

Université de Montréal

Identification de la crise financière:

Application des modèles à changements de régimes markoviens

Par

Jia JI

Département des sciences économiques

Faculté des arts et des sciences

Rapport de recherche présenté à la Faculté des études supérieures

en vue de l'obtention du grade de M.Sc

en Sciences Economiques

Août 2011

Copyright, Jia JI, 2011

**Université de Montréal
Faculté des arts et des sciences**

Ce rapport de recherche intitulé :

Identification de la crise financière:

Application des modèles à changements de régimes markoviens

**Présenté par
Jia Ji**

a été évalué par

**Lyndon Moore
Directeur de recherche**

Table des matières

Sommaire	
Remerciements	
Liste des graphiques	
Liste des tableaux	
1. Introduction.....	5
2. Méthodologie théorique.....	10
2.1 Présentation du modèle.....	10
2.2 Procédure de l'estimation du modèle.....	12
3. Description des données.....	15
3.1 Indices boursiers.....	15
3.2 Autres variables candidates.....	18
4. Estimation du modèle et résultats obtenus.....	20
4.1 Modèles MS-univarié.....	20
4.2 Modèles MS-multivarié.....	25
4.3 Test sur les modèles Markov regime-switching.....	26
4.4 Modèles MS avec d'autres indicateurs.....	27
5. Conclusion.....	33
Bibliographie.....	35
Annexes.....	37

Sommaire

L'objectif de ce rapport consiste à identifier la crise financière et à détecter les points de retournement des activités financières sur le marché financier à l'aide des modèles à changements de régimes markoviens (modèle MS) proposés par Hamilton (1989).

Pour ce faire, on a utilisé différentes spécifications du modèle MS, soit le modèle MS-univarié et le modèle MS-multivarié. Nous avons examiné en premier lieu la performance de ces modèles sur la détection des crises financières. Les résultats nous ont confirmé l'existence des deux états différents sur le marché. En plus, le modèle MS-multivarié, qui peut affiner la datation et reproduire des détections plus fidèles, a une meilleure performance que le modèle univarié.

Nous avons ensuite introduit des variables économiques dans les modèles MS pour tester si ces variables peuvent améliorer notre détection. A partir des résultats obtenus, l'ajout des variables peut éviter de mauvaises détections et améliorer l'identification dans une certaine mesure.

Mots clés : Modèles à changements de régimes markoviens ; crise financière.

Remerciements

Au terme de la rédaction de ce rapport, il m'est particulièrement agréable d'exprimer ma gratitude et mes remerciements à tous ceux qui, par leur enseignement, leur soutien et leurs conseils, m'ont aidé à sa réalisation.

Ma gratitude va d'abord à au Professeur Lyndon Moore, mon directeur de recherche, qui m'a permis de poursuivre mon travail de recherche dans un esprit scientifique rigoureux. Son écoute attentive et ininterrompue m'ont été d'une aide précieuse. Je voudrais lui adresser mes plus sincères remerciements.

Je tiens à remercier également Monsieur Robert Lacroix et Monsieur Michel Poitevin, pour leurs conseils rigoureux et leur soutien.

De plus, mes remerciements sont également adressés à mes amis Jonathan Wang et Helena Liu, qui m'ont apporté leur aide compétente et efficace et leurs encouragements.

Enfin, au terme de ces remerciements, je voudrais rendre hommage à ma famille : mon père et ma mère, pour leur soutien incommensurable tout au long de mes études.

Liste des graphiques

Graphique 3.1 Evolution des prix de l'indice S&P500	16
Graphique 3.2 Evolution des prix de l'indice S&P/TSX	16
Graphique 3.3 Asymétrie de la distribution des rendements.....	18
Graphique 4.1 Evolution des probabilités d'être en phase de crise (MS-univarié).....	23
Graphique 4.2 Evolution des probabilités d'être en phase de crise (MS-univarié).....	23
Graphique 4.3 Evolution des probabilités d'être en phase de crise (MS-multivarié)..	26
Graphique 4.4 Evolution des probabilités d'être en phase de crise	31

Liste des tableaux

Tableau 3.1 Statistique Descriptives	17
Tableau 4.1 Résultats des estimations de MS-univarié	21
Tableau 4.2 Résultats des estimations de MS-multivarié	25
Tableau 4.3 Résultats du test LM	27
Tableau 4.4 Résultats de méthode Stepwise (S&P500)	29
Tableau 4.5 Résultats de méthode Stepwise (S&P/TSX)	29
Tableau 4.6 Résultats des estimations du modèle MS-univarié (avec indicateurs).....	30
Annexe 1 Données utilisées	37

1. Introduction

Les grandes crises financières marquées par la chute des bourses, le ralentissement des prix immobiliers ou l'effondrement du marché interbancaire sont comme des tremblements de terre dans le secteur financier. Par exemple, la crise de la dette au 20^{ième} siècle en Amérique Latine, la crise du marché des actions et des taux d'intérêt en 1987, la récession américaine de 1991, l'effondrement brutal de la bulle spéculative des valeurs technologiques des années 1998 à 2003, la crise des « subprimes » de 2008 et la crise la plus récente, celle de la dette en Europe. Ces crises ont provoqué en effet une réaction « en chaîne fatale », plus précisément, des faillites de banques financières, suivies des faillites d'entreprises non financières, enfin toutes se terminant par une grave crise économique qui ébranle le monde. Et il semble que les économies peuvent rarement échapper à la récession après qu'elles soient frappées par des chocs financiers. Ainsi généralement, détecter les retournements des activités financières est au centre des préoccupations des chercheurs économistes mais aussi des décideurs politiques. Toutefois, en réalité il n'y a pas une définition précise de la crise financière. A part des notions subjectives, nous avons besoin de formaliser une définition statistique précise des chocs financiers.

Dans cette optique, plusieurs modèles linéaires ont été développés pour essayer d'analyser les séries financières. Pour autant, tel qu'illustré en haut, il existe des événements aléatoires et peu fréquents, par exemple les crises financières, qui auront des impacts dramatiques sur les séries temporelles financières (Jeanne and Masson, 2000; Hamilton, 2005). En observant la conjoncture financière, on remarque que les variables financières se comportent différemment lorsqu'il y a une crise sur le marché financier. Partant de ce constat, afin de bien comprendre les comportements du marché financier, nous avons recours à d'autres approches bien différentes qui seront capables de prendre en compte le caractère non linéaire présent dans les séries

temporelles financières. Une des solutions appropriée pour ce problème consiste à l'approche « changement des régimes », selon laquelle une série temporelle financière pourrait être modélisée et scindée en deux régimes différents, c'est-à-dire que la série peut évoluer de l'un à l'autre au cours du temps. L'apport de ce modèle consiste à modéliser les changements de régimes avec des modèles à chaîne de Markov cachée. En effet, les modèles à changements de régimes markoviens ont été introduits par Lindgren (1978) en économie. Et ces modèles ont été fortement popularisés par Hamilton (1989), qui a employé ces modèles afin de décrire les cycles conjoncturels. Il a démontré avec succès l'existence d'une asymétrie cyclique tout en insistant que les chocs peuvent être capté par une modélisation caractérisée par les processus markoviens. Les travaux qui s'en suivent sont des travaux visant à employer ces modèles pour modéliser les séries du taux d'intérêt (Gray, 1996, Ang et Bekaert, 2001), ou à dater les cycles économiques en étudiant des séries temporelles macroéconomiques (Filardo, 1994, Chauvet et al., 2005).

