollenmittelpunktbahn lauten somit:

$$\tan(\kappa) = \frac{\overline{y}_B'}{\overline{x}_B'} \quad (5.17)$$

$$\tan(\gamma) = -\frac{\overline{x}_B'}{\overline{y}_B'} \quad (5.18)$$

Die normierten kartesischen Koordinaten der Arbeitskurve unter Verwendung des Rollenverhältnis v_r (5.8) und der Gleichung (5.18) ergeben sich aus:

$$\begin{pmatrix} \overline{x}_A(z) \\ \overline{y}_A(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{x}_B(z) \\ \overline{y}_B(z) \end{pmatrix} \pm v_r \begin{pmatrix} \cos(\gamma(z)) \\ \sin(\gamma(z)) \end{pmatrix} \quad (5.19)$$

Die einzelnen Arbeitskurven, auf denen die Kurvenrollen abwälzen, sind äquidistante Kurven zu den Rollenmittelpunktbahnen. Sie erfüllen die Hüllbedingung, dass jeder Punkt der Arbeitskurve ein Schnittpunkt von Bahnnormalen der Rollenmittelpunktbahn und einem Kreis mit dem normierten Rollendurchmesser ist. An dieser Stelle ist zwischen innenberollten und außenberollten Kurven zu unterscheiden.

Ein negatives Vorzeichen in Gleichung (5.19) bezeichnet an dieser Stelle eine außenberollte Arbeitskurve, wie für die Bauformen eKSGa und eKSGi gefordert. Durch Verwendung der Abkürzung:

$$W(z) = \sqrt{(\overline{x}_B'(z))^2 + (\overline{y}_B'(z))^2} \quad (5.20)$$

lässt sich die Gleichung (5.19) der Arbeitskurven auch schreiben als:

$$\begin{pmatrix} \overline{x}_A(z) \\ \overline{y}_A(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{x}_B(z) \\ \overline{y}_B(z) \end{pmatrix} - \frac{v_r}{W(z)} \begin{pmatrix} -\overline{y}_B'(z) \\ \overline{x}_B'(z) \end{pmatrix} \quad (5.21)$$

Eigenschaften, wie *Hertzsche* oder *Stribecksche* Pressung und ggf. Unterschnitt der Kurven, erfordern die Bestimmung des normierten Krümmungsradius der Rollenmittelpunktbahn ρ_B aus

$$\overline{\rho}_B = \frac{\sqrt{\left(\overline{x}_B'(z)\right)^2 + \left(\overline{y}_B'(z)\right)^2}^3}{\overline{x}_B''(z) \cdot \overline{x}_B'(z) - \overline{x}_B''(z) \cdot \overline{y}_B'(z)} \quad (5.22)$$

unter Verwendung der zweiten Ableitung der Rollenmittelpunktbahn, welche sich ergibt aus:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \overline{x}_B''(z) \\ \overline{y}_B''(z) \end{pmatrix} &= - \begin{pmatrix} \overline{x}_B'(z) \\ \overline{y}_B'(z) \end{pmatrix} + 2\psi'(z) \cdot v_a \cdot \begin{pmatrix} \cos(\chi(z)) \\ \sin(\chi(z)) \end{pmatrix} \\ &\quad - \psi'(z)^2 \cdot v_a \cdot \begin{pmatrix} \cos(\chi(z)) \\ \sin(\chi(z)) \end{pmatrix} \\ &\quad + \psi''(z) \cdot v_a \cdot \begin{pmatrix} -\sin(\chi(z)) \\ \cos(\chi(z)) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.23)$$

5.2.4 Verfahren zur Ermittlung der Kurvenschnittpunkte

Sowohl zur Beschreibung der geschlossenen Kurvenkonturen als auch zur Ermittlung der tragenden und zwanglaufsichernden Kurvenbereiche ist es notwendig, die Schnittpunkte der Arbeitskurven für jede Kurvenscheibe zu bestimmen. Softwaretools zur Berechnung ebener Schrittgetriebe (vgl. Abschnitt 3.4) greifen alle auf ein entsprechendes Näherungsverfahren zurück, da die Lösung eines nichtlinearen Gleichungssystems erforderlich ist. Welches explizite Verfahren angewendet wird, hängt vom implementierten Gleichungslöser ab. Das nachfolgend beschriebene Verfahren wurde in *Mathcad 15.0 (M020)* umgesetzt und erfolgreich getestet.

Eine i -te Arbeitskurve besitzt mit einer $i + E$ -ten Arbeitskurve einen Schnittpunkt, wenn die Abstandsforderung

$$F(z_k, z_l) = \sqrt{(\bar{x}_A(z_k)_i - \bar{x}_A(z_l)_{i+E})^2 + (\bar{y}_A(z_k)_i - \bar{y}_A(z_l)_{i+E})^2} \equiv 0 \quad (5.24)$$

mit $i = 0, 1, 2, \dots, (E \cdot G)$

für einen Punkte P_k auf der i -ten Arbeitskurve und einen Punkt P_l auf der $i + E$ -ten Arbeitskurve erfüllt ist. Die gesuchten Parameter z_k und z_l bezeichnen dabei die Funktionswerte der Gleichung (5.19) für die genannten Arbeitskurven, an welchen der Schnittpunkt auftritt.

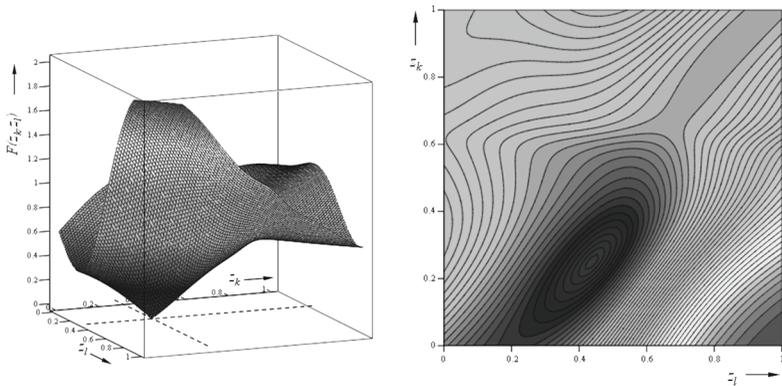


Abbildung 5.3: Abstandsfunktion $F(z_l, z_k)$ der Arbeitskurve 1 und 3 eines normierten, ebenen Kurvenschrittgetriebes

Zur Verdeutlichung der nichtlinearen Zusammenhänge von (5.24) zeigt Abbildung 5.3 einen beispielhaften Verlauf der Abstandsfunktion F der ersten und dritten Arbeitskurve eines ebenen Kurvenschrittgetriebes mit $E = 2$ (Anzahl Kurvenscheiben) und $G = 1$ (Gängigkeit).

Da eine geschlossene analytische Lösung von (5.24) aufgrund des zweidimensionalen nichtlinearen Parameterraums nicht möglich ist, muss eine numerische Näherung auf Grundlage des Minimierungsproblems

$$F(z_k, z_l) \rightarrow \min \quad \text{mit } 0 \leq z_k, z_l \leq 1 \quad (5.25)$$

erfolgen.

Ein bekanntes Verfahren zur Lösung solcher Probleme ist das *Newton*-Verfahren (auch *Newton-Raphson*-Verfahren genannt), welches unter anderem in [Gei99] beschrieben wird. Jedoch besteht hierbei ein Großteil des numerischen Aufwandes in der iterativen Berechnung der *Hesse*-Matrix. Selbst bei der Verwendung von Programmpaketen wie *Mathematica*, *Maple* oder *Mathcad* sind die Ergebnisse nur mit erhöhtem Aufwand numerisch auswertbar. [Obe12]

Das *Quasi-Newton*-Verfahren hingegen verwendet eine geeignete Approximation der *Hesse*-Matrix und vermeidet somit die häufig sehr aufwendige explizite Berechnung aller zweiten partiellen Ableitungen der Zielfunktion. [Gei99] Die Anwendung und die damit einhergehende superlineare Konvergenz dieses Verfahrens sind an eine monoton fallende Zielfunktion gebunden. Die Zielfunktion (5.25) erfüllt diese Forderung jedoch nicht (siehe Abbildung 5.3).

Ein erster Schritt zur Modifikation des Verfahrens ist daher die Festlegung der Intervallgrenzen für z_k und z_l zur Schaffung eines beschränkten Lösungsraums. Da das Zielfunktional F bei einem Schnittpunkt nicht nur ein Minimum aufweist, sondern exakt den Wert Null annimmt, ist es möglich, jede Lösung, die durch das Verfahren generiert wird, zu überprüfen und zu bestätigen. Liefert das Verfahren eine Lösung, die keinen exakten Schnittpunkt beschreibt, so führt eine iterative Variation der Startwerte für z_k und z_l zum gewünschten Ergebnis.

Zur Darstellung der Ergebnisse eignet sich eine Matrix Z der Größe $m \times m$ mit

$$m = E \cdot (1 + G) \quad (5.26)$$

und den dazugehörigen Elementen $z_{i,j}$. Die Indizierung der Matrixelemente liefert eine direkte Aussage über die sich schneidenden Arbeitskurven und ist wie folgt zu lesen:

„ $z_{i,j}$ ist der z -Parameter der i -ten Arbeitskurve, an dem ein Schnittpunkt mit der j -ten Arbeitskurve auftritt.“

Tritt kein Schnittpunkt auf, so wird $z_{i,j}$ zu Null gesetzt. Somit gilt:

$$z_{i,j} = \begin{cases} z_{i,j} & | j = i + E \\ z_{j,i} & | i = j + E \\ 0 & | j \neq i + E \cap i \neq j + E \end{cases} \quad (5.27)$$

mit $i, j = 1, 2, \dots, E \cdot (1 + G)$

Aus Gleichung (5.27) ergibt sich die Aussage:

„Wenn ein Element $z_{i,j}$ der Matrix Z ungleich Null ist, so ist auch das Element $z_{j,i}$ ungleich Null.“

Besitzt also eine Arbeitskurve i einen Schnittpunkt mit einer Arbeitskurve j beim Parameter $z_{i,j}$, so weist auch die Arbeitskurve j einen Schnittpunkt mit der Arbeitskurve i auf, und zwar an der Stelle $z_{j,i}$. Speziell bei Kurvengetrieben mit einer Gängigkeit $G > 1$ treten jedoch auch Schnittpunkte zwischen Arbeitskurven auf, welche in keinem Zusammenhang mit der resultierenden Kurvenscheibe stehen und somit aus der Berechnung ausgeschlossen werden sollten, Abbildung 5.4. Auch dieser Forderung wird durch (5.27) nachgekommen.

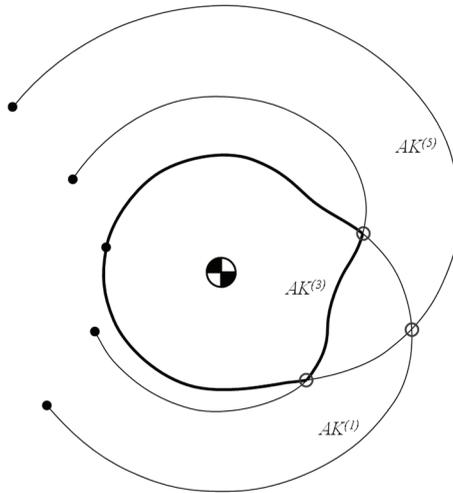


Abbildung 5.4: Arbeitskuren einer Ebene eines Kurvenschrittgetriebes mit $G = 2$

Weiterhin besteht folgender Zusammenhang zwischen den Elementen oberhalb und unterhalb der Hauptdiagonalen von Z :

$$z_{E \cdot (1+G)+1-i, E \cdot G+1-i} = 1 - z_{i,j} \quad (5.28)$$

mit $z \neq 0$ und $j = i + E$

Die Aussage aus Gleichung (5.28) reduziert den Berechnungsaufwand der Matrix Z nicht, da die Parameter für beide Kurven durch das Quasi-Newton-Verfahren als Lösung generiert werden. Jedoch ermöglicht dies eine weitere Kontrolle der Ergebnisse.

Um das bisher vorgestellte Verfahren der Schnittpunktberechnung weiter zu stabilisieren und die Sicherheit der Konvergenz zu erhöhen, bietet sich eine weitere Einschränkung des Lösungsraums unter Nutzung von Bedingungen (5.29) und (5.30) an.

$$z_{i,i+E} < z_{i+1,i+E+1} < z_{i+2,i+E+2} < \dots < z_{E \cdot (1+G), E \cdot G} \quad (5.29)$$

$$z_{i+E,i} < z_{i+E+1,i+1} < z_{i+E+2,i+2} < \dots < z_{E \cdot G, E \cdot (1+G)} \quad (5.30)$$

Liefert das vorgestellte Lösungsverfahren für gültige $z_{i,j} = z_k$ und $z_{j,i} = z_l$ eine Lösung der Art, dass

$$F(z_k, z_l) = 0 \quad (5.31)$$

so ergibt sich beispielsweise für ein Getriebe mit $G = 2$ und $E = 2$ eine Matrix Z der Form:

$$Z^{(E=2, G=2)} = \begin{matrix} & & 0 & 0 & z_{1,3} & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & z_{2,4} & 0 & 0 \\ z_{3,1} & & 0 & 0 & 0 & 0 & z_{3,5} & 0 \\ 0 & & z_{4,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & z_{4,6} \\ & & 0 & 0 & z_{5,3} & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & z_{6,4} & 0 & 0 \end{matrix} \quad (5.32)$$

Es entspricht die Anzahl der Schnittpunkte pro Kurvenscheibe (bezogen auf einen Schritt am Abtrieb) dem Wert der Gängigkeit G und der maximalen Anzahl an Matrixeinträgen in Z pro Spalte und Zeile (vgl. dazu Gleichung (5.32) und Abbildung 5.4).

5.3 Einführung des Grenz-Abmessungsverhältnisses $v_{a \max}$

Die Festlegung eines ungünstigen Verhältnisses der Hauptabmessungen v_a kann in Abhängigkeit vom gewählten Bewegungsgesetz und dem Schalt-Perioden-Verhältnis v_s bei ebenen Schrittgetrieben zu Hinterschneidungen der Rollenmittelpunktbahn führen. Das heißt, die Rollenmittelpunktbahn der geschlossenen Kurvenscheibe weist Bereiche auf, in denen sich Schleifen ausbilden. Die Berechnung und Fertigung einer Arbeitskurve ist unter diesen Randbedingungen zwar immer noch möglich, jedoch

würden Bereiche der tragenden Kurvenflanke bei der Herstellung durch das Werkzeug entfernt, was zu einer unzulässigen Veränderung der geforderten Übertragungsfunktion führt und im Falle eines formschlüssigen Getriebes den Zwanglauf aufhebt.

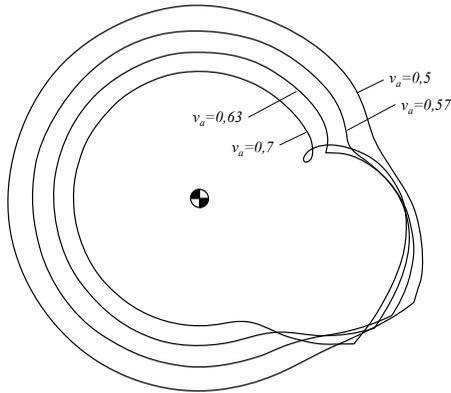


Abbildung 5.5: Rollenmittelpunktbahnen einer Kurvenscheibe eines ebenen Kurvenschrittgetriebes mit unterschiedlichen Abmessungsverhältnissen v_a

Variiert man das Abmessungsverhältnis v_a , so entsteht die Annahme, dass ein maximaler Grenzwert existieren muss, bei welchem der Krümmungsradius der Rollenmittelpunktbahn an einer oder mehreren Stellen genau den Wert Null annimmt, Abbildung 5.5.

Zwar existieren Ansätze zur Lösungen des Problems bei ebenen Kurvengeometrien nach [Zha04], jedoch beziehen sich diese auf einen komplett anderen Getriebetyp (ebenes Planeten-Kurven-Getriebe) und begrenzen sich auf rein konvexe Kurven, was eine Anwendung auf die ebenen Schrittgetriebe ausschließt, da die Schleifenbildung immer in konkaven Bereichen auftritt.

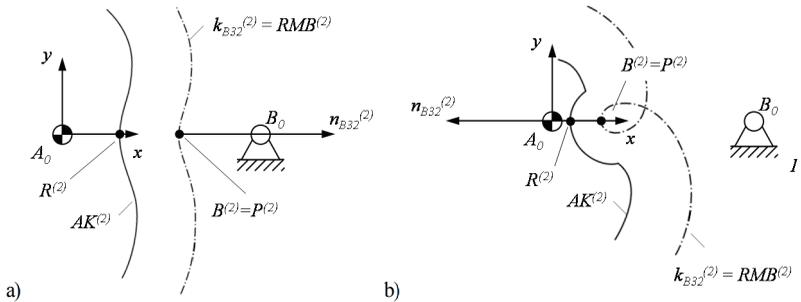


Abbildung 5.6: Ausschnitt der Arbeitskurve und Rollenmittelpunktbahn in Stellung $z^{(2)}$
 a) ohne Hinterschneidung der $RMB^{(2)}$
 b) mit Hinterschneidung der $RMB^{(2)}$

Die analytische Lösung dieses Problems basiert auf den Richtungen der Normalenvektoren der Rollenmittelpunktbahn $\overrightarrow{n_{B32}}$ und des Rollensterns $\overrightarrow{n_{B31}}$. Schleifen in der Rollenmittelpunktbahn entstehen nur in definierten zugehörigen Getriebestellungen. Dies ist dann der Fall, wenn die im Eingriff befindliche Kurvenrolle die Verbindungsgerade zwischen An- und Abtriebsdrehpunkt (Gestellgerade) durchläuft.

Die Normalenvektoren $\overrightarrow{n_{B32}^{(k)}}$ und $\overrightarrow{n_{B31}^{(k)}}$ sind im Fall der Querung der k -ten Rolle des Abtriebsgliedes mit der Gestellgeraden kollinear zueinander und kollinear zu der Gestellgeraden. Die Richtung des Vektors $\overrightarrow{n_{B31}^{(k)}}$ ist für diese Stellung bekannt und für alle Rollen gleich. Nur die Richtung von $\overrightarrow{n_{B32}^{(k)}}$ ist somit entscheidend für die Identifizierung von Hinterschneidungen der Rollenmittelpunktbahnen.

Für den Nachweis der aufgestellten Behauptung muss zunächst der Antriebsparameter z_0 (Zeitpunkt der Kollinearität zwischen zugeordnetem Abtriebsglied und Gestellgeraden) für die Kurven k ermittelt werden. Dieser Parameter bildet die Nullstelle z_0 der Funktion

$$g(z) = f(z) - \frac{2k-3}{2G} \text{ mit } 0 \leq z \leq 1, k = 2 \dots 2G + 1 \quad (5.33)$$

wobei $f(z)$ die normierte Übertragungsfunktion der Schrittphase darstellt.

Die nachfolgenden Gleichungen gelten für die Bauform $eKSGa$, können aber nach oben genannten Ansatz an die Bauform $eKSGi$ adaptiert werden.

Die Punkte

$$P^{(k)} = \begin{pmatrix} \overline{x_B^{(k)}}(z_0) \\ \overline{y_B^{(k)}}(z_0) \end{pmatrix} \quad (5.34)$$

und

$$R^{(k)} = \begin{pmatrix} \overline{x_B^{(k)}}(z_0) + \frac{-\overline{y_B^{(k)}}(z_0)}{W^{(k)}(z_0)} \\ \overline{y_B^{(k)}}(z_0) + \frac{\overline{x_B^{(k)}}(z_0)}{W^{(k)}(z_0)} \end{pmatrix} \quad (5.35)$$

spannen den Normalenvektor $\overrightarrow{n_{B32}^{(k)}}$ auf, Abbildung 5.6 a und 5.6 b.

Dieser lässt sich durch eine Koordinatentransformation und mit Hilfe des Winkels

$$\delta^{(k)} = -\varphi(z_0) = -\nu_S \cdot 2\pi \cdot z_0 - \varphi_A \quad (5.36)$$

auf die Gestellgerade transformieren. Der y -Anteil des Vektors $\overrightarrow{n_{B32}^{(k)}}$ ist nach der Transformation Null und wird nicht weiter betrachtet.

Mit den x -Anteilen der transformierten Punkte $P_t^{(k)}$ und $R_t^{(k)}$

$$P_t^{(k)} = \begin{pmatrix} \overline{x_B^{(k)}}(z_0) \\ \overline{y_B^{(k)}}(z_0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\delta^{(k)}) & \sin(\delta^{(k)}) \\ -\sin(\delta^{(k)}) & \cos(\delta^{(k)}) \end{pmatrix} \quad (5.37)$$

$$R_t^{(k)} = \begin{pmatrix} \overline{x_B^{(k)}}(z_0) + \frac{-\overline{y_B^{(k)}}(z_0)}{W^{(k)}(z_0)} \\ \overline{y_B^{(k)}}(z_0) + \frac{\overline{x_B^{(k)}}(z_0)}{W^{(k)}(z_0)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\delta^{(k)}) & \sin(\delta^{(k)}) \\ -\sin(\delta^{(k)}) & \cos(\delta^{(k)}) \end{pmatrix} \quad (5.38)$$

lässt sich anschließend die Richtung des Vektors, also der vorzeichenbehaftete x -Anteil bestimmen.

Dabei gilt

$$K^{(k)} = \frac{\overline{x}_B'^{(k)}(z_0) \sin(-\varphi(z_0)) - \overline{y}_B'^{(k)}(z_0) \cos(-\varphi(z_0))}{W^{(k)}(z_0)} = \begin{cases} 1 \\ -1 \end{cases} \quad (5.39)$$

Nimmt die Kenngröße $K^{(k)}$ den Wert -1 an, so entsteht eine Hinterschneidung an der k -ten Arbeitskurve. Sofern bei der verwendeten Übertragungsfunktion $f(z)$ und dem Abmessungsverhältnis ν_a der Wert von K für jede der k Arbeitskurven gleich 1 ist, entstehen gültige Kurvenkörper.

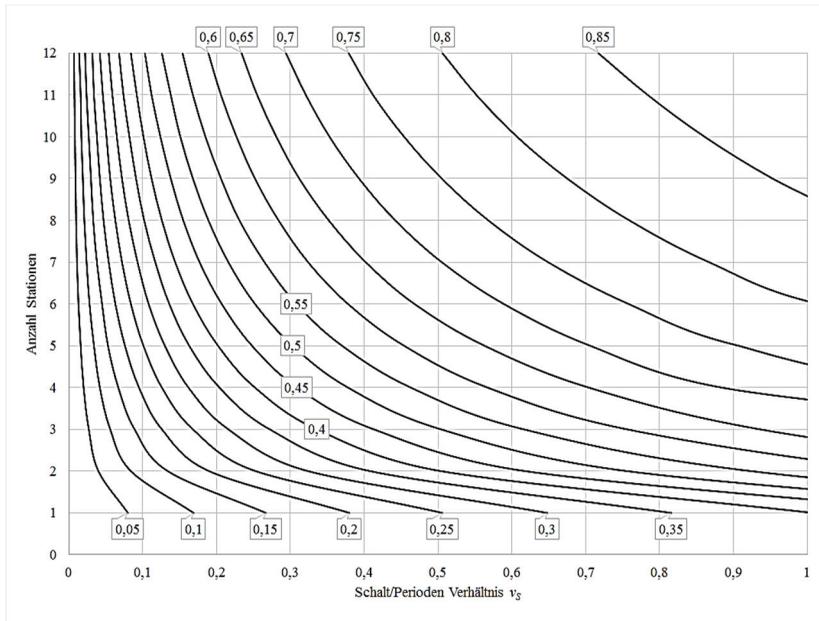


Abbildung 5.7: Kurventafel für den Grenzwert $\nu_{a,max}$ eines Getriebes der Bauform eKSGa mit $G=1$ und dem Bewegungsgesetz „Modifizierte Sinuslinie“ (MS00)

Auf Grundlage der Kenngröße K kann für jeden Schrittwinkel ψ_S bzw. jede Stationszahl am Abtrieb und einem vorgegebenen Schalt/Perioden-Verhältnis ν_S ein maximales Grenz-Abmessungsverhältnis $\nu_{a \max}$ angegeben werden, vorausgesetzt, es werden alle k Arbeitskurven des Schrittgetriebes überprüft. Unter Beachtung der Gängigkeit G und des Bewegungsgesetzes $f(z)$ kann somit eine Kurventafel zur einfachen Ermittlung der Grenzwerte angegeben werden. Eine solche Tafel zeigt Abbildung 5.7. Dabei ist zu beachten, dass die dargestellte Kurventafel nur für ganzzahlige Stationen gültig ist. Abweichende Schrittwinkel, wie $\psi_S = 240^\circ$, erfordern eine erhöhte Gängigkeit und sind getrennt zu ermitteln.

5.4 Getriebeeigenschaften

Wie der vorangestellte Abschnitt zeigt, sind die kinematischen Hauptabmessungen ebener Kurvenschrittgetriebe zur Erfüllung der Bewegungsaufgabe nur in gewissen Grenzen frei wählbar. Dabei ist die entscheidende Einflussgröße auf die Eigenschaften der Getriebe das Abmessungsverhältnis ν_a . Ziel der Auslegung von Schrittgetrieben ist es nun, das – bezüglich eines oder mehrerer Kriterien – optimale Getriebe zu finden. Zur Bewertung der Getriebe nach bestimmten Kriterien werden s. g. Kenngrößen herangezogen. Diese Größen dienen der zielgerichteten Auslegung bzw. Optimierung der Getriebe. [Vol95]

5.4.1 Lauffähigkeit / Laufgüte

Als Kenngröße zur Bewertung der Lauffähigkeit von Mechanismen dient im Allgemeinen der Übertragungswinkel μ . Mit Hilfe des Kleinstwertes μ_{min} können Aussagen über mögliche Blockierungen durch Verklemmen oder Sperrstellungen getroffen werden. [Vol95] Richtwerte für langsam laufende wie auch schnell laufende Getriebe sind in der Literatur zu finden. Diese beziehen sich aber nicht explizit auf Schrittgetriebe und sollten vor dem Hintergrund des aktuellen Stands der Technik hinterfragt werden.

Die Anwendung des Übertragungswinkels als Kenngröße zur alleinigen Beurteilung der Laufgüte, vor allem aber der Übertragungsgüte, ist aufgrund der rein kinematischen Definition seit langer Zeit umstritten, vgl. dazu [Boc58]. Trotzdem kann diese Kenngröße als erster Anhaltspunkt zur Beurteilung eines Getriebes dienen. [Hai61] Speziell bei dreigliedrigen Kurvengetrieben sieht [Huh65] eine Substituierbarkeit von Übertragungswinkel und Übertragungsgüte, was nach [Vol89] jedoch nichts über die Qualität der Leistungsübertragung aussagt.

Genau wie bei ebenen Kurvengetrieben mit oszillierendem Abtriebsglied tritt der Übertragungswinkel bei Kurvenschrittgetrieben zwischen der Normalen n_{B32} der Rollenmittelpunktbahn k_{B32} und der durch den Rollenmittelpunkt B und den Gestellpunkt B_0 verlaufenden Geraden auf, Abbildung 5.9. Da bei ebenen Schrittgetrieben mehrere Eingriffsglieder abwechselnd in Kontakt mit den zugehörigen Arbeitskurven stehen, setzt sich der effektiv wirksame Übertragungswinkel bereichsweise zusammen. Sind mehr Getriebeorgane in Eingriff als zur Zwanglaufsicherung notwendig, werden Bereiche mit schlechtem Übertragungswinkel gezielt ausgeschlossen, was durch eine entsprechende Rücksetzung der Arbeitskurven in diesen Bereichen realisiert wird. Zur Identifikation dieser tragenden Bereiche dienen die Parameterwerte aus der Schnittpunkt-Matrix Z (siehe Abschnitt 5.2.4).

Der Übertragungswinkel der Rollenmittelpunktbahn ergibt sich mit den Gleichungen (5.12) und (5.16) aus:

$$\mu(z) = \chi(z) - \arctan\left(\frac{y_B'(z)}{x_B'(z)}\right) - \frac{\pi}{2} \quad (5.40)$$

Dabei ist anzumerken, dass der Übertragungswinkel μ für jede der Rollenmittelpunktbahnen zu ermitteln ist, auch wenn in Gleichung (5.40) auf eine entsprechende Indexierung verzichtet wurde. Weiterhin ist es unerheblich, ob die Gleichung (5.40) unter Verwendung von normierten oder realen Hauptabmessungen bestimmt wird.

