

**ANÁLISIS DE RENTABILIDAD Y RIESGO DE UN PORTAFOLIO DE  
INVERSIÓN, APLICANDO EL MODELO DE HARRY MARKOWITZ.**

**Dueñas Ortiz Angie Paola**  
**Prieto Garzón Katherine Yohana**  
**Sánchez Alfonso Jennifer Lizeth**

**UNIVERSIDAD CATÓLICA DE COLOMBIA**  
**FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS Y ADMINISTRATIVAS**  
**ESPECIALIZACION EN ADMINISTRACION FINANCIERA**  
**BOGOTA**  
**2017**

**ANÁLISIS DE RENTABILIDAD Y RIESGO DE UN PORTAFOLIO DE  
INVERSIÓN, APLICANDO EL MODELO DE HARRY MARKOWITZ.**

**Dueñas Ortiz Angie Paola  
Prieto Garzón Katherine Yohana  
Sánchez Alfonso Jennifer Lizeth**

**Trabajo de grado presentado para optar al título de Especialista en Administración  
Financiera**

**Asesor  
Maryi Adriana Cadrazco Suárez  
Coordinador del programa de Economía**

**UNIVERSIDAD CATÓLICA DE COLOMBIA  
FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS Y ADMINISTRATIVAS  
ESPECIALIZACION EN ADMINISTRACION FINANCIERA  
BOGOTA**

**2017**



## Atribución-NoComercial 2.5 Colombia (CC BY-NC 2.5)

La presente obra está bajo una licencia:  
**Atribución-NoComercial 2.5 Colombia (CC BY-NC 2.5)**

Para leer el texto completo de la licencia, visita:  
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/2.5/co/>

### Usted es libre de:



Compartir - copiar, distribuir, ejecutar y comunicar públicamente la obra

hacer obras derivadas

### Bajo las condiciones siguientes:



**Atribución** — Debe reconocer los créditos de la obra de la manera especificada por el autor o el licenciante (pero no de una manera que sugiera que tiene su apoyo o que apoyan el uso que hace de su obra).



**No Comercial** — No puede utilizar esta obra para fines comerciales.

## Índice

Resumen .....	VI
Palabras Clave .....	VI
Abstract .....	VI
Keywords.....	VII
Planteamiento del problema .....	VII
Justificación.....	VII
Objetivos del Trabajo .....	VIII
Objetivo general.....	VIII
Objetivos específicos. ....	VIII
Planteamiento de la Hipótesis .....	VIII
Marco Teórico .....	VIII
Marco Metodológico .....	XII
Procedimiento .....	XIV
Portafolio de Mínimo Riesgo.....	XIX
Portafolio de Máximo Desempeño. ....	XXI
Resultados .....	XXII
Aspectos Finales.....	XXIV
Conclusiones.....	XXIV
Recomendaciones. ....	XXIV
Glosario .....	XXV
Referencias .....	XXVI
Anexos.....	XXVIII

## Lista de Tablas

Tabla 1. Datos estadísticos de Activos individuales.....	XV
Tabla 2. Matriz de covarianzas .....	XVI
Tabla 3. Matriz de Correlación .....	XVII
Tabla 4. Porcentajes de Inversión .....	XVIII
Tabla 5. Datos estadísticos del Portafolio.....	XVIII
Tabla 6. Matriz de Markowitz.....	XIX
Tabla 7. Porcentaje de Inversión-PMR .....	XX
Tabla 8. Datos estadísticos del Portafolio-PMR .....	XX
Tabla 9. Porcentaje de Inversión-PMD.....	XXI
Tabla 10. Datos estadísticos del Portafolio-PMD.....	XXI

## Lista de Figuras

Figura 1. Composición de Portafolio - PMR .....	XX
Figura 2. Composición de Portafolio - PMD .....	XXI

## **Lista de Anexos**

Anexo A Aplicación Modelo de Markowitz.....	XXVIII
---	--------

# **Análisis de Rentabilidad y Riesgo de un Portafolio de Inversión, aplicando el Modelo de Harry Markowitz.**

## **Resumen**

El presente trabajo busca analizar el rendimiento y riesgo de un portafolio de inversión, compuesto por los activos financieros que se negocian en la Bolsa Valores de Colombia, para un período de cinco años, comprendido entre junio 2012 y julio 2017.

El trabajo describe el planteamiento del problema, la justificación, los objetivos, la revisión de la literatura, el modelo aplicado y las conclusiones finales.

Es importante resaltar que la metodología aplicada se basa en el Modelo desarrollado por Harry Markowitz, que busca la conformación de portafolios y diversificación de inversiones, que permitan obtener al inversionista la máxima rentabilidad controlando el riesgo.

## **Palabras Clave**

Modelo de Markowitz, Portafolio, Riesgo, Rentabilidad, Varianza, Correlación.

## **Abstract**

This paper seeks the performance of an investment portfolio, composed of the main financial assets that make up the Bolsa Valores Colombia index, for a period of five years, from June 2012 to July 2017.

The work describes the approach of the problem, the justification, the objectives, the review of the literature, the applied model and the final conclusions.