Il est à noter que l'estimation des modèles à changements de régimes repose pour la plupart du temps sur l'hypothèse de la présence de deux régimes. Bien qu'il existe des travaux qui permettent une diversité de situation en étudiant les modèles avec plusieurs régimes, par exemple, celui de Calvet et Fisher (2004), on a choisi le modèle avec seulement deux régimes afin de conserver un nombre suffisant de degré de liberté, ainsi que de minimiser les problèmes numériques éventuellement rencontrés pendant l'estimation. De ce fait, dans le présent rapport, nous supposons également qu'il existe deux différents régimes sur le marché financier au cours du temps.

Partant de ce constat, ce rapport propose d'identifier et de détecter des points de retournement des phases de « normale » et de crise des activités financières en utilisant l'approche changement de régime. Cette approche, et ses extensions dans le cadre multivarié, nous permet de identifier l'impact de l'instabilité concernant les régimes du marché financier. A ce stade, on va examiner en premier lieu les

performances du modèle Markov regime-switching univarié (MS-univarié) et du modèle multivarié (MS-multivarié) sur la datation des crises financières. Dans un deuxième temps, nous essayons d'ajouter des indicateurs économiques ou financiers dans les modèles afin d'examiner s'ils peuvent améliorer la détection.

Les sections subséquentes sont structurées de la manière suivante : nous allons présenter dans la deuxième section la méthodologie : les modèles à changements de régimes markoviens. Nous aborderons dans la troisième section l'explication et l'analyse des données qu'on a utilisées dans notre recherche. Ensuite, dans la quatrième section, nous allons discuter de différentes spécifications du modèle Markov Switching et analyser les résultats obtenus. La dernière section est la conclusion.

2. Méthodologie théorique

Dans le but d'identifier et de détecter la crise financière, ou plutôt les points de retournement des activités financières, nous avons recours aux modèles à changements de régime markoviens (en anglais : Markov regime-switching models). En effet, les régressions à changements de régimes markoviens ont été initialement introduits par Goldfeld et Quandt (1973). Et la fonction de vraisemblance qui correspond à ces modèles a été correctement calculée par Cosslett et Lee (1985). Dans leur étude, ils ont transposé l'algorithme itératif pour chaînes de Markov cachées aux combinaisons markoviennes de modèles linéaires. Et après, Hamilton (1989) a proposé une méthode d'estimation reposant sur un algorithme de filtrage, qui permet de calculer la vraisemblance du modèle et les probabilités conditionnelles de régime.

Dans cette section, nous allons présenter brièvement la spécification ainsi que la procédure de l'estimation des modèles à changements de régimes markoviens.

2.1 Présentation du modèle

Nous considérons une variable r_t qui peut connaître des changements dramatiques au cours du temps. Alors sa performance peut être décrite comme:

$$r_t = \beta_0 + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_0^2) \quad (1)$$

Pour $t = 1, 2, \dots, t_0$.

Supposons ensuite qu'au temps t_0 , le niveau de la série r_t a connu un changement significatif. Par conséquent, après ce changement nous avons une nouvelle formule de la variable r_t qui s'écrira comme :

$$r_t = \beta_1 + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_1^2) \quad (2)$$

Pour $t = t_0 + 1, t_0 + 2, \dots$

Dans les équations (1) et (2), β_0 et β_1 sont des constantes, et ε_t est un terme d'erreur qui suit une loi normale avec une moyenne nulle et une variance égale à σ_0^2 (avant le changement) ou σ_1^2 (après le changement). Après le changement des états au temps t_0 , la valeur de l'interception a changé de β_0 à β_1 pour le nouvel état du marché.

Toutefois, dans ce cas-ci, puisque la date de changement t_0 est connue, la transition des états constitue ainsi un événement déterministe. En réalité, il est impossible de prédire quand il y aura une transition des états du marché ou de prédire l'ampleur de ce changement. Par conséquent, il doit y exister un mécanisme qui peut produire une transition des états de façon endogène. Devant ce constat, nous pouvons combiner les équations (1) et (2) pour obtenir une formule générale du modèle :

$$r_t = \beta_{S_t} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_{S_t}^2) \quad (3)$$

Où S_t est une variable aléatoire. En cas d'un changement structurel à la date t_0 , on suppose que :

$$S_t = 0 \text{ pour } t = 1, 2, \dots, t_0$$

$$S_t = 1 \text{ pour } t = t_0 + 1, t_0 + 2, \dots$$

Selon l'équation (3), β_{S_t} et $\sigma_{S_t}^2$ tous dépendent de l'état du modèle au temps t , il reste ainsi à définir une façon de détection de ces états.

Pour ce faire, il convient de donner d'abord la définition d'une chaîne de Markov. En effet, un processus de Markov consiste à un processus stochastique qui possède la propriété : l'information utile pour la prédiction du futur ne dépend que de l'information de l'état d'aujourd'hui.

Alors, dans les modèles MS, Hamilton a supposé que S_t est gouverné par un

processus markovien de premier ordre qui possède les probabilités de transition suivante :

$$\Pr(S_t = j | S_{t-1} = i) = p_{ij} \quad (4)$$

Autrement dit, une chaîne de Markov se caractérise par le fait que son évolution demain (passage de S_{t-1} à S_t) ne dépend que de l'état d'aujourd'hui (S_{t-1}) et pas du passé. Ici, p_{ij} désigne la probabilité de passer à l'état j sachant qu'on se trouve à l'état i .

Supposons qu'on ne peut pas observer S_t directement, on ne peut le déduire que par les comportements observés de r_t . Par conséquent, les paramètres à estimer dans ce modèle consistent à la variance de l'innovation $\sigma_{S_t}^2$, aux deux interceptions : β_0 et β_1 , et aux deux probabilités de transition des états : p_{00} et p_{11} . En pratique, nous savons que l'impact d'un changement dramatique ne peut pas être permanent. Ainsi, on s'attend à ce que $p_{11} < 1$.

2.2 Procédure de l'estimation du modèle

Les paramètres intéressés dans les équations (3) et (4) sont estimés par la méthode de maximisation de vraisemblance des paramètres de notre modèle.

Supposons d'abord que l'inférence de la valeur de S_t pourrait prendre une forme de probabilité suivante:

$$\xi_{jt} = \Pr(S_t = j | \Omega_t; \theta) \quad (5)$$

avec $j = 0, 1$, où $\Omega_t = \{r_t, r_{t-1}, \dots, r_1, r_0\}$ représente les observations obtenues à temps t , et $\theta = (\sigma, \beta_0, \beta_1, p_{00}, p_{11})$ désigne le vecteur de tous les paramètres.

En effet, afin d'obtenir l'équation (5), on a besoin de calculer le terme suivant :

$$\xi_{i,t-1} = \Pr(S_{t-1} = i | \Omega_{t-1}; \theta) \quad (6)$$

Une fois que r_t est observé à la fin du temps t , on peut obtenir l'équation (5).

En effet, l'inférence de la variable non observée (S_t) est réalisée par un algorithme itératif (Hamilton, 1989, 1994).

Toutefois, nous avons besoin d'une valeur initiale de ξ_{i0} pour commencer le processus de l'itération. Hamilton (1994) montre qu'on peut utiliser les probabilités non conditionnelles :

$$\xi_{i0} = \Pr(S_0 = i) = \frac{1 - p_{jj}}{2 - p_{ii} - p_{jj}}$$

Ensuite, afin d'effectuer cette itération, on a besoin également de la densité conditionnelle de r_t :

$$\eta_{jt} = f(r_t | S_t = j, \Omega_{t-1}; \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(r_t - \beta_j)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (7)$$

avec $j = 0, 1$.