Aufgrund des beschränkten Definitionsbereichs der *arctan*-Funktion empfiehlt sich an dieser Stelle jedoch die Verwendung der *atan2*-Funktion (Arkustangens mit zwei Argumenten).

Um der Definition

$$-\frac{\pi}{2} \leq \mu(z) \leq \frac{\pi}{2} \quad (5.41)$$

zu genügen, kann Gleichung (5.40) sehr einfach unter Verwendung von Winkelfunktionen reduziert werden zu:

$$\mu(z) = \arcsin(\sin(\mu(z))) \quad (5.42)$$

Abbildung 5.8 zeigt beispielhaft den Verlauf des Übertragungswinkels für ein ebenes Kurvenschrittgetriebe. Das Diagramm lässt sich in vier Quadranten unterteilen und somit genaue Aussagen über das Übertragungs- und Zwanglaufsicherungsverhalten treffen. Aufgrund der gewählten symmetrischen Übertragungsfunktion (ohne einen zentrischen Bereich konstanter Geschwindigkeit) wird bis $z = 0,5$ beschleunigt und danach bis $z = 1$ verzögert. Somit können alle Arbeitskurven mit positivem Übertragungswinkel ($0 \leq \mu(z) \leq \pi/2$) im Beschleunigungsbereich zur Kraftübertragung genutzt werden. Die Arbeitskurven mit negativem Übertragungswinkel ($-\pi/2 \leq \mu(z) < 0$) dienen in diesem Bereich der Zwanglaufsicherung. In der Verzögerungsphase (ab $z = 0,5$) kehren sich die Beziehungen um, und die Arbeitskurven mit positivem Übertragungswinkel dienen der Zwanglaufsicherung, während die Kurvenflanken mit negativem Übertragungswinkel die Kräfte übertragen.

Es ist zu erkennen, dass in bestimmten Bereichen gleichzeitig mehr als zwei Arbeitskurven mit den zugehörigen Rollen im Eingriff stehen. In Abbildung 5.8 sind derartige Bereiche in den Intervallen $z = [0,243|0,432]$ und $z = [0,568|0,757]$ zu sehen. Da die Bewegungsübertragung bzw. Zwanglaufsicherung durch die Kurvenflanken mit betragsmäßig größerem Übertragungswinkel bereits garantiert wird, können die Kurven mit kleinerem Übertragungswinkel in diesen Bereichen

zurückgesetzt werden. Dies verhindert eine Überbestimmung des Getriebes sowie Spitzen im Kraftverlauf aufgrund von Nulldurchgängen des Übertragungswinkelverlaufs.

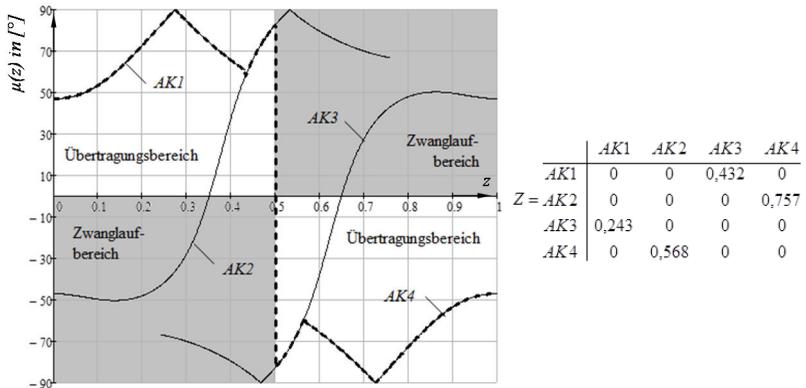


Abbildung 5.8: Verlauf des Übertragungswinkels für ein eKSG mit MS00, $v_s = 7/12$, $v_a = 2/5$, $v_r = 1/6$, $G = 1$, $E = 2$ mit zugehöriger Schnittpunktmatrix Z

Es ergibt sich somit ein resultierender Verlauf für den Übertragungswinkel des Getriebes, welcher in Abbildung 5.8 als gestrichelte Kurve hervorgehoben ist. Zu Beginn übernimmt AK1 die Bewegungsübertragung, während AK2 den Zwanglauf sichert. Ab $z = 0,243$ übernimmt AK3 aufgrund des höheren Übertragungswinkels den Zwanglauf bis $z = 0,5$ (nicht als gesonderter Verlauf in Abbildung 5.8 dargestellt). Bei dem Schnittpunkt von AK1 mit AK3 ($z = 0,432$) endet der Übertragungsbereich der ersten Arbeitskurve und AK2 übernimmt bis $z = 0,5$ die Bewegungsübertragung.

Im Verzögerungsbereich, also bei negativem Vorzeichen der normierten Übertragungsfunktion zweiter Ordnung, wechseln nun Übertragungs- und Zwanglaufbereich. AK3 übernimmt die Bewegungsübertragung bis $z = 0,568$ während AK2 den Zwanglauf bis $z = 0,757$ sichert. Bis $z = 1$ ist nun noch AK4 für

die Bewegungs- und Kraftübertragung und *AK3* für die Sicherung des Zwanglaufs verantwortlich.

Der minimale Übertragungswinkel tritt im Beispiel (Abbildung 5.8) im Bereich der Rastphase auf, also auch bei $z = 0$ und $z = 1$. Da der Übertragungswinkelverlauf im Schrittbereich zwischen den einzelnen Arbeitskurven wechselt, kann es durchaus vorkommen, dass dieser in Teilbereichen unter den Wert des Rast-Übertragungswinkels μ_R fällt. Daraus können wiederum hohe Spitzen im Kraftverlauf resultieren, welche sich negativ auf die Dimensionierung der Getriebeglieder und Eingriffsorgane auswirken.

Der Übertragungswinkel im Rastbereich μ_R ergibt sich aus:

$$\mu_R = \arccos \left(\frac{1 - v_a \cos \left(\frac{\psi_s}{2EG} \right)}{\sqrt{1 + v_a^2 - 2v_a \cos \left(\frac{\psi_s}{2EG} \right)}} \right) - \frac{\psi_s}{2EG} \quad (5.43)$$

Trotz, dass der Übertragungswinkel der einzelnen Arbeitskurven k nach Gleichung (5.40) unabhängig vom gewählten Rollenverhältnis v_r ist, besitzt dieses doch Einfluss auf die Länge der tragenden Arbeitskurvenbereiche. Die Schnittpunkte der Arbeitskurven bestimmen in Abhängigkeit vom Rollenverhältnis v_r , wann ein Wechsel ggf. zu einer Arbeitskurve mit schlechterem Übertragungswinkel auftritt. Bei der Wahl des entsprechenden Rollenverhältnis sollte also darauf geachtet werden, dass die Bedingung

$$\mu_R \leq \mu(z) \quad (5.44)$$

stets erfüllt ist.

5.4.2 Beanspruchung

Ein wesentliches leistungsbegrenzendes und damit auslegungsrelevantes Bauteil des ebenen Kurvenschrittgetriebes stellt das Eingriffsglied bzw. das Eingriffsorgan dar. Im allgemeinen Fall ist dieses als Kurvenrolle ausgeführt. Die Belastung im Kurvengelenk ist der maßgebliche Faktor für die Dimensionierung der Kurvenrolle und neben der Rollendrehzahl entscheidend für deren Lebensdauer.

Die bestimmenden Größen für die Reaktionskraft im Kurvengelenk sind

- das reduzierte Massenträgheitsmoment am Abtrieb J_{31} (konstant oder veränderlich),
- die Antriebswinkelgeschwindigkeit ω_{21} ,
- die Übertragungsfunktion 2. Ordnung $\psi''(z)$,
- ggf. ein zusätzliches äußeres Moment am Abtrieb M_{31} (Reibmoment, technologisches Moment, ...),
- der Radius des Rollensterns (Hebellänge) l und
- und der wirksamen Übertragungswinkel (siehe 5.4.1) $\mu(z)$.

Sowohl das auf die Abtriebsachse reduzierte Massenträgheitsmoment J_{31} als auch das äußere Moment M_{31} können dabei als konstante Größen, aber auch als Funktionsgrößen auftreten. Betrachtet man das Gleichgewicht aller Kräfte und Momente am Abtriebsglied 3 (Rollenstern), so ergibt sich:

$$M_{ab} = G_{31t} \cdot l = J_{31} \cdot \psi''(z) \cdot \omega_{21}^2 + M_{31} \quad (5.45)$$

Die Wirkungsrichtung der Gelenkkraft G_{32n} im Kurvengelenk ist bekannt und normal zu der Rollenmittelpunktbahn bzw. Arbeitskurve (siehe dazu Abbildung 5.9). Sie lässt sich unter Verwendung des Übertragungswinkels (5.42) aus

$$G_{32n} = G_{32} = \frac{G_{31t}}{\sin(\mu)} = \frac{J_{31} \cdot \psi''(z) \cdot \omega_{21}^2 + M_{31}}{l \cdot \sin(\mu)} \quad (5.46)$$

bestimmen.

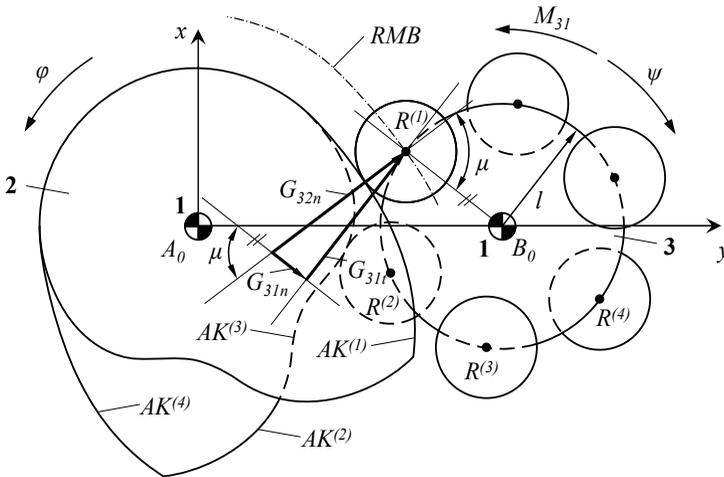


Abbildung 5.9: Darstellung eines ebenen Kurvenschrittgetriebes mit den Kraftgrößen im Kurvengelenk

Analog zum wirksamen Übertragungswinkel $\mu(z)$ setzt sich auch der Gelenkkraftverlauf in Abhängigkeit von der Anzahl der Kurvenscheiben und der Gängigkeit aus mehreren Abschnitten zusammen, da die tragenden Kurvenflanken während einer Bewegungsperiode wechseln.

In der Literatur, wie [VDI2142-1], [Vol89] und [Loh94], wird als weitere Kenngröße der Beanspruchung auf die Wälzpressung nach *Stribeck* verwiesen. Diese Art der Flächenpressung bei Linienkontakt ist bei Kurvengetrieben ein Maß für den Verschleiß und die Lebensdauer der Kurvenscheibe. Im Vergleich zur bekannten *Hertzschen* Pressung verzichtet diese vereinfachte Kenngröße auf die Einbeziehung von Materialkennwerten und wird bestimmt nach:

$$p_s = \frac{|G_{32n}|}{2b_k r_{red}} \quad (5.47)$$

Der Ersatzkrümmungsradius r_{red} (in der Literatur auch als *reduzierter Krümmungsradius* ρ bezeichnet) ergibt sich in der Kontaktstelle zwischen Kurvenrolle und Kurvenscheiben mit Gleichung (5.23) aus dem Rollenradius r_r und dem vorzeichenbehafteten Krümmungsradius der „aktiven“ Rollenmittelpunktbahn ρ_B .

$$r_{red} = r_r \left(1 - \frac{r_r}{\rho_B} \right) \quad (5.48)$$

Der Maximalwert der *Stribeckschen* Wälzpressung darf einen zulässigen Wert $p_{S\,zul}$ nicht überschreiten, da es sonst zur plastischen Verformung der Oberfläche der Kurvenscheibe und somit zu Pittingbildung kommt. [Loh94] Angaben für zulässige Werte unterschiedlicher Materialien sind in aktueller Literatur kaum noch zu finden. Aus diesem Grund wird oftmals parallel dazu auf die Pressung verwiesen. Sind Materialkennwerte bekannt, so lassen sich auch die nach Gleichung (5.46) berechneten Kenngrößen in die Pressung nach *Hertz* umrechnen.

$$p_H = \sqrt{\frac{E_{red} \cdot p_S}{\pi}} \quad (5.49)$$

Der reduzierte Elastizitätsmodul E_{red} ergibt sich nach [Wit09] zu:

$$E_{red} = \frac{2E_R E_K}{(1 - \nu_R^2)E_K + (1 - \nu_K^2)E_R} \quad (5.50)$$

Unter Berücksichtigung der Querkontraktionszahl $\nu_R = \nu_K \approx 0,3$ für die meisten Metalle entsteht aus den Gleichungen (5.49) und (5.50) die wichtige Beziehung zur Umrechnung von Angaben zulässiger *Stribeckscher* Wälzpressung von Paarungen metallischer Werkstoffe in solche der *Hertzschen* Pressung für die gleichen Voraussetzungen: [VDI2142-1]

$$p_H = \sqrt{0,35 \cdot p_S \cdot E_{red\,met}}$$

mit

$$E_{red\ met} = \frac{2}{\frac{1}{E_K} + \frac{1}{E_R}} \quad (5.52)$$

5.4.3 Bauraum

Im Zeitalter von *Downsizing*, also der angestrebten Verkleinerung technischer Größen bei gleicher oder ähnlicher Leistungsfähigkeit, gewinnt der Einfluss der Baugröße von Mechanismen zu Schritterzeugung immer mehr an Bedeutung.

Oftmals sind die Rahmenbedingungen in einem existierenden oder neu zu entwickelnden Maschinenkonzept sehr streng, d. h., die zugelassenen Bewegungsbereiche von An- und Abtriebsglied müssen innerhalb der durch den Bauraum gesetzten Grenzen liegen. Es bietet sich also an, für alle bewegten Teile des Schrittgetriebes ein Maß für die Bewegungshülle zu finden.

In Anlehnung an [VDI2727-2], welche eine abtriebsbezogene Baugröße empfiehlt, wird im Rahmen dieser Arbeit ein maximales Flächenmaß A_{max} des Getriebes der Bauform *eKSGa* eingeführt. Diese Kenngröße beschreibt den Bauraumbedarf des Getriebes als einhüllende Fläche in rechteckiger Form (siehe Abbildung 5.10).

In Abhängigkeit von den festgelegten Hauptabmessungen und dem Radius der gewählten Kurvenrollen ist dabei zu unterscheiden, ob der maximale Radius der Kurvenscheiben den maximalen Radius des Abtriebsgliedes unter- oder überschreitet.

$$A_{max} = b \cdot h = \begin{cases} 2(a + l + r_r + r_{Kmax})(l + r_r) & | (l + r_r) > r_{Kmax} \\ 2(a + l + r_r + r_{Kmax})(r_{Kmax}) & | (l + r_r) < r_{Kmax} \end{cases} \quad (5.53)$$

Für die konstruktive Gestaltung eines Schrittgetriebes ist es außerdem von Bedeutung, welcher Bauraum für eine durchgehende Abtriebswelle zur Verfügung steht, oder ob gegebenenfalls auf eine „fliegende Lagerung“ (vgl. [Kue01]) zurückgegriffen werden muss. [Gen84] liefert dazu eine Kenngröße der Form:

$$d_w = \frac{(a - r_{Kmax})}{l} \quad (5.54)$$

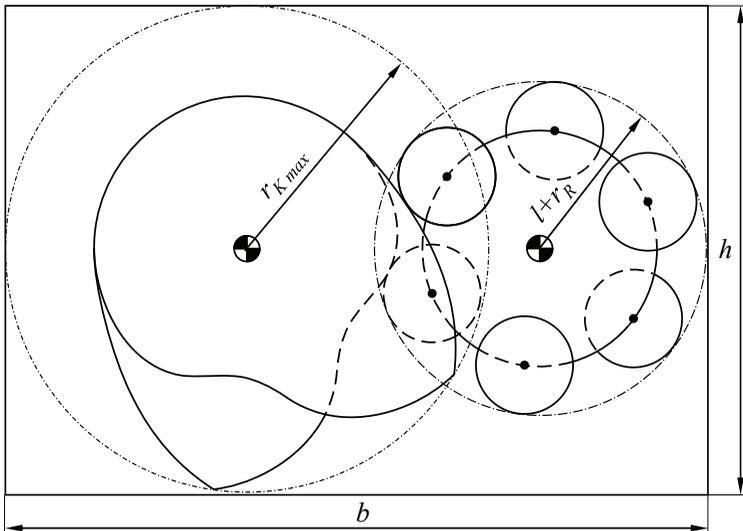


Abbildung 5.10: Schematische Darstellung eines ebenen Kurvenschrittgetriebes mit den, für das Flächenmaß entscheidenden Größen

Die Differenz zwischen Achsabstand a und maximalem Kurvenscheibenradius r_{Kmax} wird auf den Rollensternradius normiert und gibt somit an, wieviel Prozent dessen für eine Abtriebswelle am Rollenstern genutzt werden kann, ohne dass es zur Berührung von Kurvenkörper und Welle kommt. Genau wie das Flächenmaß nach Gleichung (5.53) ist dieser Kennwert abhängig vom Rollenradius, welcher einen direkten Einfluss auf die Größe der Kurvenscheibe hat. Da die Auswahl der Kurvenrolle stets nach der ertragbaren Belastung bzw. Lebensdauer erfolgt, verringert sich mit

wachsendem Rollenradius bei gleichbleibenden Hauptabmessungen der maximale Radius der Kurvenscheiben, wo hingegen sich der Bauraum für die Abtriebswelle vergrößert.

5.4.4 Lebensdauer

Die Berechnung von *Stribeckscher* oder *Hertzscher* Pressung in Verbindung mit Überrollzahlen gibt einen überschlägigen Wert für die Beanspruchung, den Verschleiß und die Lebensdauer der Kurvenkörper.

Wie bereits in Abschnitt 5.4.2 angemerkt, ist jedoch die Kurvenrolle das eigentliche Objekt der optimalen Getriebeauslegung, da im Falle eines Versagens des Eingriffsgliedes ein schneller und günstiger Ersatz möglich ist. Die Kurvenrolle dient hier quasi als Sollbruchstelle.

Die Auswahl einer für die Kraftübertragung günstigen Rolle erfolgt in der Regel, nachdem alle Hauptabmessungen sowie die daraus resultierenden Belastungen im Kurvengelenk bestimmt wurden. Der geeignete Rollenradius r_r wird anschließend über die vom Hersteller angegebenen Tragzahlen ermittelt. Weitere Kriterien, welche die Auswahl der Eingriffsrolle beeinflussen, sind:

- Vermeidung von Spitzenbildung und Unterschnitt durch Beachtung des Krümmungsradius der Rollenmittelpunktbahn [Vol89]
- Maximal zur Verfügung stehender Bauraum für die Rollen auf dem Rollenstern
- Maximal zulässige Rollendrehzahl nach Herstellerangaben

Grundlage zur Bestimmung der erforderlichen Tragfähigkeit und der Lebensdauer bilden die Rollenkraft und die Rollendrehzahl. Wie bei Wälzlagern, wird auch die Lebensdauer von Kurvenrollen nach [DIN281] ermittelt.

Der Außenring einer Rolle berührt die Kurvenscheibe nur auf der sich ausbildenden kleinen Kontaktfläche, im Gegensatz zu Wälzlagern, deren Außenring in einer Gehäusebohrung am ganzen Umfang abgestützt ist. Die durch diesen Kontakt

verursachte Außenringverformung ändert die Kraftverteilung in der Rolle und beeinflusst damit deren Lebensdauer und Tragfähigkeit. Die in Herstellerkatalogen [Sch06] angegebenen Tragzahlen C_{dyn} und C_{stat} berücksichtigen diesen Einfluss. Mit Rücksicht auf die Verformung bzw. Festigkeit des Außenrings sind neben diesen Tragzahlen die maximal zulässigen Radialkräfte zu beachten. [Hei12b]

Die Lebensdauergleichung nach [DIN281] für L_{10h} (Lebensdauer in Stunden bei 10 % Ausfallwahrscheinlichkeit)

$$L_{10h} = \frac{16666}{n} \left(\frac{C}{P_{\ddot{a}q}} \right)^p \quad (5.55)$$

setzt eine konstante dynamische äquivalente Lagerbelastung $P_{\ddot{a}q}$ und eine konstante Lagerdrehzahl n voraus, was bei Schrittgetrieben nicht der Fall ist. Neben der veränderlichen Drehzahl aufgrund der Kurvenprofile ist weiterhin zu beachten, dass die Kurvenrollen teilweise gar nicht oder nur an einem gewissen Teil der Bewegungsperiode beteiligt sind, abhängig vom jeweilig ausgeführtem Schritt am Abtrieb. Aus diesem Grund ist die Bestimmung äquivalenter Betriebswerte notwendig, welche angenähert die gleiche Ermüdung des Lagers verursachen, wie die tatsächlich wirkenden Beanspruchungen.

Mit dem Exponenten $p = 3$ für Kugellager und $p = 10/3$ für alle anderen Lagerarten ergibt sich die äquivalente Belastung nach

$$P_{\ddot{a}q} = \sqrt[p]{\frac{\int_0^{2\pi} n_{43}(\varphi) |G_{32}(\varphi)|^p d\varphi}{\int_0^{2\pi} n_{43}(\varphi) d\varphi}} \quad (5.56)$$

sowie die mittlere Drehzahl der Rolle bzgl. des Abtriebsgliedes nach

$$n = \overline{n_{43}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} n_{43}(\varphi) d\varphi \quad (5.57)$$

Um sowohl die äquivalente Belastung $P_{\ddot{a}q}$ als auch die mittlere Drehzahl \overline{n}_{43} zu bestimmen, muss die tatsächliche Drehzahl der Kurvenrolle $n_{43}(\varphi)$ bekannt sein. Dabei ist zu berücksichtigen, an welcher jeweiligen Kurvenflanke die Rolle abrollt und ebenso die Anzahl der Schritte, an welcher sie beteiligt ist.

Wird die Rolle als zusätzliches Getriebeglied 4 bezeichnet, so kann deren Winkelgeschwindigkeit ω_{43} bezüglich ihres Drehpunktes B nach [Hei12b] bestimmt werden.

$$\overrightarrow{\omega}_{43} + \overrightarrow{\omega}_{32} + \overrightarrow{\omega}_{24} = 0 \quad (5.58)$$

$$\overrightarrow{\omega}_{43} = \overrightarrow{\omega}_{42} - (\overrightarrow{\omega}_{31} - \overrightarrow{\omega}_{21}) \quad (5.59)$$

Die Indizes der Winkelgeschwindigkeiten unterliegen dabei der zyklischen Vertauschung. Unter Beachtung des reinen Wälzens zwischen Rolle und Kurvenscheibe und den Gleichungen (5.16) und (5.20) lässt sich der Geschwindigkeitsvektor v_{B42} aus

$$\overrightarrow{v}_{B42} = \overrightarrow{v}_{B43} = \sqrt{(x_B')^2 + (y_B')^2} = r_r \cdot \overrightarrow{\omega}_{42} \quad (5.60)$$

ermitteln.

Berücksichtigt man bei der Berechnung die vorzeichenbehafteten, also drehrichtungsbezogenen An- und Abtriebsgeschwindigkeiten, ergibt sich für die Winkelgeschwindigkeit der Rolle gegenüber dem Rollenstern:

$$\omega_{43} = \left(-\frac{\sqrt{(x_B')^2 + (y_B')^2}}{r_r} + 1 + \psi' \right) \cdot \omega_{21} \quad (5.61)$$

Für die Bestimmung der mittleren Drehzahl einer Rolle ist es von Bedeutung zu erkennen, dass eine Rolle während eines vollständigen Umlaufs des Abtriebsgliedes in Abhängigkeit von der Gängigkeit G an einem oder zwei Schritten des Abtriebs beteiligt ist. Stets die beiden letzten, im Eingriff befindliche Rollen sind in der nachfolgenden Bewegungsperiode als Rolle 1 und 2 definiert und somit mit unterschiedlichen Arbeitskurven in Kontakt. Sind bei $E = 2$ mehr als 4 Rollen aufgrund einer Gängigkeit > 1 vorhanden, so beteiligen sich genau $(G - 1)$ Rollen an nur einem Schritt. Es lässt sich feststellen, dass die Kurvenrollen eines Schrittgetriebes durchaus unterschiedliche mittlere Drehzahlen und Belastungen aufweisen, besonders wenn man die Drehzahl der im Eingriff befindlichen Rollen während der Rastphase berücksichtigt. Diese Unterschiede führen zu einer unterschiedlichen Lebensdauer, was bisher bei der Auslegung nicht berücksichtigt wird.

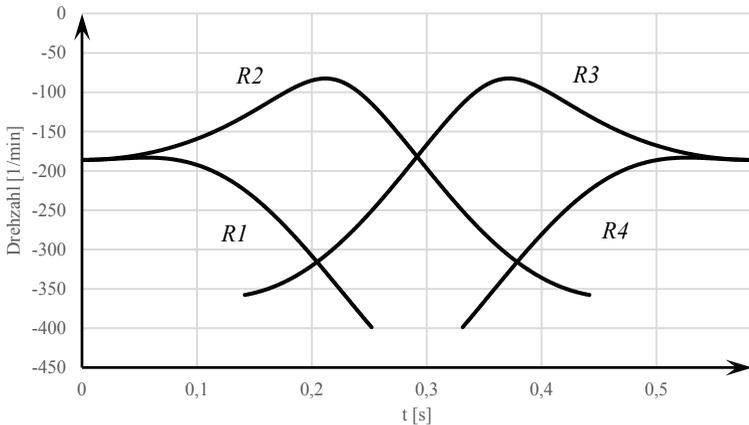


Abbildung 5.11: Verlauf der Rollendrehzahl eines Schrittgetriebes im Schrittbereich mit Bewegungsgesetz $MS00$, $\psi_S = 120^\circ$, $\varphi_S = 210^\circ$, $G = 1$, $E = 2$, $v_a = 2/5$, $v_r = 1/6$ und $n_{21} = 60U/min$

Abbildung 5.11 zeigt den Verlauf der Rollengeschwindigkeit über einer Bewegungsperiode T bei einem Getriebe nach Abbildung 5.2. und einer Antriebsdrehzahl von $n_{21} = 60U/min$. Rolle 3 und Rolle 4 sind zuletzt mit den Kurvenkörpern in Kontakt und auch während der anschließenden Rastphase. Im nachfolgenden Schritt übernehmen diese Rollen die Funktion von Rolle 1 und 2.

6 Bedeutung und Ermittlung normierte Kenngrößen

Die Bestimmung der Hauptabmessungen für ebene Kurvenschrittgetriebe ist bisher ein iterativer Prozess aus Synthese und Analyse, d. h., die Hauptabmessungen werden so lange intuitiv variiert, bis ein oder mehrere Zielkriterien erfüllt sind oder das Getriebe die gewünschten Eigenschaften aufweist. Die genannte Herangehensweise liefert jedoch nur „so gut wie nötige“ Ergebnisse und soll nun mit Hilfe normierter Kenngrößen-Diagramme deutlich vereinfacht werden und gezielt eine „so gut wie mögliche“ Lösung liefern.

Die Verwendung normierter Kenngrößen liefert ohne aufwendige Analysen bereits im Vorfeld der Auslegung Aussagen zu den Eigenschaften verschiedener Parameterkombinationen. Somit kann sehr schnell unter Verwendung weniger Vorgaben, das für ein oder mehrere Zielkriterien optimale Getriebe ausgelegt werden.

