Berechnung kinematischer Getriebeabmessungen

zur Kalibrierung von Führungsgetrieben durch Messung

(praktische Anwendung von Newton-Verfahren und Singulärwertzerlegung)

Referent: Carsten Teichgräber

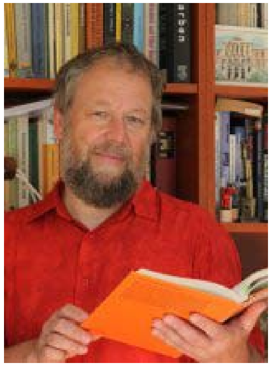
Lehre: Roboter- und Handhabungstechnik, Mathcad

Forschung: Roboterhandgelenke

Technische Universität Chemnitz
Institut für Fertigungstechnik / Schweißtechnik
Professur Montage- und Handhabungstechnik
Technische Universität Chemnitz
09107 Chemnitz

carsten.teichgraeber@mb.tu-chemnitz.de
www.tu-chemnitz.de/mb/MHT

1. **Motivation**
2. Methode zur Justierung
   a) Modellierung einer Schubschwinge mit MATHTOOL
   b) Einbezug der Messung
   c) Aufstellen der Systemgleichungen
   d) Berechnung der realen Getriebeabmessungen
3. Fazit



Dieser Beitrag verdankt seine Entstehung der Unterstützung von **Prof. Elias Wegert**.

TU Bergakademie Freiberg
Fakultät für Mathematik und Informatik
Institut für Angewandte Analysis

Motivation

Führungsgetriebe zur exakten Winkeleinstellung

Anforderungen:

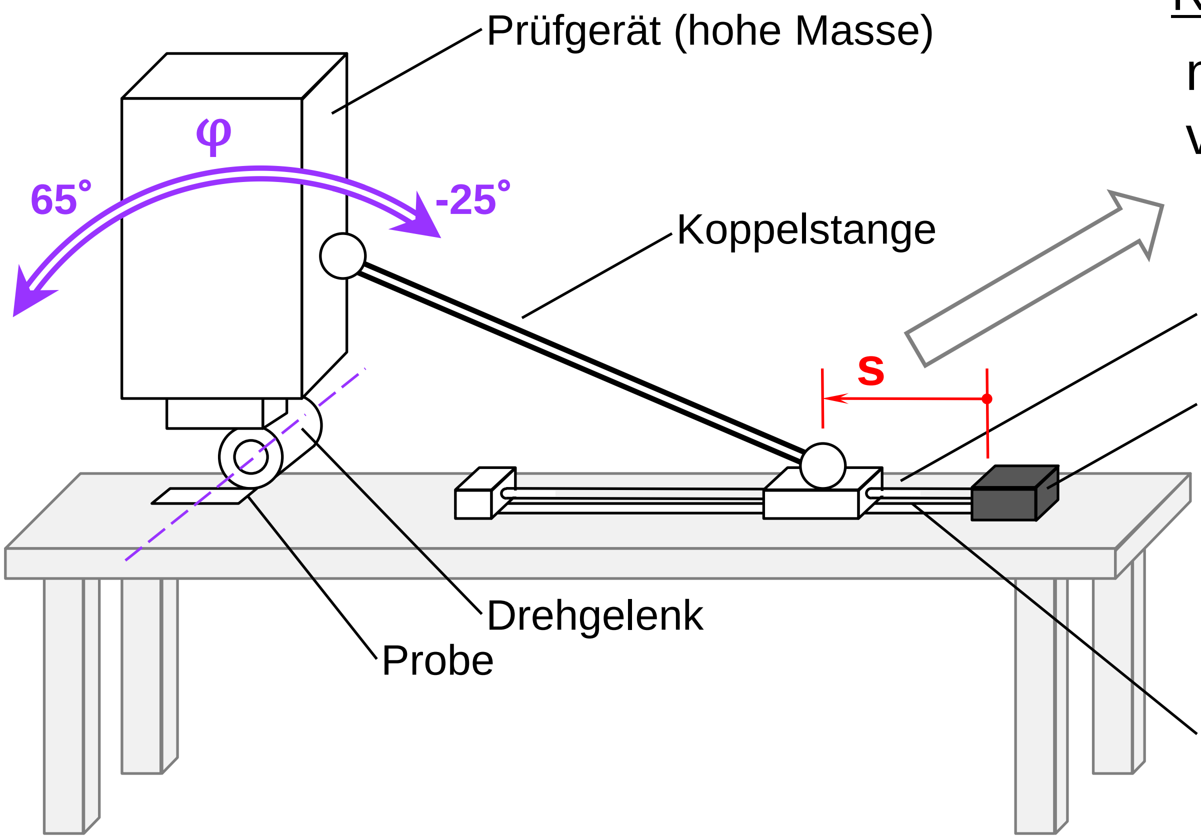
– möglichst präzise Einstellung des Winkels φ

– geringe Motorleistung

– robust und kostengünstig

Nachteil:

nichlineare Übersetzung vom Weg **s** zu Winkel φ



Methode zur Justierung

Idee

Vorgehensweise:

