

Université de Montréal

Utilisation de la prime de risque de la variance pour la prévision  
des rendements d'une coupe transversale

par  
Simon Charland

Département de sciences économiques  
Faculté des arts et sciences

Rapport de recherche présenté  
en vue de l'obtention du grade de Maîtrise  
en Sciences économiques option Économétrie

Avril 2009

## Sommaire

La prime de risque de la variance (PRV) se définit comme étant la différence entre la variance implicite et la variance réalisée. Nous cherchons à trouver si cette variable, employée comme mesure indirecte du facteur d'escompte stochastique, peut contribuer à expliquer la formation des prix d'une coupe transversale. Cette dernière est constituée d'un ensemble de 25 portefeuilles Fama-French construits en fonction de la taille des firmes et de leurs ratios valeur comptable/cours de l'action. Les données portent sur une période allant de 1990 à 2006. Dans un premier temps, nous observons que les bêtas des portefeuilles Fama-French relatifs à la PRV obtenus par régression univariées n'augmentent pas de façon significative avec la valeur, ce qui va à l'encontre de l'hypothèse de la PRV comme mesure indirecte du facteur d'escompte stochastique. Nous évaluons ensuite à l'aide d'une méthodologie à deux étapes des modèles CAPM et C-CAPM conditionnés à la PRV. Les résultats obtenus tendent à démontrer que nous ne pouvons pas rejeter l'hypothèse selon laquelle la PRV n'est pas une variable significative quant à la prévision des rendements d'une coupe transversale de portefeuilles Fama-French.

# Table des matières

1. Introduction.....	1
2. Prime de risque de la variance .....	2
2.1. Variance implicite.....	2
2.2. Variance réalisée.....	4
2.3. Interprétation de la variance implicite et de la PRV .....	4
3. Revue de la littérature .....	5
4. Description des données .....	7
4.1. Variance implicite.....	8
4.2. Variance réalisée et rendement du marché .....	9
4.3. Rendements des portefeuilles .....	10
4.4. Croissance de la consommation et CAY .....	10
4.5. Description des statistiques.....	11
5. Modèles de formation de prix .....	11
5.1. Régressions univariées des rendements sur la PRV .....	11
5.2. Versions conditionnés des modèles CAPM et C-CAPM.....	12
5.3. Modèle à trois facteurs Fama-French .....	14
6. Évaluation des modèles et résultats .....	14
6.1. Méthode d'évaluation .....	14
6.2. Évaluation des modèles conditionnés à la PRV.....	16
6.3. Évaluation d'autres modèles .....	17
Conclusion .....	19
Bibliographie.....	20

## Table des annexes

Figure 1 : Variance implicite, variance réalisée et prime de risque de la variance ....	21
Tableau 1 : Statistiques descriptives.....	22
Tableau 2 : Bêtas de régressions univariées de 25 portefeuilles Fama-French sur la PRV et sur la variance réalisée .....	23
Tableau 3 : $R^2$ ajustés (%) de régressions d'une coupe transversale de rendements de 25 portefeuilles Fama-French réalisées à partir de modèles de formation de prix .....	24
Tableau 4 : Lambdas de régressions d'une coupe transversale de rendements de 25 portefeuilles Fama-French réalisées à partir de modèles de formation de prix .....	26
Tableau 5 : Tests joints des lambdas des facteurs de risques et des facteurs d'interaction de régressions d'une coupe transversale de rendements de 25 portefeuilles Fama-French réalisées à partir de modèles de formation de prix .....	28

# 1. Introduction

La prévision des rendements boursiers est un sujet très débattu en économie et au coeur de nombreux travaux de recherche. Plusieurs d'entre eux étudient le pouvoir de prévision de certaines variables, entre autres le rendement de l'action, le ratio dividendes/bénéfice et l'écart de défaut de paiement. Récemment, certains articles ont porté sur l'utilisation de variables de prévision liées à la variance des rendements afin de savoir si les investisseurs nécessitent une compensation pour la volatilité. Ce sujet se révèle intéressant, car d'une part, la variance des rendements rend elle-même difficile la prévision de ces derniers, et d'autre part, les processus à l'origine de la variance sont difficiles à analyser. Parmi les chercheurs qui se sont attardé à cette question, Bollerslev, Tauchen et Zhou (2008) ont cherché à évaluer le pouvoir de prévision de la prime de risque de la variance (PRV) définie comme étant la différence entre la variance implicite et la variance réalisée. Ces derniers démontrent que la PRV du marché explique une partie non négligeable de la variation des rendements boursiers agrégés de janvier 1990 à janvier 2005.

Motivés par ces résultats, et en nous inspirant de Bandi et Perron (2008a), nous cherchons à évaluer si la PRV suit dans le temps les variations du facteur d'escompte stochastique de façon significative et si, employée comme mesure indirecte de celui-ci, elle peut contribuer à expliquer la formation de prix d'une coupe transversale. Cette dernière est constituée d'un ensemble de 25 portefeuilles Fama-French construits en fonction de la taille des firmes et de leurs ratios valeur comptable/cours de l'action. Il est généralement observé que les rendements des portefeuilles Fama-French augmentent lorsque la taille diminue ou lorsque la valeur augmente. En raison d'une contrainte relative aux données utilisées pour la variance implicite, les données portent sur une période allant de 1990 à 2006.

Dans un premier temps, nous observons que les bêtas des portefeuilles Fama-French relatifs à la PRV obtenus par régressions univariées n'augmentent pas de façon significative avec la valeur, ce qui contredit l'hypothèse de mesure indirecte du facteur d'escompte stochastique. Nous évaluons ensuite à l'aide d'une méthodologie à deux étapes des modèles CAPM et C-CAPM conditionnés à la PRV. Pour fins de comparaison, nous évaluons également les mêmes modèles conditionnés à la variance réalisée et au

ratio consommation/richesse (CAY) ainsi que le modèle Fama-French à trois facteurs. Nos résultats montrent que le conditionnement à la PRV ne contribue pas à diminuer les erreurs de formation de prix de façon appréciable. Ceci nous porte à conclure que nous ne pouvons pas rejeter l'hypothèse selon laquelle la PRV n'est pas une variable significative quant à la prévision des rendements d'une coupe transversale de portefeuilles Fama-French. Certaines incongruités ont été observées dans les résultats obtenus par tous les modèles, incongruités possiblement causées par la période couverte par les données et par l'étendue limitée de cette dernière.

Le reste de ce travail se présente comme suit. La deuxième section définit la variance implicite, la variance réalisée et la PRV. La troisième section fait un survol d'articles pertinents. La quatrième section porte sur les données. La cinquième section présente les modèles de formation des prix. La sixième section explique la procédure utilisée pour évaluer les modèles et fait part des résultats obtenus. La septième section conclut.

## **2. Prime de risque de la variance**

Afin de préciser la définition donnée précédemment, nous pouvons dire que la PRV d'un actif est la différence entre la variance conditionnelle implicite et la variance conditionnelle réalisée de cet actif :

$$PRV_t \equiv VI_t - VR_t.$$

### **2.1. Variance implicite**

La variance de l'actif sous-jacent est un facteur essentiel pour évaluer le prix d'une option hors du cours. En effet, si la valeur d'une telle option n'est pas égale à zéro, c'est qu'il existe une probabilité non nulle que dans le futur le prix de l'actif change de manière à rendre positive la valeur de l'option. Par conséquent, une variance élevée du prix de l'actif sous-jacent fait augmenter le prix d'une option puisqu'elle implique une probabilité plus élevée que l'option devienne dans le cours. La variance du prix de l'actif peut donc être utilisée dans un modèle d'évaluation de prix d'options, par exemple, le modèle Black-Scholes. L'inversion du modèle donne la variance qu'implique le prix observé de l'option hors du cours, c'est-à-dire la variance implicite. Cette dernière correspond à

l'espérance de la variance de l'actif sous-jacent entre le moment où le prix de l'option est observé et le moment futur où l'option arrive à échéance.

L'obtention de la variance implicite à partir d'un modèle d'évaluation de prix d'options est toutefois problématique puisque la variance implicite est obtenue sous les hypothèses formulées associées au modèle, lesquelles peuvent ne pas être observées dans la réalité. Par exemple, une des hypothèses du modèle Black-Scholes est que le prix de l'actif sous-jacent suit un mouvement brownien géométrique. Si cette hypothèse n'est pas valide, la variance implicite obtenue ne sera pas une mesure précise de la variance. À cela nous pouvons ajouter que l'utilisation du modèle Black-Scholes se révèle également problématique car elle implique une volatilité constante, ce qui se révèle être une contradiction avec ce qui est observé.

Ces dernières années, certains auteurs ont démontré de façon théorique que l'espérance neutre au risque de la variance du rendement du marché peut être déduite des prix courants d'options d'achat européennes sans avoir recours à un modèle de prix d'option. Parmi les premiers à avoir développé cette approche « model-free », nous avons Britten-Jones et Neuberger (2000) dont nous abordons les travaux afin de donner l'intuition derrière l'estimateur de la variance implicite présenté plus loin.

Les résultats de ces auteurs sont obtenus à partir d'un contexte de temps et de prix discrets et dépendent entre autres de deux conditions<sup>1</sup>. La première est l'hypothèse d'absence d'arbitrage qui permet l'existence d'une mesure de probabilités neutres au risque afin de pouvoir obtenir le prix d'un titre par l'espérance de paiements actualisés. La deuxième, appelée « condition de continuité », a pour but d'empêcher l'existence de sauts de prix de l'actif risqué unique du modèle : d'un incrément de temps à l'autre, le prix de l'actif ne peut que rester constant, ou être multiplié par  $\pm u$ , une constante supérieure à un.