Etant donnée l'équation (6), on peut calculer la densité conditionnelle de la t -ème observation par la formule suivante :

$$f(r_t | \Omega_{t-1}; \theta) = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 p_{ij} \xi_{i,t-1} \eta_{jt} \quad (8)$$

alors,

$$\xi_{jt} = \frac{\sum_{i=1}^2 p_{ij} \xi_{i,t-1} \eta_{jt}}{f(r_t | \Omega_{t-1}; \theta)} \quad (9)$$

Après l'exécution de cette itération, on obtient enfin la fonction de vraisemblance des données observées :

$$\log f(r_1, r_2, \dots, r_T | r_0; \theta) = \sum_{t=1}^T \log f(r_t | \Omega_{t-1}; \theta) \quad (10)$$

A ce stade, étant donné la fonction de vraisemblance, on cherche à déterminer le paramètre θ qui peut maximiser la log-vraisemblance.

3. Description des données

L'objectif de notre recherche consiste à vérifier d'abord l'existence des deux régimes sur le marché financier, et à identifier et détecter ensuite les points de retournements des activités financières sur le marché en utilisant les modèles Markoviens à changements de régimes. Pour atteindre ces objectifs, nous avons utilisé des données financières ainsi que des données macroéconomiques. Dans cette section, nous tentons de présenter toutes les données utilisées dans notre étude.

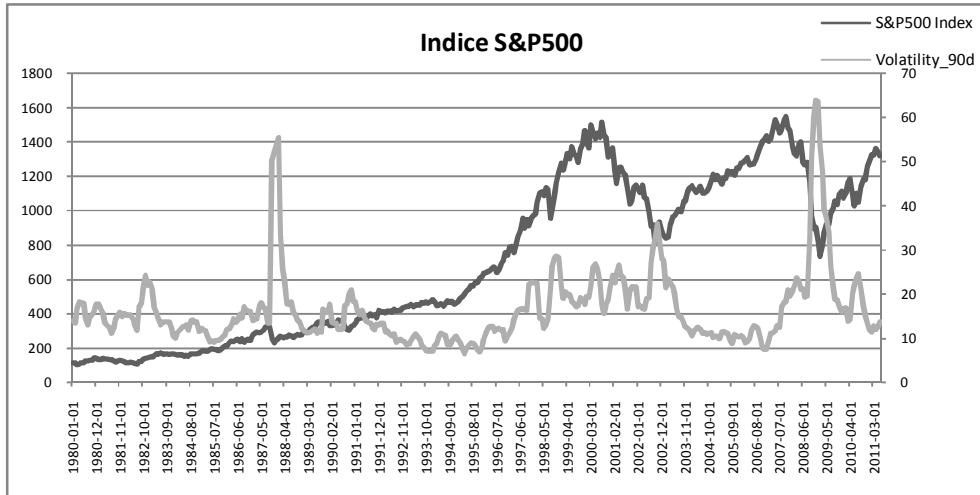
3.1 Indices boursiers

La principale variable qui nous intéresse dans cette recherche est l'indice boursier. Deux indices ont été choisis pour représenter les deux marchés différents de l'Amérique du Nord : soit l'indice boursier américain du Standard & Poor's 500 pour le marché américain, et l'indice boursier canadien du S&P /TSX pour le marché canadien. Ces deux indices permettent de cerner de plus près la performance de grandes entreprises sur le marché financier de l'Amérique du Nord.

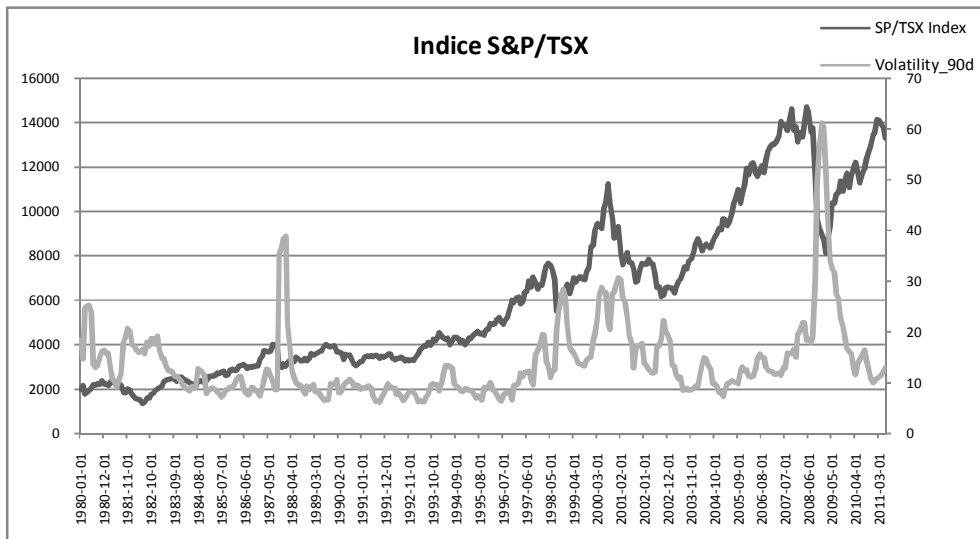
Les données des deux indices qui ont servi de base à l'identification des crises sont des données boursières mensuelles. La période totale de l'étude s'étale entre janvier 1980 et juin 2011.

Les deux graphiques suivants (3.1 et 3.2) illustrent les évolutions des prix de l'indice S&P 500 et de l'indice S&P /TSX respectivement. Dans les graphiques, on a montré également leur volatilité historique, qui peut nous permettre d'apprécier l'amplitude des mouvements réalisés sur ces deux indices boursiers.

Graphique 3.1 : Evolution des prix de l'indice S&P 500



Graphique 3.2 : Evolution des prix de l'indice S&P /TSX



Tel qu'illustré les deux graphiques, les séries de prix des indices ont des fluctuations qui ne sont pas régulières. En effet, les séries des prix sont non-stationnaires et sans tendance déterministe, plus précisément, elles comportent une tendance stochastique (racine unitaire). Devant ce constat, afin d'obtenir un processus stationnaire, nous avons calculé les rendements des deux indices par la formule suivante :

$$\text{Log de rendement : } r_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1})$$

Alors, les statistiques descriptives des données peuvent se résumer dans le tableau 3.1. il y a au total 378 observations dans notre échantillon.

Tableau 3.1 : Statistiques Descriptives

Log de Rendement	S&P500	S&P/TSX
Moyenne	0.00663	0.00527
Erreur type	0.00233	0.00247
Médiane	0.01081	0.00946
Ecart type	0.04522	0.04794
Variance	0.00204	0.00230
Kurtosis	3.26312	4.75437
Skewness	-0.94719	-1.24334
Minimum	-0.24543	-0.25657
Maximun	0.12378	0.13336
Somme	2.50430	1.99275
Observations	378	378

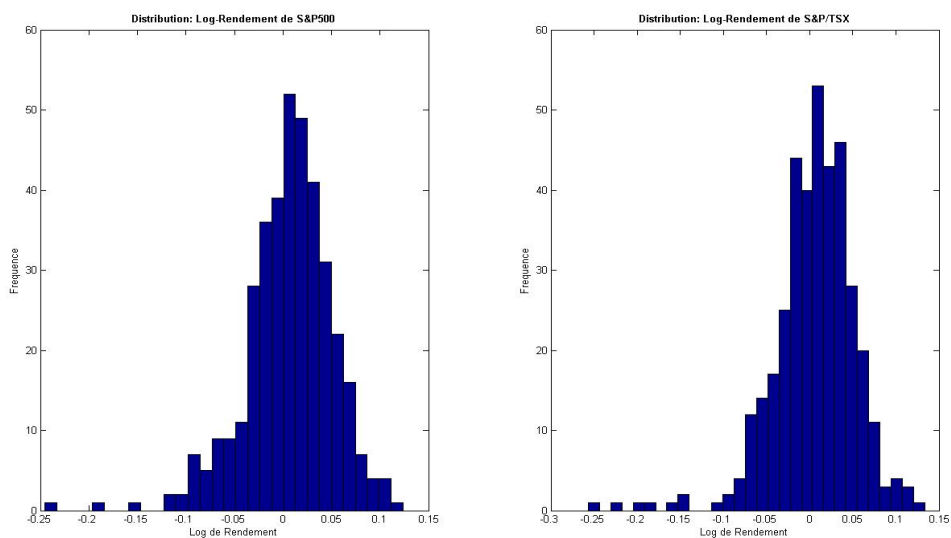
D'après les statistiques descriptives, on remarque que, par rapport à la loi normale, le « kurtosis » des données est plus grand que 3 (excès d'aplatissement) ; et la valeur du « skewness » est négatif. En théorie des probabilités et en statistiques, un excès d'aplatissement correspond à une distribution pointue. Alors que le « skewness », qui mesure l'asymétrie d'une distribution, est négatif si la queue de gauche est plus longue, c'est-à-dire dans notre échantillon, un grand nombre d'observations (log-rendement) ont une valeur négative.