1. Aufbau eines funktionsfähigen Modells mit Kauf- und Normteilen unter Werkstattbedingungen
2. empirisches Abfahren des Schwenkbereiches von φ
3. Bewegungssteuerung "inverse Kinematik"

elektronische Kurvenscheibe $s(\varphi)$

(Übertragungsfunktion)

4. Fehlermessung*
5. Softwarejustierung

*** … Messung des Winkels φ problematisch (Genauigkeit); günstiger ist eine Abstandsmessung**

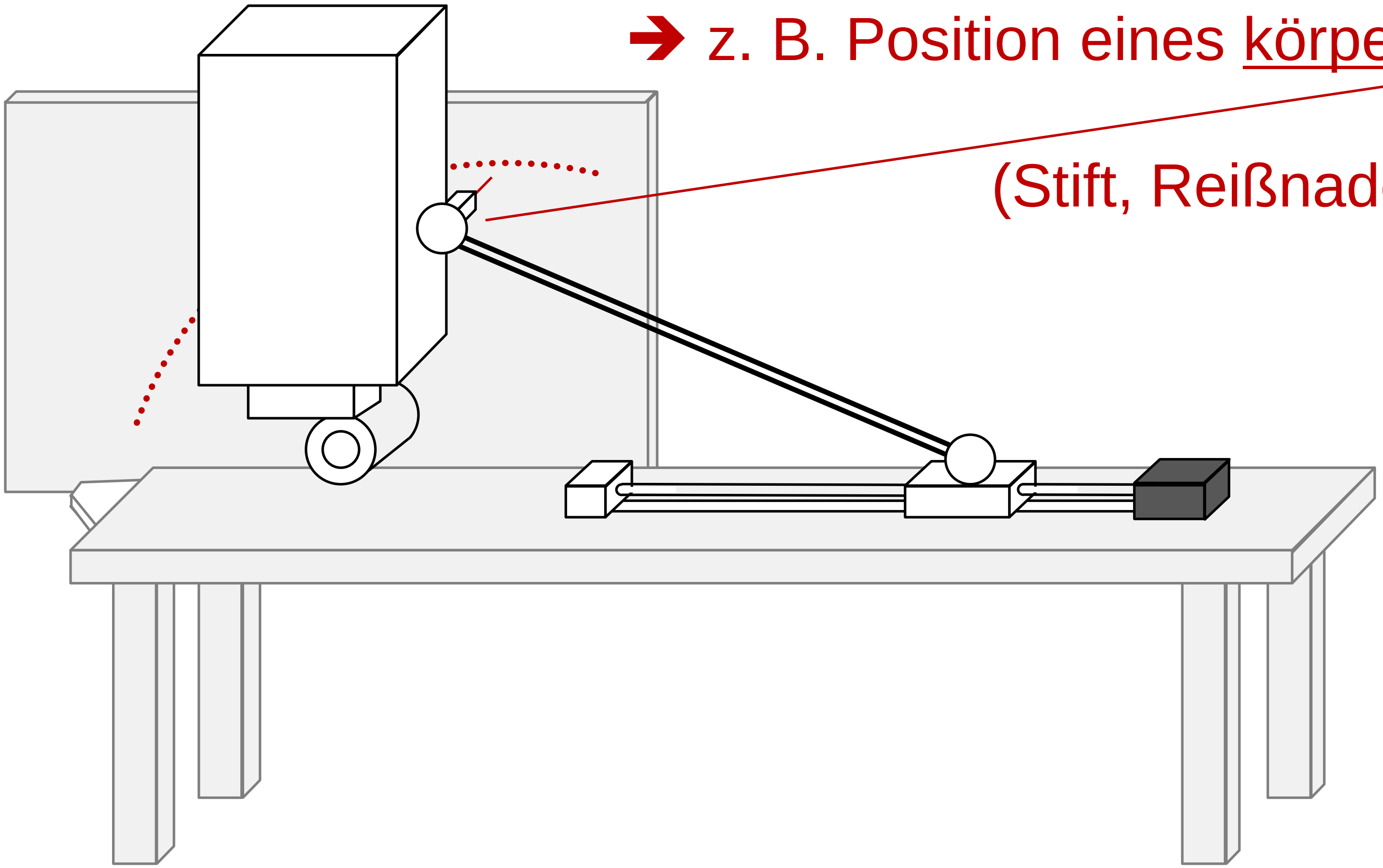
Methode zur Justierung

Realisierung einer Positionsmessung

* … **Messung des Winkels φ problematisch (Genauigkeit); günstiger ist eine Abstandsmessung**

➔ z. B. Position eines <u>körperfesten Punkts</u>

(Stift, Reißnadel, …)