L'estimation de la variance implicite entre deux dates  $t$  et  $t+h$  est donnée par l'ensemble de tous les prix au temps  $t$  d'options ayant  $t+h$  pour date d'échéance :

$$VI_{t,t+h} = (u - 1/u) \sum_{K \in \mathbf{K}} \frac{C(t+h, K) - C(t, K)}{K}.$$

---

<sup>1</sup> Les auteurs font les hypothèses additionnelles que les dividendes et les taux d'intérêt sont non stochastiques et les font égaux à zéro.

En faisant tendre  $h$  et  $u$  vers zéro et en prenant la limite, on peut obtenir l'expression suivante :

$$2 \int_0^\infty \frac{C(t+h, K) - C(t, K)}{K^2} dK = E_t^Q(\sigma_{t,t+h}^2),$$

qui nous donne l'espérance neutre au risque de la variance entre  $t$  et  $t+h$ . La variance implicite calculée de cette façon à partir de l'ensemble d'options d'achat se trouve donc à être une estimation convergente de l'espérance neutre au risque de la variance entre  $t$  et  $t+h$ . Ce modèle a été repris et modifié par la suite, notamment par Jiang et Tian (2005), qui l'ont généralisé afin de l'appliquer à des processus de prix d'actifs avec sauts et donc n'étant pas sujets à la contrainte de continuité. Les travaux de ces derniers tendent à démontrer qu'un modèle de ce type inclut toute l'information contenue dans la volatilité implicite obtenue par le modèle Black-Scholes et la volatilité réalisée et qu'il donne une prévision plus efficace de la variance réalisée future.

## 2.2. Variance réalisée

La variance réalisée estime la variance du rendement d'un actif à l'intérieur d'une période donnée. Pour  $t$ , un trimestre comportant  $n_t$  jours de bourse, et  $r_{t+j/n_t}$ , le log-rendement journalier du marché, la variance réalisée du trimestre ( $VR_{t,t+1}$ ) est donnée par :

$$VR_{t,t+1} = \sum_{j=1}^{n_t} r_{t+j/n_t}^2.$$

Dans le cadre du présent travail, nous utilisons la variance réalisée observée à l'intérieur d'une période dont la longueur est un nombre de trimestres  $h$ . L'agrégation de la variance réalisée sur des horizons supérieurs à  $h=1$  est obtenue par :

$$VR_{t,t+h} = \sum_{i=1}^h VR_{t+i-1,t+i}.$$

La variance réalisée est un estimateur convergent de la variance très utilisé en finance. Pour des détails additionnels sur celle-ci, on peut consulter Bandi et Perron (2008b).

## 2.3. Interprétation de la variance implicite et de la PRV

En tenant maintenant compte de la convergence de la variance implicite et de la variance réalisée, nous constatons que la PRV, observée en  $t$  et relative à un horizon  $h$ , converge



vers la différence entre l'espérance neutre au risque de la variance entre  $t$  et  $t+h$  et la variance de la période entre  $t-h$  et  $t$ .

$$PRV_t \rightarrow E_t^Q(\sigma_{t,t+h}^2) - \sigma_{t-h,t}^2.$$

Au-delà des définitions formelles concernant la variance implicite et la PRV, des explications additionnelles peuvent être données pour mieux interpréter l'information donnée par ces variables. Rappelons tout d'abord que les options sont des instruments financiers utilisés entre autres pour se protéger de mouvements indésirables de prix. Par exemple, un détenteur d'une action boursière peut acheter une option de vente et ainsi se protéger d'une baisse de la valeur de son action en s'assurant d'un prix de vente minimal. Lorsque l'ensemble des investisseurs a des attentes de volatilité élevée du marché dans la période à venir, cette situation fait augmenter le prix des options pour la raison que nous avons vue plus haut. Si les attentes ne se réalisent pas dans le futur, c'est-à-dire si la volatilité réalisée est moins élevée que la volatilité implicite (rendant ainsi la PRV positive) la vaste majorité des options n'est pas exercée. Les revenus réalisés par la vente d'options peuvent ainsi être vus comme une prime d'assurance contre les impacts négatifs pouvant être engendrés par une volatilité élevée du marché.

Bollerslev, Tauchen et Zhou (2008) perçoivent quant à eux la PRV comme étant une mesure indirecte (proxy) du degré agrégé d'aversion au risque du marché. Une PRV élevée (faible) serait ainsi révélatrice d'un niveau élevé (faible) d'aversion au risque dans l'économie. Dans un tel contexte, les agents sont poussés à diminuer (augmenter) leur consommation et leurs investissements et à modifier leurs portefeuilles de façon à diminuer (augmenter) leur détention d'actifs risqués. Ceci a pour effet d'augmenter (diminuer) l'espérance des rendements.

### **3. Revue de la littérature**

Dans cette section, nous abordons trois articles dont nous nous sommes principalement inspirés pour le présent travail. Dans un premier temps, nous présentons le projet d'article de Bollerslev, Tauchen et Zhou (2008) sur l'utilisation de la PRV pour la prévision de rendements boursiers. Deuxièmement, nous abordons le projet d'article de Bandi et Perron (2008a) sur l'utilisation de la variance réalisée pour la prévision des rendements d'une coupe transversale de portefeuilles Fama-French. Finalement, nous abordons les

travaux de Lettau et Ludvigson portant sur l'utilisation du CAY pour la prévision des rendements.

Bollerslev, Tauchen et Zhou ont mis au point un modèle autonome d'équilibre général incorporant la variation temporelle des incertitudes économiques et qui met en évidence, sous certaines conditions, un lien particulier entre les rendements espérés et la volatilité du marché. Dans le cadre d'un modèle standard d'économie avec dotations et agent représentatif avec fonction d'utilité Epstein-Zin-Weil<sup>2</sup>, la croissance géométrique de la consommation suit un processus stochastique dont la volatilité suit également un processus stochastique avec sa propre volatilité (la volatilité de la volatilité). Les auteurs démontrent que la PRV de leur modèle isole le facteur associé à la volatilité de la volatilité de la croissance de la consommation, ce qui tend à démontrer d'un point de vue théorique l'utilité de la PRV pour la prévision de rendements boursiers.

Ces auteurs démontrent ensuite, de façon empirique, le pouvoir de prévision de la PRV sur les rendements boursiers, particulièrement sur un horizon trimestriel, où elle s'avère être un meilleur prédicteur que le ratio cours/bénéfice (price earnings ratio), l'écart de défaut de paiement<sup>3</sup> (default spread) et le CAY. Leurs résultats sont toutefois conditionnels d'une part à l'utilisation d'une représentation de la variance implicite non fondée sur un modèle, et d'autre part à l'utilisation de rendements à haute fréquence pour le calcul de la variance réalisée. De plus, leur mesure de la PRV donne des résultats significativement meilleurs que celles de la variance implicite et de la variance réalisées prises isolément.

Si les résultats de Bollerslev, Tauchen et Zhou motivent en partie le sujet de ce travail, le projet d'article de Bandi et Perron nous inspire une méthodologie d'évaluation de variables de prévision. Ces auteurs utilisent les mêmes 25 portefeuilles Fama-French, mais sur une durée allant du deuxième trimestre de 1952 au quatrième trimestre de 2006. Par des régressions univariées de 25 portefeuilles Fama-French sur la variance réalisée du marché et ce, à des fréquences correspondant à des cycles économiques (2 à 5 ans), ces auteurs ont obtenu des bêtas qui diminuent quand la taille augmente, et qui augmentent quand la valeur augmente. Étant donné que les rendements de portefeuilles Fama-French

---

<sup>2</sup> Fonction d'utilité récursive utilisée avec des modèles basés sur la consommation. Son intérêt est qu'elle permet la rupture du lien entre l'élasticité de substitution intertemporelle et l'aversion au risque.

<sup>3</sup> Traduction libre. Il s'agit de la prime compensant le risque de défaut de paiement.

varient de la même façon par rapport à ces deux dimensions, Bandi et Perron supposent que les variations temporelles de la variance réalisée pourraient suivre celles du facteur d'escompte stochastique de telle façon que la première pourrait être employée comme mesure indirecte du second. Avec pour données 25 portefeuilles Fama-French décrits plus loin, et en utilisant des modèles CAPM et C-CAPM conditionnés par la variance réalisée, ces auteurs observent des erreurs de formation de prix beaucoup moindres qu'en utilisant les versions non conditionnées. De plus, le conditionnement par la variance implicite donne de meilleurs résultats de formation de prix que le conditionnement par le CAY.

Comme mentionné précédemment, Lettau et Ludvigson ont fait porter certaines de leurs recherches sur le CAY, qu'ils ont défini et dont ils évaluent le pouvoir de prévision. Le CAY, soit le ratio consommation/richesse, mesure la déviation à court terme de la consommation, de la détention d'actifs et du revenu du travail, de leur tendance commune à long terme. Il est obtenu par les résidus d'une régression de cointégration du logarithme de la consommation sur le logarithme des deux autres variables. Il a été démontré par Lettau et Ludvigson que le CAY est un meilleur prédicteur à court et moyen terme de rendements futurs que le rendement de l'action (dividend yield), le ratio dividendes/bénéfice (divident payout ratio) ainsi que d'autres variables de prévision (2001a). Ces auteurs ont également utilisé le CAY comme variable de conditionnement dans des modèles de formation de prix et ont trouvé que les modèles ainsi obtenus se révèlent beaucoup plus performants que les modèles non conditionnés et à peu près aussi performants que le modèle Fama-French à trois facteurs lorsque utilisés avec des portefeuilles construits en fonction de la taille des firmes et de leurs ratios valeur comptable/cours de l'action (2001b).

