

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

THÈSE PRÉSENTÉE À  
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À TROIS-RIVIÈRES COMME  
EXIGENCE PARTIELLE  
DU DOCTORAT EN INGÉNIERIE  
OFFERT EN EXTENSION  
EN VERTU D'UN PROTOCOLE D'ENTENTE AVEC  
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À CHICOUTIMI

Par

FAYÇAL MIJIYAWA

FORMULATION, CARACTÉRISATION, MODÉLISATION ET PRÉVISION  
DU COMPORTEMENT THERMOMÉCANIQUE DES PIÈCES PLASTIQUES  
ET COMPOSITES DE FIBRES DE BOIS : APPLICATION AUX  
ENGRENAGES

(FORMULATION, CHARACTERIZATION, MODELING AND PREDICTION  
OF THE THERMOMECHANICAL BEHAVIOR OF PLASTIC PARTS AND  
WOOD FIBER COMPOSITES: APPLICATION TO GEARS)

JANVIER 2018

# UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À TROIS-RIVIÈRES

DOCTORAT EN INGÉNIERIE (PH.D.)

Programme offert par l'Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)

**en extension avec**

L'Université du Québec à Trois-Rivières (UQTR)

FORMULATION, CARACTÉRISATION, MODÉLISATION ET PRÉVISION DU  
COMPORTEMENT THERMOMÉCANIQUE DES PIÈCES PLASTIQUES ET  
COMPOSITES DE FIBRES DE BOIS : APPLICATION AUX ENGRENAGES

---

Prof. Demagna Koffi, directeur de recherche

Université du Québec à Trois-Rivières

---

Prof. Fouad Erchiqui, codirecteur de recherche Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue

---

Prof. Lotfi Toubal, président du jury

Université du Québec à Trois-Rivières

---

Prof. K.A. Kassegne, évaluateur externe

Université de Lomé du Togo

---

Prof. G.D. Ngoma, évaluateur externe

Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue

Thèse soutenue le 18 Octobre 2017

## **DÉDICACE**

*« Une famille, la santé, des amis c'est tout ce qui compte dans la vie, le reste n'est qu'un surplus auquel on attache plus ou moins d'attention »*

**Coralie Thévenet**

## **AU NOM D'ALLAH LE TOUT MISÉRICORDIEUX, LE TRÈS MISÉRICORDIEUX !**

Je dédie cette thèse de doctorat à ma famille, mon père EL-HADJ MIJIYAWA Issifou, ma mère MILIGA Rabiadou et à mes frères et sœurs, qui m'ont encouragé tout le long de mes études. Malgré que vous soyez de l'autre côté de la mer, vous êtes toujours près de moi.

## **IN THE NAME OF ALLAH, MOST GRACIOUS, MOST MERCIFUL!**

I dedicate this PhD thesis to my family, my father EL-HADJ MIJIYAWA Issifou, my mother MILIGA Rabiadou and my brothers and sisters, who encouraged me throughout my studies. Although you are on the other side of the sea, you are near me.

## REMERCIEMENTS

Le travail d'une thèse représente effectivement des heures de travail difficile, solitaire; le milieu du laboratoire est empreint de restrictions, de règles, de rigueur dans les manipulations, même dans la tenue vestimentaire. Pourtant, le doctorat en soi est loin d'être dénué de vie, de créativité et d'interactions. Il s'agit avant tout d'un parcours très humain, d'un projet plein d'influences et d'entraves, de réflexions, d'évolution et de liens tissés, transformés. En effet, l'entreprise d'un doctorat en est une de longue haleine et est aussi une épopée souvent parcourue à l'une des époques les plus belles, riches et vivantes de notre évolution comme étudiant, comme jeune adulte et futur professionnel. L'apprentissage des études doctorales trouve une part précieuse de sa valeur dans le fait qu'il est enrichi des parcours parallèles de nos collègues, de nos superviseurs, de nos collaborateurs et aussi de nos proches.

Cette section de remerciements est à mon avis la plus satisfaisante à écrire de toute ma thèse. Qu'il me soit permis de témoigner ma reconnaissance et toute ma gratitude à mon directeur de thèse, le docteur Demagna Koffi, qui est un modèle professionnel pour sa gestion calme de son temps pourtant si chargé de responsabilités importantes et bien sûr pour sa maîtrise remarquable de notre domaine, à la fois comme ingénieur et comme professeur, pédagogue et chercheur. Demagna, merci pour ta disponibilité, ta sensibilité aux contextes personnels à travers lesquels j'ai tenté d'atteindre tous les objectifs de mon doctorat, merci pour ton ouverture à mon caractère, merci pour la liberté que tu m'as laissée en me témoignant ta confiance dans mes travaux. À un certain moment, je ne pensais pas poursuivre cette thèse, mais tu m'as soutenu; ton soutien m'a permis d'avoir confiance en moi afin d'aboutir aux objectifs fixés. Encore une fois merci.

À mon codirecteur, docteur Kokta Bohuslav-Vaclav, je dis merci de m'avoir accueilli au Centre de recherche sur les matériaux lignocellulosiques (CRML) à

Trois-Rivières. Malgré ton état de santé, tu t'es montré présent durant toute cette thèse. Je te remercie pour ta générosité, pour tes bonnes actions qui m'ont permis d'avoir accès rapidement à certains équipements du CRML. Au CRML, je dis merci à Isabelle Boulan, technicienne en fabrication mécanique, qui, malgré son emploi du temps chargé, est toujours disponible pour réparer la machine de fabrication du composite (Brabender). Isabelle, ton sourire va me manquer. Je dis aussi merci à tout le personnel du Centre que j'ai eu à côtoyer; vos précieux conseils m'ont aidé tout au long de cette recherche.

Je remercie l'Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue (UQAT), qui m'a accordé son soutien financier tout au long de ce travail et m'a ainsi permis de réaliser cette thèse avec comme codirecteur Fouad Erchiqui, merci Fouad.

Je remercie aussi les professeurs du Laboratoire de mécanique et écomatériaux (LMEM), en particulier le professeur Lotfi Toubal pour son sens d'écoute, sa disponibilité, son apport m'a permis d'améliorer les résultats de mes recherches.

Je remercie aussi tous les stagiaires qui ont travaillé avec moi. Merci donc à Maxime Brouillard, Sébastien Bono, Alain Michel de Charleville-Mézières, Mohamed Habib du Polytechnique de Tunis.

Je n'oublie pas bien évidemment de remercier mes amis comme Jean-Maxime Lemerise, Lynne Champoux-Williams, Martine Senécal qui m'ont toujours suivi avec intérêt et qui m'ont apporté leur précieuse aide (corrections du document, motivation à aller au bout de la thèse...).

## RÉSUMÉ

Cette étude permet d'adapter des matériaux composites thermoplastiques à fibres de bois aux engrenages, de fabriquer de nouvelles générations d'engrenages et de prédire le comportement thermique de ces engrenages.

Après une large revue de la littérature sur les matériaux thermoplastiques (polyéthylène et polypropylène) renforcés par les fibres de bois (bouleau et tremble), sur la formulation et l'étude du comportement thermomécanique des engrenages en plastique-composite; une relation a été établie avec notre présente thèse de doctorat.

En effet, beaucoup d'études sur la formulation et la caractérisation des matériaux composites à fibres de bois ont été déjà réalisées, mais aucune ne s'est intéressée à la fabrication des engrenages. Les différents techniques de formulation tirées de la littérature ont facilité l'obtention d'un matériau composite ayant presque les mêmes propriétés que les matériaux plastiques (nylon, acétal...) utilisés dans la conception des engrenages.

La formulation des matériaux thermoplastiques renforcés par les fibres de bois a été effectuée au Centre de recherche en matériaux lignocellulosiques (CRML) de l'Université du Québec à Trois-Rivières (UQTR), en collaboration avec le département de Génie Mécanique, en mélangeant les composites avec deux rouleaux sur une machine de type Thermotron-C.W. Brabender (modèle T-303, Allemand) ; puis des pièces ont été fabriquées par thermocompression.

Les thermoplastiques utilisés dans le cadre de cette thèse sont le polypropylène (PP) et le polyéthylène haute densité (HDPE), avec comme renfort des fibres de bouleau et de tremble. À cause de l'incompatibilité entre la fibre de bois et le thermoplastique, un traitement chimique à l'aide d'un agent de couplage a été réalisé pour augmenter les propriétés mécaniques des matériaux composites.

Pour les composites polypropylène/bois :

- Les modules élastiques et les contraintes à la rupture en traction des composites PP/bouleau et PP/tremble évoluent linéairement en fonction du taux de fibres, avec ou sans agent de couplage (Maléate de polypropylène MAPP). De plus, l'adhérence entre les fibres de bois et le plastique est améliorée en utilisant seulement 3 % MAPP, entraînant donc une augmentation de la contrainte maximale bien qu'aucun effet significatif ne soit observé sur le module d'élasticité.
- Les résultats obtenus montrent que, en général, les propriétés en traction des composites polypropylène/bouleau, polypropylène/tremble et polypropylène/bouleau/ tremble sont très semblables. Les composites plastique-bois (WPCs), en particulier ceux contenant 30 % et 40 % de fibres, ont des modules élastiques plus élevés que certains plastiques utilisés dans l'application des engrenages (ex. Nylon).

Pour les composites polyéthylène/bois, avec 3%Maléate de polyéthylène (MAPE):

- Tests de traction : le module élastique passe de 1.34 GPa à 4.19 GPa pour le composite HDPE/bouleau, alors qu'il passe de 1.34 GPa à 3.86 GPa pour le composite HDPE/tremble. La contrainte maximale passe de 22 MPa à 42.65 MPa pour le composite HDPE/bouleau, alors qu'elle passe de 22 MPa à 43.48 MPa pour le composite HDPE/tremble.
- Tests de flexion : le module élastique passe de 1.04 GPa à 3.47 GPa pour le composite HDPE/bouleau et à 3.64 GPa pour le composite HDPE/tremble. La contrainte maximale passe de 23.90 MPa à 66.70 MPa pour le composite

HDPE/bouleau, alors qu'elle passe à 59.51 MPa pour le composite HDPE/tremble.

- Le coefficient de Poisson déterminé par impulsion acoustique est autour de 0.35 pour tous les composites HDPE/bois.
- Le test de dégradation thermique TGA nous révèle que les matériaux composites présentent une stabilité thermique intermédiaire entre les fibres de bois et la matrice HDPE.
- Le test de mouillabilité (angle de contact) révèle que l'ajout de fibres de bois ne diminue pas de façon significative les angles de contact avec de l'eau parce que les fibres de bois (bouleau ou tremble) semblent être enveloppées par la matrice sur la surface des composites, comme le montrent des images prises au microscope électronique à balayage MEB.
- Le modèle de Lavengooof-Goettler prédit mieux le module élastique du composite thermoplastique/bois.
- Le HDPE renforcé par 40 % de bouleau est mieux adapté pour la fabrication des engrenages, car le retrait est moins important lors du refroidissement au moulage.

Afin de mieux prédire le comportement thermique des engrenages (30 dents dans cette thèse), les paramètres intrinsèques du matériau composite déterminés sont :

- Module élastique  $E$
- Masse volumique  $\rho$
- Coefficient de Poisson  $\nu$
- Conductibilité thermique  $k$
- Chaleur spécifique  $C$
- Coefficient d'amortissement  $\tan \delta$

Le test de DMA (analyse mécanique dynamique) nous révèle que le module de stockage  $E'$  diminue avec la température, mais augmente avec le taux de fibres de bois. Le module de perte  $E''$  augmente à basse température, atteint un maximum, puis diminue à haute température, mais augmente aussi avec le taux de fibre de bois. Enfin, un dernier paramètre, le taux d'amortissement  $\tan \delta$  augmente avec la température, mais diminue en fonction du taux de fibres.

Les essais expérimentaux sur les engrenages en composite HDPE/40%bouleau, désigné « GEAR40B » ( $Z_1=Z_2=30$ ), donnent les résultats suivants :

- Le couple admis par les engrenages à une vitesse de 500 tr/min est 12.5 N.m.
- À 500 tr/min, la température d'équilibre  $T_b$  augmente de 43.5 % (33.79 °C à 48.52 °C), alors qu'à 1000 tr/min, elle augmente de 50.71 % (35.45 °C à 53.43 °C).
- $T_b$  augmente de 5 %, 8 %, 9 % et 10 % respectivement pour les couples 2.5 N.m, 5 N.m, 7.5 N.m et 10 N.m quand on double la vitesse de rotation (500 tr/min à 1000 tr/min).
- $T_b$  diminue au fur à mesure qu'on s'éloigne du point de contact, en allant vers le centre de l'engrenage.

Quant à la simulation thermomécanique avec MATLAB sur les engrenages « GEAR40B » ( $Z_1=Z_2=30$ ), les résultats sont les suivants :

- Les températures d'équilibre maximales sont sur le flanc chargé de l'engrenage. On observe une diminution de la température d'équilibre non seulement en allant vers le flanc non chargé, mais aussi en allant vers le centre de l'engrenage.

- Tout comme dans le cas de la méthode expérimentale, la température d'équilibre moyenne  $T_b$  évolue linéairement indépendamment de la vitesse de rotation (500 tr/min ou 1000 tr/min) en fonction du couple appliqué.

La simulation numérique semble mieux prédire la température d'équilibre à la vitesse de 500 tr/min; alors qu'à 1000 tr/min, on remarque une divergence du modèle.

## **ABSTRACT**

This study allows to adapt wood-plastic composites (WPCs) to gears, to create new gears generations and to predict the thermal behaviour of these gears.

After a major review of the literature on thermoplastic materials (polyethylene and polypropylene) reinforced by wood fibers (birch and aspen), on the formulation and the thermomechanical behaviour study of composite plastic gears; a relationship has been established with our current PhD thesis.

Indeed, many studies on the formulation and characterization of the WPCs have already been carried out, but none has focused on gears manufacturing. The various formulation techniques of the literature have facilitated the production of a composite material having almost the same characteristics as the plastic materials (nylon, acetal, etc.) used in the gears design.

The WPCs formulation was carried out at the Research Center for Lignocellulosic Materials of the University of Quebec at Trois-Rivières (UQTR), in collaboration with the Department of Mechanical Engineering, by blending composites with two rolls of Thermotron-C.W. Brabender machine (German model T-303), then parts were made by thermocompression.

Thermoplastics used in this thesis are polypropylene (PP) and high-density polyethylene (HDPE), with birch and aspen fiber as reinforcement. Because of the incompatibility between wood fiber and thermoplastic, a chemical treatment using a coupling agent has been performed to increase the mechanical properties of WPCs.

For polypropylene/wood composites:

- Elastic moduli and tensile strengths of PP/birch and PP/aspen composites evolve linearly with the rate of fibres, with or without coupling agent

(maleated polypropylene, MAPP). In addition, the adhesion between the wood fibers and the plastic is improved using only 3% MAPP, thus resulting in an increase in the tensile strength although no significant effect is observed on the Elastic modulus.

- The results obtained show that, in general, the tensile properties of the PP/birch, PP/aspen and PP/birch/aspen composites are very similar. WPCs, especially those containing 30% and 40% wood fibers, have higher elastic moduli than some plastics used for gears application (e.g. Nylon).

For polyethylene/wood composites, with 3% Maleated polyethylene (MAPE):

- Tensile tests: the elastic modulus increases from 1.34 GPa to 4.19 GPa for the HDPE/birch composite, while it goes from 1.34 GPa to 3.86 GPa for the HDPE/aspen composite. The tensile strength increased from 22 MPa to 42.65 MPa for the HDPE/birch composite, while it increased from 22 MPa to 43.48 MPa for the HDPE/aspen composite.

- Flexural tests: the elastic modulus increases from 1.04 GPa to 3.47 GPa for the HDPE/birch composite and to 3.64 GPa for the HDPE/aspen composite. The flexural strength increases from 23.90 MPa to 66.70 MPa for the HDPE/birch composite, while it increases to 59.51 MPa for the HDPE/aspen composite.

- The Poisson's ratio determined by the acoustic pulse is around 0.35 for all HDPE/wood composites.

- Thermal degradation (TGA) tests reveal that composite materials have intermediate thermal stability between wood fibers and the HDPE matrix.

- The wettability test (contact angle) reveals that the addition of wood fibers (birch or aspen) does not significantly reduce contact angles with water because the wood fibers appear to be wrapped by the matrix on the surface of the composites, as shown by Scanning Electron Microscope (SEM) images.

- The Lavengooft-Goettler model better predicts the elastic modulus of the WPCs.

- HDPE reinforced with 40% birch is better suited for gear manufacturing, as shrinkage is less important during casting cooling.

To better predict the thermal behaviour of gears (30 teeth in this thesis case), the intrinsic parameters of the determined composite materials are:

- Elastic modulus  $E$
- Density  $\rho$
- Poisson's ratio  $\nu$
- Thermal conductivity  $k$
- Specific heat  $C$
- Damping factor  $\tan \delta$

A Dynamic Mechanical Analysis (DMA) test reveals that the storage module  $E'$  decreases with temperature but increases with the rate of wood fibers. The loss module  $E''$  increases at low temperature, reaches a maximum, then decreases at high temperature, but also increases with the rate of wood fibers. Finally, a last parameter, the damping factor  $\tan \delta$  increases with the temperature, but decreases according to the rate of fibers.

The gears experimental tests made of HDPE/40% birch composite, designated « GEAR40B » ( $Z_1 = Z_2 = 30$ ), give the following results:

- The torque admitted by the gears at a speed of 500 revolutions per minutes (rpm) is 12.5 Newton metre (N.m).

- At 500 rpm, the bulk temperature (equilibrium temperature)  $T_b$  increases by 43.5% (33.79 °C to 48.52 °C), while at 1000 rpm, it increases by 50.71% (35.45 °C to 53.43 °C).

- $T_b$  increases by 5%, 8%, 9% and 10% respectively for torques 2.5 N.m, 5 N.m, 7.5 N.m and 10 N.m when the rotation speed is doubled (500 rpm to 1000 rpm).
- $T_b$  decreases as one moves away from the point of contact, towards the center of the gear.

For the thermomechanical simulation with MATLAB on the “GEAR40B” gears ( $Z_1 = Z_2 = 30$ ), the results are as follows:

- The maximal bulk temperature  $T_b$  are on the loaded side of the gear. A decrease of  $T_b$  is observed not only towards the unloaded side, but also towards the center of the gear.
- As in the case of the experimental method,  $T_b$  evolves linearly regardless of the rotation speed (500 rpm or 1000 rpm) depending on the applied torque

Numerical simulation seems to better predict the bulk temperature at the speed of 500 rpm; while at 1000 rpm, there is a divergence of the model.

## TABLE DES MATIERES

DÉDICACE .....	i
REMERCIEMENTS .....	ii
RÉSUMÉ .....	iv
ABSTRACT .....	ix
LISTE DES FIGURES .....	xviii
LISTE DES TABLEAUX.....	xxi
LISTE DES SYMBOLES.....	xxiii
LISTE DES ABRÉVIATIONS .....	xxvi
CHAPITRE I :INTRODUCTION .....	1
I.1. GÉNÉRALITÉS SUR LES ENGRENAGES EN PLASTIQUE ET COMPOSITE .....	1
I.1.1. Historique des engrenages .....	1
I.1.2. Classification géométrique des engrenages.....	4
I.1.3. Polymères dans le domaine des engrenages.....	5
I.1.3.1. Thermoplastiques (TP) ou thermodurcissables (TD) pour les engrenages	5
I.1.3.2. Choix des thermoplastiques pour les engrenages .....	6
I.1.4. Renforts dans le domaine des engrenages en thermoplastique .....	8
I.1.5. Conception des engrenages en thermoplastique et composite.....	9
I.1.6. Mise en forme des engrenages en polymère renforcé.....	11
I.2. USAGE DES ENGRENAGES EN THERMOPLASTIQUE-COMPOSITES ET PROBLÈMES POSÉS .....	12
I.2.1. Principal facteur affectant l'usage des engrenages en thermoplastique- composites.....	12
I.2.2. Problèmes résolus.....	13
I.2.2.1. Dépendance du pétrole et coût élevé des plastiques « hautes performances ».....	13
I.2.2.2. Influence de la température sur le mode de bris des engrenages plastique- composite .....	14
I.3. BUT ET OBJECTIFS .....	17
I.4. COMPOSITION DE LA THÈSE .....	18
CHAPITRE II:REVUE DE LA LITTÉRATURE ET RELATIONS AVEC LA PRÉSENTE ÉTUDE .....	20
II.1. FORMULATION ET HOMOGENÉISATION DES MATÉRIAUX COMPOSITES RENFORCÉS PAR LES FIBRES DE BOIS .....	20
II.1.1. Les ressources naturelles de bois .....	20

II.1.1.1	Présentation des fibres naturelles .....	21
II.1.1.2.	Les fibres de bouleau et de tremble de l'Amérique du Nord .....	23
II.1.1.3.	Caractéristique des fibres de bois .....	26
II.1.1.4.	Propriétés physiques et mécaniques des fibres de bois .....	27
II.1.1.5.	Propriétés morphologiques des fibres de bois dur.....	28
II.1.1.6.	Qualités des pâtes de fibre .....	29
II.1.1.7.	Modification des fibres naturelles .....	29
II.1.2.	Composites à matrice thermoplastique renforcée par des fibres de bois .....	31
I.1.2.1.	Matrices thermoplastiques .....	31
II.1.2.2.	Principaux additifs.....	34
II.1.2.3.	Composites polypropylène/bouleau, polypropylène/tremble, polyéthylène/bouleau et polyéthylène/tremble .....	35
II.1.3.	Homogénéisation du module élastique des composites thermoplastiques à fibres courtes .....	37
II.2.	COMPORTEMENT THERMIQUE DES ENGRENAGES EN THERMOPLASTIQUE ET COMPOSITES .....	40
II.2.1.	Comportement thermique .....	40
II.2.2.	Sources d'échauffement.....	41
II.2.2.1.	Échauffement résultant du piégeage de l'air entre les dents .....	41
II.2.2.2.	Échauffement dû au frottement .....	42
II.2.2.3.	Échauffement viscoélastique interne.....	47
II.2.3.	Modèles thermiques couramment utilisés.....	48
II.2.3.1.	Températures caractéristiques.....	48
II.2.3.2.	Modèle de Hachmann et Strickle .....	51
II.2.3.3.	Modèle de Block .....	54
II.2.3.4.	Modèle de Hooke.....	54
II.2.3.5.	Conclusion sur les modèles thermiques.....	57
II.2.4.	Étude expérimentale du comportement thermique .....	57
II.3.	CADRE THÉORIQUE SUR LE COMPORTEMENT THERMOMÉCANIQUE DES ENGRENAGES EN THERMOPLASTIQUE .....	59
II.3.1.	Rappel des principes liés à l'engrènement des engrenages en plastique ....	59
II.3.1.1.	Mécanisme de fonctionnement .....	59
II.3.1.2.	Contact théorique et contact réel .....	62
II.3.1.3.	Vitesse de glissement .....	66
II.3.2.	Étude thermique des engrenages en fonctionnement.....	70

II.3.2.1. Méthodologie d'approche pour la prédiction simplifiée des températures : Importance relative de l'effet transitoire .....	70
II.3.2.2. Analyse du mécanisme de production de chaleur de frottement et d'hystérésis.....	75
II.3.2.2.1. Chaleur de frottement .....	75
II.3.2.2.2. Chaleur d'hystérésis .....	80
II.3.2.2.3. Répartition de la chaleur entre deux dents en contact.....	85
II.4. RELATIONS DE LA PRÉSENTE ÉTUDE AVEC LES ÉTUDES ANTÉRIEURES ET ORIGINALITÉ DE CETTE THÈSE .....	90
II.5. CONCLUSION.....	92
CHAPITRE III:MATÉRIELS ET MÉTHODES .....	94
III.1. FORMULATION ET CARACTÉRISATION DU MATÉRIAU THERMOPLASTIQUE RENFORCÉ DE FIBRE DE BOIS .....	94
III.1.1. Composites polypropylène-bois.....	94
III.1.1.1. Matériels .....	94
III.1.1.2. Méthodes.....	95
III.1.1.2.1. Formulation.....	97
III.1.1.2.2. Moulage par compression et caractérisations .....	98
III.1.2. Composite polyéthylène-bois.....	99
III.1.2.1. Matériels .....	99
III.1.2.2. Méthodes.....	100
III.1.2.2.1. Formulation.....	100
III.1.2.2.2. Moulage par compression et caractérisations .....	101
III.1.2.2.3. Caractérisations .....	102
III.2. FABRICATION DES ENGRENAGES THERMOPLASTIQUES RENFORCÉS DE FIBRES DE BOIS .....	107
III.3. ÉTUDES EXPÉRIMENTALES SUR LES ENGRENAGES EN THERMOPLASTIQUE RENFORCÉ DE FIBRE DE BOIS.....	110
III.3.1. Banc d'essais .....	110
III.3.2. Méthodes .....	111
III.4. CONCLUSION.....	112
CHAPITRE IV :MÉTHODE DE MODÉLISATION ET SIMULATION DE LA TEMPÉRATURE D'ÉQUILIBRE DES ENGRENAGES EN THERMOPLASTIQUE ET COMPOSITE .....	113
IV.I. ÉQUATION DE CONVECTION-DIFFUSION BIDIMENSIONNELLE EN RÉGIME PERMANENT .....	113

IV.2. SYSTÈME D'AXES ET MAILLAGE .....	114
IV.3. MODÉLISATION THERMIQUE-HYPOTHÈSE DE TRAVAIL ET APPLICATION DES ÉQUATIONS DE TRANSFERT DE CHALEUR AUX ENGRENAGES .....	116
IV.4. MÉTHODE DES DIFFÉRENCES FINIES POUR LA DÉTERMINATION DE LA DISTRIBUTION DE LA TEMPÉRATURE D'ÉQUILIBRE .....	118
IV.4.1. Méthode numérique .....	118
IV.4.2. Équations des nœuds caractéristiques .....	118
IV.4.3. Mouvement des dents et coefficients de transfert de chaleur par convection .....	121
IV.5. CONCLUSION .....	122
CHAPITRE V :RÉSULTATS ET ANALYSE.....	123
V.1. FORMULATION ET CARACTÉRISATION DU MATÉRIAU THERMOPLASTIQUE RENFORCÉ DE FIBRE DE BOIS .....	123
V.1.1. Composite polypropylène-bois .....	123
V.1.1.1. Composites polypropylène/bouleau et polypropylène/tremble: effet des fibres de bois et de l'agent de couplage.....	123
V.1.1.1.1. Test de traction.....	123
V.1.1.1.2. Test de flexion en trois points .....	126
V.1.1.1.3. Test d'impulsion acoustique.....	129
V.1.1.2. Composite hybride polypropylène/bouleau/tremble : effet des fibres et de l'agent de couplage MAPP.....	130
V.1.1.3. Composite PP/bois pour une application aux engrenages .....	132
V.1.1.4. Conclusion.....	134
V.1.2. Composite polyéthylène-bois .....	135
V.1.2.1. Test de traction.....	135
V.1.2.2. Test de flexion .....	139
V.1.2.3. Test d'impulsion acoustique .....	142
V.1.2.4. Analyse thermique ATG.....	143
V.1.2.5. Caractérisation de l'énergie de surface et mouillabilité .....	146
V.1.2.5. Test d'Analyse Mécanique Dynamique (DMA).....	148
V.1.2.6. Détermination de la masse volumique, conductibilité thermique et chaleur spécifique .....	152
V.1.2.7. Modélisation du module élastique en traction .....	153
.....	155
V.1.3. Conclusion .....	156

V.2. FABRICATION DES ENGRENAGES EN THERMOPLASTIQUE RENFORCÉ DE FIBRES DE BOIS .....	158
V.3. ÉTUDES EXPÉRIMENTALES SUR LES ENGRENAGES GEAR40B.....	161
V.3.1. Détermination du couple maximal admis ( $C_{adm}$ ) par GEAR40B.....	162
V.3.2. Détermination de la température d'équilibre pour un couple et vitesse de rotation constants : $T_b$ .....	163
V.3.3. Étude de la température d'équilibre en fonction du couple et de la vitesse de rotation.....	164
V.3.3.1. Méthode 1 : Ligne verticale suivant l'épaisseur de la dent .....	165
V.3.3.2. Méthode 2 : Ligne horizontale suivant le rayon de l'engrenage.....	167
V.4. MODÉLISATION ET SIMULATION À L'ORDINATEUR DE LA TEMPÉRATURE D'ÉQUILIBRE $T_b$ DES ENGRENAGES EN THERMOPLASTIQUE RENFORCÉ DE FIBRE DE BOIS.....	168
V.5. COMPARAISON DES DONNÉES EXPÉRIMENTALES AVEC CELLES DE LA SIMULATION NUMÉRIQUE : VALIDATION DU MODÈLE DE PRÉDICTION DE $T_b$ .	171
CHAPITRE VI :CONCLUSION GÉNÉRALE ET RECOMMANDATION.....	173
RÉFÉRENCES .....	185
ANNEXES .....	195
ANNEXE A :PROPRIÉTÉS THERMOMCANIQUES DE QUELQUES PLASTIQUES .....	196
ANNEXE B :CINÉMATIQUE DES ENGRENAGES ET CALCUL DES VITESSES ABSOLUES LOCALES AU POINT DE CONTACT SUR LE PROFIL DES DENTS	197
ANNEXE C :CALCUL DES ANGLES DES DIFFÉRENTS POINTS SUR LE PROFIL .....	202
ANNEXE D :ÉQUATIONS D'ÉQUILIBRE THERMIQUE POUR LA DÉTERMINATION DE LA DISTRIBUTION DE TEMPÉRATURE D'ÉQUILIBRE $T_B$ .....	205
ANNEXE E :ÉTUDE DE LA GÉOMÉTRIE DES ÉLÉMENTS DU MAILLAGE.....	219
ANNEXE F :PROTOCOLE POUR LA DÉTERMINATION DE LA MASSE VOLUMIQUE D'UN COMPOSITE AVEC UN PYCNOMÈTRE.....	224
ANNEXE G :TECHNIQUE DE MESURE DE LA CONDUCTIBILITÉ .....	225
ANNEXE H :RÉSULTATS DES ESSAIS EXPÉRIMENTAUX SUR ENGRENAGES GEAR40B .....	227
ANNEXE I :PROCEDURE D'UTILISATION DU PROGRAMME MATLAB POUR LA DÉTERMINATION DU TEMPÉRATURE D'ÉQUILIBRE.....	228

## LISTE DES FIGURES

FIGURE I. 1. ENGRENAGES DE LÉONARD DE VINCI ET DE VICTOR.....	2
FIGURE I. 2. ENGRENAGES À AXES PARALLÈLES; A) DENTURE DROITE, B) DENTURE HÉLICOÏDALE .....	4
FIGURE I. 3. ENGRENAGE CONIQUE.....	4
FIGURE I. 4. COMPARAISON DE LA COMPOSITION STRUCTURELLE DES THERMOPLASTIQUES; A) AMORPHES ET B) SEMI-CRISTALLIN [5].....	6
FIGURE I. 5. LIMITE D'UTILISATION EN TEMPÉRATURE DES POLYMÈRES COURAMMENT EMPLOYÉS POUR LES ENGRENAGES [6]; GF : GLASS FIBER (FIBRE DE VERRE), PBT : POLYTÉRÉPHTALATE DE BUTYLÈNE, PA : POLYAMIDE .....	7
FIGURE I. 6. EFFET DU RENFORCEMENT PAR AJOUT DE 30 % DE FIBRE DE VERRE (GF) OU DE CARBONE (CF) SUR LA RÉSISTANCE À LA RUPTURE[5] ; POM : POLYOXYMÉTHYLÈNE, PBT : POLYTÉRÉPHTALATE DE BUTYLÈNE, PA : POLYAMIDE, PB : POLYBUTYLÈNE, PPA : POLYPHTHALAMIDE .....	9
FIGURE I. 7. REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DE LA VITESSE EN FONCTION DE LA CONTRAINTE POUR LES APPLICATIONS COURANTES DES ENGRENAGES [8] .....	10
FIGURE I. 8. ANALYSE THERMOMÉCANIQUE D'UN COMPOSITE DE NYLON RENFORCÉ DE 20 % DE FIBRE DE CARBONE ET DE 20 % DE FIBRE DE VERRE; A) MODULE DE STOCKAGE, B) FACTEUR DE PERTE .....	13
FIGURE II. 1. CLASSIFICATION DES FIBRES NATURELLES [25, 26] .....	21
FIGURE II. 2. DISTRIBUTION DES ARBRES AU CANADA [32].....	24
FIGURE II. 3. RÉPARTITION DES ESPÈCES D'ARBRES AU QUÉBEC [33] .....	25
FIGURE II. 4. PHOTOS DU BOIS TREMBLE [34] .....	25
FIGURE II. 5. PHOTOS DU BOULEAU JAUNE[36] .....	26
FIGURE II. 6. COUPE TRANSVERSALE D'UN TRONC D'ARBRE .....	27
FIGURE II. 7. MODIFICATION CHIMIQUE DE LA CELLULOSE POUR COMPTABILISATION AVEC LA MATRICE PP OU PE .....	30
FIGURE II. 8. MODULE RELATIF EN FONCTION DE L'IMPACT POUR DIFFÉRENTES PARTICULES UTILISÉES DANS LES THERMOPLASTIQUES [65] .....	34
FIGURE II. 9. CLASSIFICATION DES DIFFÉRENTS TYPES DE COMPOSITES [66].....	35
FIGURE II. 10. SCHÉMA DE PRINCIPE DU PHÉNOMÈNE DE PIÉGEAGE [89] .....	42
FIGURE II. 11. A) FACTEUR DE RÉPARTITION DE CHARGE TYPIQUE EN FONCTION DE LA POSITION NORMALISÉ B) COMPOSANT DE L'EFFORT NORMAL À LA SURFACE DE LA DENT [91] .....	44
FIGURE II. 12. MODÉLISATION DE L'ÉNERGIE GÉNÉRÉE PAR FROTTEMENT ET HYSTÉRÉSIS EN FONCTION DE LA POSITION ANGULAIRE [18]. .....	48
FIGURE II. 13. MODÈLE D'ÉCHANGE THERMIQUE DANS UNE TRANSMISSION .....	51
FIGURE II. 14. MODÈLE DE TRANSFERT DE CHALEUR DE L'ENGRENAGE [98] .....	55
FIGURE II. 15. A) ÉTUDE COMPARATIVE ENTRE LES DONNÉES THÉORIQUES ET EXPÉRIMENTALES DE MAO B) ENGRENAGE EN COMPOSITE (NYLON, 30% VERRE) [87] 56	56

FIGURE II. 16. TEMPÉRATURE DE SURFACE DES ENGRENAGES RENFORCÉS ET NON-RENFORCÉS À DEUX COUPLES DIFFÉRENT (A) 1.5 N.M AND (B) 2 N.M [80] .....	58
FIGURE II. 17. DISPOSITIF DE MESURE THERMIQUE PROPOSÉ PAR ERHARD ET AL. [5] .....	58
FIGURE II. 18. DISPOSITIF DE MESURE DÉVELOPPÉ PAR LEZELTER ET AL. [21] .....	59
FIGURE II. 19. CONTACT DE HERTZ- SURFACE DE CONTACT RECTANGULAIRE ENTRE DEUX DENTS .....	60
FIGURE II. 20. POINTS THÉORIQUES DE TRANSFERT DE CHARGE DANS LES ENGRENAGES CYLINDRIQUE DROITS .....	61
FIGURE II. 21. AUGMENTATION DU RAPPORT DE CONDUITE SOUS L'EFFET DE LA DÉFORMATION DES DENTS .....	64
FIGURE II. 22. ÉVOLUTION DE LA A) VITESSE DE MOUVEMENT DES DENTS, DE LA B) VITESSE DE ROULEMENT $V_r$ ET VITESSE DE GLISSEMENT $V_g$ .....	67
FIGURE II. 23. PRINCIPAUX ANGLES INTERVENANT DANS LE CALCUL DU FACTEUR DE VITESSE [K] EN DEHORS DE LA LIGNE D'ACTION .....	69
FIGURE II. 24. VITESSE DE GLISSEMENT EN FONCTION DE LA POSITION DE POINT DE CONTACT, DENT NORMALISÉE .....	70
FIGURE II. 25. ÉNERGIE TOTALE PERDUE EN FONCTION DE LA POSITION DU POINT DE CONTACT, $m = 0.1$ , $W_T = 53 \text{ N/MM}$ , $E_1 = E_2 = 2.4 \text{ GPa}$ , $P = 16$ [91] .....	76
FIGURE II. 26. RÉPARTITION DE L'ÉNERGIE PERDUE ENTRE UN PIGNON ET UN ENGRENAGE EN PLASTIQUE POUR $Z_1 = Z_2 = 72$ DENTS, $k_1 = k_2 = 0.224 \text{ W/m}^2\text{K}$ , $p_1 = p_2 = 1.38 \times 10^3 \text{ Kg/m}^3$ , $C_1 = C_2 = 1460.8 \text{ J/Kg}^\circ\text{K}$ [91] .....	88
FIGURE III. 1. FIBRES COURTES DE BOIS .....	94
FIGURE III. 2. MÉLANGEUR À ROULEAU THERMOTRON-C.W. BRABENDER (MODEL T303) .....	97
FIGURE III. 3. ÉTAPES DE FORMULATION DES COMPOSITES POLYPROPYLENE À FIBRES DE BOIS [50, 51] .....	98
FIGURE III. 4. A) PRESSE DAKE POUR MOULAGE PAR COMPRESSION, B) ÉCHANTILLON POUR LE TEST TRACTION .....	99
FIGURE III. 5. ÉTAPES DE FORMULATION DES COMPOSITES POLYÉTHYLENE À FIBRES DE BOIS [50, 51] .....	101
FIGURE III. 6. REPRÉSENTATION SCHÉMATIQUE DU COMPORTEMENT VISCOÉLASTIQUE D'UN POLYMÈRE SOUS CHARGEMENT DYNAMIQUE .....	103
FIGURE III. 7. SCHÉMA DU DISPOSITIF POUR LA DÉTERMINATION DE L'ANGLE DE CONTACT .....	105
FIGURE III. 8. IMAGE DU PYCNOMÈTRE UTILISÉ POUR LA MESURE DE LA MASSE VOLUMIQUE DES COMPOSITES .....	106
FIGURE III. 9. MOULE SERVANT À LA FABRICATION D'ENGRENAGES PAR THERMOCOMPRESSION .....	108
FIGURE III. 10. A) BROEUR, B) GRANULES COMPOSITES HDPE/BOIS .....	109
FIGURE III. 11. DIAGRAMME DU MOULAGE DES ENGRENAGES COMPOSITE PAR COMPRESSION .....	110
FIGURE III. 12. BANC D'ESSAI POUR TESTER LES ENGRENAGES .....	111

FIGURE IV. 1. SYSTÈME D'AXE ET MAILLAGE DU SECTEUR D'ENGRENAGE ÉTUDIÉ.....	115
FIGURE IV. 2. LES POINTS CONSIDÉRÉS ET LES ANGLES CORRESPONDANTS POUR LE CALCUL DU COEFFICIENT H .....	115
FIGURE IV. 3. CARACTÉRISTIQUES DE LA TEMPÉRATURE INSTANTANÉE DE SURFACE .....	116
FIGURE IV. 4. DÉFINITION DE LA GÉOMÉTRIE DANS UNE PAIRE D'ENGRENAGE .....	121

## LISTE DES TABLEAUX

TABLEAU I. 1. PARTICULARITÉS DES RENFORTS COURAMMENT UTILISÉS .....	8
TABLEAU I. 2. RÉSISTANCE À LA FATIGUE ( $\Sigma 1$ ) DE MATÉRIAUX D'ENGRENAGE DE DUPONT POUR 106 CYCLES (MPA)[8].....	11
TABLEAU II. 1. PROPRIÉTÉS PHYSIQUES ET MÉCANIQUES DE QUELQUES FIBRES NATURELLES [38] .....	28
TABLEAU II. 2. PROPRIÉTÉS MORPHOLOGIQUES DES FIBRES DE BOIS DE PÂTE KRAFT [39, 40] .....	28
TABLEAU II. 3. PROPRIÉTÉS PHYSIQUE DE QUELQUES POLYPROPYLÈNES (PP) ET POLYÉTHYLÈNES (PE) [57].....	33
TABLEAU II. 4. AVANTAGES ET INCONVÉNIENTS DES FIBRES VÉGÉTALES DANS LES MATÉRIAUX COMPOSITES .....	36
TABLEAU II. 5. VALEURS DE $\kappa 2$ [86] .....	53
TABLEAU II. 6. GAMME DE VARIATION DU COEFFICIENT DE FROTTEMENT POUR LE NYLON [91] .....	78
TABLEAU II. 7. FACTEUR DE FORME POUR UNE CHARGE APPLIQUÉE PRÈS DU MILIEU DE LA DENT, DE BUCKINGHAM [106] .....	83
TABLEAU II. 8. COMPARAISON DE ZY (YELLE) VS YK (KOFFI) EN FONCTION DE $W_{OP}/\cos\theta$ POUR $\theta = 20^\circ$ , $Z1 = Z2 = 30$ ET $E=3 \cdot 105\text{PSI}$ [91] .....	83
TABLEAU II. 9. COMPARAISON DE ZY (YELLE) VS YK (KOFFI) EN FONCTION DE $W_{OP}\cos\theta$ POUR $\theta = 20^\circ$ , $Z1 = Z2 = 40$ ET $E=3 \cdot 105\text{PSI}$ [91, 107].....	83
TABLEAU III. 1. PROPRIÉTÉS PHYSIQUES ET MÉCANIQUES DES FIBRES DE BOIS UTILISÉS[108] .....	95
TABLEAU III. 2. TABLEAU DE CONCENTRATION DU BOULEAU, DU TREMBLE DANS LES COMPOSITES PP/BOULEAU ET PP/TREMBLE .....	96
TABLEAU III. 3. TABLEAU DE CONCENTRATION DU BOULEAU, DU TREMBLE DANS LES COMPOSITES PP/BOULEAU/TREMBLE .....	96
TABLEAU III. 4. RÉSULTATS DE FQA (FIBER QUALITY ANALYZER) .....	100
TABLEAU III. 5. DIMENSIONS DE L'ENGRENAGE UTILISÉ POUR LA CONCEPTION DU MOULE .	108
TABLEAU III. 6. PROTOCOLE EXPÉRIMENTAL POUR LES ENGRENAGES EN PLASTIQUE-BOIS	112
TABLEAU IV. 1. COEFFICIENT DE TRANSFERT DE CHALEUR PAR CONVECTION FORCÉE, H, $w/M^2/s$ $Z=30$ DENTS; $\alpha = 20^\circ$ ; $v=4M/S$ [91] .....	122
TABLEAU V. 2. RÉCAPITULATION DES RÉSULTATS DE TEST DE FLEXION DU COMPOSITE PP/BOULEAU.....	128
TABLEAU V. 3. RÉCAPITULATION DES RÉSULTATS DE TEST DE FLEXION DU COMPOSITE PP/TREMBLE .....	129