Bereits in [Gen84] beschäftigte man sich mit dieser Thematik in der Art, dass für einen ausgewählten Schrittwinkel ψ_S von 120° einerseits ein Diagramm über den zur Verfügung stehenden Bauraum für eine Abtriebswelle und andererseits ein Diagramm mit normierten Kräften im Kurvengelenk für unterschiedliche Schaltwinkel bezogen auf das Abmessungsverhältnis l/a erstellt wurde. Grundlage dieses Lösungsansatzes war ein festes Verhältnis des Rollenradius zum Radius des Rollensterns $r_r/l = 0,5$. Dieser Ansatz erleichtert ungemein die numerische Lösungsfindung, führt jedoch bei kleineren Schaltwinkeln zu Durchdringungen der Rollen je Rollenebene. Aus diesem Grund ist es sinnfälliger, die Ermittlung des optimalen Rollenradius trotz des erhöhten rechentechnischen Aufwandes in die Ermittlung solcher Kenngrößen einfließen zu lassen.

Weiterhin zeigen die theoretischen Ergebnisse aus [Gen84], dass Lösungen über ein Intervall des Abmessungsverhältnisses v_a von $[0,1]$ generiert wurden, was besonders an den Intervallgrenzen zu unrealistischen Abmessungen führt, da mögliche Hinterschneidungen der Rollenmittelpunktbahn nicht berücksichtigt wurden (vgl. Abschnitt 5.3).

6.1 Normiertes Rollenverhältnis

Der Einfluss des Rollenradius r_r bzw. des normierten Rollenverhältnisses v_r auf die kinematischen und kinetostatischen Eigenschaften ebener Kurvenschrittgetriebe ist nur für gewisse Getriebeeigenschaften, z. B. den Bauraum oder die *Stribecksche* Wälzpressung, direkt zu erkennen. Auch der eindeutige Zusammenhang zwischen dem Durchmesser von Kurvenrollen und der statischen sowie dynamischen Tragzahlen, also den ertragbaren Kräften der Eingriffsglieder, ist bekannt und auch nach [Sch06] insofern nachzuvollziehen, dass mit Erhöhung des Rollendurchmessers bei fast allen Baureihen von Kurven- oder Stützrollen auch die Tragzahlen ansteigen. Es wird also angestrebt, möglichst große Kurvenrollen einzusetzen um eine maximale Leistungsfähigkeit des Getriebes zu erzielen. Jedoch wurde bereits in Abschnitt 5.2.4 und Abschnitt 5.4.1 deutlich, dass sich mit Änderung des Rollenradius die Schnittpunktmatrix Z ändert und somit die Länge der tragenden Kurven, was wiederum zur Beeinflussung anderer Eigenschaften führen kann.

Der maximale Rollenradius r_r bzw. das Rollenverhältnis v_r kann jedoch auch nicht beliebig, beispielsweise nach den Gelenkkraften ausgewählt werden. So wird nach [Vol98] zur Vermeidung von Unterschnitt (Hubverlust infolge veränderter Kurvenbahnen) und Spitzenbildung an der Kurvenscheibe folgende Empfehlung für die Wahl des Rollenradius gegeben (vgl. dazu Abbildung 6.1):

$$r_r \leq 0,7 \cdot \min \rho_B \quad (6.1)$$

$$v_r \leq 0,7 \cdot \min \bar{\rho}_B \quad (6.2)$$

Dabei gilt Gleichung (6.1) für den Bereich der konvex gekrümmten Rollenmittelpunktbahnen. Konkave gekrümmte Bereiche werden hierfür außer Acht gelassen, da hier keine Spitzenbildung bzw. Unterschnitt auftreten kann. Im Vergleich zu einem Rollenradius, welcher beispielsweise bei 90 % des minimalen Krümmungsradius liegt, können unter Beachtung dieser Empfehlung die Werte der *Stribeckschen* Pressung auf unter 43 % gesenkt werden. Eine Anwendung dieser

Vorgabe auf die normierten Abmessungen ist möglich, da nach Gleichung (5.22) auch die Krümmung der Rollenmittelpunktbahn normiert berechnet werden kann.

Die Bestimmung des Rollenradius nach Gleichung (6.1) erfordert aufgrund der starken Abhängigkeit zwischen der Länge der tragenden Kurvenflanken und der minimalen konvexen Krümmung der Rollenmittelpunktbahn erhöhten numerischen Berechnungs-aufwand. Ein iterativer Ansatz ist an dieser Stelle unumgänglich. Als Startlösung für ein Näherungsverfahren kann an dieser Stelle nur das Minimum der Krümmungen aller Rollenmittelpunktbahnen im Intervall $[0|1]$ gewählt werden. Konvergiert die Lösung unter Verwendung der Schnittpunktmatrix Z anschließend zu einem stabilen Ergebnis, so ist der maximal mögliche Rollenradius für die gewählte Parameterkombination gefunden.

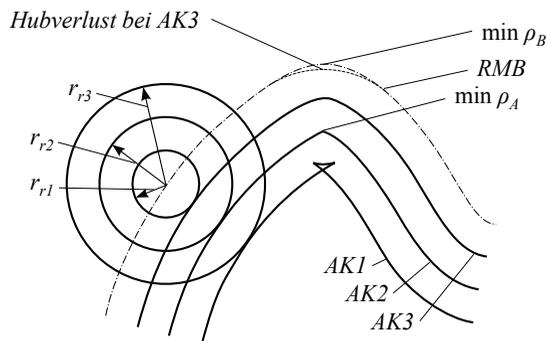


Abbildung 6.1: Arbeitskurven AK bei konvexer Krümmung in Abhängigkeit vom Rollenradius

r_r (in Anlehnung an [Vol89])

a) $r_{r1} \leq 0,7 \min \rho_B$; keine Spitzenbildung und kein Unterschnitt

b) $r_{r2} = 0,7 \min \rho_B$; Spitzenbildung

c) $r_{r3} > 0,7 \min \rho_B$; Unterschnitt mit Hubverlust

Softwaretools nach Abschnitt 3.4 verwenden, sofern sie überhaupt Empfehlungen für den Rollenradius liefern, nur den Krümmungsverlauf der tragenden Kurvenflanken bzw. der zugehörigen Rollenmittelpunktbahn. Zwanglaufsichernde Bereiche werden somit nicht betrachtet. Dies kann im Einzelfall dazu führen, dass genau in diesen Bereichen Unterschnitt auftritt, sofern der Rollenradius größer als der

Krümmungsradius der konvex gekrümmten Rollenmittelpunktbahn ist, und somit der Zwanglauf des Getriebes nicht mehr gewährleistet werden kann.

Abbildung 6.2 zeigt die Verläufe der normierten Krümmungsradien nach Gleichung (6.1) für eine bestimmte Parameterkombination. Die gestrichelten Kurven geben dabei die Verläufe im Intervall $[0,1]$ wieder, auch jene Bereiche, welche nicht zur geschlossenen Kurvenkontur gehören und keinen weiteren Einfluss haben. Die Abschnitte der grau hinterlegten Volllinien stellen alle Krümmungsradien der vier Rollenmittelpunktbahnen der symmetrischen Doppelkurvenscheibe dar. Die Länge der Kurven richtet sich nach der Schnittpunktverteilung und der Schnittpunktmatrix Z . Die als schwarzer Verlauf hervorgehobene Kurve zeigt den Krümmungsradiusverlauf der tragenden Kurvenflanken, dessen Minimum im gezeigten Fall deutlich größer ist als das Minimum aller Kurven. Würde nun eine Kurvenrolle nach dem Krümmungskriterium für alle Rollenmittelpunktbahnen im kompletten Schritt-Intervall bestimmt, so würden Bereiche einbezogen, die in der Realität nicht existieren. Dies hätte zur Folge, dass eine deutlich kleinere Rolle ausgewählt werden muss als notwendig.

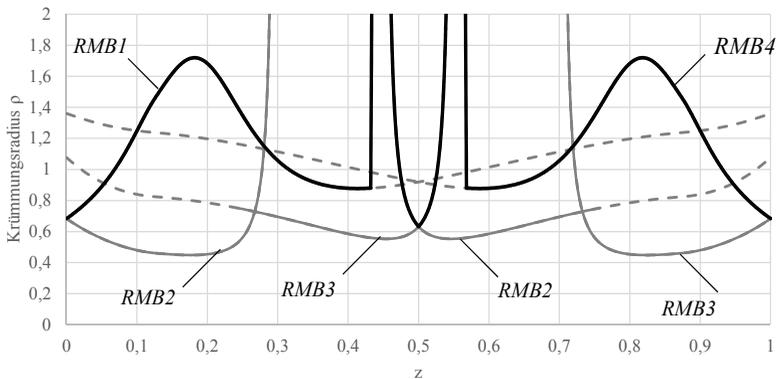


Abbildung 6.2: Verlauf der normierten Krümmungsradien der Rollenmittelpunktbahnen 1 bis 4 für ein eKSGa mit Bewegungsgesetz MS00, $\psi_S = 120^\circ$, $\varphi_S = 210^\circ$, $G = 1$, $E = 2$, $v_a = 2/5$, $v_r = 1/6$

Weiterhin wird der maximale Rollenradius auch bauraumbedingt eingeschränkt. In Abhängigkeit von der Rollenanzahl pro Ebene steht nur ein begrenzter Radius für die Rollen zur Verfügung. Unter Einbeziehung eines Mindestabstandes von 10 % des Rollenradius zwischen den Rollen ergibt sich dieser nach:

$$v_r \leq 0,95 \cdot \frac{v_a}{2} \sqrt{2 \left(1 - \cos \left(\frac{\psi_s}{G} \right) \right)} \quad (6.3)$$

Anhand der Randbedingungen für die Wahl einer Kurvenrolle folgt ein maximal möglicher Kurvenrollenradius in normierter Form nach:

$$v_{r \max} = \min \left(0,7 \cdot \min \bar{\rho}_B \mid 0,95 \cdot \frac{v_a}{2} \sqrt{2 \left(1 - \cos \left(\frac{\psi_s}{G} \right) \right)} \right) \quad (6.4)$$

Untersucht man den Verlauf des maximal möglichen Rollenverhältnisses $v_{r \max}$ (normierter Rollenradius) in Abhängigkeit vom Abmessungsverhältnis v_a für einen konkreten Schrittwinkel $\psi_s = 120^\circ$ und ein bestimmtes Bewegungsgesetz (in diesem Fall MS00), ergeben sich für verschiedene Schalt-Perioden-Verhältnisse Grenzverläufe nach Abbildung 6.4. Der lineare Anstieg des maximalen Rollenradius resultiert dabei aus Gleichung (6.3). Ab einem gewissen Abmessungsverhältnis v_a unterschreitet $v_{r \max}$ aufgrund immer kleinerer minimaler Krümmungsradien die Empfehlung nach Gleichung (6.2), und das Rollenverhältnis sinkt mit steigendem Abmessungsverhältnis gegen den Wert Null.

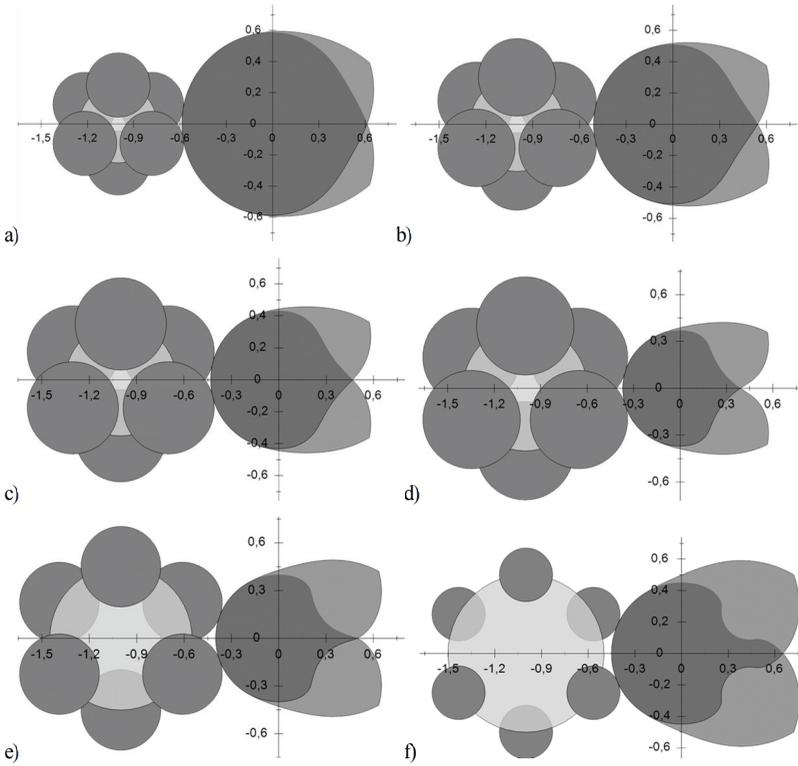


Abbildung 6.3: Varianten ebener Kurvenschrittgetriebe mit unterschiedlichen Abmessungs- und Rollen-verhältnissen ($\psi_s = 120^\circ$, $\varphi_s = 210^\circ$)

a) $v_a = 0,25$, $v_r = 0,206$

b) $v_a = 0,3$, $v_r = 0,247$

c) $v_a = 0,35$, $v_r = 0,288$

d) $v_a = 0,4$, $v_r = 0,314$

e) $v_a = 0,45$, $v_r = 0,252$

f) $v_a = 0,5$, $v_r = 0,170$

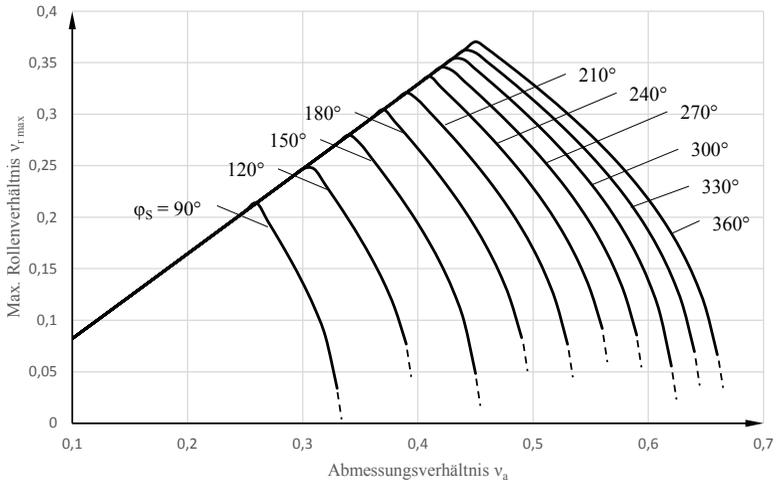


Abbildung 6.4: Rollenverhältnis $v_{r,max}$ für unterschiedliche Schaltwinkel bzw. Schalt-Perioden-Verhältnisse (Bewegungsgesetz MS00; $\psi_s = 120^\circ$)

Eine vergleichende Darstellung verschiedener Abmessungsverhältnisse v_a unter Einbeziehung der maximalen Rollenverhältnisse $v_{r,max}$ findet sich in Abbildung 6.3.

Sofern andere Kriterien, beispielsweise die Belastung im Kurvengelenk, nicht dagegen sprechen, kann natürlich immer ein Radius kleiner der angegebenen Grenzkurven für den jeweiligen Schaltwinkel φ_s verwendet werden. Dies liefert in jedem Fall eine gültige Parameterkombination für das jeweilige Getriebe, solange nach Gleichung (5.39) $K = 1$ gilt. Andere Kenngrößen sind in diesem Falle aber nach den Gleichungen aus Abschnitt 5.2 bis 5.4 zu bestimmen.

6.2 Minimaler Übertragungswinkel

Der minimale Übertragungswinkel ist, wie in Abschnitt 5.4.1 beschrieben, ein Maß für die Lauffähigkeit des Getriebes. Für einfache ebene Übertragungskurvengetriebe wird in [Vol89] und [Loh94] für den minimal zulässigen Übertragungswinkel μ_{min} ein Richtwert von 45° bzw. 60° angegeben, abhängig von der Antriebsdrehzahl. Eine

gesonderte, allgemein gültige Vorgabe für einen Grenzübertragungswinkel bei ebenen Kurvenschrittgetrieben wird hier nicht genannt. Es ist jedoch immer anwendungsspezifisch zu entscheiden, ob der tatsächlich auftretende Übertragungswinkel dem Kriterium der Lauffähigkeit genügt. Prinzipiell sollten geringe Werte für den Übertragungswinkel, welche beispielsweise nahe Null liegen, vermieden werden, da diese zu einer Blockierung bzw. Sperrung des Getriebes führen können. [Hei12b]

Untersucht man für einen vorgegebenen Schrittinkel ψ_S und ein bestimmtes Bewegungsgesetz (in diesem Fall MS00) den Verlauf des Übertragungswinkels für verschiedene Abmessungsverhältnisse ν_a in Kombination mit den entsprechenden maximalen Rollenverhältnissen nach Abschnitt 5.4.1, so ergeben sich Verläufe nach Abbildung 6.5. Es ist zu erkennen, dass der minimale Übertragungswinkel μ_{min} nicht zwangsläufig im Rastbereich auftritt. Nur für bestimmte Bereiche von ν_a liegt dieser zu Beginn bzw. am Ende der Bewegungsperiode ($z = 0$ und $z = 1$). Für kleinere und größere Abmessungsverhältnisse entsteht aufgrund großer Unstetigkeiten im Verlauf des Übertragungswinkels durch das Wechseln der Kurvenflanken der minimale Übertragungswinkel im Schrittbereich.

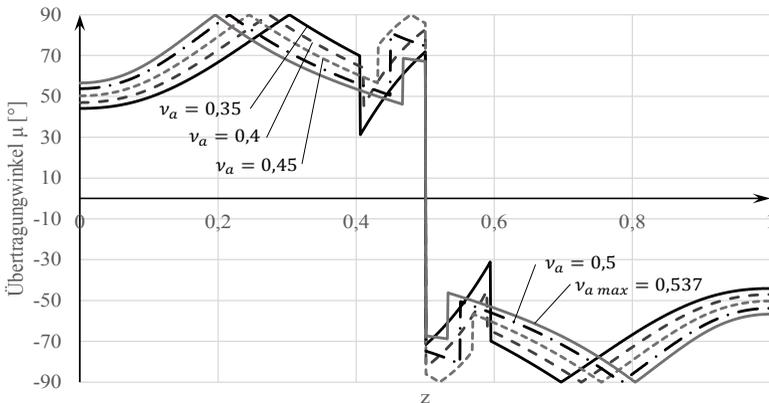


Abbildung 6.5: Übertragungswinkel im Schrittbereich für ausgewählte Werte von ν_a (Bewegungsgesetz MS00; $\psi_S = 120^\circ$, $\varphi_S = 210^\circ$, $G = 1$, $E = 2$)

Als Kriterium der Lauffähigkeit ergibt sich somit ein Verlauf des minimalen Übertragungswinkels μ_{min} in Abhängigkeit vom Abmessungsverhältnis v_a nach Abbildung 6.6. Der Übersichtlichkeit halber ist hier nur der Verlauf des Übertragungswinkels für einen Schaltwinkel $\varphi_S = 210^\circ$ dargestellt. Der zentrale lineare Bereich des minimalen Übertragungswinkels in Abbildung 6.6 ergibt sich durch Abmessungsverhältnisse, bei denen der Übertragungswinkel im Rastbereich auftritt. Die nichtlinearen Teilverläufe in Bereich I und III resultieren aus dem beschriebenen Wechsel der Arbeitskurven. Weiterhin wird das Abmessungsverhältnis durch die Gleichung (5.39), also den Grenzkennwert K limitiert.

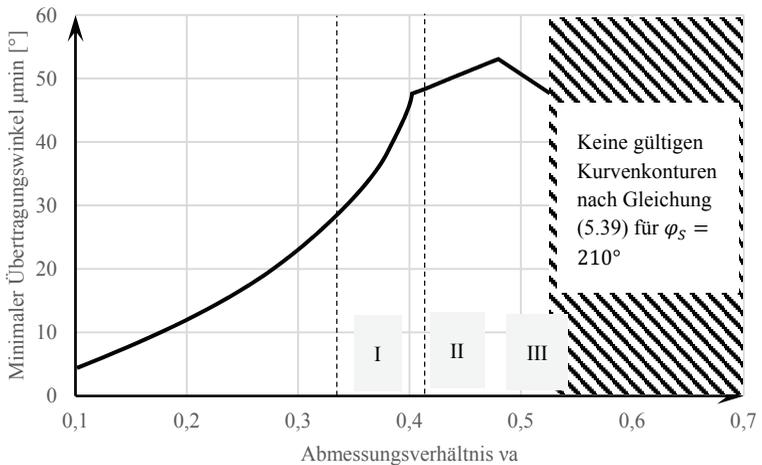


Abbildung 6.6: Minimaler Übertragungswinkel μ_{min} in Abhängigkeit vom Abmessungsverhältnis v_a (Bewegungsgesetz MS00; $\psi_S = 120^\circ$, $\varphi_S = 210^\circ$, $G = 1$, $E = 2$)

6.3 Normierte Gelenkkraft

Die Einführung der normierten Gelenkkraft nach [Gen84] dient der Ermittlung der maximalen Normalkraft G_{32n} (vgl. Gleichung (5.46)) auf die Kurvenflanke bei reiner Trägheitsbelastung. Sie wurde festgelegt zu:

$$\overline{G}_{32n} = \frac{G_{32n} \cdot l}{J_{31} \cdot \omega_{21}^2} = \frac{G_{32n} \cdot v_a \cdot a}{J_{31} \cdot \omega_{21}^2} = \frac{\psi''}{\sin(\mu)} \quad (6.5)$$

Betrachtet man den Verlauf der normierten, maximalen Normalkraft in Abhängigkeit vom Abmessungsverhältnis für verschiedene Schrittwinkel φ_s , wie in Abbildung 6.7, so zeigt sich, dass alle Kurven in einem beschränkten Bereich einen annähernd linearen Verlauf aufweisen, welcher für größere v_a durch das Grenzabmessungsverhältnis $v_{a \max}$ begrenzt wird. Für ein kleiner werdendes Abmessungsverhältnis v_a weisen alle Verläufe einen sehr starken Anstieg auf. Dieser extreme Anstieg resultiert aus großen Unstetigkeiten im Kraftverlauf, welche wiederum aus großen Sprüngen im Verlauf des Übertragungswinkels hervorgehen. Abbildung 6.8 zeigt dazu vergleichend die betragsmäßigen Gelenkkraftverläufe für unterschiedliche Abmessungsverhältnisse bei einem Schaltwinkel von $\varphi_s = 210^\circ$.

Speziell der Gelenkkraftverlauf für $v_a = 0,2$ zeigt deutliche Spitzen über die eigentlich zu erwartende Maximalkraft hinaus. Es wird somit an dieser Stelle empfohlen, Bereiche außerhalb des annähernd linearen Verlaufs der maximalen, normierten Gelenkkraft zu meiden, um Extrema im Kraftverlauf zu verhindern.

Die Auswahl geeigneter Getriebeabmessungen für ein ebenes Schrittgetriebe mit 3 Stationen ($\psi_s = 120^\circ$) könnte nun bereits anhand von Abbildung 6.7 erfolgen. Es ist jedoch darauf zu achten, immer die Ergebnisse aus Abschnitt 6.1, also die maximalen Rollenverhältnisse, parallel zu überprüfen, da hier Änderungen des Abmessungsverhältnisses sehr großen Einfluss haben. Nicht zwangsweise führen die Getriebeabmessungen mit den geringsten Gelenkkraften zu einer optimalen Lösung, da für $G_{32 \max}(v_{a \max})$ die Rollenradien keine technologisch sinnvollen Werte annehmen.

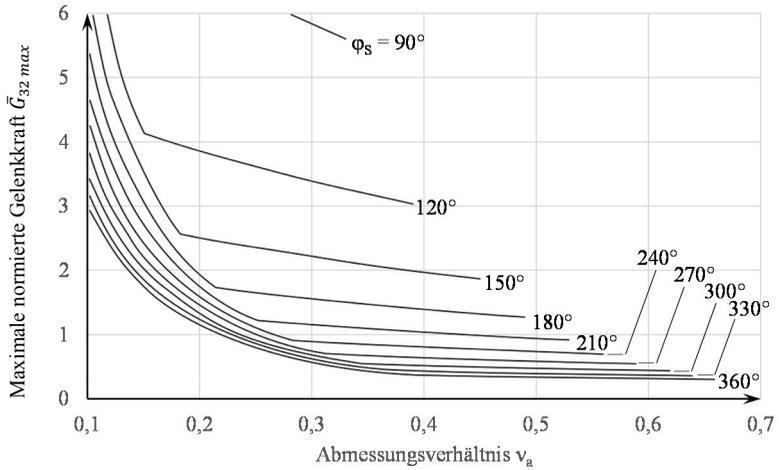


Abbildung 6.7: Maximale normierte Gelenkkraft für unterschiedliche Schaltwinkel (Bewegungsgesetz MS00; $\psi_S = 120^\circ$, $G = 1$, $E = 2$)

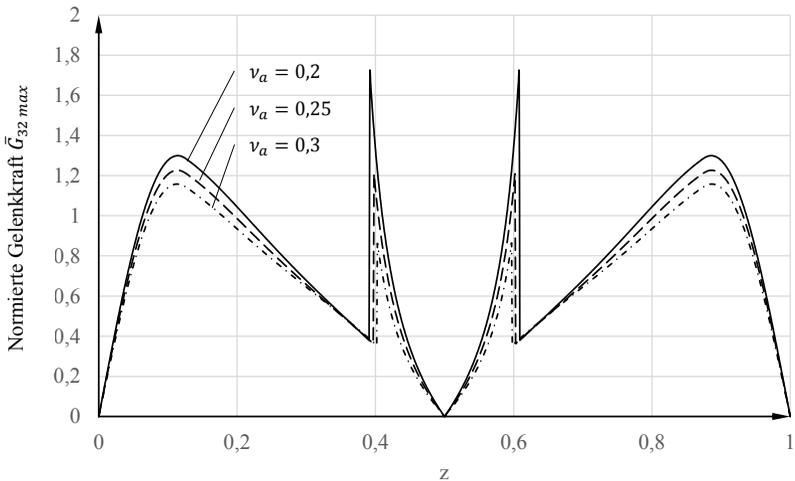


Abbildung 6.8: Normierte Gelenkkraft im Schrittbereich für ausgewählte Werte von v_a (Bewegungsgesetz MS00; $\psi_S = 120^\circ$, $\varphi_S = 210^\circ$, $G = 1$, $E = 2$)

Die Umrechnung der normierten maximalen Belastung der Kurvenrolle in die reale Belastung im Kurvengelenk erfolgt nach:

$$G_{32n} = \frac{\overline{G}_{32n} \cdot J_{31} \cdot \omega_{21}^2}{v_a \cdot a} \quad (6.6)$$

und ist somit abhängig vom tatsächlich gewählten Achsabstand a . Substituiert man nun

$$a = \frac{r_r}{v_r} \quad (6.7)$$

so kann eine Ungleichung für ein Ersatz-Rollenmoment der Art aufgestellt werden, dass gelten muss:

$$G_{32n} \cdot r_r \geq \overline{G}_{32n} \cdot J_{31} \cdot \omega_{21}^2 \cdot \frac{v_r}{v_a} \quad (6.8)$$

Mit Hilfe der Gleichung (6.8) kann nun in entsprechenden Herstellerkatalogen nach Kurvenrollen oder Stützrollen gesucht werden, welche das genannte Kriterium erfüllen. Dabei ist zu beachten, dass die Berechnung der Gelenkkräfte keinerlei zusätzliche Belastungen durch äußere Momente, Lager- oder Rollreibung beinhaltet. Auch der Einfluss von Vorspannung im System aufgrund von Fertigung der Kurven mit Aufmaß wird nicht berücksichtigt. Es sollte hier also ein entsprechender Sicherheitsfaktor berücksichtigt werden, um die geforderte Lebensdauer zu gewährleisten. Weiterhin geben Hersteller eine Mindestbelastung für ihre Kurvenrollen an, welche speziell im theoretisch lastfreien Rastbereich zu prüfen ist.

6.4 Normierte Stribecksche Wälzpressung

Analog zu den normierten Kennwerten aus Abschnitt 6.1 und 6.3 lässt sich auch die Pressung nach *Stribeck* (vgl. Abschnitt 5.4.2) für ebene Kurvenschrittgetriebe als normierte Größe bestimmen. Auf Grundlage der normierten Abmessungen und der

normierten Gelenkkraft wird eine normierte Pressung nach folgender Gleichung eingeführt:

$$\bar{p}_S = \frac{|\bar{G}_{32n}|}{2 \cdot \nu_r \cdot \left(1 - \frac{\nu_r}{\rho_B}\right)} \quad (6.9)$$

Sofern nach Abschnitt 6.3 bereits eine Auswahl des Abmessungsverhältnisses erfolgt ist, kann mit Hilfe von Abbildung 6.9 die entsprechende normierte Pressung ermittelt werden.