Ce bref survol de la littérature nous donne deux variables au pouvoir prévisionnel éprouvé, soit la variance réalisée et le CAY. Celles-ci peuvent nous servir d'étalons pour évaluer le pouvoir prédictif de la PRV.

#### **4. Description des données**

Dans le cadre de ce travail, les séries de base sont principalement de fréquence trimestrielle, sans chevauchement et basées sur les trimestres « naturels » d'une année

(janvier à mars, avril à juin, juillet à septembre et octobre à décembre). Sauf indication contraire, elles couvrent la période allant du premier trimestre de 1990 au quatrième trimestre de 2006. L'utilisation de données trimestrielles se justifie par la possibilité de comparer les résultats avec ceux des travaux de Bandi et Perron (2008a) portant sur la variance réalisée. Ils permettent également la comparaison avec les modèles conditionnés au CAY, dont les données ne sont disponibles que sur une base trimestrielle.

Dans le but d'obtenir des résultats sur plusieurs horizons, les séries initiales de taille  $N$  sont agrégées sur des périodes de  $h$  trimestres avec chevauchement, ce qui conduit à des pertes de  $h-1$  données par série. Des pertes additionnelles de  $h$  données sont engendrées subséquemment par la deuxième régression de la méthodologie, car celle-ci porte sur un horizon  $h$ , pour donner des séries finales de taille  $N-2h-1$ . Lorsque nous avons recours à des données mensuelles, celles-ci ne sont utilisées que pour de la prévision sur un horizon d'un mois et ne sont pas agrégées (cas où  $h$  est égal à un unique trimestre).

#### **4.1. Variance implicite**

Afin obtenir des données sur la PRV, nous utilisons pour la variance implicite l'indice VIX calculé par le Chicago Board Options Exchange (CBOE), comme l'ont fait Bollerslev, Tauchen et Zhou (2008). Cette mesure de référence dans l'industrie se veut une estimation de la volatilité du marché dans les 30 jours qui suivent. Elle peut également être vue comme une mesure du niveau de volatilité auquel s'attend le marché dans les 30 jours à venir. Depuis 2003, le VIX est calculé à l'aide d'une nouvelle méthodologie qui consiste à prendre une moyenne pondérée des prix en temps réel d'options d'achat et de vente hors du cours de l'indice S&P 500 et couvrant une certaine étendue de prix d'exercice. Notons que la volatilité donnée par le VIX est indépendante de tout modèle<sup>4</sup>.

La variance implicite utilisée est obtenue en prenant le carré du VIX. Les données du « nouveau » VIX peuvent être trouvées sur une base journalière qu'à partir de l'année

---

<sup>4</sup> Des explications détaillées sur le calcul du VIX peuvent être trouvées dans un livre blanc du CBOE : « VIX : CBOE Volatility Index », en ligne, <http://www.cboe.com/micro/vix/vixwhite.pdf>.

1990 seulement<sup>5</sup>. Cette contrainte est la cause directe de la petitesse des échantillons de données utilisés dans le cadre de ce travail. La variance implicite correspondant à une période  $h$  est obtenue en prenant le carré du VIX de la dernière journée de la période et en multipliant celui-ci par le nombre de mois compris dans la durée de la période.

#### 4.2. Variance réalisée et rendement du marché

Pour la deuxième partie constituante de la PRV, soit la variance réalisée, nous utilisons la même série de la variance réalisée que celle des travaux de Bandi et Perron (2008a et 2008b). Celle-ci est obtenue à partir des rendements journaliers de l'indice NYSE/Amex pondéré par la valeur et incluant les dividendes<sup>6</sup>, rendements dont nous nous servons également pour représenter le marché. La figure 1 illustre les séries mensuelles  $VI_t$ ,  $VR_t$ , et  $PRV_t$ . Le rendement net du marché agrégé à l'intérieur d'une période  $h$ , est donné par :

$$R_{t,t+h}^m = \prod_{j=1}^{\#h} \left( 1 + R_{t+\frac{j}{\#h}}^m \right) - 1,$$

où le rendement de la partie droite de l'équation est le rendement net du  $j$ -ième jour à l'intérieur de la période allant de  $t$  à  $t + h$ , le nombre de jours dans cette période étant désigné par  $\#h$ .

Afin de vérifier si des données à haute fréquence peuvent donner une PRV nous permettant d'obtenir de meilleurs résultats, nous avons recours à un autre type de rendements représentant le marché, ceux des Standard & Poor's Depository Receipts (SPDR). Ces derniers sont des fonds indiciels négociables en bourse (exchange traded funds) qui répliquent l'indice S&P 500. Deux séries de variance journalière sont utilisées : une première calculée à partir de rendements journaliers ( $VR_{s,t}$ , donnant la série  $PRV_{s,t}$ ) et une deuxième à partir de rendements aux cinq minutes ( $VR_{s5m,t}$ , donnant la série  $PRV_{s5m,t}$ )<sup>7</sup>. Cette dernière série est ajustée de façon à ce que sa moyenne égale celle de la précédente en la multipliant par un facteur qui représente l'effet du rendement entre la fermeture et l'ouverture. Fait à souligner, ces séries ne débutent qu'à partir du premier février 1993, ce qui restreint encore plus la taille de notre échantillon. De plus, elles sont

<sup>5</sup> Celles-ci peuvent être obtenues à partir site Internet du CBOE (voir note précédente).

<sup>6</sup> Ces rendements sont calculés par le Center for Research in Security Prices (CRSP). La série a été fournie par Benoît Perron. L'indice était calculé à partir d'environ 4139 titres boursiers en décembre 2006.

<sup>7</sup> Ces séries ont été fournies par Benoît Perron.

obtenues à partir de l'indice S&P 500, à la différence de la série  $PRV_{s,t}$  qui elle est obtenue à partir de l'indice NYSE/Amex qui inclut un nombre beaucoup plus grand de titres boursiers.

### 4.3. Rendements des portefeuilles et facteurs Fama-French

Dans les modèles utilisés dans ce travail, les rendements expliqués sont ceux d'un ensemble de 25 portefeuilles Fama-French<sup>8</sup>. Ceux-ci sont construits à partir des rendements mensuels pondérés par la valeur des titres boursiers du New York Stock Exchange, du American Stock Exchange et du NASDAQ aux intersections de cinq quantiles de taille et de cinq quantiles de ratio valeur comptable/cours de l'action. Les facteurs SMB (small minus big) et HML (high minus low) utilisés dans le modèle à trois facteurs Fama-French décrit plus loin sont obtenus à partir de six portefeuilles Fama-French construits à partir des rendements des mêmes titres aux intersections de deux quantiles de taille et de trois quantiles de valeur<sup>9</sup>. L'agrégation des rendements des portefeuilles et des facteurs SMB et HML se fait de la même façon que l'agrégation des rendements du marché.

### 4.4. Croissance de la consommation et CAY

Les données pour la croissance de la consommation concernent les biens non durables et les services à l'exclusion des chaussures et des vêtements aux États-Unis<sup>10</sup>. La croissance de la consommation est agrégée de la même façon que les rendements du marché. Le CAY de Lettau et Ludvigson a été calculé par ces derniers à partir de données relatives aux États-Unis<sup>11</sup>. Le CAY n'est jamais agrégé : pour une régression de rendements d'une période allant de  $t$  à  $t+h$ , on prend le CAY du trimestre précédant la période.

---

<sup>8</sup> Ces séries, de mêmes que des explications sur la constitution des portefeuilles, peuvent être trouvées sur le site Internet de Kenneth R. French : <http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/index.html>.

<sup>9</sup> Les séries des facteurs SMB et HML, de mêmes que des explications sur celles-ci, peuvent être trouvées sur le site Internet de Kenneth R. French (voir note 7).

<sup>10</sup> Les données sur la consommation peuvent être trouvées sur le site de Sydney C. Ludvigson : <http://www.econ.nyu.edu/user/ludvigsons/>.

<sup>11</sup> Voir note précédente pour la provenance des données.

## 4.5. Description des statistiques

Le tableau 1 nous donne des statistiques descriptives des principales séries trimestrielles de base utilisées dans ce travail. La moyenne du rendement du marché trimestriel est de 3,04 %. La persistance de la série est très faible et sa distribution légèrement asymétrique, avec des queues plus épaisses que la distribution normale. Les séries  $PRV_t$ ,  $VI_t$  et  $VR_t$  ont des asymétries positives et un plus grand aplatissement que celle du rendement du marché. La série  $PRV_t$  est la moins persistante des trois (0,22 contre 0,46 et 0,53 respectivement). Le taux de croissance de la consommation a une asymétrie négative, un aplatissement supérieur à trois et une faible persistance. Le CAY présente une asymétrie légèrement négative, un aplatissement inférieur à trois et une très grande persistance.

Les statistiques de portefeuilles Fama-French sont conformes aux caractéristiques empiriques des rendements boursiers. En effet, ceux-ci présentent peu d'asymétrie, peu d'autocorrélation et un aplatissement supérieur à trois. Sur les 25 portefeuilles, 20 ont des rendements trimestriels non annualisés entre 3,04 % et 4,78 % inclusivement, et 19 ont des écarts-type entre 7,15 % et 10,88 % inclusivement.