Ainsi, la valeur négative du skewness indique que la distribution du rendement des indices est asymétrique (comme montré dans le graphique 3.3). cette asymétrie montre qu'il existe une différence significative entre deux états du marché : la phase « normale » et la phase de crise. Par conséquent, il est important de tenir compte de l'effet non-linéaire des séries qui est causé par cette différence entre les deux phases.

Devant ces constats, nous avons recours à un modèle non-linéaire qui peut faire la

distinction entre les deux phases différentes : soit les modèles Markoviens à changements de régimes de Hamilton (1989). Selon la spécification des modèles, l'asymétrie détectée peut être décomposée en un régime linéaire qui correspond à la phase « normale » et un autre régime qui correspond à la phase « crise ».

Graphique 3.3 : Asymétrie de la distribution des rendements



3.2 Autres variables candidates

A part des deux indices boursiers, d'autres indicateurs financiers ou économiques ont été utilisés pour tester s'ils peuvent améliorer la datation des crises financières.

Les variables candidates utilisées sont : (1) VIX (Chicago Board Options Exchange Market Volatility Index) ; (2) le PIB réels des Etats-Unis et du Canada ; (3) l'Indice des prix à la consommation (CPI) aux Etats-Unis et au Canada ; (4) la production industrielle aux Etats-Unis et au Canada ; (5) les taux d'intérêt des obligations à long terme du gouvernement des Etat-Unis et du Canada ; (6) l'écart de rendement entre les obligation d'Etat à 10 ans et à 2 ans (Sell 2 Year & Buy 10 Year) aux Etats-Unis et au Canada ; (7) l'écart de rendement entre les obligation d'Etat à 10 ans et à 5 ans (Sell 5 Year & Buy 10 Year) aux Etats-Unis et au Canada. Il s'agit alors des données

trimestrielles couvrant la période de mars 1997 à décembre 2010.

Dans notre étude, toutes les données utilisées proviennent de Bloomberg Professional ou de Statistique Canada.

4. Estimation du modèle et résultats obtenus

La volatilité historique du prix des indices peut être considérée comme un indicateur du stress financier ou du risque systémique. Les graphiques 3.1 et 3.2 montrés plus haut ont mis en évidence l'existence probable de différents régimes dans la volatilité historique. On remarque que le marché financier a connu souvent une forte volatilité dans un contexte de sortie de crise. Toutefois, à part de ces notions subjectives, nous avons besoin encore d'une identification statistique et plus formelle de la crise financière. Alors, comment détecter les points importants de retournement des perturbations financières sur le marché en utilisant les modèles à changements de régimes markoviens ?

Dans cette section, nous tentons en premier lieu de modéliser les évolutions asymétriques des séries de rendements entre la phase « normale » et la phase de « crise » présentées dans les sections précédentes. On s'intéresse d'abord aux résultats sortis par le modèle Markov regime-switching univarié (MS-univarié) ; ensuite nous avons recours au modèle Markov regime-switching multivarié (MS-multivarié) et examinons sa performance. Dans un deuxième temps, nous essayons d'ajouter des indicateurs économiques dans les modèles, et testons s'ils peuvent influencer notre identification des crises.

4.1 Modèles *MS-univarié*

Rappelons la spécification du modèle MS-univarié :

$$r_t = \beta_{S_t} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_{S_t}^2)$$

Supposons que $S_t = 0, 1$. Ainsi, on a :

$$\text{Pour } S_t = 0 : r_t = \beta_0 + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_0^2)$$

Pour $S_t = 1$: $r_t = \beta_1 + \varepsilon_t$ $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_1^2)$

Avec $\Pr(S_t = 0 | S_{t-1} = 0) = p$

$\Pr(S_t = 1 | S_{t-1} = 1) = q$

Ensuite, nous avons utilisé cette spécification du modèle MS-univarié pour étudier respectivement les séries des rendements mensuels du S&P500 et du S&P/TSX. Et les résultats de ces estimations sont fournis dans le tableau suivant (4.1)

Tableau 4.1 : Résultats des estimations de MS-univarié

Paramètres	S&P500	S&P/TSX
β_0	0.0131 (0,0023)	0,0110 (0,0022)
β_1	-0,0145 (0,0077)	-0,0317 (0,0119)
σ_0^2	0,0011 (0,0001)	0,0012 (0,0001)
σ_1^2	0,0045 (0,0007)	0,0069 (0,0014)
p	0,95	0,97
q	0,83	0,83
Log-likelihood	659,48	654,86

Selon les résultats, six paramètres sont estimés : les espérances de rendement de l'indice, la variance et les probabilités de transition relatives à chaque régime, soit β_0 , σ_0^2 et p pour l'état 0 ; β_1 , σ_1^2 et q pour l'état 1.

Ces résultats nous ont confirmé l'existence de deux régimes différents des séries de rendement pour les deux marchés boursiers durant la période étudiée. Prenons l'exemple de l'indice S&P500, la moyenne du rendement de l'état zéro est positive: $\beta_0 = 1,31\%$, tant que la moyenne du rendement de l'état un est négative: $\beta_1 = -1,45\%$. Ainsi, on peut constater que le rendement est plus élevé en phase « normale» ($S_t = 0$) qu'en phase « crise » ($S_t = 1$). Quant à la variance, il est évident que la variance des rendements en phase « crise » est presque quatre fois supérieure à la variance des

rendements en phase « normale », soit 0,0045 contre 0,0011. Concernant ensuite les probabilités de transitions, la probabilité de rester en phase « normale » : $p = 0,95$; alors que la probabilité de rester en phase « crise » : $q = 0,83$. Ces deux probabilités très grandes impliquent que les deux régimes sont très persistants. De ce fait, nous pouvons déterminer un « marché de bull » persistant à moyenne positive et volatilité faible, ainsi qu'un « marché de bear » relativement moins persistant à moyenne négative et volatilité élevée.