Die Rückrechnung auf die tatsächlich auftretende *Stribecksche* Wälzpressung erfolgt nach:

$$p_S = \bar{p}_S \frac{J_{31} \cdot \omega_{z1}^2}{\nu_a \cdot a^2 \cdot b_K} \quad (6.10)$$

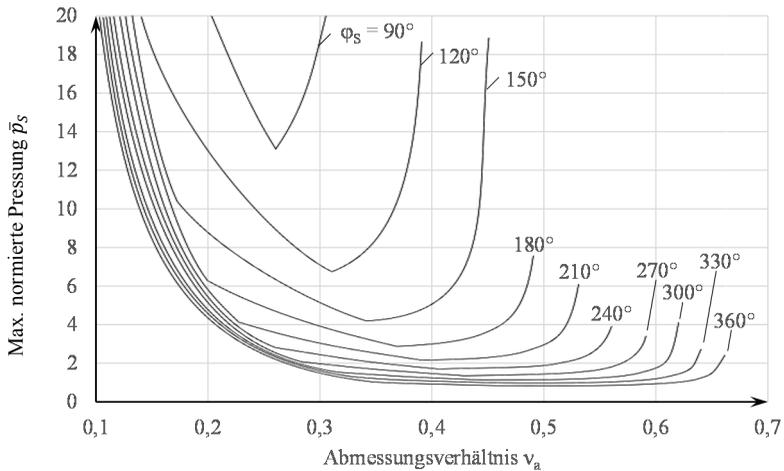


Abbildung 6.9: Maximale normierte Pressung \bar{p}_S für unterschiedliche Schaltwinkel bzw. Schalt-Perioden-Verhältnisse (Bewegungsgesetz MS00; $\psi_S = 120^\circ$, $G = 1$, $E = 2$)

Abbildung 6.9 zeigt den Verlauf der normierten Pressung nach Gleichung (6.9) für verschiedene Schaltwinkel. Ähnlich wie bei der normierten Gelenkkraft weisen speziell die Verläufe für große Schaltwinkel einen großen Bereich mit annähernd linearem Verlauf auf. Für Schaltwinkel $\leq 180^\circ$ bildet sich jedoch ein deutliches Minimum heraus. Vergleicht man das Diagramm mit Abbildung 6.4, so lässt sich erkennen, dass die Minima mit den maximalen Rollenradien korrespondieren.

6.5 Maximale Rollengeschwindigkeit

Die maximal mögliche Drehzahl für Kurvenrollen wird im Wesentlichen durch die zulässige Betriebstemperatur der Wälzlager bestimmt. Sie ist abhängig von der Art des Lagers, der Belastung, den Schmierungsbedingungen und den Kühlverhältnissen. [Sch06] Die Auswahl geeigneter Kurvenrollen erfordert somit neben den Belastungskenngrößen und anderen Randbedingungen auch die Beachtung der Rollendrehzahl für Dauerbetrieb und der maximal zulässigen Drehzahl. Die Ermittlung der reellen Rollendrehzahlen erfolgt nach den Gleichungen aus Abschnitt 5.4.4.

Die Winkelgeschwindigkeit der Kurvenrollen ist nach Gleichung (5.61) unabhängig von der realen Größe des Getriebes. Lediglich das Verhältnis des vektoriellen Betrages der ersten Ableitung der Rollenmittelpunktbahn zu dem Rollenradius hat als geometrische Größe Einfluss. Somit ist der Einsatz der äquivalenten normierten Größen möglich, Gleichung (6.11). Erfolgt nun eine Normierung bezüglich der Antriebswinkelgeschwindigkeit ω_{21} , so ergibt sich die normierte Rollendrehzahl nach Gleichung (6.12).

$$\omega_{43} = \left(-\frac{\sqrt{(\overline{x_B}')^2 + (\overline{y_B}')^2}}{v_r} + 1 + \psi' \right) \cdot \omega_{21} \quad (6.11)$$

$$\overline{\omega}_{43} = \frac{\omega_{43}}{\omega_{21}} = \left(-\frac{\sqrt{(\overline{x_B}')^2 + (\overline{y_B}')^2}}{v_r} + 1 + \psi' \right) \quad (6.12)$$

Die Ermittlung der realen Rollendrehzahl erfolgt nach:

$$n_{43} = \overline{\omega}_{43} \cdot n_{21} \quad (6.13)$$

Gleichung (6.12) ermöglicht die einfache Ermittlung der maximalen Drehzahl aller an der Bewegungsübertragung beteiligter Rollen und die Darstellung in einem entsprechenden Kennwert-Diagramm, Abbildung 6.10. Mit dessen Hilfe lässt sich nun für einen gewählten Parametersatz bei gegebener Antriebsdrehzahl die maximale Drehzahl nach Gleichung (6.13) sehr schnell ermitteln und anschließend mit den Herstellerangaben abgleichen.

Die Einführung einer allgemeingültigen normierten Lebensdauer-Kenngröße ist mit Hilfe von Gleichung (6.12) nicht möglich. Somit kann an dieser Stelle auch kein Rückschluss auf die tatsächliche Lebensdauer der Kurvenrollen gezogen werden.

Begründen lässt sich dies durch folgende Punkte:

- Bestimmend für die Lebensdauer sind die äquivalente Belastung und die äquivalente Drehzahl. In Abhängigkeit von den Getriebeparametern sind nicht alle Kurvenrollen gleichmäßig an der Bewegungs- und Lastübertragung beteiligt, beispielsweise bei höherer Gängigkeit.
- Mindestens zwei der Kurvenrollen sind auch im Rastbereich im Eingriff und besitzen somit auch hier eine entsprechende Drehzahl. Da nach dem quasi-statischen Modell keine Last in diesem Bereich wirkt, tritt auch keine Gelenkkraft auf.
- Belastungen im Kurvengelenk durch Vorspannung (Aufmaß der Kurvenscheibe) werden nicht einbezogen.

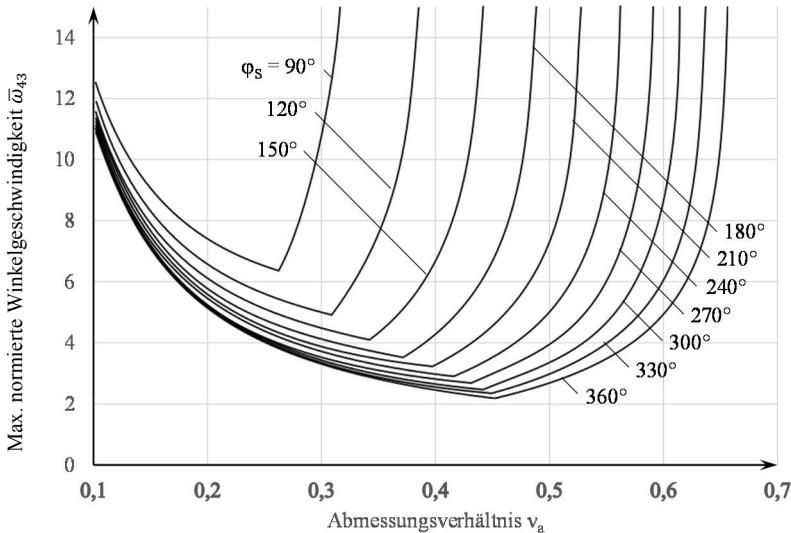


Abbildung 6.10: Maximale normierte Winkelgeschwindigkeit der Kurvenrollen für unterschiedliche Schaltwinkel (Bewegungsgesetz MS00; $\psi_S = 120^\circ$, $G = 1$, $E = 2$)

Somit können in einem ersten Dimensionierungsschritt nur die Maximalwerte von Rollendrehzahl und Gelenkkraft für die Auswahl einer Kurvenrolle aus den Herstellerkatalogen herangezogen werden. Dies ersetzt aber nicht eine nachträgliche Ermittlung der Lebensdauer, wenn alle Randbedingungen bekannt sind.

6.6 Normiertes Flächenmaß und normierter Wellenradius

Eine wesentliche Bedeutung bei der Entwicklung ebener Schrittgetriebe hat der erforderliche Bauraum der Mechanismen bezogen auf die Leistungsklassen, da man auch mit diesen Getrieben entweder im High-Speed- oder High-Load-Bereich eine möglichst optimale Bauraumausnutzung erreichen will.

Als Bezugsgröße für den Bauraumbedarf wurde in Abschnitt 5.4.3 ein entsprechender Kennwert eingeführt, welcher auf den Achsabstand a bezogen werden kann. Es ergibt sich ein normiertes Flächenmaß nach der Formel

$$\begin{aligned} \overline{A}_{max} &= \begin{cases} (1 + \nu_a + \nu_r + \overline{r_{Kmax}}) \cdot 2 \cdot (\nu_a + \nu_r) & | (\nu_a + \nu_r) > \overline{r_{Kmax}} \\ (1 + \nu_a + \nu_r + \overline{r_{Kmax}}) \cdot 2 \cdot \overline{r_{Kmax}} & | (\nu_a + \nu_r) < \overline{r_{Kmax}} \end{cases} \end{aligned} \quad (6.14)$$

wobei $\overline{r_{Kmax}}$ den maximalen normierten Radius der Kurvenscheibe beschreibt. Dieser tritt immer im Schnittpunkt zweier Arbeitskurven auf. Die Schnittpunkt-Parameter sind aus der Matrix Z zu entnehmen, womit sich der maximale Kurvenscheibenradius ergibt:

$$\begin{aligned} \overline{r_{Kmax}} &= \sqrt{(\overline{x_B}(z_{SP\ i})_i)^2 + (\overline{y_B}(z_{SP\ i})_i)^2} \\ \text{mit } z_{SP\ i} &= z_{i,i+E} \end{aligned} \quad (6.15)$$

Sind mehrere Schnittpunkte vorhanden ($G > 1$), oder es kommt in Folge eines Anfangswinkels φ_A oder unsymmetrischer Bewegungsgesetze zu inkongruenten Kurvenkörpern, so sind die Radien der Kurvenscheiben für alle Ebenen und alle Schnittpunkte zu bestimmen und das Maximum auszuwählen.

Unter der Verwendung des nach Abschnitt 6.1 ermittelten maximalen Rollenverhältnis ν_{rmax} zeigt sich der Einfluss des Abmessungsverhältnisses ν_a auf das normierte Flächenmaß für unterschiedliche Schaltwinkel, beispielhaft für ein Getriebe mit drei Stationen nach Abbildung 6.11.

Abhängig vom gewählten Parametersatz, bestehend aus Bewegungsgesetz, Stationszahl bzw. Schrittwinkel, Gängigkeit und Anzahl der Ebenen, ergeben sich für verschiedene Schalt-Perioden-Verhältnisse verschiedene Kurvenverläufe. Dabei ist, wie bereits aus Gleichung (6.14) hervorgeht, das Größenverhältnis vom Abtriebsglied $(\nu_a + \nu_r)$ zum Antriebsglied, dem normierten Kurvenscheibenradius $\overline{r_{Kmax}}$, entscheidend für markante Stellen im Funktionsverlauf.

- $\frac{(v_a+v_r)}{\overline{r_{K\ max}}} \leq 1$ für $0 \leq v_a \leq v_{a\ max}$

Es resultieren Verläufe mit einem Knick im Minimum der Funktion. Das Minimum des maximalen Flächenmaßes fällt bei diesen Verläufen mit dem maximalen Rollenverhältnis $v_{r\ max}$ zusammen. An dieser Stelle gilt:

$$\overline{r_{K\ max}} - (v_a + v_{r\ max}) = \min \quad | \overline{r_{K\ max}} \geq (v_a + v_{r\ max}) \quad (6.16)$$

- $\frac{(v_a+v_r)}{\overline{r_{K\ max}}} \begin{cases} < 1 \\ = 1 \\ > 1 \end{cases}$ für $0,1 \leq v_a \leq v_{a\ max}$

Es ergeben sich Verläufe mit drei Knickstellen im Funktionsverlauf. Dabei resultiert jeweils die mittlere Knickstelle v_{a2} der Verläufe ebenso aus Bedingung (6.16) und fällt mit dem maximalen Rollenverhältnis $v_{r\ max}$ zusammen. Diese Stelle im Funktionsverlauf bildet jedoch nicht das Minimum des maximalen Flächenmaßes.

Zwei weitere Knickstellen v_{a1} und v_{a3} treten im Verlauf auf, und zwar genau dann, wenn $(v_a + v_r)/\overline{r_{K\ max}} = 1$ ist. Das Minimum des Flächenmaßes findet sich in diesem Fall immer an der ersten Knickstelle v_{a1} , da das Abmessungsverhältnis $v_{a1} < v_{a3}$ entscheidend für diese Kenngröße ist (vgl. dazu Gleichung (6.14)).

Die Rückrechnung des Kennwertes für die Bauraumausnutzung erfolgt analog zu den anderen geometrischen Größen unter Einbeziehung des realen, gewählten Achsabstandes a .

$$A_{max} = \overline{A_{max}} \cdot a^2$$

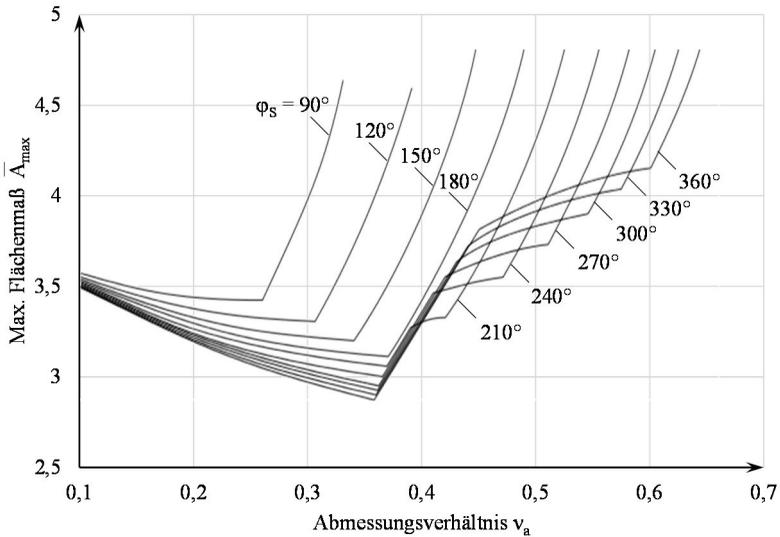


Abbildung 6.11: Maximales Flächenmaß für unterschiedliche Schaltwinkel bzw. Schalt-Perioden-Verhältnisse (Bewegungsgesetz MS00; $\psi_s = 120^\circ$, $G = 1$, $E = 2$)

Die Kenngröße eines maximalen Radius für die Abtriebswelle des Rollensterns (vgl. Abschnitt 5.4.3) ist besonders für die Dimensionierung der Welle interessant, hat aber auch Einfluss auf die konstruktive Gestaltung der Wellenlagerung.

Die Verwendung normierter Getriebeparameter führt zu einem Kennwert der Form

$$\bar{r}_W = \frac{(1 - \bar{r}_{Kmax})}{v_a} \quad (6.18)$$

und beschreibt den prozentualen Grenzradius einer Abtriebswelle bezüglich des Abmessungsverhältnisses v_a , also dem normierten Rollensternradius. Da das Rollenverhältnis v_r großen Einfluss auf den maximalen Radius der Kurvenscheibe besitzt, zeichnet sich dieser auch in der Kenngröße des normierten Wellenradius ab.

Betrachtet man den Einfluss unterschiedlicher Abmessungsverhältnisse v_a auf den maximalen Wellenradius $\overline{r_w}$, so ergeben sich Funktionsverläufe, wie beispielhaft in Abbildung 6.13. Der annähernd lineare Verlauf der Funktionen bis zur Knickstelle ist auf den linearen Anstieg von $v_{r \max}$ zurückzuführen, genau wie der folgende starke Abfall der Kurven. Für Werte von $\overline{r_w} > 1$ entstehen dabei vollständig konvexe Kurvenscheiben.

Sofern aufgrund eines zu großen Radius der Kurvenscheibe kein Platz für eine ausreichend dimensionierte Abtriebswelle vorhanden ist, müssen ausgleichende konstruktive Maßnahmen getroffen werden. Neben dem Einsatz einer konstruktiv aufwendigen „fliegenden Lagerung“ besteht die Möglichkeit der Modifikation der Kurvenscheibe durch Einkürzung der Spitzen. D. h., es wird gezielt Material im Bereich der Spitzen entfernt und somit der maximale Kurvenscheibenradius reduziert.

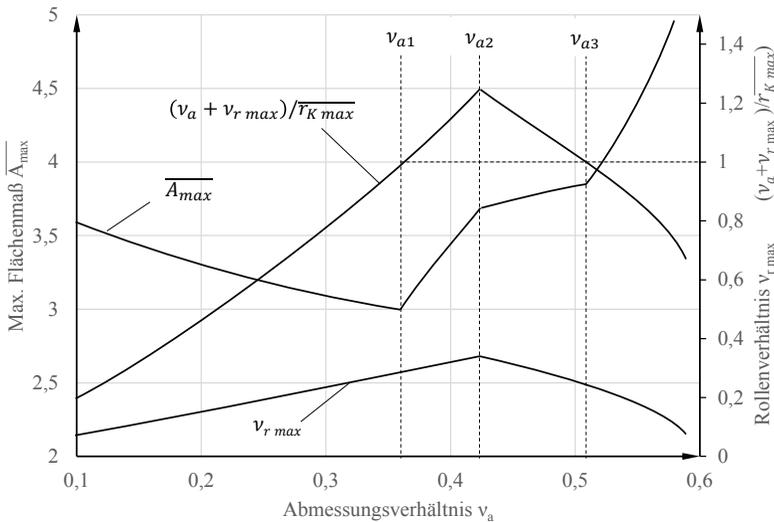


Abbildung 6.12: Darstellung der Funktionsverläufe für $\overline{A_{max}}$, $v_{r \max}$ und des Größenverhältnisses von Ab- zu Antriebsglied (Bewegungsgesetz MS00; $\psi_s = 120^\circ$, $\varphi_s = 270^\circ$, $G = 1$, $E = 2$)

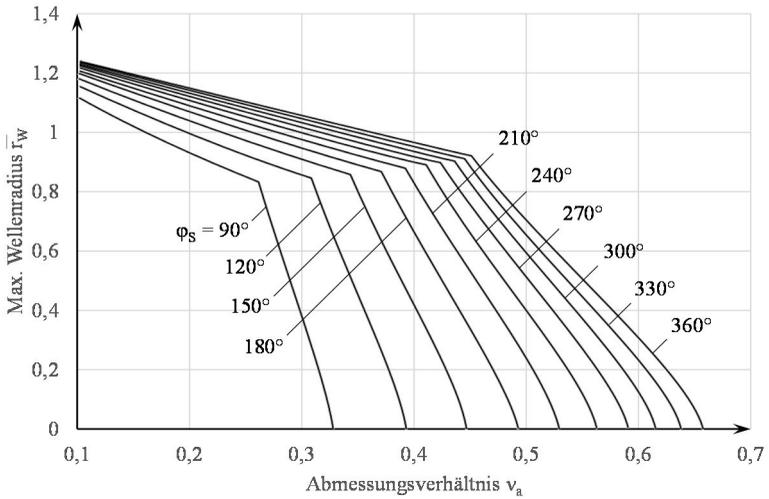


Abbildung 6.13: Maximaler prozentualer Wellenradius für unterschiedliche Schaltwinkel bzw. Schalt-Perioden-Verhältnisse (Bewegungsgesetz MS00; $\psi_s = 120^\circ$, $G = 1$, $E = 2$)

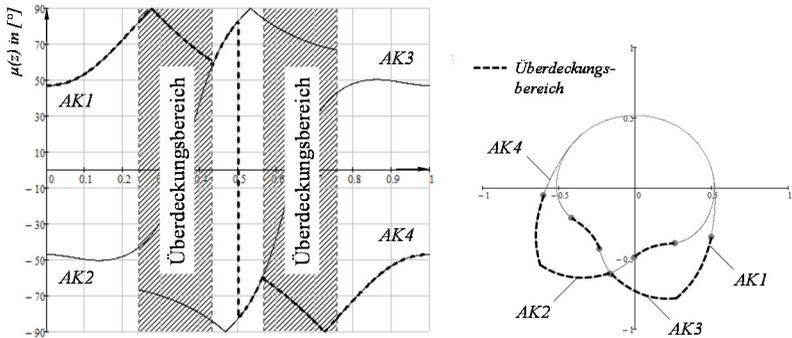


Abbildung 6.14: Übertragungswinkel μ und schematische Darstellung der normierten Kurvenscheiben mit Kennzeichnung der Überdeckungsbereiche

Diese Maßnahme kann jedoch nur im Überdeckungsbereich von mindestens 3 Arbeitskurven geschehen, vgl. Abbildung 6.14. Dabei ist jedoch zu beachten, dass eine Verkleinerung der Überdeckungsbereiche zu einer Verschiebung der Wechsellpunkte zwischen den Arbeitskurven führt und somit Bereiche mit schlechterem Übertragungswinkel zur Bewegungsübertragung bzw. zur Zwanglaufsicherung genutzt werden. Dadurch erhöht sich die Gelenkkraft in besagten Bereichen, was wiederum eine reduzierte Lebensdauer zur Folge hat.

7 Kennwert-Diagramme

7.1 Bedeutung für die Auslegung von Kurvenschrittgetrieben

Ein wesentlicher Unterschied zwischen Kurven- und Kurvenschrittgetrieben besteht in der Ermittlung günstiger bzw. optimaler Hauptabmessungen. Speziell bei ebenen Kurvengetrieben sind verschiedene Verfahren, wie z. B.

- das Näherungsverfahren nach Flocke [Flo31],
- das Hodographenverfahren [Huh61],
- das Polbahnverfahren nach Hain (Zeichnungsfolge-Rechenmethode) [Hai74]
- und das Grenzkurvenverfahren nach Lederer

bekannt. Die Vor- und Nachteile dieser Methoden wurden in [Hei12b] untersucht und verglichen. Die Übertragung der genannten Verfahren auf ebene Schrittgetriebe gelingt jedoch nicht, da sich diese durchweg – direkt oder indirekt – auf einen vorgegebenen minimal zulässigen Übertragungswinkel im Zusammenspiel mit der Übertragungsfunktion 1. Ordnung beziehen und einen Gleich- und Gegenlaufbereich in der Bewegung fordern. Das Kriterium der Lauffähigkeit eines Getriebes steht bei der Auslegung nach diesen Methoden somit stets im Vordergrund.

Wie bereits in Abschnitt 5.4.1 angemerkt, tritt der minimale Übertragungswinkel bei ebenen Schrittgetrieben meist im Rastbereich auf, da Bereiche mit schlechtem Übertragungswinkel bewusst nicht zur Bewegungsübertragung genutzt werden. Die Zusammenhänge während der Bewegungsphase sind jedoch entscheidend für Eigenschaften des Getriebes und von besonderem Interesse für die Auslegung.

Die schon in Abschnitt 6 dargestellten Kennwert-Diagramme zur Eigenschaftsbewertung auf Grundlage von normierten Hauptabmessungen stellen eine neue Herangehensweise bei der Synthese ebener Kurvenschrittgetriebe dar.

Kennwert-Diagramme, auch als Kurventafeln bezeichnet, sind speziell im Umfeld der Getriebetechnik/Mechanismentechnik ein gängiges Werkzeug zur Auslegung nichtlinear übersetzender Getriebe. Ob in gedruckter Form in Lehrbüchern, Richtlinien, usw. oder implementiert in Softwaretools unterstützen sie den Anwender bei der schnellen und gezielten Auslegung von Mechanismen. Der Großteil der bekannten Kurventafeln bezieht sich jedoch auf ebene Koppelgetriebe. Für Kurvengetriebe und im Besonderen für Kurvenschrittgetriebe existieren nur wenige dieser eigenschaftsbezogenen Diagramme. Beispiele hierfür zeigen [Gen84] und [Sch93].

Der im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Ansatz zur Bestimmung der Hauptabmessungen ebener Kurvenschrittgetriebe basiert auf dem Einsatz größtmöglicher Kurvenrollen. Diese Herangehensweise widerspricht gängigen Auslegungsstrategien für Mechanismen, da nur Getriebeglieder und Gelenke für die kinematische Funktion bestimmend sind und Getriebeorgane nur Nebenfunktionen erfüllen. [Vol95] Im Falle ebener Kurvenschrittgetriebe lassen sich jedoch eindeutige Zusammenhänge zwischen der Größe der Kurvenrollen und den Getriebeeigenschaften nachweisen (vgl. Abschnitt 6). Zur Vermittlung der stark nichtlinearen Zusammenhänge bietet sich ein Katalog an Kennwert-Diagrammen an, mit dessen Hilfe man sehr schnell zu ganzheitlich optimalen Hauptabmessungen gelangt.

7.2 Ermittlung von Kennwert-Kurven

Da die Bestimmung der Hauptabmessungen und die Eigenschaftsanalyse in normierter Form erfolgt, sind für die Erstellung von Kennwert-Kurven nur wenige Eingangsparameter ausschlaggebend. Lediglich

- die Stationszahl n_{St} bzw. der Schrittwinkel ψ_S ,
- der Schaltwinkel φ_S bzw. das Schalt-Perioden-Verhältnis ν_S ,
- die Gängigkeit G und die Anzahl der Ebenen E
- sowie ein ausgewähltes Bewegungsgesetz

sind hier von Bedeutung. Antriebsdrehzahlen, Taktzeiten und Belastungsklassen, wie sie bei der Auswahl aus Herstellerkatalogen anzugeben sind, werden nicht benötigt. Diese Dimensionierungsparameter kommen erst nach der Auswahl, der für den Anwendungsfall optimalen Größenverhältnisse zum Tragen und legen die realen Abmessungen des Getriebes fest.

Zur Auswahl, zum Vergleich und zur Bewertung unterschiedlicher Varianten von Kurvenschrittgetrieben müssen alle gültigen Parameterkombinationen berechnet und entsprechend dargestellt werden. Dabei erfolgt die Berechnung der Kennwert-Kurven für jede Stationszahl und ausgewählte Schaltwinkel separat nach folgender Vorgehensweise:

1. Ermittlung des Grenzwertes $v_{a \max}$
2. Überprüfung, ob das Abmessungsverhältnis v_a das Grenzkriterium $v_{a \max}$ überschreitet (wenn ja, dann wird an dieser Stelle abgebrochen)
3. Berechnung der Rollenmittelpunktbahnen in normierten Form für das angegebene Abmessungs- und Schalt-Perioden-Verhältnis im Intervall $z = [0|1]$
4. Ermittlung des minimalen, normierten Krümmungsradius aller k Rollenmittelpunktbahnen $\rho_{B \min}^{(k)}$ im Intervall $[0|1]$ als Startlösung für das maximal zulässige Rollenverhältnis $v_{r \max}$
5. Berechnung der Arbeitskurven in normierter Form unter Verwendung von $v_{r \max}$ aus Schritt 4
6. Bestimmung der Schnittpunktmatrix Z zur Beurteilung der tatsächlich wirksamen Arbeitskurvenbereiche
7. Erneute Ermittlung des minimalen Krümmungsradius aller n_k Rollenmittelpunktbahnen $\rho_{B \min}^{(k)}$ im eingeschränkten Intervall für z nach Schritt 6
8. Ermittlung des größtmöglichen Rollenradius als Minimum der Ergebnisse aus Schritt 7 und des zur Verfügung stehenden Bauraums für die Rollen am Abtriebsglied

9. Wiederholung von Schritt 6-8, bis das Ergebnis für $v_{r\max}$ konvergiert (i. d. R. nach 3-5 Iterationen)
10. Letztmalige Berechnung der Schnittpunktmatrix Z und Ermittlung der geschlossenen Kurvenscheiben
11. Ermittlung des maximalen, normierten Kurvenscheibenradius $\bar{r}_{k\max}$
12. Ermittlung des minimalen Übertragungswinkels μ_{\min} (→Ausgabe)
13. Ermittlung der maximalen, normierten Gelenkkraft $\bar{G}_{32n\max}$ (→Ausgabe)
14. Ermittlung der maximalen, normierten Rollengeschwindigkeit $\bar{\omega}_{43}$ (→Ausgabe)
15. Ermittlung der maximalen, normierten Stribeckschen Wälzpressung $\bar{p}_{s\max}$ (→Ausgabe)
16. Ermittlung des maximalen, normierten Flächenmaßes \bar{A}_{\max} (→Ausgabe)
17. Ermittlung des maximalen, normierten Wellenradius \bar{r}_W (→Ausgabe)
18. Wiederholung von Schritt 2 bis 17 für v_a im Intervall $[0|1]$

Einen Auszug aus dem PAP des Berechnungsprogramms mit Verweis auf die jeweils genutzten Gleichungen zeigt Abbildung 7.1.