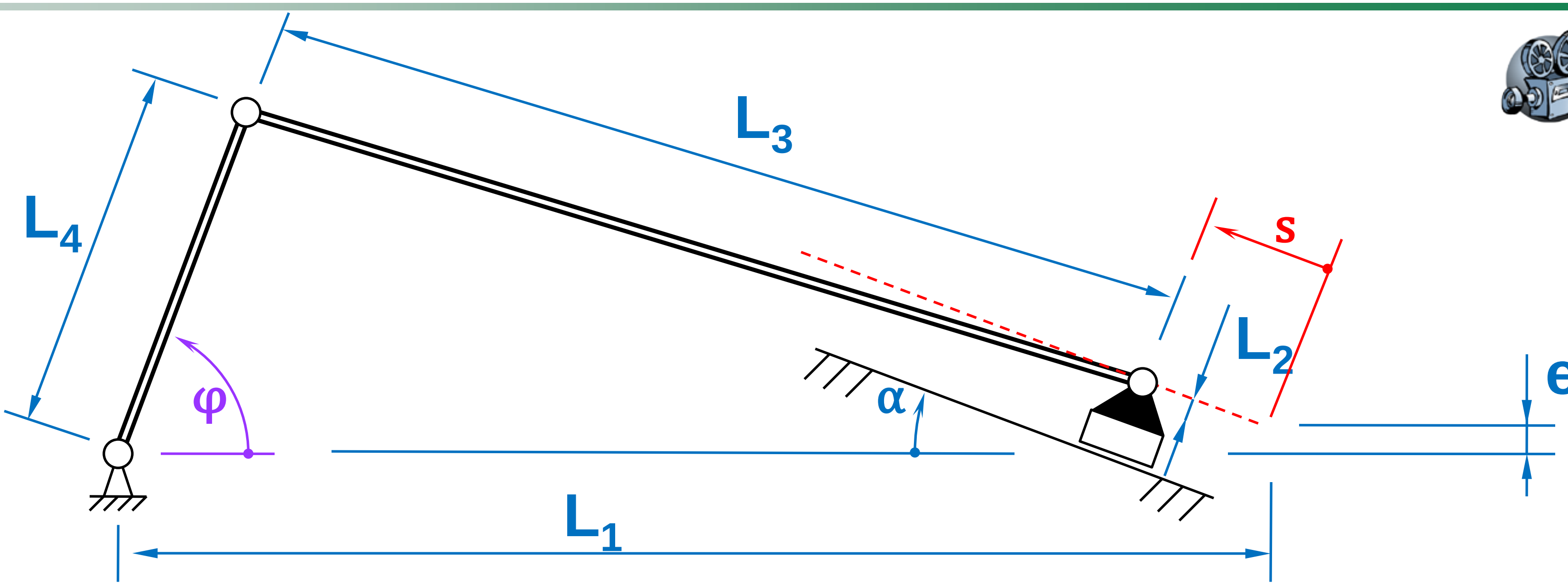


<u>Ziel:</u> Nutzung der Messung zur Software-Justierung

1. Motivation
2. Methode zur Justierung
   a) **Modellierung einer Schubschwinge**
   b) Einbezug der Messung
   c) Aufstellen der Systemgleichungen
   d) Berechnung der realen Getriebeabmessungen
3. Fazit

Modellierung einer Schubschwinge

Kinematisches Modell

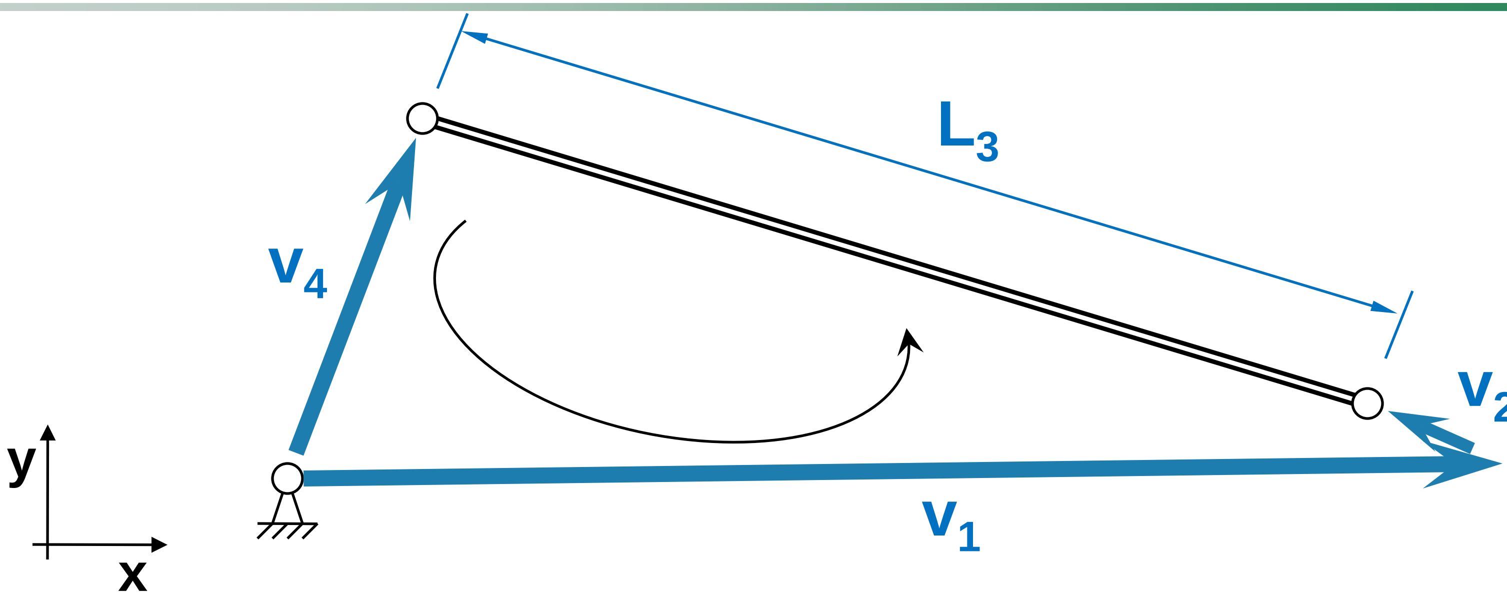


<u>elektronische Kurvenscheibe:</u> **$s(\varphi)$ = …** (Übertragungsfunktion)