It is important to highlight that the methodology applied is based on the model developed by Harry de Markowitz, which seeks the conformation of portfolios and the diversification of investments, which is obtained by investing in the maximum capacity controlling the risk.

## **Keywords**

Markowitz Model, Portfolio, Risk, Profitability, Variance, Correlation.

## **Planteamiento del problema**

Al tener varias opciones de inversión, algunas veces no se contemplan las diferentes variables que intervienen a la hora de tomar decisiones financieras. Los activos de renta variable que se negocian en bolsas de valores a nivel mundial, tienen diferentes comportamientos que provienen de los impactos de variables externas e internas que influyen para que unos sean más volátiles que otros; así mismo, los anuncios de entidades que tienen a su cargo la política monetaria o las especulaciones de analistas sobre acontecimientos que puedan afectar el comportamiento de los inversionistas inciden también en los cambios de precios con alta variación, trayendo como consecuencia pérdida o alta rentabilidad.

## **Justificación**

Maximizar el rendimiento de la colocación de excedentes de liquidez en activos financieros, minimizando su riesgo, es el principal objetivo de cualquier inversionista, lo que se hace necesario emplear una metodología que permitan hacer un análisis lo más acertado a la hora de tomar decisiones de inversión. Este análisis con el fin de determinar las diferentes tendencias alcistas y bajistas que ayuden a establecer el rendimiento de los activos financieros y su riesgo en el mercado bursátil y de este modo tener la posibilidad de conformar un portafolio o cartera de inversiones óptimo, que cubra las necesidades de rentabilidad, que ayude a generar nueva riqueza y que este cubierto del riesgo.

## **Objetivos del Trabajo**

### **Objetivo general.**

Determinar a partir del Modelo de Harry Markowitz, si un portafolio de ocho activos financieros que se negocian en la Bolsa de Valores de Colombia - BVC atiende el principio de creación de riqueza o maximización de la rentabilidad para el inversionista, con una mínima varianza.

### **Objetivos específicos.**

Seleccionar ocho activos financieros de diferentes sectores de la economía, de la Bolsa de Valores de Colombia que serán objeto de estudio.

Obtener información histórica del periodo comprendido entre junio 2012 y julio 2017 de las rentabilidades diarias de los activos financieros seleccionados.

Aplicar el modelo de Harry Markowitz, con el fin de seleccionar un portafolio de inversión óptimo para realizar una inversión.

## **Planteamiento de la Hipótesis**

¿El portafolio de inversión cumple con el principio de maximización de la rentabilidad del inversionista?

## **Marco Teórico**

Harry Markowitz se da a conocer en 1952 a través de un artículo en la revista *Journal of Finance* donde habla de cómo el inversor debe tener un comportamiento y una actitud más racional a la hora de tomar decisiones de inversión en activos financieros. Luego, en 1959, publica un libro llamado “*Portfolio Selection, Efficient Diversification of Investments*” donde explica de forma más clara y detallada su teoría. En esencia todo inversionista busca obtener la mayor rentabilidad posible, según Markowitz (1952), un portafolio de inversión será eficiente si brinda la máxima

rentabilidad posible para un riesgo dado, o de forma equivalente, si presenta el menor riesgo posible para un nivel determinado de rentabilidad.

Adicionalmente Díaz (2011) menciona en su trabajo, que Markowitz demostró que la diversificación de un portafolio no consiste en el número de acciones que lo componen sino también en la correlación de los retornos de esas acciones. De aquí que sea importante tener claro el significado de coeficiente de correlación, ya que, si los activos están fuertemente correlacionados, el portafolio no se podrá diversificar, por el contrario, si la correlación es baja, los activos se podrán correlacionar y su riesgo será mucho menor y de esta manera construir portafolios que sean eficientes. También habla de la frontera eficiente, que hace parte del modelo de Markowitz, en donde explica que si están situadas las mejores rentabilidades para un riesgo determinado, según el grado de prevención al riesgo, el inversionista se ubicara en un punto de la línea de la frontera y cualquier otro punto sería irracional.

Mendizábal, Miera & Zubia (2002) son tres estudiantes de la Universidad del País Vasco-Euskal Herriko Unibertsitatea que realizaron un estudio para verificar si a través de la aplicación del modelo de Markowitz podían obtener carteras que cuenten con una mayor rentabilidad y un menor riesgo que el portafolio representado por los índices IBEX-35 (índice bursátil de la bolsa Española con las 35 empresas con más liquidez) e IGBM (índice bursátil de la bolsa de Madrid que se compone de los 113 valores), El resultado obtenido fue que el modelo en el campo de la teoría de selección de portafolios, puede resultar de gran utilidad en la práctica, adicionalmente permite proporcionar portafolios que superen los índices del mercado, ofreciendo así, mayores rentabilidades con un menor riesgo.