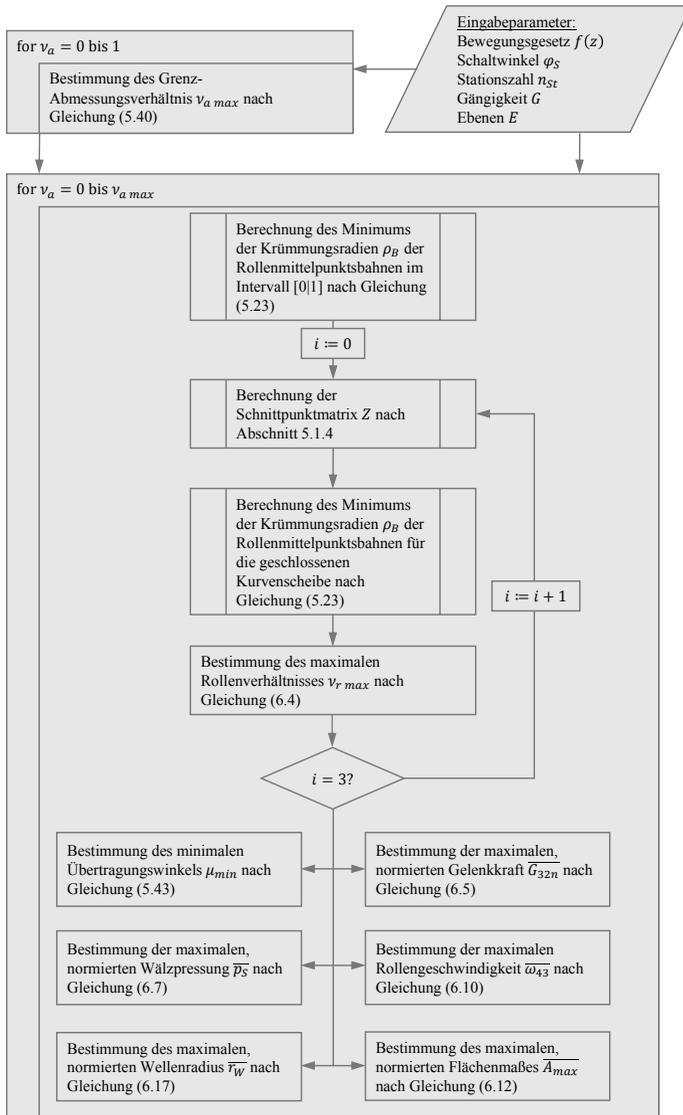


Abbildung 7.1: Programmablaufplan - Auszug aus dem Mathcad-Programm zur Berechnung der Kennwert-Diagramme für ebene Kurvenschrittgetriebe

Die Anlagen 1 bis 5 zeigen die Ergebnisse für ebene Schrittgetriebe mit ausgewählten Stationszahlen $n_{st} = 3 \dots 8$. Jedes der Kennwertdiagramme enthält zehn Kurven unterschiedlicher Schaltwinkel und Schalt-Perioden-Verhältnisse, die in Tabelle 2 aufgeführt sind. Die Abstufung der Abmessungsverhältnisse v_a erfolgte in 1%-Schritten. Somit wurde zur Erstellung der in den Anlagen aufgeführten Diagramme insgesamt 35.000 Kennwerte nach dem beschriebenen Algorithmus berechnet.

Tabelle 2: Abstufung von Schaltwinkel und Schalt-Perioden-Verhältnis bei $\varphi_p = 2\pi$ für Kennwert-Diagramme

φ_S	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270°	300°	330°	360°
v_S	0,25	0,33	0,42	0,5	0,58	0,67	0,75	0,83	0,92	1

Sind die Kennwerte anderer Getriebevariationen mit anderen Stationszahlen, Schaltwinkeln oder einem anderen Bewegungsgesetz von Interesse, so können diese nach dem aufgezeigten Vorgehen sehr schnell ermittelt werden.

Die Berechnung der Kennwert-Kurven für die genannten Stationszahlen und die angegebenen Schaltwinkel erfolgte durch Implementierung der beschriebenen Ansätze in einem Arbeitsblatt der Software *Mathcad*®. Der Vorteil dieses mathematischen Softwaretools besteht zum einen in der Klartext-Eingabe von analytischen Gleichungen und deren numerischer Auswertung bei gleichzeitiger Dokumentation. Zum anderen ermöglicht die Software auch die Erstellung von Unterprogrammen, welche als Funktionen im Arbeitsblatt eingebunden werden können. Die Verwendung programminterner Gleichungslöser unterstützt den Anwender speziell bei der Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme. Bei einer hohen Anzahl an Befehlen und Funktionsaufrufen können jedoch Laufzeitprobleme auftreten. In diesem Fall empfiehlt sich, Funktionen und Unterprogramme in C bzw. in C++ zu erstellen und als DLL in das Programm einzubinden.

7.3 Auslegung ebener Schrittgetriebe unter Anwendung von Kennwert-Diagrammen

Zur Auslegung ebener Schrittgetriebe unter Anwendung von Kennwert-Diagrammen nach 7.2 sind zuerst die maßgeblichen Prozessparameter zu identifizieren. Dazu gehören

- die Stationszahl n_{st} bzw. der Schrittwinkel ψ_s ,
- die Taktzeit T [s] und die Rastdauer t_R [s]
- und das, auf die Abtriebswelle des Schrittgetriebes reduzierte Massenträgheitsmoment J_{31} [$kg\ m^2$].

Mit Hilfe dieser Größen können alle weiteren notwendigen Parameter bestimmt und die optimalen Hauptabmessungen ermittelt werden.

Als Ausgangspunkt der Berechnung sind alle bewegungsbezogener Größen zu bestimmen.

Schalt-Perioden-Verhältnis

$$v_s = \frac{T - t_R}{T} \quad (7.1)$$

Antriebsdrehzahl

$$n_{21} = \frac{60}{T} \text{ in } U/min \quad (7.2)$$

Winkelgeschwindigkeit

$$\omega_{21} = 2\pi \cdot n_{21} \text{ in } \frac{1}{s} \quad (7.3)$$

Schaltwinkel und Rastwinkel

$$\varphi_S = v_S \cdot 2\pi \quad (7.4)$$

$$\varphi_R = (1 - v_S) \cdot 2\pi \quad (7.5)$$

Abhängig davon, welche Kennwerte für die Auslegung von Interesse sind, erfolgt die Auswahl des Abmessungsverhältnisses v_a anhand der entsprechenden Kennwert-Kurve aus dem zugehörigen Diagramm. Ist beispielweise ein bauraumoptimales Getriebe zu entwickeln, erfolgt die Bestimmung des optimalen Abmessungsverhältnisses aus dem Flächenmaß-Diagramm.

Auf dieser Grundlage kann nun ein passendes Rollenverhältnis v_r aus dem zugehörigen Diagramm abgelesen werden. Die entsprechend maximale, normierte Gelenkkraft ergibt sich ebenfalls durch Ablesen der Kenngröße aus den Kennwert-Diagrammen.

Unter Verwendung der mittlerweile bekannten Größen ist anschließend eine passende Kurvenrolle mit einem Außendurchmesser D_r und einer maximalen, dynamischen Radiallast F_r aus Herstellerkatalogen auszuwählen. Ist keine Radiallast angegeben, so kann ersatzweise die wirksame dynamische Tragzahl verwendet werden. Das Kriterium des Ersatz-Rollenmoments aus Gleichung (6.8) ist dabei ausschlaggebend. Es vergleicht die normierten, getriebebezogenen Größen mit denen der realen Kurvenrolle unter Einbeziehung von Massenträgheit und Antriebswinkelgeschwindigkeit.

$$F_r \cdot \frac{D_r}{2} \geq \overline{G_{32n}} \cdot J_{31} \cdot \omega_{21}^2 \cdot \frac{v_r}{v_a} \quad (7.6)$$

Erfüllt die ausgewählte Rolle die Anforderungen, so erfolgt im Anschluss die Überprüfung der maximal zulässigen Rollengeschwindigkeit $n_{43 \text{ zul}}$:

$$n_{43 \text{ zul}} \geq \overline{\omega_{43}} \cdot n_{21} \quad (7.7)$$

Es ergeben sich nun die Hauptabmessungen für das Schrittgetriebe wie folgt:

Achsabstand

$$a = \frac{D_r}{2 v_r} \quad (7.8)$$

Hebellänge (Rollensterndurchmesser)

$$l = v_a \cdot a \quad (7.9)$$

Zur Überprüfung der realen, maximalen Belastungen im Kurvengelenk mit den zulässigen Werten, kann nochmals eine Kontrolle erfolgen:

$$G_{32n} = \frac{\overline{G_{32n}} \cdot J_{31} \cdot \omega_{21}^2}{v_a \cdot a} \leq F_r \quad (7.10)$$

Die Ermittlung der Rollenmittelpunktbahnen und der Arbeitskurven erfolgt nach den angegebenen Gleichungen in Abschnitt 5.2. Unter Anwendung der zusätzlichen Kennwertdiagramme können weitere Eigenschaften des Getriebes ermittelt werden.

Stribecksche Pressung

$$p_s = \overline{p_s} \frac{J_{31} \cdot \omega_{21}^2}{v_a \cdot a^2 \cdot b_K} \quad (7.11)$$

Realer Bauraum- bzw. Flächenmaß

$$A_{max} = \overline{A_{max}} \cdot a^2 \quad (7.12)$$

Zulässiger Durchmesser der Abtriebswelle

$$d_W = 2 \cdot \bar{r}_W \cdot l \quad (7.13)$$

Maximaler Radius der Kurvenscheiben

$$r_{K \max} = a - \frac{d_W}{2} \quad (7.14)$$

Das beschriebene Vorgehen richtet sich also nach der Auswahl eines optimal dimensionierten Eingriffsorgans. Wird im Zuge weiterer Optimierungsansätze versucht, das Abmessungsverhältnis v_r zu vergrößern, so führt dies sicherlich zu Lösungen mit geringeren Gelenkkraften. Jedoch ist dann auch der Rollendurchmesser entsprechend nach unten zu korrigieren, wodurch nur noch geringere Belastungen übertragen werden können und der Bauraumbedarf aufgrund größerer Kurvenscheiben steigt.

Es ist natürlich weiterhin legitim, für ein festgelegtes Abmessungsverhältnis v_a , eine kleinere als die in den Kennwertdiagrammen vorgeschlagene Kurvenrolle einzusetzen, solange die Belastungen die Herstellerangaben nicht überschreiten und die Lebensdauer gewährleistet ist. Dies hat jedoch Einfluss auf die weiteren Kennwerte des Getriebes. Wird der Rollenradius verkleinert, so vergrößert sich der maximale Radius der Kurvenscheibe, die Pressungswerte steigen an und die maximale Winkelgeschwindigkeit der Rolle erhöht sich.

Es ist also stets für den spezifischen Anwendungsfall zu entscheiden, welche Kriterien bei der Auslegung im Vordergrund stehen.

8 Einfluss von Bewegungsgesetzen und der Gängigkeit G

Die bisher aufgeführte Methodik zur Erstellung der Kennwert-Diagramme basiert auf der vorherigen Auswahl eines definierten Bewegungsgesetzes. Alle, in den Anlagen enthaltenen Diagramme basieren dabei auf der *Modifizierten Sinuslinie MS00*. Wie aber bereits in Abschnitt 4 erläutert, beeinflussen die kinematischen Kennwerte der Bewegungsgesetze die Übertragungseigenschaften der Getriebe, was sich auch in Form und Größe der resultierenden Kurvenscheiben niederschlägt.

Speziell bei ebenen Schrittgetrieben mit sehr großen Schritt winkeln wird dieser Einfluss deutlich. So ist ebenfalls aus Herstellerkatalogen zu entnehmen, dass für diese Bauformen bewusst Bewegungsgesetze mit einem zentrischen Bereich konstanter Geschwindigkeit eingesetzt werden, meist *MS30* und *MS50*.

Bei welcher exakten Parameterkombination nun welches Bewegungsgesetz – ggf. mit oder ohne Anteil konstanter Geschwindigkeit – die günstigsten Eigenschaften im Mechanismus hervorruft, kann nicht pauschal beantwortet werden. Dies wird letztendlich durch das Zielkriterium der Auslegung bestimmt.

Vergleicht man die normierten Baugrößen ebener Schrittgetriebe, so zeigt sich, dass mit steigendem Schritt winkel auch die Größe der Kurvenscheiben ansteigt. Das ist das Resultat aus der sinkenden Anzahl der Kurvenrollen am Abtriebsglied, welche sich ergibt aus:

$$n_r = \frac{G \cdot E \cdot 2\pi}{\psi_S} \quad (8.1)$$

Um dem entgegenzuwirken und somit die Baugröße in einem technisch zweckmäßigen Rahmen zu halten, wird die Gängigkeit der Getriebe und somit die Anzahl der an der Bewegungsübertragung beteiligten Rollen erhöht. Dies geschieht meist in Kombination mit einem entsprechend modifizierten Bewegungsgesetz.

Exemplarisch soll nachfolgend für ein Schrittgetriebe mit einem Schrittwinkel $\psi_S = 360^\circ$ aufgezeigt werden, welchen Einfluss die Gängigkeit und Modifikationen der Bewegungsgesetze hinsichtlich konstanter Geschwindigkeit auf die Getriebeeigenschaften ausüben.

In Abhängigkeit von der Gängigkeit ergeben sich für das maximale Rollenverhältnis unterschiedliche lineare Funktionen. Das gilt jedoch nur für die Bereiche, in denen das Platzverhältnis auf dem Rollenstern und nicht der Krümmungsradius der Rollenmittelpunktbahn das begrenzende Kriterium ist. Wechselt das Kriterium nach Gleichung (6.4) in Abhängigkeit vom Abmessungsverhältnis, so ist das Bewegungsgesetz entscheidend für den Verlauf und nicht mehr die Gängigkeit, Abbildung 8.1.

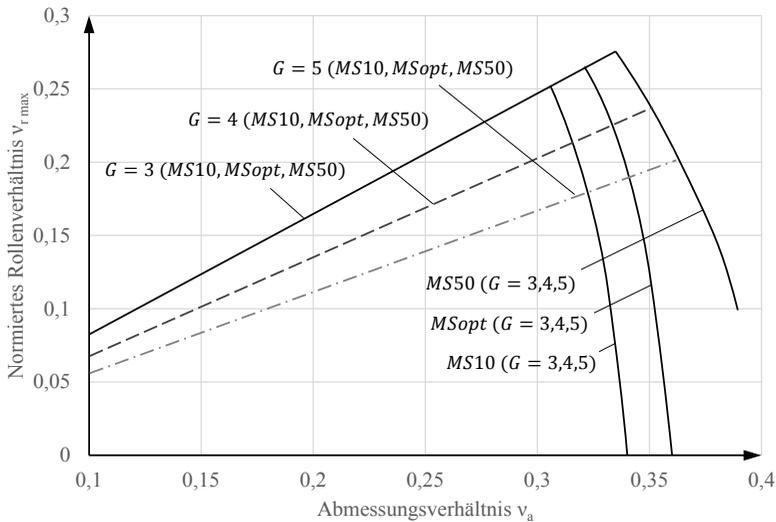


Abbildung 8.1: Rollenverhältnis $v_{r,max}$ für unterschiedliche Gängigkeiten G und Bewegungsgesetze ($\psi_S = 360^\circ$, $\varphi_S = 300^\circ$)

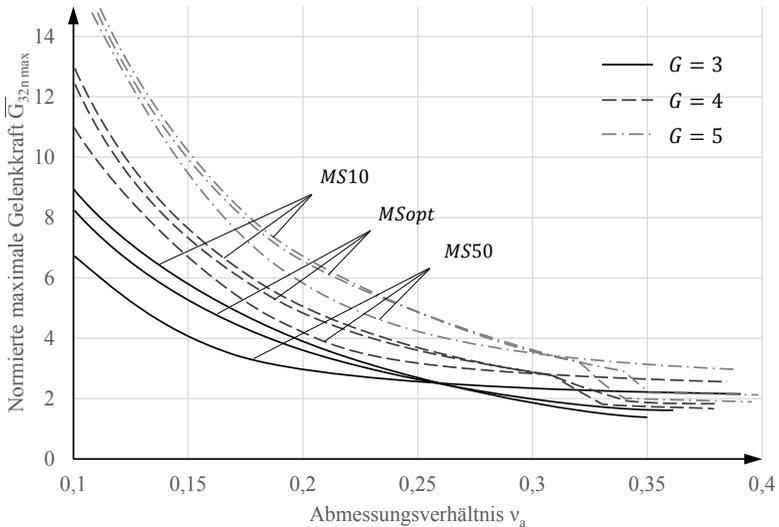


Abbildung 8.2: Maximale normierte Gelenkkraft $\overline{G}_{32n,max}$ für unterschiedliche Gängigkeiten G und Bewegungsgesetze ($\psi_S = 360^\circ$, $\varphi_S = 300^\circ$)

Aufgrund der unterschiedlichen maximalen Rollenverhältnisse lassen sich auch folgende Aussagen zur Bauraumausnutzung, also dem normierten Flächenmaß, treffen:

- Im linearen Bereich des normierten Rollenverhältnisses gilt:
Je geringer die Gängigkeit, desto geringer ist die Rollenanzahl, was zu größeren Kurvenscheiben führt. Weiterhin sind größere Rollen einsetzbar, was den Durchmesser des Rollensterns vergrößert. Somit sinkt Bauraumbedarf mit steigender Gängigkeit.
Auch Bewegungsgesetze beeinflussen das Flächenmaß in der Art, dass mit sinkendem C_v -Wert (vgl. Abschnitt 4.3) auch der benötigte Bauraum sinkt.
- Im abfallenden Bereich des normierten Rollenverhältnisses, also für größere Abmessungsverhältnisse, kann es zu Überschneidungen im normierten Flächenmaß kommen. Dies wird durch die jeweilige

Kombination von Gängigkeit und Bewegungsgesetz bestimmt. Trotzdem gilt auch hier für eine definierte Gängigkeit, dass mit sinkendem C_v -Wert auch der benötigte Bauraum sinkt.

Die Verläufe der maximalen normierten Gelenkkräfte (Abbildung 8.2) lassen keine allgemein gültigen Aussagen zu. Lediglich für kleine Abmessungsverhältnisse präsentieren sich Getriebe mit einer höheren Gängigkeit als günstiger. Dabei zeigt sich auch der positive Einfluss eines geringen C_v -Wertes auf die Gelenkkraftverläufe. Für größer Abmessungsverhältnisse kommt es hier zu Überschneidungen und der Einfluss des C_v -Werte ändert sich. Einzelne Kurven verschiedener Gängigkeiten und Bewegungsgesetze zeigen hier nur noch marginale Unterschiede. In diesem Fall ist dann aufgrund anderer Eigenschaften auszuwählen, welche Kombination von Gängigkeit und Bewegungsgesetz für den Anwendungsfall am günstigsten ist.

9 Anwendungsbeispiele

Zur Verdeutlichung der einfachen und schnellen Handhabung der Kennwert-Diagramme bei der Auslegung ebener Schrittgetriebe werden nachfolgend zwei Beispiele aufgeführt.

Beispiel 1:

Gesucht wird das kleinste, ebene Schrittgetriebe, welches folgende Anforderungen erfüllt:

Taktzeit:	$T = 0,6 \text{ s}$
Rastzeit:	$t_R = 0,25 \text{ s}$
Massenträgheitsmoment:	$J_{31} = 0,3 \text{ kg m}^2$
Stationszahl:	$n_{St} = 4$

Anhand der geforderten Takt- und Rastzeit lassen sich alle bewegungsbezogenen Größen bestimmen. So ergeben sich:

Schalt-Perioden-Verhältnis

$$v_S = \frac{T - t_R}{T} = \frac{0,6 \text{ s} - 0,25 \text{ s}}{0,6 \text{ s}} = 0,583$$

Antriebsdrehzahl

$$n_{21} = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,6 \text{ s}} = 100 \frac{1}{\text{min}}$$

Winkelgeschwindigkeit

$$\omega_{21} = 2\pi \cdot n_{21} = 2\pi \cdot 100 \frac{1}{\text{min}} = 10,47 \frac{1}{\text{s}}$$

Schaltwinkel und Rastwinkel

$$\varphi_S = \nu_S \cdot 2\pi = 210^\circ$$

$$\varphi_R = (1 - \nu_S) \cdot 2\pi = 150^\circ$$

Da eine minimale Baugröße des Getriebes hier im Vordergrund steht, erfolgt die Auswahl des Abmessungsverhältnisses ν_a anhand der Kennwert-Kurve für Getriebe mit 4 Stationen und einem Schaltwinkel $\varphi_S = 210^\circ$ aus dem entsprechenden Flächenmaß-Diagramm (Anlage 1).

Das Minimum des maximalen Flächenmaßes kann bei $\nu_a = 0,36$ abgelesen werden und ergibt:

$$\bar{A}_{max} = 2,7$$

Nun kann anhand des entsprechenden Kennwert-Diagramms das maximale Rollenverhältnis bestimmt werden.

$$\nu_{r\ max} = 0,24$$

Die zugehörige maximale Gelenkkraft für ein Getriebe mit den ermittelten Abmessungsverhältnissen beträgt:

$$\overline{G_{32n}} = 1,01$$

Diese bis hier ermittelten Kennwerte sind ausreichend, um bereits eine passende Kurvenrolle aus Herstellerkatalogen auszuwählen. Dabei muss das Kriterium aus Gleichung (6.8) beachtet und ein Ersatz-Rollenmoment bestimmt werden. So sind neben den normierten Kennwerten auch das geforderte Massenträgheitsmoment und die Antriebswinkelgeschwindigkeit zu beachten.

$$\overline{G}_{32n} \cdot J_{31} \cdot \omega_{21}^2 \cdot \frac{v_r}{v_a} = 1,01 \cdot 0,3 \text{ kgm}^2 \cdot \left(10,47 \frac{1}{s}\right)^2 \cdot \frac{0,24}{0,36} = 22,4 \text{ Nm}$$

Ein Großteil der Hersteller von Kurvenrollen bietet online Tabellen an, die für verschiedene Bauformen (Laufrollen, Stützrollen, Kurvenrollen) und unterschiedlich Ausführungen die zugehörigen Kenndaten enthalten. Für dieses Beispiel wurde nun eine Stützrolle der Firma SKF mit der Bezeichnung *NATR 5 PPA* gewählt. Sie besitzt einen Außendurchmesser D_r von 16 mm und eine maximale radiale, dynamische Belastung von $F_r = 2,9 \text{ kN}$. Dies entspricht einem Ersatz-Rollenmoment von:

$$\frac{D_r}{2} F_r = \frac{16 \text{ mm}}{2} 2,9 \text{ kN} = 23,2 \text{ Nm}$$

Damit ist das Kriterium nach Gleichung (6.8) erfüllt, und die Rolle kann nach Prüfung der maximalen Rollengeschwindigkeit verwendet werden. Laut Hersteller besitzt die ausgewählte Stützrolle eine Grenzdrehzahl $n_{43 \text{ max}}$ von 6000 U/min . Nach Ermittlung der normierten Rollengeschwindigkeit aus dem Kennwert-Diagramm

$$\overline{\omega}_{43} = 3$$

ergibt sich die tatsächlich auftretende maximale Drehzahl der Rolle aus:

$$n_{43} = \overline{\omega}_{43} \cdot n_{21} = 3 \cdot 100 \text{ min}^{-1} = 300 \text{ min}^{-1}$$

Damit kann die Rolle eingesetzt werden, und es ergeben sich anschließend folgende Hauptabmessungen für das Schrittgetriebe:

Achsabstand

$$a = \frac{D_r}{2 v_{r \text{ max}}} = \frac{16 \text{ mm}}{2 \cdot 0,24} = 33,3 \text{ mm}$$

Hebellänge (Rollensterndurchmesser)

$$l = v_a \cdot a = 0,36 \cdot 33,3 \text{ mm} = 12 \text{ mm}$$

Zur Kontrolle der realen maximalen Belastungen im Kurvengelenk mit den zulässigen Werten wird diese bestimmt durch:

$$G_{32n} = \frac{\overline{G_{32n}} \cdot J_{31} \cdot \omega_{21}^2}{v_a \cdot a} = \frac{1,01 \cdot 0,3 \text{ kg m}^2 \cdot \left(10,47 \frac{1}{\text{s}}\right)^2}{0,36 \cdot 33,3 \text{ mm}} = 2771 \text{ N}$$

$$G_{32n} < F_r$$

Die Ermittlung der Rollenmittelpunktbahnen und der Arbeitskurven erfolgt nach den angegebenen Gleichungen in Abschnitt 5.2. Es ergibt sich ein Getriebe nach Abbildung 9.1.

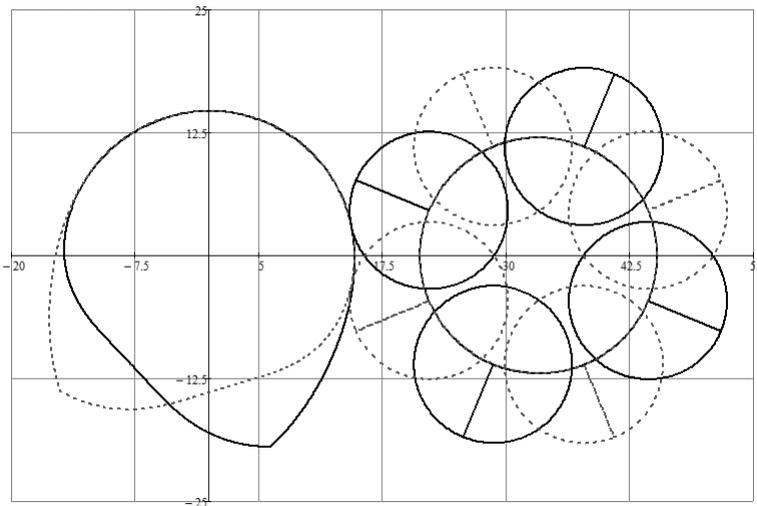


Abbildung 9.1: Berechnete Geometrie des ebenen Schrittgetriebes mit 4 Stationen nach gegebenen Anforderungen

Mit Hilfe der zusätzlichen Kennwertdiagramme können nun weitere Eigenschaften des Getriebes ermittelt werden.

Aus dem Diagramm für die normierte *Stribecksche* Pressung wird der Wert $\overline{p_S} = 2,85$ abgelesen. Somit ergibt sich folgender Pressungswert für die Kurvenscheibe:

$$p_S = \overline{p_S} \frac{J_{31} \cdot \omega_{z1}^2}{v_a \cdot a^2 \cdot b_K} = 2,85 \frac{0,3 \text{ kgm}^2 \cdot \left(10,47 \frac{1}{\text{s}}\right)^2}{0,36 \cdot (33,3 \text{ mm})^2 \cdot 6 \text{ mm}} = 39,1 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Das normierte Flächenmaß beträgt nach dem entsprechenden Diagramm $\overline{A_{max}} = 2,7$. Die reale Größe beträgt somit:

$$A_{max} = \overline{A_{max}} \cdot a^2 = 2,7 \cdot 33,3 \text{ mm}^2 = 2994 \text{ mm}^2$$

Auch der normierte Wellenradius $\overline{r_W} = 1,08$ kann aus dem entsprechenden Diagramm ermittelt werden, was einen tatsächlich möglichen Wellendurchmesser ergibt:

$$d_W = 2 \cdot \overline{r_W} \cdot l = 2 \cdot 1,08 \cdot 12 \text{ mm} = 25,9 \text{ mm}$$

Der maximale Radius der Kurvenscheibe kann nun auch aus den bekannten Größen bestimmt werden:

$$r_{K \max} = a - \frac{d_W}{2} = 33,3 \text{ mm} - \frac{25,9 \text{ mm}}{2} = 20,4 \text{ mm}$$

Alle Hauptabmessungen und auslegungsrelevanten Kenngrößen konnten mit Hilfe der Kennwertdiagramme ermittelt werden. Es ist jedoch zu beachten, dass Einflussgrößen, wie Reibung oder zusätzliche äußere Kräfte und Momente, hier nicht berücksichtigt werden. Aus diesem Grund sollte die Auswahl einer Kurvenrolle aus den Herstellerkatalogen immer unter Einbeziehung eines Sicherheitsfaktors erfolgen. Dieser ist abhängig von den Einsatz- und Betriebsbedingungen und muss für den Anwendungsfall festgelegt bzw. ermittelt werden.