– besitzt die Abmessungen L_1, L_2, L_3, L_4, e, α als Parameter, die in der Realität fehlerbehaftet sind.

Modellierung einer Schubschwinge

Kinematisches Modell



Vektoren:

$$v_1 = \begin{pmatrix} L_1 \\ e \end{pmatrix} \qquad v_2 = \begin{pmatrix} -s_{An}\cos(\alpha) + L_2\sin(\alpha) \\ s_{An}\sin(\alpha) + L_2\cos(\alpha) \end{pmatrix} \qquad v_4 = L_4 \begin{pmatrix} \cos(\varphi) \\ \sin(\varphi) \end{pmatrix}$$

Schleifengleichung:

$$\left(-v_4 + v_1 + v_2\right)^T \left(-v_4 + v_1 + v_2\right) - L_3^2 = 0 \quad (\mathrm{I})$$

Modellierung einer Schubschwinge

Technische Universität Chemnitz
Professur Montage- und Handhabungstechnik

Vektorgleichung → skalare Gleichung

$$\left(-v_4+v_1+v_2\right)^T\left(-v_4+v_1+v_2\right)-L_3^2=0 \quad (\mathrm{I})$$

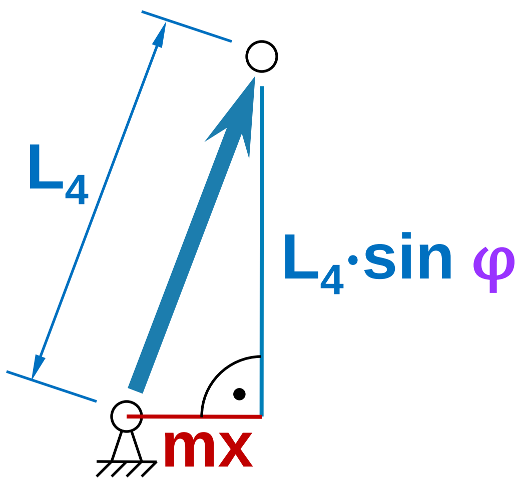
Skalarprodukt zweier Vektoren

$$\left(L_1-s_{An}\cos\alpha+L_2\sin\alpha-mx\right)^2+\left(e+s_{An}\sin\alpha+L_2\cos\alpha-L_4\sin\varphi\right)^2-L_3^2=0$$

Drehgelenkposition wird gemessen

$$mx^2+(L_4\sin\varphi)-L_4^2=0 \quad (\mathrm{II})$$

Messung:

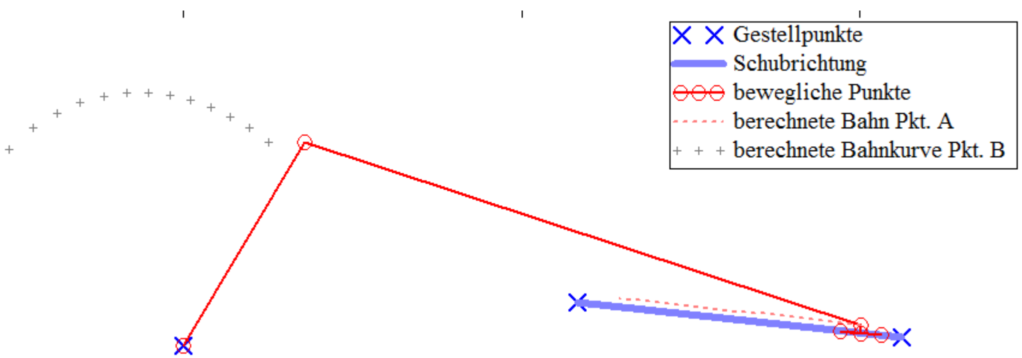


Idealmodell und Messung passen nicht 100%ig zusammen ➔ "**Fehler**"