## 5. Modèles de formation de prix

Dans un premier temps, nous tentons de voir si les coefficients des régressions univariées des rendements des 25 portefeuilles Fama-French sur la PRV varient par rapport aux paramètres de taille et de valeur des firmes d'une façon qu'il nous permettrait de supposer que la PRV peut être prise comme mesure indirecte du facteur d'escompte stochastique. Dans un deuxième temps, nous présentons les modèles d'équilibre de formation de prix que nous utilisons afin de tester de pouvoir explicatif de la PRV. À l'exception du seul modèle à trois facteurs Fama-French, tous les modèles sont des versions conditionnées des modèles classiques CAPM et C-CAPM.

### 5.1. Régressions univariées des rendements sur la PRV

Nous estimons donc le modèle suivant pour chaque portefeuille en utilisant comme variable la PRV et la variance réalisée pour fins de comparaisons<sup>12</sup> :

---

<sup>12</sup>Dans toutes les régressions, les rendements sont exprimés en pourcentages, les variables relatives à des variances sont divisées par 100 et le CAY est multiplié par 100.

$$R_{t+h}^p = \kappa_h^p + \beta_h^p x_{t-h,t} + \varepsilon_{t,t+h}^p \quad x_{t-h,t} = PRV_{t-h,t}, VR_{t-h,t} \quad h = 4, 8, 12, 16, 20.$$

Dans le cas de la PRV, nous pouvons observer que les bêtas donnés par les régressions ont une tendance à diminuer avec l'augmentation de la taille, mais qu'ils ne semblent pas augmenter de façon très claire avec l'augmentation de la valeur (tableau 2). Si nous comparons avec la variance réalisée, nous voyons que les bêtas augmentent lorsque la taille diminue et augmentent quand la valeur augmente d'une façon qui se rapproche davantage d'une variation monotone. Les résultats relatifs à la variance réalisée sont conformes à ceux de Bandi et Perron (2008a) obtenus à partir d'un échantillon couvrant une période débutant au deuxième trimestre de 1952.

Cette première série de résultats tend à démontrer que dans le cas de la variance réalisée, l'échantillon utilisé n'affecte pas la façon dont varient les bêtas des régressions univariées en fonction de la taille et de la valeur. L'observation des bêtas des régressions univariées relatives à la PRV semble indiquer que cette dernière serait une variable moins appropriée à inclure dans des modèles CAPM et C-CAPM conditionnés que la variance réalisée. Nous poursuivons notre démarche en présentant les modèles d'équilibre.

## 5.2. Versions conditionnés des modèles CAPM et C-CAPM

Le point de départ est le modèle classique de formation de prix sous condition de non-arbitrage suivant :

$$1 = E_t \left[ M_{t+h} (1 + R_{t,t+h}^p) \right], \quad (1)$$

où la valeur « 1 » est le prix d'un portefeuille  $p$  conditionnel à l'information détenue en  $t$ ,  $R_{t,t+h}^p$  est le rendement futur du portefeuille après une période de  $h$  trimestres, et  $M_{t+h}$  est le facteur d'actualisation stochastique. En intégrant le rendement  $R_{t,t+h}^f$  d'un portfolio sans risque non corrélé avec le facteur d'escompte stochastique comme le fait Black (1972), et en généralisant au cas inconditionnel, l'équation initiale peut être transformée pour donner, comme le démontre Cochrane (2005), :

$$E(R_{t,t+h}^p) = E(R_{t,t+h}^f) + \left( \frac{\text{cov}(M_{t+h}, R_{t,t+h}^p)}{\text{var}(M_{t+h})} \right) \left( \frac{-\text{var}(M_{t+h})}{E(M_{t+h})} \right),$$

$$E(R_{t,t+h}^p) = E(R_{t,t+h}^f) + \beta_h^p \lambda_h.$$

Le modèle classique de formation de prix de départ peut donc être exprimé sous la



forme d'un modèle de type bêta. Ici,  $\beta_h^p$  est le coefficient de la régression de  $R_{t,t+h}^p$  sur le facteur d'escompte stochastique. Par conséquent, ce modèle implique que le rendement d'un portefeuille est proportionnel à son bêta, lequel est une mesure du risque non diversifiable d'un portefeuille car il est proportionnel à la covariance du rendement du portefeuille et du facteur d'escompte stochastique. Dans le cas de  $\lambda_h$ , celui-ci est le même pour tous les portefeuilles. Pour ce qui des facteurs de risques, ceux-ci peuvent être interprétés comme des prix de risque.

Le modèle général étant établi, nous devons définir le facteur d'escompte stochastique. En reprenant la démarche de Bandi et Perron (2008a), nous prenons comme point de départ  $M_{t+h} = c_{1t} + c_{2t}f_{t,t+h}$ . Ici,  $f_{t,t+h}$  correspond à un facteur de risque : dans la version du CAPM de ce modèle, le facteur est le rendement du marché sur un horizon de  $h$  trimestres et dans le cas du C-CAPM, le facteur est la croissance de la consommation sur le même horizon. De façon générale,  $c_{1t}$  et  $c_{2t}$  sont des coefficients variant dans le temps qui dépendent de variables macro au temps  $t$  et ce, d'une façon déterminée par la fonction d'utilité inconnue. Posons ensuite  $c_{1t} = a_1 + a_2x_t$  et  $c_{2t} = b_1 + b_2x_t$ , où  $x$  est une variable mesurable dans le temps en fonction de l'information détenue en  $t$ . À partir de l'équation (1), cela nous donne :

$$1 = E_t \left[ (a_1 + a_2x_t + b_1f_{t,t+h} + b_2(x_t f_{t,t+h})) (1 + R_{t,t+h}^p) \right],$$

ce qui nous permet ensuite de spécifier le modèle inconditionnel de type bêta suivant :

$$E(R_{t,t+h}^p) = E(R_{t,t+h}^f) + \sum_{i=1}^3 \beta_{h,i}^p \lambda_{h,i},$$

avec les bêtas de  $x_t$ ,  $f_{t,t+h}$ , et de la variable d'interaction  $x_t f_{t,t+h}$ , et les lambdas, c'est-à-dire les pentes correspondantes de la coupe transversale. Notons que seuls les lambdas associés aux facteurs de risque, c'est-à-dire les facteurs inconnus en  $t$ , ont une interprétation : ce sont les prix des risques représentés par ces facteurs. Les bêtas des facteurs sont quant à eux les quantités de risque.

En remplaçant  $x_t$  par  $PRV_{t-h,t}$ , la PRV entre  $t-h$  et  $t$ , nous testons l'utilité de la PRV dans la formation des prix en tant que variable de conditionnement. De la même façon, et pour fins de comparaison, nous testons l'utilité d'autres variables à l'aide des mêmes modèles CAPM et C-CAPM conditionnés afin de mieux évaluer la performance de la PRV.

### 5.3. Modèle à trois facteurs Fama-French

Le modèle à trois facteurs Fama-French (1993) est un des modèles les plus populaires parmi les modèles à facteurs et donne des résultats de loin supérieurs à ceux des modèles CAPM et C-CAPM. Ce modèle utilise comme facteurs le rendement du marché, et les deux facteurs Fama-French SMB et HML présentés précédemment. Ce choix de facteurs se justifie empiriquement par le constat que les moyennes historiques des rendements des firmes à petite capitalisation boursière et des firmes avec un ratio valeur comptable/cours de l'action élevé sont plus importantes que celles prédites par le CAPM. Ceci suggère que la taille (ou le facteur SMB) et la valeur (ou le facteur HML) sont corrélées à des facteurs de risque systématiques non pris en compte par le bêta unique du CAPM et que des primes de rendements distinctes leurs sont associées.

Malgré le succès du modèle à trois facteurs Fama-French, aucun consensus n'a encore été établi quant à l'interprétation des facteurs. Par ailleurs, il est intéressant de souligner que l'utilisation de 25 portefeuilles Fama-French affecte négativement la performance des modèles CAPM et C-CAPM puisqu'ils sont construits en fonction de la taille et de la valeur des firmes. Ces conditions difficiles sont plus propices à l'évaluation de modèle CAPM et C-CAPM conditionnés.

## 6. Évaluation des modèles et résultats

### 6.1. Méthode d'évaluation

Les modèles de formation des prix sont testés à l'aide d'une méthodologie à deux étapes. Dans un premier temps, après avoir agrégé les séries trimestrielles en fonction d'un horizon de  $h$  trimestres, nous estimons par les moindres carrés ordinaires (MCO) le vecteur des coefficients bêtas du modèle suivant pour chaque portefeuille :

$$R_{t,t+h}^p = \kappa_h^p + (\beta_h^p)' (x_t, f_{t,t+h}, x_t f_{t,t+h})' + \varepsilon_{t,t+h}^p \quad h = 1, 2, 4, 8, 12, 16, 20 \quad p = 1, 2, \dots, 25.$$

La deuxième étape est la régression par MCO de la coupe transversale des moyennes des rendements des portefeuilles sur leurs coefficients bêtas estimés lors de la première étape :

$$\frac{1}{h} \left( \frac{1}{T-h} \sum_{t=1}^{T-h} R_{t,t+h}^p \right) = \alpha_h + \lambda_h' \hat{\beta}_h^p + \varepsilon_h.$$

La division par  $h$  se justifie par la nécessité de convertir les rendements à des valeurs trimestrielles afin d'obtenir des lambdas pouvant être comparés d'un niveau d'agrégation à un autre.