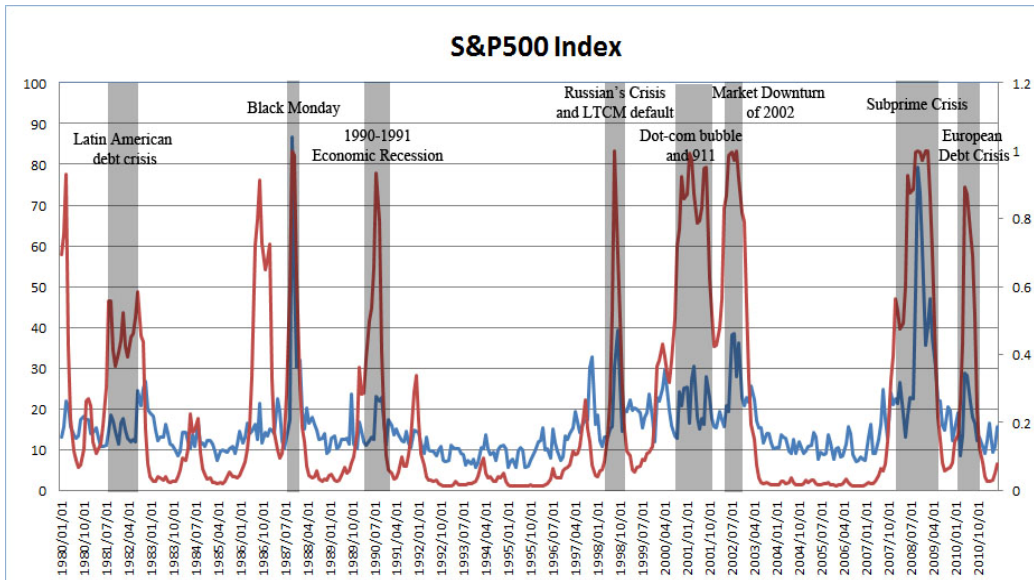
Et par la formule :

$$\Pr(S_t = 1) = \frac{1 - p}{2 - p - q}$$

on peut obtenir les probabilités non-conditionnelles d'être en phase de crise, soit 0,2273 pour le marché américain et 0,15 pour le marché canadien. Ces deux probabilités non-conditionnelles impliquent que dans notre échantillon, 22,73% d'observations devraient être en phase de crise pour le marché américain, et 15% pour le marché canadien. C'est-à-dire l'état 0 (normal) domine la plupart du temps le marché financier. Ces résultats correspondent bien à la situation réelle sur le marché financier.

Le graphique 4.1 et 4.2 ci-dessous illustrent l'évolution des probabilités d'être en phase de crise pour les marchés américain et canadien respectivement. Nous avons aussi montré dans les graphiques les volatilités historiques des deux indices concernés. Tel que montré dans ces graphiques, la probabilité est proche de 1 pour les périodes avec une volatilité très forte. Alors, dans ce cas-ci, on pense que le marché a connu une crise financière.

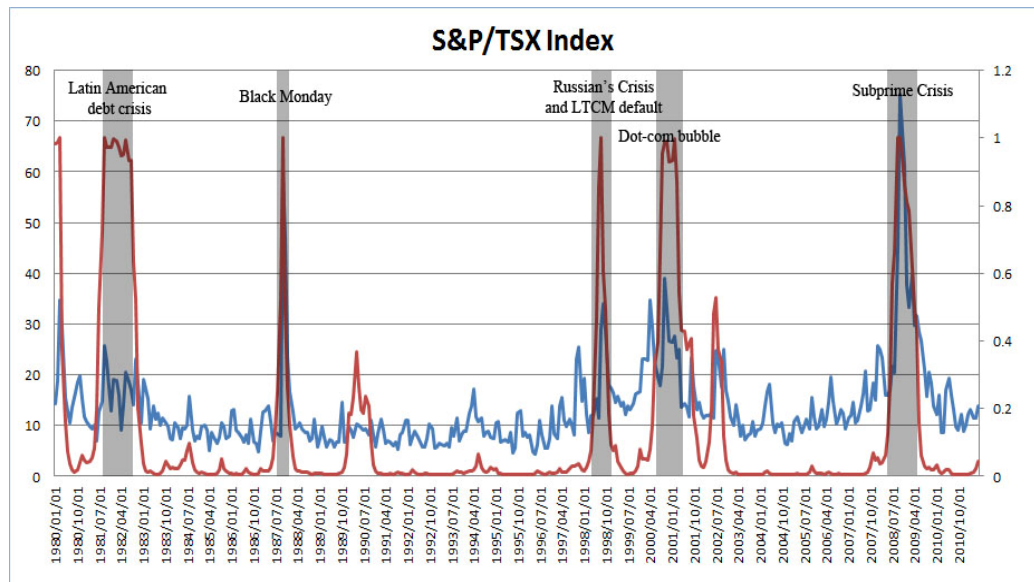
Graphique 4.1 : Evolution des probabilités d'être en phase de crise (MS-univarié)



Rouge : probabilité d'être en phase de crise (q)

Bleu : volatilité historique de S&P500 (30 jours)

Graphique 4.2 : Evolution des probabilités d'être en phase de crise (MS-univarié)



Rouge : probabilité d'être en phase de crise (q)

Bleu : volatilité historique de S&P500 (30 jours)

Dans le graphique 4.1, les zones ombrées représentent les principales crises financières durant la période de 1980 à 2011, soit la crise de la dette au 20^{ème} siècle

en Amérique Latine, la crise du marché des actions et des taux d'intérêt en 1987, la récession américaine de 1991, la crise financière russe de 1998, l'effondrement brutal de la bulle spéculative des valeurs technologiques des années 1998 à 2003, la crise des subprimes de 2008 et la crise la plus récente, celle de la dette en Europe.

Nous pouvons remarquer que presque toutes les crises financières ont été détectées par le modèle MS-univarié. Prenons alors l'exemple de la crise des subprimes de 2008. On peut observer qu'après la faillite de la Banque Lehman Brothers le 15 septembre 2008, la volatilité historique a atteint des niveaux records sur les marchés boursiers. Et selon notre modèle, le probabilité d'être en crise à ce moment-là est suffisamment proche de 1. Sur le marché américain, on remarque que l'impact de la crise des subprimes a commencé à partir du juin 2007. De ce fait, le modèle MS-univarié a bien détecté la crise des subprimes. Quant à la crise de la dette en Europe, il semble que le modèle a bien saisi cette crise l'avril 2010 sur le marché américain. Toutefois, malgré la bonne performance du modèle sur la détection de certaines crises, il y a aussi de mauvaises détections sur le marché américain, par exemple une détection en 1986, et d'autres détections mais avec des probabilités faibles.

Alors que pour le marché canadien (indice S&P/TSX), on peut observer des différences significatives par rapport au marché américain. Premièrement, l'effet de la récession des années 1990 a disparu sur le marché canadien (avec une probabilité moins de 0,4). Deuxièmement, la crise des subprimes déterminée par le modèle a commencé à la fin de l'année 2007 sur le marché américain, comparativement, l'impact de cette crise sur le marché canadien n'a commencé que du mois de juillet 2008, et avec une durée relativement plus courte. Enfin, il semble que la crise de la dette en Europe n'a pas d'influence sur le marché canadien.

Selon nos résultats, on peut confirmer l'existence des deux régimes distinctes sur le marché boursier. Et lorsque le rendement de l'indice est négatif, c'est que le marché

connaît une crise et donc la probabilité de lissage qui correspond à une phase de crise est proche de 1. En plus, le modèle MS-univarié nous permet de bien identifier certaines crises financières durant la période étudiée, mais il produit également de mauvaises détections.

4.2 Modèles MS-multivarié

A ce stade, on s'intéresse à identifier les crises financières sur le marché de l'Amérique du Nord en utilisant les modèles multivariés à changements de régimes markoviens, plus précisément, on tente de combiner les informations des deux marchés concernés ensemble pour identifier les perturbations financières sur le marché de l'Amérique du Nord.