TABLEAU V. 4. COEFFICIENT DE POISSON $\gamma$ DES COMPOSITES PP/BOULEAU .....	130
TABLEAU V. 5. PROPRIÉTÉS ET PRIX DES THERMOPLASTIQUES UTILISÉS DANS LA FABRICATION DES ENGRENAGES .....	133
TABLEAU V. 6. MODULE ÉLASTIQUE DE QUELQUES COMPOSITES PP/BOIS FORMULÉS À 30% ET 40% DE FIBRES.....	134
TABLEAU V. 7.VALEUR MOYENNE DES PROPRIÉTÉS EN TRACTION DES COMPOSITES HDPE/BOULEAU ET HDPE/TREMBLE .....	138
TABLEAU V. 8.VALEUR MOYENNE DES PROPRIÉTÉS EN FLEXION DES COMPOSITES HDPE/BOULEAU ET HDPE/TREMBLE .....	142
TABLEAU V. 9.VALEURS MOYENNE DU MODULE DE CISAILLEMENT ET DU COEFFICIENT DE POISSON DES COMPOSITES HDPE/BOIS.....	143
TABLEAU V. 10. RÉCAPITULATION DES TEMPÉRATURES DE DÉGRADATION MAXIMALE DTGMAX DES COMPOSITES POUR DIFFÉRENTES FIBRES DE BOIS .....	145
TABLEAU V. 11.ANGLE DE CONTACT ET ÉNERGIE DE SURFACE DES COMPOSITES HDPE/BOIS .....	147
TABLEAU V. 12.VALEURS MOYENNES DE LA MASSE VOLUMIQUE DES COMPOSITES HDPE/BOIS .....	153
TABLEAU V. 13.PROPRIÉTÉS THERMOPHYSIQUES DES COMPOSITES HDPE/BOULEAU.....	153
TABLEAU V. 14. RÉSULTATS DES TEMPÉRATURES POUR DIFFÉRENTS COUPLES APPLIQUÉS À 500 TR/MIN .....	163
TABLEAU V. 15. TABLEAU RÉPARTITION DE LA TEMPÉRATURE D'ÉQUILIBRE $T_b$ (°C) SUR UNE DENT D'ENGRENAGE GEAR40B (2.5 N.M, 500 TR/MIN).....	169

## LISTE DES SYMBOLES

SYMBOLES	DÉFINITION	UNITÉS
$\theta_f$	Angle de pression de fonctionnement	Degré (°)
$\theta$	Angle de pression réel	Degré (°)
<b>L/D</b>	Aspect de forme	----- <sup>1</sup>
$\sigma_{oc}$	Contrainte de contact de Hertz	MPa
$E_{gh}$	Chaleur d'hystérésis	J/cm
$q_c$	Chaleur de conduction	J
$q_{conv}$	Chaleur de convection	J
$E_{gh}$	Chaleur de frottement	J/cm
$E_{FI_{AB}}$	Chaleur de frottement sur la ligne d'action entre deux points	J/cm
$E_{f1}$	Chaleur de frottement sur la roue 1	J/cm
$E_{f2}$	Chaleur de frottement sur la roue 2	J/cm
<b>EFO</b>	Chaleur de frottement totale à l'extérieur de la ligne d'action	J/cm
<b>EFI</b>	Chaleur de frottement totale sur la ligne d'action du début à la fin du contact théorique	J/cm
$C_{1,2}$	Chaleur spécifique des roues 1 et 2	J/kg °K
$W_n$	Charge normale sur une dent	N
$W_o$	Charge normale transmise par unité de surface	N/m <sup>2</sup>
$W_r$	Charge radiale sur une dent	N
$W_p$ ou $W_t$	Charge tangentielle sur une dent	N
$\mu$	Coefficient de frottement du composite	-----
<b>h</b>	Coefficient de transfert de chaleur	w/m <sup>2</sup> /s
$k_{1,2}$	Conductivité thermique des roues 1 et 2	W/m °K
$\sigma$	Contrainte	MPa
$\sigma_{of}$	Contrainte de flexion à la racine de la dent	MPa
$C_{adm}$	Couple admissible par l'engrenage	N.m
$C_{max}$	Couple maximal	N.m

<sup>1</sup> Sans dimension

<b>C</b>	Couple transmis à l'engrenage	N.m ou lb.po
<b>c</b>	Creux	po ou mm
$\varepsilon$	Déformation	%
<b>b</b>	Demi-largeur de contact hertzien	po
<b>D</b>	Diamètre moyen des fibres	$\mu\text{m}$
$\delta S/p_n$	Écart normalisé	-----
$\delta S_2/p_n$	Écart normalisé en phase d'approche	-----
$\delta S_1/p_n$	Écart normalisé en phase de retrait	-----
<b>YB</b>	Facteur de forme de Buckingham	-----
<b>YK</b>	Facteur de forme de Koffi	-----
<b>Y</b>	Facteur de forme de Lewis	-----
<b>Z'</b>	Facteur de forme instantané	-----
<b>tan <math>\delta</math></b>	Facteur de perte du matériau	-----
$\phi$	Facteur de répartition de chaleur	-----
$W_i/W_n$	Facteur de répartition de charge	-----
$f_{ED}$	Facteur prenant en compte le temps de fonctionnement	-----
<b>F</b>	Largeur de la dent	po ou mm
<b>L</b>	Longueur moyenne des fibres	mm
$\rho_{1,2}$	Masse volumique des roues 1 et 2	lb/po <sup>3</sup> (kg/m <sup>3</sup> )
<b>MFI</b>	Indice de fluidité	g/10 min
<b>m</b>	Module	mm
<b>G</b>	Module de cisaillement	GPa
<b>E'</b>	Module de conservation	GPa
<b>E''</b>	Module de perte	GPa
<b>E<sub>f</sub></b>	Module élastique de la fibre	GPa
<b>E<sub>1,2</sub></b>	Module élastique des roues 1 et 2	GPa ou lb/po <sup>2</sup>
<b>E<sub>c</sub></b>	Module élastique du composite	GPa
<b>E<sub>m</sub></b>	Module élastique du plastique	GPa
<b>Z<sub>1</sub></b>	Nombre de dents de la roue menante	-----

<b>Z<sub>2</sub></b>	Nombre de dents de la roue menée	-----
<b>P</b>	Pas diamétral	po-1
<b>S<sub>1</sub>'/p<sub>n</sub></b>	Position normalisée à la fin de contact réel	-----
<b>S<sub>1</sub>*/p<sub>n</sub></b>	Position normalisée à la fin de contact théorique	-----
<b>S/p<sub>n</sub></b>	Position normalisée de contact réel	-----
<b>S<sub>2</sub>'/p<sub>n</sub></b>	Position normalisée du début de contact réel	-----
<b>S<sub>2</sub>*/p<sub>n</sub></b>	Position normalisée du début de contact théorique	-----
<b>%m</b>	Pourcentage massique	-----
<b>RCR</b>	Rapport de conduite réel	-----
<b>CR</b>	Rapport de conduite théorique	-----
<b>r<sub>g</sub></b>	Rapport de transmission $\frac{Z_2}{Z_1}$	-----
<b>R<sub>b1,2</sub></b>	Rayon de base du pignon et de l'engrenage	po
<b>r<sub>1,2</sub></b>	Rayons de courbure locaux des dents 1 et 2 au point de contact	po
<b>a<sub>a</sub></b>	Saillie	po ou mm
<b>T<sub>a</sub></b>	Température ambiante	°C (°K)
<b>T<sub>bi</sub></b>	Température d'équilibre en un point d'une dent	°C (°K)
<b>T<sub>b</sub></b>	Température d'équilibre moyenne	°C (°K)
<b>T<sub>f</sub></b>	Température de surface	°C (°K)
<b>T<sub>g</sub></b>	Température de transition vitreuse	°C
<b>t<sub>ED</sub></b>	Temps de fonctionnement	Secondes (s)
<b>t'</b>	Temps total d'observation	Secondes (s)
<b>V<sub>1,2</sub></b>	Vitesse absolue des roues 1 et 2	m/s
<b>V<sub>s</sub></b>	Vitesse de glissement au point de contact	m/s
<b>w<sub>1,2</sub></b>	Vitesse de rotation des roues 1 et 2	tr/min

## LISTE DES ABRÉVIATIONS

ACRONYME	FRANÇAIS	ANGLAIS
<b>DMA</b>	Analyse mécanique dynamique	Dynamic Mechanical Analysis
<b>FQA</b>	Analyse Qualité des fibres	Fiber quality analyze
<b>ATG /TGA</b>	Analyses thermogravimétriques	Thermogravimetric analysis
<b>CRML</b>	Centre de Recherche sur les Matériaux Lignocellulosiques	Research Center on Lignocellulosic Materials
<b>WPCs</b>	Composites à fibres de bois	wood-plastic composites
<b>CF</b>	Fibre de carbone	Carbone fiber
<b>GF</b>	Fibre de verre	Glass fiber
<b>MFI</b>	Indice de fluidité	Melt flow index
<b>MAPE</b>	Maléate de Polyéthylène	Maleated polyethylene
<b>MAPP</b>	Maléate de Polypropylène	Maleated polypropylene
<b>MEB</b>	Microscope électronique à balayage	Scanning Electron Microscopy
<b>ISO</b>	Organisation internationale de normalisation	International Organization for Standardization
<b>TMP</b>	Pâte thermomécanique	Thermomechanical pulp
<b>PA</b>	Polyamide	Polyamide
<b>PA6</b>	Polyamide 6	Polyamide 6
<b>PAI</b>	Polyamide imide	Polyamide-imides
<b>PB</b>	Polybutylène	Polybutylene
<b>PEEK</b>	polyétheréthercétone	Polyether ether ketone
<b>PE</b>	Polyéthylène	Polyethylene

<b>LLDPE</b>	Polyéthylène à basse densité linéaire	Linear low-density polyethylene
<b>HDPE</b>	Polyéthylène à haute densité	High density polyethylene
<b>LDPE</b>	Polyéthylène basse densité	Low density polyethylene
<b>UHMW-PE</b>	Polyéthylène de masse molaire très élevée	Ultra-high-molecular-weight polyethylene
<b>MDPE</b>	Polyéthylène moyen densité	Medium density polyethylene
<b>PI</b>	Polyimide	Polyimide
<b>POM</b>	polyoxyméthylène	Polyoxymethylene
<b>PPS</b>	Polyphénilène sulfide	Polyphenylene sulfide
<b>PPA</b>	Polyphthalamide	Polyphthalamide
<b>PP</b>	Polypropylène	Polypropylene
<b>PBT</b>	Polytéréphtalate de butylène	Polybutylene terephthalate
<b>ASTM</b>	Société américaine pour les essais et les matériaux	American Society for Testing and Materials
<b>TD</b>	Thermodurcissables	Thermosetting
<b>TP</b>	Thermoplastiques	Thermoplastics
<b>UQTR</b>	Université du Québec à Trois-Rivières	University of Quebec at Trois-Rivieres
<b>UQAT</b>	Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue	University of Quebec in Abitibi-Témiscamingue

# CHAPITRE I

## INTRODUCTION

### I.1. GÉNÉRALITÉS SUR LES ENGRENAGES EN PLASTIQUE ET COMPOSITE

Il est important de dresser un court historique de l'évolution des engrenages.

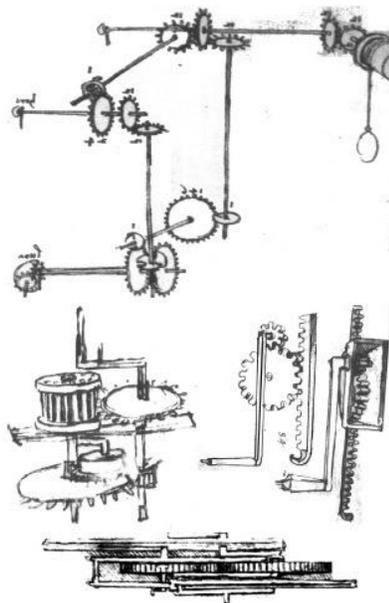
#### I.1.1. Historique des engrenages

Un engrenage est un système mécanique composé de deux roues dentées engrenées servant soit à la transmission du mouvement de rotation entre elles, soit à la propulsion d'un fluide (on parle alors de pompe à engrenages).

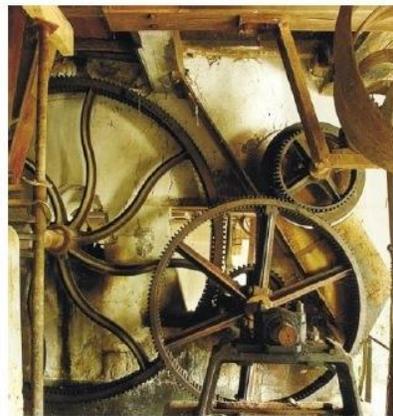
Les engrenages sont déjà connus des mécaniciens grecs aux V<sup>e</sup> et IV<sup>e</sup> siècles av. J.-C., mais ils restent très peu utilisés à cette époque : on leur préfère les cordages et les poulies pour le levage des charges, ou la vis pour les fortes poussées (presseoirs). Au Moyen Âge, leur utilisation devient courante, à partir du X<sup>e</sup> siècle, dans les moulins à eau ou à vent, pour le changement de direction (roues hydrauliques ou ailes verticales et meules horizontales), et la démultiplication du mouvement de la roue ou des ailes des moulins. Ces premiers engrenages réellement utilisables sont en bois, à axes parallèles et denture droite extérieure. Leurs dents sont constituées par des barreaux de bois fichés à force dans des alésages pratiqués sur le pourtour de larges tambours de bois [1].

À la fin du Moyen Âge, on voit l'apparition des engrenages sous la forme dite « à lanterne », composés d'une roue dentée s'engrenant dans un tambour formé de deux disques en bois reliés par des barreaux capables de transmettre des efforts plus importants. Ces premiers engrenages conviennent aux mouvements lents des moulins, car ils peuvent transmettre des efforts importants. Ils se perfectionnent au

XV<sup>e</sup> siècle grâce aux ingénieurs italiens, comme Francesco di Giorgio ou Léonard de Vinci, qui étudient les premiers engrenages complexes en bois. L'engrenage métallique, plus précis et plus facilement utilisable, se généralise d'abord au XVII<sup>e</sup> siècle dans la petite mécanique et l'horlogerie grâce aux travaux de La Hire, ou d'Euler au siècle suivant, puis connaît son essor définitif avec l'apparition de machines puissantes et rapides au XX<sup>e</sup> siècle et les travaux de Poncelet ou de Willis [1].



Léonard de Vinci (1452-1519)



Poncelet, Victor (1788-1867)

**Figure I. 1. Engrenages de Léonard de Vinci et de Victor**

Après l'invention en 1930 de la première matière plastique dérivée du pétrole, les engrenages en plastique voient le jour. Ils vont connaître une utilisation importante depuis 50 ans dans divers produits demandant une faible puissance, tels que les montres, les imprimantes, les appareils photos, etc.[2].

Quant aux profils des engrenages, ils ont eux aussi évolué avec le temps. Jadis, le profil de la denture des engrenages utilisé variait entre la forme triangulaire ou carrée selon l'origine ou l'artisan. Ces profils n'étant pas conjugués, chaque paire de roues dentées devait être ajustée individuellement en vue d'un fonctionnement adéquat.

Dès lors, ce phénomène a préoccupé les théoriciens, ingénieurs et mathématiciens qui s'y étaient intéressés. C'est ainsi que, déjà en 1455, Nicholas de Cusa étudia la forme cycloïde, étude qui fut complétée sur le plan mathématique par Philippe De La Hire en 1694. Plus tard, en 1695, De La Hire et Roemer furent les premiers à établir des relations mathématiques sur la transmission de vitesse angulaire uniforme, à étudier plus en détail la denture épicycloïdale et à proposer la forme en développante de cercle ou « involute ».

Un siècle plus tard, Léonard Euler, considéré comme le père du profil en développante de cercle, établit en 1754 les principes de base de l'action conjuguée.

Cependant, au fil des années, les profils cycloïde et épicycloïde, utilisés surtout en horlogerie et pour les applications de puissance, se sont développés et imposés. Avec l'avènement de sources motrices plus puissantes et plus rapides, aux 18<sup>e</sup> et 19<sup>e</sup> siècles, le profil en développante de cercle a supplanté la cycloïde et s'est imposé comme profil dès le 20<sup>e</sup> et 21<sup>e</sup> siècles pour la résistance qu'il offre. Ce profil, initialement développé pour les métaux, a été directement adopté pour les engrenages en plastique à cause du développement technologique et de l'expertise disponible pour ce profil.

Après cette brève historique, nous verrons la classification géométrique des engrenages, afin de dégager le type de géométrie qu'aborde cette thèse.

### I.1.2. Classification géométrique des engrenages

Selon les positionnements relatifs des arbres, trois classes majeures d'engrenages peuvent être distinguées :

- Les engrenages à axes parallèles. Ce type est nommé aussi cylindrique, dont les deux arbres sont parallèles. Diverses catégories sont distinguées selon la géométrie des dents suivant la génératrice. On trouve les dentures droites, les dentures hélicoïdales, etc.

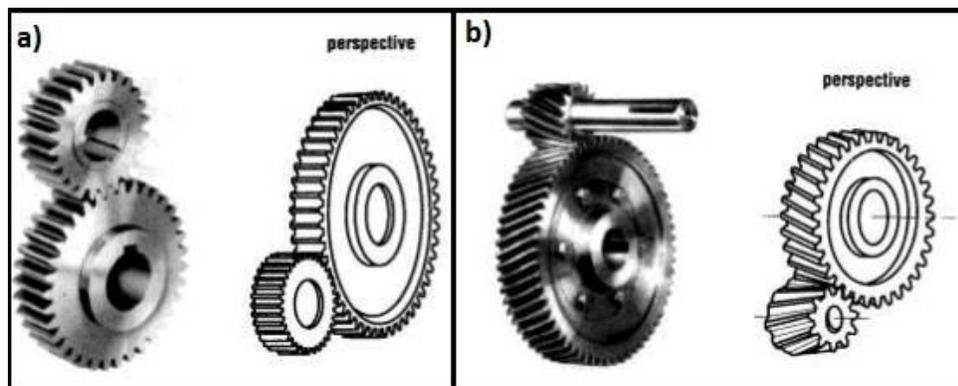


Figure I. 2. Engrenages à axes parallèles; a) denture droite, b) denture hélicoïdale

- Les engrenages à axes concourants. Ce type est nommé aussi conique, dont les arbres sont tels que leurs axes de rotation se coupent. Selon la géométrie des dents, on distingue des sous catégories : à dentures droites, hélicoïdales, spirales.

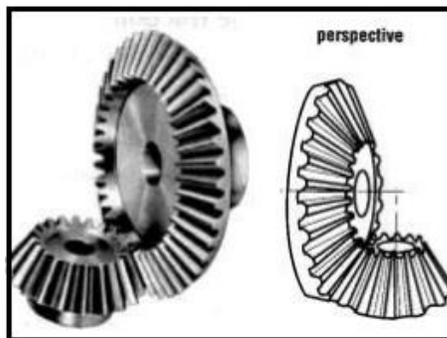


Figure I. 3. Engrenage conique

- Les engrenages à axes quelconques. Ces engrenages sont nommés aussi gauches, dont les axes des arbres n'ont pas un point commun et occupent une position relative quelconque. Dans cette catégorie se retrouvent par exemple les dentures hypoïdes.

Dans le cadre de cette thèse, notre étude se portera sur les engrenages cylindriques à denture droite.

Après cette classification géométrique, nous verrons les différents types de polymères utilisés pour la fabrication des engrenages.

### **I.1.3. Polymères dans le domaine des engrenages**

Parmi les polymères qui existent, les plus répandus sont les thermoplastiques et les thermodurcissables.

#### **I.1.3.1. Thermoplastiques (TP) ou thermodurcissables (TD) pour les engrenages**

Les polymères en général sont de longues chaînes moléculaires. Le poids moléculaire n'est pas significatif pour les TD. Les propriétés mécaniques des TP, sont quant à elles déterminées par un facteur principal : le poids moléculaire moyen [3]. Le module, les contraintes, la résistance à la fatigue augmentent avec la taille moléculaire.

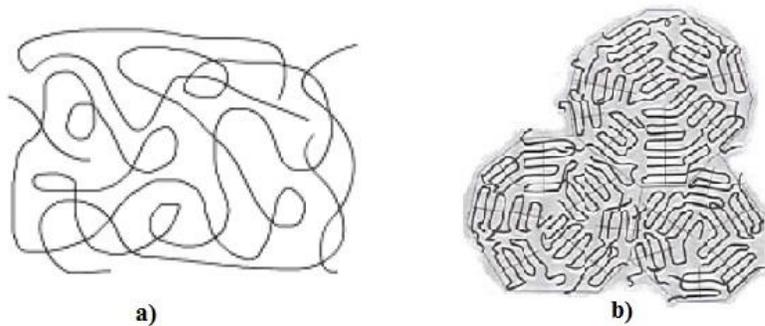
Généralement, les TD sont des plastiques qui offrent d'aussi bonnes stabilité dimensionnelle, résistance à la chaleur ou aux produits chimiques, et conductivité électrique que les TP [4]. Les TP offrent par contre une bonne résistance à l'impact, une mise en œuvre facile, et une meilleure adaptation pour des conceptions difficiles comparativement aux TD.

Pour la conception d'un engrenage, les meilleurs matériaux doivent présenter ces caractéristiques :

- Bonne contrainte à la flexion;
- Bonne raideur;
- Bonne résistance au cisaillement pour combattre la flexion des dents et la rupture des racines.

### **I.1.3.2. Choix des thermoplastiques pour les engrenages**

La plupart des polymères utilisés dans la conception des engrenages sont en TP. Les thermoplastiques sont constitués de longues chaînes moléculaires non réticulées entre elles. Leurs propriétés mécaniques sont fortement influencées par la température. Les thermoplastiques peuvent être totalement amorphes ou semi-cristallins. À l'état amorphe, les chaînes sont complètement désorganisées, et en fonction de leur longueur, plus ou moins enchevêtrées (Figure I. 4.a). Lorsqu'une partie des chaînes peut s'organiser en domaine cristallin alors que les autres restent à l'état amorphe, on dit que le thermoplastique est un semi-cristallin (Figure I. 4.b).

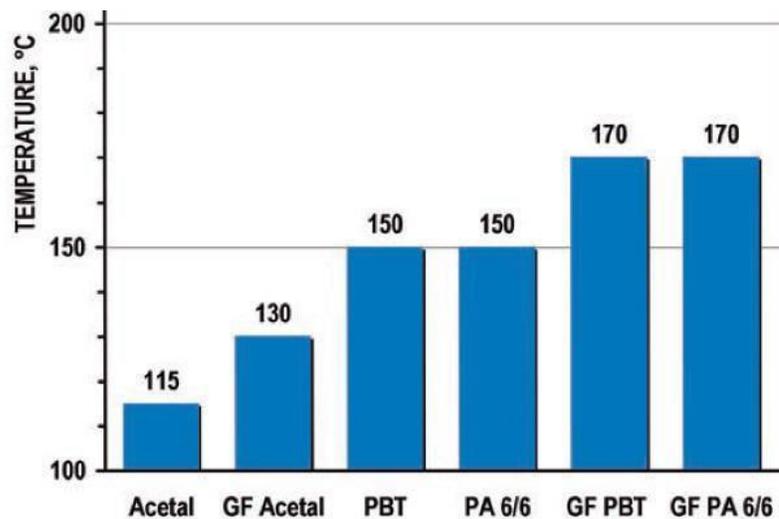


**Figure I. 4. Comparaison de la composition structurale des thermoplastiques; a) amorphes et b) semi-cristallin [5]**

À la température de transition vitreuse, notée  $T_g$ , correspond une chute de la raideur du matériau. Les polymères amorphes sont généralement utilisés pour des températures inférieures à la transition vitreuse. À cause de leur plage de température d'utilisation limitée, on ne les retrouve pas dans le domaine des engrenages [5].

Dans le cas des thermoplastiques semi-cristallins, pour une température comprise entre  $T_g$  et la température de fusion des cristallites, la phase amorphe est molle, alors que la phase cristalline reste rigide. Cette matière a donc un comportement intermédiaire entre le comportement d'un amorphe visqueux et d'un élastomère. Elle est donc relativement ductile et rigide.

En raison de ces propriétés, les polymères semi-cristallins sont donc particulièrement appropriés pour le domaine des engrenages plastiques, où ils peuvent être utilisés sur une large plage de températures (Figure I. 5).



**Figure I. 5. Limite d'utilisation en température des polymères couramment employés pour les engrenages [6]; GF : glass fiber (fibre de verre), PBT : Polytéraphthalate de butylène, PA : Polyamide**

Ces matériaux sont utilisés depuis plus de 50 ans dans la conception de divers produits tels que les compteurs de vitesse, les pompes rotatives, les portes de garage électriques, les outils demandant de petites puissances, les montres, les imprimantes, etc.

Puisque le but de cette thèse est de renforcer les thermoplastiques, la section suivante décrira les différents types de fibres utilisées pour augmenter la capacité des engrenages.

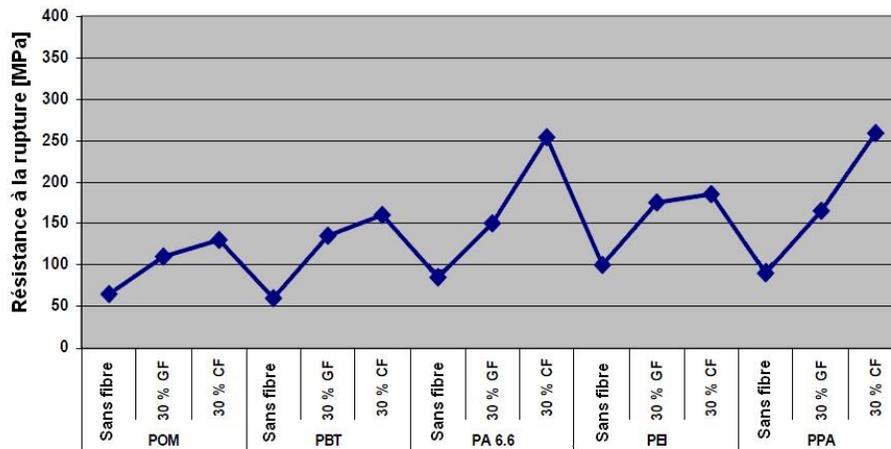
#### **I.1.4. Renforts dans le domaine des engrenages en thermoplastique**

Par l'ajout d'additifs et de renforts, les propriétés mécaniques et tribologiques des plastiques peuvent être optimisées. Les principaux renforts utilisés dans les engrenages permettant l'augmentation des performances mécaniques sont les fibres de verre, de carbone et d'aramide. Elles se présentent sous forme de fibre dite courte avec un ratio longueur sur diamètre inférieur à 50. Elles permettent une augmentation de la rigidité et de la tenue thermique. Cependant, elles diminuent la résistance aux chocs du matériau. Leurs particularités sont résumées dans le Tableau I. 1.

**Tableau I. 1. Particularités des renforts couramment utilisés**

<b>Renfort</b>	<b>Point fort</b>	<b>Module d'Young (GPa)</b>
Fibre de verre	Prix très bas	70
Fibre de carbone	Module d'Young élevé	600
Fibre d'aramide	Bonne résistance aux chocs	100

Concernant les propriétés tribologiques, les fibres de carbone et les fibres d'aramide sont beaucoup moins abrasives que les fibres de verre [7]. Un désavantage des fibres de carbone est leur prix élevé, de 10 à 15 fois celui des fibres de verre [5]. En ajoutant des renforts, il faut aussi prendre en compte l'adhérence entre la matrice et les fibres. Par exemple, dans le cas du POM (Poly acétal), un ajout de fibre de verre a un impact plus faible sur le module d'Young final du matériau par rapport à un polyamide renforcé. Ces résultats sont présentés dans la Figure I.6.



**Figure I. 6. Effet du renforcement par ajout de 30 % de fibre de verre (GF) ou de carbone (CF) sur la résistance à la rupture[5] ; POM : polyoxyméthylène, PBT : polytéréphthalate de butylène, PA : polyamide, PB : polybutylène, PPA : polyphthalamide**

Dans le domaine des engrenages en plastique renforcé, deux matrices sont particulièrement utilisées : le polyamide et le polyétheréthercétone (PEEK) [5].

### **I.1.5. Conception des engrenages en thermoplastique et composite**

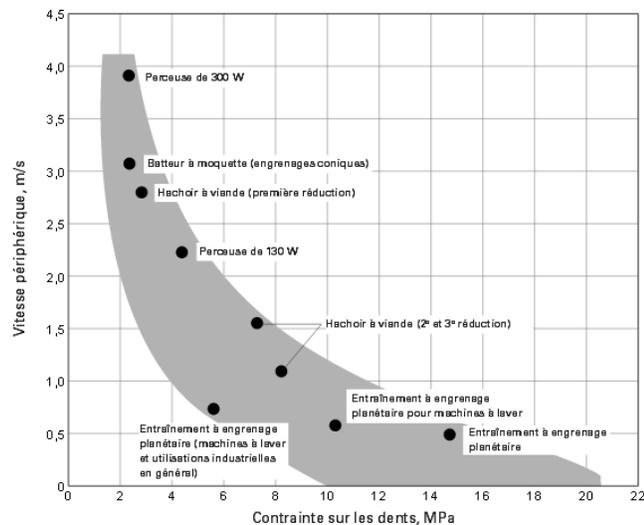
Pour le dimensionnement des engrenages, nous nous limiterons aux engrenages à denture droite, qui font l'objet de cette thèse.

Une démarche essentielle dans la conception des engrenages est la détermination de la contrainte admissible sur les dents. La réalisation d'un engrenage prototype est onéreuse et longue, aussi une erreur dans le choix initial de la contrainte de flexion des dents peut-elle se révéler coûteuse. Pour un matériau donné, la contrainte admissible dépend d'un certain nombre de facteurs, dont notamment les suivants :

- Durée totale de service;
- Fonctionnement intermittent ou continu;
- Environnement : température, humidité, solvants, produits chimiques, etc.;

- Modification du diamètre et de la distance entre centres avec la température et l'humidité;
- Vitesse de la ligne d'angle;
- Pas diamétral (dimension de la denture) et forme des dents;
- Précision de profil de dents, angle d'hélice, diamètre primitif, etc.;
- Matériaux au contact, y compris le profil de surface et la dureté;
- Nature de la lubrification.

Le choix de la valeur correcte de la contrainte se fera au mieux sur la base d'applications antérieures satisfaisantes et de nature analogue. La Figure I. 7 représente graphiquement un certain nombre d'applications réussies en DELRIN® et en ZYTEL®, en termes de vitesse périphérique et de contrainte de flexion sur les dents. Notons que toutes ces applications correspondent à des environnements intérieurs et à la température ambiante. L'endurance à la fatigue se trouve réduite au fur et à mesure que s'élève la température, il faut par conséquent tenir compte de cette influence.



**Figure I. 7. Représentation graphique de la vitesse en fonction de la contrainte pour les applications courantes des engrenages [8]**

Dans les cas où l'on ne dispose pas d'une expérience valable, l'estimation des contraintes admissibles que supportent les dents reposera sur l'examen attentif des facteurs qui viennent d'être cités et sur les résultats d'essais disponibles sur le matériau choisi pour l'engrenage.

Il y a plusieurs années, l'entreprise Dupont a demandé la réalisation d'une série de tests poussés sur les engrenages constitués de résine acétal DERLIN® et de résine polyamide ZYTEL®. Les résultats obtenus sont résumés dans le Tableau I. 2. Ces données associées aux conditions d'utilisation prévues peuvent être utilisées pour définir une contrainte de flexion admissible applicable aux dents.

**Tableau I. 2. Résistance à la fatigue ( $\sigma_1$ ) de matériaux d'engrenage de Dupont pour 106 cycles (MPa) [8]**

Matériau	Matériau en contact	Lubrification	
		Continue	Initiale
DERLIN®100	Acier	48	27
DERLIN®500	Acier	36	18
ZYTEL®101	Acier	40	25
ZYTEL®101	ZYTEL®101	----	18

### **I.1.6. Mise en forme des engrenages en polymère renforcé**

Contrairement aux engrenages métalliques qui sont seulement usinés (taillage), ceux en polymère renforcé sont seulement moulés par injection. L'injection est la technique de moulage très utilisée pour la fabrication des engrenages en polymère renforcés. En effet, lors de l'injection, les fibres s'orientent d'une manière idéale en pied de dent et sur les flancs; ceci n'est pas possible par extrusion ou en taillage [5].

Dans le cadre de cette thèse, nous avons décidé d'explorer une autre technique de moulage : moulage par compression; surtout que c'est avec cette

technique que les échantillons servant à la réalisation des tests physico-mécaniques seront effectués.

## **MOULAGE PAR COMPRESSION**

Ce procédé consiste à presser directement la matière dans l’empreinte d’un moule à chaud. La poudre à mouler, pastillée ou non, préchauffée ou non, est introduite dans un moule chaud, puis comprimée pendant un temps plus ou moins long. La machine utilisée est une presse de compression. Elle se compose de deux plateaux horizontaux sur lesquels on fixe le moule. Cette technique sera explicitée dans le CHAPITRE III.

Après avoir présenté une généralité sur les engrenages en plastique et composite, nous poserons les problèmes que tente de résoudre cette thèse.

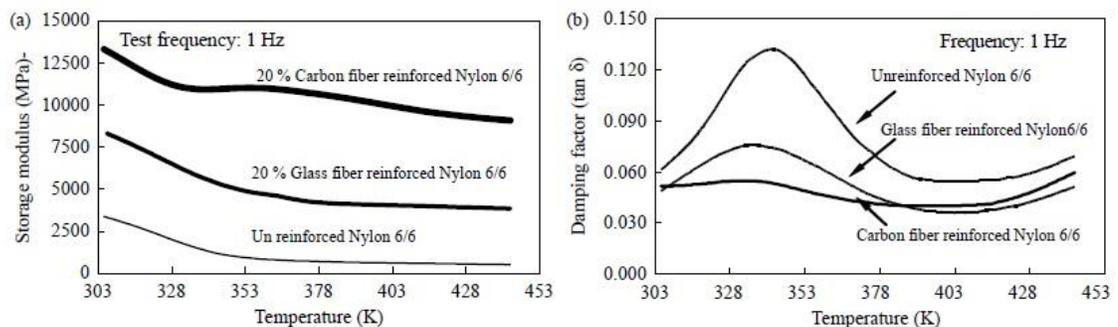
## **I.2. USAGE DES ENGRENAGES EN THERMOPLASTIQUE-COMPOSITES ET PROBLÈMES POSÉS**

Dans cette session, nous dégagerons le principal facteur affectant l’usage des engrenages en thermoplastique-composites et poserons les problèmes à résoudre.

### **I.2.1. Principal facteur affectant l’usage des engrenages en thermoplastique-composites**

Les thermoplastiques ont des propriétés très variées permettant de les utiliser avantageusement dans des applications diversifiées dont la fabrication des engrenages. Dans ce cas particulier, ces matériaux se prêtant au moulage, sans restriction quant à la forme et au profil de la denture, sont préférés aux métaux conventionnels lorsque les conditions de chargement le permettent. Un tel choix entraîne une diminution notable des coûts de production et permet d’envisager les conditions de fonctionnement sans lubrification, avec atténuation des chocs et des vibrations au cours de l’engrènement des dents.

Malgré ces diverses propriétés avantageuses, les thermoplastiques présentent une marque de faiblesse essentielle : la variation des propriétés mécaniques avec la température. Les principales qui en sont affectées : le module statique  $E$ , le module de stockage  $E'$ , le module de perte  $\text{tg}\delta$  et la limite élastique  $S_y$ . Diverses variations de ces propriétés sont montrées, à titre d'exemple, pour certains thermoplastiques dans l'ANNEXE A. Les matériaux composites à base de thermoplastique présentent des comportements thermomécaniques similaires, comme on peut le voir sur la figure suivante.



**Figure I. 8. Analyse thermomécanique d'un composite de nylon renforcé de 20 % de fibre de carbone et de 20 % de fibre de verre; a) Module de stockage, b) Facteur de perte**

## I.2.2. Problèmes résolus

Cette thèse tente de résoudre deux principaux problèmes : celui de la dépendance au pétrole et du coût élevé des plastiques « hautes performances » ainsi que celui de l'influence de la température sur le mode de bris des engrenages plastique-composite.

### I.2.2.1. Dépendance du pétrole et coût élevé des plastiques « hautes performances »

Les plastiques et composites (à fibres de carbone ou de verre) ont occupé une place importante dans la fabrication de pièces dans divers secteurs tels que

l'aéronautique, l'industrie automobile, et surtout la bureautique et les électroménagers etc., au cours de ces dernières décennies. Le choix de ces matériaux est commandé par leurs multiples caractéristiques propres reconnues qui leur procurent un avantage concurrentiel par rapport aux matériaux conventionnels tels que les métaux. Dans le cas des engrenages, selon une analyse du Groupe Freedonia (international business research company) [9], les applications d'engrenages en plastique ont augmenté de 83 % entre 2003 et 2014, une augmentation qui correspond à 1300 M\$ en 2013 contre 710 M\$ en 2003; et ces chiffres continueraient d'augmenter de nos jours. Aussi, les thermoplastiques « hautes performances » largement utilisés dans la fabrication des engrenages sont excessivement chers étant donné la hausse du prix du pétrole par son épuisement et son caractère non renouvelable; de plus, ils engendrent une pollution à cause de leur caractère non dégradable.

La première partie de notre contribution à la recherche est donc de formuler un matériau thermoplastique-bois à faible coût ayant de bonnes caractéristiques mécaniques pour son application aux engrenages. En outre, nous irons encore plus loin en fabriquant ces engrenages qui pourront être brevetés.

#### **I.2.2.2. Influence de la température sur le mode de bris des engrenages plastique-composite**

Le problème majeur rencontré dans les engrenages en métal est celui des bris, tel que le bris par fatigue de flexion à la racine de la dent, le bris par fatigue de contact sur le flanc de la dent et l'usure excessive, auxquels s'ajoute le bris thermique, qui se manifeste d'une manière spécifique dans les engrenages en plastiques et composites (à fibres de carbone ou de verre) [10]. Ce dernier problème pourrait aussi affecter les engrenages en thermoplastique à fibre naturelle, puisque la matrice (matière de base) demeure le thermoplastique.

Le bris thermique se présente sous deux formes :

- La première forme est le grippage (« scoring ») [11] : subi par le flanc des engrenages en acier lorsque ceux-ci fonctionnent dans des conditions d'extrême pression de contact entraînant une rupture. Dans le cas des engrenages en plastique, il arrive que même sous de faible contrainte de contact, un échauffement excessif instantané entraîne le ramollissement de la surface. Même si le grippage s'observe tout autant dans les engrenages en métal que dans ceux en plastique, il est à noter cependant que les plastiques, étant plus sensibles à la température, sont beaucoup plus susceptibles de subir ce phénomène même avec des charges modérées. Ceci résulte de leurs bas points de ramollissement comparativement à ceux des métaux, par exemple 150 °C pour l'acétal contre 550 °C pour l'acier [12].

- La deuxième forme de bris se caractérise par une déformation excessive de toute la dent, ayant pour conséquence d'entraîner des déformations permanentes. Cette forme de bris est exclusive aux matériaux plastiques (échauffement de toute la dent et diminution de la contrainte de flexion maximum permise à la racine de la dent) [11].

Dans les deux cas de formes de bris, la température devient le paramètre de contrôle du phénomène. Pour la première forme, dans le cas des métaux, il est établi que le « scoring » dépend de la température instantanée atteinte dans la zone de contact, tel que le rapportent Block [13] et plusieurs études effectuées dans le domaine [14-17].