Apoyando el resultado del estudio anteriormente mencionado, están los estudiantes del Instituto Tecnológico Metropolitano Franco, Avendaño & Barbutin (2011), cuyo trabajo se basa

en un estudio reflexivo sobre el modelo de Markowitz, utilizando la optimización de portafolios de inversión, comparando el modelo con el de Black-Litterman, y llegan a la conclusión que el modelo de Markowitz es de gran utilidad para analistas e inversores ya que les proporcionan portafolios con mejor desempeño que los índices del mercado, y aclaran que el resultado de la aplicación de modelo depende de la correcta estimación de los rendimientos esperados y de sus covarianzas.

Otra aplicación del modelo de Markowitz se realizó en un artículo publicado por Gutiérrez & Salgado (2012) de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, en donde se analizaron portafolios de inversión con títulos accionarios del mercado chileno. Los autores llegan a la conclusión que el modelo “proporciona cierto grado de cobertura frente al riesgo, evitando pérdidas mayores que las que tiene el mercado” (p.98); con la aplicación del modelo determinaron que los portafolios elaborados en base a varianza covarianza condicional presentaron mayor desviación estándar y por ende mayor rentabilidad.

Ramírez & García (2016), quienes escribieron sobre el estado del arte en teoría de portafolios, argumentan que la teoría desarrollada por el premio Nobel Markowitz en 1952, propone ver la cartera como un todo, y exponen que el modelo cambió el análisis de las inversiones por diversificación, analizando el impacto de los activos individuales que conforman un portafolio en función del riesgo y del rendimiento, este método no solo impacto en la investigación académica sino también al sector financiero.

Botero (s.f.), presenta en su trabajo la diversificación de un portafolio compuesto por los diez activos financieros más transados en la BVC, entre el periodo de julio 2012 y julio 2013, bajo el modelo de Markowitz. Allí se determina que el portafolio sería eficiente con 6 de los 10 activos, que proporciona una máxima rentabilidad asociada a un riesgo.

Por su parte García & Sáez (s.f.), de la universidad de Barcelona, realizo un trabajo cuyo objetivo es la selección de una cartera de inversión a través del modelo de Markowitz, y crear un portafolio compuesto por diez activos de la bolsa de Madrid que supere en rentabilidad al IBEX-35, con el mismo nivel de riesgo o bien con un nivel de riesgo menor. Los autores comentan que el efecto de la correlación de los activos es clave para la selección de un portafolio más eficiente y así poder definir qué cartera tiene la menor volatilidad, llegando a una cartera con correlación negativa que haga disminuir la varianza y por lo tanto el riesgo. A partir de la aplicación del modelo, llegan a la conclusión de que a pesar de que algunas acciones tienen una mayor capitalización bursátil y son las más negociadas del índice IBEX-35 no son títulos eficientes según el modelo, adicionalmente se selecciona una cartera que ofrece una alta rentabilidad, con un nivel de riesgo acorde según relación rentabilidad-riesgo. A partir de esta conclusión, y en comparación al resultado obtenido del análisis del IBEX-35, determinaron que el portafolio supera el índice.

Gálvez, Gutiérrez & Salgado (s.f.) aplicaron el modelo de Markowitz en la Bolsa de Comercio de Santiago de Chile evaluando la rentabilidad de un portafolio que replica el índice IGPA (índice general de precio de las acciones). La conclusión fue que el modelo aplicado para la formación de portafolios de inversión proporciona cierto grado de cobertura frente al riesgo, evitando pérdidas mayores que las que tiene el mercado. Sin embargo, ellos ven como dificultad que el modelo no contempla la volatilidad de los activos, proponiendo una forma distinta de calcular la volatilidad a través de otros modelos.

Es importante aclarar que un activo financiero es un tipo de activo intangible que representa un derecho sobre un dinero a futuro, la adquisición de estos activos se denomina inversión financiera, dichas inversiones traen consigo un riesgo que hace que la rentabilidad no siempre sea

la esperada, por lo que el inversor debe cuantificar para los activos tanto el rendimiento como el riesgo, de ahí es donde se deriva el modelo de Markowitz.

Mascareñas (2012) en su monografía “*Gestión de Carteras*” afirma que “el aspecto más importante del trabajo de Markowitz fue mostrar que no es el riesgo de un activo (medido por la varianza de sus rendimientos) lo que debe importar al inversor sino la contribución que dicho activo hace al riesgo (varianza) de la cartera”. Lo que nos quiere decir que los activos no deben evaluarse en forma individual sino en un conjunto.

Por otro lado, Michaud (1989), considera que el uso de series de rentabilidades históricas, en la estimación de los parámetros esperados, produce sesgos importantes, pero aclara que estas dificultades se pueden solucionar agregando restricciones adicionales. Para aplicar el modelo se toman datos históricos, lo que se supone el mercado se comportara como lo hizo en el pasado, lo cual no siempre es así, precisamente debido a que las condiciones del mercado son distintas, las variables externas e internas van a ser diferentes e impactan distinto a los activos financieros.

### **Marco Metodológico**

Para la realización del presente trabajo se ha escogido aplicar a los activos financieros seleccionados de una muestra de la Bolsa Valores de Colombia, el modelo de Harry Markowitz que permita conocer la relación rentabilidad - riesgo.