L'évaluation des modèles se fait en prenant les  $R^2$  ajustés et en testant la significativité des lambdas par des tests de Student avec estimation des écart-types par les MCO, ce qui implique les hypothèses que les vraies erreurs de la première étape sont indépendantes et identiquement distribuées dans le temps et indépendantes des facteurs (Cochrane, 2005)<sup>13</sup>. Notons que de telles conditions ne sont pas nécessaires et que l'utilisation de la méthode des moments généralisés permet de trouver des écarts-types ne nécessitant que l'hypothèse d'absence de corrélation. Soulignons également l'existence d'autocorrélation des résidus de la régression de coupe transversale. Une régression par moindres carrés généralisés pourrait être plus efficace, mais beaucoup moins robuste en revanche.

L'exécution des tests de Student devrait normalement tenir compte du fait que l'utilisation de bêtas estimés dans la deuxième étape cause un problème d'erreur de mesure de variables qui induit un biais à la baisse dans l'estimation des écarts-types des lambdas. Une façon de corriger ce problème est d'inclure dans le calcul de ces derniers le multiplicateur de Shanken (1992) de façon à rendre les statistiques de Student normales asymptotiquement. Rappelons que nous n'utilisons pas cette correction et que les tests de significativité sont calculés en utilisant « naïvement » les écarts-types obtenus par les MCO. Nous commentons plus loin les implications de ce choix.

Nous pouvons constater ici que le regroupement des titres en portefeuilles réduit le nombre d'observations à 25 pour la deuxième régression. Par contre, si nos choix de facteur et variable s'avèrent relativement justes, les résidus de chacun des titres boursiers ne seront pas corrélés entre eux, la variance des résidus de chaque portefeuille s'en trouve fortement réduite, ce qui améliore par conséquent la précision des bêtas de la première régression. Pour ce qui est de la précision de l'estimation des lambdas, celle-ci est améliorée par la variété des bêtas. La construction de portefeuilles, par les bêtas qu'ils donnent, a ainsi un impact déterminant sur nos résultats.

---

<sup>13</sup>Voir le chapitre 12 de Cochrane (2005), pour des explication détaillées sur l'estimation des écarts-types des lambdas.

## 6.2. Évaluation des modèles conditionnés à la PRV

En comparant les  $R^2$  ajustés donnés par le modèle CAPM conditionné à la PRV à ceux donnés par le modèle CAPM (tableau 3), nous constatons que le premier modèle donne des  $R^2$  ajustés nettement plus élevés aux horizons (en nombre de trimestres) 1, 2, 8, 12, 16, et un peu moins élevés aux horizons 4 et 20. En examinant les lambdas obtenus par la deuxième étape de la méthodologie utilisée (tableau 4), nous observons que peu de lambdas de la PRV sont significatifs, c'est-à-dire, uniquement ceux correspondants aux horizons 8 et 16. De plus, ces deux lambdas sont négatifs. Étant donné que la PRV est une variable de prévision, son lambda ne peut être directement interprété. Intuitivement, il est difficile de voir comment serait rétribué un actif corrélé avec la PRV. Plus problématique est le fait que les lambdas du rendement du marché sont pour leurs parts négatifs et presque tous significatifs. Ces résultats sont contraires à ce qui est observé dans la réalité, de même qu'à la théorie du CAPM. Toutes choses étant égales par ailleurs, les titres de firmes dont les rendements sont fortement corrélés avec le marché sont plus risqués et devraient avoir des rendements moyens supérieurs. À ces rendements moyens supérieurs doivent donc être associés un prix du risque du marché (le lambda) positif. Les lambdas d'interaction sont pour leur part presque tous significatifs. Les tests joints (tableau 5) donnent également des résultats presque tous significatifs. La PRV semble donc avoir un certain pouvoir explicatif sauf à l'horizon 20 où aucun test n'est significatif.

Pour ce qui est du modèle C-CAPM conditionné à la PRV, les  $R^2$  ajustés qu'il donne sont tous plus élevés que ceux donnés par le C-CAPM. Cependant, si la différence est marquante aux horizons 1 et 2, elle est beaucoup plus faible aux horizons 8, 12, 16 et 20. Il n'existe qu'un seul lambda de la PRV significatif, celui à l'horizon trimestriel. Ce dernier est également négatif, mais le lambda du facteur de risque, le taux de croissance de la consommation, est lui, positif et significatif, ce qui est plus conforme avec ce à quoi nous devons nous attendre du modèle. En effet, plus un actif est corrélé positivement avec la croissance de la consommation, plus des rendements supérieurs doivent lui être associés. Ceci n'est possible que par un prix du risque positif. Encore une fois, nous avons des résultats problématiques avec des lambdas de taux de croissance de la consommation négatifs et significatifs aux horizons 4 et 16. Aucun lambda d'interaction

n'est significatif. Les tests joints donnent des résultats significatifs sauf aux horizons 16 et 20.

Nous avons testé les modèles CAPM et C-CAPM avec d'autres représentations de la PRV en utilisant les séries  $PRVs_t$  et  $PRVs5m_t$  décrites précédemment. Rappelons que la série  $PRVs5m_t$  est obtenue avec des rendements de haute fréquence. Les échantillons débutent au premier trimestre de 1993. Comme nous pouvons le voir, la comparaison des  $R^2$  ajustés révèle que ces modèles ne donnent pas de meilleurs résultats que les modèles conditionnés à la version principalement utilisée de la PRV.

Les résultats obtenus tendent à démontrer que le conditionnement à la PRV des modèles CAPM et C-CAPM n'améliore pas de façon convaincante les  $R^2$  ajustés et que l'utilisation de cette variable de prévision ne contribuerait pas à diminuer les erreurs de formation de prix de façon appréciable. Ces résultats sont aggravés par le fait que les statistiques de Student des lambdas ont été surestimées car nous n'avons pas utilisé le multiplicateur de Shanken dans le calcul des écarts-types. Afin de compléter notre analyse, nous passons maintenant à l'évaluation d'autres modèles.

### **6.3. Évaluation d'autres modèles**

En regardant les  $R^2$  ajustés obtenus par les quatre modèles CAPM et C-CAPM conditionnés à la variance réalisée et au CAY, nous constatons que ceux-ci sont supérieurs à ceux donnés par les modèles conditionnés à la PRV dans 24 cas sur 29. De plus, chacun des quatre modèles donne davantage de lambdas de variables de conditionnement significatives que le font les modèles conditionnés à la PRV correspondant. Tout comme pour les modèles CAPM et C-CAPM conditionnés à la PRV, les modèles conditionnés à la variance réalisée et au CAY donnent des lambdas de rendement du marché et de taux de croissance de la consommation négatifs et significatifs. Le modèle CAPM conditionné à la PRV donne généralement des lambdas d'interaction plus significatifs que les autres modèles CAPM conditionnés, surtout si on les compare à ceux donnés par le modèle CAPM conditionné au CAY dont aucun n'est significatif. Les tests joints du modèle CAPM conditionné à la PRV donnent d'ailleurs des résultats plus significatifs que le modèle CAPM conditionné au CAY à presque tous les horizons.

Comme attendu, le modèle Fama-French donne de meilleurs  $R^2$  ajustés que les modèles conditionnés à la PRV sauf à l'horizon 12 où il est dominé à ce titre par le modèle C-CAPM conditionné à la PRV. Les  $R^2$  ajustés du modèle Fama-French sont plus élevés que tous ceux des autres modèles aux horizons 1, 2 et 4 ainsi qu'à l'horizon mensuel. Pour ce qui est des autres horizons toutefois, la performance du modèle Fama-French se trouve dans la moyenne, si on inclut les résultats des modèles CAPM et C-CAPM, ce qui est très surprenant. Le modèle Fama-French donne même un  $R^2$  ajusté moins élevé que le C-CAPM à l'horizon 12. Ce modèle donne également cinq lambdas de rendement de marché négatifs et significatifs. Les lambdas des facteurs SMB et HML sont tous positifs et tous significatifs à l'exception de trois horizons pour le facteur SMB. Ces derniers résultats correspondent à ce à quoi on peut s'attendre : des prix positifs sont accordés aux risques représentés par la taille et la valeur des firmes.

Pour fins de vérification, nous avons cherché à reproduire les résultats Bandi et Perron (2008a) en calculant les  $R^2$  ajustés et les lambdas des modèles CAPM et C-CAPM conditionnés à la variance réalisée et au CAY, de même que ceux du modèle Fama-French à partir des mêmes données allant deuxième trimestre de 1952 au quatrième trimestre de 2006. Nos résultats correspondent à ceux des auteurs sauf pour le cas du modèle Fama-French qui pour nous se révèle légèrement moins performant<sup>14</sup>. Deux contrastes avec les résultats précédents sont importants à souligner ici. Premièrement la performance du modèle Fama-French domine largement celles des modèles CAPM et C-CAPM non conditionnés et conditionnés à la variance réalisée et au CAY. En effet, les  $R^2$  ajustés obtenus sont tous supérieurs à 70 %, ce qui est bien supérieur à ceux des autres modèles. Deuxièmement, aux horizons qui nous intéressent, nous avons obtenu seulement trois lambdas de rendement du marché négatifs et significatifs (dont deux à l'horizon mensuel) et aucun lambda de taux de croissance de la consommation négatif et significatif.

