

МАТЕМАТИКА

Комплексна підготовка до ЗНО і ДПА

За чинною програмою

Укладачі

Анатолій Капіносов, Галина Білоусова, Ярослав Гап'юк, Лариса Кондратьєва,
Олеся Мартинюк, Сергій Мартинюк, Лариса Олійник, Петро Ульшин, Олег Чиж



Тернопіль
Видавництво «Підручники і посібники»
2017

УДК 371.32
М 33

Укладачі:

*Анатолій Миколайович Капіносов,
Галина Миколаївна Білоусова,
Галина Володимирівна Гап'юк,
Лариса Іванівна Кондратьєва,
Олеся Миронівна Мартинюк,
Сергій Володимирович Мартинюк,
Лариса Іванівна Олійник,
Петро Іванович Ульшин,
Олег Йосипович Чиж*

Літературне редагування *Людмили Олійник*
Дизайнер обкладинки *Віталій Нехай*

М 33 **Математика.** Комплексна підготовка до ЗНО і ДПА / Уклад. :
А. М. Капіносов [та ін.]. — Тернопіль : Підручники і посібники,
2017. — 560 с.

ISBN 978-966-07-3125-7

Посібник містить теоретичний матеріал, а також тестові завдання різних рівнів складності з усіх тем шкільного курсу математики. Зміст матеріалів відповідає вимогам чинної програми ЗНО та чинним навчальним програмам з математики.

Для абітурієнтів, учнів 11 класу, учителів математики.

УДК 371.32

ISBN 978-966-07-3125-7

© Капіносов А. М., Білоусова Г. І., Гап'юк Г. В., Кондратьєва Л. І.,
Мартинюк О. М., Мартинюк С. В., Олійник Л. І., Ульшин П. І., Чиж О. Й., 2017

ПЕРЕДМОВА

Посібник призначений для підготовки учнів загальноосвітніх навчальних закладів та абітурієнтів до ЗНО і ДПА. Його укладено відповідно до чинної програми та чинних підручників з математики. Метою посібника є надання практичної, методичної та психологічної допомоги учням у підготовці до ЗНО і ДПА.

У посібнику міститься довідковий теоретичний матеріал, приклади розв'язання задач, а також вправи з усіх тем шкільного курсу математики. Завдання до кожної теми складаються з чотирьох частин. *Перша* частина містить довідковий теоретичний матеріал і зразки розв'язання вправ. *Друга* частина — тестові завдання із п'ятьма варіантами відповідей, з яких лише один правильний. Усі завдання розміщені в послідовності зростання складності. *Третя* частина містить завдання, які передбачають установлення відповідності між деякими математичними поняттями, позначеними цифрами 1–4, та їхніми властивостями, позначеними буквами А–Д. У *четвертій* частині вміщено тестові завдання відкритої форми — самостійне знаходження відповіді у вигляді десяткового дробу.

АЛГЕБРА ТА ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

Тема 1. Обчислення. Арифметичні задачі

Натуральні числа — це числа, які використовують при лічбі: 1, 2, 3, Множину натуральних чисел позначають буквою N .

Цілі числа — це натуральні числа, числа протилежні до них та число нуль. Цілими є числа $-2, 4, 0$ тощо. Множину цілих чисел позначають буквою Z .

Раціональні числа — це числа, які можна подати у вигляді $\frac{m}{n}$, де m — ціле число ($m \in Z$), n — натуральне число ($n \in N$). Кожне раціональне число можна представити у вигляді скінченного або нескінченного періодичного десяткового дробу. Раціональними є числа $4,5; -3; -7,3; \frac{3}{4}; -2\frac{7}{9}$ тощо. Множину раціональних чисел позначають буквою Q .

Ірраціональні числа — це нескінченні десяткові неперіодичні дробі. Наприклад, ірраціональними є числа $\sqrt{5}, \cos 7^\circ, \pi$ тощо. Множину ірраціональних чисел позначають буквою I .

Дійсні числа — це раціональні та ірраціональні числа. Кожне дійсне число можна зобразити точкою на числовій осі, а кожній точці числової осі відповідає дійсне число. Множину дійсних чисел позначають буквою R .

Прості та складені числа

Натуральне число називають *простим*, якщо воно має лише два дільники: одиницю і саме число. Найменше просте число — 2. Наприклад, число 19 має два дільники (1 і 19), тому воно є простим.

Натуральне число називають *складеним*, якщо воно має більше, ніж два дільники. Число 6 має чотири дільники (1, 2, 3 і 6), тому воно є складеним.

Число 1 має лише один дільник, тому воно є ні простим, ні складеним.