Las empresas objeto de estudio se seleccionaron bajo dos criterios; el primero, deben pertenecer al grupo de las más transadas en la Bolsa de Valores de Colombia (BVC), tomando como punto de referencia el día 30 junio 2017 que fue el último día del cual se tomó la información histórica. El segundo criterio fue la selección de empresas de diferentes sectores de la economía que permitieran diversificar el portafolio, estas empresas fueron: Ecopetrol S.A, Bancolombia S.A,

Grupo Aval Acciones Y Valores S.A, Constructora Concreto S.A, Grupo Nutresa S.A, Cementos Argos S.A, Canacol Energy Ltda y Enka de Colombia S.A.

A continuación, se realiza una breve descripción de las empresas escogidas:

- Ecopetrol S.A. - ECOP: empresa dedicada a actividades de explotación, refinación, transporte, almacenamiento, distribución y comercialización de petróleo, se encuentra dentro de las cincuenta petroleras más grandes de mundo y a es la cuarta a nivel Latinoamericano. Ecopetrol cuenta con 41.116'694.690 de acciones en circulación, precio en libros de 1.30 y una capitalización bursátil de \$ 56'741.039 millones de pesos. BVC (2016)

- Bancolombia S.A. - BCOLOMBIA: Bancolombia es una organización financiera colombiana, cuenta con la red bancaria más grande en Colombia, que ofrece servicios financieros tanto en el mercado comercial como bursátil, con presencia en varios países de Centro América. Bancolombia cuenta con 509.704.583 de acciones en circulación, precio en libros de 1.08 y una capitalización bursátil de \$ 25'143.436 millones de pesos. BVC (2016)

- Grupo Aval Acciones Y Valores S.A. - AVAL: Está conformado por las siguientes entidades financieras como Banco de Bogotá, Banco de Occidente, Banco Popular, Banco AV Villas, Porvenir y Corficolombiana, tiene la red de cajeros automáticos más grande del país. Grupo Aval cuenta con 15.254'876.823 de acciones en circulación, precio en libros de 0.72 y una capitalización bursátil de \$ 26'537.234 millones de pesos. BVC (2016)

- Constructora Concreto S.A. - CONCRET: Líder en el sector infraestructura, con capacidad técnica que le permite hacer presenta en megaproyectos. La compañía cuenta 1.134'254.939 de acciones en circulación, precio en libros de 0.94 y una capitalización bursátil de \$ 1'259.023 millones de pesos. BVC (2016)

- Grupo Nutresa S.A. - NUTRE: líder en el sector de alimentos en Colombia, tiene presencia en 14 países y ventas en 72 países del mundo, reconocida como una de las empresas más sostenibles, tiene 8 unidades de negocio. La compañía cuenta 460'123.458 de acciones en circulación, precio en libros de 1.7 y una capitalización bursátil de \$ 11'457,974 millones de pesos.

BVC (2016)

- Cementos Argos S.A. - CEMARG: compañía multinacional, productora y comercializadora de cemento y concreto a nivel Am (Definición.DE)érica y Caribe. La compañía cuenta 1.151'672.310 de acciones en circulación, precio en libros de 1.51 y una capitalización bursátil de \$ 15'955,825 millones de pesos. BVC (2016)

- Canacol Energy Ltda. - CNEC: Se dedica a la exploración y producción de petróleo, enfocada al gas en Colombia, Canacol cuenta 174'359.000 de acciones en circulación, precio en libros de 1.54 y una capitalización bursátil de \$ 1'970,257 millones de pesos. BVC (2016)

- Enka de Colombia S.A. - ENK: Empresa productora de nylon y poliéster, líder a nivel latinoamericano en reciclaje de PET, convirtiéndolo en fibras y resinas. La empresa cuenta 11.773'724.183 de acciones en circulación, precio en libros de 0.38 y una capitalización bursátil de \$ 137.753 millones de pesos. BVC (2016).

### **Procedimiento**

Una vez escogidas las empresas, cuyos activos financieros se negocian en la BVC, se procede a descargar la información diaria de las rentabilidades de los últimos cinco años, periodo comprendido entre junio 2012 y julio 2017, posteriormente se calcula rentabilidad diaria de cada uno de los activos con la siguiente formula.

$$Ri = \ln \frac{\text{Precio Futuro}}{\text{Precio Inicial}} \quad (1)$$

A continuación, se realiza el análisis de los activos individuales, en primer lugar, se haya la rentabilidad promedio, así:

$$\overline{Ri} = \frac{\sum_{i=1}^n Ri}{n} \quad (2)$$

Se calcula la varianza así:

$$\sigma_i^2 = \sum_{j=1}^M Pij(Rij - \overline{Ri})^2 \quad (3)$$

Y la desviación estándar así:

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_i^2} \quad (4)$$

A partir de las formulas anteriores, se obtiene la información estadística para cada uno de los activos individualmente.