Beispiel 2:

Für ein existierendes Maschinensystem ist ein Schrittgetriebe zu entwerfen, welches sowohl den Belastungen als auch den Einbau-Randbedingungen genügt.

Gegebene Kenngrößen für die Auslegung

Taktzeit:	$T = 1,2 \text{ s}$
Rastzeit:	$t_R = 0,2 \text{ s}$
Massenträgheitsmoment:	$J_{31} = 0,3 \text{ kg m}^2$
Achsabstand:	$a = 120 \text{ mm}$
Stationszahl:	$n_{St} = 1$
Bauraum bzgl. Antriebsachse:	$x = -90/+200 \quad y = -90/+90$

Zunächst werden anhand der gegebenen Kenndaten die Bewegungsgrößen ermittelt.

Schalt-Perioden-Verhältnis

$$v_s = \frac{T - t_R}{T} = \frac{1,2 \text{ s} - 0,2 \text{ s}}{1,2 \text{ s}} = 0,833$$

Antriebsdrehzahl

$$n_{21} = \frac{1}{T} = \frac{1}{1,2 \text{ s}} = 50 \frac{1}{\text{min}}$$

Winkelgeschwindigkeit

$$\omega_{21} = 2\pi \cdot n_{21} = 2\pi \cdot 50 \frac{1}{\text{min}} = 5,24 \frac{1}{\text{s}}$$

Schaltwinkel und Rastwinkel

$$\varphi_S = v_S \cdot 2\pi = 300^\circ$$

$$\varphi_R = (1 - v_S) \cdot 2\pi = 60^\circ$$

Für ebene Schrittgetriebe mit einem Schrittwinkel $\psi_S = 360^\circ$ ist es nach Abschnitt 8 sinnvoll, eine erhöhte Gängigkeit verbunden mit einem modifizierten Bewegungsgesetz zu verwenden. Nach Erstellung der entsprechenden Kennwert-Kurven für einen Schaltwinkel $\varphi_S = 300^\circ$ (vgl. Abbildung 8.1 und Abbildung 8.2) gemäß dem in Abschnitt 7.2 beschriebenen Algorithmus, muss nun entschieden werden, welche Gängigkeit und welches Bewegungsgesetz für den Anwendungsfall in Betracht kommt.

Als Kompromiss zwischen Bauraumausnutzung und Rollenverhältnis fällt die Wahl im ersten Schritt auf eine Gängigkeit von $G = 4$. Als geeignetes Bewegungsgesetz bietet sich die *MS50* aufgrund des größtmöglichen maximalen Rollenverhältnisses an.

Dieses Kriterium wird nun anschließend für die Festlegung des Abmessungsverhältnisses herangezogen und es ergeben sich aus den Kennwert-Kurven:

$$v_a = 0,35$$

$$v_{r \max} = 0,235$$

Bei einem gegebenen Achsabstand $a = 120 \text{ mm}$ können nun direkt die Hauptabmessungen bestimmt werden.

$$l = v_a \cdot a = 0,35 \cdot 120 \text{ mm} = 42 \text{ mm}$$

$$r_{r \max} = v_{r \max} \cdot a = 0,235 \cdot 120 \text{ mm} = 28,2 \text{ mm}$$

Durch Ablesen des normierten Gelenkkraft-Kennwertes (Abbildung 8.2) mit

$$\overline{G_{32n \max}} = 2,8$$

ergibt sich die reale maximale Gelenkkraft nach:

$$G_{32n \max} = \frac{\overline{G_{32n \max}} \cdot J_{31} \cdot \omega_{21}^2}{l} = \frac{2,8 \cdot 3 \text{ kg m}^2 \left(5,24 \frac{1}{\text{s}}\right)^2}{42 \text{ mm}} = 5,49 \text{ kN}$$

Die Suche in Herstellerkatalogen nach einer passenden Kurven- bzw. Stützrolle zeigt, dass der zu Beginn ermittelte Radius für die gegebene Belastungsklasse deutlich überdimensioniert ist. Aus diesem Grund erfolgt an dieser Stelle eine Korrektur, und es wird aus Kostengründen eine kleinere, der Belastung entsprechende Rolle der Firma SKF mit der Bezeichnung *NATR 12 PPA* gewählt. Die zulässige Radiallast der Rolle liegt mit $7,65 \text{ kN}$ zwar immer noch deutlich über den zu erwartenden Gelenkkraften, kleinere Baureihen erfüllen die erforderlichen Werte jedoch nicht. Der Radius der gewählten Rolle liegt mit $r_r = 16 \text{ mm}$ unter dem maximal zulässigen Radius $r_{r \max} = 28,2 \text{ mm}$.

Da nun alle Abmessungen des Schrittgetriebes bekannt sind, kann die Ermittlung der Eigenschaften sowie der Kurvengeometrie erfolgen.

Aufgrund der Korrektur des Rollenradius wird nun nicht mehr das bauraumoptimale Getriebe erreicht, und es kommt zur Verletzung der Bauraumgrenzen, da die kleineren Kurvenrollen einen größeren maximalen Kurvenscheibenradius zur Folge haben (Abbildung 9.2).

Zur letztendlichen Erfüllung der Randbedingungen bestehen zwei Möglichkeiten:

1. Das Abmessungsverhältnis v_a vergrößern (unter Beachtung des Grenzabmessungsverhältnisses $v_{a \max}$)
2. Vergrößerung der Kurvenrollen

Da unter Verwendung größerer Kurvenrollen auch höhere Gelenkkräfte ertragbar sind, wird die zweite der genannten Möglichkeiten weiter verfolgt.

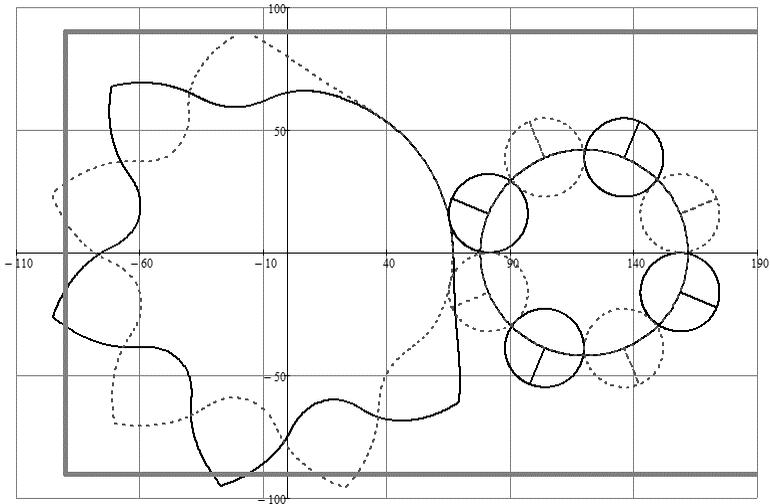


Abbildung 9.2: Berechnete Geometrie des ebenen Schrittgetriebes nach gegebenen Anforderungen

Auf Grundlage der Herstellerkataloge empfiehlt sich die Auswahl einer größeren Kurvenrolle *NATR 20 PPA* mit einem Radius $r_r = 23,5 \text{ mm}$ und einer maximalen Radialkraft von $F_r = 23,6 \text{ kN}$.

Die Ermittlung des maximalen Kurvenscheibenradius $r_{K \max} = 89,3 \text{ mm}$ erfüllt nun die Bauraumanforderungen, Abbildung 9.3.

Durch den Einsatz kleinerer Kurvenrollen als im Kennwert-Diagramm empfohlenen, ändert sich auch der Gelenkkraftverlauf. Genauer, der Überdeckungsbereich vergrößert sich. Eine mögliche Änderung der maximalen Gelenkkraft ist an dieser Stelle zu überprüfen.

Sofern die Kurvenrollen immer noch deutlich überdimensioniert sind, so kann über eine Erhöhung der Taktzeit oder des reduzierten Massenträgheitsmoments nachgedacht werden.

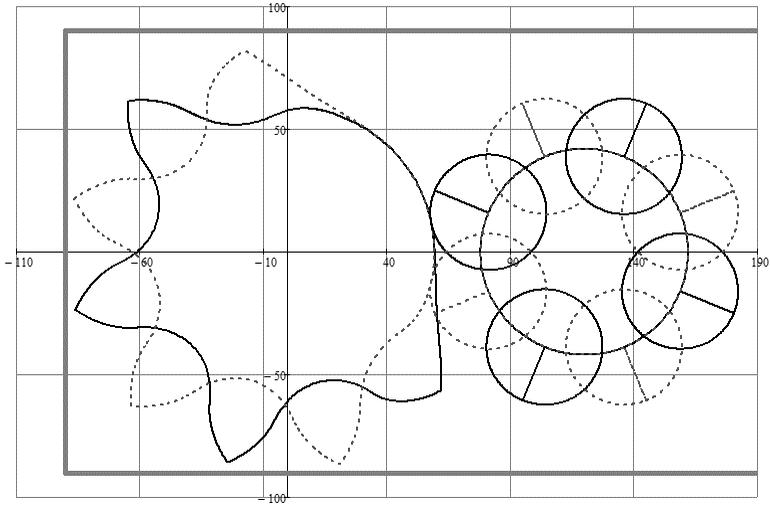


Abbildung 9.3: Berechnete Geometrie des ebenen Schrittgetriebes mit korrigiertem Rollenradius

10 Zusammenfassung und Schlussbemerkung

Die Erzeugung von Taktbewegungen mit geringen Zykluszeiten und hohen Anforderungen an die Genauigkeit gelingt durch den Einsatz von Kurvenschrittgetrieben auf eine mechanisch einfache und zuverlässige Weise. Dank optimierter Bewegungsgesetze mit günstigen kinematischen Kennwerten, welche in Form von Kurvenscheiben die Intelligenz des Systems bilden, wird eine konstante Antriebsbewegung zwangsläufig in eine Rast-in-Rast-Bewegung übersetzt. Dabei wird auf teure Steuerungs- und Regelungstechnik verzichtet, sofern keine flexible Bewegungsmodifikation gefordert ist.

Im Mittelpunkt der vorliegenden Arbeit stehen die ebenen Kurvenschrittgetriebe mit außenliegender Kurvenscheibe. Während die Berechnung der Kurvengeometrien und der kinematischen und kinetostatischen Eigenschaften bei gegebenen Hauptabmessungen und vorgegebener Übertragungsfunktion in der Literatur umfassend beschrieben ist, erweist sich die Ermittlung günstiger Hauptabmessungen als schwierig. Nach dem Prinzip der „Synthese durch iterative Analyse“ wird versucht, allen Anforderungen und Randbedingungen gerecht zu werden.

Nach einem umfassenden Überblick zum Stand der Technik greift die Arbeit in Kapitel 4 zunächst die Grundlagen und mathematische Theorien zur Beschreibung von Schrittbewegungen auf. Dabei werden bekannte Ansätze näher erläutert und neue Kenngrößen zur Bewertung der thermischen Belastung von Antrieben eingeführt. Die Herleitung eines neuen Bewegungsgesetzes, welches sich durch einen besonders günstigen dynamischen Momentenkennwert auszeichnet, zeigt das Potential einfacher Optimierungsansätze im Bewegungsdesign, ohne den Einsatz von Spezial-Software.

Kapitel 5 widmet sich anschließend den charakteristischen Bauformen und führt die für spätere Betrachtungen wichtigen normierten Hauptabmessungen ein. Im Anschluss daran werden alle bekannten Berechnungsgleichungen auf diese Größen adaptiert. Das s. g. Abmessungsverhältnis v_a – bereits in [Vol89] als die für die Getriebeeigenschaften maßgebliche Größe identifiziert – liefert jedoch nicht im

kompletten Definitionsbereich gültige Ergebnisse. Die Einführung eines getriebespezifischen Kennwertes K erlaubt Aussagen zum Grenzverhältnis $v_{a\ max}$ und schränkt das Lösungsintervall somit deutlich ein.

Basierend auf diesen grundlegenden Betrachtungen werden im Anschluss normierte Kenngrößen zur Eigenschaftsbewertung eingeführt und näher erläutert. Zur einfachen Handhabung dieser charakterisierenden Größen und zum effizienten Vergleich verschiedener Parameterkombinationen dienen neu entwickelte Kenngrößen-Diagramme, ähnlich den in der Getriebetechnik bekannten Kurventafeln.

Die nachfolgend präsentierte Auslegungsstrategie stützt sich dabei auf diese Kennwert-Kurven und interpretiert sie in der Form, dass erstmalig die Eingriffsorgane eines Kurvengetriebes bei der Synthese der Hauptabmessungen in maßgeblicher Art und Weise berücksichtigt werden und somit bezüglich des Bauraums und der Leistungsfähigkeit optimale Getriebe entstehen. Für eine Auswahl ebener Schrittgetriebe mit unterschiedlichen Stationszahlen sind in den Anlagen die zugehörigen Kennwert-Diagramme zu finden.

In Kapitel 8 erfolgt eine gesonderte Betrachtung von Kurvenschrittgetrieben mit sehr großen Schritt winkeln, speziell von $\psi_s = 360^\circ$. Durch den Einsatz verschiedener Bewegungsgesetze und durch Variation der Gängigkeit ergeben sich für diese Bauform besondere Zusammenhänge. Die Analyse der Ergebnisse erweist sich als schwierig, und allgemeingültige Aussagen können nicht getroffen werden. Für den Einzelfall müssen die Kennwert-Kurven bestimmt und anwendungsbezogen interpretiert werden.

Zum Abschluss der Arbeit wird das neue Syntheseverfahren an zwei ausgewählten Beispielen demonstriert. In Abhängigkeit von den Randbedingungen wird gezeigt, wie der Anwender durch den neuen Lösungsansatz schnell zu den für seine Anforderungen optimalen Hauptabmessungen gelangt, wobei die Einbeziehung der Katalogdaten von Kurvenrollen-Herstellern einen nicht zu vernachlässigenden Schritt darstellt.

Die softwaretechnische Umsetzung des Verfahrens erfolgte in *Mathcad*. Das implementierte Quasi-Newton-Verfahren in Kombination mit den Zielkriterien lieferte für die Anzahl an Parametern und Varianten teilweise lange Laufzeiten. Eine Umsetzung des Verfahrens in C oder C++ und eine Erweiterung bezüglich automatisierter Auswahl von optimalen Bewegungsgesetzen sowie die frühzeitige Einbeziehung von Gängigkeit und Mehrfachschaltung sollen als Ausblick dienen. Dabei ist die Problematik der Synthese von Hauptabmessungen nicht auf ebene Schrittgetriebe beschränkt. Auch räumliche Kurvenschrittgetriebe sind noch zu betrachten und das Verfahren und die Kenngrößen an diese Bauformen anzupassen.

11 Literaturverzeichnis

- [Alp14] Alpers, B.: *Zur Vermeidung des kinematischen Schwingens beim Bewegungsdesign*. In: VDI-Berichte Nr. 2237 (S. 51-62), VDI Bewegungstechnik Tagung, Düsseldorf: VDI-Verlag (2014) ISBN 978-3-18-092237-9
- [Ber08] Berger, M.; Matthes, J.; Kitzig, P.: *Kennwertkreis und normierte Bewegungsgestaltung – Möglichkeiten zur optimalen Auslegung von Servo-antriebssystemen*. In: VDI-Berichte Nr. 2050 (S. 17-34), VDI Bewegungstechnik Tagung, Düsseldorf: VDI-Verlag (2008) ISBN 978-3-18-092050-4
- [Ber09a] Berger, M.; Heine, A.; Matthes, J.; Schulz, R.: *Bewegungsdesign – Das effiziente Werkzeug zur Berechnung und Simulation von Servoantriebssystemen und Kurvengetrieben*. In: Scientific Reports IWKM 2009 Nr. 5 (S. 54–57), 20. Internationale Wissenschaftliche Konferenz Mittweida, Mittweida (2009) ISSN 1437-7624
- [Ber09b] Berger, M.; Heine, A.; Matthes, J.; Schulz, R.: *Der optimale Schritt – Bewegungsdesign, Berechnung und Gestaltung von Schrittgetrieben für Rundschaftische*. In: Tagungsband zum 8. Kolloquium Getriebetechnik (S. 127-142), Aachen (2009) ISBN 3-86130-984-X
- [Ber12] Berger, M.: *Grafisch-interaktives Bewegungsdesign für Servoachsen und Kurvengetriebe*. In: Ingenieurspiegel, 3/2012 (S. 69-70) (2012) ISSN 1868-5919
- [Ber14] Berger, M.; Heinrich, S.; Heine, A.: *Parametrische und interkonnektive Synthesemethoden zur effizienten Entwicklung neuer Mechanismen*. In: Tagungsband zur Konferenz »Entwerfen Entwickeln Erleben – EEE2014« Beiträge zur virtuellen Produktentwicklung und Konstruktionstechnik, Dresden (2014) ISBN 978-3-944331-67-6

- [Bic72] Bickford, J. H.: *Mechanisms for Intermittent Motion*. New York: Industrial Press Inc. (1972) ISBN 0-8311-1091-0
- [Blu00] Blümel, R.: *Entwurf dezentraler elektromechanischer Antriebe für Verarbeitungsmaschinen – von den technologischen Anforderungen zum optimalen Antriebssystem*. Dissertation, Professur Automatisierte Antriebe, TU Dresden, (2000)
- [Boc58] Bock, A.: *Gedanken zum "Übertragungswinkel" und Vorschläge für dessen Auswertung*. In: VDI-Berichte Bd. 29 (S. 158-159) VDI Tagung »Getriebetechnik und ihre praktische Anwendung«, Düsseldorf: VDI-Verlag (1958)
- [Boc97] Bock, L. (Hrsg.); Bock, A.: *Arbeitsblätter für die Konstruktion von Mechanismen*. Teil 1, 3. erweiterte Auflage, Ilmenau (1997) PPN 30380727X
- [Bra89] Braune, R.: *Kinematik-Module in CAD-Systemen*. In: CAD-CAM-Report Nr. 10 (S. 40-57) (1989)
- [Bra91] Braune, R.: *CDS (Cam Design System) – Programmsystem zur Analyse ebener Kurvengetriebe*. Software-Benutzerhandbuch, Institut für Getriebetechnik, Universität Hannover (1990)
- [Bra03] Braune, R.: *Rechnereinsatz in der Getriebetechnik*. Skript zur gleichnamigen Vorlesung an der Universität Hannover. Universität Hannover, Institut für Getriebetechnik (2003)
- [Bra06] Braune, R.: *Bewegungs-Design mit interaktiver Variation von Stützwerten*. In: VDI-Berichte Nr. 1966 (S. 47-76) VDI-Getriebetagung 2006 – Bewegungstechnik, Düsseldorf: VDI-Verlag (2006) ISBN 3-18-091966-3
- [Bro25] Brown, H. T.; Pelsler-Berensberg, O.v.; Wilcke, F.: *Bewegungsmechanismen*. 2. Auflage, Leipzig: Alfred Kröner Verlag (1925)

- [Bro99] Brosch, P. F.: *Intelligente Antriebe in der Servotechnik*. Landsberg/Lech: Verlag Moderne Industrie (1999) ISBN 978-3-4789-3211-0
- [Brü00] Brüstle, F.: *Ungleichförmig, aber geschmeidig bewegen*. In: Industrie Anzeiger, 13. Juni 2000, online verfügbar unter: <http://bit.ly/1kOS5II> (Zugriff 08.06.2014)
- [Cec11] Ceccarelli, M.; Kerle, H.; Mauersberger, K.: *Historical Remarks on Past Model Collections of Machines and Mechanisms in Europe*. Proceedings of the 13th World Congress in Mechanism and Machine Science, Guanajuato/México (2011) ISBN 978-607-441-131-7
- [Cor90] Corves, B.; Spiegelberg, G.: *Aufbau eines Entwicklungssystems für Kurvengetriebe*. In: VDI-Berichte 847 (S. 69-84) Düsseldorf: VDI-Verlag (1990) ISBN 3-18-090847-5
- [Doe97] Dög, M.; Matthes, J.; Schönherr, J.: *Integration von Berechnung und Gestaltung in die CAD-Umgebung von ebenen und räumlichen Kurven- und Kurvenschrittgetrieben*. In: Tagungsband 3. Magdeburger Maschinenbau-Tage (S. 45-54) Magdeburg (1997)
- [Doe98] Dög, M.; Matthes, J.: *Integration der rechnergestützten Auslegung und Gestaltung ebener und räumlicher Kurvengetriebe*. In: VDI-Berichte 1423 (S. 39-52) VDI-Tagung Kurvengetriebe, Koppelgetriebe und gesteuerte Antriebe, Düsseldorf: VDI-Verlag (1997) ISBN 3-18-091423-8
- [Dre06] Dresig, H.: *Schwingungen mechanischer Antriebssysteme – Modellbildung, Berechnung, Analyse, Synthese*. 2. aktualisierte und ergänzte Auflage; Berlin Heidelberg New York: Springer Verlag (2006) ISBN 978-3-540-26024-0
- [Exp14] Expert-Tünkers GmbH: *Kurvenscheibengetriebe – EP Baureihe*. online verfügbar unter: <http://bit.ly/UmqcGU> (Zugriff 08.06.2014)

- [Flo31] Flocke, A.: *Zur Konstruktion von Kurvenscheiben bei Verarbeitungsmaschinen*. VDI-Forschungsheft 345, Beilage zu „Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens“ Ausgabe B Band 2 06/1931. Berlin: VDI-Verlag (1931)
- [Gei99] Geiger, C.; Kanzow, C.: *Numerische Verfahren zur Lösung unrestringierter Optimierungsaufgaben*. Berlin Heidelberg New York: Springer-Verlag (1999) ISBN 3-540-66220-0
- [Gen84] Gentzen, G.; Brock, R.: *Auslegung von ebenen Kurvenschrittgetrieben*. In: Vortragsband zum IFTOMM-Symposium Kurvengetriebe (S. 125-134). Karl-Marx-Stadt (1984)
- [Goe94] Göttlicher, M.; J. Knoop: *Rechnergestützte Kurvenscheibensynthese - Effizienzsteigerung durch den Einsatz interaktiver Benutzungsoberflächen*. In: VDI-Berichte Nr. 1111 (S. 285-297) Tagung »Kurvengetriebe, Gelenkgetriebe und gesteuerte Antriebe – Zentrale Systemelemente in Maschinen und Geräten«, Düsseldorf: VDI-Verlag (1994) ISBN 3-18-091111-5
- [Guo88] Gouxun, P.; Zhengyang, X.; Huimin, T.: *Unified optimal design of external und internal parallel indexing cam mechanisms*. Mechanism and Machine Theory, Volume 23 No. 4 (S. 313-318) Oxford: Pergamon Press (1977) ISSN 0094-114X
- [Hab13] Haberbauer, H.; Bodenstein, F.: *Maschinenelemente – Gestaltung, Berechnung, Anwendung*. 17. Auflage, Berlin Heidelberg New York: Springer-Verlag (2013) ISBN 978-3-642-37416-6
- [Hah89] Hahn, W.: *Kurventriebekonstruktion unter Berücksichtigung von CAD/CAM*. In: VDI-Berichte 736 (S. 209-230) Düsseldorf: VDI-Verlag (1989)
- [Hai61] Hain, K.: *Angewandte Getriebelehre*. 2., neubearb. und erg. Aufl., Düsseldorf: VDI-Verlag (1961) ISBN 3-18-400079-6

- [Hai74] Hain, K.: *Bestimmung der Hauptabmessungen in dreigliedrigen Kurvengetrieben*. Lehrgangsbeitrag Nr. BW 2616 des VDI-Bildungswerks, Düsseldorf (1974)
- [Han10] Hanke, U.: *Verallgemeinertes Verfahren zur Maßsynthese von Führungsgetrieben auf Basis der Bewegungsgeometrie eines Auswahlgetriebes*. Dissertation, Professur für Getriebelehre, TU Dresden 2010. ISBN 978-3 8322-9322-2
- [Hei09a] Heine, A.: *Dynamiksimulation ebener Kurvengetriebe mit interaktiv berechneten und austauschbaren Kurvenkonturen*, PTC Anwendertreffen Simulation, Stuttgart (2009)
- [Hei09b] Heine, A.; Berger, M.; Matthes, J.; Schulz, R.: *Realisierung von taktzeitoptimalen Schritt- und Schwenkbewegungen für Prozessabläufe in der Automobilindustrie*. In: Tagungsband der 9. Magdeburger Maschinenbautage (S. 460-469), Magdeburg (2009) ISBN 978-3-940961-36-5
- [Hei09c] Heinz Automations-Systeme GmbH.: *Parallel-Kurvengetriebe, Grundreihe* [PDF-Dokument online] letzte Änderung 10.11.2009, Verfügbar unter: http://www.heinz-automation.de/fileadmin/Katalog/parallelkurvengetriebe_gr.pdf (Zugriff 05.10.2014)
- [Hei09d] Heinz Automations-Systeme GmbH.: *Globoid-Kurvengetriebe, Grundreihe* [PDF-Dokument online] letzte Änderung 10.11.2009, Verfügbar unter: http://www.heinz-automation.de/fileadmin/Katalog/globoidkurvengetriebe_gr.pdf (Zugriff 05.10.2014)

- [Hei10] Heine, A.; Matthes, J.; Schulz, R.; Berger, M.: *MOCAD – Ein grafisch interaktives Werkzeug zur Berechnung und Optimierung von Kurvengetrieben und Motion Control Systemen*. In: VDI-Berichte 2116 (S. 97-110), VDI Bewegungstechnik Tagung, Düsseldorf: VDI-Verlag (2010) ISBN 978-3-18-092116-7
- [Hei12a] Heine, A.; Berger, M.: *A Tool for Graphical and interactive Calculation and Optimization of Cam Mechanisms and Motion Control Systems*. In: Advances in Mechanisms Design - Proceedings of TMM 2012 (S. 129-135), Dordrecht Heidelberg New York London: Springer Verlag (2012) ISBN 978-94-007-5124-8
- [Hei12b] Heine, A.; Fricke, A.; Matthes, J.; Alpers, B.: *Auslegung ebener Kurvengetriebe - Kenndaten und Verfahren neu bewertet*. In: VDI Berichte 2175 (S. 197-212), 16. VDI Getriebetagung Bewegungstechnik, Düsseldorf: VDI-Verlag (2012) ISBN 978-3-18-092175-4
- [Hei13] Heine, A.; Berger, M.: *Automatisierte Synthese und Optimierung von Kurvengetrieben mit Creo 2.0*. 5. SAXSIM – Saxson Simulation Meeting, 22.04.-23.04.2013, Chemnitz: Universitätsverlag (2013) ISBN 978-3-9-41-003-81-1
- [Huh61] Huhn, E.: *Kinematisch exakte zeichnerische Synthese von Kurvengetrieben mit Hilfe des Übertragungswinkels*. In: Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Maschinenbau Karl-Marx-Stadt Nr. 3 (S. 59-81) (1961)
- [Huh65] Huhn, E.: *Die Optimierung der Laufgüte ungleichmäßig übersetzender Getriebe*. Dissertation, TH Karl-Marx-Stadt (1965)
- [Ill91] Illig, W.: *Kurvengetriebe, neue Aspekte einer bewährten Technik*. In: Antriebstechnik, Nr. 01/1991 (S. 23-25) ISSN 0722-8546