Розкласти складене число на прості множники означає записати дане число у вигляді добутку простих чисел — дільників даного числа. Наприклад, $12600 = 7 \cdot 5^2 \cdot 3^2 \cdot 2^3$.

Взаємно простими числами називають числа, які не мають спільних дільників, крім одиниці. Наприклад, $65 = 5 \cdot 13$, $306 = 2 \cdot 3^2 \cdot 17$, тому числа 65 і 306 — взаємно прості.

Найбільшим спільним дільником (НСД) кількох натуральних чисел називають найбільше число, на яке дані числа діляться без остачі. НСД даних чисел дорівнює добутку спільних простих множників цих чисел.

Найменшим спільним кратним (НСК) кількох натуральних чисел називають найменше число, яке ділиться без остачі на кожне з даних чисел. НСК даних чисел дорівнює добутку одного з них на прості множники, яких нема у його розкладі, але є у розкладах решти чисел.

Якщо числа a та b — взаємно прості, тобто $\text{НСД}(a; b) = 1$, то $\text{НСК}(a; b) = a \cdot b$. Наприклад, оскільки числа 9 і 25 є взаємно простими ($\text{НСД}(9; 25) = 1$), то $\text{НСК}(9; 25) = 9 \cdot 25 = 225$.

Звичайним дробом називають число виду $\frac{m}{n}$, де m та n — натуральні числа. Риска дроби означає

дію ділення: $\frac{m}{n} = m : n$.

Число n — *знаменник* дроби — вказує, на скільки рівних частин поділили число (величину), число m — *чисельник* дроби — скільки таких частин узято.

Дріб, у якого чисельник менший за знаменник, називають *правильним*. Дріб, у якого чисельник більший за знаменник або дорівнює йому, називають *неправильним*. Наприклад, дроби $\frac{7}{12}$, $\frac{16}{23}$, $\frac{8}{44}$ — правильні, а дроби $\frac{20}{13}$, $\frac{99}{33}$, $\frac{15}{15}$ — неправильні.

Число, яке складається з натурального числа і звичайного дробу, називають *мішаним*. Наприклад, $4\frac{8}{11}$, $132\frac{2}{5}$ — мішані числа. Мішане число можна записати у вигляді суми натурального числа і звичайного дробу. Наприклад, $4\frac{8}{11} = 4 + \frac{8}{11}$.

Щоб записати мішане число у вигляді неправильного дробу, досить його цілу частину помножити на знаменник дробової частини, до знайденого добутку додати чисельник і результат записати в чисельнику, а знаменник залишити тим самим. Наприклад, $5\frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 4 + 3}{4} = \frac{23}{4}$.

З будь-якого неправильного дробу можна виділити цілу частину. Для цього досить поділити з остачею чисельник на знаменник. Частка від ділення буде цілою частиною, остача — чисельником, а дільник — знаменником. Наприклад, $\frac{38}{9} = 4\frac{2}{9}$, бо $38 : 9 = 4$ (ост. 2).

Основна властивість дробу. Якщо чисельник і знаменник дробу помножити чи поділити на одне й те саме натуральне число, то отримаємо дріб, який дорівнює даному. Наприклад, $\frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{4}{24}$;
 $\frac{100}{70} = \frac{100 : 10}{70 : 10} = \frac{10}{7}$.

Скороченням дробу називають ділення чисельника і знаменника дробу на їх спільний дільник, відмінний від одиниці. Найбільше число, на яке можна скоротити дріб, — найбільший спільний дільник чисельника і знаменника і якщо він дорівнює 1, то дріб називають *нескоротним*. Наприклад, дріб $\frac{100}{70}$ скоротний, бо $\frac{100}{70} = \frac{100 : 10}{70 : 10} = \frac{10}{7}$, а дріб $\frac{9}{13}$ — нескоротний.

Заміну дробів з різними знаменниками відповідно рівними їм дробами з однаковими знаменниками називають *зведенням дробів до спільного знаменника*. Найменшим спільним знаменником дробів є найменше спільне кратне їх знаменників.

Щоб звести дріб до найменшого спільного знаменника, досить:

- 1) знайти найменше спільне кратне знаменників дробів;
- 2) поділити найменше спільне кратне на кожен знаменник і знайти додаткові множники для кожного дробу;
- 3) помножити чисельник і знаменник кожного дробу на його додатковий множник.

Наприклад, звести дроби $\frac{7}{8}$ і $\frac{5}{6}$ до найменшого спільного знаменника. 1) Найменше спільне кратне чисел 8 і 6 дорівнює 24; 2) $24 : 8 = 3$; $24 : 6 = 4$. Отже, числа 3 і 4 є додатковими множниками для дробів $\frac{7}{8}$ і $\frac{5}{6}$ відповідно; 3) $\frac{7}{8} = \frac{7 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{21}{24}$; $\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{20}{24}$.