La comparaison avec les autres modèles ne nous donne pas de raison de croire que le conditionnement à la PRV des modèles CAPM et C-CAPM donne de meilleurs résultats que leur conditionnement à la variance réalisée et au CAY. Il est toutefois raisonnable de

---

<sup>14</sup>Nous ne donnons que les  $R^2$  ajustés dans le tableau 3. Les résultats détaillés relatifs à cette période peuvent être trouvés dans Bandi et Perron (2008a).

soutenir que notre évaluation est affectée par le fait que nous ne disposons de données pour la variance implicite que pour une période relativement courte. En effet, il est possible que les limites imposées à la période d'étude aient fait en sorte que les modèles ne se soient pas comportés de façon conforme à ce qui est généralement observé dans la littérature.

## **Conclusion**

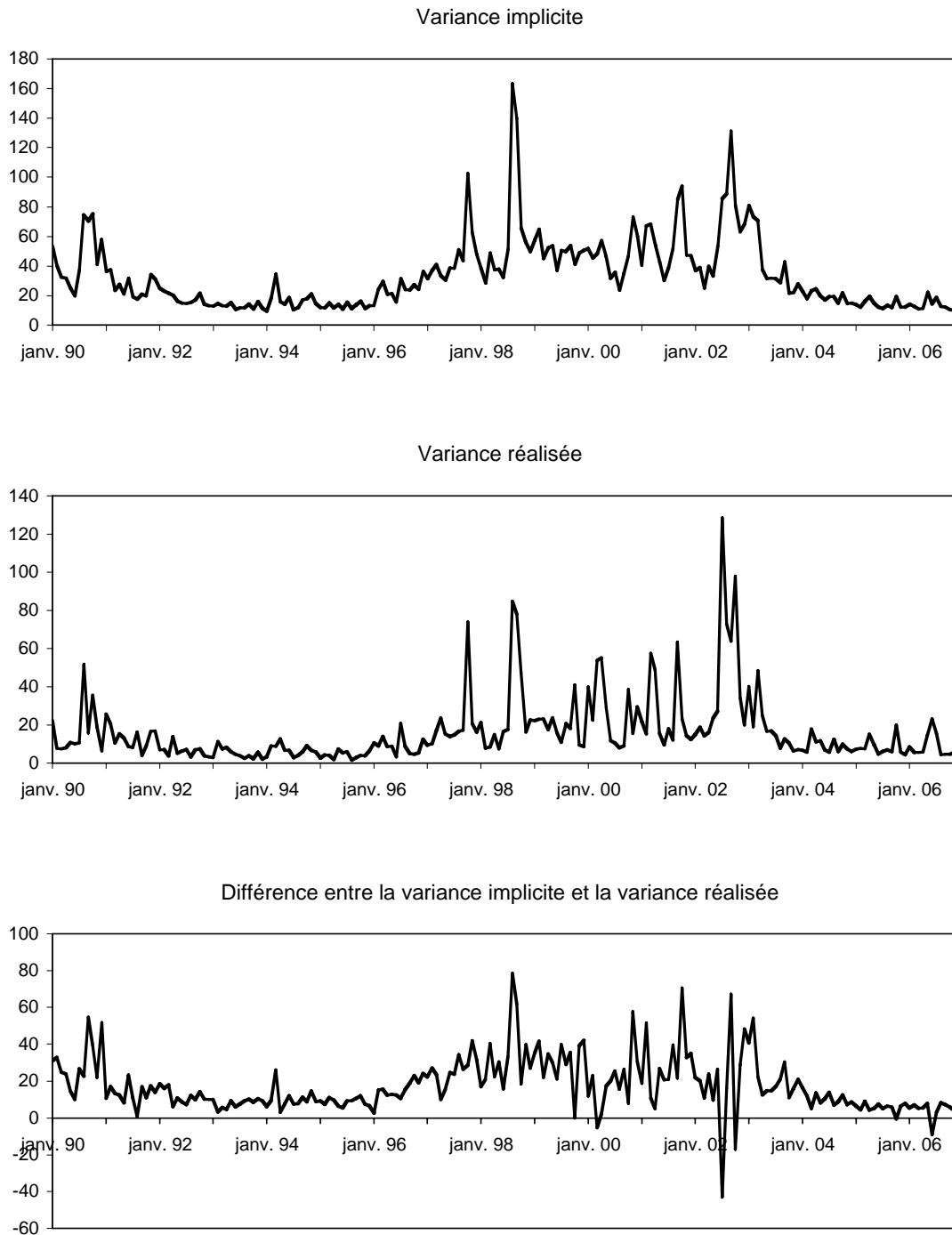
Le but de ce travail est de trouver si la PRV suit dans le temps les variations du facteur d'escompte stochastique de façon significative et si, employée comme mesure indirecte de celui-ci, elle peut contribuer à expliquer la formation de prix d'une coupe transversale de portefeuilles Fama-French. Les résultats obtenus sont plutôt négatifs. Premièrement, nous constatons que les bêtas des portefeuilles Fama-French relatifs à la PRV obtenus par régressions univariées n'augmentent pas de façon significative avec la valeur, ce qui contredit l'hypothèse de mesure indirecte du facteur d'escompte stochastique. Il est permis de supposer ici que la taille réduite de la période couverte par les données ne semble pas être en cause puisque celle-ci ne semble pas affecter aussi négativement la variation des bêtas relatifs à la variance réalisée.

Nous constatons également que les modèles CAPM et C-CAPM conditionnés à la PRV donnent des erreurs de formation de prix généralement supérieures aux versions de modèles conditionnées à la variance réalisée et au CAY. De plus, les coefficients lambdas de la PRV obtenus par la méthodologie à deux étapes sont peu souvent significatifs. Ces résultats nous poussent à conclure que nous ne pouvons pas rejeter l'hypothèse que la PRV n'est pas une variable significative quant à la prévision des rendements d'une coupe transversale de portefeuilles Fama-French. Les incongruités observées en analysant les résultats obtenus par tous les modèles peuvent nous laisser supposer que la période couverte par les données, de même que l'étendue de cette dernière sont en cause. Cependant, rien ne nous permet de croire que ces facteurs ont affecté la performance des modèles conditionnés à la PRV davantage que les autres.

## Bibliographie

- Bandi, F.M. et B. Perron, 2008a, « Past Market Variance and the Cross-Section of Stock Returns », projet d'article, Graduate School of Business, The University of Chicago; Département de sciences économiques, Université de Montréal.
- Bandi, F.M. et B. Perron, 2008b, « Long-run risk-return trade-offs », *Journal of Econometrics*, vol. 143, 349-374.
- Black, F., 1972, « Capital market equilibrium with restricted borrowing », *Journal of Business*, vol. 45, 444-455.
- Britten-Jones, M. et A. Neuberger, 2000, « Option Prices, Implied Price Processes, and Stochastic Volatility », *Journal of Finance*, vol. 55, 839-866.
- Bollerslev, T., G. Tauchen, H. Zhou, 2008, « Expected Stock Returns and Variance Risk Premia », projet d'article, Department of Economics, Duke University; Division of Research and Statistics, Federal Reserve Board.
- Britten-Jones, M. et A. Neuberger, 2000, « Option Prices, Implied Price Processes, and Stochastic Volatility », *Journal of Finance*, vol. 55, 839-866.
- Cochrane, J.H., 2005, *Asset Pricing*, Princeton University Press, Princeton.
- Fama, E.F. et K.R. French, 1993, « Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds », *Journal of Financial Economics*, vol. 33, 3-56.
- Jiang, G. et Y. Tian, 2005, « Model-Free Implied Volatility and Its Information Content », *Review of Financial Studies*, vol. 18, 1305-1342.
- Lettau, M. et S.C. Ludvigson, 2001a, « Consumption, aggregate wealth, and expected stock returns », *Journal of Finance*, vol., 56, 815-849.
- Lettau, M., et S.C. Ludvigson, 2001b, « Resurrecting the (C)CAPM: a cross-sectional test when risk premia are time-varying », *Journal of Political Economy*, vol. 109, 1238-1287.
- Shanken, J., 1992, « On the Estimation of Beta Pricing Models », *Review of Financial Studies*, vol. 5, 1-34.





**Figure 1 : Variance implicite, variance réalisée et prime de risque de la variance**

La variance implicite est obtenue à partir de l'indice VIX et la variance réalisée est obtenue à partir de l'indice NYSE/Amex pondéré par la valeur et incluant les dividendes. Les séries sont mensuelles, non annualisées et vont de Janvier 1990 à Décembre 2006.