- [Ind12] induSim GmbH: Datenblatt *induDrive*. [PDF-Dokument online] erstellt am 19.06.2012, Verfügbar unter: <http://bit.ly/1tquuYe> (03.11.2013)
- [Isr90] Israel, G. R.: *Komplexe CAD/CAM-Lösung für Hochleistungskurven-Mechanismen*. In: VDI-Berichte 847 (S. 53-68) Düsseldorf: VDI-Verlag (1990) ISBN 3-18-090847-5
- [Kal12] Kaltofen, K.: *mHSL 1.0 – Programmbeschreibung für den Anwender*. [PDF-Dokument online] erstellt am 20.12.2012, Verfügbar unter: http://kaltofen-engineering.de/data/_uploaded/file/pdf/mHSL-Doku.pdf (03.11.2014)
- [Ker07] Kerle, H.; Pittschellis, R.; Corves, B.: *Einführung in die Getriebelehre – Analyse und Synthese ungleichmäßig übersetzender Getriebe*. 3. bearbeitete und ergänzte Auflage, Wiesbaden: B. G. Teubner Verlag (2007) ISBN 978-3-8351-0070-1
- [Kin93] Kinzinger, R.: *Eine CAD-Expertensystem-Kopplung – dargestellt am Beispiel der Lösung von Bewegungsaufgaben*. Dissertation, Institut für Konstruktions- und Fertigungstechnik, Universität der Bundeswehr Hamburg (1993)
- [Kit11a] Kitzig, P.: *Verfahren zur rotatorischen und/oder linearen Bewegung eines Werkstücks*. Patentanmeldung DE 102010013525 A1 (14.06.2011)
- [Kit11b] Kitzig, P.: *Verfahren zur rotatorischen und/oder linearen Bewegung eines Werkstücks*. Patentanmeldung DE 102010013526 A1 (06.10.2011)
- [Kit11c] Kitzig, P.: *Verfahren zur schwingungsgedämpften Bewegung eines Werkstücks*. Patentanmeldung DE 102010013527 A1 (06.10.2011)
- [Kle09] Klement, J.: *Technologie der elektrischen Direktantriebe*. Renningen: Expert Verlag (2009) ISBN 978-3-8169-2822-5

- [Kmo14] KMODDL - Kinematic Models for Design Digital Library: *Model N08 Geneva Wheel Intermittent Mechanism*. Online verfügbar unter: <http://kmoddl.library.cornell.edu/model.php?m=239> (Zugriff 17.02.2014)
- [Kue01] Künne, B.: *Einführung in die Maschinenelemente – Gestaltung, Berechnung, Konstruktion*. 2. überarbeitete Auflage, Stuttgart/Leipzig/Wiesbaden: B. G. Teubner (2001) ISBN 3-519-16335-7
- [Loh94] Lohse, G.: *Konstruktion von Kurvengetrieben*. Technische Akademie Esslingen (TAE) Kontakt & Studium, Band 454. Renningen: Expert Verlag GmbH (1994) ISBN 3-8169-1006-8
- [Lor13] Lorch, M.: *Ein Beitrag zum ganzheitlichen Engineering von elektrischen Servoantriebssystemen*. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Karlsruher Institut für Technologie (KIT) (2013)
- [Lue94] Lüder, R.: *Zur Synthese von HS-Kurvenprofilen*. In: VDI-Berichte Nr. 1111 (S. 351-363) Tagung »Kurvengetriebe, Gelenkgetriebe und gesteuerte Antriebe – Zentrale Systemelemente in Maschinen und Geräten«, Düsseldorf: VDI-Verlag (1994) ISBN 3-18-091111-5
- [Lue95] Lüder, R.: *Zur Synthese periodischer Bewegungsgesetze von Mechanismen unter Berücksichtigung von Elastizität und Spiel*. VDI Reihe 11, Nr. 225. Düsseldorf: VDI Verlag (1995) ISBN 3-18-322511-5
- [Mak78] Makino, H.; Shinohara, S.: *Parallel indexing cam structure*. US Patent: US4109548 A (29.08.1978)
- [Mak86] Makino, H.; Shinohara, S.: *Pallet transport apparatus*. US Patent: US4576099 A (18.03.1986)

- [Mat02] Matthes, J.: *Systematische Auslegung von Kurvenkoppelgetrieben für Führungsbewegungen*. Dissertation, Professur Getriebelehre, TU Chemnitz (2002)
- [Mau89] Mauersberger, K.: *Leonardo da Vincis Entwürfe von Kurvenmechanismen – eine Studie*. Dresdener Beiträge zur Geschichte der Technikwissenschaften Nr. 18, Technische Universität Dresden, Dresden (1989) ISBN 3-86005-071-0
- [Moo07] Moon, F. C.: *History in Mechanism and Machine Science 2*. Heidelberg Berlin New York: Springer-Verlag (2007) ISBN 978-1-4020-5598-0
- [Mue89] Müller, J.; Mauersberger, K.: *Kurvengetriebe in Leonardo da Vinci's Skizzenbuch – ein technik-historischer Exkurs in die Renaissance*. In: II. IFToMM-Symposium Kurvengetriebe, Vortragsband (S. 3-10) Berlin (1989)
- [Nig11] Niggemann, H.: *Bewegungsdesign für Kurvengetriebe mit Hilfe parametrisierter Bewegungsgesetze in der Mehrkörpersimulation*. In: Tagungsband zum 9. Kolloquium Getriebetechnik (S. 105-128), Chemnitz (2011) ISBN 978-3-941003-40-8
- [Nig08] Niggemann, H.: *CAD-gestützte grafische Maßsynthese sphärischer und räumlicher Übertragungskurvengetriebe*. Dissertation, Institut für Getriebetechnik und Maschinendynamik, RWTH Aachen (2008) ISBN 978-3-8322-7862-5
- [Nis98] Nishioka, M.; Nishimura, T.: *Synthesis of the internal parallel cam mechanism*. In: Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science Vol. 212 No. 7 577-585 (1998)

- [No198] Nolte, R.: *Schwingungsarme Bewegungsgestaltung bei elektronischen Kurven*. In: Tagungsband zur 9. Internationale Fachmesse und Kongreß für Speicherprogrammierbare Steuerungen, Industrie-PCs und Elektrische Antriebstechnik (1998)
- [No112a] Nolte NC Kurventechnik GmbH: Datenblatt *OPTIMUS MOTUS* ® *Standardkurven* [PDF-Dokument online] erstellt am 29.03.2012, Verfügbar unter: <http://www.nolte-nc-kurventechnik.de/optimus-motus-std-kurven-pdf.pdf> (Zugriff 18.02.214)
- [No112b] Nolte NC Kurventechnik GmbH: Datenblatt *OPTIMUS MOTUS* ® *Schrittgetriebe*. [PDF-Dokument online] erstellt am 28.03.2012, Verfügbar unter: http://www.nolte-nc-kurventechnik.de/Schrittgetriebe_pdf.pdf (Zugriff 18.02.214)
- [Obe12] Oberle, H. J.: *Optimierung*. Skript zur gleichnamigen Vorlesung der Universität Hamburg, Fachbereich Mathematik der Fakultät für Mathematik, Informatik und Naturwissenschaften (2012)
- [Sch89] Schönherr, J.: *CAMMEC – Programmsystem zur Analyse ebener und räumlicher Kurvengetriebe*. Lehrstuhl Getriebetechnik, TU Chemnitz (1989)
- [Sch90] Schönherr, J.: *CAD-orientierte Verfahren für den Entwurf und die Rekonstruktion von Kurvengetrieben*. Dissertation B, TU Karl-Marx-Stadt (1990)
- [Sch93] Schönherr, J.: *Synthese ebener Kurvengetriebe kleinster Abmessungen*. Mechanism and Machine Theory, Volume 28 No. 3 (S. 317-325) Oxford: Pergamon Press (1993) ISSN 0094-114X
- [Sch96] Schönherr, J.: *Cam Motion Synthesis For Mixed Motion Constrains Using Well-Behaved Polynomials of High Order*. Proceedings of the 1996 ASME Design Engineering Technical Conference, Irvine, Cal. (1996)

- [Sch98] Schönherr, J.: Kurzdokumentation *Programm zur Auslegung und Berechnung ebener und räumlicher Kurven- und Kurvenschrittgetriebe – KusSy*. [PDF-Dokument] Professur Getriebelehre, TU Chemnitz (1998)
- [Sch99] Schönherr, J; Dresig, H.; Stoermer, U.: *Kurvengetriebe, Koppelgetriebe und gesteuerte Antriebe – kinematische und dynamische Auslegung*. Veranstaltungsunterlagen, Haus der Technik e. V. (1999)
- [Sch06] Schaeffler Technologies GmbH & Co. KG: *Laufrollen – Stützrollen, Kurvenrollen, Laufrollen* [PDF-Dokument online] erstellt am 19.01.2006, Verfügbar unter: <http://www.fagina.at/explorer/download/waelzlager/25-Lauf-Stuetz-Kurvenrollen.pdf> (Zugriff 22.06.2014)
- [Sch07] Schröder, D.: *Elektrische Antriebe – Grundlagen*. 3. erw. Auflage, Berlin Heidelberg NewYork: Springer Verlag (2007) ISBN 978-3-540-73005-7
- [See90] Seemann, U.: Softwarelösung zur optimalen Synthese und Analyse von ebenen Kurven-Schrittgetrieben. In: VDI-Berichte Nr. 847 (S. 37-52) Düsseldorf: VDI-Verlag (1990) ISBN 3-18-090847-5
- [Tak08] Taktomat GmbH: Katalog *Schrittgetriebe XP/TP (deutsch)*. [PDF-Dokument online] erstellt am 07.04.2008, Verfügbar unter: http://www.taktomat.de/downloads/xptp_katalog_de_download.zip (Zugriff 15.08.2014)
- [Tak14] Taktomat GmbH: *Produktübersicht – Rundtaktgetriebe*. online verfügbar unter: <http://www.taktomat.de/produktuebersicht/rundtaktgetriebe/index.html> (Zugriff 05.10.2014)

- [Van77] Van Den Noortgate, L.; De Fraine, J.: *A General Computer Aided Method for Designing High Speed Cams Avoiding the Dangerous Excitation of the Machine Structure*. Mechanism and Machine Theory, Volume 12 No. 3 (S. 237-245) Oxford: Pergamon Press (1977) ISSN 0094-114X
- [Vol89] Volmer, J. (Hrsg.): *Getriebetechnik – Kurvengetriebe*. 2. stark bearbeitete Auflage, Berlin: Verlag Technik (1989) ISBN 3-341-00474-2
- [Vol95] Volmer, J. (Hrsg.): *Getriebetechnik – Grundlagen*. 2. Auflage, Berlin: Verlag Technik (1995) ISBN 3-341-01137-4
- [Wei11] Weidauer, J.: *Elektrische Antriebstechnik: Grundlagen, Auslegung, Anwendungen, Lösungen*. 2. überarb. u. erw. Auflage. Erlangen: Publicis Publishing (2011) ISBN 978-3-895783647
- [Wil05] Wildemann, H.: *Enable: Weniger bringt mehr*. In: Financial Times Deutschland, 13. Juli 2005. (nur online verfügbar unter: <http://bit.ly/1ifFX7A>) ISSN 1615-4118
- [Wip12] Wippermann jr. GmbH: *Kettenräder mit Triebstock-verzahnung* [PDF-Dokument online] erstellt am 31.03.2012, Verfügbar unter: <http://bit.ly/1pAEFgz> (29.07.2014)
- [Wit09] Wittel, H.; Muhs, D.; Jannasch, D.; Voßiek, J.: *Roloff/Matek Maschinenelemente – Normung, Berechnung, Gestaltung*. 19. überarbeitete und erweiterte Auflage. Wiesbaden: Vieweg + Teubner Verlag (2009) ISBN 978-3-8348-0689-5
- [Yam03] Yamada, H.; Nogami, R.: *Intermittent transmission apparatus*. US Patent: US6604437 B1 (12.08.2003)

- [Zha04] Zhang, X.; Angeles, J.: *The Innovative Design of Epicyclic Cam-Roller Trains: The Planar Case*. In: Technical Report TR-CIM-03-05, Centre for Intelligent Machines, McGill University, Montreal (2004)

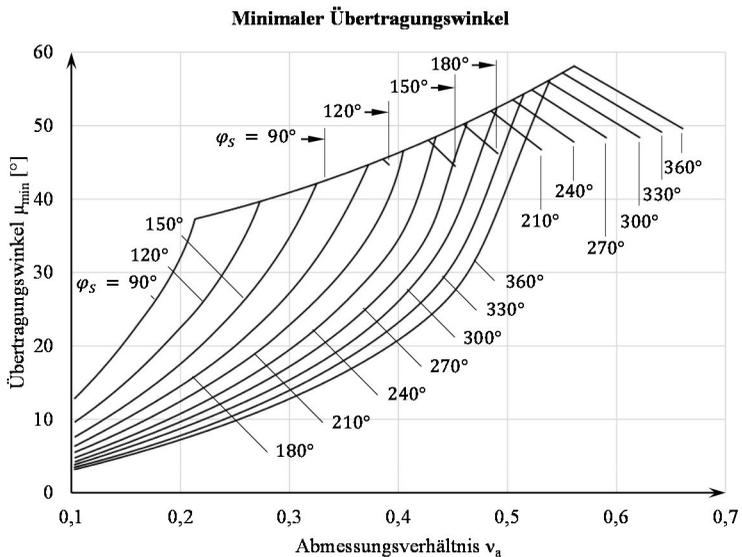
Normen und Richtlinien

- [VDI2143-1] VDI-Richtlinie 2143 Blatt 1: *Bewegungsgesetze für Kurvengetriebe – Theoretische Grundlagen*. Stand 11/02
- [VDI2143-2] VDI-Richtlinie 2143 Blatt 2: *Bewegungsgesetze für Kurvengetriebe – Praktische Anwendung*. Stand 11/02
- [VDI2721] VDI-Richtlinie 2721: *Schrittgetriebe – Begriffsbestimmungen, Systematik, Bauarten*. ersatzlos zurückgezogen 08/99
- [VDI2727-2] VDI Richtlinie 2727 Blatt 2: *Konstruktionskataloge. Lösung von Bewegungsaufgaben mit Getrieben – Erzeugung hin- und hergehender Schubbewegungen, Antrieb gleichsinnig drehend*. Stand 01/01
- [VDI2727-3] VDI-Richtlinie 2727 Blatt 3: *Konstruktionskataloge. Lösung von Bewegungsaufgaben mit Getrieben – Erzeugung gleichsinniger Drehbewegungen mit Rast(en), Antrieb gleichsinnig drehend*. Stand 12/02
- [DIN281] DIN ISO 281: *Wälzlager – Dynamische Tragzahlen und nominelle Lebensdauer*. Stand 10/10

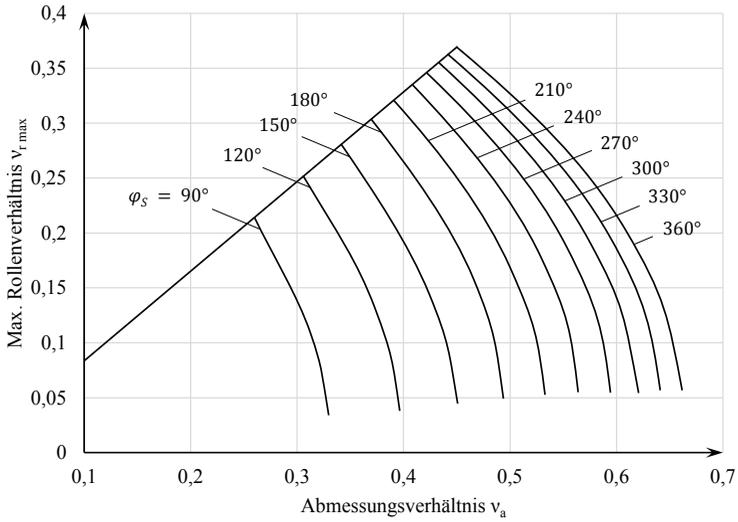
Anlage 1: Kennwerte für eKSGa mit 3 Stationen

Die nachfolgenden Diagramme normierter Kennwerte beziehen sich auf ein Kurvenschrittgetriebe der Bauform eKSGa mit:

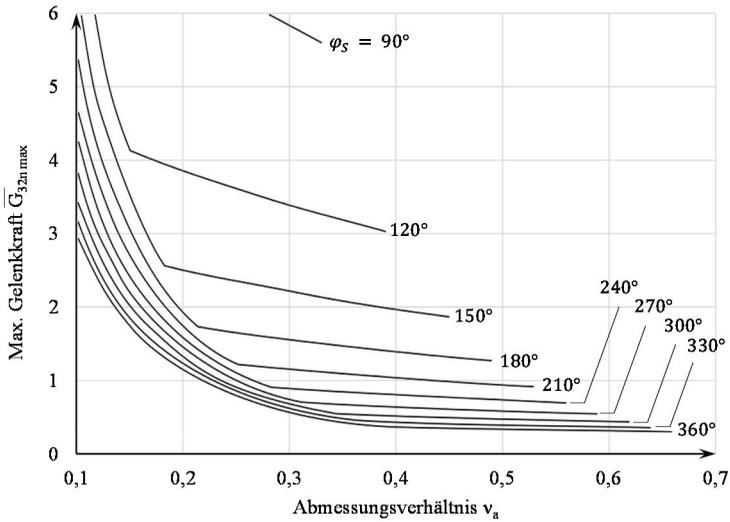
- Anzahl der Schritte/Stationen ab Antrieb: $n_{St} = 3$
- Bewegungsgesetz: $MS00$
- Gängigkeit: $G = 1$
- Anzahl Ebenen: $E = 2$



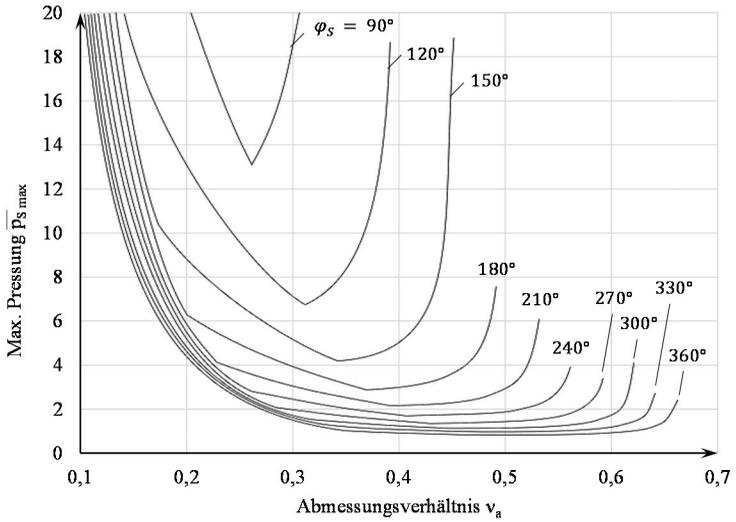
Max. zulässiges Rollenverhältnis



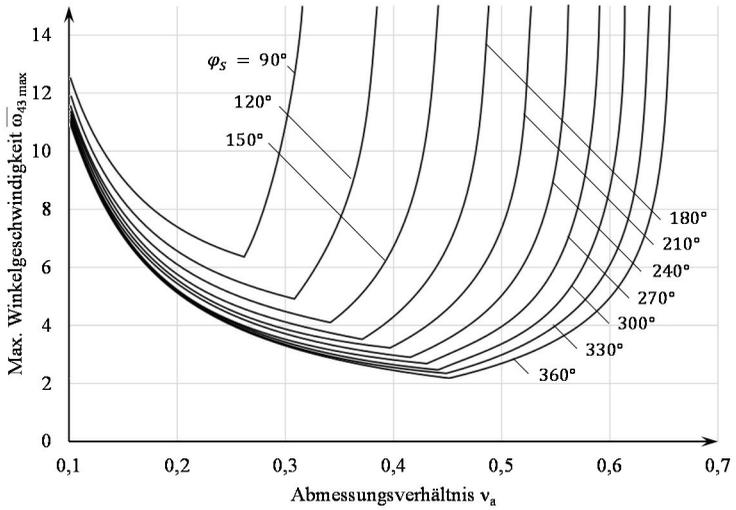
Maximale normierte Gelenkkraft



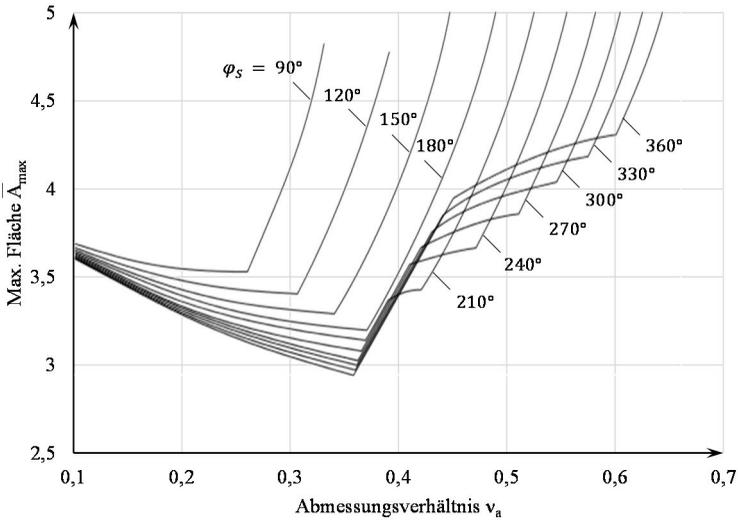
Maximale normierte Pressung nach Stribeck



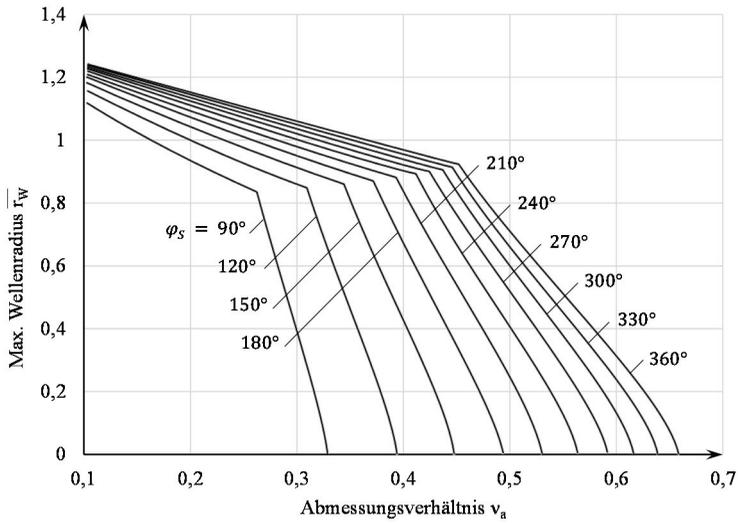
Maximale normierte Rollgeschwindigkeit



Maximales normiertes Flächenmaß



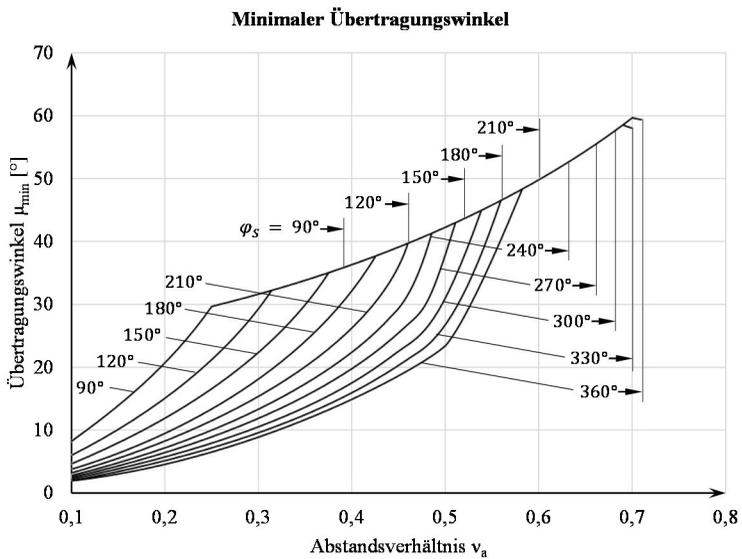
Maximaler normierter Wellenradius



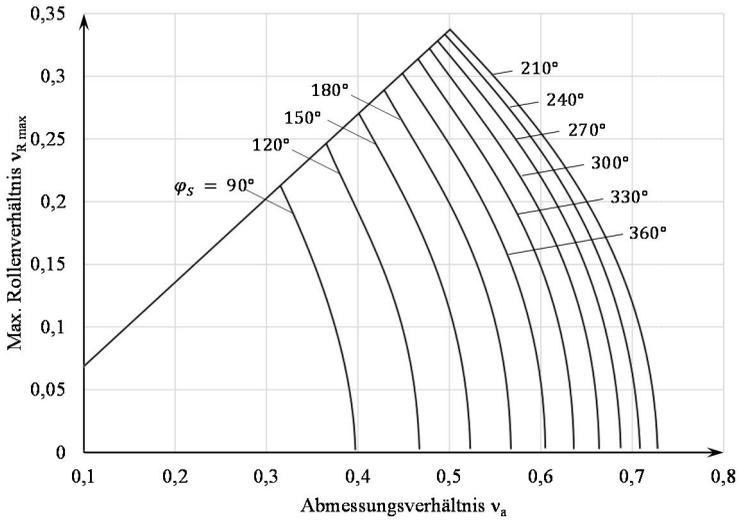
Anlage 2: Kennwerte für eKSGa mit 4 Stationen

Die nachfolgenden Diagramme normierter Kennwerte beziehen sich auf ein Kurvenschrittgetriebe der Bauform eKSGa mit:

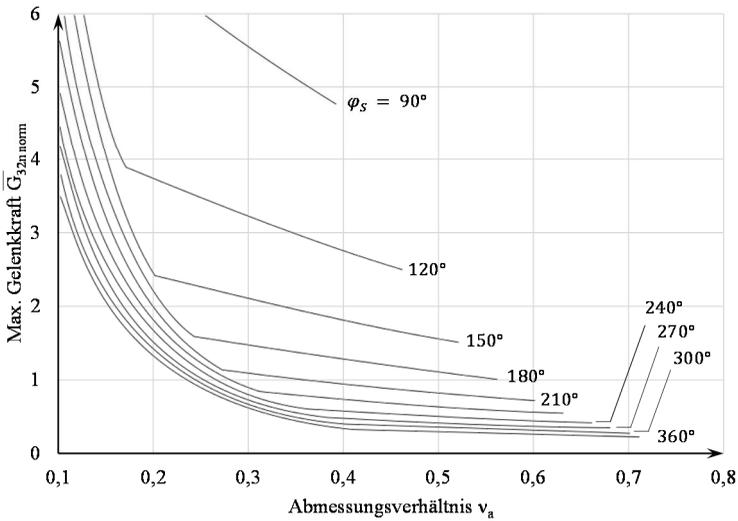
- Anzahl der Schritte/Stationen ab Abtrieb: $n_{St} = 4$
- Bewegungsgesetz: $MS00$
- Gängigkeit: $G = 1$
- Anzahl Ebenen: $E = 2$