Pour le modèle MS-multivarié, on utilise le même raisonnement que le modèle MS-univarié. Mais, dans ce cas-ci, le rendement utilisé dans ce modèle est une matrice avec deux colonnes, soit :

$$R_t = [r_{SP500,t} \quad r_{SPTSX,t}]$$

Alors le modèle peut s'écrire comme :

$$R_t = \beta_{S_t} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_{S_t}^2) \quad \text{où } S_t = 0, 1.$$

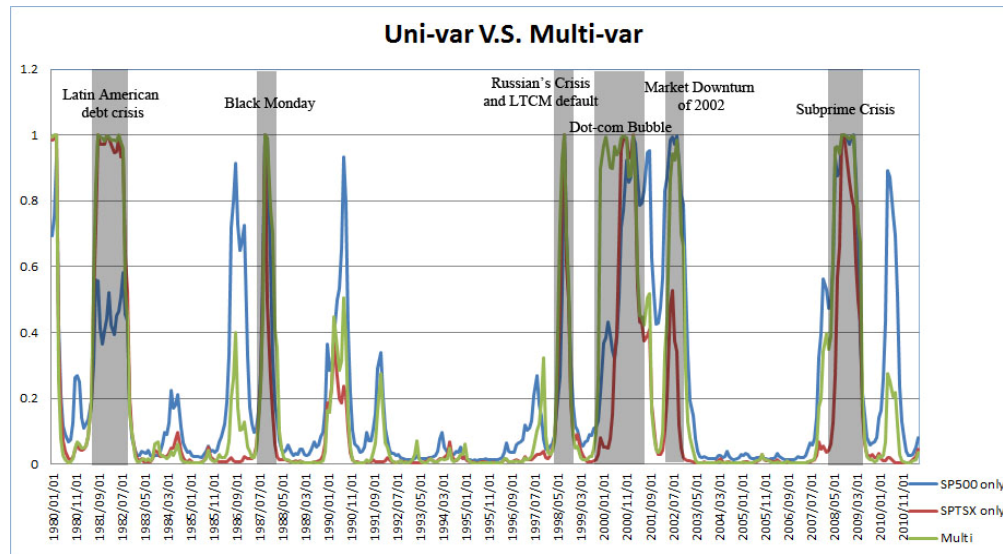
Les résultats des estimations du modèle MS-multivarié sont présentés dans le tableau 4.2, et les probabilités d'être en phase de crise sont illustrées dans le graphique 4.3.

Tableau 4.2 : Résultats des estimations de MS-multivarié

Paramètres	S&P500	S&P/TSX
β_0	0.0126 (0,0022)	0,0113 (0,0021)
β_1	-0,0172 (0,0084)	-0,0192 (0,0091)
σ_0^2	0,0012 (0,0001)	0,0012 (0,0001)
σ_1^2	0,0046 (0,0007)	0,0058 (0,0009)
p	0,96	

q	0,85
Log-likelihood	1477,77

Graphique 4.3 : Evolutions des probabilités d’être en phase de crise (MS-multivarié)



A partir de nos résultats, en comparaison avec les résultats du modèle MS-univarié (marqués en rouge et bleu), utiliser le modèle multivarié nous permet d’affiner les détections de changements de régimes et d’éviter de mauvaises détections. Par exemple, tel qu’illustré le graphique ci-haut, la mauvaise détection de l’année 1986 sur le marché américain, qui a été déterminée par le modèle univarié, peut être négligée selon le modèle multivarié. En plus, on remarque que la crise de la dette en Europe n’a pas de grand impact sur le marché de l’Amérique du Nord au total. Devant ces constats, on peut contester que le modèle MS-multivarié peut reproduire des détections plus fidèles.

4.3 Test sur les modèles Markov regime-switching

Dans notre étude, nous avons employé le test du multiplicateur de Lagrange (LM) pour tester la validité d’introduction du modèle à changements de régimes markoviens, plus précisément, un modèle non linéaire avec l’existence de différents régimes contre

un modèle linéaire sans différents régimes.

Pour ce faire, considérons d'abord que l'interception β_{S_t} est composé en deux parties, soit:

$$\beta_{S_t} = \mu + \mu_d S_t$$

Ainsi le modèle peut s'écrire comme : $r_t = \mu + \mu_d S_t + \varepsilon_t$

L'idée de ce test consisté à examiner s'il existe de différents états sur le marché, c'est-à-dire pour tester l'hypothèse nulle qui indique qu'il y a seulement un état du marché ($H_0: \mu_d = 0$). Formellement parlant, sous l'hypothèse nulle, la composante du régime n'existe pas dans le modèle. Le tableau 4.3 présente les résultats du test LM.

Tableau 4.3 : Résultats du test LM

S&P500	S&P/TSX	Multi (S&P500, S&P/TSX)
H = 1	H = 1	H = 1
p-Value = 0	p-Value = 0	p-Value = 0
Stat = 258,7	Stat = 254,1	Stat = 200,1
c-Value (DF=1) = 3,84	c-Value (DF=1) = 3,84	c-Value (DF=2) = 5,99

DF : degré de liberté ; c-Value : valeur critique

A partir de ce tableau, on rejette fortement l'hypothèse nulle d'un seul régime (les valeurs statistiques sont beaucoup plus grandes que les valeurs critiques) : $H = 1$. Par conséquent, le résultat du test LM nous a confirmé l'existence de différents régimes sur le marché financiers.

4.4 Modèles MS avec d'autres indicateurs

Dans cette partie, nous tentons d'ajouter des indicateurs économiques dans les modèles et de tester s'ils peuvent améliorer la détection des crises.

A cette fin, les rendements trimestriels des mêmes indices boursiers (S&P500 et S&P/TSX) ont été utilisés. En plus, nous avons préparé des variables candidates, soit (1) VIX (Chicago Board Options Exchange Market Volatility Index) ; (2) le PIB réels des Etats-Unis et du Canada ; (3) l'Indice des prix à la consommation (CPI) aux Etats-Unis/ au Canada ; (4) la production industrielle aux Etats-Unis/ au Canada ; (5) les taux d'intérêt des obligations à long terme du gouvernement des Etat-Unis/ du Canada ; (6) l'écart de rendement entre les obligation d'Etat à 10 ans et à 2 ans (Sell 2 Year & Buy 10 Year) aux Etats-Unis/ au Canada ; (7) l'écart de rendement entre les obligation d'Etat à 10 ans et à 5 ans (Sell 5 Year & Buy 10 Year) aux Etats-Unis/ au Canada. Et la période totale de l'étude s'étale entre mars 1997 et décembre 2011.

1) Première étape : choix des indicateur

Avant d'utiliser les modèles à changements de régimes markoviens, il faut d'abord choisir des indicateurs qui peuvent influencer le rendement de chaque indice. Dans cette étude, nous avons recours à la méthode de sélection stepwise, c'est-à-dire la procédure de sélection dite « pas à pas », afin de choisir les variables indépendantes.

En effet, la méthode de sélection stepwise consiste à une méthode qui peut sélectionner un groupe de régresseurs automatiquement. Elle consiste en une sélection Forward avec une élimination Backward. C'est-à-dire, à chaque pas on effectue une sélection Forward, en laissant la probabilité de faire sortir du modèle une variable qui est devenue non significative. Alors, à chaque pas, elle permet un réexamen des variables introduites dans le modèle aux pas précédents. En plus, c'est une méthode qui nous permet de tenir compte de l'interaction entre les variables candidates. Les tableaux ci-dessous (4.4 et 4.5) sont des sorties du STATA, qui peut présenter les résultats de la méthode backward pour chaque indice boursier concerné.