Lorsqu'il s'agit d'engrenages en plastique, l'augmentation de la température instantanée contribue à la diminution de la limite élastique  $S_y$  du matériau, limitant ainsi la capacité de celui-ci de supporter des contraintes de contact; le « scoring » résulte alors d'un manque d'équilibre entre la contrainte de contact et la limite

élastique à la température instantanée atteinte localement par le matériau au point de contact; de là vient la nécessité de déterminer la température instantanée sur le profil de la dent pour en déduire la limite élastique correspondante pour un matériau donné.

Le contrôle de la deuxième forme de bris thermique nécessite la détermination de la température d'équilibre atteinte par toute la dent afin de déduire les propriétés mécaniques correspondantes du matériau. Puisque ces propriétés fluctuent avec la valeur de la température, il est impératif de les connaître afin de prédire la résistance de l'engrenage par rapport aux déformations exagérées et à une rupture prématurée. La connaissance des modules statiques  $E$  et de stockage  $E'$ , de même que celle de  $\tan \delta$ , permet de prédire l'échauffement par hystérésis [10, 18, 19] et la perte de la résistance du matériau. En effet, une hausse de la température engendre une augmentation de  $\tan \delta$  dans la plage de températures rencontrées lors de l'utilisation des engrenages de même qu'une diminution de  $E'$ . Ces deux tendances observées contribuent chacune à augmenter la chaleur d'hystérésis et mènent, par conséquent, à une élévation de la température, ce qui est propice aux bris thermiques.

En plus de l'échauffement par hystérésis, phénomène spécifique aux engrenages de plastique, il existe une autre source de chaleur plus importante qui prend naissance lors du contact entre deux dents d'un engrenage dû au glissement de la force de contact. Dans le cas des thermoplastiques, ce phénomène présente des caractéristiques particuliers [19-21], à savoir : l'extension du contact en dehors de la ligne d'action et la répartition de la chaleur normale totale transmise entre plusieurs paires de dents simultanément en contact, chaleur découlant de la flexibilité des dents.

En plus de provoquer le bris thermique, la température semble influencer de manière décisive le comportement en fatigue des engrenages en thermoplastiques. Comme le montrent quelques études [16, 19, 22], l'augmentation de la température engendre une diminution de la limite d'endurance en fatigue; il faut alors déterminer la température afin de prédire la contrainte maximum permise en fatigue.

La deuxième partie de notre contribution à la recherche est donc de pouvoir prédire la température d'échauffement des engrenages en thermoplastique-fibre de bois.

### **I.3. BUT ET OBJECTIFS**

Le but de cette thèse est d'améliorer la résistance thermomécanique des engrenages à base de thermoplastique (polyéthylène ou polypropylène) et de fibres de bois afin d'atteindre celle des engrenages en thermoplastiques « hautes performances » comme le nylon et l'acétal.

Les objectifs de cette thèse se subdivisent en trois points :

- Formuler et caractériser un nouveau matériau composite à base de polyéthylène/bois ou de polypropylène/bois. Les fibres de bois utilisées sont le bouleau et le tremble.
- Fabriquer et évaluer la résistance mécanique et thermique des engrenages en composites polyéthylène/bois ou de polypropylène/bois.
- Prédire numériquement la température d'équilibre (la température de surface ne sera pas résolue dans cette thèse) qui peut être générée sur les engrenages à base de polyéthylène/bois ou de polypropylène/bois.

#### **I.4. COMPOSITION DE LA THÈSE**

Le premier chapitre de cette thèse pose le problème de la sensibilité des engrenages en thermoplastique-composite à la température. Il met en évidence la détérioration des propriétés de ces matériaux à partir d'une élévation de température pouvant être considérée comme modeste pour les métaux et soulève le problème de bris relié à la température au cours du fonctionnement des engrenages en thermoplastique.

Le chapitre II analyse les études antérieures et établit une relation avec la présente étude. Il se décompose en deux volets. Dans le premier volet, nous exposons l'évolution de la recherche dans la formulation des matériaux composites thermoplastique/fibres naturelles (p. ex. de bois). Le deuxième volet présente l'évolution de la recherche reliée à l'étude de la température de fonctionnement (sources de chaleur de frottement et d'hystérésis) des engrenages en thermoplastique-composite, et la relation entre la recherche actuelle et les approches utilisées antérieurement par d'autres chercheurs.

Le chapitre III expose les méthodologies adoptées pour mieux aborder cette thèse : la formulation des matériaux composites à fibres de bois, la fabrication des engrenages en composite.

Le chapitre IV présente la méthode de modélisation et simulation du comportement thermique des engrenages en thermoplastique et composites, utilisée dans cette thèse : équations théoriques pour l'évacuation de la chaleur, hypothèses relatives à l'étude thermique, méthode numérique pour la résolution des équations afin de déterminer la distribution de la température d'équilibre.

Le chapitre V aborde les résultats obtenus à partir des matériaux thermoplastique/fibre de bois développés au cours de la présente étude. Les

résultats des tests thermomécaniques (traction, flexion, impact, TGA, angle de contact) des composites polyéthylène/fibres de bois (bouleau ou tremble) et polypropylène/fibres de bois (bouleau et/ou tremble) y sont présentés, ainsi que les résultats de la modélisation du module élastique en traction des composites. Dans cette partie, les résultats des essais expérimentaux et de la simulation numérique sont aussi exposés, suivis d'une discussion.

La thèse se termine par le chapitre VI, qui, après une récapitulation des principaux résultats, tire les conclusions qui s'en dégagent et propose des travaux connexes qui pourraient avoir cours ultérieurement.

Après cette introduction sur les différents aspects des engrenages en thermoplastique et composite, le chapitre suivant abordera la revue de la littérature et établira une relation avec la présente thèse.

## **CHAPITRE II**

### **REVUE DE LA LITTÉRATURE ET RELATIONS AVEC LA PRÉSENTE ÉTUDE**

Afin de mieux organiser la revue de la littérature, le sujet de cette thèse a été essentiellement divisé en deux :

- Formulation, caractérisation et homogénéisation des matériaux composites renforcés par les fibres de bois;
- Comportement thermomécanique des engrenages en plastique et composites.

Nous effectuerons donc une revue de la littérature des deux divisions ci-dessus, puis nous établirons un cadre théorique quant au comportement thermomécanique des engrenages en plastique. Enfin, nous exposerons l'originalité de cette thèse.

#### **II.1. FORMULATION ET HOMOGENÉISATION DES MATÉRIAUX COMPOSITES RENFORCÉS PAR LES FIBRES DE BOIS**

Dans cette session de la revue de la littérature, nous verrons les différentes caractéristiques des ressources naturelles utilisées dans nos recherches, ensuite nous ferons un petit résumé des recherches antérieures réalisées sur les composites thermoplastiques à fibres de bois, enfin nous terminerons par les différentes lois d'homogénéisation des dites composites.

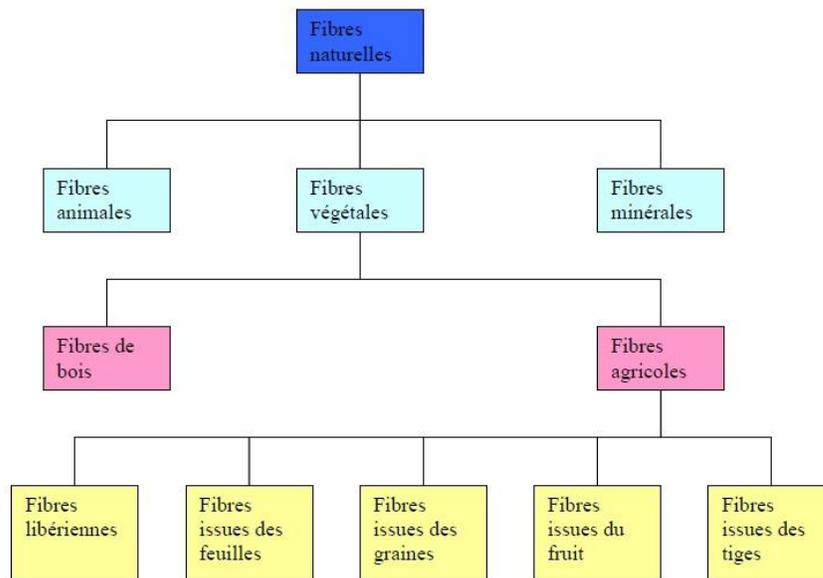
##### **II.1.1. Les ressources naturelles de bois**

Les fibres naturelles ont récemment attiré l'attention des scientifiques et des technologues, car les avantages de ces fibres permettent de renforcer les polymères utilisés dans la fabrication de composites ayant de bonnes caractéristiques mécaniques. Parmi les fibres naturelles, les fibres de bois comme le bouleau et le

tremble attirent de plus en plus l'attention des chercheurs. Ces essences présentent l'avantage de pousser abondamment en Amérique du Nord.

### II.1.1.1 Présentation des fibres naturelles

Les fibres naturelles sont utilisées depuis 3000 ans dans les composites, par exemple dans l'ancienne Égypte, où paille et argile étaient mélangées pour construire des murs. Au cours de la dernière décennie, les composites renforcés de fibres naturelles ont reçu une attention croissante, tant de la part du monde universitaire que de diverses industries. Il existe une grande variété de fibres naturelles qui peuvent être utilisées pour le renforcement ou comme charges [23, 24].



**Figure II. 1. Classification des fibres naturelles [25, 26]**

Comme l'illustre la Figure II.1, les fibres naturelles peuvent être subdivisées en trois grands groupes selon leur origine :

- les fibres végétales :
  - fibres agricoles (coton, kapok, lin, chanvre, jute, ramie, noix de coco),

- fibres de bois : fibres tendres (softwood), fibres dures (hardwood);
- les fibres animales, qui proviennent des poils, telles que la toison animale, ou de sécrétions, telle la soie;
- les fibres minérales, comme le basalte.

Pour notre étude, les fibres végétales nous intéressent, en particulier les fibres de bois. Les composites thermoplastiques à fibres de bois deviennent de plus en plus populaires pour diverses raisons [27, 28] :

- origine renouvelable;
- coût faible;
- résistance relative élevée;
- raideur;
- densité basse;
- bonne stabilité thermique;
- biodégradabilité élevée;

### **STRUCTURE D'UNE FIBRE VÉGÉTALE ET PROPRIÉTÉS PHYSIQUES**

Les fibres végétales sont des structures biologiques principalement composées de cellulose, d'hémicelluloses et de lignine [29]. Contrairement aux autres composantes des fibres, qui possèdent une structure amorphe, la cellulose présente une structure en grande partie cristalline. La cellulose cristalline est l'un des polymères ayant le module d'élasticité le plus élevé, soit environ 136 GPa (à titre d'exemple, celui de la fibre de verre est de 75 GPa). Cette rigidité s'explique par une structure cristalline qui suit un agencement supramoléculaire hélicoïdal très ordonné. Il est important de noter que cette structure moléculaire particulière entraîne, lors d'une elongation des fibres, un couplage torsion/traction qui peut

avoir des conséquences sur l'interface, sur la déformation ou sur les mécanismes de rupture du composite.

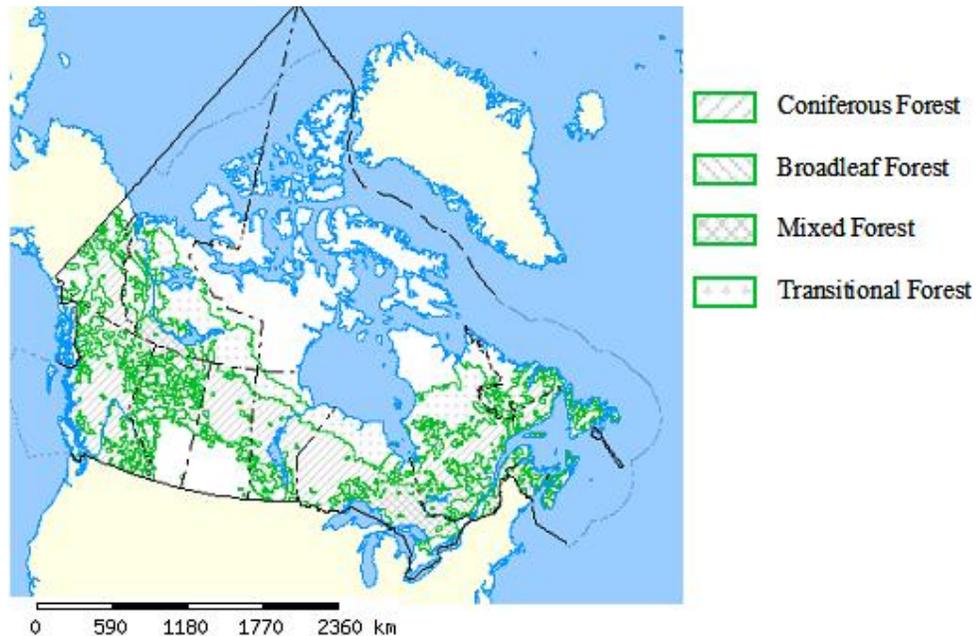
Une fibre végétale est assimilable à un matériau composite renforcé par des fibrilles de cellulose [30]. La matrice est principalement composée d'hémicelluloses et de lignine. Les fibrilles de cellulose sont orientées en hélice suivant un angle nommé angle microfibrillaire. Habituellement, dans un matériau composite, le taux de renfort et l'orientation des fibres conditionnent les caractéristiques élastiques et la résistance à la rupture.

De même, dans une fibre végétale, les propriétés physiques des fibres naturelles sont principalement déterminées par [31]:

- la composition chimique et physique;
- la structure et le pourcentage de cellulose;
- l'angle microfibrillaire;
- le degré de polymérisation.

#### **II.1.1.2. Les fibres de bouleau et de tremble de l'Amérique du Nord**

Au Canada, les forêts occupent 45 % du territoire, ce qui représente 417.6 millions d'hectares de la zone continentale canadienne sur 921.5 millions d'hectares. Les forêts s'étendent de l'Atlantique au Pacifique, et vers le nord jusqu'à la limite de la limite forestière de l'Arctique, comme le montre la Figure II. 2. Le Canada regorge d'environ 180 espèces d'arbres, regroupant feuillus et conifères. Certaines espèces de feuillus comme le bouleau et le saule se trouvent dans la plupart des régions du nord.



**Figure II. 2. Distribution des arbres au Canada [32]**

La Figure II. 2 montre la répartition des espèces d’arbres par écorégion. En raison des conditions climatiques plus chaudes, plus d’espèces d’arbres poussent dans la partie sud du Canada que dans le nord. Le plus grand nombre d’espèces d’arbres se trouvent dans l’écozone Plaines Mixwood et dans la partie sud du Bouclier boréal, située dans le sud de l’Ontario et le long du fleuve Saint-Laurent. L’écorégion qui contient le plus grand nombre d’espèces d’arbres est celle du lac Érié Lowlands, située dans le Mixwood des Plaines boréales, avec 95 espèces d’arbres. La Figure II. 3 montre les espèces d’arbres dans la province de Québec. Les fibres de bois de deux espèces de feuillus très présents au Québec ont été étudiées dans cette thèse : celles du bouleau et du tremble.



**Figure II. 3. Répartition des espèces d’arbres au Québec [33]**

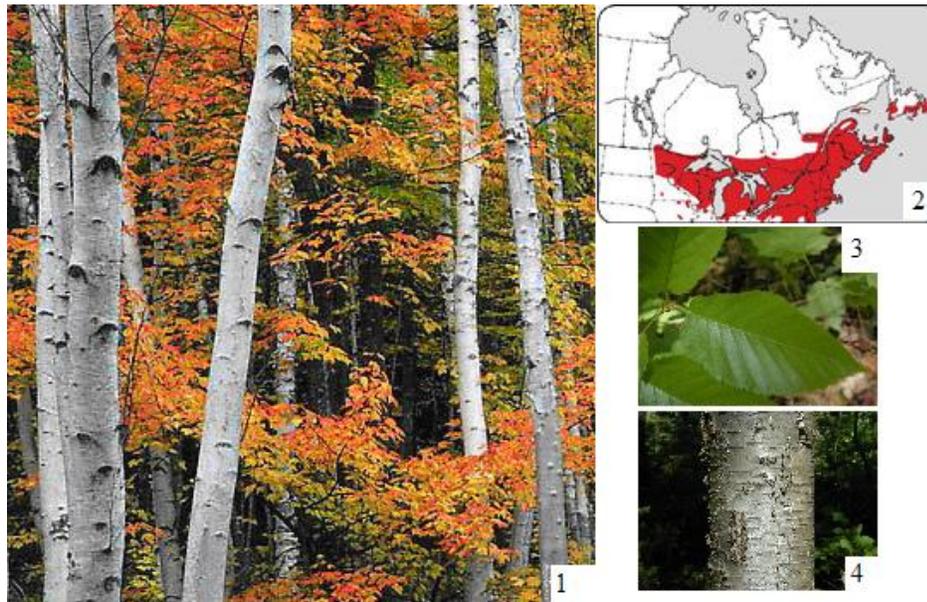
**TREMBLE (*Populus tremuloides*)** : l’une des espèces de feuillus poussant dans la forêt boréale est le tremble, un arbre de bois dur qui occupe un plus vaste territoire que tout arbre en Amérique du Nord, de l’extension du nord-est des États-Unis jusqu’à l’Alaska, ainsi que tout au long de la forestière les régions du Canada et de la province de l’Est (Figure II. 4).



**Figure II. 4. Photos du bois tremble [34]**

Note : 1) Jeune écorce lisse, de vert pâle à blanchâtre; 2) Distribution du tremble en Amérique du Nord; 3) Chatons femelles, capsules de fruits se diviseront en deux parties; 4) Sombre d’âge mûr devient sombre et ridé, tronc cylindrique et lisse

**BOULEAU JAUNE** (*Betula papyrifera*). Le bouleau jaune est un feuillu à croissance lente qui atteint une taille moyenne supérieure à 20 m. Son écorce à lenticelles visibles (longue signalisation horizontale) est jaunâtre ou bronze au cours des premières étapes de sa vie, et prend des teintes rouge foncé à mesure qu'elle mûrit. Les ongulés et les lièvres se nourrissent de ses feuilles et des jeunes rameaux pendant l'été et l'hiver. Le bouleau jaune est une des espèces les plus répandues en Amérique du Nord (Figure II. 5), particulièrement au Québec. Il est l'arbre emblématique du Québec [35].



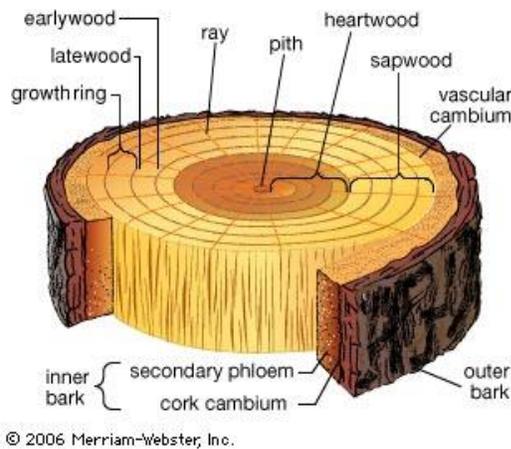
**Figure II. 5. Photos du bouleau jaune [36]**

Note : 1) Jeune écorce; 2) Distribution du bouleau en Amérique du Nord; 3) Feuille de bouleau jaune; 4) Écorce d'âge mûr

### **II.1.1.3. Caractéristique des fibres de bois**

Tout bois est constitué de cellulose, d'hémicelluloses et de lignine, et de quantités mineures (de 5 à 10 %) de matières étrangères [37]. Les couches du bois sont montrées dans la Figure II. 6.

Les fibres de bois juvéniles et matures sont à peu près rectangulaires en section transversale, avec une épaisseur de paroi variant de 10 % de la section totale au bois de printemps (earlywood) à environ 80 % de la section transversale du bois d'été (latewood). La fibre de bois est composée de couches de cellulose cristalline (fibrilles) enveloppées dans une forme cylindrique avec un centre ouvert, ou « lumen ».



**Figure II. 6. Coupe transversale d'un tronc d'arbre**

#### **II.1.1.4. Propriétés physiques et mécaniques des fibres de bois**

Le bois est ainsi loin d'être un matériau homogène, en raison de grandes variations naturelles entre les diverses essences de bois et dans une espèce visée. Même pour les espèces identiques, les propriétés du bois sont différentes pour une tige d'arbre d'un certain âge, étant donné l'héritage génétique et l'état de l'environnement.

Par conséquent, les propriétés des fibres sont également différentes selon le bois brut entrant dans le procédé de fabrication de la pâte. Les propriétés physiques et mécaniques des fibres naturelles sont présentées dans le Tableau II. 1.

**Tableau II. 1. Propriétés physiques et mécaniques de quelques fibres naturelles [38]**

Species	Density g/cm <sup>3</sup>	Tensile strength MPa	Young's modulus GPa	Specific strength Pam <sup>3</sup> /g	Specific Young's modulus kPam <sup>3</sup> /g
<b>Flax</b>	1.4-1.5	500-900	50-70	357-600	36-47
<b>Hemp</b>	1.48	300-800	30-60	203-541	20-41
<b>Jute</b>	1.3-1.5	200-500	20-55	154-333	15-37
<b>Sisal</b>	1.45	100-800	9-22	69-552	6-15
<b>Softwood<sup>2</sup></b>	1.4	100-170	10-50	71-121	7-36
<b>Hardwood<sup>3</sup></b>	1.4	90-180	10-70	64-129	7-50

**II.1.1.5. Propriétés morphologiques des fibres de bois dur**

Comme nous utilisons dans cette étude les fibres de tremble et de bouleau, qui sont des bois durs, certaines de leurs propriétés morphologiques sont présentées dans cette section. Les composites à fibres de bois contiennent des fibres d'origines différentes avec diverses propriétés. Le choix des fibres est normalement basé sur les exigences du produit final. Les propriétés morphologiques des fibres – densité, longueur, largeur et épaisseur de paroi – sont présentées dans le Tableau II. 2 .

**Tableau II. 2. Propriétés morphologiques des fibres de bois de pâte kraft [39, 40]**

Espèce	Densité kg/m <sup>3</sup>	Longueur mm	Largeur µm	Épaisseur de paroi µm
<b>Tremble</b>	582	1.0-1.3	18-19	2.0-3.0
<b>Bouleau</b>	740	1.1-1.5	16-22	3.0-3.6

<sup>2</sup> Bois tendre<sup>3</sup> Bois dur

En raison du fait que la température de décomposition de l'hémicellulose (environ 200-350 °C) est inférieure à celle de la cellulose (environ 240-350°C) et que la quantité d'hémicellulose dans le bois dur est plus élevée que dans le bois tendre (feuillus résineux) [41], la dégradation est plus facile dans le bois dur que dans les feuillus résineux. Cependant, la rupture d'une chaîne d'hémicellulose ne réduit pas autant la force du bois que la rupture des chaînes de cellulose [42].

#### **II.1.1.6. Qualités des pâtes de fibre**

Les pâtes de fibre sont classées principalement en fonction de leurs procédés de fabrication [39]. La mise en pâte n'est rien d'autre que la rupture/le retrait de la lignine pour séparer les fibres. Il existe différents procédés de fabrication des pâtes de fibre : mécaniques, chimiques ou par une combinaison des deux procédés (procédés chimico-mécaniques). Pour cette thèse, le procédé utilisé est le traitement mécanique avant défibrage, qui mène à une pâte thermomécanique (TMP).

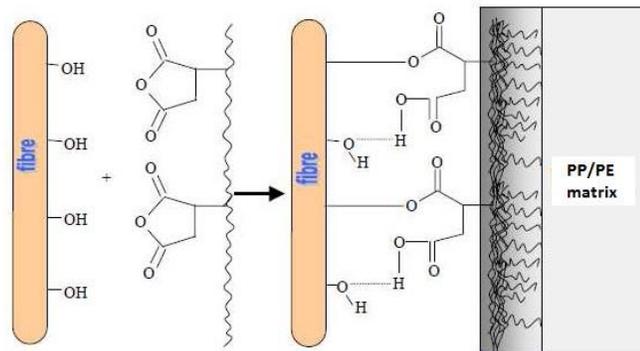
#### **II.1.1.7. Modification des fibres naturelles**

Les fibres de cellulose sont incompatibles avec les polymères hydrophobes. Or, la qualité de l'interface fibre-matrice est importante pour l'utilisation des fibres naturelles comme fibres de renfort pour les polymères. Il est donc très souvent nécessaire de modifier la surface des fibres pour optimiser cette interface. Les méthodes de modification sont différemment efficaces en ce qui concerne l'adhésion entre la matrice et les fibres.

Les méthodes les plus fréquemment décrites dans la littérature sont le traitement à la soude en premier lieu souvent suivi par une silanisation ou une acétylation ou encore l'addition d'un comptabilisant. Nous utiliserons la méthode d'addition d'un comptabilisant pour traiter les fibres de bois.

Parmi les agents de couplage organiques, les anhydrides comme l'anhydride maléique, l'anhydride acétique, l'anhydride succinique et l'anhydride phtalique sont les agents de couplage les plus utilisés pour les composites renforcés de fibres de bois. L'anhydride acétique, l'anhydride succinique et l'anhydride phtalique ont deux groupements fonctionnels (p. ex. les groupes carboxylate  $-COO-$ ), qui peuvent être liés aux fibres de bois par estérification et liaison hydrogène [43].

L'anhydride maléique est un composé carbonyle insaturé contenant une double liaison carbone-carbone ( $-C = C-$ ) et deux groupements carboxylates( $-COO-$ ). Cette structure augmente considérablement la réactivité de la liaison carbone-carbone avec la matrice hydrophobe, résultant en une réaction ou une forte adhésion à l'interface (Figure II. 7) [43].



**Figure II. 7. Modification chimique de la cellulose pour comptabilisation avec la matrice PP ou PE**

Mohammad [43] a étudié des composites polypropylène/fibres de kraft (de 10 à 60 % en poids de fibres) contenant du polypropylène modifié par l'anhydride maléique (MAPP) comme agent de couplage (de 1 à 4 % en poids). Le résultat optimal a été obtenu avec 50 % en poids de fibres et 3 % en poids de MAPP. La contrainte augmente avec la teneur en fibres jusqu'à 50 % en poids de fibres, mais une diminution est observée pour 60 % en poids de fibres, qui pourrait être

expliquée par l'augmentation de la viscosité, résultant en une mauvaise répartition des fibres. Le module d'Young augmente avec la teneur en MAPP jusqu'à 4 % en poids, bien que la différence de module entre 3 et 4 % en poids de MAPP soit minime. Il en est de même pour la contrainte. Par conséquent, 3 % en poids de MAPP semble être la quantité optimale. L'augmentation de la contrainte et du module élastique des échantillons contenant du MAPP semble découler d'une meilleure liaison interfaciale.

## **II.1.2. Composites à matrice thermoplastique renforcée par des fibres de bois**

Dans le cadre de cette thèse, les thermoplastiques comme le polypropylène et le polyéthylène sont utilisés.

### **I.1.2.1. Matrices thermoplastiques**

Le polypropylène et le polyéthylène sont les deux polymères dont la consommation est la plus importante à l'heure actuelle.

#### **Le polypropylène**

Le polypropylène (PP) présente une importance majeure puisque sa production mondiale annuelle dépasse 10 millions de tonnes [44].

Parmi les thermoplastiques de consommation courante, le polypropylène possède des propriétés remarquables comme une faible densité; une bonne résistance à la flexion, à la rayure et à l'abrasion; la possibilité d'être stérilisé; etc. Ces caractéristiques permettent au polypropylène d'être utilisé dans différents domaines, comme des emballages alimentaires, des pièces en plastique et des contenants réutilisables de différentes sortes, des pantalons et chemises thermiques de l'armée, du matériel de laboratoire, des composants automobiles, etc. [45, 46].

Le polypropylène est l'un des polymères les plus polyvalents. Il est utilisé à la fois en tant que matériau massique et en tant que fibre [47]. Sous sa forme massique, il sert à fabriquer, par exemple, des boîtes pour aliments qui résistent au lave-vaisselle (du fait de sa température de fusion supérieure à celle du polyéthylène, soit 190 °C au lieu de 170 °C, il résiste mieux à la chaleur du lave-vaisselle), des capsules de bouteilles de boissons, des tiges de stylos, des boîtes à bijoux, des caisses de bière, des flacons de médicaments, des films d'emballage, des tuyaux...

Avec tous les avantages décrits ci-dessus (auxquels on peut encore ajouter une haute stabilité thermique, une résistance aux substances chimiques, un prix peu élevé et la possibilité d'être recyclé), le polypropylène est un bon candidat comme matrice pour la production de composites thermoplastiques renforcés de fibres naturelles. Toutefois, le principal inconvénient de l'utilisation des fibres naturelles pour renforcer le PP est leur caractère hydrophile, qui abaisse la compatibilité avec le PP hydrophobe. Cette compatibilité entre les fibres naturelles et la matrice peut être améliorée par des modifications chimiques des fibres ou l'ajout de compatibilisants [48-54].

Le polypropylène est un polymère thermoplastique ayant une température de transition vitreuse de -10 °C. La plupart des polypropylènes commerciaux ont un taux de cristallinité compris entre 40 et 60 %, et une densité variant de 0,85 à 0,95 g/cm<sup>3</sup> en fonction de leur cristallinité [46], comme le montre le Tableau II.3.

### **Le polyéthylène**

Le polyéthylène (PE) est un polymère très répandu dans les applications de génie civil (géomembranes, gaines de ponts à haubans, tuyaux de conduites de gaz

ou d'eau, etc.) en raison de son faible coût, de sa facilité de mise en œuvre, de ses propriétés de barrière à l'eau et au gaz naturel, ou encore de sa résistance à l'humidité et aux principaux agents chimiques.

Le polyéthylène est un matériau thermoplastique obtenu par polymérisation de l'éthylène (C<sub>2</sub>H<sub>4</sub>) menant à des macromolécules composées par la répétition d'un motif (CH<sub>2</sub>-CH<sub>2</sub>). Le polyéthylène à haute densité (HDPE) est un polymère linéaire ne comprenant aucune ramification courte et ayant une fraction de branches longues très faible. Ce polymère, de densité comprise entre 0.94 et 0.986 g/cm<sup>3</sup> est obtenu à basse pression. En revanche, pour le polyéthylène à basse densité (LDPE), obtenu par polymérisation sous haute pression, les ramifications ont des tailles très dispersées.

L'architecture macromoléculaire et la cristallinité sont probablement les facteurs les plus importants contrôlant les propriétés rhéologiques du polymère à l'état fondu, et ont une influence sur le procédé de mise en forme et les propriétés mécaniques du produit final [55, 56].

**Tableau II. 3. Propriétés physiques de quelques polypropylènes (PP) et polyéthylènes (PE) [57]**

Products	MFI g/10 min	Densité g/cm <sup>3</sup>	Cristallinité %
<b>LDPE</b>	0.2-20.0	0.916-0.925	35-55
<b>MDPE</b>	0.1-35.0	0.926-0.940	70-80
<b>HDPE</b>	0.2-5.0	0.942-0.965	85
<b>PP</b>	2.0-50.0	0.890-0.905	50-60

### II.1.2.2. Principaux additifs

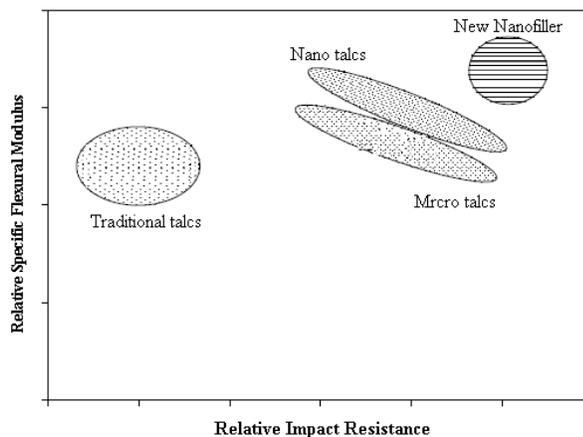
Parmi les nombreux additifs existants, nous avons les agents de couplage et les nanoparticules.

#### Agent de couplage

En raison de l'incompatibilité entre la matrice et les fibres de bois, des agents de couplage doivent être utilisés dans les composites à fibres de bois (WPCs) pour améliorer la faible adhérence, une mauvaise dispersion et l'incompatibilité entre les fibres naturelles hydrophiles et la polyoléfine hydrophobe [58, 59]. Jusqu'à présent, de nombreux agents de couplage ont été utilisés dans la fabrication et la recherche. Les polyoléfines maléates sont d'excellents compatibilisants pour améliorer l'adhésion entre la matrice polymère et les fibres de bois, permettant un transfert efficace de la contrainte [51, 60-64].

#### Nanoparticules

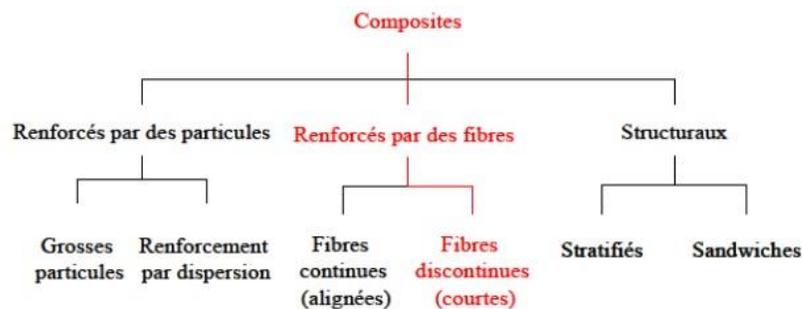
Incorporer de petites quantités de nanoparticules au composite pourrait également augmenter la résistance mécanique et la rigidité ainsi que la résistance à la flamme (Figure II. 8. Dans le cadre de cette thèse, cette particule n'est pas prise en compte.



**Figure II. 8. Module relatif en fonction de l'impact pour différentes particules utilisées dans les thermoplastiques [65]**

### II.1.2.3. Composites polypropylène/bouleau, polypropylène/tremble, polyéthylène/bouleau et polyéthylène/tremble

Un composite est un matériau qui vise à combiner les propriétés de ses composants (généralement une matrice polymérique et un renfort) pour permettre d'en améliorer certaines caractéristiques comme la résistance à la rupture, ou la rigidité pour des composites à usages mécaniques. La Figure II. 9 présente une classification schématique des matériaux composites. Nous y distinguons trois catégories principales : les composites renforcés par des particules, les composites renforcés par des fibres et les composites structuraux. Chacune de ces catégories se divise en au moins deux sous-catégories.



**Figure II. 9. Classification des différents types de composites [66]**

Le type de composites que nous avons étudié est représenté par la branche rouge du schéma de la Figure II. 9, soit les composites renforcés par des fibres courtes

Les avantages et les inconvénients des fibres végétales en tant que renfort de matériaux polymères sont présentés dans le Tableau II. 4 [67-70].

**Tableau II. 4. Avantages et inconvénients des fibres végétales dans les matériaux composites**

Avantages	Inconvénients
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Faible coût</li> <li>• Biodégradabilité</li> <li>• Neutralité quant à l'émission de CO<sub>2</sub></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Absorption d'eau</li> <li>• Faible stabilité dimensionnelle (fibres anisotropes)</li> <li>• Faible tenue thermique (de 200 à 230 °C)</li> </ul>

Plusieurs fibres végétales ont été étudiées pour renforcer les polymères, comme par exemple le lin, le chanvre, le palmier, le jute, le bananier, le bambou, le coton, le bois, le kéraf, le sisal, l'ananas, le coco, etc.

S'il existe de nombreuses publications concernant les composites PP/fibres naturelles, celles concernant les composites PP/fibres de bouleau, PP/fibres de tremble. PE/fibres de bouleau et PE/fibres de tremble sont très peu nombreuses.

Les effets des fibres sur les propriétés mécaniques d'un composite dépendent de leur morphologie, du taux de fibres, et du traitement chimique (agent de couplage) subi par les fibres. Le traitement chimique est très important, car il permet de créer une adhésion entre fibres et matrice. Parmi les différents types de traitements qui existent, le traitement à partir des polymères fonctionnalisés (agent de couplage) est utilisé dans beaucoup de recherches, notamment ceux au maléate de polypropylène (MAPP) et au maléate de polyéthylène (MAPE).

Beaucoup d'auteurs [50, 51, 53, 71-73] ont prouvé que les propriétés mécaniques augmentent après un traitement des fibres. Par exemple Gu et al. [50, 51] et Xue et al.[53] ont montré qu'après utilisation du maléate de polypropylène (MAPP) comme agent de couplage (entre 2 et 3 % en masse) pour un composite à

matrice de polypropylène renforcée par des fibres de tremble, la contrainte maximale en traction, la contrainte maximale en flexion et la résistance à l'impact augmentent, alors que le MAPP n'a pas d'effet sur le module élastique en traction et en flexion. Les valeurs des contraintes trouvées par Xu et al. atteignent 45 MPa pour un composite à 50 % de fibres de bois[53]. Des résultats similaires ont été obtenus avec l'utilisation du maléate de polyéthylène (MAPE) comme agents de couplage pour un composite à matrice polyéthylène renforcée par des fibres de tremble [60].

L'effet du taux de fibres sur les propriétés mécaniques a aussi été montré par des recherches [50, 51, 74, 75]. D'une manière générale, avec ou sans traitement des fibres de bois, on note une évolution linéaire du module élastique en traction et en flexion en fonction du taux de fibres, comme le montrent les travaux de Facca et al. [75], de Gu et al. [48, 50, 51] et de Xue et al. [53]. Mais pour certains composites, la non-adhésion entre fibres et matrice engendre une stagnation du module élastique quel que soit le taux de fibres, comme Gu et al. [51] le montrent dans leurs travaux pour un composite de polypropylène chargé par des fibres de tremble. D'après les travaux de Xue et al. sur un composite polypropylène/tremble formulé par injection, les modules élastiques en traction et en flexion atteignent 6 GPa pour le composite à 50 % de fibres.

### **II.1.3. Homogénéisation du module élastique des composites thermoplastiques à fibres courtes**

À l'échelle des éléments de renfort, les composites sont bien entendu des matériaux hétérogènes. Lors de la détermination des propriétés du composite, la prise en compte de l'ensemble des hétérogénéités constitue toutefois une tâche insurmontable. Il s'avère donc indispensable d'idéaliser le matériau en le considérant comme continu et donc en moyennant ses propriétés à une certaine

échelle en fonction de sa microstructure. On parle alors d'homogénéisation du composite, et le volume sur lequel les propriétés sont moyennées est appelé volume élémentaire représentatif (VER).

Des conditions de contrainte et de déformation étant imposées à la frontière du VER, la démarche générale d'un calcul d'homogénéisation consiste à déterminer les champs de contrainte et de déformation au sein du VER. À partir de cette information, il est possible de calculer la contrainte moyenne  $\bar{\sigma}_i$  et la déformation moyenne  $\bar{\epsilon}_i$  dans la direction  $i$  au sein de l'élément de volume :

$$\bar{\sigma}_i = \frac{1}{V} \int \sigma_i \, dV \quad \text{et} \quad \bar{\epsilon}_i = \frac{1}{V} \int \epsilon_i \, dV \quad (\text{II. 1})$$

avec  $i = 1 \dots 6$

À partir de la moyennation des contraintes et des déformations sur l'ensemble du VER, il est donc théoriquement possible de déterminer les propriétés élastiques du matériau homogénéisé. Les solutions exactes donnant les champs de contrainte et de déformation en chaque point du VER ne peuvent toutefois être obtenues que dans le cas de modèles géométriques simples et idéalisés. Dans la pratique, on peut toutefois obtenir des estimations du module élastique du matériau par des approches basées sur des hypothèses simplificatrices du comportement mécanique du VER.

Pour les composites à fibres courtes, les modèles d'homogénéisation les plus utilisés sont : modèle de Halpin-Tsai ; modèle de Tsai-Pagano; modèle de Lavengooft-Goettler.

## **MODÈLE DE HALPIN-TSAI**

Le modèle de Halpin-Tsai est un modèle semi-empirique qui prédit le module élastique d'un composite en fonction du module élastique des

composantes du matériau (fibre et matrice), du taux de fibre du matériau, et de l'aspect de forme des fibres (longueur/diamètre). L'équation utilisée pour la prédiction de la valeur du module des composites à fibres courtes est [76] :

$$\mathbf{E}_c = \mathbf{E}_m \frac{(1+\xi\eta v_f)}{(1-\eta v_f)} \quad (\text{II. 2})$$

Dans l'équation II.2, les paramètres sont donnés par :

$$\eta = \frac{(\mathbf{E}_f/\mathbf{E}_m)-1}{(\mathbf{E}_f/\mathbf{E}_m)-\xi} \quad (\text{II. 3})$$

où  $\xi$  est un paramètre expérimental de Halpin-Tsai, qui est fonction de la géométrie des fibres[77] et égal à  $2 \frac{L}{D}$ ; avec respectivement L et D, longueur et diamètre des fibres,  $\mathbf{E}_m$  module élastique du plastique et  $\mathbf{E}_f$  module élastique de la fibre.