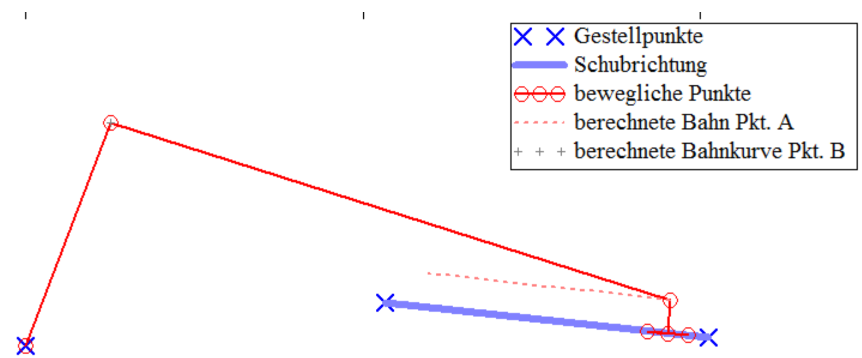
Einbezug der Messung

Idealmodell und fehlerbehaftetes Modell

ideales Modell
als Basis der Steuerung mit **s(φ)**



Modell mit Fehlern
für simulierte Messung



<u>"Erzeugen" von Messdaten (Testen des Verfahrens):</u>
→ Berechnen der Gelenkposition eines Getriebes mit abweichenden Abmessungen (Runden auf 1mm)

→ Anzahl der "gemessenen" Positionen: N

$$mx = \begin{pmatrix} mx_1 \\ mx_2 \\ \vdots \\ mx_N \end{pmatrix}$$

1. Motivation
2. Methode zur Justierung
   a) Modellierung einer Schubschwinge
   b) Einbezug der Messung
   c) **Aufstellen der Systemgleichungen**
   d) Berechnung der realen Getriebeabmessungen
3. Fazit

Aufstellen der Systemgleichungen

Zusammenfassen von (I) und (II) in einer Funktion :

$$F\left(\underline{L_1, L_2, L_3, L_4, e, \alpha}, \underline{\varphi, mx}\right) = \begin{pmatrix} Gl.(I) \\ Gl.(II) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

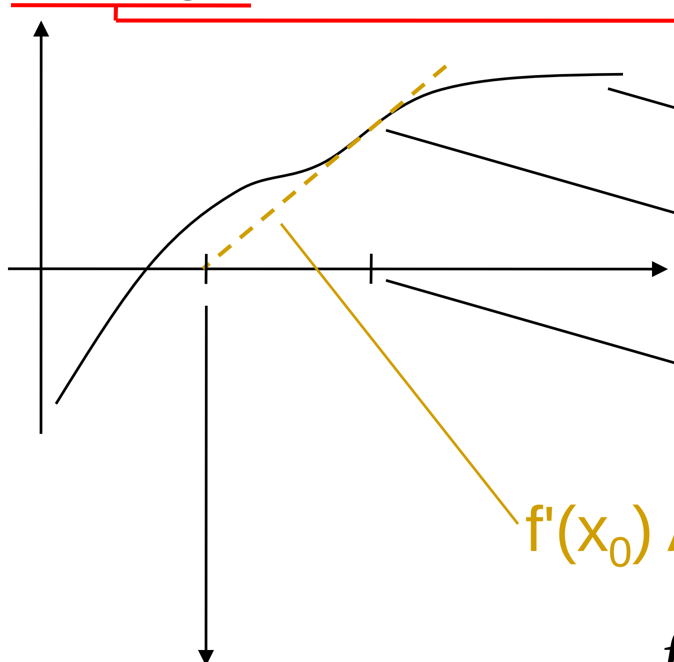
φ_i, mx_i
liegen als Tabellenwerte vor i=1,…N

Für Welche Werte von L_1, …, L_4, e, α ist
F=0 (näherungsweise) erfüllt?

➔ Analogie: Nullstellensuche einer skalaren Funktion f(x)

Aufstellen der Systemgleichungen

➔ Analogie: Nullstellensuche einer skalaren Funktion f(x)



f(x)	→ F(…)
$f(x_0)$ Funktionswert (für Startwert)	→"Fehlermaß"
x_0 Startwert	→ L_1, L_2, … ideal

$f'(x_0)$ Anstieg der Tangente an $f(x_0)$

neuer Startwert $x_1 = \dfrac{f(x_0)}{f'(x_0)} + x_0$

… oder bereits Lösung

➔ Lösung durch wiederholte Berechnung (Newton-Verfahren)

➔ Abbruch, wenn Lösung nicht mehr besser wird $f(x_j) \approx 0$

1. Motivation
2. Methode zur Justierung
   a) Modellierung einer Schubschwinge
   b) Einbezug der Messung
   c) Aufstellen der Systemgleichungen
   d) **Berechnung der realen Getriebeabmessungen**
3. Fazit

Berechnung der realen Getriebeabmessungen

Anwendung auf mehrdimensionale Funktion

1D-Problem verallgemeinern:

$$x_1 = \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} + x_0$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{L}_1 \\ \tilde{L}_2 \\ \tilde{L}_3 \\ \tilde{L}_4 \\ \tilde{\varphi}_1 \\ \vdots \\ \tilde{\varphi}_N \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} \frac{\partial F}{\partial L_1} & \frac{\partial F}{\partial L_2} & \cdots & \frac{\partial F}{\partial \varphi_N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix} \qquad F(L_1, \ldots, \alpha, \varphi) = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$$