**Tableau 1 : Statistiques descriptives**

	$PRV_t$	$VI_t$	$VR_t$	$R_{t+1}^m$	$\Delta C_{t+1}$	$CAY_t$
Moyenne	53,94	102,72	48,78	3,04	0,42	$0,35 \times 10^{-2}$
Écart-type	43,38	76,78	43,70	6,95	0,32	$1,82 \times 10^{-2}$
Asymétrie	1,56	2,03	2,55	-0,52	-0,84	-0,11
Aplatissement	6,48	8,30	11,40	3,82	4,63	1,94
Autocorrélation	0,22	0,46	0,53	-0,16	0,29	0,91

Portefeuilles :	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)
Moyenne	1,83	4,36	4,55	5,26	5,48	2,63	3,27	4,32	4,46	4,35	2,77	3,65	3,77	3,80	4,78
Écart-type	16,90	13,32	10,52	10,07	11,41	14,22	10,88	9,36	9,56	10,71	13,40	9,84	8,46	8,99	9,89
Asymétrie	0,23	-0,02	-0,02	-0,23	-0,1	-0,10	-0,39	-0,72	-0,67	-0,33	-0,06	-0,36	-0,75	-0,48	-0,37
Aplatissement	3,38	3,52	3,72	3,48	3,45	3,15	3,58	4,25	3,86	4,32	3,10	3,62	3,76	3,79	4,14
Autocorrélation	-0,06	-0,18	-0,16	-0,13	-0,12	-0,21	-0,31	-0,20	-0,26	-0,12	-0,19	-0,25	-0,20	-0,05	-0,04

Portefeuilles :	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)
Moyenne	3,57	3,58	3,96	4,11	3,87	3,04	3,41	3,27	3,19	3,31
Écart-type	12,56	8,72	8,56	8,24	8,89	8,93	7,79	7,15	7,49	8,84
Asymétrie	0,35	-0,56	-0,80	-0,90	-0,86	-0,08	-0,51	-0,61	-0,41	-0,81
Aplatissement	4,19	3,57	4,25	4,23	4,54	3,35	3,80	4,02	3,48	4,24
Autocorrélation	-0,17	-0,31	-0,12	-0,09	-0,26	-0,01	-0,18	-0,18	-0,01	0,04

Données trimestrielles allant de 1990-1 à 2006-4. La variance implicite ( $VI_t$ ) est obtenue à partir du VIX. La variance réalisée ( $VR_t$ ) et le rendement du marché ( $R_{t+1}^m$ ) sont obtenus à partir l'indice NYSE/Amex pondéré par la valeur et incluant les dividendes. La prime de risque de la variance ( $PRV_t$ ) est donnée par la différence entre  $VI_t$  et  $VR_t$ . La croissance de la consommation per capita ( $\Delta C_{t+1}$ ) et le ratio consommation/richeesse de Lettau et Ludvigson ( $CAY_t$ ) proviennent du site Internet de Sydney C. Ludvigson. Les rendements des portefeuilles proviennent du site Internet de Kenneth R. French. Ceux-ci sont construits pour représenter les intersections de cinq quantiles de taille et cinq quantiles de ratio valeur comptable/cours de l'action. Les quantiles de la taille vont de 1 pour la plus petite à 5 pour la plus grande et les quantiles pour la valeur vont de 1 pour la plus faible à 5 pour la plus élevée. Toutes les données sont en pourcentage et non annualisées sauf pour  $CAY_t$ .

**Tableau 2 : Bêtas de régressions univariées de 25 portefeuilles Fama-French sur la PRV et sur la variance réalisée**

PRV						VR					
h=4						h=4					
Valeur	Taille					Valeur	Taille				
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	2,63	1,59	1,45	1,59	1,57	1	8,72	4,08	2,68	3,14	-2,00
2	1,39	0,39	0,65	0,35	0,43	2	6,53	2,44	1,36	0,27	-1,72
3	1,19	-0,17	-0,15	0,32	0,18	3	5,25	1,29	-0,81	0,49	-2,32
4	1,16	-0,36	-0,11	0,22	-0,15	4	5,52	-0,40	1,46	1,96	-3,59
5	0,50	-0,37	0,2	-0,24	-1,42	5	5,42	3,11	3,59	1,23	-4,11
h=8						h=8					
Valeur	Taille					Valeur	Taille				
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	2,78	1,63	1,35	2,13	1,11	1	0,80	-1,48	-2,88	-2,65	-10,88
2	2,00	0,40	0,58	0,10	0,17	2	2,00	0,80	0,23	-1,20	-6,16
3	1,34	-0,21	-0,40	-0,13	-0,09	3	1,97	1,79	-1,41	-0,25	-5,57
4	1,38	-0,76	-0,09	0,45	-0,51	4	1,64	-0,51	0,45	1,05	-6,43
5	0,57	-0,07	0,32	-0,02	-1,04	5	3,03	2,74	2,39	0,68	-5,10
h=12						h=12					
Valeur	Taille					Valeur	Taille				
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	1,20	0,28	-0,10	0,57	-1,29	1	-0,70	-1,97	-2,98	-5,17	-15,14
2	1,19	0,39	0,33	-0,10	-1,01	2	0,88	0,13	-0,29	-2,05	-8,25
3	0,99	0,06	-0,53	-0,14	-0,95	3	0,78	2,32	-1,67	-0,87	-7,43
4	0,72	-0,70	-0,35	0,47	-1,47	4	1,14	-0,02	0,57	-0,72	-8,19
5	0,50	0,18	0,34	0,10	-1,07	5	4,93	2,43	1,38	-0,46	-6,12
h=16						h=16					
Valeur	Taille					Valeur	Taille				
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	0,19	-0,2	-0,53	-0,45	-3,00	1	-0,37	-0,93	-1,58	-6,08	-17,06
2	0,53	0,19	-0,05	-0,37	-1,74	2	1,17	-0,02	0,01	-2,01	-8,46
3	0,30	0,21	-0,55	-0,48	-1,41	3	0,52	3,95	-0,65	0,09	-7,75
4	0,23	-0,36	-0,31	-0,14	-1,84	4	1,96	2,20	2,53	-1,60	-8,31
5	0,39	0,06	0,13	-0,32	-1,33	5	8,69	3,22	1,38	-1,05	-7,01
h=20						h=20					
Valeur	Taille					Valeur	Taille				
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	-0,64	-0,84	-0,92	-1,45	-3,36	1	-1,37	-0,54	-0,21	-6,64	-14,08
2	0,02	-0,34	-0,46	-0,64	-1,91	2	0,00	-0,12	0,51	-1,37	-6,40
3	0,10	-0,06	-0,68	-0,78	-1,68	3	-0,45	5,90	1,09	1,75	-6,36
4	0,68	-0,35	-0,24	-0,90	-1,76	4	1,29	5,40	4,44	-2,27	-5,85
5	0,53	-0,41	-0,26	-0,95	-1,96	5	12,60	5,00	1,53	-0,18	-5,50

Voir le tableau 1 pour des explications sur les données.

**Tableau 3 :  $R^2$  ajustés (%) de régressions d'une coupe transversale de rendements de 25 portefeuilles Fama-French réalisées à partir de modèles de formation de prix**

Horizon (trimestres) :	1 mois	1	2	4	8	12	16	20
	Données trimestrielles de 1990-1 à 2006-4							
<i>Nb. d'observations</i>	203	67	65	61	53	45	37	29
<b>Modèles de base</b>								
CAPM	60,30	19,87	32,46	48,54	28,07	18,61	14,85	35,56
C-CAPM	-	-1,44	-0,83	37,85	45,67	38,09	27,73	29,09
FF à trois facteurs	63,34	69,27	69,53	59,86	49,05	32,22	31,99	36,87
<b>CAPM conditionné</b>								
$PRV_t$	59,00	39,53	59,82	43,95	51,69*	45,70	56,79*	31,42
$VR_t$	62,67	56,62*	54,69*	58,60*	54,19	58,49	58,02	65,95
$CAY_t$	-	42,05*	31,54	44,28	55,34	50,90	53,22*	47,14*
<b>C-CAPM conditionné</b>								
$PRV_t$	-	27,25*	24,82	42,02	46,42	41,27	28,99	31,60
$VR_t$	-	35,26*	-1,02	66,91*	60,04*	49,22	66,66	39,04
$CAY_t$	-	48,36*	40,05	45,07	53,50	50,12*	66,00*	48,10*

\*Cas où le coefficient lambda de la variable de conditionnement est significatif au niveau 5 % suite à un test de Student bilatéral.

Voir le tableau 1 pour des explications sur les données.

**Tableau 3 (suite) :  $R^2$  ajustés (%) de régressions d'une coupe transversale de rendements de 25 portefeuilles Fama-French réalisées à partir de modèles de formation de prix**

Horizon (trimestres) :	1 mois	1	2	4	8	12	16	20
Données trimestrielles de 1993-2 à 2006-4								
<i>Nb. d'observations</i>	166	54	52	48	40	32	24	
<b>CAPM conditionné</b>								
$PRV_t$	65,35	55,44*	62,40	44,34	53,60*	58,40	79,00	
$PRVs_t$	65,53	46,54	54,63	44,77	46,92*	58,13	79,01	
$PRVs5m_t$	66,12	34,70	56,72	47,13	50,44*	58,23	79,03	
$VR_t$	68,81	62,70	65,62*	51,24*	60,32	58,92	69,76*	
$CAY_t$	-	49,77*	42,58	41,94*	64,70	62,71*	73,04*	
<b>C-CAPM conditionné</b>								
$PRV_t$	-	9,60	49,33*	44,55	51,23	54,55	65,13	
$PRVs_t$	-	31,34	35,07	44,24	51,23	57,17	63,62	
$PRVs5m_t$	-	22,29	41,20	44,45	52,01	57,96	63,87	
$VR_t$	-	16,42	48,70*	56,66*	51,45	55,03	75,23	
$CAY_t$	-	49,16	39,36	41,90	50,89	50,41	75,27*	
Données trimestrielles de 1952-2 à 2006-4								
<i>Nb. d'observations</i>	656	218	216	212	204	196	188	180
<b>Modèles de base</b>								
CAPM	22,99	-1,13	-2,36	-1,65	20,44	15,76	-0,74	-4,25
C-CAPM	-	9,00	21,25	29,51	23,96	16,43	8,41	-1,18
FF à trois facteurs	71,72	73,59	73,78	74,30	75,05	78,06	79,07	78,54
<b>CAPM conditionné</b>								
$VR_t$	70,18*	49,10*	55,33*	69,82*	48,75*	60,47*	42,72*	33,14*
$CAY_t$	-	40,62*	28,96*	24,61*	37,34*	49,17*	66,07*	78,39*
<b>C-CAPM conditionné</b>								
$VR_t$	-	5,05	14,55	66,93	56,85*	71,41*	69,11	54,32*
$CAY_t$	-	53,99	45,35	50,42	46,11*	35,97*	33,52*	38,93*

\*Cas où le coefficient lambda de la variable de conditionnement est significatif au niveau 5 % suite à un test de Student bilatéral.