### **MODÈLE DE TSAI-PAGANO**

Pour une véritable répartition aléatoire des fibres courtes dans un plan, le module élastique du composite peut être calculé à partir d'une équation établie par Tsai-Pagano [78, 79] :

$$\mathbf{E}_c = \frac{3}{8}\mathbf{E}_1 + \frac{5}{8}\mathbf{E}_2 \quad (\text{II. 4})$$

Où  $\mathbf{E}_1$  et  $\mathbf{E}_2$  sont donnés par le module élastique de Halpin-Tsai.

$$\mathbf{E}_i = \mathbf{E}_m \frac{(1+\xi_i\eta_i v_f)}{(1-\eta_i v_f)}, \quad \eta_i = \frac{(\mathbf{E}_f/\mathbf{E}_m)-1}{(\mathbf{E}_f/\mathbf{E}_m)-\xi_i} \quad (\text{II. 5})$$

où  $\xi_i = 2 \frac{L}{D}$  pour  $i = 1$  et  $\xi_i = 2$  pour  $i = 2$

### **MODELE DE LAVENGOOF-GOETTLER [61, 79]**

Le modèle de Lavengoof-Goettler est utilisé pour les composites à fibres courtes dispersées aléatoirement dans les trois dimensions.

$$\mathbf{E}_c = \frac{1}{5}\mathbf{E}_1 + \frac{4}{5}\mathbf{E}_2 \quad (\text{II. 6})$$

Où  $E_1$  et  $E_2$  sont aussi donnés par le module élastique de Halpin-Tsai.

$$\mathbf{E}_i = \mathbf{E}_m \frac{(1+\xi_i \eta_i \nu_f)}{(1-\eta_i \nu_f)}, \quad \eta_i = \frac{(E_f/E_m)-1}{(E_f/E_m)-\xi_i} \quad (\text{II. 7})$$

Où  $\xi_i = 2 \frac{L}{D}$  pour  $i = 1$  et  $\xi_i = 2$  pour  $i = 2$

Après cette revue de la littérature sur les différents matériaux retenus pour cette thèse, nous aborderons dans la section suivante l'étude du comportement thermique des engrenages en thermoplastique et composites.

## **II.2. COMPORTEMENT THERMIQUE DES ENGRENAGES EN THERMOPLASTIQUE ET COMPOSITES**

Le comportement des thermoplastiques est fortement influencé par la température. Il est donc nécessaire de pouvoir prédire avec précision la température des engrenages en fonction des conditions de fonctionnement.

### **II.2.1. Comportement thermique**

Dans le cas des engrenages en acier, la chaleur générée est dissipée la plupart du temps par le lubrifiant. Dans le cas d'engrenages en thermoplastique, qui fonctionnent en générale sans lubrifiant et ont une mauvaise conduction thermique, la chaleur se dissipe moins facilement et provoque une élévation non négligeable de la température de service. La conséquence directe est une augmentation plus rapide de l'usure des dentures et de l'engrenage jusqu'à rupture sous plus hautes sollicitations.

Le transfert de chaleur dans le corps du pignon ou d'une roue, et du pignon vers l'arbre le supportant, se fait par conduction, celui avec l'air environnant par convection.

Plusieurs auteurs ont étudié le comportement thermique des engrenages en polymère et leurs performances. Des études expérimentales ont été conduites par Senthilvelan et al. [80, 81], Düzcükoglu et al. [82, 83], et Mao et al.[84]. Elles ont montré une forte relation entre les conditions de fonctionnement, la géométrie de l'engrenage et l'échauffement.

A partir des résultats expérimentaux, plusieurs modèles théoriques basés sur un bilan global des sources de chaleur et des pertes ont été développés. Hooke et al.[85], Hachman et al. [86], Mao et al.[87, 88], Block et al.[84], et Koffi et al. [18] ont proposé des modèles prédisant la température de corps « body temperature » ou celle au point de contact d'un engrenage en fonctionnement. La plupart des études montrent que les pertes de puissance et les échauffements dans les engrenages en thermoplastique, sont essentiellement dus à trois phénomènes : le piégeage de l'air entre les dents, le frottement au contact et l'échauffement viscoélastique interne. Ces trois aspects vont être détaillés dans le paragraphe suivant.

## **II.2.2. Sources d'échauffement**

### **II.2.2.1. Échauffement résultant du piégeage de l'air entre les dents**

L'échauffement dû au piégeage de l'air entre les dents a été étudié par Diab et al.[89] pour les engrenages en acier. Lors de l'engrènement, entre le moment où une dent du pignon intercepte le cylindre de la tête de la roue menée et celui où elle remplit presque complètement l'espace inter dents, une fraction de l'air se trouve expulsée hors de la zone d'engrènement. Dans une seconde phase, la dent du pignon libère progressivement le volume entre les deux dents de la roue, entraînant ainsi un effet d'aspiration du fluide environnant. L'air peut quitter la zone d'engrènement suivant la direction axiale ou radiale de la dent. La perte totale associée à ce phénomène correspond à l'énergie échangée avec le milieu ambiant

pour les phases de compression et d'aspiration. Elle dépend des caractéristiques de l'air, de la géométrie, du milieu ambiant et des vitesses de rotation. La Figure II. 10 présente un schéma de principe du phénomène du piégeage de l'air entre les dents.

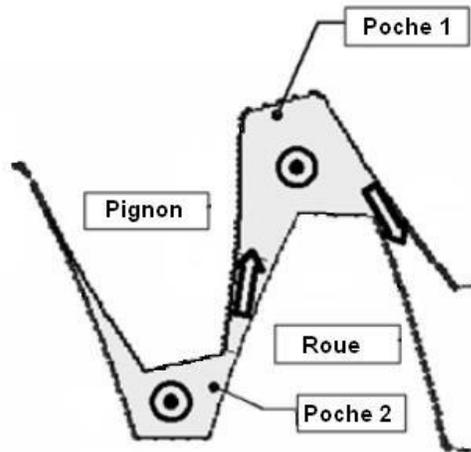


Figure II. 10. Schéma de principe du phénomène de piégeage [89]

#### II.2.2.2. Échauffement dû au frottement

Dans les engrenages, le frottement des dentures conduit à une source majeure de chaleur. Plusieurs paramètres peuvent l'influencer, tels que la pression de contact ou la géométrie. Plusieurs modèles thermiques ont été développés pour ce type d'échauffement.

Le modèle de Koffi et al. [54] estime l'énergie créée par frottement

$$E_{gf} = \mu \cdot W_o \cdot \frac{W_i}{W_n} \cdot \frac{1}{\cos \theta_f} \cdot V_s \cdot \Delta_s \quad (\text{II. 8})$$

Où

$\mu$  = Coefficient de frottement

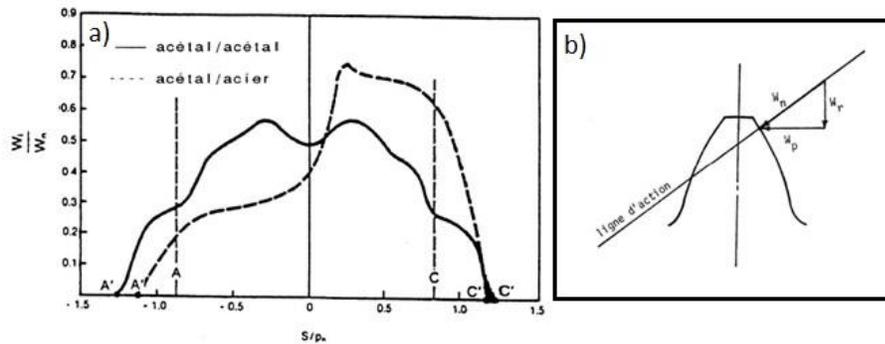
$\frac{W_i}{W_n}$  = facteur de répartition de charge

$W_0$  = charge normale transmise par unité de surface

$V_s$  = vitesse de glissement au point de contact

$\Delta_s$  = déplacement du point de contact mesuré le long de la ligne d'action et  $\theta_f$  = angle de pression

$\frac{W_i}{W_n}$  a été développé grâce aux travaux de Yelle [90] qui est l'un des premiers à avoir introduit la notion de «facteur de répartition de charge normale transmise» qui est un facteur fondamental pour les engrenages en plastique. En effet, l'augmentation du rapport de conduite pour un cas de fonctionnement réel de deux engrenages entraîne une répartition de la charge normale reprise sur plus d'une paire de dents. Par la suite de la variation du nombre de paires de dents simultanément en contact et du déplacement du point d'application de la charge sur le profil de la dent, la charge normale transmise à une paire de dents,  $w_n$ , varie continuellement suivant l'itinéraire de contact (Figure II. 11.b)[91]. La Figure II. 11.a [91] illustre cette variation pour deux engrenages de 36 dents, de pas diamétral de 16 ayant un angle de pression de  $20^\circ$ . Cette figure montre le rapport entre la charge normale réelle  $w_i$  reprise par une paire de dents,  $i$  quelconque et la charge normale  $w_n$  transmise à toutes les paires de dents en contact; la variation de ce rapport  $\frac{W_i}{W_n}$  est montrée pour n'importe quelle position du point de contact dans la zone d'engrènement.



**Figure II. 11. a) Facteur de répartition de charge typique en fonction de la position normalisé b) Composant de l'effort normal à la surface de la dent [91]**

Comme le montre la Figure II. 11.a, même si la longueur de contact, distance A-C montrée sur l'axe horizontal et correspondant au rapport de conduite réel, est la même dans les deux cas d'engrènement, la longueur de contact A'-C' correspondant au rapport de conduite réel est différente tel qu'indiqué dans la section précédente ce chapitre. Cette différence s'explique par le fait qu'une paire de dents acétal-acétal est beaucoup plus flexible qu'une paire de dents acier-plastique. La paire de dents en acétal se déforme beaucoup plus et permet le contact réel plus tôt au début et plus tard à la fin comparativement à un contact théorique. Ceci entraîne une augmentation du rapport de conduite réel et réduit la charge maximum pouvant être appliquée sur une paire de dents. Dans le cas montré, la charge maximum  $W_i/W_c|_{\max}$ , reprise par une seule paire de dents, représente 55 % de la charge normale totale transmise dans le cas d'un engrènement acétal-acétal alors que celle reprise pour un engrènement acier-acétal vaut 75 %.

Afin d'évaluer la portion de la charge normale reprise par chacune des paires de dents en contact, il convient de connaître le facteur de charge tel que défini précédemment.

Afin d'établir la Figure II. 11.a, Yelle [92] a calculé le facteur  $W_i/W_c$ , à l'aide d'une étude basée sur la géométrie et l'équilibre statique, comme suit :

$$\frac{W_i}{W_n} = \frac{1}{w_i \sum_{j=1}^m \frac{1}{w_j}} + \frac{E p_n}{w_0} \left[ \sum_{j=1}^m \frac{\Delta S_j}{p_n w_j} - \frac{\Delta S_i}{p_n w_i} \right] \quad (\text{II. 9})$$

$j$ = indice des paires de dents en contact, autre que la paire  $i$

$m$  = paires de dent en contact simultanément, mais il est toutefois difficile de connaître la valeur de  $m$  à priori.

$E$ = module élastique de la dent considérée

$p_n$ = pas de base

$\Delta S_i$ = distance de séparation sans charge de la paire de dents  $i$

$\Delta S_j$ = distance de séparation sans charge de la paire de dents  $j$

Lorsqu'une paire de dents  $i$  est déjà en contact, la distance évaluée suivant la ligne d'action que doivent parcourir les deux dents de la paire suivant  $i+1$  pour rentrer en contact est désignée par la distance de séparation sans charge.

L'équation (II.9) provient d'une étude analytique exacte. Cependant, son application sous sa forme numérique nécessite la détermination d'autres grandeurs intermédiaires telles que les complaisances  $w_i$  de chacune des paires de dents en contact; il doit être ajouté que cette équation résulte d'une modélisation de l'engrènement où paires de dents en contact  $m$  est déterminé selon un processus itératif.

Afin de se passer des diverses étapes nécessaires à l'usage de l'équation (II.9) qui devient quelques peu complexe, un autre modèle simplifié a donc été développé par Koffi en 1987[18, 91]. Le modèle simplifié calcule le facteur de répartition de charge en toute position durant l'engrènement à partir de la valeur  $\frac{W_i}{W_n}$  au point primitif, soit  $W_i/W_n|_0$  pour un engrènement plastique-plastique.

L'expression de  $W_i/W_n$  de Koffi est la suivante :

$$W_i/W_n = \frac{W_i}{W_n}|_0 \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{S/p_n}{S''/p_n}\right) \quad (\text{II. 10})$$

Où  $S''/p_n$  est la position normalisée du début de contact réel

$S/p_n$  est la position normalisée de contact réel.

La notion de position normalisée sera développée dans la session suivante.  $W_i/W_n|_0$  est fonction de la charge, du matériau et de la géométrie et son expression se présente comme suit :

$$\frac{W_i}{W_n}|_0 = 0.48 E_2^{0.28} (W_o P \cos \theta_f)^{-0.22} Z_2^{-0.4} r_g^{0.1} \quad (\text{II. 11})$$

$Z_1$  et  $Z_2$ =Nombre de dents des engrenages 1 et 2

$r_g = \frac{Z_2}{Z_1}$ = rapport de transmission

$P$ = Pas diamétral

$\theta_f$ =Angle de pression

$W_o$ =Charge normal unitaire

$E_2$ = Module élastique de l'engrenage à température ambiante

En 1937, Block [13] étudie le comportement thermique de deux solides en contact. La température flash qui représente la valeur la plus élevée de la température de surface sur la largeur de contact  $2b$  du contact de Hertz, provient de la dissipation de chaleur au niveau du contact qui résulte du frottement.

En 1963, il établit un modèle simple qui estime la température flash d'une dent d'un engrenage soumise à une pression de contact de type Hertzienne [84]. Ce modèle sera ensuite repris et affiné certains auteurs comme Mao et al. [87] afin de

prendre en compte le frottement comme source d'échauffement dans le comportement thermique des engrenages.

### II.2.2.3. Échauffement viscoélastique interne

Ce type d'échauffement est lié à l'énergie dissipée par frottement visqueux interne pendant la déformation d'un solide viscoélastique. La mesure caractéristique de l'amortissement ou du facteur de perte est le ratio entre l'énergie dissipée par cycle et le maximum d'énergie élastique mise en jeu pendant le cycle. La quantité de chaleur interne développée par un polymère quand il est déformé (déformations à amplitude constante) peut être estimée par la relation (II.12) [93].

$$Q = \pi E'' \varepsilon_0^2 \quad (\text{II. 12})$$

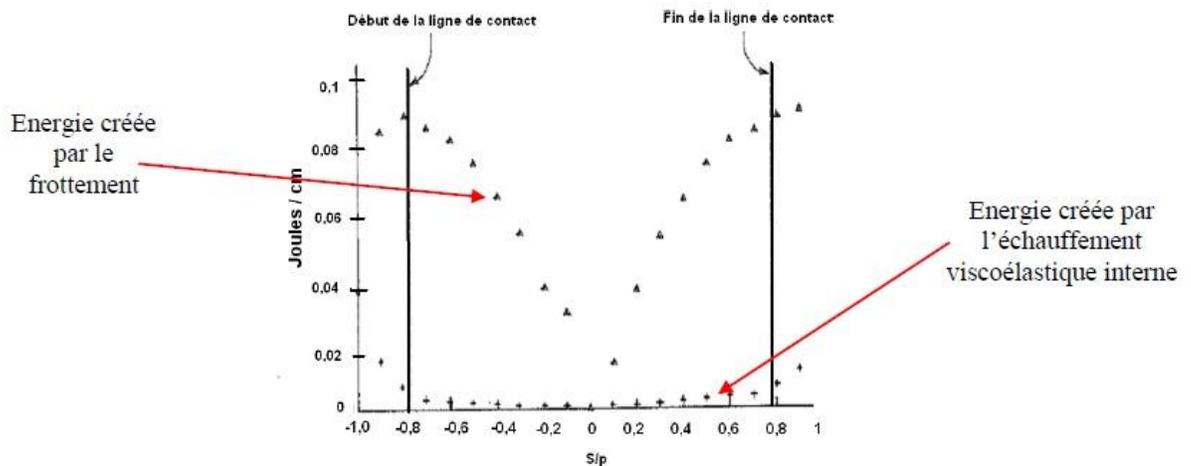
$E''$  est le module de perte,  $\varepsilon_0$  est l'amplitude maximale de déformation pendant le cycle. Un modèle a été développé par Koffi et al. [18] pour l'échauffement viscoélastique interne (II.13). Il intègre plusieurs propriétés des matériaux polymères comme le facteur de perte  $\tan \delta$  et le module de conservation  $E'$ .

$$E_{gh} = \frac{\tan \delta}{1 + \tan^2 \delta} \cdot \frac{\sigma_0^2}{E} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot V \quad (\text{II. 13})$$

où  $V$  est le volume de l'élément affecté par le phénomène d'hystérésis.

Koffi et al. [18] proposent d'appliquer ses modèles (II.8) et (II.13) pour un engrenage en polymère dont le module élastique est compris entre 0.7 Ga et 3.5 GPa. Les résultats montrent que dans le cas d'un contact roulant entre deux matériaux polymères, l'énergie créée par frottement est beaucoup plus grande que l'énergie interne du polymère (Figure II. 12). Hooke et al. [94], Mao [87, 95] confirment également cette hypothèse dans leurs travaux. L'échauffement viscoélastique est donc généralement négligé par rapport à l'échauffement par frottement.

En outre, deux types de chaleur d'hystérésis doivent être distingués lors du fonctionnement des engrenages par suite de la nature des contraintes qui les engendrent; ce sont la chaleur d'hystérésis de flexion et celle de contact. Ces dernières vont être développées dans les sessions suivantes.



**Figure II. 12. Modélisation de l'énergie générée par frottement et hystérésis en fonction de la position angulaire [18].**

## II.2.3. Modèles thermiques couramment utilisés

### II.2.3.1. Températures caractéristiques [91]

#### II.2.3.1.1. Nature et définition

La température caractéristique est une température dont la nature permet de l'utiliser comme une référence par rapport à un phénomène physique réel. Par exemple, la valeur la plus élevée de la température de surface permet de caractériser le phénomène de grippage, ou d'identifier un concept mathématique, par exemple, la valeur moyenne de la température du corps de la dent d'engrenage n'existe que sur un plan purement conceptuel.

Dans les deux cas, chacune des températures citées en exemple donne une indication sur le comportement thermique de la surface, pour la première, et du

corps de la dent, pour la deuxième; chaque comportement est relié à la nature du matériau.

### **II.2.3.1.2. Identification**

Les différentes températures caractéristiques rencontrées dans les engrenages se présentent comme suit :

#### **La température éclair ou de point $T_f$**

Plus connue sous son appellation anglaise « Flash Temperature », elle représente la valeur la plus élevée de la température instantanée de surface  $T_s$  sur la largeur de contact  $2b$  du contact de Hertz. La grandeur dépend de la valeur de la température d'équilibre à la surface au point de contact soit  $T_b$ .

#### **La température de surface maximale, $T_{max}$**

Elle correspond à la valeur la plus élevée de la température éclair  $T_f$  sur le profil chargé de la dent au cours de l'engrènement et s'exprime par la relation suivante :

$$T_{max} = \max(T_f) \quad (\text{II. 14})$$

Cette température permet de prévoir les cas de grippage en tenant compte des conditions de fonctionnement de la dent.

#### **La température d'équilibre, $T_{bi}$**

$T_{bi}$  désigne la valeur de la température en tout point de la dent, tant dans le corps que sur la surface et dans les trois dimensions lorsque le calcul de la distribution de température est effectué en régime permanent.

L'intégration de toutes les valeurs locales de  $T_{bi}$  en chaque point donne la valeur moyenne de  $T_{bi}$  souvent désignée  $T_b$  et plus connue sous son appellation

anglaise « Bulk Temperature ». L'expression de la température moyenne à partir des valeurs des températures locales est la suivante :

$$T_b = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T_{bi} \quad (\text{II. 15})$$

N désigne le nombre de points dont la température locale

$T_{bi}$  rentre dans le calcul de la température moyenne

La température d'équilibre moyenne  $T_b$  est souvent utilisée dans le design des engrenages et permet d'évaluer les caractéristiques mécaniques tels que les modules stockage  $E'$  et de perte  $E''$ , les diverses résistances et le facteur de perte entre autres, de même que les propriétés physiques : chaleur massique, conductibilité thermique, masse volumique, à une température représentative globale plutôt que de trouver une valeur de ces propriétés à chaque position de la dent en considérant  $T_{bi}$ , ce qui serait fastidieux sinon impossible à réaliser.

Ainsi, la température en un point donné sur le profil d'un engrenage est exprimée par :

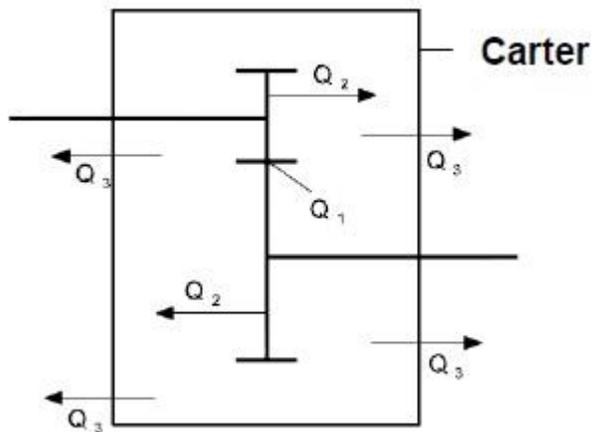
$$T = T_a + T_b + T_f \quad (\text{II. 16})$$

Avec  $T_a$  comme température ambiante.

Si l'étude de la température dans les engrenages en métaux a fait l'objet de plusieurs travaux de recherche, la situation n'est pas la même dans le cas des engrenages en plastiques, surtout en composites. Des recherches ont analysé les températures d'équilibre et de surface de façon théorique, expérimentale et numérique (simulation).

### II.2.3.2. Modèle de Hachmann et Strickle

Le modèle de Hachmann et Strickle[86] se base sur un bilan thermique (Figure II. 13), où sont pris en compte : une source de chaleur due à l'échauffement de friction  $Q_1$  et aux deux sources de déperdition par convection avec le milieu ambiant  $Q_2$ , la convection entre le milieu ambiant et le carter  $Q_3$ . Il est à noter que les déperditions par conduction sur les arbres ne sont pas prises en compte.



**Figure II. 13. Modèle d'échange thermique dans une transmission**

- $Q_1$  est donné par l'équation (II.17). La chaleur générée est fonction du coefficient de frottement et des paramètres géométriques de l'engrenage.

$$Q_1 = 2.6 \cdot P_2 \cdot f_{12} \cdot \frac{i_u + 1}{z_1 + 5i_u} \quad (\text{II. 17})$$

$Q_1$  = Perte de puissance

$P_2$  = Puissance apportée à l'engrenage

$f_{12}$  = Coefficient de friction dynamique

$i_u = z_1 / z_2$

- $Q_2$  correspond aux échanges thermiques par convection forcée avec le milieu ambiant. L'équation (II.18) est proportionnelle à la surface de l'engrenage.

$$Q_2 = A_1 \cdot k \cdot (T_{zi} - T_1) \quad (\text{II. 18})$$

$Q_2$  = Perte de puissance

$A_1$  = Surface d'échange thermique de l'engrenage

$T_{zi}$  = Coefficient de friction dynamique [ $^{\circ}\text{C}$ ]

$k$  = Coefficient de conduction thermique de l'engrenage

$T_1$  = Température ambiante (dans la carter)

- $A_1$  est défini par l'équation (II.19)

$$A_1 = k_1 \cdot m_{12} \cdot z_i \cdot b_i \quad (\text{II. 19})$$

$k_1$  = Nombre sans dimension déterminé de manière expérimentale

$m_{12}$  = Module

$z_i$  = Nombre de dents

$b_i$  = Largeur

- $\alpha_w$  correspond au coefficient de transfert thermique. Les dentures sont considérées comme une surface de hauteur  $m \cdot \pi$  recevant un flux d'air à la vitesse  $V_x$ .

$$\alpha_w = \frac{1}{20} \cdot \frac{\lambda_L}{m_{12}} \cdot \left[ \frac{V_x \cdot m_{12}}{a_k} \right]^{0.75} \quad (\text{II. 20})$$

$\alpha_w$  = Coefficient de conduction thermique de l'engrenage

$\lambda_L$  = Conductivité de l'air

$V_x$  = Vitesse au diamètre de tête

$a_k$  = diffusivité thermique de l'air

L'équation finale obtenue avec le bilan  $Q_1 = Q_2$ , en absence de carter, a été recalée sur des mesures expérimentales. Le coefficient de recalage  $k_2$  a été obtenu dans le cas d'engrenage PA6/PA6, acier/PA6 avec et sans lubrifiant (Module 6,  $Z_1 = 21, Z_2 = 26$ ).

$$T_{1,2} = T_u + P_2 \cdot f_{12} \cdot f_{ED} \cdot 136 \cdot \frac{(i_u + 1)}{z_1 + 5 i_u} \cdot \left( \frac{k_2 \cdot 17000}{b_{12} z_i (V_x \cdot m_{12})^{0.75}} \right) \quad (\text{II. 21})$$

Les valeurs de  $k_2$  sont donné dans le Tableau II. 5. En fonction de la valeur choisie, il est possible d'obtenir la température de volume (colonne 2) ou la température de surface de denture (colonne 3).

**Tableau II. 5. Valeurs de  $k_2$ [86]**

Couple	$k_2$ pour le calcul de la température de volume	$k_2$ pour le calcul de la température de contact
PA6/PA6 à sec	2.4	10
PA6/Acier à sec	1	7
Si $V_x < 1\text{m/s}$	0	0
Lubrification à l'huile	0	0

Il est possible de prendre en compte l'effet transitoire de la montée en température à l'aide du facteur détaillé dans l'équation (II.22).

$$f_{ED} = 0.052 \cdot \left[ \frac{t_{ED}}{t'} \right]^{0.64} \quad (\text{II. 22})$$

$f_{ED}$  = Facteur sans dimension pour prendre en compte le temps de fonctionnement

$t_{ED}$  = Temps de fonctionnement

$t'$  = Temps total d'observation

En 1987, le modèle de Hachman et Strickle fût généralisé par l'institution britannique « British Standards Institution » [96] (Norme BS 6168), en remplaçant la constante 0.75 de l'équation (II.21) par le coefficient  $k_m$  qui est une constante du matériau, mais demeure toujours simpliste

### II.2.3.3. Modèle de Block

Block [84] a établi un modèle qui estime la température « flash » d'une dent d'un engrenage soumise à une pression de contact, de type Hertzienne. La température flash  $\Delta T_f$ , provient de la dissipation de chaleur au niveau du contact qui résulte de la combinaison du frottement  $\mu$ , du glissement  $V_1^{1/2} - V_2^{1/2}$  ainsi que des caractéristiques géométriques de l'engrenage. Cette température reste cependant très difficile à observer comme le montre les travaux de E. Letzelter [97].

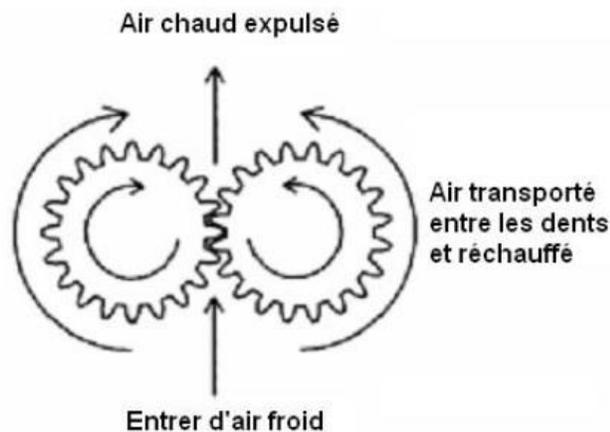
$$\Delta T_f = 1.11 \cdot \mu \cdot F \cdot \frac{(V_1^{1/2} - V_2^{1/2})}{b\sqrt{2 \cdot k \cdot \rho \cdot c \cdot a}} \quad (\text{II. 23})$$

$\mu$  est le coefficient de frottement,  $F$  la force normale appliquée sur la dent,  $b$  la largeur de denture,  $V_1$  la vitesse de glissement du pignon,  $V_2$  la vitesse de glissement de la roue,  $k$  la conductivité thermique du matériau,  $c$  la chaleur spécifique du matériau,  $\rho$  la densité du matériau et  $a$  la moitié de la largeur de contact.

### II.2.3.4. Modèle de Hooke

Contrairement au modèle de Block où toute l'énergie de friction est dissipée dans le contact, Hooke et al. [98] proposent, au début des années 90, un équilibre

entre l'énergie générée dans le contact et l'air piégé entre les dents. La température du fluide pompé est ensuite supposée égale à la température de volume de l'engrenage. La Figure II. 14 présente le principe utilisé par Hooke pour établir son modèle.



**Figure II. 14. Modèle de transfert de chaleur de l'engrenage [98]**

La relation (II.24) correspond au volume du fluide pompé à chaque tour, la relation (II.25) décrit le modèle de génération de chaleur dans un engrenage et la relation (II.26) présente la puissance moyenne perdue par frottement pour une seule dent en contact.

$$V = 2\pi b(r^2 - r_1^2) \quad (\text{II. 24})$$

$$\Delta H = \omega \cdot V \cdot \Delta T_v \cdot c \cdot \rho \quad (\text{II. 25})$$

$$\Delta H = \mu \cdot F \cdot V_s \text{ avec } V_s = \frac{\pi \cdot \omega \cdot r_b}{Z} = \frac{\pi \cdot \omega \cdot C}{Z \cdot F} \quad (\text{II. 26})$$

$b$  est la largeur de denture,  $r$  le rayon de tête,  $r_1$  le rayon au cercle primitif,  $\omega$  la vitesse de rotation,  $V$  le volume de fluide pompé,  $\Delta T_v$  la température du volume,  $\rho$  la densité de l'air et  $c$  la chaleur spécifique de l'air.  $\mu$  est le coefficient de

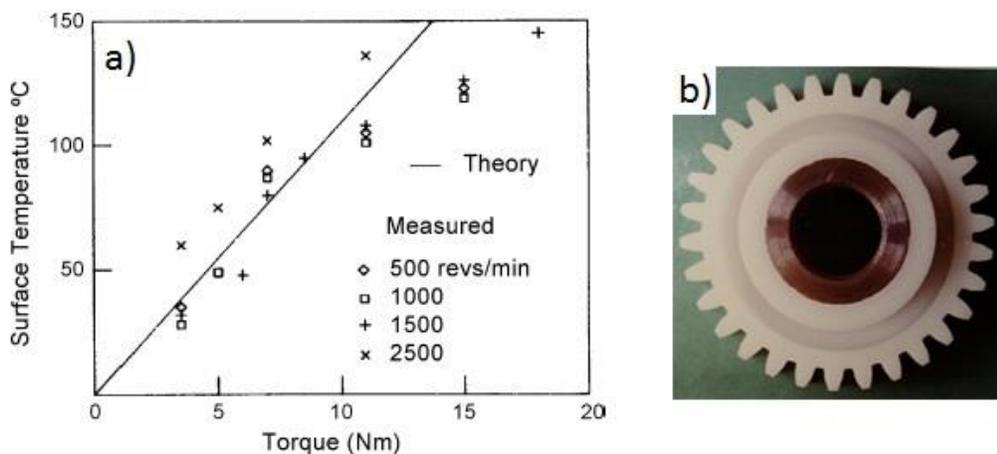
frottement,  $F$  la charge appliquée,  $V_s$  la vitesse de glissement moyenne,  $r_b$  le rayon de base de la roue,  $Z$  le nombre de dent de la roue et  $C$  le couple appliqué.

A partir des trois dernières relations, Hooke a pu établir un modèle (II.27) pour estimer la température du volume  $\Delta T_v$  d'un engrenage en polymère supposée égale à celle du gaz pompé.

$$\Delta T_v = \frac{0.625 \cdot \mu \cdot C}{C_p \cdot \rho \cdot Z \cdot b (r^2 - r_1^2)} \quad (\text{II. 27})$$

Ce modèle suppose que la température de volume est proportionnelle au couple (Figure II. 15.a). Cependant, Hooke informe que ce modèle simple pour les transferts de chaleur nécessite encore quelques développements, mais il fournit déjà une bonne base pour la prédiction de la température de volume des engrenages en polymère.

En 2007, l'équation (II.27) a été validé par Mao et al. [87] sur les engrenages en composite (Nylon renforcé de 30% de verre, module 2, 30 dents, angle de pression 20°, Figure II. 15.b).



**Figure II. 15. a) Étude comparative entre les données théoriques et expérimentales de Mao b) Engrenage en composite (Nylon, 30% verre) [87]**

### **II.2.3.5. Conclusion sur les modèles thermiques**

Les difficultés de mesure de la température flash, ainsi que son temps d'application très court comparé au temps de diffusion thermique dans le polymère, a conduit à la non prise en compte de la température flash dans notre modèle.

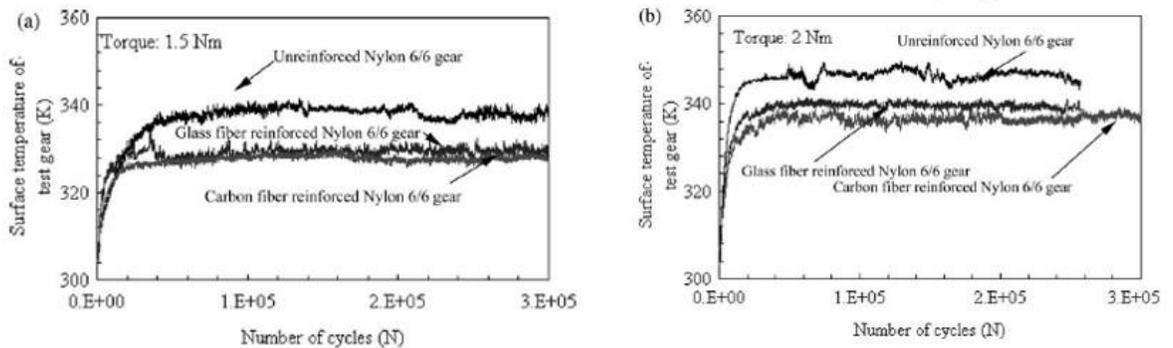
L'échauffement dû au piégeage est déjà intégré dans le modèle de Hooke [98] lors du recalage des modèles sur des résultats expérimentaux. De plus cet échauffement entre en jeu que pour des vitesses élevées. Pour ces raisons, il ne sera pas pris en compte.

### **II.2.4. Étude expérimentale du comportement thermique**

Plusieurs auteurs comme Senthilvelan et Gnanamoorthy [80, 99], Düzcükoglu [82, 83], Kirupasankar et al. [10], Mao [87, 100, 101] ont étudié le comportement thermique des engrenages en polymère de manière expérimentale.

Les résultats montrent qu'une augmentation constante de la puissance à transmettre par l'engrenage et des vitesses de rotation va entraîner une élévation des puissances dissipées.

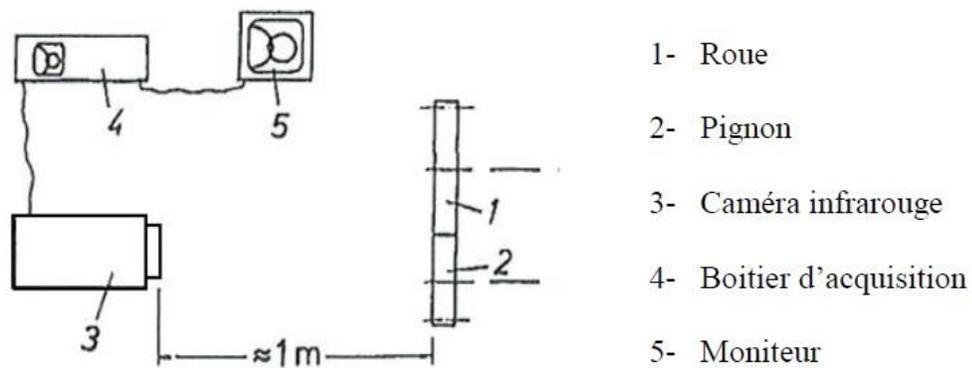
Senthilvelan et Gnanamoorthy [80] comparent le comportement thermique entre des engrenages renforcés (fibres de carbone et de verre) et non-renforcés. D'après leur étude, l'échauffement est moins important lorsque l'engrenage est renforcé en fibres de verre ou de carbone, +20°C (Figure II. 16).



**Figure II. 16. Température de surface des engrenages renforcés et non-renforcés à deux couples différent (a)1.5 N.m and (b) 2 N.m [80]**

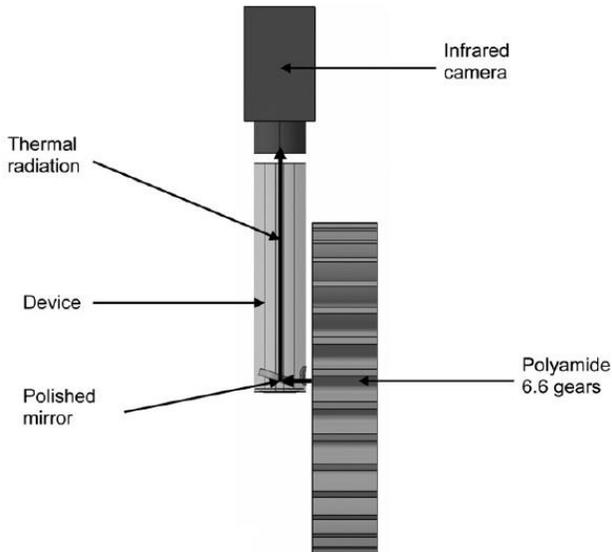
Les moyens de mesure utilisés par Mao [87] et Lezelter et al. [21] sont des caméras infrarouges placées au-dessus ou face à l'engrènement. Cependant un emplacement d'observation latéral semble préférable pour visualiser la zone de contact. En effet une mesure au-dessus de l'engrènement présente plus de perturbations, dues au flux d'air généré par l'engrènement. Il est de plus difficile de mesurer la température de piégeage en pied de dent ou celle du point de contact.

Lezelter et al. [21] utilise une caméra thermique latérale pour valider les modèles thermiques proposés dans la VDI 2736[102] par Block [84] et Hooke [98] (Figure II. 17).



**Figure II. 17. Dispositif de mesure thermique proposé par Erhard et al. [5]**

Le dispositif développé par Lezelter et al. [21] permet à l'aide d'un système de périscope, une mesure plus précise dans la zone de contact et des dents en prise. Malgré cela une mesure de la température flash reste difficile à observer. Le dispositif est représenté sur la Figure II. 18.



**Figure II. 18. Dispositif de mesure développé par Lezelter et al. [21]**

### **II.3. CADRE THÉORIQUE SUR LE COMPORTEMENT THERMOMÉCANIQUE DES ENGRENAGES EN THERMOPLASTIQUE**

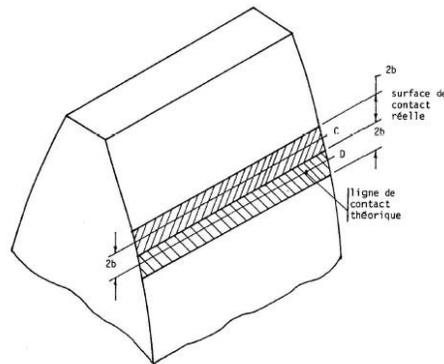
Dans cette section, nous évoquerons les différentes équations théoriques rentrant en compte dans le fonctionnement réel des engrenages en thermoplastique.

#### **II.3.1. Rappel des principes liés à l'engrènement des engrenages en plastique**

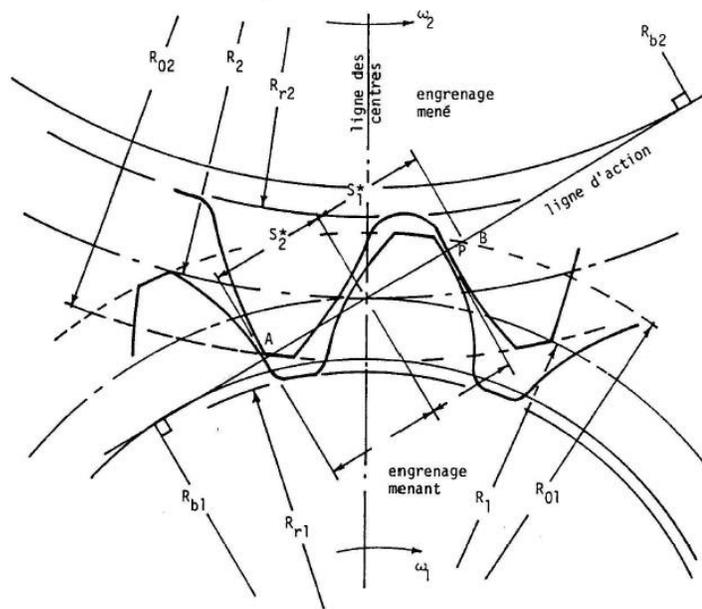
##### **II.3.1.1. Mécanisme de fonctionnement**

Un bref rappel des éléments de géométrie des engrenages cylindrique droits est présenté dans cette section en vue de fournir la base essentielle pour la formulation de l'analyse de l'engrènement des dents et celle du comportement thermique des engrenages.

Tout au cours ce travail, est considéré que pour toute paire de roue d'engrenage étudiée, le mouvement est transmis d'un engrenage à l'autre par l'intermédiaire d'une paire de dents ou plus qui se touchent seulement sur la ligne (Figure II. 19) représentée par le point P (Figure II. 20). Le point P, symbolisant le contact, se déplace suivant la normale commune aux deux cercles de base, encore appelé ligne d'action. Ceci est vrai lorsque les engrenages en contact sont considérés comme étant rigides et géométriquement parfaits. Lorsque les engrenages sont en thermoplastique, le contact cesse de s'effectuer exclusivement sur la ligne d'action; ce comportement caractéristique pour ces matériaux a déjà été mis en évidence par plusieurs auteurs et les grandeurs qui le caractérisent ont fait l'objet de la thèse de maîtrise et de doctorat de Koffi [18, 91].