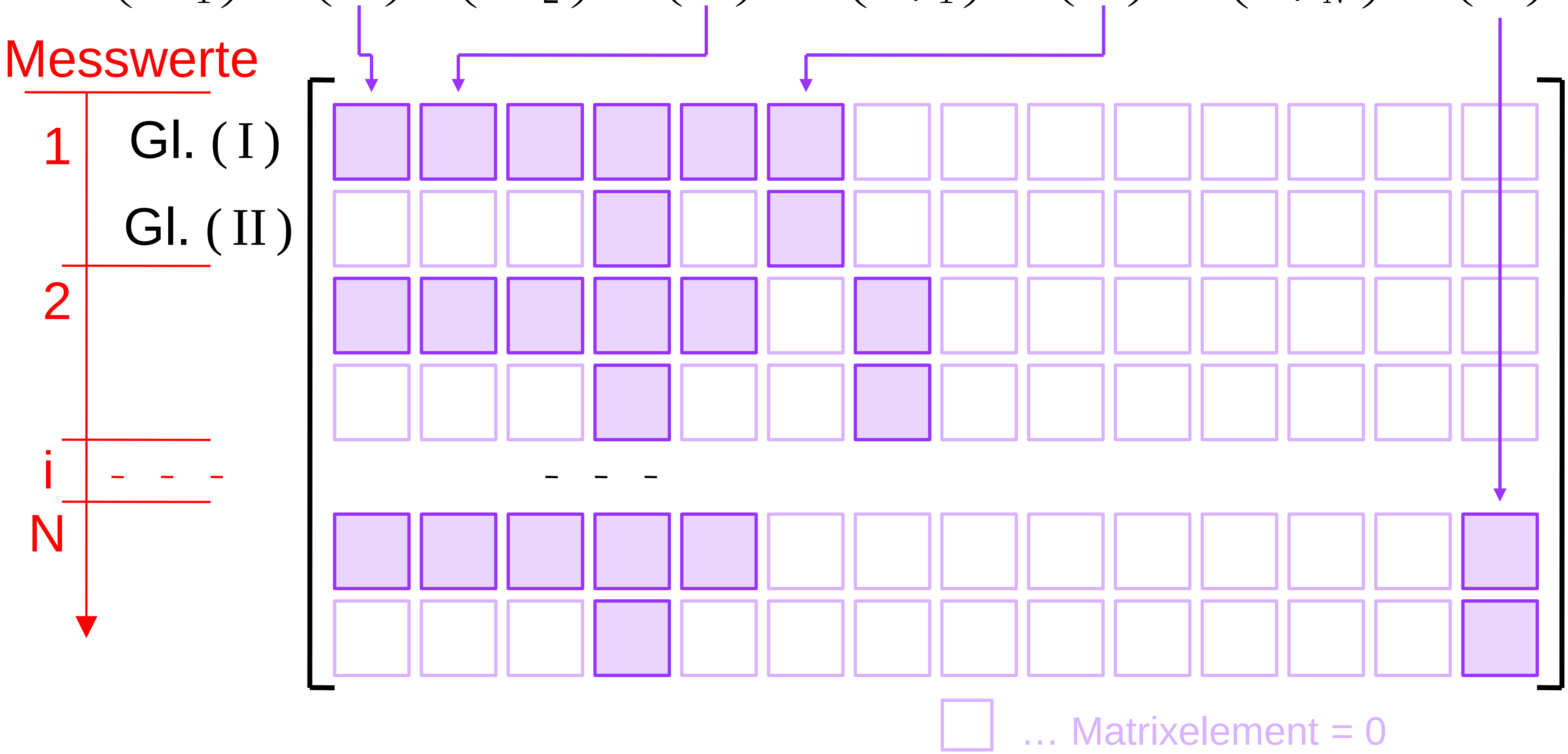
= Systemmatrix

Besonderheit:
F( ) wird für jede der *N* Messstellen ausgewertet.
Zugeordneter Winkelwert ist Teil der Justierung.

Berechnung der realen Getriebeabmessungen

Aufstellen der Systemmatrix

$$\left(\frac{\partial F}{\partial L_1}\right)=\begin{pmatrix}\cdots\\ \cdots\end{pmatrix} \quad \left(\frac{\partial F}{\partial L_2}\right)=\begin{pmatrix}\cdots\\ \cdots\end{pmatrix} \quad \left(\frac{\partial F}{\partial \varphi_1}\right)=\begin{pmatrix}\cdots\\ \cdots\end{pmatrix} \quad \left(\frac{\partial F}{\partial \varphi_N}\right)=\begin{pmatrix}\cdots\\ \cdots\end{pmatrix}$$