Tabla 1. *Datos estadísticos de Activos individuales.*

	ECOP	BCOLOMBIA	AVAL	CONCRET	NUTRE	CEMARG	CNEC	ENK
<b>Rentabilidad Promedio</b>	-0,106%	0,015%	0,006%	-0,007%	0,018%	0,042%	0,205%	0,015%
<b>Varianza</b>	0,037%	0,019%	0,013%	0,021%	0,013%	0,028%	0,534%	0,031%
<b>Desviacion Estandar</b>	1,924%	1,373%	1,150%	1,441%	1,154%	1,677%	7,310%	1,768%

Fuente: Cálculo de los autores

La información consignada en la Tabla 1 permite hacer un análisis general del comportamiento de los activos, según la rentabilidad promedio. Se puede esperar mayor retorno del activo de Canacol Energy Ltda. (CNEC), además, este mismo activo es el que presenta mayor riesgo, medido a través de la desviación estándar, lo que indica que a mayor porcentaje de desviación se presenta un mayor riesgo.

A continuación, se analiza la combinación de los activos para construir un portafolio de inversión; para esto utilizaremos las siguientes fórmulas:

### Covarianza

$$\sigma_{A,B} = E[(R_{Aj} - \bar{R}_A)(R_{Bj} - \bar{R}_B)] \quad (5)$$

### Correlación

$$\rho_{A,B} = \frac{\sigma_{A,B}}{\sigma_A \sigma_B} \quad (6)$$

La matriz de Covarianza aplicada al modelo de Markowitz nos permite combinar los activos financieros, comparando para cada uno de ellos sus posibles rendimientos con el rendimiento esperado; al multiplicar la información de cada uno de los activos entre sí se obtiene un promedio ponderado por probabilidades donde se puede ver como se mueven al mismo tiempo los retornos de los ocho activos seleccionados. Por otro lado, el coeficiente de correlación se obtiene entre la covarianza dividida por el producto de las desviaciones estándar, esta desviación puede estar en un intervalo de -1 a 1, si toman valores cercanos a -1, quiere decir que el portafolio es diversificable y es altamente correlativo.

Al aplicar la matriz varianza – covarianza se obtienen los siguientes resultados:

*Tabla 2. Matriz de covarianzas*

	ECOP	BCOLOMBIA	AVAL	CONCRET	NUTRE	CEMARG	CNEC	ENK
ECOP	0,000370	0,000075	0,000065	0,000010	0,000041	0,000081	0,000253	0,000021
BCOLOMBIA	0,000075	0,000188	0,000058	0,000003	0,000019	0,000060	0,000092	0,000003
AVAL	0,000065	0,000058	0,000132	0,000010	0,000019	0,000053	0,000076	0,000006
CONCRET	0,000010	0,000003	0,000010	0,000208	0,000006	0,000014	-0,000005	0,000011
NUTRE	0,000041	0,000019	0,000019	0,000006	0,000133	0,000036	0,000050	0,000010
CEMARG	0,000081	0,000060	0,000053	0,000014	0,000036	0,000281	0,000141	0,000006
CNEC	0,000253	0,000092	0,000076	-0,000005	0,000050	0,000141	0,005343	0,000019
ENK	0,000021	0,000003	0,000006	0,000011	0,000010	0,000006	0,000019	0,000313

Fuente: Cálculo de los autores

Cabe resaltar que para que un portafolio se pueda diversificar, la covarianza debe ser negativa, en este caso, según la información consignada en la Tabla 2 la única combinación que cumple con esta característica es la de CONCRET con CNEC. Sin embargo es necesario determinar qué tan correlacionados están los ocho activos y así poder definir si el portafolio es eficiente.

*Tabla 3. Matriz de Correlación*

	<i>ECOP</i>	<i>BCOLOMBIA</i>	<i>AVAL</i>	<i>CONCRET</i>	<i>NUTRE</i>	<i>CEMARG</i>	<i>CNEC</i>	<i>ENK</i>
<i>ECOP</i>	1							
<i>BCOLOMBIA</i>	0,283	1						
<i>AVAL</i>	0,292	0,366	1					
<i>CONCRET</i>	0,036	0,017	0,059	1				
<i>NUTRE</i>	0,184	0,117	0,147	0,034	1			
<i>CEMARG</i>	0,251	0,261	0,273	0,059	0,186	1		
<i>CNEC</i>	0,180	0,092	0,091	-0,005	0,059	0,115	1	
<i>ENK</i>	0,061	0,011	0,029	0,044	0,047	0,019	0,015	1

Fuente: Cálculo de los autores

Se puede inferir de la Tabla 3 que la combinación de activos tiene baja correlatividad, lo cual nos indica que los activos tienen un comportamiento perfectamente positivo. Se observa que las combinaciones con menor correlación son: CONCRET con CNEC con un -0,005, BCOLOMBIA con ENK con un 0,011, CNEC con CNK con un 0,015 y BCOLOMBIA con CONCERT con un 0,017. Las cuales son combinaciones interesantes para estudiar la posibilidad de inversión.

El paso a seguir, de acuerdo al modelo de Markowitz, es construir el portafolio de inversión y definir qué porcentaje se va a invertir en los diferentes activos, que ofrezcan al inversor la mejor relación rentabilidad - riesgo. Para lograr la conformación de la cartera utilizamos las siguientes fórmulas que nos llevan a obtener la matriz de Markowitz.