**Figure II. 19. Contact de Hertz- surface de contact rectangulaire entre deux dents**



**Figure II. 20. Points théoriques de transfert de charge dans les engrenages cylindrique droits**

Lorsque les engrenages sont considérés rigides, la paire de dents entre contact au point de début de contact théorique A où le cercle de tête de la dent menée (roue) coupe la ligne d'action; le contact cesse au point de fin de contact théorique B où ce cercle de tête de la dent menante (pignon) coupe la ligne d'action (Figure II. 20).

Pour de tels engrenages, la position normalisée du point de début de contact théorique suivant la ligne d'action par rapport au point primitif P, l'engrenage 2 servant de référence, s'exprime par :

$$\frac{S_2^*}{p_n} = \frac{Z_2}{2\pi \cos \theta} \left[ \sqrt{\left(1 + 2 \frac{a_{a2}}{Z_2}\right)^2 - \cos^2 \theta} - (\cos^2 \theta) \operatorname{tg} \theta_f \right] \quad (\text{II. 28})$$

Où  $\frac{S_2^*}{p_n}$  = position normalisée du début de contact théorique

$p_n$  = pas de base de l'engrenage

$Z_2$  = nombre de dents de l'engrenage mené

$\theta$  = angle de pression de coupe de la dent

$\theta_f$  = angle de pression de fonctionnement

$a_{a2}$  = constante de saillie de la dent

L'expression de la position normalisée de fin de contact théorique s'obtient à partir de l'équation (II.28) dans laquelle l'indice 2 est remplacé par 1.

Par convention, lorsque l'engrenage mené sert de référence,  $S/p_n$  aura une valeur négative au cours de la phase d'approche durant laquelle le point de contact est au-dessous du cercle primitif sur la dent du pignon 1;  $S/p_n$  aura une valeur positive au cours de la phase de retrait et le point de contact durant cette phase est au-dessus du cercle primitif sur la dent du pignon. Au point primitif,  $S/p_n$  a une valeur nulle et le contact a lieu au cercle primitif sur chacune des dents de la paire en contact. Du début à la fin de contact théorique, la relation suivante s'applique :

$$S_2^*/p_n \leq S/p_n \leq S_1^*/p_n \quad (\text{II. 29})$$

La longueur de l'axe de contact théorique vaut alors ( $S_1^* - S_2^*$ ) et le rapport de conduite théorique s'exprime par :

$$CR = S_1^*/p_n - S_2^*/p_n \quad (\text{II. 30})$$

Où CR désigne le rapport de conduite théorique et mesure le nombre moyen de paires de dents simultanément en contact.

### **II.3.1.2. Contact théorique et contact réel**

Le contact théorique dans les engrenages n'existe que pour un cas de comportement idéal du matériau, la réalité est tout autre. En pratique, la nature des thermoplastiques, matériaux assez mous, jointe à la présence de différentes sortes

de contraintes supportées par la dent (Figure II. 11.b) entraîne une déformation à l'extérieur de la ligne d'action; les principales contraintes sont :

- La contrainte de flexion de la dent considérée comme une poutre en porte-à-faux sous l'action de la composante tangentielle  $W_p$  et de la charge normal  $W_n$ ;
- La contrainte de compression directe causée par  $W_r$  composante radiale de la charge normale;
- La contrainte de cisaillement direct de la dent sous l'action de  $W_p$ ;
- La contrainte de cisaillement de flexion et de compression directe de la roue considérée comme une fondation élastique;
- La contrainte de contact de Hertz qui crée un aplatissement des profils des dents dans la zone de contact.

Pour les engrenages métalliques, cette déformation est indésirable puisqu'elle entraîne une interférence au début et à la fin de contact et, par conséquent, introduit des charges dynamiques; l'interférence est éliminée par correction de denture.

Dans le cas des engrenages en plastique, les charges dynamiques sont amorties grâce à la nature viscoélastique des matériaux. La déformation de la dent permet ainsi d'augmenter le rapport de conduite et le contact s'étend en dehors de la ligne d'action. L'extension du contact à l'extérieur de la ligne d'action est montrée sur la Figure II. 21 qui permet de visualiser l'itinéraire du point de contact entre les points de début et de fin de contact réel. La méthode simplifiée [18, 103] permet de calculer la position normalisée du point de début de contact en évaluant l'écart suivant la ligne d'action entre les positions de début de contact pour un contact théorique et un contact réel; un calcul similaire est effectué entre les positions de fin de contact.

L'expression de l'écart normalisé  $\delta S/p_n$  se présente comme suit :

$$\frac{\delta S}{p_n} = 0.131 E_2^{-0.34} (Z_2 \sqrt{W_0 P \cos \theta})^{0.7} \left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)^{-0.55} \quad (\text{II. 31})$$

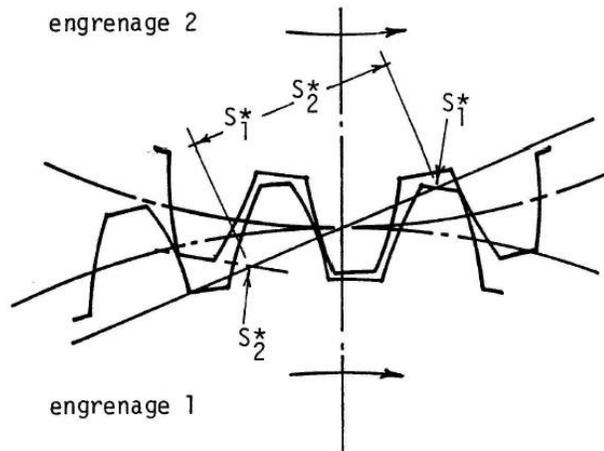
Où  $E_2$  = module élastique de l'engrenage à température ambiante

$W_0$  = charge normale unitaire (N/cm)

$P$  = pas diamétral ( $\text{po}^{-1}$ )

$\theta$  = angle de pression

$Z_1, Z_2$  = nombre de dents du pignon et de la roue respectivement.



**Figure II. 21. Augmentation du rapport de conduite sous l'effet de la déformation des dents**

L'équation (II.31) s'applique lorsque les deux engrenages sont en plastique dont les modules sont de même ordre de grandeur et principalement pour les cas fréquemment rencontrés en pratique où ces modules varient souvent entre 0.48 GPa (polyéthylène) à 2.4 GPa (acétal) [91].

Lorsque les matériaux en présence sont de modules trop différents- acier/métal; 207 GPa pour l'acier contre 2.4 GPa pour l'acétal, il y a lieu de trouver une nouvelle expression pour l'écart normalisé  $\delta S/p_n$  soit :

$$\frac{\delta S_i}{p_n} = \frac{\delta S}{p_n} \left( \frac{E_1}{E_2} \right)^\alpha \quad (\text{II. 32})$$

Dans l'équation (II.32), l'indice  $i$  prend la valeur 2 au cours de la phase d'approche et 1 au cours du retrait. La valeur de l'exposant change avec les phases soit :

$$i=1 \text{ , on a } \alpha = -0.05 \quad (\text{II. 33})$$

$$i=2 \text{ , on a } \alpha = -0.11 \quad (\text{II. 34})$$

Il est supposé dans les équations (II.33) et (II.34) que le matériau du pignon a le module le plus élevé ( $E_1 > E_2$ ). Lorsque l'inverse se produit ( $E_1 < E_2$ ), il y a lieu d'inverser les valeurs de  $E_1$  et  $E_2$  dans l'équation (II.32) afin de la rendre valide.

Lorsque les équations (II.32), (II.33) et (II.34) sont utilisées en tenant compte de la valeur relative de  $E_1$  et  $E_2$ , la relation suivante s'établit entre  $\delta S/p_n$ ,  $\delta S_1/p_n$  et  $\delta S_2/p_n$ .

$$E_1 > E_2 : \frac{\delta S_2}{p_n} < \frac{\delta S_1}{p_n} < \frac{\delta S}{p_n} \quad (\text{II. 35})$$

$$E_1 < E_2 : \frac{\delta S_1}{p_n} < \frac{\delta S_2}{p_n} < \frac{\delta S}{p_n} \quad (\text{II. 36})$$

Où  $\delta S_2/p_n$  et  $\delta S_1/p_n$  désignent les écarts normalisés suivant la ligne d'action en phase d'approche et en retrait respectivement.

Les écarts normalisés  $\delta S_2/p_n$  et  $\delta S_1/p_n$  étant déterminés à l'aide de l'équation (II.32), il devient aisé de déduire les valeurs de  $S_2''/p_n$  et  $S_1''/p_n$  en combinant les équations (II.28) et (II.32), soit :

$$\frac{S_2''}{p_n} = \frac{S_2^*}{p_n} - \frac{\delta S_2}{p_n} \quad (\text{II. 37})$$

$$\frac{S_1''}{p_n} = \frac{S_1^*}{p_n} + \frac{\delta S_1}{p_n} \quad (\text{II. 38})$$

La valeur du rapport de conduite devient :

$$\mathbf{RCR} = \frac{S_1''}{p_n} - \frac{S_2''}{p_n} \quad (\text{II. 39})$$

À titre d'exemple, les valeurs de  $\delta S_1/p_n$  et  $\delta S_2/p_n$  se présentent de la sorte pour un engrènement plastique/plastique de deux engrenages de même géométrie :

$$P=16$$

$$Z_1=Z_2= 36 \text{ dents}$$

$$\theta= 20^\circ \text{ (angle de pression)}$$

$$W_0= 304 \text{ lb/po}^2 \text{ (53 N/mm=530 N/cm) (charge normale par unité de largeur de denture)}$$

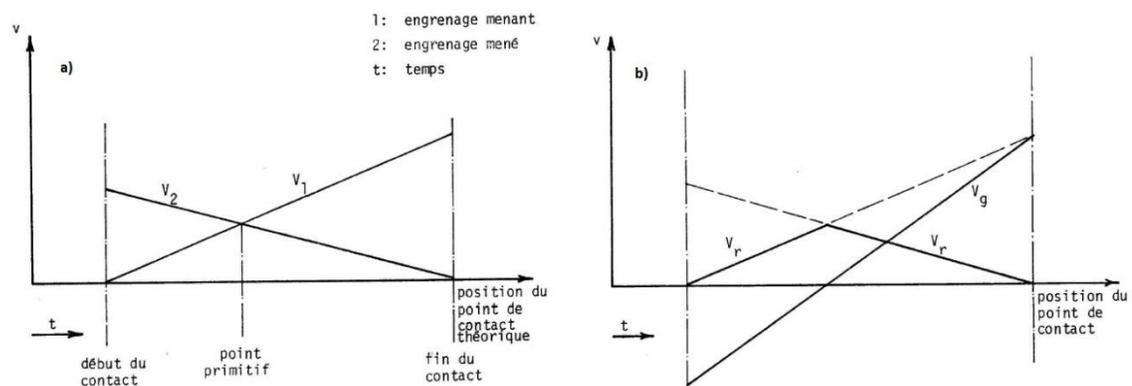
Les valeurs de  $S_2^*/p_n$  et  $S_1^*/p_n$  sont respectivement -0.8462 et +0.8462 entraînant un rapport de conduite CR de 1.692. Lorsque les deux engrenages sont en acétal de module élastique E valant (2.4 GPa), la valeur de  $\delta S/p_n$ , calculée par la méthode simplifiée, est de 0.487; les valeurs de  $S_2''/p_n$  et  $S_1''/p_n$  sont alors -1.333 et +1.3334 lorsque les équations (II.37) et (II.38) sont respectivement appliquées. Le rapport de conduite réel vaut alors 2.666, soit une augmentation de 57 % par rapport à la valeur à la valeur calculée lorsque seul un contact théorique est considéré.

### II.3.1.3. Vitesse de glissement

Le mouvement d'une paire de dents d'engrenages en contact comprend un glissement relatif de l'une des dents par rapport à l'autres.

Du glissement des dents naît une force de frottement au point de contact; le déplacement de cette force de frottement avec le point de contact entraîne des pertes par frottement, travail de la force de frottement, qui se traduit pas une échauffement de la dent.

La vitesse instantanée de glissement est la différence entre les vitesses instantannées auxquelles se déplace le point de contact respectivement et simultanément sur le flanc de la dent menante 1 et menée 2. La Figure II. 22 montre l'évolution des vitesses instantanées  $V_1$  et  $V_2$  de même que celle des vitesse de glissement et de roulement avec le temps à partir du début de contact jusqu'à sa fin. La configuration géométrique de ces différentes vitesses est montrée à la Figure B. 1 de l' ANNEXE B où le détail de l'étude des composantes des diverses vitesses est présenté.



**Figure II. 22. Évolution de la a) vitesse de mouvement des dents, de la b) vitesse de roulement  $V_r$  et vitesse de glissement  $V_g$**

L'expression de la vitesse de glissement change suivant que le point de contact soit situé sur la ligne d'action ou à l'extérieur de celle-ci; les paramètres qui en influencent la valeur sont :

$Z_1$  et  $Z_2$ = le nombre de dents des engrenages 1 et 2

$V$  = vitesse linéaire au cercle primitif

$\theta$  = l'angle de pression de coupe

$\theta_f$  = l'angle de pression de fonctionnement

$S/p_n$  = la position normalisée du point de contact suivant la ligne d'action par rapport au point primitif

Lorsque le contact a lieu sur la ligne d'action, la vitesse de glissement a pour expression [92, 103]:

$$V_s = V \left[ \cos \theta \frac{z_1+z_2}{z_1 z_2} 2\pi \left| \frac{S}{p_n} \right| \right] \quad (\text{II. 40})$$

Pour un contact à l'extérieur de la ligne d'action, lors de la phase d'approche, elle s'exprime :

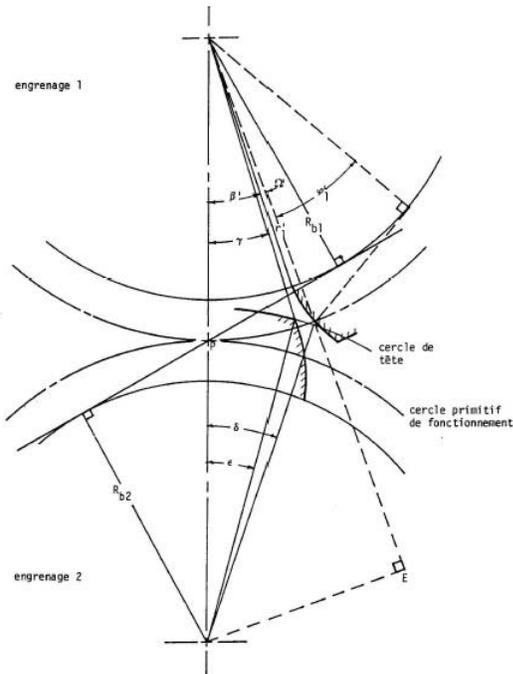
$$V_s = V \left\{ \left[ Z_{e1} \frac{\cos \theta}{\cos \theta_f} \cos(\beta' + \Omega') \left\{ \cos(\beta' + \Omega') - \sqrt{d_r^2 - \sin^2(\beta' + \Omega')} \right\} - \left( 1 + 2 \frac{a_{a2}}{z_2} \right) \cos \varepsilon \right]^2 + \left[ Z_{e1} \frac{\cos \theta}{\cos \theta_f} \sin(\beta' + \Omega') \left\{ \cos(\beta' + \Omega') - \sqrt{d_r^2 - \sin^2(\beta' + \Omega')} \right\} - \left( 1 + 2 \frac{a_{a2}}{z_2} \right) \sin \varepsilon \right]^2 \right\}^{1/2} \quad (\text{II. 41})$$

$$\text{Avec } Z_{e1} = \frac{z_1+z_2}{z_1} \quad (\text{II. 42})$$

$$Z_{e2} = \frac{z_1+z_2}{z_2} \quad (\text{II. 43})$$

$$d_r = \left[ 1 + 2 \frac{a_{a2}}{z_2} \right] \frac{1}{Z_{e2}} \frac{\cos \theta}{\cos \theta_f} \quad (\text{II. 44})$$

La Figure II. 23 montre les angles  $\varepsilon$ ,  $\beta'$  et  $\Omega'$ .



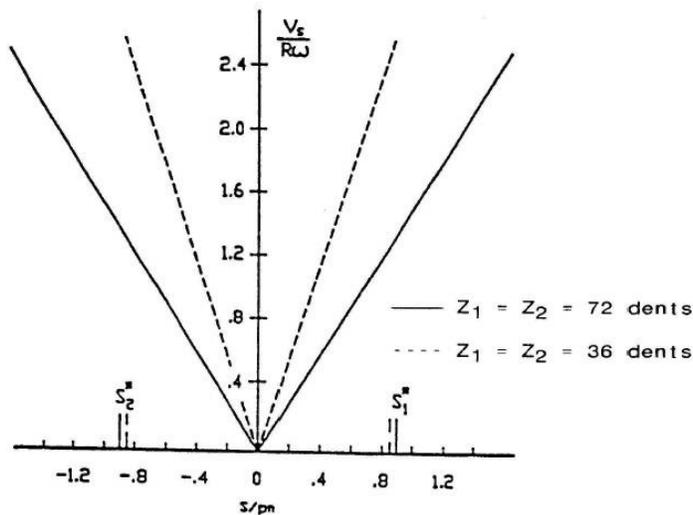
**Figure II. 23. Principaux angles intervenant dans le calcul du facteur de vitesse [K] en dehors de la ligne d'action**

Lors de la phase de retrait, l'expression de la vitesse ne change pas pour un contact ayant lieu sur la ligne d'action; à l'extérieur de celle-ci, la vitesse de glissement s'obtient en interchangeant les indices 1 et 2 dans les équations (II.42) et (II.44).

Il est commode, pour ce qui suit, d'exprimer la vitesse de glissement  $V_s$  par un paramètre adimensionnel [K] comme suit :

$$[K] = \frac{V_s}{V} \quad (\text{II. 45})$$

Un cas typique de variation du rapport de vitesse de glissement [K] en fonction de la position  $S/p_n$  est montré à la Figure II. 24 [91] pour des engrenages de pas 16 et de nombres de dents identiques  $Z_1=Z_2=36$  dans un cas et dans un autre cas,  $Z_1=Z_2=72$ .



**Figure II. 24. Vitesse de glissement en fonction de la position de point de contact, dent normalisée**

De la Figure II. 24, il ressort que la vitesse de glissement est nulle au point primitif de fonctionnement où  $S/p_n$  vaut zéro. La vitesse de glissement augmente continuellement en valeur absolue lorsque le point de contact se déplace en dehors des bornes  $S_2^*/p_n$  en approche et  $S_1^*/p_n$  en retrait.

### **II.3.2. Étude thermique des engrenages en fonctionnement**

#### **II.3.2.1. Méthodologie d'approche pour la prédiction simplifiée des températures : Importance relative de l'effet transitoire [91]**

Le calcul des températures commence par la mesure de l'importance relative de l'effet transitoire par rapport à l'état permanent ou quasi-permanent souvent supposé dans les approches utilisées antérieurement.

Pour le calcul de la température de surface  $T_f$ , cette mesure s'impose tandis qu'elle devient moins importante lors du calcul de la température d'équilibre  $T_b$  car il est montré que l'effet transitoire se limite à une mince couche sous la surface de contact pour les métaux; les thermoplastiques étant beaucoup moins conducteurs

thermiques que les métaux, l'effet transitoire devient encore plus négligeable du point de vue influence exercée sur la température d'équilibre.

L'importance de l'effet transitoire dépend des conditions de chargement, charges normales par unité de largeur de denture  $W_o$  élevées ou faibles, de vitesse, du taux de changement des paramètres de contact en fonction du temps, à savoir :

- Les rayons de courbures locaux des dents 1 et 2,  $r_1$  et  $r_2$ .
- Des vitesses absolues locales des dents 1 et 2 aux points de contact,  $v_1$  et  $v_2$ .
- Et surtout du mode de lubrification: le régime sec, la lubrification à la graisse, la lubrification à l'huile avec un bain d'huile, la lubrification avec un jet d'huile.

Un critère de mesure est défini compte tenu du mode de lubrification. Pour la lubrification à l'huile, le régime élastohydrodynamique peut être considéré alors que les calculs sont effectués en considérant le contact de Hertz pour un cas de fonctionnement à sec ou avec une application de graisse initiale.

La mesure de l'importance de l'effet transitoire repose sur la comparaison de deux temps caractéristiques  $t_f$  et  $t_d$ . Le premier,  $t_f$ , désigne, lorsqu'il s'agit d'un régime de lubrification avec un fluide, le temps mis par ce fluide pour parcourir la largeur de contact de Hertz,  $2b$ ; le second,  $t_d$ , mesure le temps mis par le point de contact pour aller du point de début de l'engrènement, soit  $S_2''/p_n$ , au point de fin de contact réel  $S_1''/p_n$ . Cette comparaison s'applique au régime élastohydrodynamique; ce régime s'impose lors de lubrification à l'huile par suite de la géométrie de contact et de la déformation subie par les dents au cours du contact.

Le critère de discrimination de l'importance relative de l'effet se présente comme suit :

- Lorsque  $t_d$  est beaucoup plus grand que  $t_f$ , l'effet transitoire est considéré comme étant important,
- Par contre, lorsque  $t_d$  et  $t_f$  sont de même ordre de grandeur, il devient important de prendre en considération l'effet transitoire.

#### **II.3.2.1.1. Effet transitoire important : $t_d \cong t_f$**

Ce cas correspond au régime élastohydrodynamique avec  $t_d$  ayant une valeur du même ordre de grandeur que celle de  $t_f$  et de charges élevées; la lubrification à l'huile et à la graisse sont classées dans le régime élastohydrodynamique. Cependant comme mentionné au début de cette section, la lubrification à la graisse avec une application de graisse initiale dans le cas des engrenages en plastique bénéficie du traitement d'un régime sec; ceci vient du fait qu'après un certain temps de fonctionnement, le film d'huile qui sépare les deux profils devient très mince, sinon inexistant. Lorsqu'il s'agit d'engrenages fonctionnant à sec, l'effet transitoire est toujours pris en considération étant donné que les thermoplastiques se détériorent assez vite pour des températures instantanées de surface même modestes.

Ainsi, pour une application initiale de graisse et pour un régime sec, la température de surface est calculée comme celle de deux solides en contact avec une source de chaleur en mouvement.

Dans cette approche, la procédure suivie pour l'étude de la température se présente ainsi : il faut d'abord calculer  $T_b$  à l'équilibre thermique en répartissant toute l'énergie dégagée durant un cycle d'engagement sur une révolution complète. Dans le cas d'un régime sec ou à la graisse, l'équilibre thermique s'établira entre l'intensité de toutes des sources de chaleur et l'évacuation par convection à l'air

ambient. À la température  $T_b$  s'ajoutera l'élévation de température instantanée  $\Delta T_s$  pour donner la valeur de la température instantanée de surface  $T_s$ .

$\Delta T_s$  représente l'élévation de température transitoire à la surface de la dent sur la largeur de contact par rapport à la température d'équilibre en ce point. Ainsi, la température instantanée de surface  $T_s$  s'obtient comme suit :

$$T_s = T_{bi} + \Delta T_s \quad (\text{II. 46})$$

$\Delta T_s$  doit être calculée en chaque point de la largeur  $2b$  et la valeur maximum de  $\Delta T_s$  donne  $\Delta T_f$ , soit l'expression suivante :

$$\Delta T_f = \max(\Delta T_s) \quad (\text{II. 47})$$

Elle permet de trouver la valeur de la température de point  $T_f$  au point de contact comme suit :

$$T_f = \Delta T_f + T_{bi} \quad (\text{II. 48})$$

Pour chaque position  $S/p_n$  au cours de l'engrènement,  $\Delta T_f$  doit être calculée et le maximum représente l'élévation de température de surface maximum sur le profil.

### **II.3.2.1.2. Effet transitoire négligeable $t_d \gg t_f$**

L'effet transitoire est négligeable en régime élastohydrodynamique. Dans ce cas, il faut quand même calculer la température de surface en faisant une étude sur une bande de largeur  $2b$  du contact de Hertz; ceci permet d'étudier l'élévation de  $\Delta T_s$ .

Il peut être avancé que la théorie du mode élastohydrodynamique s'applique pour le calcul; elle résulte de l'étude de l'engrènement des deux dents sous la forme de bandes respectives  $2b$  soumise à un régime élastohydrodynamique permanent;

l'ensemble des largeurs  $2b$  donne, lorsque d'un point de vue global, un état quasi-permanent.

Il faut cependant se rappeler que l'étude quantitative détaillée du régime élastohydrodynamique sort du cadre de cette thèse, ce qui rend moins nécessaire le besoin d'exposer la procédure de calcul des températures dans ce cas.

### II.3.2.1.3. Calcul des critères de discrimination $t_d$ et $t_f$

#### Calcul de $t_f$

Le temps  $t_f$  mis par le fluide de lubrification pour parcourir la largeur de contact se calcule comme suit [104]:

$$t_f = \frac{2b}{v} \quad (\text{II. 49})$$

$$v = 1/2 (v_1 + v_2) \quad (\text{II. 50})$$

$v$  désigne la vitesse de roulement au point de contact; sa valeur s'obtient à partir de celles des vitesses absolues locales des profils 1 et 2 au point de contact projetées sur la tangente commune aux surfaces en contact. Les valeurs de  $v_1$  et  $v_2$  se calculent différemment sur la ligne d'action et à l'extérieur de celle-ci; le détail de ce calcul est présenté à l'ANNEXE B. Le calcul de la demi-largeur de contact  $b$  s'effectue en considérant les différents rayons de courbures  $r_1$  et  $r_2$  pour tenir compte du contact réel des engrenages en thermoplastiques.

#### Calcul de $t_d$

$t_d$  est le temps mis par le point de contact pour aller du début de contact réel  $S_2''/p_n$  à la position de fin de contact réel  $S_1''/p_n$ ; il correspond à la durée de l'engrènement et peut être approché par l'expression suivante :

$$t_d = \frac{1}{z_2 N_2} \left( \frac{S_1''}{p_n} - \frac{S_2''}{p_n} \right) \quad (\text{I. 51})$$

$Z_2$ = nombre de dents de l'engrenage mené

$N_2$ = vitesse (tpm) de l'engrenage mené

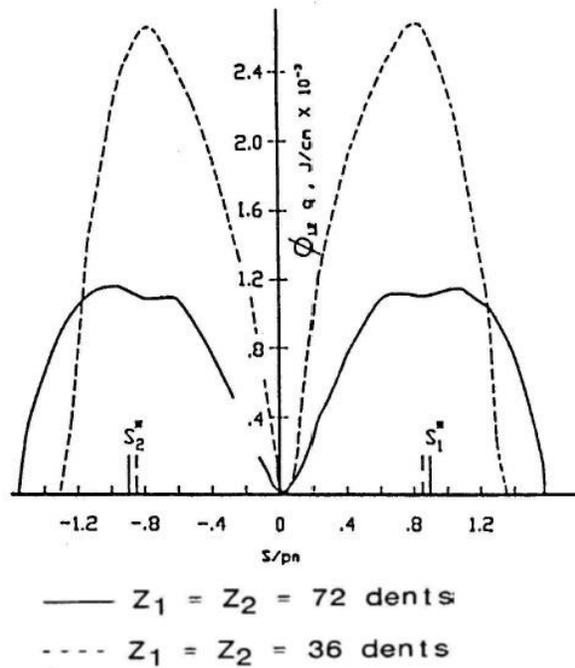
$S_2''/p_n$  et  $S_1''/p_n$  sont déjà calculés dans les sessions précédentes.

### **II.3.2.2. Analyse du mécanisme de production de chaleur de frottement et d'hystérésis**

#### **II.3.2.2.1. Chaleur de frottement**

Le déplacement de la force de frottement engendre un travail qui se manifeste par un échauffement de la surface de la dent puis, à long terme, de celui de la dent tout entière. La valeur de la chaleur de frottement par unité de temps dépend principalement de la force de frottement et de la vitesse de glissement, lesquelles varient avec les propriétés mécaniques ou physiques et les paramètres de fonctionnement. De plus, dans les engrenages en plastique, les dents se déforment beaucoup; ceci entraîne un phénomène de glissement important entre les dents. Le glissement favorise la production de chaleur par frottement tant sur la ligne d'action qu'à l'extérieur de celle-ci.

La Figure II. 25 donne la répartition de chaleur de frottement total entre deux engrenages en plastique et de même nombre de dents, soit  $Z_1=Z_2$  et de pas diamétral  $P=16$ . Cette figure résume bien le comportement des engrenages en plastique, à savoir : plus le nombre de dents  $Z$  est élevé, plus le contact s'étend en dehors de la ligne d'action, i.e. les points  $S_2''$  et  $S_1''$  s'éloignent davantage des points de début et de fin de contact théorique  $S_2^*$  et  $S_1^*$ .



**Figure II. 25. Énergie totale perdue en fonction de la position du point de contact,  $\mu = 0.1$ ,  $W_t = 53 \text{ N/mm}$ ,  $E_1=E_2=2.4 \text{ GPa}$ ,  $P=16[91]$**

La Figure II. 25 met aussi en évidence la symétrie de la distribution de chaleur par rapport au point primitif pour un engrènement plastique/plastique.

La valeur de la quantité de chaleur de frottement dépend beaucoup de celles de la vitesse de glissement, du coefficient de frottement et de la force de frottement, les sections suivantes présentent les influences de ces paramètres sur la production de la chaleur de frottement.

#### VITESSE DE GLISSEMENT

Du début à la fin d'un contact réel, la quantité de chaleur produite par frottement de glissement entre deux dents s'évalue en intégrant, sur le parcours de contact, le produit suivant :

$$dW = F_f V_s dt \quad (\text{II. 52})$$

Où :  $F_f$  = force de frottement

$V_s$  = vitesse de glissement

$dt$  = temps infinitésimal du déplacement de la force de frottement sur le profil de la dent

Pour un contact ayant lieu sur la ligne d'action et à l'extérieur de la ligne d'action, la vitesse de glissement est respectivement donnée par l'équation (II.40) et (II.41).

Afin d'éviter de déterminer une valeur de  $V_s$  pour chaque position  $S/p_n$  à l'extérieur de la ligne d'action par une fonction récurrente très complexe dépendant de la géométrie de  $S/p_n$ ,  $W_n$  et  $E$ , une seule position est retenue pour le calcul de  $V_s$ , soit  $S'_2/p_n$  en approche et  $S'_1/p_n$  en retrait. La valeur ainsi trouvée représente un moyenne qui sera maintenue constante pour toute la durée de contact à l'extérieur de la ligne d'action lorsque l'équation (II.52) est appliquée pour le calcul de la chaleur de frottement. Les positions où  $V_s$  est évalué s'expriment comme suit :

$$\frac{S'_2}{p_n} = \frac{S_2^*}{p_n} - 0.5 \frac{\delta S}{p_n} \quad (\text{II. 53})$$

$$\frac{S'_1}{p_n} = \frac{S_1^*}{p_n} + 0.5 \frac{\delta S}{p_n} \quad (\text{II. 54})$$

#### COEFFICIENT DE FROTTEMENT ET FORCE DE FROTTEMENT

De l'équation (II.52) donnant l'expression de la chaleur de frottement, il ressort que cette chaleur a sa valeur directement liée à celle de la force de frottement  $F_f$ . Le calcul de la force de frottement impose la connaissance du coefficient de frottement qui, à son tour, dépend de la nature du frottement prenant naissance lors de l'engrènement des dents.

Le coefficient de frottement varie essentiellement avec les paramètres suivants :

- la vitesse de glissement  $V_s$ ;
- la charge normale  $W_n$ ;
- la température de l'engrenage;
- l'état de surface des dents en contact;
- la nature des matériaux;
- l'étendue des surfaces de contact;
- la durée du glissement.

Malgré la connaissance des principaux facteurs qui en contrôlent la valeur, le coefficient de frottement demeure très difficile à évaluer analytiquement faute d'existence de modèles complets acceptés universellement.

Plusieurs auteurs ont contourné le problème en effectuant des mesures expérimentales du coefficient de frottement  $\mu$ ; à partir des résultats de ces mesures expérimentales [86, 105], Yelle suggère un ensemble de valeurs pouvant aider à la détermination de  $\mu$  tel que présenté au

Tableau II. 6.

**Tableau II. 6. Gamme de variation du coefficient de frottement pour le nylon [91]**

Matériau de l'engrenage menant	Régime de lubrification	Matériau de l'engrenage mené	
		Nylon	Acétal
Nylon	Sec	0.15 à 0.20	0.2 à 0.4
	Graisse	0.03 à 0.11	0.03 à 0.10
	Huile	0.07 à 0.08	0.07 à 0.08

#### **FACTEUR DE RÉPARTITION DE CHARGE $w_i/W$**

La force de frottement  $F_f$  intervient dans l'expression de la chaleur de frottement, dépend directement de la valeur du facteur de répartition de la charge

normale transmise  $W_i/W$ . Ce facteur vient multiplier la charge normale  $W_n$  pour donner la charge réelle reprise comme déjà expliqué la section précédente.

### EXPRESSION DE LA CHALEUR DE FROTTEMENT

Comme montré dans le session précédente, équation (II.8), l'expression générale de la chaleur de frottement est [18] :

$$E_{gf} = \mu \cdot W_o \cdot \frac{W_i}{W_n} \cdot \frac{1}{\cos \theta_f} \cdot V_s \cdot \Delta_s$$

La procédure consiste à évaluer la chaleur de frottement produite entre deux points quelconques A et B dont les positions sont repérées suivant la ligne d'action par  $S_A/p_n$  et  $S_B/p_n$ . Dans le cas ce cette thèse, nous resterons dans le cas des engrenages composite/composite; sur la ligne d'action et l'extérieur de ligne d'action.

- Sur la ligne d'action

Entre deux positions quelconques  $S_A/p_n$  et  $S_B/p_n$ , l'intégration de l'équation (II.52) donne [91]:

$$E_{FI_{AB}} = \frac{1}{1167} \left( \frac{S_2''}{P_n} \right)^2 \frac{W_i}{W} \Big|_0 \quad W_o \frac{\mu}{P} \frac{Z_1+Z_2}{Z_1 Z_2} \cos(\theta_f) \quad [I] \quad (II. 55)$$

$$[I] = \left[ \cos \left( \frac{\pi S_B/p_n}{2 S_2''/p_n} \right) + \frac{\pi S_B/p_n}{2 S_2''/p_n} \sin \left( \frac{\pi S_B/p_n}{2 S_2''/p_n} \right) - \left( \cos \left( \frac{\pi S_A/p_n}{2 S_2''/p_n} \right) + \frac{\pi S_A/p_n}{2 S_2''/p_n} \sin \left( \frac{\pi S_A/p_n}{2 S_2''/p_n} \right) \right) \right] \quad (II. 56)$$

$E_{FI_{AB}}$  désigne la chaleur de frottement entre les points A et B.

Les équations (II.55) et (II.56) s'appliquent pour un contact ayant lieu au cours de la phase d'approche. Lorsque le contact passe à la phase de retrait,  $S_1''/p_n$  remplace  $S_2''/p_n$  et les rend ainsi valides.

Du début à la fin du contact théorique, la chaleur de frottement EFI s'exprime alors :

$$\mathbf{EFI} = \frac{1}{1167} \frac{W_i}{W}|_0 \mathbf{W}_0 \frac{\mu}{P} \frac{Z_1+Z_2}{Z_1 Z_2} \cos(\theta_f) \left[ \mathbf{A}_{app} \left( \frac{S_2''}{p_n} \right)^2 + \mathbf{A}_{ret} \left( \frac{S_1''}{p_n} \right)^2 \right] \quad (\text{II. 57})$$

Avec

$$\mathbf{A}_{app} = \left| 1 - \left( \cos \left( \frac{\pi S_2^*/p_n}{2 S_2''/p_n} \right) + \frac{\pi S_2^*/p_n}{2 S_2''/p_n} \sin \left( \frac{\pi S_2^*/p_n}{2 S_2''/p_n} \right) \right) \right| \quad (\text{II. 58})$$

$\mathbf{A}_{ret}$  s'obtient de l'équation (II.58) en substituant respectivement  $S_1^*$  et  $S_1''$  à  $S_2^*$  et  $S_2''$ .

- À l'extérieur de la ligne d'action

La méthode simplifiée calcule la chaleur de frottement produite en dehors de la ligne d'action à l'aide de l'expression suivante au cours de l'approche.

$$\mathbf{EFO} = \mathbf{K}_{ext} \frac{1}{4668} \frac{S_2''}{P_n} \frac{W_i}{W}|_0 \mu \mathbf{W}_0 [\mathbf{K}] \left\{ 1 - \sin \left( \frac{\pi S_2^*/P_n}{2 S_2''/P_n} \right) \right\} \quad (\text{II. 59})$$

Au cours du retrait, l'équation (II.59) est encore utilisée mais  $S_1^*$  et  $S_1''$  remplace respectivement à  $S_2^*$  et  $S_2''$ .

[K]= constante de vitesse de glissement.

### II.3.2.2.2. Chaleur d'hystérésis

Deux types de chaleur d'hystérésis doivent être distingués lors du fonctionnement des engrenages par suite de la nature des contraintes qui les engendrent; ce sont la chaleur d'hystérésis de flexion et celle de contact.

## FACTEUR DE FORME ET CONTRAINTE DE FLEXION À LA RACINE

Le calcul de la chaleur d'hystérésis de flexion nécessite la détermination de la valeur maximum atteinte par la contrainte de flexion dans une dent au cours d'une rotation complète de l'engrenage.

Dans le cas des engrenages en métaux, la valeur maximum de la contrainte de flexion est calculée à l'aide de l'équation de Lewis. Cette équation donne la valeur de la contrainte de flexion sur le profil de la dent à la racine de celle-ci s'exprime par :

$$\sigma_{of} = \frac{W_t}{m \cdot F \cdot Y} \quad (\text{II. 60})$$

Où  $W_t$  = charge tangentielle supportée par la dent

$m$  = module de l'engrenage (inverse du pas diamétral)

$F$  = largeur de denture

$Y$  = facteur de forme de Lewis

L'équation (II.60) suppose que la charge s'applique au sommet de la dent (méthode de la norme AGMA 225-01) et que la charge tangentielle  $W_t$  demeure inchangée au cours de la rotation de l'engrenage.

Pour tenir compte de la répartition de la charge entre plusieurs paires de dents, le facteur de Lewis  $Y$  a été remplacé par le facteur de Buckingham,  $Y_B$ , qui suppose une application de la charge au milieu de la dent, près du cercle primitif pour l'évaluation de la contrainte de flexion sans toutefois tenir compte de la variation de la charge tangentielle avec le déplacement du point de contact.

Pour tenir compte du partage et de la variation de la charge, la méthode de charge partagée de Yelle [92] trouve la valeur de la contrainte de flexion en effectuant une analyse théorique tenant compte de l'influence de la charge  $W_t$ , du

module  $m$ , de l'angle de pression  $\theta$ , du nombre de dents  $Z_{1,2}$ , du facteur de répartition de charge  $W_i/W$  et du module élastique  $E$  du matériau pour tout point d'application de la charge  $W_t$ . L'expression de la contrainte devient alors :

$$S'_r = \frac{W_t W_i / W}{m F Z'} \quad (\text{II. 61})$$

Où :  $S'_r$  = contrainte à la racine pour la charge appliquée en un point quelconque du contact

$Z'$  = facteur de forme instantané

Le nouveau facteur de forme  $Z'$  varie avec plusieurs paramètres. La valeur maximum de  $S'_r$  donne la contrainte maximum et s'obtient en minimisant le rapport  $(Z' / W_i / W)$ , soit :

$$\sigma_{of} = \frac{W_t}{m F \left( \frac{Z'}{W_i / W} \right)_{\min}} \quad (\text{II. 62})$$

Le rapport  $Z' / W_i / W$  est désigné  $ZY$  et sa valeur minimum est retenue comme facteur de forme dans le calcul de la contrainte maximum. Cependant, le calcul de  $Z'$  est long et doit être effectué en chaque position du point de contact avant d'arriver à en déduire  $ZY$ .

Pour le calcul de la chaleur d'hystérésis de flexion, seule la partie de la dent située au-dessus du point d'application donnant la valeur maximum de la contrainte de flexion à la racine est affectée par le phénomène d'hystérésis.

Comme simplification, dans cette thèse, le facteur de forme selon Buckingham,  $YB$ , sera utilisé; ce facteur montré dans le Tableau II.7 tient compte du phénomène de répartition de la charge en appliquant la charge au milieu de la dent près du point primitif.  $YB$  est corrigé à l'aide de la valeur maximum de répartition, devient  $YK$  (facteur de forme de Koffi) et s'exprime :

$$YK = \frac{YB}{\left. \frac{W_i}{W} \right|_{\max}} \quad (\text{II. 63})$$

**Tableau II. 7. Facteur de forme pour une charge appliquée près du milieu de la dent, de BUCKINGHAM [106]**

Nombre de dents	Angle de pression		Nombre de dents	Angle de pression	
	14°	20°		14°	20°
28	0.534	0.597	150	0.635	0.779
29	0.537	0.602	200	0.640	0.787
30	0.540	0.606	300	0.650	0.801

Les valeurs de ces différents facteurs de forme sont montrées par le Tableau II. 8 et Tableau II. 9 pour les engrenages ( $Z_1 = Z_2 = 30$  et  $Z_1 = Z_2 = 40$ ) de pas diamétral variant entre 5 et 20 (module variant entre 5.08 et 1.17).