Tableau 4.4 : Résultats de méthode Stepwise (S&P500)

```

p = 0.0603 >= 0.0500 removing gdp_us
p = 0.4963 >= 0.0500 removing cpi_us
p = 0.4236 >= 0.0500 removing inter_us
p = 0.5195 >= 0.0500 removing usyc2y10index
p = 0.7010 >= 0.0500 removing usyc5y10index
p = 0.0513 >= 0.0500 removing induspro_us

```

Source	SS	df	MS	Number of obs =	56
Model	.319948134	2	.159974067	F(2, 53) =	51.04
Residual	.166125018	53	.003134434	Prob > F =	0.0000
				R-squared =	0.6582
				Adj R-squared =	0.6453
Total	.486073152	55	.008837694	Root MSE =	.05599

sp500_return	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
change_vix	-.0082969	.0010696	-7.76	0.000	-.0104422 -.0061517
_cons	-.0247806	.0100782	-2.46	0.017	-.044995 -.0045662

Tableau 4.5 : Résultats de méthode Stepwise (S&P/TSX)

```

p = 0.5674 >= 0.0500 removing cpi_ca
p = 0.3762 >= 0.0500 removing gdp_ca
p = 0.1286 >= 0.0500 removing inter_ca
p = 0.0973 >= 0.0500 removing cayc5y10index
p = 0.7256 >= 0.0500 removing cayc2y10index

```

Source	SS	df	MS	Number of obs =	56
Model	.061821172	1	.061821172	F(1, 54) =	7.00
Residual	.476969788	54	.008832774	Prob > F =	0.0107
				R-squared =	0.1147
				Adj R-squared =	0.0983
Total	.53879096	55	.009796199	Root MSE =	.09398

sptsx_return	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
induspro_ca	.012774	.0048284	2.65	0.011	.0030936 .0224544
_cons	.0124133	.0125868	0.99	0.328	-.0128216 .0376482

Pour l'indice S&P500, on sélectionne parmi les 7 variables candidates ; alors que pour l'indice S&P/TSX, on sélectionne parmi les 6 variables candidates. Il est à noter que le seuil de probabilité « pour éliminer » est de 0,05.

Alors, à partir de ces résultats, d'abord, pour l'indice S&P500, la sélection se fait en 6 étapes. Le modèle enfin trouvé est le modèle : Rendement(S&P500) = f(changement de VIX). Même raisonnement pour l'indice S&P/TSX, le modèle enfin sélectionné est le modèle : Rendement(S&P/TSX) = f(changement de Production industrielle).

2) Deuxième étape :

Après avoir choisi les variables significatives pour chaque indice, nous essayons ensuite de les ajouter dans le modèle à changements de régimes markoviens.

Avec des variables indépendantes, les modèles peuvent alors s'écrire comme :

Modèle MS-univarié :

$$r_{SP500,t} = \beta_{S_t} + \alpha_{S_t} \cdot \Delta VIX + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_{S_t}^2)$$

Modèle MS-multivarié :

$$r_{SP500,t} = \beta_{1,S_t} + \alpha_{S_t} \cdot \Delta VIX + \varepsilon_{1,t} \quad \varepsilon_{1,t} \sim N(0, \sigma_{S_t}^2)$$

$$r_{SPTSX,t} = \beta_{2,S_t} + \alpha_{S_t} \cdot \Delta IndPro + \varepsilon_{2,t} \quad \varepsilon_{2,t} \sim N(0, \sigma_{S_t}^2)$$

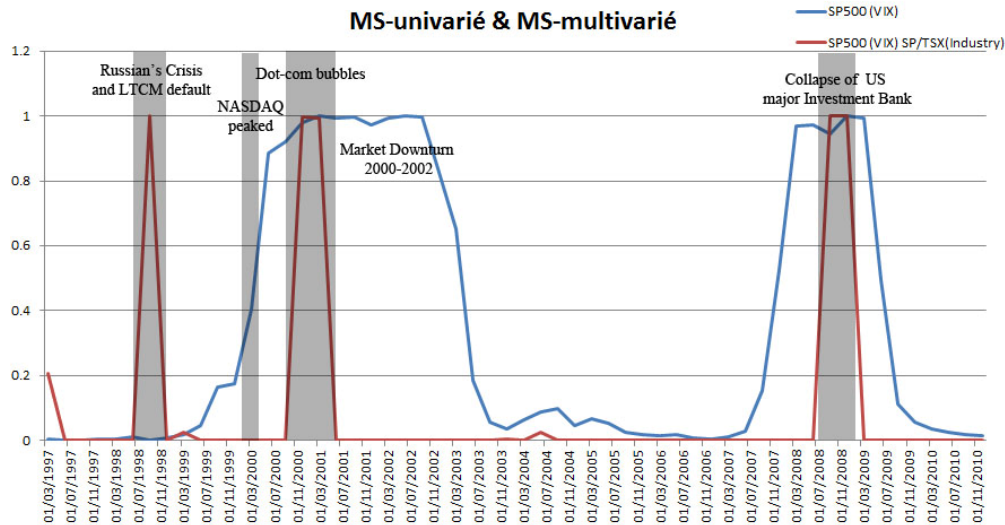
Où ΔVIX représente le changement de l'indice VIX, qui consiste à un indicateur de volatilité du marché financier américain ; et $\Delta IndPro$ représente le changement de l'indice de la production industrielle, qui correspond à un indicateur de l'output du secteur industriel.

Les résultats du modèle MS-multivarié avec les deux variables choisies peuvent se résumer dans le tableau 4.6 et le graphique 4.3.

Tableau 4.6 : Résultats des estimations du modèle MS-multivarié (avec indicateurs)

Paramètres	S&P500 (ΔVIX)	S&P/TSX ($\Delta IndPro$)
β_0	0.0187	0,0375
β_1	-0,2016	-0,2155
α_0	-0,0045	0.0010
α_1	0.0071	-0,0003
σ_0^2	0,0042	0,0047
σ_1^2	0,0123	0,0106
p	0,94	
q	0,37	
Log-likelihood	164.70	

Graphique 4.4 : Evolutions des probabilités d'être en phase de crise



A partir du tableau 4.6, on remarque qu'en phase « normale », il existe une relation négative ($\alpha_0 = -0,0045$) entre le rendement de l'indice S&P500 et la volatilité du marché (ΔVIX), c'est-à-dire en phase « normale », les actifs sont susceptibles de réaliser des rendements plus faibles au moment où le marché est plus volatile. En plus, on observe une relation positive ($\alpha_0 = 0.0010$) entre le rendement de l'indice S&P/TSX et la production industrielle ($\Delta IndPro$) en phase « normale », c'est-à-dire le rendement du marché financier est plus élevé avec un niveau élevé de l'output du secteur industriel en phase « normale ». Par contre, c'est strictement l'inverse dans les deux cas.

Tel qu'illustré dans le graphique ci-haut (4.3), nous pouvons faire une comparaison entre le modèle MS-univarié et le modèle MS-multivarié en ajoutant les deux indicateurs. On remarque que le modèle multivarié détecte seulement la période durant laquelle l'impact de la crise était le plus grave, autrement dit il a réduit la durée d'une crise. Par ailleurs, en comparaison avec les graphiques de modèles sans ajouts des variables, ajouter ces deux variables indépendantes dans le modèle peuvent éviter de mauvaises détections (des détections avec faibles probabilités). Ainsi, on peut avoir

une identification plus claire.

En bref, d'abord, nous avons confirmé encore une fois dans cette partie une meilleure performance du modèle MS-multivarié à des fins de détecter les perturbations financières sur le marché. En plus, ajouter des variables significatives peuvent aider à améliorer notre détection de la durée des crises dans une certaine mesure.

5. Conclusion

Dans ce rapport, nous avons essayé de modéliser les séries de rendements des indices boursiers à partir de processus markovien, ainsi d'identifier les deux états différents sur le marché financier : « normal » ou « crise ».

A cette fin, nous avons utilisé les rendements mensuels de l'indice boursier américain S&P500, ainsi que de l'indice boursier canadien S&P/TSX. L'existence de l'asymétrie des séries de rendement des indices nous a conduit alors à employer les modèles à changements de régimes markoviens. D'après ces modèles, on suppose que le marché financier peut être se trouver dans deux états différents. Le marché peut alors à tout instant passer d'un état à l'autre état avec une probabilité de transition. Compte tenu de la spécification de la crise financière dans le marché, le modèle à changements de régimes markovien fait du sens. Tenant compte du caractère probabiliste des modèles, on ne peut pas certifier en théorie quelle période est une période de crise ; toutefois on peut espérer en pratique affirmer une période de crise avec une probabilité suffisamment proche de 1. De ce fait, nous pouvons définir les différentes phases des fluctuations financières, et détecter les principales crises financières durant la période étudiée.