### **Rentabilidad del Portafolio**

$$\bar{R}_p = w_A \bar{R}_A + w_B \bar{R}_B \quad (7)$$

### Riesgo del Portafolio

$$\sigma_p \sqrt{w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2w_A w_B \sigma_{A,B}} \quad (8)$$

Al igual que en el análisis de los activos individuales, para el análisis de los activos en conjunto se debe calcular la rentabilidad y el riesgo del portafolio. Cabe mencionar que para el desarrollo de la fórmula del riesgo se incluye la covarianza. Inicialmente se parte del supuesto que la inversión será en partes iguales para cada uno de los activos, tal como figura a continuación en la Tabla 4.

Activo	Porcentaje de Inversión
ECOP	12.50%
BCOLOMBIA	12.50%
AVAL	12.50%
CONCRET	12.50%
NUTRE	12.50%
CEMARG	12.50%
CNEC	12.50%
ENK	12.50%
Total	100.00%

Fuente: Cálculo de los autores.

Varianza	0.015%
Desviación Estandar	1.214%
Rentabilidad Esperada	0.023%
Indice de Desempeño	0.01925949

Fuente: Cálculo de los autores.

Tabla 5. Datos estadísticos del Portafolio

Con la información anterior se elabora la matriz de Markowitz, utilizando la siguiente fórmula para cada combinación de dos activos; eje X y eje Y:  $W_1 * W_2$  (Covarianza activos 1,2).

(La covarianza se toma de la matriz de covarianza (Tabla 2), donde  $W_1$  es la participación de inversión del activo del eje X y  $W_2$  es la participación de la inversión del activo del eje Y.

Tabla 6. Matriz de Markowitz

	ECOP	BCOLOMBIA	AVAL	CONCRET	NUTRE	CEMARG	CNEC	ENK
ECOP	0,000579%	0,000117%	0,000101%	0,000015%	0,000064%	0,000126%	0,000395%	0,000032%
BCOLOMBIA	0,000117%	0,000295%	0,000090%	0,000005%	0,000029%	0,000094%	0,000144%	0,000004%
AVAL	0,000101%	0,000090%	0,000206%	0,000015%	0,000030%	0,000082%	0,000119%	0,000009%
CONCRET	0,000015%	0,000005%	0,000015%	0,000325%	0,000009%	0,000022%	-0,000008%	0,000017%
NUTRE	0,000064%	0,000029%	0,000030%	0,000009%	0,000208%	0,000056%	0,000077%	0,000015%
CEMARG	0,000126%	0,000094%	0,000082%	0,000022%	0,000056%	0,000439%	0,000220%	0,000009%
CNEC	0,000395%	0,000144%	0,000119%	-0,000008%	0,000077%	0,000220%	0,008349%	0,000030%
ENK	0,000032%	0,000004%	0,000009%	0,000017%	0,000015%	0,000009%	0,000030%	0,000488%

Fuente: Cálculo de los autores

Observando nuevamente la Tabla 5, la varianza y la desviación del portafolio, se calculan a partir de la matriz de Markowitz, Tabla 6, además se puede incluir el indicador de desempeño (relación rentabilidad - riesgo) que se calcula a partir de la rentabilidad esperada dividido entre la desviación estándar.

Para finalizar la aplicación del modelo, la composición de un portafolio optimo se puede hallar bajo dos criterios: el primero es reduciendo el riesgo o portafolio de mínimo riesgo y el segundo es aumentando el desempeño o portafolio de máximo desempeño.

### **Portafolio de Mínimo Riesgo.**

Con este ejercicio se pretende encontrar la óptima combinación de activos que tengan el menor riesgo, para esto se hizo uso de la herramienta Solver de Excel, cuando se ejecuta el programa se selecciona la celda de desviación estándar que mide el riesgo del portafolio y el programa minimiza este valor cambiando las celdas de participación de la inversión de los diferentes activos que componen el portafolio. Es importante resaltar que esta herramienta debe

condicionarse a que la suma de los porcentajes de inversión de todos los activos sea igual al 100%.

A continuación presentamos el para el presente caso.

Activo	Porcentaje de Inversión
ECOP	1,03%
BCOLOMBIA	13,28%
AVAL	21,34%
CONCRET	19,64%
NUTRE	26,96%

portafolio de mínimo riesgo

Tabla 7. Porcentaje de Inversión-PMR

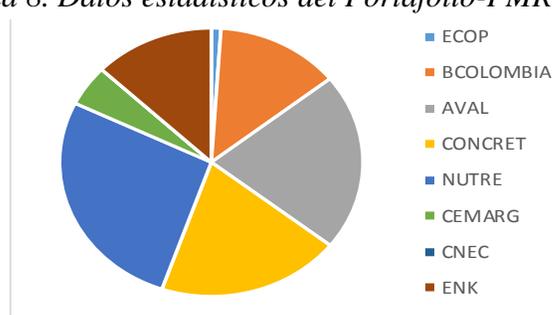
CNEC	0,00%
ENK	12,86%
	100,00%

Fuente: Cálculo de los autores

Varianza	0,005%
Desviación Estándar	0,686%
Rentabilidad Esperada	0,023%
Índice de Desempeño	0,03408

Fuente: Cálculo de los autores

Tabla 8. Datos estadísticos del Portafolio-PMR



Fuente: Cálculo de los autores

Según la información de la Tabla 8, el riesgo pasó de 1,21% a 0,68%, por lo tanto, con esta nueva combinación se recomienda eliminar del portafolio el activo CNEC.