Berechnung der realen Getriebeabmessungen

Technische Universität Chemnitz
Professur Montage- und Handhabungstechnik

Aufstellen der Systemmatrix

$$
\begin{pmatrix}
1538.2 & -271.3 & -1591.5 & 339.9 & 65647.4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -177.4 & 79092.8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1532.5 & -296.1 & -1591.5 & 382 & 0 & 58752.6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -126.5 & 0 & 70819.4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1526.7 & -316.2 & -1591.5 & 418.5 & 0 & 0 & 49260.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -81.3 & 0 & 0 & 59507.9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1520.9 & -332.2 & -1591.5 & 449.6 & 0 & 0 & 0 & 36596.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -41.9 & 0 & 0 & 0 & 44364.7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1519.1 & -339.6 & -1591.5 & 466.6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 24108 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -17.6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 29413.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1519.4 & -340.7 & -1591.5 & 472.9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12864.6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15830.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1519.6 & -337.9 & -1591.5 & 472.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1951.8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2426 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1523.8 & -326 & -1591.5 & 455.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -19914.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -12.7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -25100.6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1528.1 & -309.3 & -1591.5 & 430.9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -31644.8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -34.6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -40563 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1536.3 & -280.9 & -1591.5 & 387.9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -44407.9 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -77.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -58316.5 & 0 & 0 & 0 \\
1544.5 & -245.4 & -1591.5 & 336.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -52955 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -131.3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -71785 & 0 & 0 \\
1556.7 & -192.5 & -1591.5 & 264 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -57837.6 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -210.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -82570.8 & 0 \\
1571 & -118.9 & -1591.5 & 176.3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -54798.4 \\
0 & 0 & 0 & -310.4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -85975.9
\end{pmatrix}
$$

Berechnung der realen Getriebeabmessungen

Technische Universität Chemnitz
Professur Montage- und Handhabungstechnik

Was ist die Systemmatrix?

$$x_1 = \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} + x_0$$

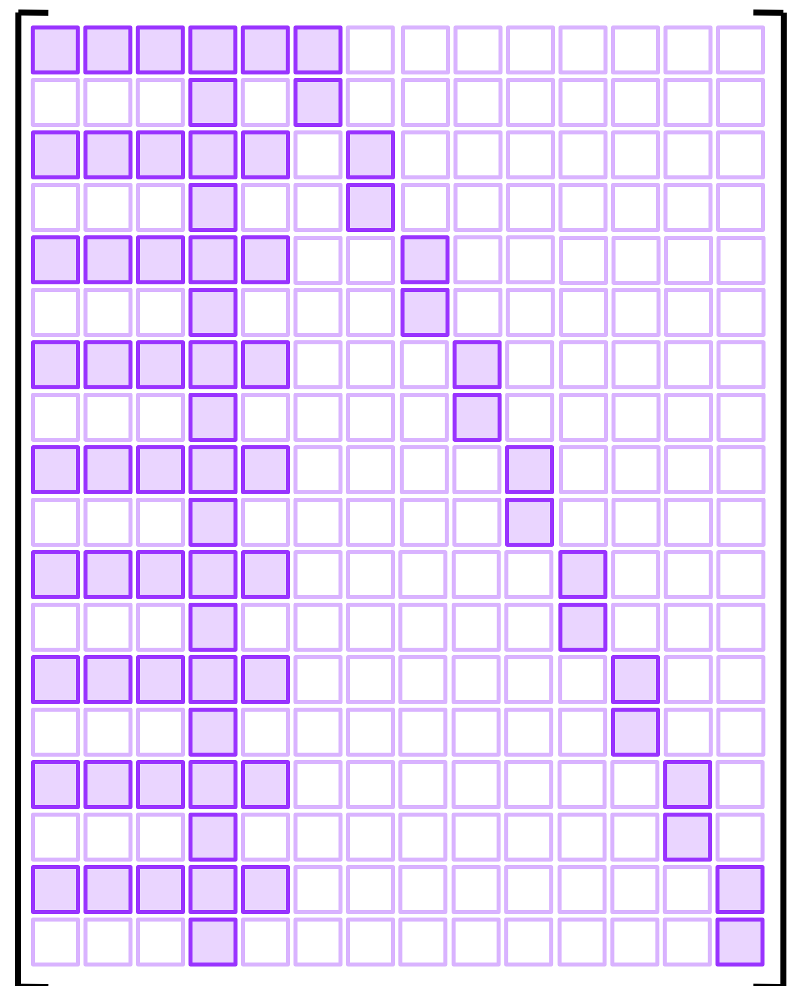
$$\frac{\partial F}{\partial \ldots} \rightarrow \text{Jacobi-Matrix}$$

2 Gleichungen
5 Variablen
9 Messungen

18 x 14 - Matrix

Anzahl Gleichungen x Anzahl Messungen

Anzahl Variablen + Anzahl Messungen



… Matrixelement = 0

Berechnung der realen Getriebeabmessungen

Technische Universität Chemnitz
Professur Montage- und Handhabungstechnik

Berechnungsschritt

$$x_1 = \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} + x_0$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{L}_1 \\ \tilde{L}_2 \\ \tilde{L}_3 \\ \tilde{L}_4 \\ \tilde{\varphi}_1 \\ \vdots \\ \tilde{\varphi}_N \end{pmatrix} = \underline{\underline{J^{-1}}} \cdot F(L_1,\ldots) + \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_4 \\ \varphi_1 \\ \vdots \\ \varphi_N \end{pmatrix}$$

Problem:

Nur quadratische Matrizen sind invertierbar.

Lösung:

Pseudoinverse durch Singulärwert-zerlegung bilden!