**Tableau II. 8. Comparaison de ZY (Yelle) Vs YK (Koffi) en fonction de  $W_0p / \cos \theta$  pour  $\theta = 20^\circ$ ,  $Z_1 = Z_2 = 30$  et  $E = 3 \cdot 10^5$  psi [91]**

$W_0p / \cos \theta$	p	ZY	YB	$\left. \frac{W_i}{W} \right _o$	YK	Y (Lewis)
1000	10	0.68	0.606	0.95	0.64	0.359
5000	12	0.76	0.606	0.66	0.91	0.359
10000	20	0.76	0.606	0.57	1.06	0.359

**Tableau II. 9. Comparaison de ZY (Yelle) Vs YK (Koffi) en fonction de  $\frac{W_0p}{\cos \theta}$  pour  $\theta = 20^\circ$ ,  $Z_1 = Z_2 = 40$  et  $E = 3 \cdot 10^5$  psi [91, 107]**

$W_0p / \cos \theta$	p	ZY	YB	$\left. \frac{W_i}{W} \right _o$	YK	Y (Lewis)
1000	10	0.90	0.659	0.84	0.78	0.392
5000	12	0.90	0.659	0.59	1.11	0.392
10000	20	0.90	0.659	0.51	1.29	0.392

### CHALEUR D'HYSTÉRÉSIS DE FLEXION

Lorsque la valeur de la contrainte de flexion est déterminée, l'énergie de déformation interne unitaire se calcule puis, à l'aide de la valeur du volume V d'élément de dent calculée à l'ANNEXE E, la chaleur d'hystérésis de flexion générée par l'élément se trouve à l'aide de l'équation (II.13).

Il est à remarquer que la valeur du facteur de perte  $\tan \delta$  change aussi avec la température, donc avec la création de la chaleur d'hystérésis mais comme le montre Koffi [91], le fait de garder une seule valeur de  $\tan \delta$  pour le calcul ne diminue pas la validité des résultats.

### CALCUL DE LA CONTRAINTE DE CONTACT DE HERTZ

La valeur maximum de la contrainte de Hertz  $\sigma_{oc}$  remplace celle de la contrainte de flexion pour le calcul de la chaleur d'hystérésis de contact.

Pour une position donnée du point de contact, la contrainte de contact a une valeur maximum à la surface chargée de la dent et s'annule au centre de la dent. Cette valeur change avec la position de contact; ainsi, au cours de la rotation de l'engrenage, chaque point de contact subit une seule fois la contrainte de contact maximum et la valeur de la contrainte de contact de toute la section de la dent située à un même rayon du centre que le point de contact dépend de ce maximum  $\sigma_{oc}$ . L'expression de la contrainte se présente comme suit :

$$\sigma_{oc} = \frac{1}{b} \frac{W_i}{W} W_o \quad (\text{II. 64})$$

Où  $\sigma_{oc}$  = contrainte de contact de Hertz sur le profil de la dent

$W_o$  = charge normale par unité de largeur de denture

b= demi-largeur de contact hertzien

La demi-largeur de contact a pour expression :

$$\mathbf{b} = \frac{4W_0}{\pi} \left( \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \right) \left( \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right) \quad (\text{II. 65})$$

où  $\nu_{1,2}$ = coefficient de poisson des matériaux du pignon et de l'engrenage

$E_{1,2}$ = module d'élasticité

$r_{1,2}$ = rayons de courbure locaux des dents 1 et 2 au point de contact

L'expression du rayon de courbure instantanée pour un contact ayant lieu sur la ligne d'action se présente comme suit :

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{R}_{b1} \tan \theta + \mathbf{S} \quad (\text{II. 66})$$

$$\mathbf{r}_2 = \mathbf{R}_{b2} \tan \theta - \mathbf{S} \quad (\text{II. 67})$$

où  $R_{b1,2}$ = rayon de base du pignon et de l'engrenage

### CHALEUR D'HYSTÉRÉSIS DE CONTACT

La quantité de chaleur produite par l'hystérésis due à la pression de contact s'obtient en appliquant l'équation (II.13) dans laquelle la valeur maximum de la contrainte de contact  $\sigma_{oc}$  remplace  $\sigma_o$ .

#### II.3.2.2.3. Répartition de la chaleur entre deux dents en contact

La chaleur produite par frottement provient de la surface des deux dents en contact; l'étude de l'élévation de température subie par une dent exige de quantifier la chaleur qui affecte une dent à la fois. Pour ce faire, un facteur  $\varphi$  est déterminé. Lorsque la chaleur de frottement totale vaut  $E_f$ , le facteur  $\varphi_1$  vient multiplier  $E_f$  pour donner la quantité de chaleur reprise par la dent 1 soit :

$$\mathbf{E}_{f1} = \boldsymbol{\varphi}_1 \mathbf{E}_f \quad (\text{II. 68})$$

$$E_{f2} = \varphi_2 E_f \quad (\text{II. 69})$$

$$\text{Avec } \varphi_1 + \varphi_2 = 1 \quad (\text{II. 70})$$

### FACTEUR DE RÉPARTITION DE CHALEUR

Les facteurs qui influencent la valeur du facteur de répartition de chaleur  $\varphi$  sont :

- Les caractéristiques physiques des matériaux des corps en contact, à savoir :
  - ✓ la conductibilité thermique  $k$ ;
  - ✓ la masse volumique  $\rho$ ;
  - ✓ la chaleur spécifique  $C$ .
- La vitesse absolue de surface de chacune des dents au point de contact :
  - ✓  $v_1$  pour le pignon;
  - ✓  $v_2$  pour l'engrenage;

La température de chacun des corps en présence s'ils ne sont pas en équilibre thermique; dans ce cas, un écoulement de chaleur secondaire se fait de l'engrenage le plus chaud vers celui le plus froid.

Pour deux engrenages de matériaux ou de géométrie différents, juste avant le contact, chacune des dents a sa distribution de température propre car la température moyenne de chacun des flancs devant rentrer en contact n'est pas la même.

Cependant, lorsque les deux dents sont en contact, la surface de contact de largeur  $2b$  peut être supposée thermiquement isolée pour la durée de contact et la température instantanée atteinte sera commune aux deux dents.

Ainsi, lorsqu'il est supposé que la température au point de contact pour les deux dents soit la même, l'expression du facteur de répartition de chaleur  $\varphi_2$  s'écrit pour la dent 2 :

$$\varphi_2 = \frac{\sqrt{\rho_2 k_2 c_2 v_2}}{\sqrt{\rho_1 k_1 c_1 v_1 + \rho_2 k_2 c_2 v_2}} \quad (\text{II. 71})$$

où

$\rho_{1,2}$  = masse volumique du matériau

$k_{1,2}$  = conductibilité thermique du matériau

$c_{1,2}$  = chaleur spécifique du matériau

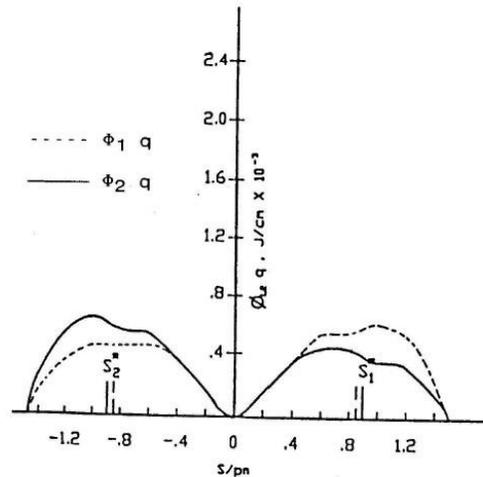
$v_{1,2}$  = vitesse absolue locale instantanée du point de contact sur les dents 1 et 2.

Le calcul de la valeur de  $\varphi$  à chaque position  $i$  du point de contact exige la détermination d'une paire  $(v_1, v_2)$  de vitesses locales instantanées. Celles-ci doivent être calculées pour les phases d'approche et de retrait et, dans chaque cas, pour un contact sur la ligne d'action puis à l'extérieur de celle-ci.

Le calcul détaillé des vitesses instantanées locales sur le profil des dents 1 et 2 pour un contact ayant lieu sur la ligne d'action est indiqué à l'ANNEXE B. Pour les contacts ayant lieu à l'extérieur de la ligne d'action, les expressions sont présentées à la section suivante.

Des calculs de répartition de chaleur produite par frottement sont rapportés par la Figure II. 26. Il a été montré à la Figure II. 25, que 40% de la chaleur totale produite durant un cycle de chargement provient du contact à l'extérieur des limites théoriques. La chaleur produite à gauche de  $S_2^*$  doit être absorbée par une faible

portion du profil près de la tête de la dent menée et du pied de la dent menante et vice versa pour la chaleur perdue à droite de  $S_1^*$ .



**Figure II. 26. Répartition de l'énergie perdue entre un pignon et un engrenage en plastique pour  $Z_1=Z_2=72$  dents,  $k_1=k_2=0.224\text{W/m}^\circ\text{K}$ ,  $\rho_1=\rho_2=1.38\times 10^3\text{Kg/m}^3$ ,  $C_1=C_2=1460.8\text{ J/Kg}^\circ\text{K}$ [91]**

Ainsi, la Figure II. 26 montre comment la chaleur se répartit entre la dent menante (pignon) et la dent menée (engrenage) pour  $Z_1=Z_2=72$  dents. On constate une distribution non uniforme de l'énergie.

#### VITESSE ABSOLUES LOCALES AU POINT DE CONTACT

L'expression générale de la vitesse locale est la suivante :

$$\mathbf{v}_{2i} = \omega_2 \mathbf{r}_{p2i} \quad (\text{II. 72})$$

Où  $\omega_2$  = vitesse angulaire de l'engrenage 2

$r_{p2i}$  = rayon position de la dent 2 au point de contact

Le terme  $v_{2i}$  désigne la vitesse locale de l'engrenage 2 lorsque le point de contact P est à la position i (Figure B.1, ANNEXE B); le rayon  $r_{p2i}$  est la grandeur du vecteur position formée par le centre  $O_2$  de l'engrenage et P.

Pour le pignon 1, l'équation ci-dessus s'applique en remplaçant l'indice 2 par 1.

**i. Vitesses absolues lors de la phase approche**

- Contact à l'extérieur de la ligne d'action

Le rayon position de la dent 1 s'exprime :

$$\mathbf{r}_{p1} = \mathbf{R}_1 \cos \theta \frac{z_1 z_2}{z_1} \frac{1}{\cos \theta_f} \left[ \cos(\beta' + \Omega') - \sqrt{d_r^2 - \sin^2(\beta' + \Omega')} \right] \quad (\text{II. 73})$$

Le terme  $d_r$  est précédemment défini par l'équation (II.44) dans la session précédente.

Pour la dent menée, le contact se fait au sommet, alors  $r_{p2}$  s'écrit :

$$\mathbf{r}_{p2} = \mathbf{R}_2 \left( \mathbf{1} + \frac{a_{a2}}{z_2} \right) \quad (\text{II. 74})$$

$R_2$  est le rayon primitif de l'engrenage 2.

Les vitesses  $v_1$  et  $v_2$  s'exprime respectivement :

$$\mathbf{v}_1 = 2\pi \mathbf{R}_2 \mathbf{N}_2 \cos \theta \frac{z_1 z_2}{z_1} \frac{1}{\cos \theta_f} \left[ \cos(\beta' + \Omega') - \sqrt{d_r^2 - \sin^2(\beta' + \Omega')} \right] \quad (\text{II. 75})$$

$$\mathbf{v}_2 = 2\pi \mathbf{R}_2 \mathbf{N}_2 \left( \mathbf{1} + \frac{a_{a2}}{z_2} \right) \quad (\text{II. 76})$$

$N_2$  désigne la vitesse angulaire en tours par minutes de l'engrenage 2.

- Contact sur la ligne d'action

Les vitesses locales dépendent de la position du point de contact suivant la ligne d'action et s'exprime par :

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{v} \left( \frac{S_2 \cos \theta}{R_{b1}} + \sin \theta \right) \quad (\text{II. 77})$$

$$\mathbf{v}_2 = \mathbf{v} \left( \sin \theta - \frac{S_2 \cos \theta}{R_{b2}} \right) \quad (\text{II. 78})$$

$r_{b1,2}$  = rayon de base du pignon et de l'engrenage

$v$  = vitesse linéaire au point primitif

## ii. Vitesse absolue lors de la phase de retrait

- Contact à l'extérieur de la ligne d'action

Le contact se fait au sommet de la dent de l'engrenage menant; les vitesses s'expriment alors :

$$\mathbf{v}_1 = 2\pi R_2 N_2 \left( 1 + \frac{2a_{a2}}{z_1} \right) \quad (\text{II. 79})$$

$$\mathbf{v}_2 = \mathbf{v} \cos \theta \frac{z_1 z_2}{z_1 \cos \theta_f} \left[ \cos(\beta' + \Omega') - \sqrt{d_r^2 - \sin^2(\beta' + \Omega')} \right] \quad (\text{II. 80})$$

- Contact sur la ligne d'action

Les équations (II.77) et (II.78) s'appliquent encore; toutefois, le terme négatif  $S_2$  doit être remplacé par le terme positif  $S_1$  par définition et les vitesses s'expriment alors :

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{v} \left( \frac{S_1 \cos \theta}{R_{b1}} + \sin \theta \right) \quad (\text{II. 81})$$

$$\mathbf{v}_2 = \mathbf{v} \left( \sin \theta - \frac{S_1 \cos \theta}{R_{b2}} \right) \quad (\text{II. 82})$$

## II.4. RELATIONS DE LA PRÉSENTE ÉTUDE AVEC LES ÉTUDES ANTÉRIEURES ET ORIGINALITÉ DE CETTE THÈSE

Cette étude tente d'adapter les matériaux composites à fibres de bois aux engrenages, de fabriquer de nouvelle génération d'engrenages et de prédire le comportement thermique de ces engrenages.

Beaucoup d'études sur la formulation, la caractérisation des matériaux composites thermoplastiques à fibre de bois sont déjà faites mais aucune n'a fabriqué des engrenages. Le lien avec les études déjà réalisées est d'utiliser l'expérience en fabrication afin d'avoir un matériau ayant les mêmes propriétés que les matériaux plastiques (nylon, acétal, ...) utilisés pour les engrenages.

Les thermoplastiques utilisés dans le cadre de cette thèse sont le polypropylène et le polyéthylène (LLDPE et HDPE), avec comme renfort les fibres de bouleau et le tremble. À cause de l'incompatibilité entre la fibre de bois et le thermoplastique, un traitement chimique à l'aide d'un agent de couplage sera réalisé pour augmenter les propriétés mécaniques.

Pour la prédiction du comportement thermique des engrenages, les paramètres des matériaux à tenir compte sont :

- Le module élastique  $E$ ;
- La masse volumique  $\rho$ ;
- Le coefficient de poisson  $\nu$ ;
- La conductibilité thermique  $k$  ;
- La chaleur spécifique  $C$  ;
- Le coefficient d'amortissement  $\text{tg}\delta$ ;
- Le coefficient de frottement  $\mu$ .

Les paramètres ci-dessus doivent être déterminés pour le composite thermoplastique-bois pour pouvoir déterminer les températures d'équilibre.

Mis à part la détermination de ces paramètres, la première partie de l'originalité de cette thèse est de pouvoir fabriquer les engrenages en plastique-bois et de réaliser des études expérimentales en vue de déterminer la température d'équilibre à l'aide d'une caméra infrarouge.

À part les paramètres du matériau, cette étude tente de prédire le comportement thermique des engrenages en thermoplastique-bois en évaluant la distribution de température d'équilibre à laquelle s'ajoute l'élévation de température instantanée sur le profil, mais cette dernière ne sera pas étudiée dans cette thèse. Cette approche considère le phénomène de la répartition de la charge normale transmise entre plusieurs paires de dents simultanément en contact, tel qu'abordé par des études antérieures [10, 18]. Malgré l'usage de la même théorie de base, les paramètres induits par le phénomène de répartition de la charge sont calculés de façons différentes : l'une exacte [92], l'autre simplifiée [18, 91]. La présente étude s'intéresse au facteur de répartition de chaleur de frottement engendrée à la surface des dents, en tenant compte du pouvoir de diffusion thermique du matériau, de la vitesse absolue locale de chacune des dents au point de contact. L'autre partie de l'originalité de cette thèse est donc de trouver le modèle idéal de répartition de chaleur pour les engrenages en plastique-bois; bien que le modèle simplifié de Koffi [18, 103] s'applique pour les engrenages en plastique pour des modules élastiques compris entre 0.7 Ga et 3.5 GPa.

## **II.5. CONCLUSION**

Pour le moment, on ne sait pas si les composites thermoplastiques-bois peuvent être appliqués aux engrenages. La formulation, la caractérisation nous donneront des valeurs pour une comparaison avec les plastiques techniques comme le nylon et l'acétal. Une fois certain de l'application, nous pourrions donc fabriquer des engrenages en thermoplastique-bois.

Pour la modélisation thermique des engrenages thermoplastique-bois, aucun modèle n'existe pour le moment. La question qu'on se pose à l'heure actuelle : le modèle de Koffi [18, 103] peut-il être appliqué ? Pour répondre à cette question

nous devons avoir les valeurs expérimentales du module élastique du matériau thermoplastique-bois.

Avec avoir cernées les études antérieures, le chapitre suivant se focalisera sur les matériels et les méthodes adoptés pour atteindre les objectifs fixés.

## CHAPITRE III

### MATÉRIELS ET MÉTHODES

Nous présenterons dans ce chapitre les matériels et les méthodes adoptés, afin d'atteindre les deux premiers objectifs de cette thèse; dont la finalité est de tester la résistance thermomécanique du matériau composite élaboré, à l'état échantillon et à l'état pièce (engrenage).

#### III.1. FORMULATION ET CARACTÉRISATION DU MATÉRIAU THERMOPLASTIQUE RENFORCÉ DE FIBRE DE BOIS

Pour cette thèse, deux types de plastique (polypropylène et polyéthylène) ont été testés, avec deux types de fibre de bois (bouleau et tremble).

##### III.1.1. Composites polypropylène-bois

###### III.1.1.1. Matériels

Thermoplastique : Homo-polypropylène (Marelex HGZ-1200, granule) a été fourni par Philips Sumika. Sa densité est de  $0.907 \text{ g/cm}^3$  et comme indice de fluidité est de 120.0 g/10 min.

Fibre de bois : Tremble jaune (TMP 20-60 mesh) et Bouleau jaune (TMP 20-60 mesh) produit au Centre de Recherche sur les Matériaux Lignocellulosiques (CRML), à Trois-Rivières. Les fibres sont séchées à  $80^\circ\text{C}$  pendant 24h afin d'enlever l'excès d'humidité.



Figure III. 1. Fibres courtes de bois

**Tableau III. 1. Propriétés physiques et mécaniques des fibres de bois utilisés[108]**

<b>Fibres</b>	<b>Densité (g/cm<sup>3</sup>)</b>	<b>Conductivité thermique (W m<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>)</b>	<b>Chaleur spécifique à 17°C (J kg<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>)</b>	<b>Module élastique E<sub>1</sub> (GPa)</b>	<b>Module de cisaillement G</b>	<b>Coefficient de poisson ν</b>
<b>Bouleau jaune</b>	0.62	0.15	1300	13.9	0.9452	0.451
<b>Tremble jaune</b>	0.39	0.1	1300	9.9	2.7	0.374

Agent de couplage : Maléate de polypropylène (MAPP-Eastman G3003) a été fourni par la compagnie chimique Estman et il contient 1.5 % d'anhydride maléique.

### **III.1.1.2. Méthodes**

#### **COMPOSITES POLYPROPYLENE/BOULEAU ET POLYPROPYLENE/ TREMBLE : EFFET DES FIBRES ET DE L'AGENT DE COUPLAGE MAPP**

Les composites ont été mélangés avec seulement 3% masse MAPP (agent de couplage), qui est le seuil afin d'avoir une bonne adhésion entre les fibres de bois et le plastique [50, 51], pour étudier l'influence des fibres de bouleau et tremble sur les propriétés mécaniques à 20 %m, 30 %m et 40 %m (pourcentage massique) de fibres selon le tableau suivant :

**Tableau III. 2. Tableau de concentration du bouleau, du tremble dans les composites PP/bouleau et PP/tremble**

Numéro de test	Code du composite	PP (%m)	Bouleau (%m)	Tremble (%m)	MAPP (%m)
1	B20A0	80	20	0	0
2	B20A0M3	77	20	0	3
3	B30A0	70	30	0	0
4	B30A0M3	67	30	0	3
5	B40A0	60	40	0	0
6	B40A0M3	57	40	0	3
7	B0A20	80	0	20	0
8	B0A20M3	77	0	20	3
9	B0A30	70	0	30	0
10	B0A30M3	67	0	30	3
11	B0A40	60	0	40	0
12	B0A40M3	57	0	40	3

B=Birch (bouleau) A=Aspen (tremble) M =MAPP

**COMPOSITE HYBRIDE POLYPROPYLÈNE/BOULEAU/TREMBLE: EFFET DES FIBRES ET DE L'AGENT DE COUPLAGE MAPP**

Les composites ont été mélangés pour étudier l'influence simultanée des fibres de bouleau et tremble sans et avec agent de couplage (3 m% MAPP) à 30 m% et 40 m% de fibres selon le tableau suivant :

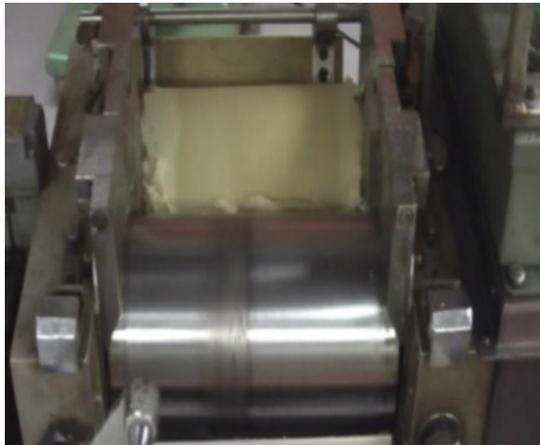
**Tableau III. 3. Tableau de concentration du bouleau, du tremble dans les composites PP/bouleau/tremble**

Numéro de test	Code du composite	PP (%m)	Bouleau (%m)	Tremble (%m)	MAPP (%m)
1	B15A15	70	15	15	0
2	B15A15M3	67	15	15	3
3	B10A20	70	10	20	0
4	B10A20M3	67	10	20	3
5	B20A10	70	20	10	0
6	B20A10M3	37	20	10	3
7	B20A20	60	20	20	0
8	B20A20M3	57	20	20	3
9	B10A30	60	10	30	0
10	B10A30M3	57	10	30	3
11	B30A10	60	30	10	0
12	B30A10M3	57	30	10	3

B=Birch (bouleau) A=Aspen (tremble) M =MAPP

### III.1.1.2.1. Formulation

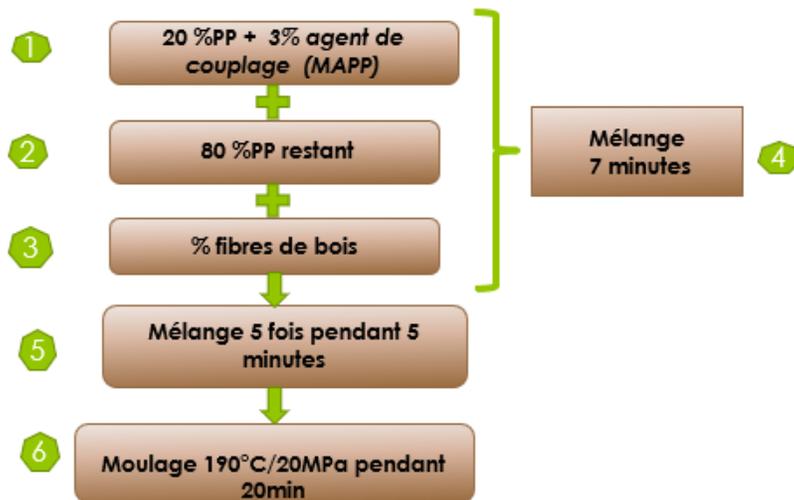
La fabrication du composite est faite sur deux rouleaux type Thermotron-C.W. Brabender (Model T303, Figure III. 2). Tout d'abord 20 %m PP avec ou sans MAPP (3%*m*) est fondu sur les rouleaux à 190° C. Les fibres de bois et le reste du PP (80 %*m*) sont ajoutés et mélangés pendant 7 min à 60 tr/min, puis le composite est mélangé 5 fois pendant 5 minutes (25 minutes au total) afin d'obtenir une homogénéité.



**Figure III. 2. Mélangeur à rouleau Thermotron-C.W. Brabender (Model T303)**

Finalement le composite est retiré des rouleaux et coupé en lamelles avec un couteau en fonction de la taille du moule.

Cette formulation n'est pas nouvelle, elle a été déjà effectuée par d'autres chercheurs comme Gu et al [50, 51] (Figure III. 3) qui a aussi fait sa thèse de doctorat dessus (cette présente thèse n'est donc qu'une continuité de ses travaux).



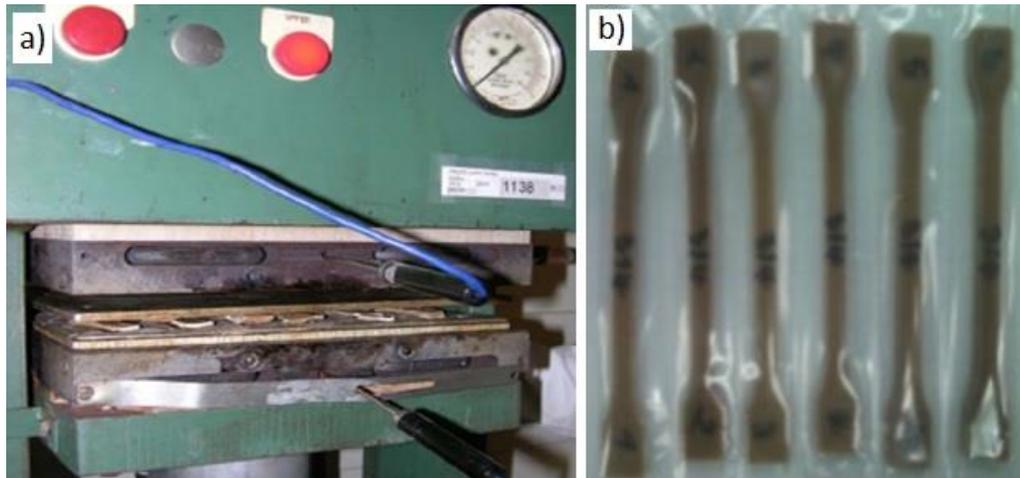
**Figure III. 3. Étapes de formulation des composites polypropylène à fibres de bois [50, 51]**

### III.1.1.2.2. Moulage par compression et caractérisations

Les éprouvettes sont donc moulées sous deux formes :

- Sous forme d’altère : ISO 527-2:2012-Type 1A pour la traction;
- Sous forme rectangulaire : ASTM D790-10 pour le test de flexion 3 points, et ASTM E 1876 pour le test d’impulsion acoustique.

Les échantillons sont préparés dans un moule qui est maintenu à  $190\pm 3^{\circ}\text{C}$  au moyen d'une presse Dake (Figure III. 4.a) et pendant 20 min sous une pression de 20 MPa. Puis le moule est refroidi jusqu’à  $60^{\circ}\text{C}$  par une eau froide circulant dans les serpentins du plateau. Tous les échantillons (Figure III. 4.b) sont polis, puis conditionnés toute la nuit dans le local de test, et puis les dimensions sont mesurées par un micromètre. Les mesures mécaniques sont faites sur une machine Instron à  $23^{\circ}\text{C}$ .



**Figure III. 4. a) Presse Dake pour moulage par compression, b) Échantillon pour le test traction**

Parmi les tests cités ci-haut, seul celui d'impulsion acoustique est non-destructive. Cela permet d'avoir dans le cadre de cette thèse le coefficient de poisson  $\nu$  du composite, mais aussi le module de cisaillement  $G$ . Pour un matériau isotrope, la relation qui existe entre le coefficient de poisson  $\nu$ , le module élastique  $E$  et de cisaillement est la suivante :

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (\text{III. 1})$$

### III.1.2. Composite polyéthylène-bois

#### III.1.2.1. Matériels

Thermoplastique: Polyéthylène haute densité HDPE provenant de NOVA Chemicals avec une densité de 0.962 g/cm<sup>3</sup>, un indice de fluidité de 20.0 g/10min.

Fibres de bois: Tremble jaune (TMP 20-60 mesh) et Bouleau jaune (TMP 20-60 mesh) produit au Centre de Recherche sur les Matériaux Lignocellulosiques (CRML), à Trois-Rivières. Les fibres sont séchées à 80°C pendant 24h afin d'enlever l'excès d'humidité. L'aspect de forme des fibres qui est le rapport

longueur/diamètre (L/D), est déterminé par FQA (fiber quality analyzer) (Tableau III.4).

**Tableau III. 4. Résultats de FQA (fiber quality analyzer)**

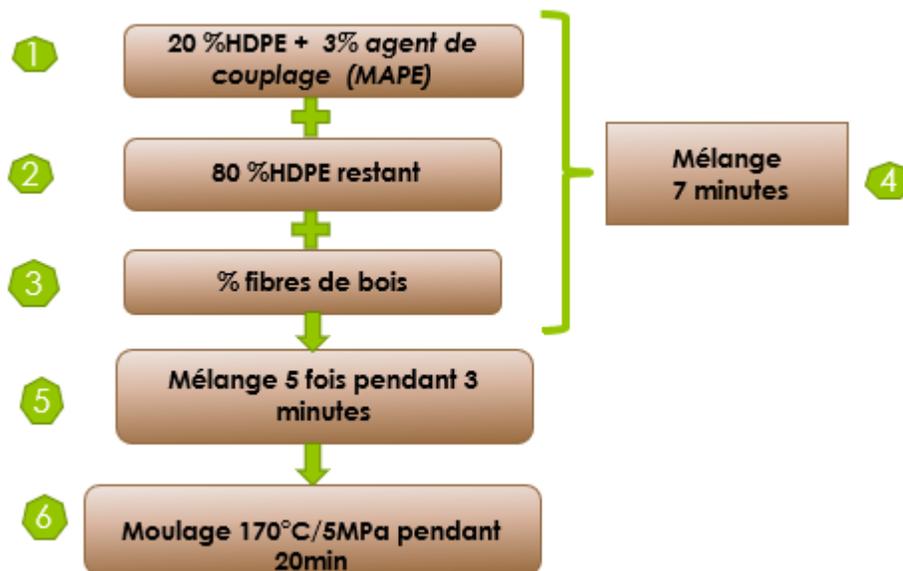
<b>Dimensions</b>	<b>Birch fibers</b>	<b>Aspen fibers</b>
<b>Longueur moyenne L (mm)</b>	0.49	0.42
<b>Diamètre moyen D (µm)</b>	24.7	24.6
<b>Aspect de forme L/D</b>	19.79	17.11

Agent de couplage : Maléate de polyéthylène (MAPE-Eastman G2010) a été fourni par la compagnie chimique Eastman et il contient 1.5 % d'anhydride maléique.

### **III.1.2.2. Méthodes**

#### **III.1.2.2.1. Formulation**

Comme pour la session précédente, la fabrication du composite est faite sur deux rouleaux type Thermotron-C.W. Brabender (Model T303, Figure III. 2). Tout d'abord 20 %m en masse HDPE avec MAPE (3%<sub>m</sub>) est fondu sur les rouleaux à 170° C (Figure III. 5) [50, 51]. Les fibres de bois et le reste du HDPE (80 %<sub>m</sub>) sont ajoutés et mélangés pendant 7 min à 60 tr/min, puis le composite est mélangé 5 fois pendant 3 minutes (15 minutes au total pour ce cas) afin d'obtenir une homogénéité. Finalement le composite est retiré des rouleaux et coupé en lamelles avec un couteau en fonction de la taille du moule.



**Figure III. 5. Étapes de formulation des composites polyéthylène à fibres de bois [50, 51]**

#### III.1.2.2.2. Moulage par compression et caractérisations

Des éprouvettes sont donc moulées sous deux formes :

- Sous forme d'altère : ISO 527-2:2012-Type 1A pour la traction.
- Sous forme rectangulaire : ASTM D790-10 pour le test de flexion 3 points, ASTM E 1876 pour le test d'impulsion acoustique et ASTM D7028-07 pour le test de DMA (Dynamic Mechanical Analysis).

Les échantillons sont préparés dans un moule qui est maintenu à  $190\pm 3^{\circ}\text{C}$  au moyen d'une presse Dake et pendant 20 min sous une pression de 5 MPa. Puis le moule est refroidi jusqu'à  $60^{\circ}\text{C}$  par une eau froide circulant dans les serpentins du plateau. Tous les échantillons sont polis, puis conditionnés toute la nuit dans le local de test, et puis les dimensions sont mesurées par un micromètre. Les mesures mécaniques sont faites sur une machine Instron à  $23^{\circ}\text{C}$ .

### III.1.2.2.3. Caractérisations

#### i. Traction et flexion

Les tests de traction et de flexion sont effectués sur une machine Instron (Model LM-U150) à température ambiante.

Pour le test de traction, l'Instron est équipé d'une cellule de 150 kN avec 25 mm d'extensomètre qui est connecté au système d'acquisition des données. La vitesse du test est de 2mm/min. Les propriétés en traction trouvées sont : la contrainte maximale, le module élastique et la déformation à la rupture qui sont déterminés d'après la norme ISO 527-1:20 [109], avec 6 échantillons testés pour chaque série.

À cause de la flexibilité des échantillons, nous avons utilisé une cellule de charge de 10 kN pour le test de flexion afin d'avoir une bonne précision. La portée des supports est de 55 mm, qui donne un rapport portée/largeur de  $16 \pm 1$ . La vitesse du test de flexion est de 1.5 mm/min, et est calculée par :

$$v = \frac{ZL^2}{6d} \quad (\text{III. 2})$$

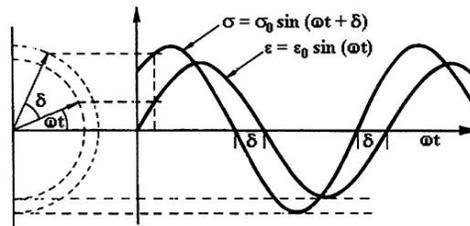
où Z (mm/mm/min) est la vitesse de déformation, L (mm) est la portée des supports et d (mm) est la largeur de l'échantillon. Dans la méthode de ASTM D790,  $Z=0.01$  mm/mm/min pour le procédure A [110].

#### ii. Caractérisation thermomécanique : DMA (Analyse Mécanique Dynamique)

Les polymères sont de nature viscoélastique et existent en deux états : l'un est l'état vitreux à basse température ayant un module élevé et l'autre est à l'état caoutchouteux à haute température avec un faible module [111]. Dans les matériaux élastiques la contrainte et la déformation sont en phase, c'est-à-dire que

la réponse se produit en même temps que l'autre ; alors que dans les matériaux visqueux, il y a une différence de phase ou de décalage dans le temps entre la contrainte et la déformation, le retard de la déformation sur la contrainte est de  $90^\circ$ .

Dans cette technique, une force oscillante est appliquée sur les échantillons et la déformation résultante est mesurée comme le module ou la rigidité. Comme le montre la Figure III. 6, il y a un déphasage entre la contrainte et la déformation résultante/module. Ce décalage est utilisé pour mesurer les propriétés d'amortissement ou de frottement interne ou de la dissipation de l'énergie dans un échantillon soumis à une contrainte périodique, c'est à dire le décalage est mesuré comme tangente de la différence de phase,  $\tan \delta$ .



**Figure III. 6. Représentation schématique du comportement viscoélastique d'un polymère sous chargement dynamique**

$$\text{Déformation : } \varepsilon = \varepsilon_0 \sin(\omega t) \quad (\text{III. 3})$$

$$\text{Contrainte : } \sigma = \sigma_0 \sin(\omega t + \delta) \quad (\text{III. 4})$$

$\omega$  = période de l'oscillation de la déformation ou fréquence angulaire,  $t$  = temps et  $\delta$  = différence de phase entre la contrainte et la déformation.

L'équation (II.4) devient :

$$\sigma = \sigma_0 \sin(\omega t) \cos \delta + \sigma_0 \cos(\omega t) \sin \delta \quad (\text{III. 5})$$

La contrainte a deux composantes, l'une en phase avec la déformation d'amplitude  $\sigma_0 \cos \delta$  et l'autre en déphasage d'amplitude  $\sigma_0 \sin \delta$ . Quand on les

divise par la déformation, le module peut être séparé en composante réel et imaginaire. Donc, la contrainte devient :

$$\sigma = \varepsilon_0 E' \sin(\omega t) + \varepsilon_0 E'' \cos(\omega t) \quad (\text{III. 6})$$

$$E' = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \cos \delta \quad (\text{III. 7})$$

$$E'' = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \sin \delta \quad (\text{III. 8})$$

$E'$  est le module de stockage (énergie élastique)

$E''$  est le module de perte (chaleur dissipée)

Donc le taux d'amortissement est :

$$\tan \delta = \frac{E''}{E'} \quad (\text{III. 9})$$

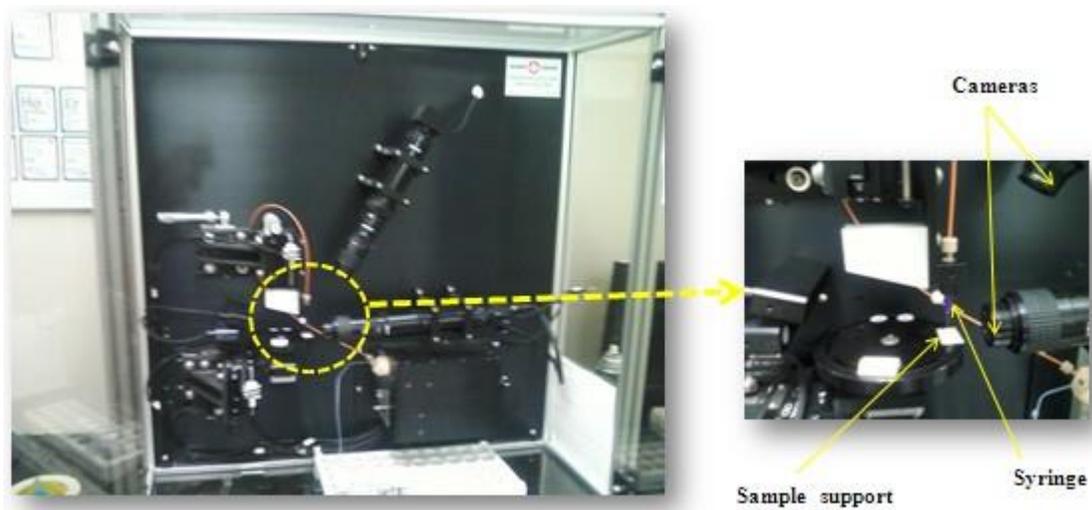
L'Analyse Mécanique Dynamique des composites a été effectuée sur des échantillons en flexion trois-points selon la norme ASTM D7028, avec des fréquences de 1Hz et 20 Hz, entre 20°C et 120°C, avec un taux de chauffage de 5°C/min.

### **iii. Analyse thermique ATG**

Les analyses thermogravimétriques ont été réalisées afin de comparer l'influence des fibres de bois sur la stabilité des fibres. Le comportement de la décomposition thermique des composites a été étudié en utilisant un analyseur thermogravimétrique (M/s Perkin–Elmer, USA) selon la norme ASTM D 2584. Des échantillons pesants entre 5-10 mg ont été scannés sur une plage de température de 50 à 575 ° C à une vitesse de 5 ° C / min sous azote. La perte de poids différentielle a été enregistrée en fonction de la température.

#### iv. Caractérisation de l'énergie de surface

Le comportement au mouillage des échantillons composites plastique-bois conditionnés à 65% d'humidité et 20 ° C, a été caractérisé par la méthode d'angle de contact. Le but de l'étude de la surface de l'échantillon en utilisant la technique de l'angle de contact est de trouver l'énergie de surface  $\gamma_s$  du solide en mesurant l'angle de contact de divers liquides ayant comme énergie de surface  $\gamma_L$ .



**Figure III. 7. Schéma du dispositif pour la détermination de l'angle de contact**

L'énergie de surface est obtenue en mesurant l'angle de contact d'au moins deux liquides, dans notre cas nous avons choisi de l'eau (polaire) et le bromonaphtalène (non polaire). L'angle est mesuré à partir des images capturées par un ordinateur par l'intermédiaire d'une caméra (Figure III. 7). Le logiciel FTA32 vidéo balaye le contour de la goutte par traitement d'image et détermine ensuite l'angle de contact par des procédés d'interpolation.