## Portafolio de Máximo Desempeño.

A diferencia del anterior portafolio, este pretende encontrar la óptima combinación de activos que tengan el mayor desempeño, para esto se hizo uso de la herramienta Solver de Excel, cuando se ejecuta el programa se selecciona la celda de índice de desempeño que mide la relación rentabilidad - riesgo del portafolio y el programa maximiza este valor cambiando las celdas de porcentaje de la inversión de los diferentes activos que componen el portafolio. Es importante

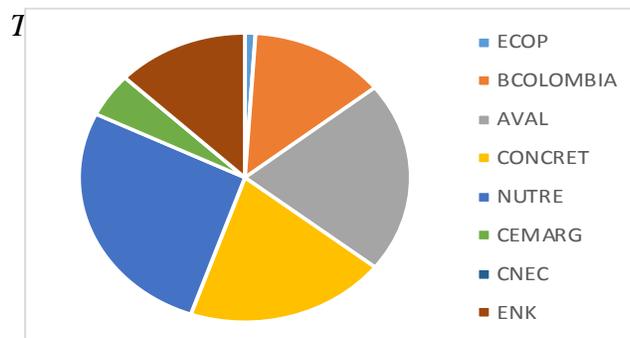
resaltar que esta herramienta debe condicionarse a que la suma de los porcentajes de inversión de todos los activos sea igual al 100%. A continuación, presentamos el portafolio de máximo desempeño para el presente caso.

Activo	Porcentaje de Inversión
ECOP	1.03%
BCOLOMBIA	13.28%
AVAL	21.34%
CONCRET	19.64%
NUTRE	26.96%
CEMARG	4.90%
CNEC	0.00%
ENK	12.86%
	100.00%

Fuente: Cálculo de los autores.

Varianza	0,005%
Desviacion Estanadar	0,686%
Rentabilidad Esperada	0,023%
Indice de Desempeño	0,03408

Fuente: Cálculo de los autores.



Fuente: Cálculo de los autores.

Como se puede observar en la Tabla 9, el desempeño pasó de 0,019 a 0,034, en consecuencia, con esta nueva combinación se recomienda eliminar del portafolio al activo CNEC, y nuestra mayor inversión será en NUTRE.

### **Resultados**

El portafolio de inversión compuesto por los ocho activos escogidos de la BVC, no cumplen con el principio de maximización de la rentabilidad o creación de nueva riqueza para el inversionista. Durante el desarrollo del modelo de Markowitz, se hace evidente que los ochos en su conjunto no son altamente correlativos, lo que nos indica que no son diversificables ni óptimos para crear un portafolio eficiente, además los resultados de la aplicación de los portafolios de mínima varianza y máximo desempeño, fueron los mismos, lo que demuestra que la combinación de los porcentajes de inversión no muestra una mejora en la relación rentabilidad - riesgo para el inversionista.

La aversión al riesgo se mide por la relación Rentabilidad / desviación o riesgo entre más alta sea la relación, la rentabilidad cubre el riesgo esas veces. De todas maneras, en los activos financieros de renta variable el riesgo es alto, pero la rentabilidad es baja en este caso.

Al concluir que esta combinación de activos financieros no cumple con el objetivo económico financiero, se comprueba que el modelo de medición de rentabilidad y riesgo de Harry Markowitz es una herramienta válida para este tipo de análisis.



## **Aspectos Finales**

### **Conclusiones.**

Se seleccionaron ocho activos de la BVC, los cuales fueron ECOP – BCOLOMBIA – AVAL – CONCRET – NUTRE – CEMARG – CNEC – ENK.

Se obtuvo la información histórica diaria de las rentabilidades de la base de datos de la BVC por semestres hasta completar los cinco años del estudio, 1.219 datos por cada uno de los activos.

Con el desarrollo del modelo de Harry Markowitz, se llega a la conclusión de que el portafolio compuesto por los activos seleccionados, no es una opción de inversión eficiente, ya que los activos evaluados en conjunto tienen el mismo comportamiento, lo cual no permite que se haga una combinación óptima, es importante resaltar que la época del análisis estuvo marcada por bajo rendimiento de los activos financieros debido a la caída del crudo, bajo crecimiento del PIB mundial lo que trae caída de los rendimientos de sectores como el financiero, minería, hidrocarburos, y otros.

Los rendimientos de los activos seleccionados presentan una rentabilidad baja 0.023% y un riesgo de 0.68%. Lo que no permite alcanzar la maximización del rendimiento de un portafolio que es el objetivo que persigue un inversionista.