Les résultats de cette étude sont de trois ordres. D'abord, nous avons employé le test du multiplicateur de Lagrange pour tester la validité d'introduction du modèle à changements de régimes markoviens. Selon les résultats du test, nous avons confirmé l'existence de deux différents régimes sur le marché boursier durant la période étudiée.

En plus, à partir de nos résultats, il semble que le modèle MS-univarié et le modèle MS-multivarié peuvent bien détecter les principales crises financières durant la période 1980-2011. Pour autant, le modèle MS-multivarié, selon lequel on tient

compte des informations des deux marchés concernés en même temps, peut réduire de mauvaises détections apparues dans le modèle univarié. Le modèle multivarié réussit également à affiner les détections et à produire une identification plus fidèle. Ainsi, on a constaté une meilleure performance du modèle MS-multivarié.

Enfin, comme les marchés financiers sont souvent influencés par de différentes variables, nous avons essayé d'introduire des variables indépendantes dans les modèles à changements de régimes markoviens, afin d'examiner si ces variables peuvent améliorer notre détection. D'après nos résultats, en ajoutant des variables, le modèle MS-multivarié peut éviter de mauvaises détections (celles avec des probabilités faibles) et reproduire une identification plus claire. De ce fait, on constate que l'ajout des indicateurs peut améliorer la performance des modèles dans une certaine mesure.

En réalité, ces détections obtenues peuvent être utilisées comme un point de référence pour des études de l'analyse des crises financières. Par ailleurs, elles permettent d'évaluer la performance prédictive des indicateurs pour les activités financières. En effet, dans un cadre financier, l'identification de l'état du marché constitue une préoccupation sérieuse pour les investisseurs : leur stratégie d'investissement dépend directement de l'état du marché.

Bibliographie

Ang, A., and Bekaert, G. (2001), "Regime Switches in Interest Rates," *Journal of Business and Economic Statistics*.

Calvet, Laurent; Adlai Fisher (2004), "How to Forecast long-run volatility: regime-switching and the estimation of multifractal processes," *Journal of Financial Econometrics* 2, 49–83.

Chauvet, Marcelle, and James D. Hamilton (2005), "Dating Business Cycle Turning Points," in *Nonlinear Analysis of Business Cycles*, edited by Costas Milas, Philip Rothman, and Dick van Dijk, Elsevier.

Cosslett, Stephen R. and Lung-Fei Lee (1985), "Serial Correlation in Discrete Variable Models," *Journal of Econometrics* 27, 79-97.

Dai, Qiang, Kenneth J. Singleton, and Wei Yang (2003), "Regime Shifts in a Dynamic Term Structure Model of U.S. Treasury Bonds," working paper, Stanford University.

Diebold, Francis X., Joon-Haeng Lee, and Gretchen C. Weinbach (1994), "Regime Switching with Time-Varying Transition Probabilities," in C. Hargreaves, ed., *Nonstationary Time Series Analysis and Cointegration*, Oxford: Oxford University Press.

Filardo, Andrew J. (1994), "Business Cycle Phases and Their Transitional Dynamics," *Journal of Business and Economic Statistics* 12, 299-308.

Goldfeld, Stephen M., and Richard E. Quandt (1973), "A Markov Model for Switching Regressions," *Journal of Econometrics* 1, 3-16.

Gray, Stephen F. (1996), "Modeling the Conditional Distribution of Interest Rates as a Regime-Switching Process," *Journal of Financial Economics* 42, 27-62.

Hamilton, James D. (1989), "A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle," *Econometrica* 57, 357-384.

Hamilton, James D. (1994), *Time Series Analysis*, Princeton, NJ: Princeton University Press.

Hamilton, James D. (2005), "Regime-Switching Models," *Palgrave Dictionary of Economics*.

Jeanne, Olivier and Paul Masson (2000), "Currency Crises, Sunspots, and Markov-Switching Regimes," *Journal of International Economics* 50, 327-350.

Kim, Chang Jin (1994), "Dynamic Linear Models with Markov-Switching," *Journal of Econometrics* 60, 1-22.

Kim, Chang Jin and Charles R. Nelson (1999), *State-Space Models with Regime Switching*, Cambridge, Massachusetts: MIT Press.

Lindgren, G. (1978), "Markov Regime Models for Mixed Distributions and Switching Regressions," *Scandinavian Journal of Statistic* 5, 81-91.

Medhioub, Imed (2007), "Asymétrie des cycles économiques et changement de régimes : Cas de la Tunisie," *L'actualité économique*, vol. 83, n°4, 2007, p.529-553.

Perlin, Marcelo (2010), "MS Regress – The Matlab Package for Markov Regime Switching Models," Working Paper, UFRGS – Escola de Administracao (Porto Alegre, Brazil).

Rabault, Guillaume (1993), "Une application du modèle de Hamilton à l'estimation des cycles économiques," *Annales d'Economie et de Statistique*, n°30.

Sims, Christopher and Tao Zha (2004), "Were There Switches in U.S. Monetary Policy?," working paper, Princeton University.

Uctum, Remzi (2007), "Econométrie des Modèles à Changement de Régimes : un essai de synthèse," *L'actualité économique, Revue d'analyse économique*, vol. 83, n°4.

Annexes

Annexe 1 : Données utilisées

	Données	Période des données	Fréquence des données	"Ticker" du Bloomberg
Etats-Unis	The Standard & Poor's 500 Index	1989.01 à 2011.06	Mensuelles	SPX Index
		1997.03 à 2010.12	Trimestrielles	
	Chicago Board Options Exchange Market Volatility Index (VIX)	1997.03 à 2010.12	Trimestrielles	VIX Index
	US Real GDP(Annual Year toYear %)	1997.03 à 2010.12	Trimestrielles	EHGDUSY Index
	US Consumer Price Index (Annual Year toYear%)	1997.03 à 2010.12	Trimestrielles	EHPIUSY Index
	IMF US Industrial Production	1997.03 à 2010.12	Trimestrielles	1116660 Index
	OECD United States Long-term Interest Rate on Govt Bonds	1997.03 à 2010.12	Trimestrielles	EOUSR001 Index
	Market Matrix US Sell 2 Year & Buy 10 Year Bond Yield Spread	1997.03 à 2010.12	Trimestrielles	USYC2Y10 Index
Market Matrix US Sell 5 Year & Buy 10 Year Bond Yield Spread	1997.03 à 2010.12	Trimestrielles	USYC5Y10 Index	
Canada	The S&P/TSX Composite Index	1989.01 à 2011.06	Mensuelles	SPTSX Index
		1997.03 à 2010.12	Trimestrielles	
	CA Real GDP(Annual Year toYear %)	1997.03 à 2010.12	Trimestrielles	EHGDCA Y Index
	CA Consumer Price Index (Annual Year toYear %)	1997.03 à 2010.12	Trimestrielles	EHPICAY Index
	IMF Canada Industrial Production	1997.03 à 2010.12	Trimestrielles	1566660 Index
	OECD Canada Long-term Interest Rate on Govt Bonds	1997.03 à 2010.12	Trimestrielles	EOCAR001 Index
	Market Matrix Canada Sell 2 Year & Buy 10 Year Bond Yield Spread	1997.03 à 2010.12	Trimestrielles	Statistique Canada
Market Matrix Canada Sell 5 Year & Buy 10 Year Bond Yield Spread	1997.03 à 2010.12	Trimestrielles	Statistique Canada	