Parmi les modèles d'interaction développés pour estimer l'énergie de surface, nous avons la méthode de Zisman et Owen-Wents [112]. Les valeurs de l'énergie de surface ont été calculées par l'équation Owens-Wendt :

$$(1 + \cos \theta) \gamma_L = 2[(\gamma_L^d \gamma_S^d)^{1/2} + (\gamma_L^p \gamma_S^p)^{1/2}] \quad (\text{III. 10})$$

Où  $\theta$  est l'angle de contact entre l'échantillon et du liquide testé ;  $\gamma_L^d$ ,  $\gamma_L^p$  et  $\gamma_L$  sont l'énergie de surface dispersive, polaire et total du liquide testé, et  $\gamma_S^d$ ,  $\gamma_S^p$  sont les composantes dispersives et polaires de l'énergie de surface de l'échantillon testé. L'énergie de surface totale des liquides utilisés sont  $72.8 \text{ mJ/m}^2$  et  $44.4 \text{ mJ/m}^2$  respectivement pour l'eau et le bromonaphtalène.

#### v. Observation au microscope électronique à balayage (MEB)

Les observations au microscope électronique à balayage ont été conduites pour voir la dispersion des fibres dans les composites. Les observations ont été effectuées avec le MEB (JSM 5500, Jeol, Japon) à une tension de 15 kV dans le Centre de Recherche sur les Matériaux Lignocellulosiques (CRML) de l'Université du Québec à Trois-Rivières.

#### vi. Détermination de la masse volumique, de la conductibilité thermique et de la chaleur spécifique

##### MASSE VOLUMIQUE

La masse volumique est déterminée avec un pycnomètre. Le pycnomètre est une fiole jaugée de grande précision. La mesure de masse volumique se fait par une série de cinq pesées successives. La description du protocole pour la détermination de la masse volumique d'un composite est décrite à l' ANNEXE F.



**Figure III. 8. Image du pycnomètre utilisé pour la mesure de la masse volumique des composites**

## CONDUCTIBILITE THERMIQUE ET CHALEUR SPECIFIQUE

La conductibilité thermique  $k$  représente la quantité de chaleur transférée par unité de surface et par unité de temps sous un gradient de température, dans une direction perpendiculaire à l'unité de surface,  $W/m \cdot K$ .

$$k = q \frac{L}{\Delta T} \quad (\text{III. 11})$$

Où

$L$  – Épaisseur de l'échantillon (m)

$T$  – Température ( $^{\circ}K$ )

$q$  – Flux thermique ( $W/m^2$ )

La conductibilité thermique est mesurée à l'aide d'un instrument appelé C-Therm TCI (ANNEXE G) qui donne aussi l'effusivité thermique  $E$  du matériau. Ces deux paramètres associés à la masse volumique  $\rho$  du matériau permettent de déterminer la chaleur spécifique par la relation :

$$C = \frac{E^2}{\rho k} \quad (\text{III. 12})$$

### III.2. FABRICATION DES ENGRENAGES THERMOPLASTIQUES RENFORCÉS DE FIBRES DE BOIS

La fabrication de nos engrenages est effectuée selon les mêmes procédés de fabrication que nos précédents échantillons composites : le moulage par compression (à défaut d'avoir une machine à injecter). Nous nous sommes limités au matériau HDPE/bouleau pour valider le procédé de fabrication des engrenages. Seuls les composites de formulation à 30% de bouleau et 40% de bouleau, avec 3% de MAPE, seront testés.

Avant tout chose, il a fallu concevoir un moule (Figure III. 9). Les paramètres de l'engrenage servant à la conception du moule sont récapitulés dans le Tableau III. 5.

**Tableau III. 5. Dimensions de l'engrenage utilisé pour la conception du moule**

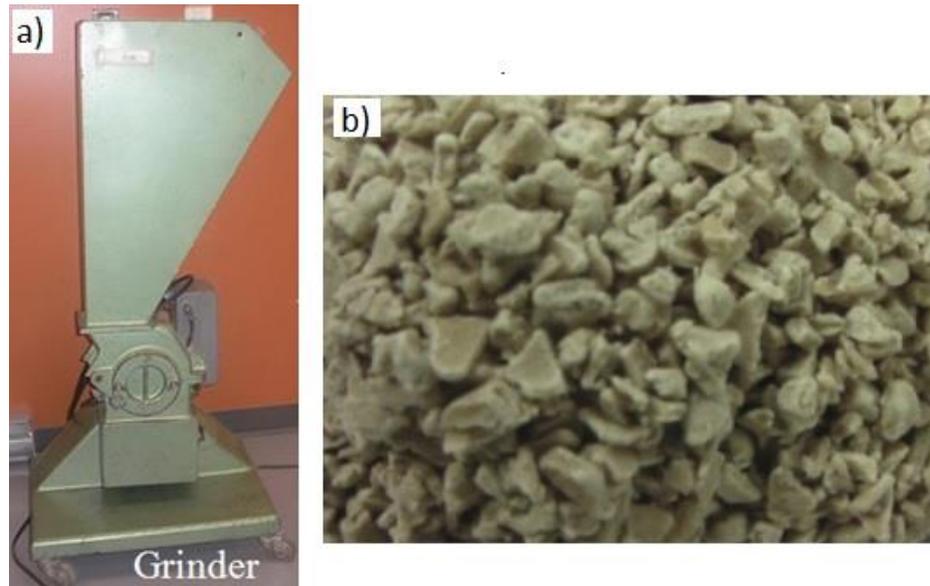
<b>Nombre de dents</b>	30
<b>Angle de pression</b>	20°
<b>Pas diamétral P (po<sup>-1</sup>)</b>	10
<b>Module m (mm)</b>	2.54
<b>Largeur b de l'engrenage (mm)</b>	6.5



**Figure III. 9. Moule servant à la fabrication d'engrenages par thermocompression**

Afin de tenir compte du retrait du plastique lors du refroidissement du moule, le diamètre du moule est de 82.2 mm alors que celui de l'engrenage normalisé est de 81.28 mm, soit un retrait de 1%.

Après avoir formulé le composite sur le mélangeur à rouleau, la pâte est récupérée et broyée en granule (Figure III. 10) afin de s'en servir pour la fabrication des engrenages.



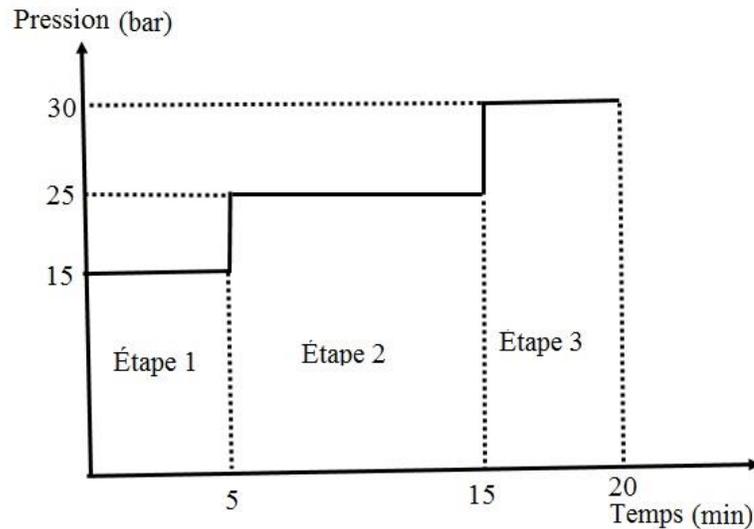
**Figure III. 10. a) Broyeur, b) Granules composites HDPE/bois**

Le moule est rempli avec les granules de composite et placé sous presse à 170°C. La mise sous pression est effectuée en trois étapes (Figure III. 11) afin de s'assurer d'avoir des engrenages sans défaut et respectant les dimensions :

**Étape 1** : Premier palier à 15 bar pendant 5 min

**Étape 2** : Deuxième palier à 25 bar pendant 10 min, permettant de s'assurer que les empreintes sont totalement remplies avec le composite afin d'éviter les zones vides de matière

**Étape 3** : Troisième palier à 30 bar pendant 5 min, permet d'obtenir la meilleure planéité possible des engrenages



**Figure III. 11. Diagramme du moulage des engrenages composites par compression**

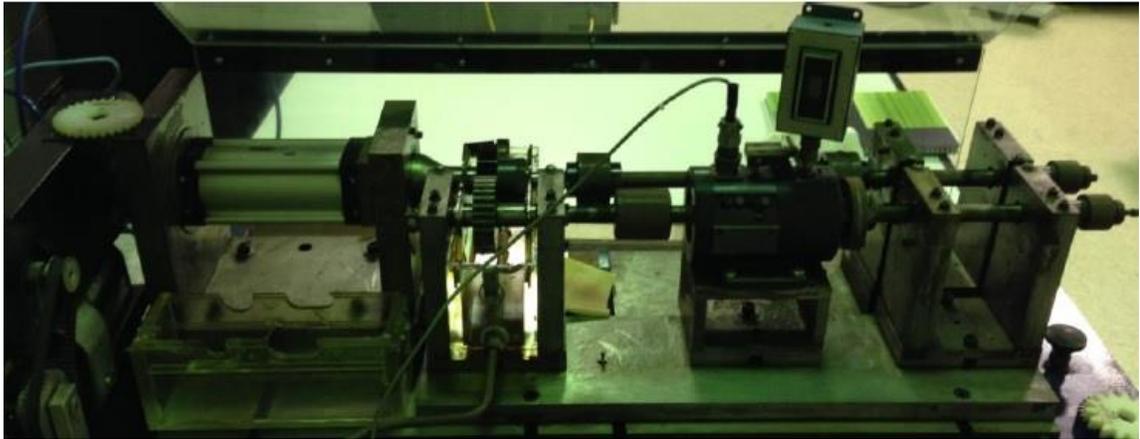
### **III.3. ÉTUDES EXPÉRIMENTALES SUR LES ENGRENAGES EN THERMOPLASTIQUE RENFORCÉ DE FIBRE DE BOIS**

Des études expérimentales seront effectuées dans les laboratoires de génie mécanique, à l'Université du Québec à Trois-Rivières, qui dispose un banc d'essais pour la réalisation des tests de fatigue sur les engrenages en plastique.

#### **III.3.1. Banc d'essais**

Le banc d'essais est une machine permettant de mettre en rotation deux engrenages et de leur appliquer un couple (Figure III. 12).

Un moteur accompagné d'un système permettant de contrôler la vitesse va entraîner un premier arbre sur lequel est fixé un vérin rotatif permettant de contrôler le couple appliqué aux engrenages. Cet arbre va entraîner un premier engrenage en acier qui va permettre de mettre en rotation un autre arbre qui comporte le couplemètre. Au bout des deux arbres, des supports permettent de fixer les engrenages en composite qui vont servir pour les essais.



**Figure III. 12. Banc d'essai pour tester les engrenages**

À partir d'un logiciel de boucle fermée dans une interface LabVIEW, un ordinateur contrôle le couple appliqué sur les engrenages et permet de le faire varier. Un dispositif de correcteur proportionnel de type intégral (PI) est utilisé dans cette étude.

### **III.3.2. Méthodes**

Étant donné qu'on n'a aucune information sur la charge admise par les engrenages en bio-composite, il est donc important d'effectuer un premier test. Le premier test effectué est donc de connaître le couple admissible ( $C_{adm}$ ) pour les engrenages à une vitesse de rotation donnée. La vitesse retenue est 500 tr/min, avec un couple variant de 2.5 N.m ( $C_{min}$ , couple minimal) à  $C_{adm}$ . La connaissance de  $C_{adm}$ , nous permettra de faire varier le couple de  $C_{min}$  à un couple maximal ( $C_{max}$ ) avec  $C_{max} < C_{adm}$ .

Ensuite, nous allons élaborer un plan d'expérience en fonction des couples appliqués et des vitesses de rotation (500 tr/min et 1000 tr/min), pour déterminer la température d'équilibre sur un cycle donné selon le Tableau III. 6.

**Tableau III. 6. Protocole expérimental pour les engrenages en plastique-bois**

Phase	But	Couples appliqués	Vitesse de rotation (tr/min)	Durée du test (min)
1	Trouver le couple admissible ( $C_{adm}$ )	$C_{min}$ à $C_{adm}$ par incrémentation	500	15/couple
2	Étudier le comportement de la température d'équilibre	$C_{min}$	500	40
3	Étudier le comportement de la température d'équilibre dépendamment du couple et de la vitesse de rotation	$C_{min}$ à $C_{max}$ par incrémentation	500 et 1000	15/couple

### III.4. CONCLUSION

Les composites sont formulés avec deux matrices (polyéthylène et polypropylène), deux essences de bois (fibre de bouleau et tremble) et suivant des proportions bien définies (10% à 50% en masse). Bien que cette méthode demande beaucoup de travail, cela nous permettra de faire le choix du bon matériau applicable aux engrenages à denture droite.

Dans le chapitre suivant, nous évoquerons les méthodes adoptées afin de prédire le comportement thermique (température d'équilibre) des engrenages en composite à fibre de bois, qui est notre dernier objectif.

## CHAPITRE IV

### MÉTHODE DE MODÉLISATION ET SIMULATION DE LA TEMPÉRATURE D'ÉQUILIBRE DES ENGRENAGES EN THERMOPLASTIQUE ET COMPOSITE

Il est important de maîtriser les différents paramètres de convection-diffusion en régime permanent, la méthode du système de maillage par différence-finie (adoptée pour cette thèse), ainsi que la définition des équations à chaque nœud du maillage.

#### IV.I. ÉQUATION DE CONVECTION-DIFFUSION BIDIMENSIONNELLE EN RÉGIME PERMANENT

La distribution de température en régime permanent en deux dimensions dans un corps à section variable s'obtient en appliquant le principe de conservation d'énergie en tout point du corps; ce principe est exprimé par l'équation différentielle elliptique de Poisson [91]:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{qp(x,y)}{k} = 0 \quad (\text{IV. 1})$$

Où  $T$  = température

$k$  = conductibilité thermique

$qp(x, y)$  = taux de production de chaleur dans le corps.

La complexité de la géométrie des engrenages rend la solution analytique de l'équation (IV.2) presque impossible. Aussi sera-t-elle trouvée de façon numérique à l'aide de la méthode de différence finie. Cette méthode est développée dans la section ultérieure.

La détermination de la distribution de chaleur fait intervenir le taux d'écoulement de chaleur en conduction et celui en convection. En conduction, le taux d'écoulement de chaleur s'exprime suivant l'axe x :

$$\mathbf{q}_c = -\mathbf{kA} \frac{dt}{dx} \quad (\text{IV. 2})$$

En convection, ce taux devient :

$$\mathbf{q}_{\text{conv}} = \mathbf{hA}(T_p - T_a) \quad (\text{IV. 3})$$

Avec  $A$ = surface normale d'échange de chaleur

$h$ =coefficient de transfert de chaleur

$T_p$ =température au nœud en surface

$T_a$ =température ambiante, près du corps

## IV.2. SYSTÈME D'AXES ET MAILLAGE

Un programme de différence finie est développé par Koffi [91] pour l'étude numérique de la distribution de température en régime permanent. La Figure IV. 1 montre la géométrie du maillage utilisé pour le développement du programme. L'axe x suit la direction circonférentielle de l'engrenage et est divisé en éléments dont le centre est symbolisé par un nœud numéroté I; dans la direction radiale, les nœuds sont repérés par J suivant l'axe y; ce dernier axe sert aussi à repérer n'importe quelle position sur le profil de la dent en y associant l'angle du centre  $\gamma$  tel que montre à l'ANNEXE C (Figure IV. 2).

Le terme I varie de 1 à  $N1+2$  alors que J varie de 1 à  $N2+2$  lorsque  $N1$  et  $N2$  désignent le nombre de nœuds internes suivant l'axe x et l'axe y respectivement.



### IV.3. MODÉLISATION THERMIQUE-HYPOTHÈSE DE TRAVAIL ET APPLICATION DES ÉQUATIONS DE TRANSFERT DE CHALEUR AUX ENGRENAGES

Pour des engrenages initialement à la température ambiante, le système d'engrenage est graduellement réchauffé jusqu'à ce qu'il atteigne une distribution d'équilibre après plusieurs cycles de fonctionnement.

Pour chaque cycle, le profil chargé de la dent subit un flux de chaleur identique, la période de réchauffement à chaque cycle est extrêmement petite par rapport à la durée du cycle.

Alors, à un point donné sur le profil, la dent reçoit une impulsion de chaleur pour chaque cycle. Ceci entraîne une fluctuation de température montrée à la Figure IV. 3.

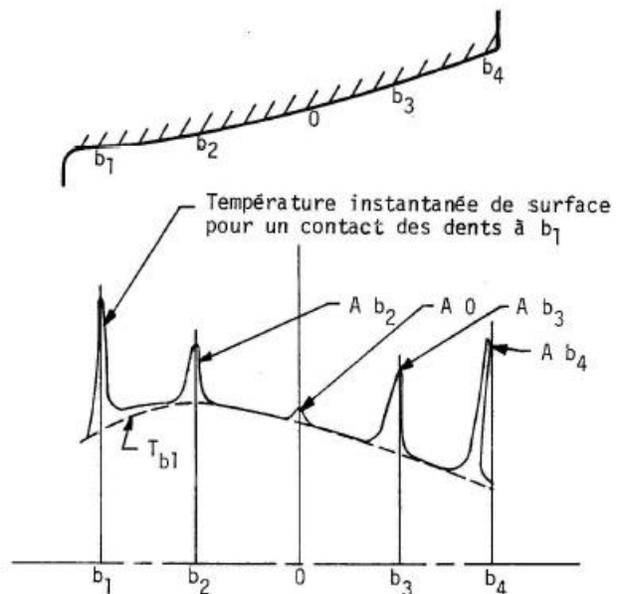


Figure IV. 3. Caractéristiques de la température instantanée de surface

La section suivante détaille le traitement de l'analyse en convection-diffusion, appliquée à une dent d'engrenage soumis à une distribution de chaleur moyenne sur le profil de la dent, pondérée sur un cycle.

À cause du caractère répétitif des mécanismes de production et d'évacuation de la chaleur pour chacune des dents au cours de la rotation d'un engrenage, seule une dent est mise à l'étude et de résultats s'y rapportant s'appliquent à toutes les autres du même engrenage.

Les conditions de frontières utilisées sont celles de Wang et Cheng [91] modifiées pour limiter l'étude à une hauteur de dent sous le cercle de pied de l'engrenage. Cela se justifie par le fait que les valeurs de température du cercle de pied en allant vers le centre de l'engrenage se rapprochent beaucoup de la température ambiante.

Le détail des calculs reliés aux conditions de frontières est indiqué à l'ANNEXE D.

Ces conditions de frontières tiennent compte de l'échange de chaleur entre la dent et l'air ambiant par convection forcée sur les profils chargés et non chargés et le sommet de la dent, imposent une égalité de température et de flux de chaleur point par point entre les limites droite et gauche du secteur sous la racine de la dent et considérant un gradient de température linéaire à limite inférieur du secteur; il est à remarquer que pour le secteur en-dessous de la racine, aucun échange thermique par convection n'est possible.

Le temps mis par la température pour atteindre son niveau d'équilibre étant beaucoup supérieur à la durée d'un cycle, il est alors justifié de supposer une distribution uniforme pondérée sur un cycle pour le flux de chaleur suivant le profil même si le taux de chaleur engendré réel est une impulsion à chaque cycle. D'autre

part, pour la face chargée, le temps mis par la dent pour faire contact est très petit comparé au reste du temps du cycle de rotation où elle est en contact avec l'air ambiant à vitesse élevée en évacuant la chaleur déjà emmagasinée.

#### **IV.4. MÉTHODE DES DIFFÉRENCES FINIES POUR LA DÉTERMINATION DE LA DISTRIBUTION DE LA TEMPÉRATURE D'ÉQUILIBRE**

##### **IV.4.1. Méthode numérique**

La solution de l'équation de Poisson, équation (IV.1), est obtenue à l'aide de la méthode itérative par différences finies de Liebmann [113] qui dérive de la méthode des déplacements successifs de Gauss Seidel [114]. La méthode de Liebmann assure une convergence rapide de la solution en considérant pour l'itération de rang  $n$  lors du calcul de la température  $T(I,J)$ , les valeurs calculées des températures aux nœuds dont les numéros suivant les axes  $x$  et  $y$  sont inférieurs à  $I$  et  $J$  plutôt que de considérer les valeurs de ces mêmes températures calculées à l'itération du rang  $n-1$ .

La loi Kirchhoff, qui assure l'équilibre de chaque nœud en y annulant l'effet de tous les flux de chaleur tout en considérant celui de toute source de chaleur interne en régime permanent, est utilisée pour trouver les équations des nœuds caractéristiques; cette loi permet d'annuler les résidus en chacun de nœuds et simplifie la solution numérique.

##### **IV.4.2. Équations des nœuds caractéristiques**

La solution de l'équation de poisson suppose que la conductibilité thermique  $k$  du matériau est constante dans toutes des directions du matériau composite, que la distribution du coefficient de transfert de chaleur est celle trouvée par Akozan

[115] telle que montrée à la Figure IV. 2. Les équations caractéristiques sont détaillées à l'ANNEXE D et se présentent comme suit :

Sur le flanc non chargé :

$$\mathbf{A k} \frac{\partial T}{\partial n} + \mathbf{qp} = \mathbf{h A} (T - T_a) \quad (\text{IV. 4})$$

Avec  $A$ =surface de transfert

$n$ =direction normale à la surface de transfert

$qp$ = taux de production de chaleur par cycle de nœuds

$T_a$ = température ambiante

Le taux de production de chaleur total se détermine de la façon suivante :

$$\mathbf{qp} = \mathbf{q_f} + \mathbf{qh_f} + \mathbf{qh_c} \quad (\text{IV. 5})$$

Avec  $q_f$ = taux de chaleur de frottement par cycle

$qh_f$ = taux de chaleur d'hystérésis de flexion par cycle

$qh_c$ =taux de chaleur d'hystérésis de contact par cycle

Dans son étude, Akozan[115] a calculé les coefficients de chaleur par convection en quatre points distincts et ils sont identifiés par  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$  et  $h_4$ . Sur le tiers inférieur de la hauteur de la dent, la valeur de  $h$  dans l'équation (IV.4) est obtenue par interpolation linéaire entre les valeurs  $h_4$  et  $h_1$ , soit  $h_{4-1}$ .

Sur les deux tiers supérieurs, l'interpolation est effectuée entre  $h_1$  et  $h_2$  pour donner  $h_{1-2}$ .

- Sur le sommet de la dent : dans la zone de ces nœuds,  $h$  devient  $h_{2-3}$ .

- Sur le flanc chargé : h devient,  $h_{3-4}$  sur les deux tiers supérieurs de la dent et  $h_{4-1}$  sur le tiers inférieur.

- Sur les limites gauche et droite du secteur d'engrenage sous la racine de la dent : en ces points, la convection est nulle. Par symétrie, une égalité de température point par point est imposée, soit :

$$\mathbf{T}(\mathbf{I}, \mathbf{J}) = \mathbf{T}(\mathbf{I}', \mathbf{J}') \quad (\text{IV. 6})$$

$$\left. \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{n}} \right|_{(\mathbf{I}, \mathbf{J})} = \mathbf{T}(\mathbf{I}', \mathbf{J}') \quad (\text{IV. 7})$$

(I,J) et (I',J') sont les indices suivant x et y des nœuds correspondants sur chacune des limites gauches et droites.

- Sur la limite inférieure de secteur : à une hauteur de dent sous le pied, un gradient de température linéaire est considéré, soit :

$$\mathbf{T}(\mathbf{I}, \mathbf{N2} + 2) = 2\mathbf{T}(\mathbf{I}, \mathbf{N2} + 1) - \mathbf{T}(\mathbf{I}, \mathbf{N2}) \quad (\text{IV. 8})$$

où I varie de 2 à N1+1

- Pour les nœuds aux coins supérieurs droit et gauche : la loi de Kirchhoff s'applique à ces nœuds suivant la direction i.

$$\sum_i \mathbf{K} \mathbf{k}_i \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{n}} + \sum_i \mathbf{k}_{ci} (\mathbf{T}_a - \mathbf{T}) + \mathbf{q} \mathbf{p} = \mathbf{0} \quad (\text{IV. 9})$$

Où  $\mathbf{K} \mathbf{k}_i$  = conductance en conduction de l'élément suivant la direction i.

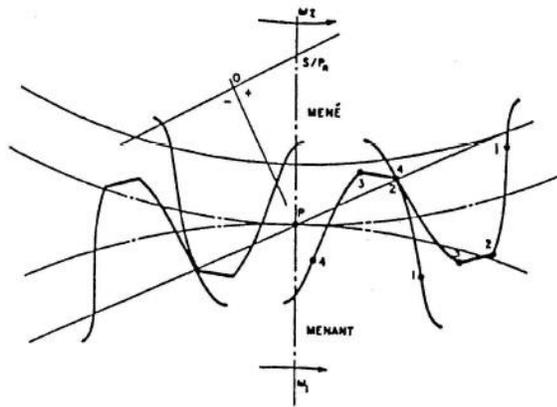
- Pour les nœuds internes : la cas particulier de l'équation (IV.9) s'applique avec  $\mathbf{k}_{ci}=0$ .

La procédure de solution consiste à supposer d'abord une distribution de température initiale. Une nouvelle distribution est ensuite calculée à l'aide des équations caractéristiques et puis comparée à la précédente. L'écart maximum

toléré en n'importe quel point de calcul entre les deux distributions successives pour arrêter l'itération est de  $\pm 0.05$  °C.

#### IV.4.3. Mouvement des dents et coefficients de transfert de chaleur par convection

La Figure IV. 4 reprend le mouvement des dents au cours de l'engrènement et y ajoute des valeurs du coefficient de transfert de chaleur. Les conventions définies au chapitre II sur  $S/p_n$  demeurent inchangées.



**Figure IV. 4. Définition de la géométrie dans une paire d'engrenage**

Les points marqués de 1 à 4 sur les dents menées et menantes de la Figure IV. 4 réfèrent aux endroits  $h_1$  à  $h_4$  de la Figure IV. 2. La Figure IV. 4 indique que les coefficients sur le flanc chargé de la dent menée sont  $h_3$  et  $h_4$  alors que ceux sur le flanc chargé de la dent menante sont  $h_1$  et  $h_2$ .

Les coefficients  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$  et  $h_4$  sont donnés au Tableau IV. 1. Il en ressort une certaine variation entre  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$  et  $h_4$  pour un même module  $m$  (ou pas diamétral  $P$ ). Les comparaisons intéressantes sont celle de  $h_2$  à  $h_3$  (à la tête de la dent menante et menée respectivement) de même que celles de  $h_1$  à  $h_4$  (au pied de la dent menante et menée respectivement) et ceci sur les deux profils de contact. Il s'avère ainsi que  $h_3$  est systématiquement inférieur à  $h_2$  alors  $h_4 > h_1$  pour les

modules de 3.18 et 2.12[91] (pas diamétraux de 8 et 12) et  $h_4 > h_1$  pour les modules de 5.08 et 2.54 (pas diamétraux de 5 et 10). En moyenne, cependant, comme l'indiquent les colonnes marquées d'un \* dans le Tableau IV. 1, le transfert de chaleur est systématiquement plus important sur le flanc chargé de la dent menante ( $h_1$  et  $h_2$ ) que sur celui de la dent menée. Ceci influence la distribution de chaleur sur le pignon et l'engrenage.

**Tableau IV. 1. Coefficient de transfert de chaleur par convection forcée,  $h$ ,  $w/m^2/s$   
 $Z=30$  dents;  $\alpha = 20^\circ$ ;  $v=4m/s$  [91]**

	Module, mm (pas P $po^{-1}$ )							
	5.08 (5)	*	3.18 (8)	*	2.54 (10)	*	2.12 (12)	*
$h_1$	595	548	645	623	510	525	395	413
$h_2$	500		600		540		430	
$h_3$	395	475	500	585	435	455	340	380
$h_4$	555		670		475		420	

#### IV.5. CONCLUSION

Comme nous l'avons vu au CHAPITRE II, différentes méthodes numériques [19, 86, 91, 116, 117] sont proposées pour prédire la température de fonctionnement des engrenages en plastique et composite. Parmi ces méthodes, nous avons des simulations à partir des logiciels commerciaux comme ANSYS ou COSMOS qui sont très coûteux. Nous avons décidé de ne pas utiliser ces derniers et de faire la simulation numérique en programmant nos propres codes via MATLAB.

Enfin, nous présentons les résultats obtenus dans le chapitre suivant.

## **CHAPITRE V**

### **RÉSULTATS ET ANALYSE**

#### **V.1. FORMULATION ET CARACTÉRISATION DU MATÉRIAU THERMOPLASTIQUE RENFORCÉ DE FIBRE DE BOIS**

##### **V.1.1. Composite polypropylène-bois**

##### **V.1.1.1. Composites polypropylène/bouleau et polypropylène/tremble: effet des fibres de bois et de l'agent de couplage**

###### **V.1.1.1.1. Test de traction**

Les Figure V.1 et Figure V.2 nous montrent l'effet des fibres, et de l'agent de couplage (MAPP) sur la résistance en traction et sur le module élastique des composites à base de polypropylène renforcé par des fibres de bouleau ou de tremble.

Avec ou sans agent de couplage (MAPP), pour tous les composites testés, le module élastique et la résistance en traction augmentent d'une façon linéaire en fonction du taux massique de fibre.

Sans MAPP, les fibres augmentent le module élastique de 75 % entre 0% m fibre et 40% m fibres (max 3.5 GPa) pour les deux types de renforts. Alors qu'avec le MAPP, il augmente de 89,76% (max 3,72 GPa) et 97,3% (max 3,87 GPa) respectivement pour le composite PP/bouleau (Figure V.1) et PP/tremble (Figure V.2). L'augmentation significative du module élastique est liée principalement aux modules élastiques élevés des fibres et à leur taux de remplissage.

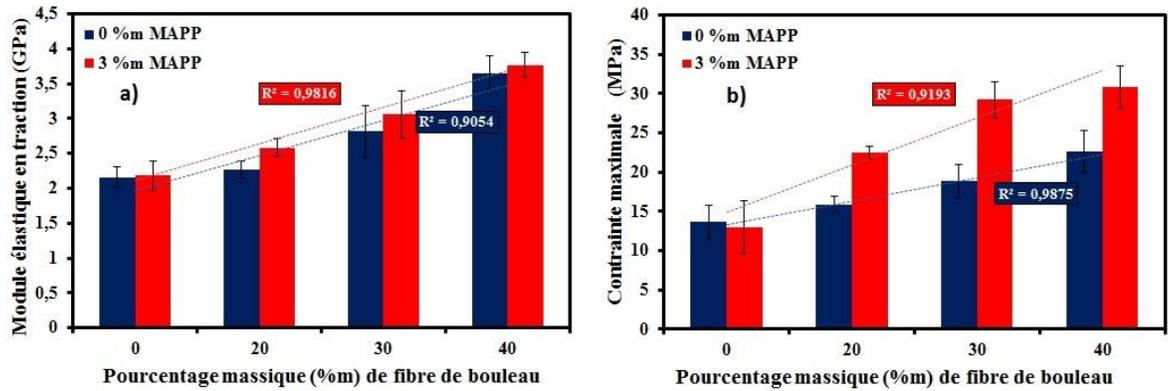


Figure V. 1. Effet de fibre bouleau et d'agent de couplage (MAPP) sur les propriétés en traction du composite PP/bouleau

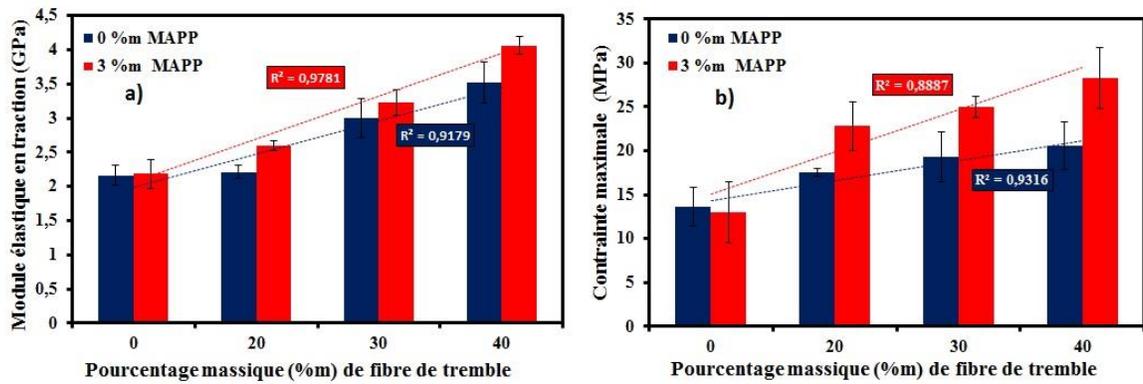


Figure V. 2. Effet de fibre tremble et d'agent de couplage (MAPP) sur les propriétés en traction du composite PP/tremble

Pour l'effet de MAPP à différents taux massiques de fibres, le module élastique augmente de 16 %, 8 % et 7 % respectivement à 20 %, 30 % et 40 % de fibre de bouleau. Alors que cette augmentation est de 12%, 8% et 11% respectivement à 20 %m, 30 %m et 40 %m de fibre de tremble. On constate que le MAPP n'a pas d'effet significatif sur le module élastique. En effet, le module dépend plus des fibres et ce comportement est confirmé par d'autres recherches [48, 50, 118, 119].

Pour l'effet des fibres sur la contrainte maximale, sans MAPP, entre 0%<sub>m</sub> et 40%<sub>m</sub> de fibres, on note une augmentation de 66 % (max 22.61 MPa) et 51 % (max 20.6 MPa) respectivement pour le composite PP/bouleau (Figure V.1) et PP/tremble (Figure V.2). L'augmentation de la contrainte est due au taux de fibre et même s'il n'y a pas d'agent de couplage, on note néanmoins une amélioration. Bien qu'il y ait incompatibilité entre les fibres et la matrice, la croissance du taux de fibres entraîne une nature homogène et donc plus de résistance en traction des fibres, par ricochet celle du composite. Ce comportement va en accord avec les résultats de certaines recherches [48, 120] mais en désaccord avec ceux de Lee et al. [121]. Alors qu'avec MAPP, pour la même marge de taux de fibres, la contrainte augmente de 160 % (max 31 MPa) et 138% (max 28.26 MPa) respectivement pour le composite PP/bouleau et PP/tremble. Ce dernier comportement va en accord avec d'autres recherches [48, 50, 121].

Pour l'effet de MAPP à différents taux de fibres, la contrainte maximale augmente de 41%, 55% et 36% respectivement à 20%<sub>m</sub>, 30%<sub>m</sub> et 40%<sub>m</sub> de fibre de bouleau (Figure V.1). Alors que cette augmentation est de 29%, 29%, 37% respectivement à 20%<sub>m</sub>, 30%<sub>m</sub> et 40%<sub>m</sub> de fibre de tremble (Figure V.2). L'augmentation est due à une bonne adhésion entre la fibre et la matrice [48, 50, 51, 60].

L'ensemble des résultats est récapitulé dans les tableaux ci-dessous avec les écarts types.

**Tableau V. 1. Récapitulation des résultats de test de traction du composite  
PP/bouleau**

Code du composite		PP	B20A0	B20A0M3	B30A0	B30A0M3	B40A0	B40A0M3
Module élastique	E (GPa)	2.15	2.27	2.58	2.81	3.05	3.65	3.76
	Écart type	0.14	0.12	0.12	0.37	0.33	0.23	0.18
Contrainte maximale	$\sigma$ (MPa)	13.63	15.9	22.51	18.84	29.21	22.61	30.82
	Écart type	2.16	0.99	0.75	2.14	2.33	2.63	2.70

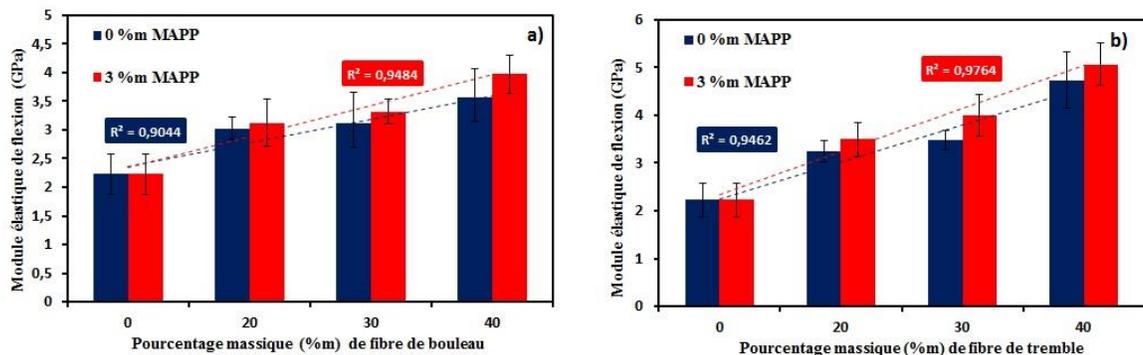
**Tableau V. 2. Récapitulation des résultats de test de traction du composite  
PP/tremble**

Code du composite		PP	B0A20	B0A20M3	B0A30	B0A30M3	B0A40	B0A40M3
Module élastique	E (GPa)	2.15	2.20	2.59	3.00	3.23	3.52	4.05
	Écart type	0.14	0.09	0.07	0.28	0.19	0.30	0.13
Contrainte maximale	$\sigma$ (MPa)	13.63	17.56	22.79	19.30	24.99	20.60	28.26
	Écart type	2.16	0.47	2.76	2.79	1.23	2.70	3.44

#### V.1.1.1.2. Test de flexion en trois points

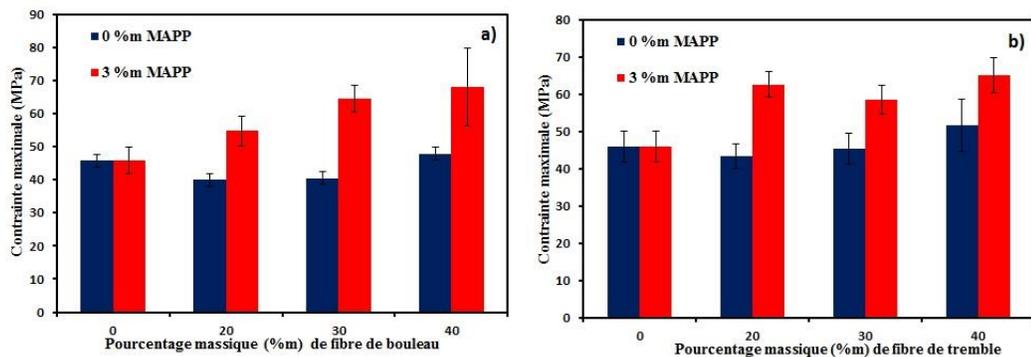
Ce test est très important pour une application comme les engrenages. En effet les dents d'engrenages subissent continuellement de la flexion au cours du fonctionnement.

Tout comme pour la traction, le module élastique en flexion augmente de façon linéaire avec comme sans agent de couplage (MAPP) pour les composites PP/bouleau (Figure V. 3.a) et PP/tremble (Figure V. 3.b). Cette augmentation est due au taux de fibre de bois. Sans MAPP, le module élastique passe de 2.22 GPa à 3.56 GPa et de 2.22 GPa à 4.72 GPa, respectivement pour les composites PP/bouleau et PP/tremble. Avec MAPP, le module passe de de 2.22 GPa à 3.97 GPa et de 2.22 GPa à 5.06 GPa, respectivement pour les composites PP/bouleau et PP/tremble. Par contre pour différents taux de fibres de bois, le MAPP n'augmente pas de façon significative le module élastique.



**Figure V. 3. Effet de fibre bouleau et tremble sur le module élastique en flexion du composite a) PP/bouleau et b) PP/tremble**

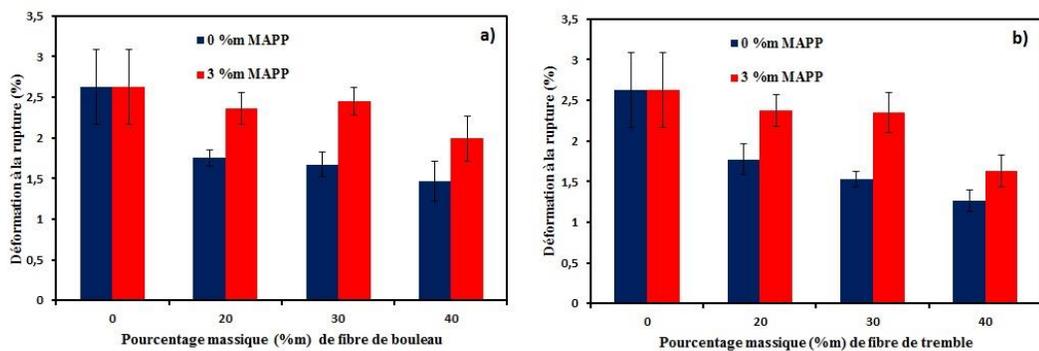
L'évolution de la contrainte maximale (Figure V.4) n'est pas la même comme pour le module. Sans MAPP pour les deux types de composites (bouleau et tremble), la contrainte maximale reste quasi constante ou baisse pour certains pourcentages de bois, ceci montre la non adhérence entre la fibre (hydrophile) et la matrice (hydrophobe). Avec seulement 3% m de MAPP, nous observons une augmentation significative de la contrainte maximale pour tous les taux de fibres de bois. La contrainte passe de 46 MPa à 68 MPa pour le composite PP/bouleau et de 46 MPa à 65 MPa pour le composite PP/tremble.