### **Recomendaciones.**

Se sugiere a los inversionistas buscar otras alternativas de inversión que contengan activos financieros con características diferentes, y así buscar activos con comportamientos desiguales, con el fin de estructurar portafolios diversificables, para obtener alta rentabilidad a partir del control del riesgo, que cumplan con el principio de maximización de la riqueza.

## **Glosario**

**Correlación:** “Es la proporcionalidad y la relación lineal que existe en distintas variables. Si los valores de una variable se modifican de manera sistemática con respecto a los valores de otra, se dice que ambas variables se encuentran correlacionadas.” Definición.DE (s.f.)

**Diversificación de Carteras:** Es el principio que busca minimizar el riesgo, este se minimiza si la inversión se distribuye entre un conjunto de activos de diferentes características. BBVA (s.f.)

**Excesos de liquidez:** “La liquidez representa la cualidad de los activos para ser convertidos en dinero efectivo de forma inmediata sin pérdida significativa de su valor”. BBC (2009)

**Inversión:** Una cantidad de dinero que se pone a disposición de terceros, con la finalidad de que se incremente con las ganancias que genere. BBC (2017)

**Portafolio:** Combinación de las inversiones realizadas por una institución o un individuo creando estrategia de diversificación de la inversión y limitando el riesgo. Enciclopedia Financiera (s.f.)

**Rentabilidad Esperada:** Es el beneficio que un inversor espera obtener de una inversión en un momento determinado. BBVA (s.f.)

**Rentabilidad:** Son los beneficios, lucro, utilidad o ganancia. BBC (2009)

**Riesgo:** Probabilidad de pérdida de la inversión o incertidumbre de su rendimiento.

**Varianza:** “La varianza es la media aritmética del cuadrado de las desviaciones respecto a la media de una distribución estadística”. BBVA (s.f.)

**Volatilidad:** Mide la variabilidad de las fluctuaciones de los precios, de las rentabilidades de un activo financiero, de los tipos de interés y, en general, de cualquier activo financiero en el mercado. Econopedia (s.f.)

## Referencias

- Avendaño, C., Barbutin, H., & Franco, L. (Junio de 2011). Trabajo de Grado. *Modelo de Markowitz y Modelo de Black-Litterman e la optimizacion de portafolios de inversión.*
- BBC. (7 de Septiembre de 2009). Obtenido de BBC Mundo: [http://www.bbc.com/mundo/lg/economia/2009/09/090903\\_crisis\\_financiera\\_glosario\\_mes.shtml](http://www.bbc.com/mundo/lg/economia/2009/09/090903_crisis_financiera_glosario_mes.shtml)
- BBVA. (15 de Mayo de 2017). Obtenido de <https://www.bbva.com/es/que-es-la-inversion/>
- BBVA. (s.f.). Aula Banca Privada. *La importancia de la Diversificación.*
- Bolsa de Valores de Colombia. (2016). Obtenido de <http://www.guiadeemisoresbvc.com/>
- Botero, D. (s.f.). *Aplicacion del modelo de Markowitz en la construcción de portafolios con las acciones de empresas seleccionadas mas transadas en la Bolsa de Valores de Colombia entre julio 2012 y julio 2013.*
- Definición.DE. (s.f.). Obtenido de <https://definicion.de/correlacion/>
- Diaz, G. (2011). Trabajo de Grado. *El riesgo de mercado y su incidencia en los portafolios de inversión de las economías domésticas, caso de adquisicion de vivienda y activos financieros.* Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.
- Economipedia. (s.f.). Obtenido de Sitio Web de Economipedia: <http://economipedia.com/definiciones/volatilidad.html>
- Enciclopedia Financiera.* (s.f.). Obtenido de <http://www.encyclopediainanciera.com/gestioncarteras/portafolio.htm>
- Gálvez, P., Gutiérrez, M., & Salgado, M. (s.f.). Optimizacion de carteras de Inversión Modelo de Markowitz y estimación de Volatilidad con Garch. *Horizontes Empresariales*, 39-49.

- García, C., & José, S. (s.f.). *Selección de una cartera de inversión a través del modelo de Markowitz*. Universidad de Barcelona.
- García, O., & Ramírez, N. (2016). *Estado del arte en Teoría de Portafolios: Del análisis individual de acciones a la optimización multiobjetivo*. Mexico DF: Universidad Autónoma del Estado de México.
- Gutiérrez, M., & Salgado, M. (2012). Construcción de una Cartera de Inversión usando modelos GARCH. *Revista Facultad ingeniería Industrial*, 84-99.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *Journal of Finance*, págs. 77-1.
- Mascareñas, J. (Diciembre de 2012). *Gestión de Carteras I: Selección de carteras*. Madrid: Universidad Complutense de Madrid.
- Mendizába, A., Luis, M., & Marian, Z. (2002). *El modelo de Markowitz en la Gestión de Carteras*.
- Michaud, R. (1989). The Markowitz optimization enigma: is optimized optimal? *Financial Analysts Journal*, págs. 31-42.

## **Anexos**

### **Anexo A Aplicación Modelo de Markowitz**