Дії над звичайними дробами

1. Додавання (віднімання). Сумою (різницею) дробів з однаковими знаменниками є дріб, чисельник якого є сумою (різницею) чисельників цих дробів, а знаменник дорівнює їх знаменникам:

$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$ $\left(\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b} \right)$. Щоб додати (відняти) дроби з різними знаменниками, треба їх спочатку звести до спільного знаменника.

ЗМІСТ

Передмова.....	3
----------------	---

АЛГЕБРА ТА ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

Тема 1. Обчислення. Арифметичні задачі	4
Тема 2. Відсотки.....	18
Тема 3. Цілі вирази	26
Тема 4. Дробово-раціональні вирази.....	35
Тема 5. Ірраціональні вирази	44
Тема 6. Показникові та логарифмічні вирази.....	54
Тема 7. Тригонометричні вирази.....	64
Тема 8. Цілі рівняння.....	78
Тема 9. Цілі нерівності	91
Тема 10. Раціональні рівняння.....	102
Тема 11. Раціональні нерівності	112
Тема 12. Ірраціональні рівняння.....	123
Тема 13. Ірраціональні нерівності	133
Тема 14. Показникові рівняння.....	144
Тема 15. Показникові нерівності	154
Тема 16. Логарифмічні рівняння	165
Тема 17. Логарифмічні нерівності.....	175
Тема 18. Тригонометричні рівняння	185
Тема 19. Тригонометричні нерівності.....	200
Тема 20. Системи рівнянь	214
Тема 21. Арифметична та геометрична прогресії.....	225
Тема 22. Елементарні функції та їхні властивості	237
Тема 23. Побудова графіків функцій методом геометричних перетворень	252
Тема 24. Похідна функції, її геометричний і механічний зміст	272
Тема 25. Застосування похідної для дослідження функцій	285
Тема 26. Первісна. Інтеграл	298
Тема 27. Елементи комбінаторики.....	314
Тема 28. Початки теорії ймовірностей та елементи статистики	325

ГЕОМЕТРІЯ

Тема 29. Трикутник.....	344
Тема 30. Прямокутний трикутник	356
Тема 31. Рівнобедрений трикутник	364
Тема 32. Чотирикутники	373
Тема 33. Многокутники.....	385
Тема 34. Коло, круг та їх елементи	392
Тема 35. Аксиоми стереометрії. Прямі та площини в просторі	403
Тема 36. Призма	418
Тема 37. Піраміда.....	429
Тема 38. Циліндр.....	439
Тема 39. Конус	447
Тема 40. Куля.....	458
Тема 41. Координати	466
Тема 42. Вектори.....	474
Тема 43. Перетворення фігур.....	486
Тема 44. Найпростіші геометричні фігури на площині.....	498
Завдання та відповіді до сертифікаційної роботи з математики 2017 року	511
Варіанти зошитів у форматі ЗНО	521
Відповіді (алгебра та початки аналізу)	539
Відповіді (геометрія)	550
Відповіді до варіантів зошитів у форматі ЗНО	555

Навчальне видання

Укладачі

Капіносів Анатолій Миколайович

Білоусова Галина Миколаївна

Ган'юк Галина Володимирівна

Кондратьєва Лариса Іванівна

Мартинюк Олеся Миронівна

Мартинюк Сергій Володимирович

Олійник Лариса Іванівна

Ульшин Петро Іванович

Чиж Олег Йосипович

МАТЕМАТИКА

**Комплексна підготовка
до ЗНО і ДПА**

За чинною програмою

У підготовці видання використано матеріали для проведення ЗНО 2010–2017 рр.

Літературний редактор *Людмила Олійник*

Дизайнер обкладинки *Віталій Нехай*

Формат 60×84/8. 65,31 ум. др. арк., 54,86 обл.-вид. арк. Тираж 5000. Замовлення №17-576.

Видавець і виготовлювач Редакція газети «Підручники і посібники»
46000, м. Тернопіль, вул. Поліська, 6а. Тел.: (0352) 43-15-15; 43-10-21.

Збут: zbut@pp-books.com.ua Редакція: red@pp-books.com.ua

Виробництво: print@pp-books.com.ua www.pp-books.com.ua

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до державного реєстру видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції
серія ДК № 4678 від 21.01.2014 р.

Книга-поштою: а/с 376, Тернопіль, 46011. Тел.: (0352) 42-43-76; 097-50-35-376
post@pp-books.com.ua