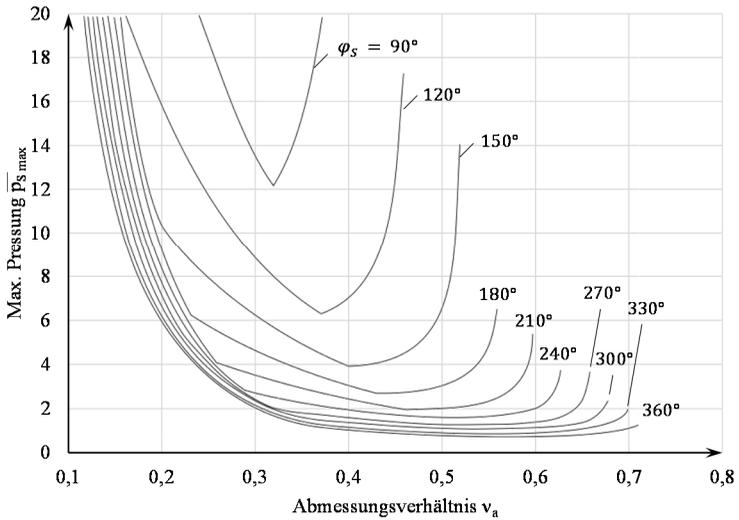
Max. zulässiges Rollenverhältnis



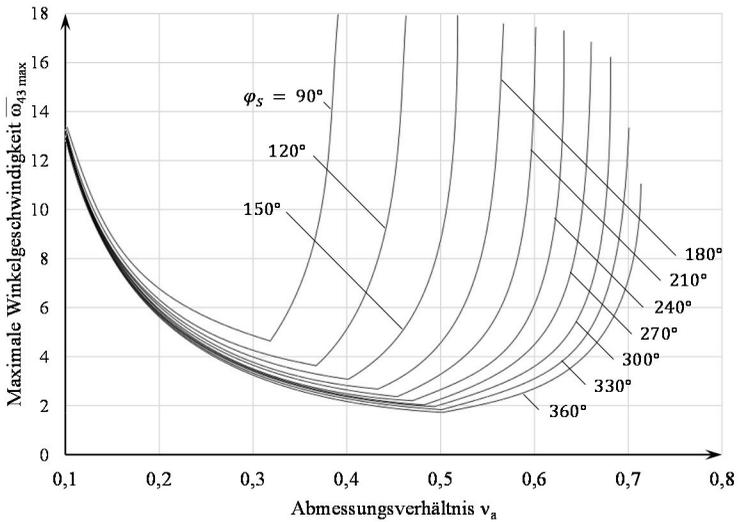
Maximale normierte Gelenkkraft



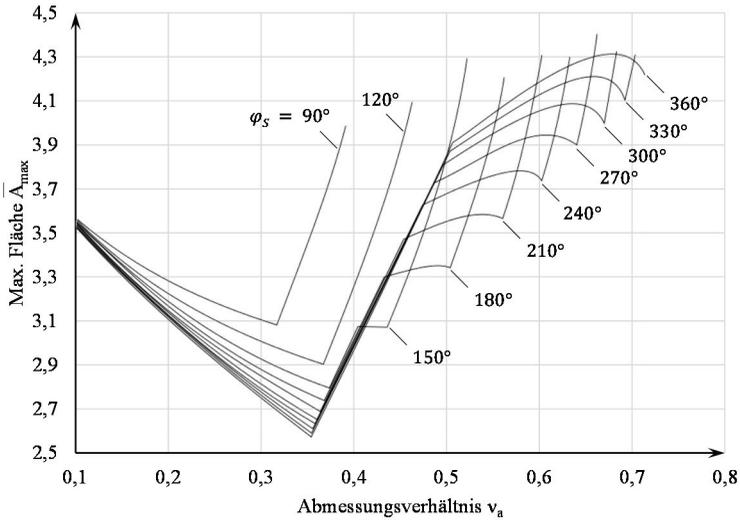
Maximale normierte Pressung nach *Stribeck*



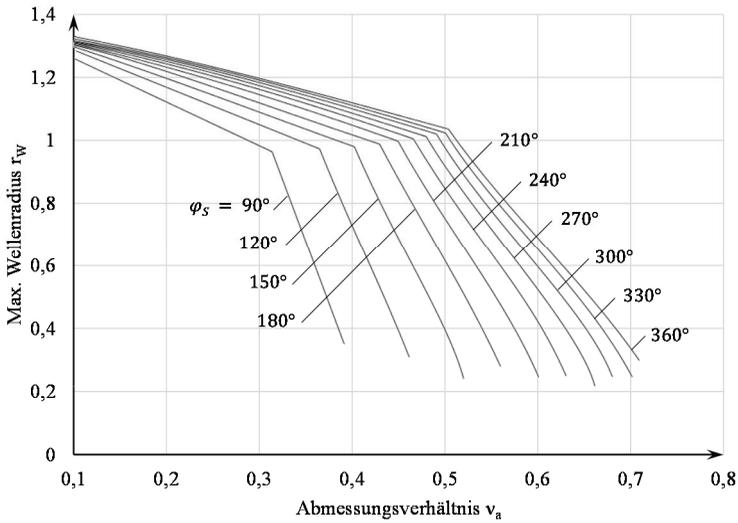
Maximale normierte Rollgeschwindigkeit



Maximales normiertes Flächenmaß



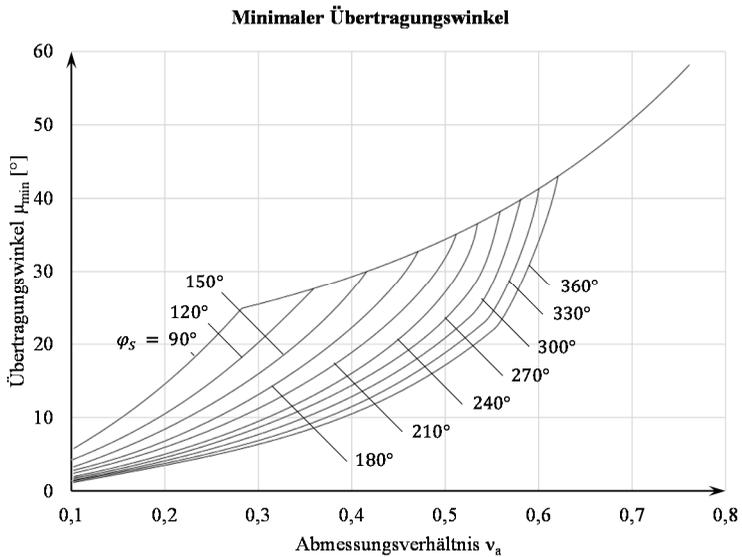
Maximaler normierter Wellenradius



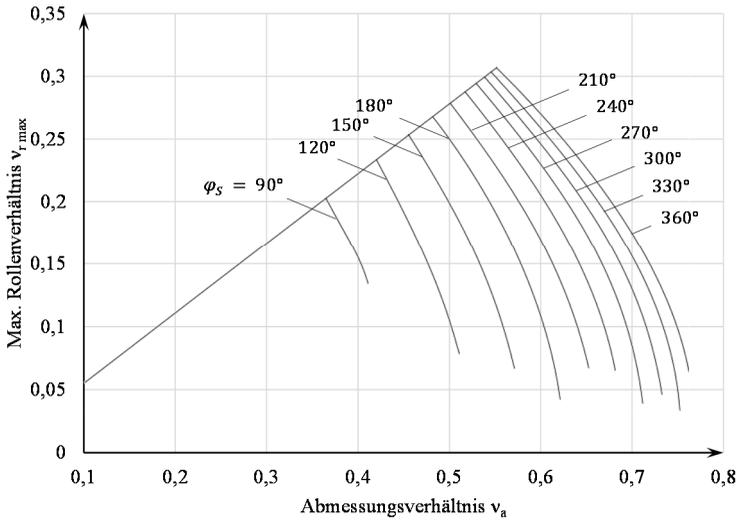
Anlage 3: Kennwerte für eKSGa mit 5 Stationen

Die nachfolgenden Diagramme normierter Kennwerte beziehen sich auf ein Kurvenschrittgetriebe der Bauform eKSGa mit:

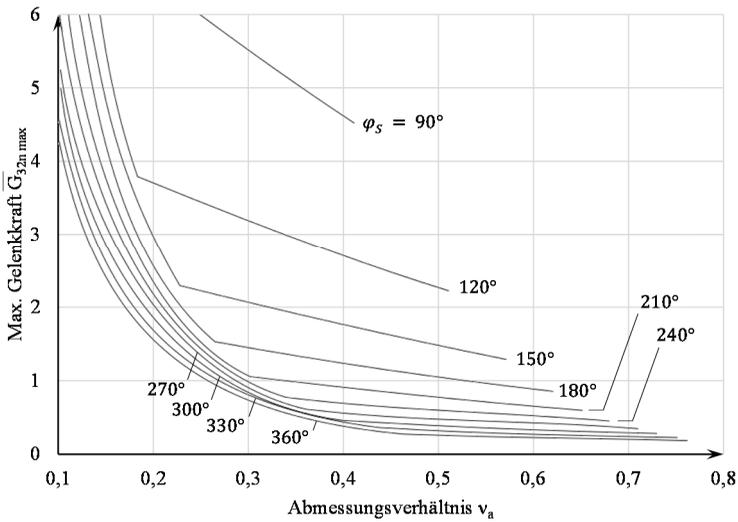
- Anzahl der Schritte/Stationen ab Abtrieb: $n_{St} = 5$
- Bewegungsgesetz $MS00$
- Gängigkeit $G = 1$
- Anzahl Ebenen $E = 2$



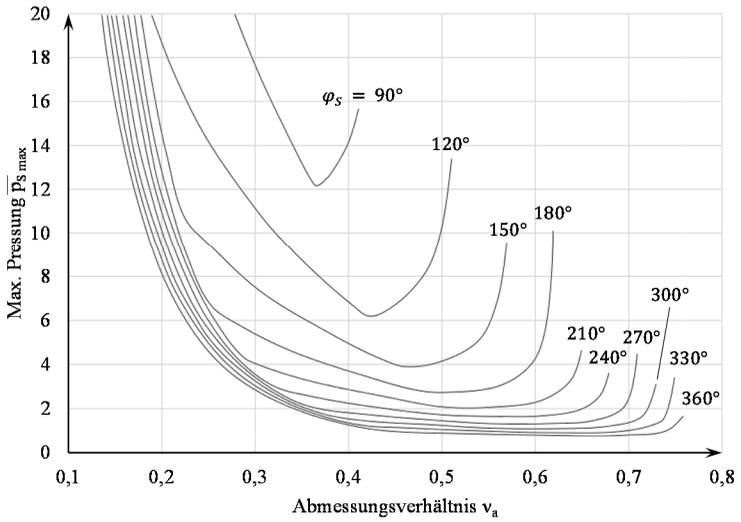
Max. zulässiges Rollenverhältnis



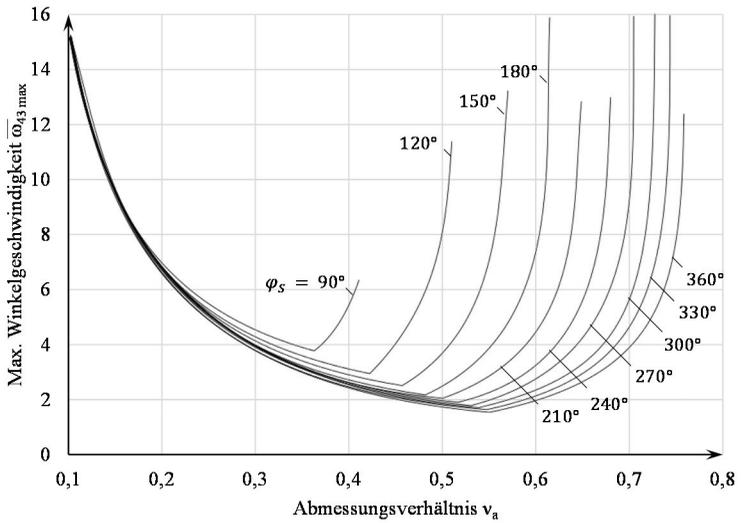
Maximale normierte Gelenkkraft



Maximale normierte Pressung nach *Stribeck*



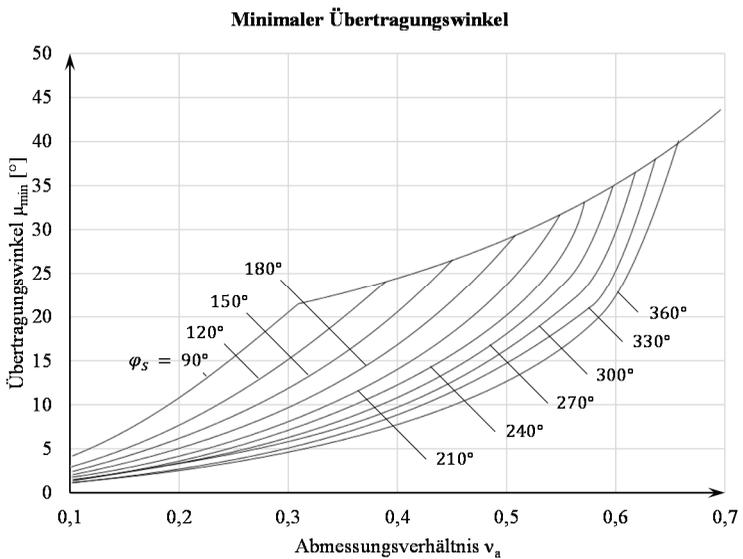
Maximale normierte Rollgeschwindigkeit



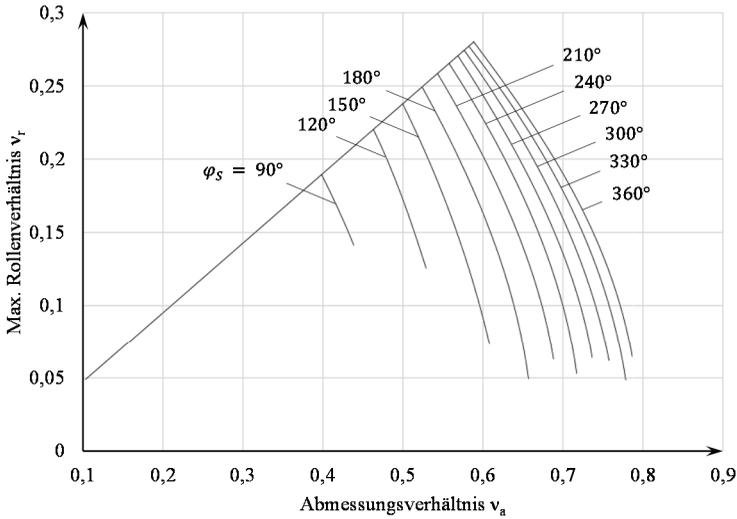
Anlage 4: Kennwerte für eKSGa mit 6 Stationen

Die nachfolgenden Diagramme normierter Kennwerte beziehen sich auf ein Kurvenschrittgetriebe der Bauform eKSGa mit:

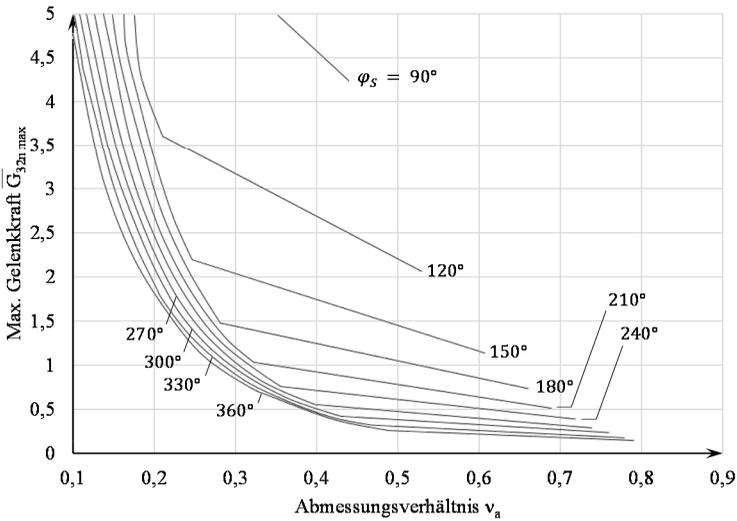
- Anzahl der Schritte/Stationen ab Antrieb: $n_{St} = 6$
- Bewegungsgesetz: $MS00$
- Gängigkeit: $G = 1$
- Anzahl Ebenen: $E = 2$



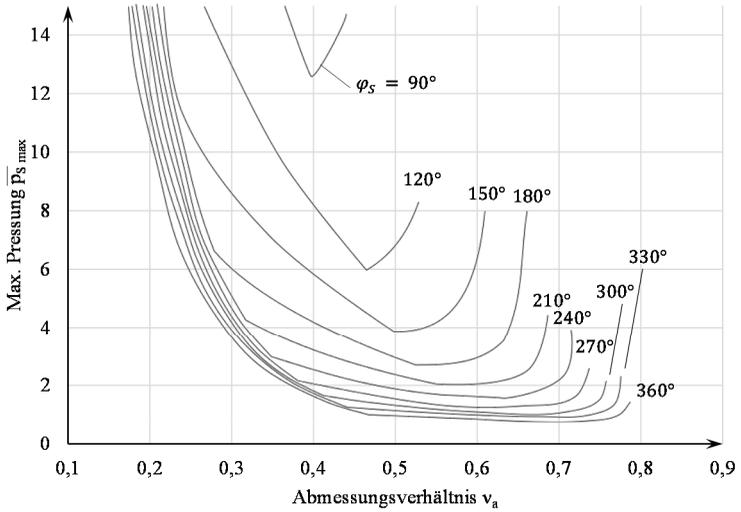
Maximal zulässiges Rollenverhältnis



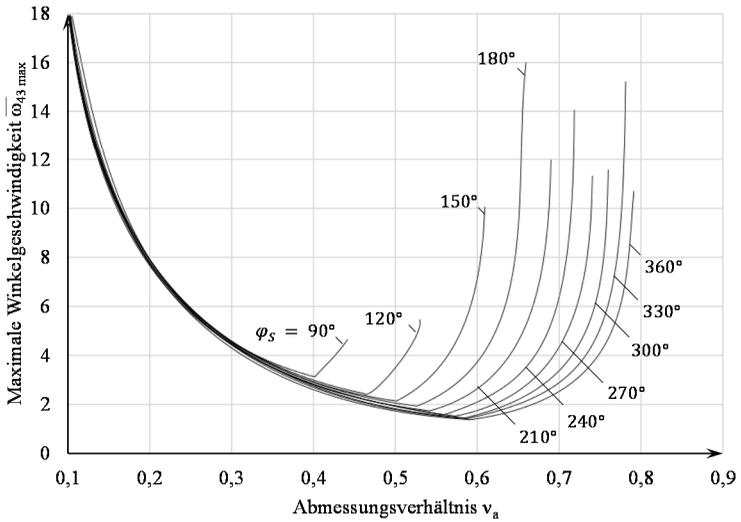
Maximale normierte Gelenkkraft



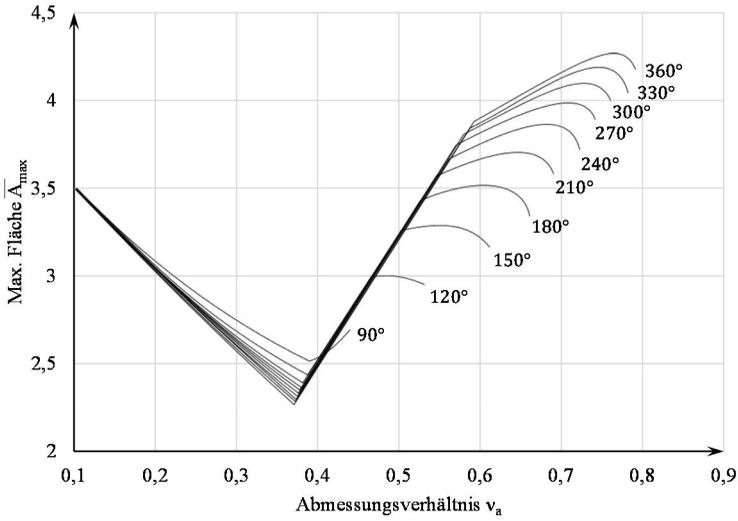
Maximale normierte Pressung nach Stribeck



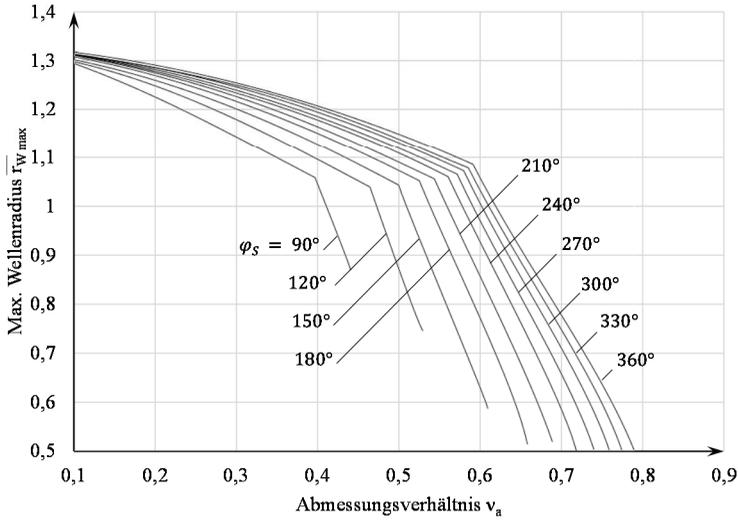
Maximale normierte Winkelgeschwindigkeit



Maximales normiertes Flächenmaß



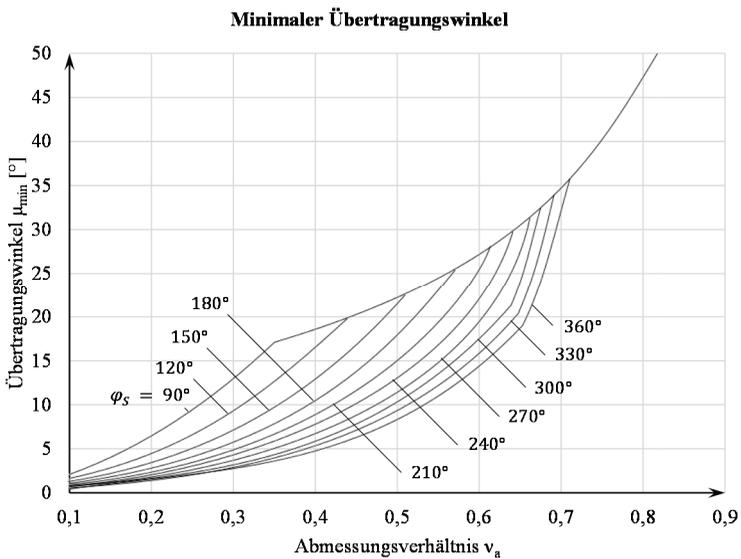
Maximaler normierter Wellenradius

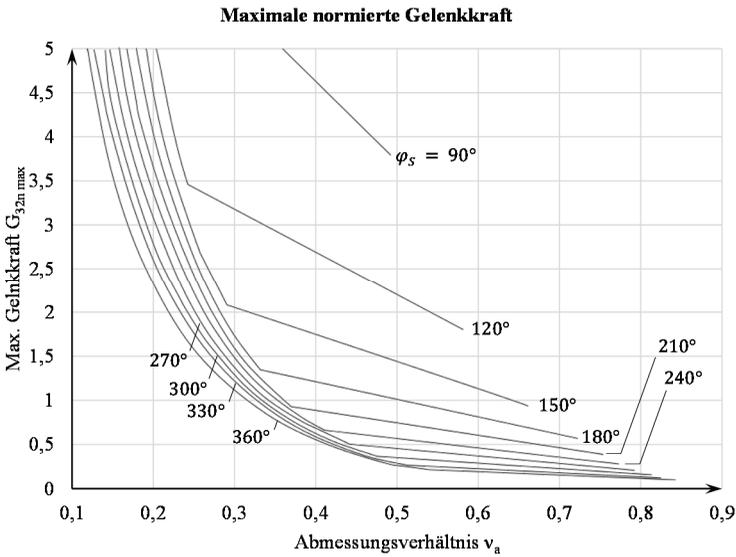
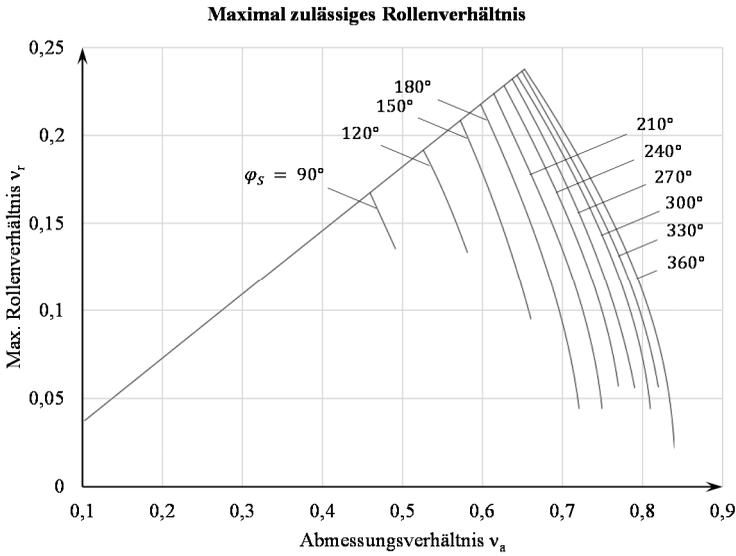


Anlage 5: Kennwerte für eKSGa mit 8 Stationen

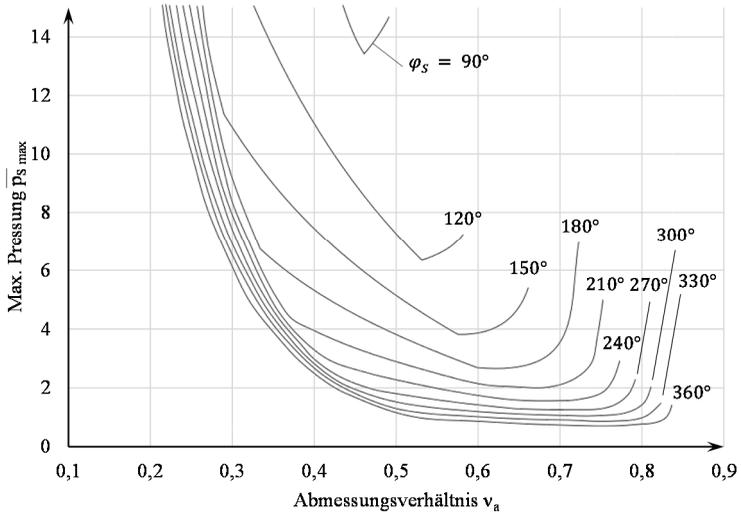
Die nachfolgenden Diagramme normierter Kennwerte beziehen sich auf ein Kurvenschrittgetriebe der Bauform eKSGa mit:

- Anzahl der Schritte/Stationen ab Antrieb: $n_{St} = 8$
- Bewegungsgesetz: $MS00$
- Gängigkeit: $G = 1$
- Anzahl Ebenen: $E = 2$

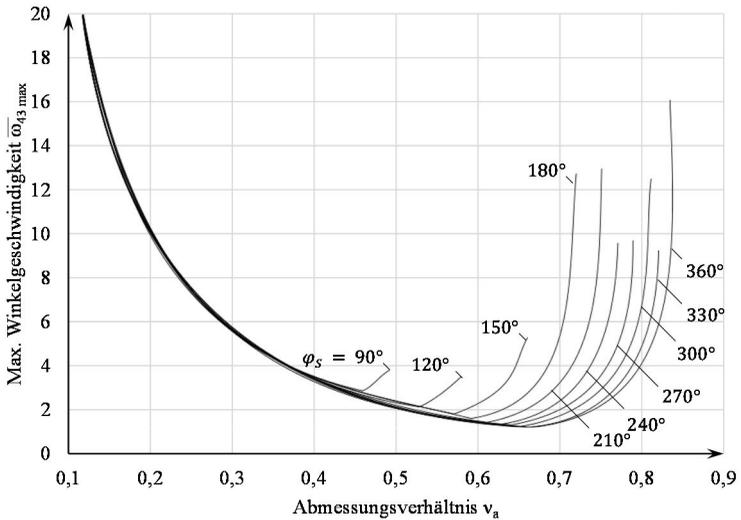




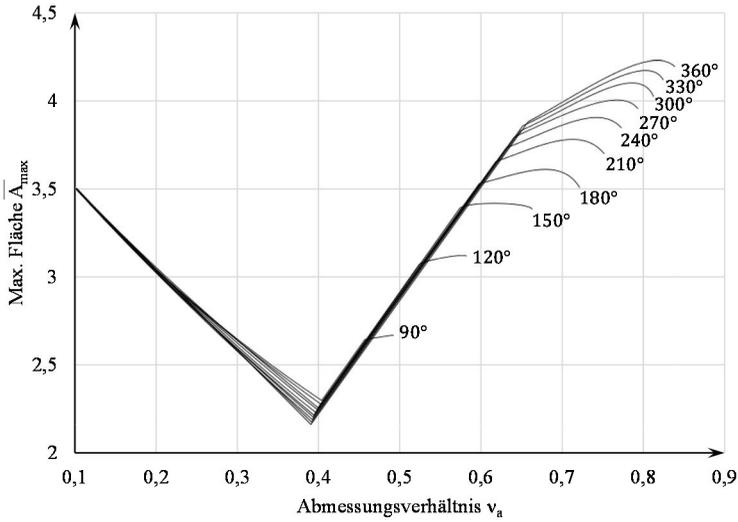
Maximale normierte Pressung nach Stribeck



Maximale normierte Winkelgeschwindigkeit



Maximales normiertes Flächenmaß



Maximaler normierter Wellenradius