Voir le tableau 1 pour des explications sur les données.

**Tableau 4 : Lambdas de régressions d'une coupe transversale de rendements de 25 portefeuilles Fama-French réalisées à partir de modèles de formation de prix**

Données trimestrielles de 1990-1 à 2006-4

h	Fama-French à trois facteurs				CAPM conditionné à $PRV_t$				CAPM conditionné à $VR_t$				CAPM conditionné au $CAY_t$			
	const.	$R_{t+1}^m$	$SMB_{t+1}$	$HML_{t+1}$	const.	$R_{t+1}^m$	$PRV_t$	inter.	const.	$R_{t+1}^m$	$VR_t$	inter.	const.	$R_{t+1}^m$	$CAY_t$	inter.
mens.	2,31 (5,9)*	-1,14 (-3,2)*	0,24 (2,6)*	0,47 (5,1)*	2,65 (9,6)*	-1,40 (-5,5)*	-0,04 (-1,2)	-0,31 (-2,8)*	2,37 (5,4)*	-1,15 (-2,7)*	-0,04 (-1,0)	-0,60 (-4,0)*	-	-	-	-
1	6,77 (5,8)*	-3,26 (-3,1)*	0,95 (3,3)*	1,48 (5,4)*	7,38 (5,5)*	-3,83 (-3,0)*	0,19 (1,4)	-3,59 (-3,7)*	5,33 (6,1)*	-1,75 (-2,3)*	-0,18 (-1,5)*	-4,42 (-5,5)*	5,39 (7,9)*	-1,75 (-3,2)*	-1,61 (-3,3)*	-2,31 (-0,6)
2	6,85 (5,7)*	-3,44 (-3,0)*	1,07 (3,6)*	1,79 (6,5)*	8,18 (7,5)*	-4,40 (-4,3)*	0,00 (0,0)	-10,21 (-5,8)*	9,45 (6,6)*	-5,55 (-4,0)*	0,37 (3,6)*	-1,58 (-1,8)	6,53 (7,1)*	-2,63 (-3,3)*	-0,51 (-1,4)	-0,08 (0,0)
4	5,60 (4,1)*	-2,29 (-1,7)	1,13 (2,9)*	1,85 (5,3)*	8,49 (7,0)*	-4,63 (-3,6)*	0,05 (0,2)	-11,52 (-2,8)*	8,83 (10,5)*	-5,39 (-6,0)*	0,17 (3,6)*	-8,07 (-3,9)*	8,82 (6,1)*	-4,90 (-3,4)*	-0,21 (-1,3)	-5,07 (-1,5)
8	5,53 (3,2)*	-2,17 (-1,3)	0,77 (1,5)	2,08 (4,6)*	6,72 (12,1)*	-3,15 (-4,8)*	-0,49 (-2,8)*	-50,56 (-4,5)*	4,85 (3,8)*	-1,32 (-1,0)	0,11 (1,6)	-7,19 (-1,0)	5,74 (9,0)*	-2,29 (-3,0)*	-0,02 (-0,2)	3,00 (1,6)
12	6,07 (3,6)*	-2,33 (-1,4)	0,88 (1,3)	1,99 (3,6)*	6,82 (9,4)*	-2,95 (-3,5)*	-0,13 (-0,2)	-58,9 (-3,0)*	6,01 (7,5)*	-2,10 (-2,4)*	0,05 (1,1)	-20,47 (-3,0)*	5,95 (11,0)*	-2,16 (-3,2)*	-0,07 (-1,5)	3,67 (1,5)
16	6,65 (4,9)*	-3,15 (-2,2)*	0,97 (1,2)	2,18 (3,2)*	8,38 (10,4)*	-4,62 (-5,3)*	-4,31 (3,2)*	-200,2 (5,2)*	6,77 (9,3)*	-3,11 (-3,7)*	0,02 (0,4)	-41,26 (-4,4)*	5,94 (5,86)*	-(2,42) (-2,3)*	-0,12 (-3,1)*	3,4 (1,5)
20	-3,30 (-1,6)	5,44 (2,7)*	3,18 (4,1)*	3,20 (4,6)*	6,61 (2,3)*	-4,04 (-1,4)	0,53 (0,4)	-29,13 (-0,3)	1,11 (0,8)	1,39 (0,9)	0,11 (1,2)	-6,33 (-0,7)	2,10 (1,0)	0,09 (0,0)	-0,18 (-2,5)*	-0,51 (-0,1)

\*Cas où le coefficient est significatif au niveau 5 % suite à un test de Student bilatéral.  
Voir le tableau 1 pour des explications sur les données.

**Tableau 4 (suite) : Lambdas de régressions d'une coupe transversale de rendements de 25 portefeuilles Fama-French réalisées à partir de modèles de formation de prix**

Données trimestrielles de 1990-1 à 2006-4

h	C-CAPM conditionné à $PRV_t$				C-CAPM conditionné à $VR_t$				C-CAPM conditionné au $CAY_t$			
	const.	$\Delta C_{t+1}$	$PRV_t$	inter.	const.	$\Delta C_{t+1}$	$VR_t$	inter.	const.	$\Delta C_{t+1}$	$CAY_t$	inter.
1	4,85 (8,0)*	0,30 (2,5)*	-0,26 (-3,4)*	0,12 (1,5)	4,88 (14,7)*	0,36 (2,7)*	-0,36 (-3,9)*	0,11 (1,2)	5,04 (17,6)*	0,15 (1,8)	-1,17 (-2,2)*	-0,19 (-0,6)
2	3,35 (6,0)*	0,04 (0,3)	-0,23 (-1,8)	-0,33 (-1,9)	3,97 (15,8)*	-0,14 (-1,1)	-0,02 (-0,1)	-0,25 (-1,2)	5,27 (9,9)*	0,05 (0,5)	-0,36 (-1,0)	-0,02 (-0,1)
4	4,42 (18,4)*	-0,18 (-3,0)*	-0,26 (-0,8)	-1,24 (-1,9)	4,86 (24,6)*	0,00 (0,0)	0,25 (3,7)*	0,28 (1,2)	5,61 (11,4)*	-0,09 (-1,1)	-0,16 (-0,9)	-0,21 (-0,7)
8	4,69 (18,6)*	-0,11 (-1,9)	0,04 (0,2)	-1,54 (-1,7)	6,65 (10,3)*	-0,08 (-2,0)*	0,16 (2,3)*	-0,20 (-0,6)	5,13 (16,7)*	-0,06 (-1,0)	-0,11 (-1,5)	-0,22 (-0,9)
12	3,97 (8,7)*	-0,04 (-0,6)	-0,07 (-0,2)	-2,34 (-1,1)	6,42 (8,7)*	-0,17 (-4,2)*	0,05 (1,0)	-1,12 (-2,5)*	6,62 (8,4)*	-0,11 (-2,5)*	-0,14 (-2,4)*	-0,18 (-0,8)
16	4,29 (11,1)*	-0,16 (-3,2)*	-0,67 (-1,3)	-7,34 (-1,7)	6,09 (14,7)*	-0,12 (-3,7)*	-0,04 (-0,7)	-1,65 (-3,5)*	4,29 (9,9)*	-0,08 (-2,7)*	-0,11 (-4,6)*	-0,11 (-0,7)
20	5,91 (5,7)*	-0,04 (-1,0)	1,55 (1,7)	15,23 (1,7)	7,01 (6,7)*	-0,08 (-3,0)*	-0,09 (-0,7)	-1,30 (-1,2)	5,10 (4,3)*	-0,05 (-1,5)	-0,17 (-4,8)*	-1,55 (-5,0)*

\*Cas où le coefficient est significatif au niveau 5 % suite à un test de Student bilatéral.  
Voir le tableau 1 pour des explications sur les données.

**Tableau 5 : Tests joints des lambdas des facteurs de risques et des facteurs d'interaction de régressions d'une coupe transversale de rendements de 25 portefeuilles Fama-French réalisées à partir de modèles de formation de prix**

Données trimestrielles de 1990-1 à 2006-4

h	Fama-French à trois facteurs	CAPM cond. à $PRV_t$	CAPM cond. à $VR_t$	CAPM cond. au $CAY_t$	C-CAPM cond. à $PRV_t$	C-CAPM cond. à $VR_t$	C-CAPM cond. au $CAY_t$
mens.	17,2*	4,93*	8,52*	-	-	-	-
1	19,18*	8,22*	16,67*	5,97*	5,89*	8,03*	6,06*
2	25,7*	18,12*	15,79*	1,31	4,34*	1,08	2,17
4	19,31*	3,95*	12,29*	1,16	8,02*	20,45*	0,64
8	19,31*	10,14*	7,08*	3,39	6,20*	18,25*	4,52*
12	6,64*	10,09*	10,78*	6,67*	7,34*	12,37*	3,92*
16	6,75*	13,53*	17,98*	7,05*	2,61	25,48*	14,75*
20	7,29*	1,37	6,86*	3,12	1,44	4,97*	12,49*

\*Résultat supérieur à la valeur critique d'une statistique  $F(2,21)$  au niveau 5 %, soit 3,47.  
Voir le tableau 1 pour des explications sur les données.