➔ Mathcad-Funktion $\mathrm{svd2(J)}$

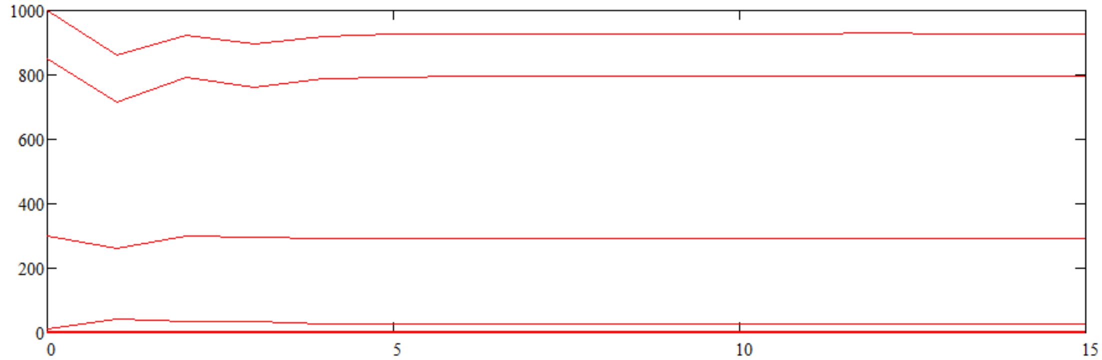
… Rechnung bis zur Konvergenz wiederholen.

Berechnung der realen Getriebeabmessungen

Technische Universität Chemnitz
Professur Montage- und Handhabungstechnik

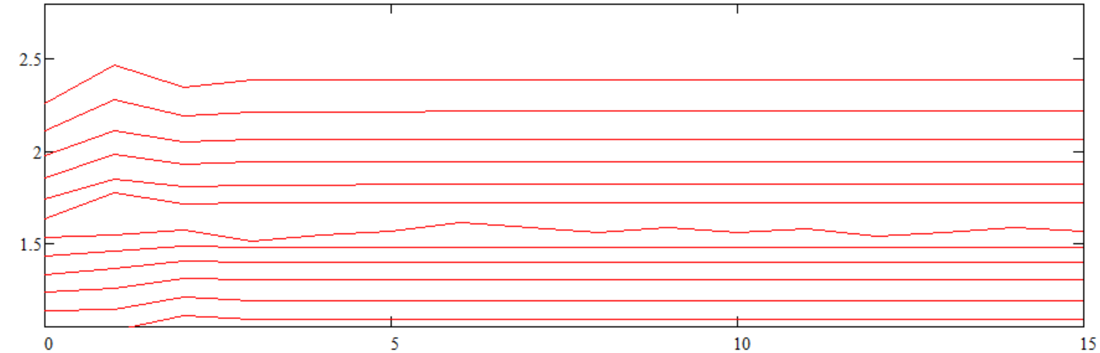
Ergebnisse

Gliedlängen
L_1, L_2, L_3, L_4



"reale" Maße
$\tilde{L}_1, \tilde{L}_2, \tilde{L}_3, \tilde{L}_4$

Winkelwerte
φ_i



korrigierte Übertragungsfunktion $\tilde{s}(\varphi)$

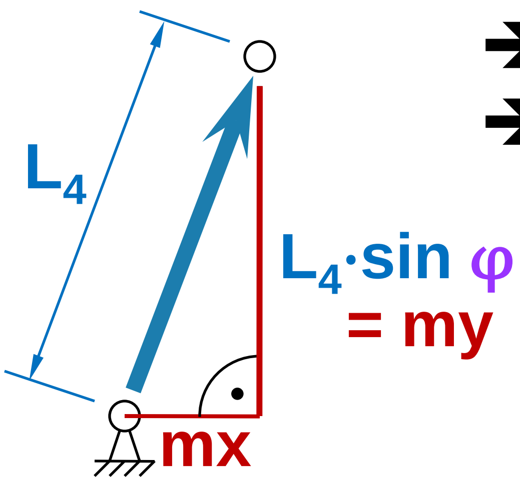
<u>"Experimentieren mit dem Algorithmus":</u>

1. Rundung der der "gemessenen" Positionen mx

→ keine exakte Ermittlung der Gliedlängen,
dennoch werden die Winkelwerte φ genauer (um Faktor 10)

2. "Ausreißer" in der Lösung bei senkrechter Schwinge (**φ=90°**)

→ bei mx = 0 kann kein L_4 berechnet werden



➔ Einbezug von my in die Rechnung möglich

➔ normalerweise ist diese Singularität problematisch – durch Nutzung der SVD allerdings kein Problem

<u>Bedingung:</u> ausreichend viele Messwerte

SVD … Singulärwertzerlegung

Fazit

Berechnung derjenigen Getriebeabmessungen, für die die Führungsaufgabe $\varphi(s)$ möglichst gut erfüllt wird.

➔ Einflüsse, die nicht Gegenstand des Fehlermodells sind, werden z. T. auch durch Näherungsrechnung ausgeglichen (Parameter "simulieren" nicht erfasste Maßabweichungen).

➔ Messungen an verschiedenen Punkten können das Ergebnis verbessern.

➔ Viele Messpunkte verbessern das Ergebnis.

➔ Die erzielten Ergebnisse waren mit den in Mathcad bereits vorhandenen Optimierern nicht erreichbar.

→ **Mut zur "händischen" Modellierung!**

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!