**Figure V.4. Effet de fibre bouleau et tremble sur la contrainte maximale en flexion du composite a) PP/bouleau et b) PP/tremble**

La Figure V. 5 nous montre l'effet de fibre de bois et de MAPP sur la déformation à la rupture. Avec et sans MAPP, on constate une diminution de la déformation avec l'augmentation du taux de fibre de bois. Cela est dû principalement à la cristallinité élevée des fibres de bois par rapport au plastique. On attribue ce résultat à un ancrage mécanique entre la fibre et la matrice et à un phénomène de diffusion du polymère dans la fibre mais aussi à la présence de transcrystallinité [122].

Avec agent de couplage MAPP, à chaque taux de fibre, on constate une augmentation de la déformation à la rupture, due à une meilleure capacité à être déformé [122].



**Figure V. 5. Effet de fibre bouleau et tremble sur la déformation à la rupture en flexion du composite a) PP/bouleau et b) PP/tremble**

L'ensemble des résultats sont récapitulés dans les tableaux ci-dessous :

**Tableau V. 2. Récapitulation des résultats de test de flexion du composite PP/bouleau**

Code du composite		PP	B20A0	B20A0M3	B30A0	B30A0M3	B40A0	B40A0M3
Module élastique	E (GPa)	2.22	3.02	3.12	3.11	3.32	3.56	3.97
	Écart type	0.35	0.20	0.41	0.53	0.21	0.50	0.33
Contrainte maximale	$\sigma$ (MPa)	45.79	40.00	54.74	40.42	64.55	47.83	68.07
	Écart type	4.11	3.58	4.43	4.95	3.96	5.02	11.80
Déformation à la rupture	$\epsilon_r$ (%)	2.62	1.75	2.36	1.67	2.45	1.46	1.99
	Écart type	0.46	1.10	0.19	0.15	0.17	0.24	0.28

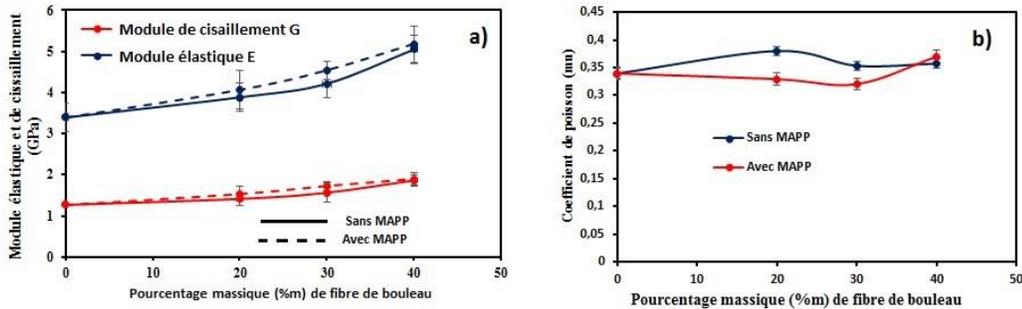
**Tableau V. 3. Récapitulation des résultats de test de flexion du composite PP/tremble**

Code du composite		PP	B0A20	B0A20M3	B0A30	B0A30M3	B0A40	B0A40M3
Module élastique	E (GPa)	2.22	3.23	3.49	3.48	4.00	4.72	5.06
	Écart type	0.35	0.22	0.35	0.19	0.43	0.59	0.44
Contrainte maximale	$\sigma$ (MPa)	45.79	43.21	62.52	45.35	58.40	51.54	65.01
	Écart type	4.11	3.29	3.35	4.10	3.79	7.06	4.77
Déformation à la rupture	$\epsilon_r$ (%)	2.62	1.77	2.37	1.53	2.34	1.26	1.62
	Écart type	0.46	0.91	0.19	0.08	0.24	0.14	0.19

### V.1.1.1.3. Test d'impulsion acoustique

Dans le cadre de cette thèse, le but ultime de ce test est de déterminer le coefficient de poisson  $\nu$  de nos matériaux composites.

Les tests d'impulsion acoustique sont juste réalisés sur les composites PP/bouleau, avec ou sans agent de couplage.



**Figure V. 6. Variation du module élastique, de cisaillement et le coefficient de poisson par impulsion acoustique en fonction du taux de fibre**

D'après la Figure V. 6, comme pour le test de traction, on constate une augmentation du module élastique E et de cisaillement G en fonction du taux de

fibres de bois, alors que le coefficient de poisson reste quand même constant autour de 0.35.

Les valeurs du coefficient de poisson sont récapitulées dans le tableau suivant.

**Tableau V. 4. Coefficient de poisson  $\nu$  des composites PP/bouleau**

%massique	0% <b>m</b>	20% <b>m</b>	30% <b>m</b>	40% <b>m</b>
<b>Sans MAPP</b>	0.33 (0.01)	0.37 (0.04)	0.35 (0.08)	0.35 (0.03)
<b>Avec 3%<b>m</b> MAPP</b>	0.33 (0.01)	0.32 (0.02)	0.32 (0.02)	0.37 0.02)

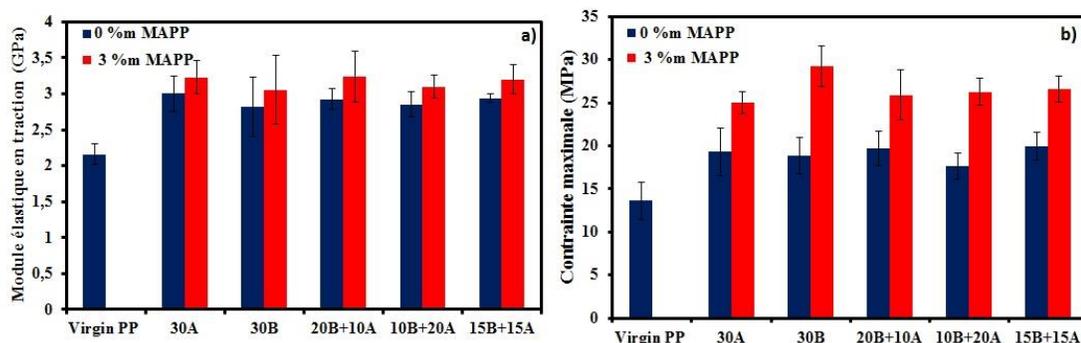
( ) Écart type

#### **V.1.1.2. Composite hybride polypropylène/bouleau/tremble : effet des fibres et de l'agent de couplage MAPP**

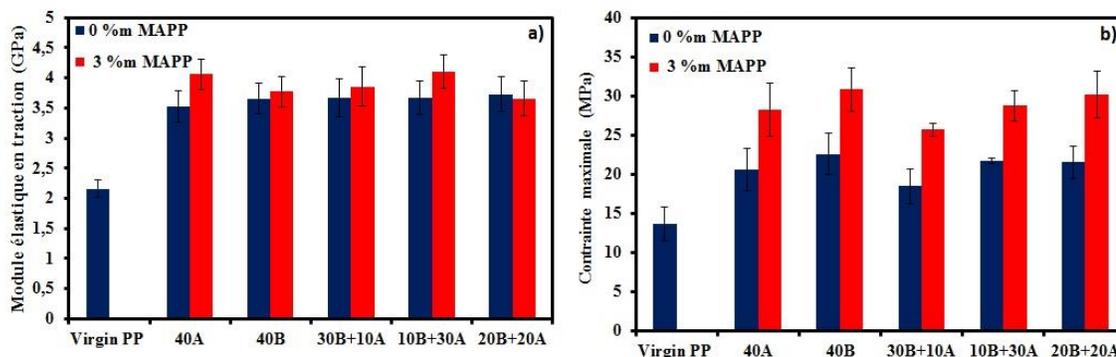
La Figure V. 7 et Figure V. 8 montrent les effets combinés de fibres de bois de bouleau/tremble, et l'agent de couplage à la fois sur le module d'élasticité en traction et la contrainte maximale des composites pour 30% en masse et 40wt% de fibres.

En absence d'agent de couplage (MAPP), les composites PP/bouleau/tremble (30% ou 40%) présentent des modules d'élasticité et des contraintes maximales élevées par rapport au PP vierge, malgré qu'il y ait une incompatibilité entre la fibre et la matrice.

Les composites B20A10, B10A20 et B15A15 montrent un module d'élasticité similaire en l'absence de l'agent de couplage. Cette observation est également valable pour les combinaisons B30A10, B10A30 et B20A20 ; Toutefois B20A20 montre une légère augmentation du module d'élasticité. La résistance à la traction (contrainte maximale) demeure inchangée pour tous les composites à 30% de fibres, tandis que B40A0 a la meilleure résistance à 40% (Figure V. 8.b).



**Figure V. 7. Propriétés en traction des composites hybrides PP/bouleau/tremble à 30% de fibres de bois**



**Figure V. 8. Propriétés en traction des composites hybrides PP/bouleau/tremble à 40% de fibres de bois**

En présence de MAPP et de 30% de fibres (Figure V.7), le module d'élasticité des composites B20A10M3, B10A20M3 et B15A15M3 est presque identique et ne montre pas une augmentation significative comparé aux composites fabriqués uniquement avec le bouleau et le tremble. En présence de MAPP et à 40% de fibre (Figure V.8. a) le composite B10A30M3 montre un module le plus élevé (4.1GPa) correspondant à une augmentation de 100% par rapport au PP vierge (2.1 GPa). On a une observation différente pour la résistance à la traction des mêmes formulations avec 30% fibres; avec les valeurs pour B20A10M3,

B10A20M3 et B15A15M3, 12% inférieurs à ceux des B30A0M3 (29MPa). À 40% de fibre (Figure V.8.b), la résistance à la traction de B30A10M3 (26MPa) diminue par rapport à aux composites B0A40M3 (28MPa) et B40A0M3 (31MPa).

En résumé, les résultats montrent que les composites PP/bouleau ont une meilleure résistance que les autres composites étudiés. Cela signifie que l'adhérence entre les fibres et polypropylène est nettement meilleure en utilisant des fibres de bouleau que d'utiliser le tremble ou le bouleau/tremble.

À 30% de fibre, on observe une amélioration de la résistance à la traction de 31.81%, 48.92% et 33.2% respectivement pour les composites 20% B + 10% A, 10% B + 20% A et 15% B + 15% A ; et une amélioration de 90%, 93% et 95% par rapport au PP vierge. En présence de 40% de fibre, on a une amélioration de la résistance à la traction de 39%, 32% et 40% respectivement pour les composites 30% B + 10% A, 10% B + 30% A et 20% B + 20% A ; et une amélioration de 88%, 111% et 121% par rapport à PP vierge.

En conclusion, l'agent de couplage joue très peu un rôle sur le module élastique des composites mais augmente d'une façon significative la contrainte maximale comme pour le cas des composites PP/bouleau et PP/tremble.

### **V.1.1.3. Composite PP/bois pour une application aux engrenages**

Dans cette section, nous allons essayer d'appliquer les composites PP/bois formulés aux engrenages. L'un des paramètres déterminants pour le choix de nos matériaux est le module élastique donc nous allons comparer les modules trouvés à ceux des thermoplastiques haute performance. Selon AGMA (American Gear Manufacturers Association) [123], les matériaux thermoplastiques utilisés pour la fabrication des engrenages sont PI polyimide, le polycarbonate PC, POM polyoxyméthylène, polyimide PAI, polycétone PK, polyéthylène ultra haut poids

moléculaire UHMW-PE, polyamide (nylon) PA, sulfure de polyphénylène PPS, polyétheréthercétone PEEK.

Par comparaison, les modules d'élasticité des composites formulés avec des fibres de bois sont nettement plus élevés que ceux des thermoplastiques souvent utilisés dans la fabrication engrenages, comme montré dans les (Tableau V.5 et Tableau V.6). Par exemple, le module élastique des composites B0A40M3 (PP/40%tremble) et B40A0M3 (PP/40%bouleau) sont 6 fois élevés que celui du UHMW-PE.

Cependant, le procédé de formulation des plastiques « hautes performances » nécessite plus d'énergie à des températures de fusion plus élevés, ce qui n'est pas le cas des composites renforcés par le bois. Mais aussi les prix des plastiques utilisés dans la conception des engrenages sont nettement supérieurs aux prix du polypropylène renforcé par les fibres de bois qui est de l'ordre de 1.2 CAD/kg [48]. Par ailleurs le prix du polypropylène pur est de 1.378 CAD/kg donc l'ajout des fibres de bois diminue le prix du produit final.

**Tableau V. 5. Propriétés et prix des thermoplastiques utilisés dans la fabrication des engrenages**

<b>Thermoplastique</b>	<b>Module élastique (GPa)</b>	<b>Température de fusion Tf (°C)</b>	<b>Prix (CAN\$/kg)</b>
PEEK (Polyetheretherkétone)	3.76-3.95	322-346	150.2-166
PI(Polyimide)	2.07-2.76	375-401	44.32-51.32
PA polyamide (nylon)	1.95-2.05	210-220	5.599-6.532
POM (polyoxyméthylène) ou acétal	2.5-5	159.9-183.9	4.362-6.532
UHMW-PE	0.5-0.8	124.9-131.9	1.617-1.797

**Tableau V. 6. Module élastique de quelques composites PP/bois formulés à 30% et 40% de fibres**

<b>Code des composites</b>	<b>B0A30M3</b>	<b>B30A0M3</b>	<b>B10A20M3</b>	<b>B0A40M3</b>	<b>B40A0M3</b>	<b>B30A10M3</b>
Module élastique E (GPa)	3.21	2.97	3.14	3.87	3.72	4.1

#### **V.1.1.4. Conclusion**

Dans ce travail, les matériaux composites PP/bois ont été développés et l'effet de fibres de bois sur les propriétés de traction a été étudié à différents taux de fibres (avec ou sans agent de couplage MAPP). Deux espèces de bois ont été étudiées : le bouleau et le tremble. Le protocole de fabrication utilisé dans ce travail démontre une excellente reproductibilité des résultats avec un faible écart type.

Nous pouvons conclure que:

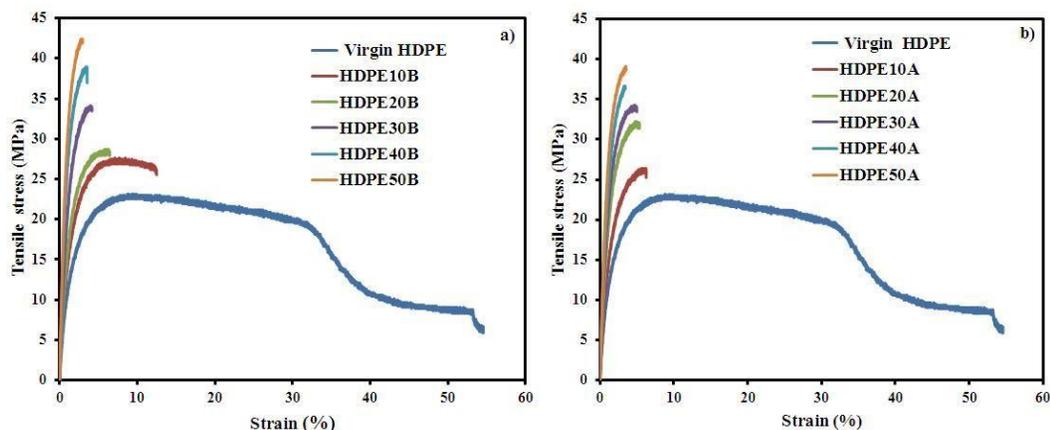
- Les composites PP/bouleau et PP/tremble ont des modules d'élasticité et la contrainte maximale en traction qui évoluent d'une manière linéaire en fonction du taux de fibre avec comme sans agent de couplage (MAPP). De plus, l'adhérence entre les fibres de bois et le plastique est améliorée en utilisant juste 3%MAPP, donc une augmentation de la contrainte maximale bien qu'aucun effet significatif sur le module d'élasticité.
- Les résultats obtenus montrent que, en général, les propriétés de traction de polypropylène/bouleau, polypropylène/tremble et polypropylène/bouleau/trembles sont très semblables. Les composites plastique-bois (WPCs) en particulier avec 30% et 40% de fibre ont un module d'élasticité plus élevé que le plastique utilisé dans l'application des engrenages.
- Le coefficient de poisson des composites PP/bouleau est de 0.35, cette valeur étant très important pour la modélisation thermomécanique des engrenages.

Le polypropylène qui a servi de matrice dans cette formulation du composite, a des valeurs de déformation à rupture très basse surtout si on incorpore les fibres de bois. Nous proposons d'utiliser une autre matrice comme polyéthylène dans la session suivante.

## V.1.2. Composite polyéthylène-bois

### V.1.2.1. Test de traction

La Figure V. 9 montre l'effet du taux de fibre sur la courbe contrainte-déformation en traction des composites pour 10%, 20%, 30%, 40% et 50% de fibre de bois (bouleau et tremble). Les courbes montrent que les fibres de bois diminuent la déformation à la rupture, mais augmente la résistance maximale et le module élastique du composite. L'augmentation des fibres de bois réduit la mobilité des molécules de HDPE et, par conséquent diminue la déformation. Le même comportement est observé pour les deux fibres de bois : bouleau (Figure V. 9 a) et tremble (Figure V. 9.b).

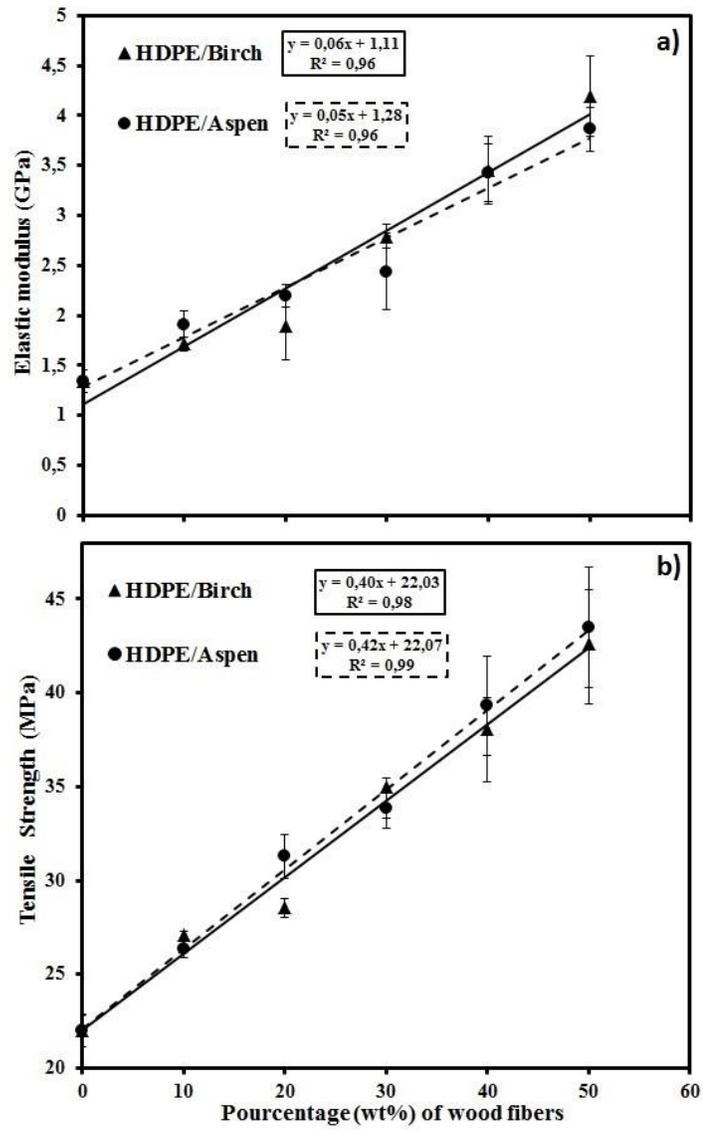


**Figure V. 9. Test de traction: contrainte-déformation du composite a) HDPE/bouleau et b) HDPE/tremble**

La Figure V. 10 montre l'effet du taux de fibres sur contrainte maximale et sur le module élastique des composites HDPE/bouleau et HDPE/tremble avec

3%MAPE. Comme la contrainte maximale, le module élastique augmente linéairement avec le taux de fibre,  $R^2 = 0.98$  pour les composites à base du bouleau et  $R^2 = 0.99$  pour les composites à base du tremble. Le comportement du module élastique est confirmé par Facca et al [75] qui a renforcé le HDPE par un bois dur, mais la contrainte maximale ne suit pas ce comportement [74]. D'une part la contrainte maximale du composite HDPE renforcé par le bois dur (40 mesh) augmente graduellement jusqu'à 25% de fibre, puis diminue après. D'autre part, la contrainte maximale avec une taille de fibre de 20 mesh diminue en fonction du taux de fibre. La diminution de la contrainte peut s'expliquer par non utilisation d'agent de couplage par Facca et al.

Pour notre cas, les résultats montrent une augmentation de 212% (1.34 à 4.19 GPa), 188% (1.34 à 3.86 GPa) (Tableau V. 7) respectivement pour les composites de bouleau et de tremble, entre 0% et 50% de fibres. Alors que la contrainte maximale augmente de 93% (22 à 42.65 MPa), 97% (22 à 43.48 MPa) respectivement pour les composites de bouleau et de tremble. L'augmentation significative du module et de la contrainte est due non seulement aux fibres mais aussi à une bonne adhésion entre fibre et matrice [48, 50, 51, 60] avec utilisation d'agent de couplage.



**Figure V. 10. Effet des fibres de bois sur a) le module élastique en traction et sur b) la contrainte maximale du composite HDPE/bois**

**Tableau V. 7.Valeur moyenne des propriétés en traction des composites HDPE/bouleau et HDPE/tremble**

Matériaux	% fibres	Moyenne ( $\pm$ Ecart type)		
		Propriétés en traction		
		Module élastique (GPa)	Contrainte maximale (MPa)	Déformation à la rupture (%)
<b>HDPE</b>	0%	1.34( $\pm$ 0.06)	22.0 ( $\pm$ 0.85)	Pas de rupture
<b>HDPE/bouleau</b>	10%	1.71( $\pm$ 0.05)	27.07( $\pm$ 0.52)	10.76( $\pm$ 1.88)
	20%	1.83( $\pm$ 0.44)	28.53( $\pm$ 0.48)	6.60( $\pm$ 0.24)
	30%	2.70( $\pm$ 0.10)	34.98( $\pm$ 1.70)	3.85( $\pm$ 0.57)
	40%	3.45( $\pm$ 0.33)	38.05( $\pm$ 2.83)	3.57( $\pm$ 0.037)
	50%	4.19( $\pm$ 0.40)	42.65( $\pm$ 3.2)	2.76( $\pm$ 0.46)
<b>HDPE/tremble</b>	10%	1.91( $\pm$ 0.12)	26.33( $\pm$ 0.47)	7.51 ( $\pm$ 0.88)
	20%	2.19( $\pm$ 0.11)	31.27( $\pm$ 1.18)	5.51( $\pm$ 0.80)
	30%	2.43( $\pm$ 0.38)	33.81( $\pm$ 1.04)	5.06( $\pm$ 0.69)
	40%	3.42( $\pm$ 0.29)	39.32( $\pm$ 2.64)	3.65( $\pm$ 0.52)
	50%	3.86( $\pm$ 0.22)	43.48( $\pm$ 3.21)	3.50( $\pm$ 0.11)

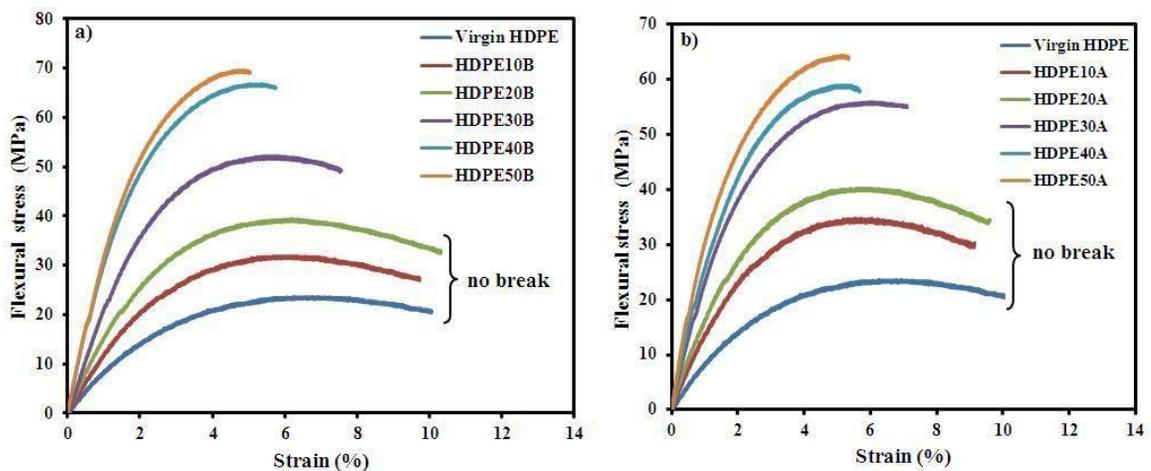
Si nous comparons nos résultats avec la littérature, en particulier avec les travaux de Migneault et al. [124] qui a fabriqué des composites (HDPE/bouleau) par injection, nous obtenons des résultats similaires du module élastique à 40% de fibre. Pour les mêmes aspects de forme (L/D=20), Migneault trouve 3.18 GPa alors que nous nous trouvons 3.35 GPa. Pour la contrainte maximale, nous trouvons 43 MPa pour les deux fibres (à 50% bouleau et 50% tremble) alors que Migneault obtient 36.5 MPa.

La comparaison des propriétés en traction des composites révèle que le module élastique du composite HDPE/bouleau est plus grand que celui du composite HDPE/tremble. En effet d'après les courbes de tendance, nous avons une pente plus élevée pour le HDPE/bouleau. Ce résultat était prévisible parce que le module d'élasticité de bouleau (10.90 GPa) est supérieur à celle du tremble (9.16

GPa) [53] ; bien que la dispersion de fibres soit aléatoire. Toutefois, pour la résistance à la traction, nous avons des pentes du même ordre.

### V.1.2.2. Test de flexion

Comme le test de traction, la Figure V.11 montre l'effet du taux de fibres sur la courbe contrainte-déformation en flexion des composites formulés de 10%, 20%, 30%, 40% et 50% en masse de fibres de bois. La contrainte maximale et la rigidité du matériau augmentent avec le taux de fibres de bois.



**Figure V. 11. Test de flexion: contrainte-déformation du composite a) HDPE/bouleau et b) HDPE/tremble**

La rupture du matériau composite commence à 30% de fibre de bois. En d'autres termes, entre 0 et 20% de fibres, le matériau atteint sa déformation maximale sans se rompre, ce qui ne signifie pas que le matériel ne peut pas se rompre mais juste que la déformation maximale autorisée pour ce type de test (support de 55 mm) est atteinte. Ainsi, à partir de 30% de fibre, les échantillons se rompent alors que la déformation à la rupture diminue. L'augmentation du taux de fibre réduit la mobilité des molécules dans la matrice de polymère et, par conséquent diminue la déformation. Nous avons le même comportement avec les

deux fibres de bois, c'est-à-dire le bouleau (Figure V. 11.a) et le tremble (Figure V. 11.b). Ce comportement est le même que dans le cas de l'essai de traction, comme montré précédemment.

La Figure V. 12 montre l'effet du taux de fibres sur la module et la contrainte maximale des composites HDPE/bouleau et HDPE/tremble avec 3% de MAPE. Comme pour les propriétés en traction, la contrainte maximale de flexion et le module de flexion augmente linéairement avec le taux de fibres de bois. Pour le module  $R^2 = 0.98$  pour le composite à fibre de bouleau et  $R^2 = 0.99$  pour le composite à fibre de tremble. Et pour la contrainte maximale,  $R^2 = 0.98$  pour le composite à fibre de bouleau et  $R^2 = 0.96$  pour le composite à fibre de tremble. Un comportement similaire a été rapporté par Aggarwal et al. [125], qui a renforcé le HDPE avec des fibres d'eucalyptus et des fibres de bambou avec 5% d'agent de couplage (MAPE). Nos résultats montrent que le module de flexion a augmenté de 234% (1.04 à 3.47 GPa), 250% (1.04 à 3.64 GPa) (Tableau V. 8) respectivement pour les composites de bouleau et le tremble composites, entre 0% et 50% de fibres de bois. Le module élastique de fibres bois est supérieur à celui de HDPE [53]. Ainsi, lorsque le taux fibres augmente (de 0 à 50%), le module des matériaux composites augmente aussi. Le comportement du module de flexion est en accord avec les conclusions de Kuan et al. [126] et Aggarwal et al. [125].

Alors que la résistance en flexion (contrainte maximale) a augmenté de 180% (de 23.9 à 66.70 MPa), 148% (de 23.9 à 59.51 MPa) (Tableau V. 8) respectivement pour les composites de bouleau et le tremble. La résistance à la flexion des composites augmente de manière significative avec l'augmentation du taux de fibres. Ce comportement a été trouvé par d'autres chercheurs [125, 127, 128] avec d'autres types de fibres de bois.

La comparaison des propriétés de flexion des composites de bouleau et tremble révèle que les composites HDPE/bouleau ont une résistance à la flexion supérieure aux composite HDPE/composites. En effet selon les courbes de tendances, nous avons une plus grande pente pour le composite bouleau (0.89 MPa) que pour le composite tremble (0.73 MPa). En ce qui concerne le module de flexion, les pentes sont du même ordre (0.05 GPa pour le bouleau et le tremble).

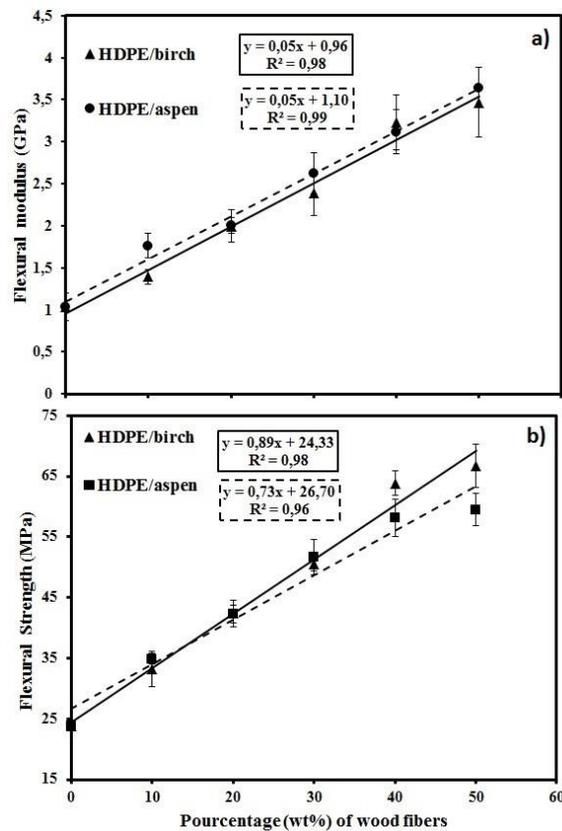


Figure V. 12. Effet des fibres de bois sur a) le module élastique en flexion et sur b) la contrainte maximale du composite HDPE/bois

**Tableau V. 8. Valeur moyenne des propriétés en flexion des composites HDPE/bouleau et HDPE/tremble**

Matériaux	% fibres	Moyenne ( $\pm$ Écart type)		
		Propriétés en flexion		
		Module de flexion (GPa)	Contrainte maximale (MPa)	Déformation à la rupture (%)
<b>HDPE</b>	0%	1.04 ( $\pm$ 0.16)	23.90 ( $\pm$ 0.93)	Pas de rupture
<b>HDPE/bouleau</b>	10%	1.39( $\pm$ 0.09)	33.19( $\pm$ 2.93)	Pas de rupture
	20%	1.99 ( $\pm$ 0.19)	42.40( $\pm$ 2.15)	Pas de rupture
	30%	2.38( $\pm$ 0.26)	50.49( $\pm$ 1.12)	8.23( $\pm$ 0.53)
	40%	3.22( $\pm$ 0.32)	63.83( $\pm$ 2.01)	5.44( $\pm$ 0.54)
	50%	3.47( $\pm$ 0.41)	66.70( $\pm$ 3.58)	4.95( $\pm$ 0.23)
<b>HDPE/tremble</b>	10%	1.76( $\pm$ 0.14)	34.90( $\pm$ 0.91)	Pas de rupture
	20%	2.00( $\pm$ 0.08)	42.27( $\pm$ 1.40)	Pas de rupture
	30%	2.62( $\pm$ 0.24)	51.68( $\pm$ 2.91)	8.50( $\pm$ 0.43)
	40%	3.11( $\pm$ 0.26)	58.16( $\pm$ 3.05)	6.12( $\pm$ 0.19)
	50%	3.64( $\pm$ 0.23)	59.51( $\pm$ 2.61)	5.65( $\pm$ 0.46)

### V.1.2.3. Test d'impulsion acoustique

Ce test permet la détermination du module de cisaillement  $G$  et du coefficient de poisson  $\nu$ .

Comme le montre la Figure V. 13.a, le module de cisaillement des deux composites formulés augmente avec le taux de fibre de bois. Pour chaque taux de fibre, les valeurs du module sont similaires. Entre 0% et 50 % de fibres, le module augmente de 157% (max 2.14 GPa) et 143% (max 2.02 GPa) respectivement pour les composites HDPE/bouleau et HDPE/tremble, alors que le coefficient de poisson reste quand même constant autour de 0.35 (Figure V. 13.b).

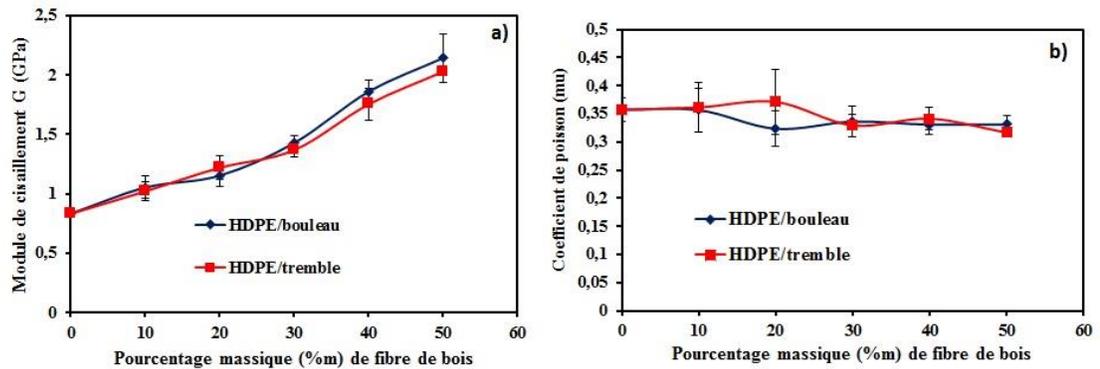


Figure V. 13. Effet des fibres sur le module de cisaillement et le coefficient de poisson du composite HDPE/bois

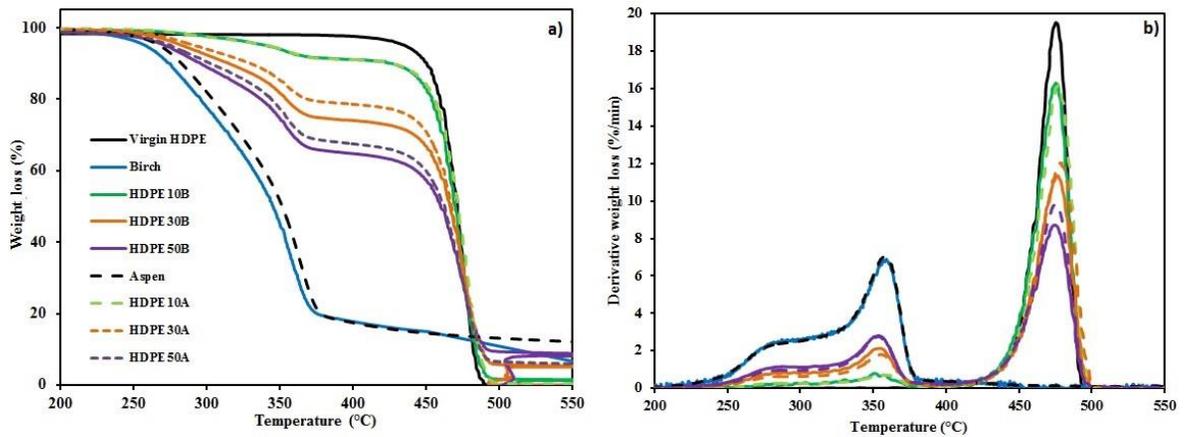
Les valeurs du coefficient de poisson et du module de cisaillement sont récapitulées dans le tableau suivant.

Tableau V. 9. Valeurs moyenne du module de cisaillement et du coefficient de poisson des composites HDPE/bois

Propriétés	Composites	Valeur moyenne ( $\pm$ Écart type)					
		0%	10%	20%	30%	40%	50%
Module de cisaillement	HDPE/bouleau	0.83 ( $\pm 0.02$ )	1.05 ( $\pm 0.09$ )	1.15 ( $\pm 0.09$ )	1.42 ( $\pm 0.06$ )	1.85 ( $\pm 0.09$ )	2.14 ( $\pm 0.20$ )
	HDPE/tremble	0.83 ( $\pm 0.02$ )	1.01 ( $\pm 0.08$ )	1.21 ( $\pm 0.09$ )	1.36 ( $\pm 0.06$ )	1.75 ( $\pm 0.13$ )	2.02 ( $\pm 0.03$ )
Coefficient de poisson	HDPE/bouleau	0.35 ( $\pm 0.02$ )	0.35 ( $\pm 0.03$ )	0.32 ( $\pm 0.03$ )	0.33 ( $\pm 0.02$ )	0.33 ( $\pm 0.01$ )	0.33 ( $\pm 0.01$ )
	HDPE/tremble	0.35 ( $\pm 0.02$ )	0.36 ( $\pm 0.04$ )	0.37 ( $\pm 0.05$ )	0.32 ( $\pm 0.02$ )	0.34 ( $\pm 0.02$ )	0.31 ( $\pm 0.01$ )

#### V.1.2.4. Analyse thermique ATG

La Figure V. 14 montre les courbes d'analyse thermique du HDPE, des fibres de bois (bouleau et tremble). Les composites HDPE/bouleau et HDPE/tremble ont été étudiés pour analyser l'influence du taux de fibre sur la stabilité thermique entre 50°C et 600°C.



**Figure V. 14. a) Analyse thermogravimétrique (ATG) et b) dérivée de l'analyse thermogravimétrique (DTG) de composite HDPE/bois**

D'une part, la perte de masse du HDPE se produit dans un processus de dégradation en une étape entre 400 à 500 ° C. Ce résultat se confirme par la présence d'un seul pic sur la courbe de dérivée thermogravimétrique (DTGmax) (Figure V. 14.b), à une température de 475 ° C (Tableau V. 10). Pour les fibres de bois, la dégradation se produit entre 220°C et 400°C. La température de dégradation initiale  $T_d$  des fibres tremble et le bouleau est de 220 ° C et la décomposition se produit autour de 270°C. Cette dégradation est liée à la décomposition des composantes de faible masse moléculaire tels que l'hémicellulose, qui se dégrade entre 225 et 325 ° C [129, 130]. Un premier pic de dégradation maximale s'est produit à 360 °C. Ce pic de dégradation est associé à la décomposition de la cellulose qui se dégrade entre 300 et 400 ° C [130].

**Tableau V. 10. Récapitulation des températures de dégradation maximale DTG<sub>max</sub> des composites pour différentes fibres de bois**

<b>Matériaux</b>	<b>% fibres</b>	<b>Premier pic (°C)</b>	<b>Second pic (°C)</b>	<b>R<sub>max</sub>(%/min) fibres</b>	<b>R<sub>max</sub>(%/min) Plastique</b>
<b>HDPE</b>	0%	Pas de pic	475	----	19.80
<b>Fibres de bouleau</b>	100%	360	Not peak	8.40	---
<b>HDPE/bouleau</b>	10%	350	470	1.80	17.40
	30%	353	476	2.40	11.40
	50%	360	475	3	9
<b>Fibre de tremble</b>	100%	358	Pas de pic	7.80	----
<b>HDPE/bouleau</b>	10%	355	477	1.50	18
	30%	357	476	2.04	12
	50%	355	474	3	9.60

D'autre part, la dégradation thermique des composites HDPE/ bois se produit dans un processus en deux étapes, comme confirmé par la présence de deux pics DTG<sub>max</sub> (Tableau V. 10). Les températures de dégradation maximale des composites à fibre de bois ont presque la même valeur. La première étape de la dégradation thermique correspond à l'hémicellulose, la cellulose et la lignine constituants de la fibre de bois; elle a été suivie par une deuxième étape de dégradation thermique du HDPE. Les matériaux composites présentent une stabilité thermique intermédiaire entre les fibres et la matrice HDPE. L'ajout de fibres diminue ainsi la stabilité thermique du HDPE. Généralement, l'ajout de fibres réduit la stabilité thermique du composite car la stabilité thermique des fibres est inférieure à celle du PEHD.

Si nous comparons les composites à chaque taux de fibres, nous constatons que les composites renforcés par des fibres de tremble ont une meilleure stabilité thermique que les composites renforcés par des fibres de bouleau. Ce résultat était prévisible car la stabilité thermique des fibres de tremble est meilleure que celle des fibres de bouleau.

#### **V.1.2.5. Caractérisation de l'énergie de surface et mouillabilité**

Les énergies de surface des composites ont été calculées à l'aide des méthodes de Owens et Wendt [131] et Zisman [132], par mesure des angles de contact. Les valeurs de l'angle de contact mesurées pour différents taux de fibres de bois sont rassemblées dans le Tableau V.11.

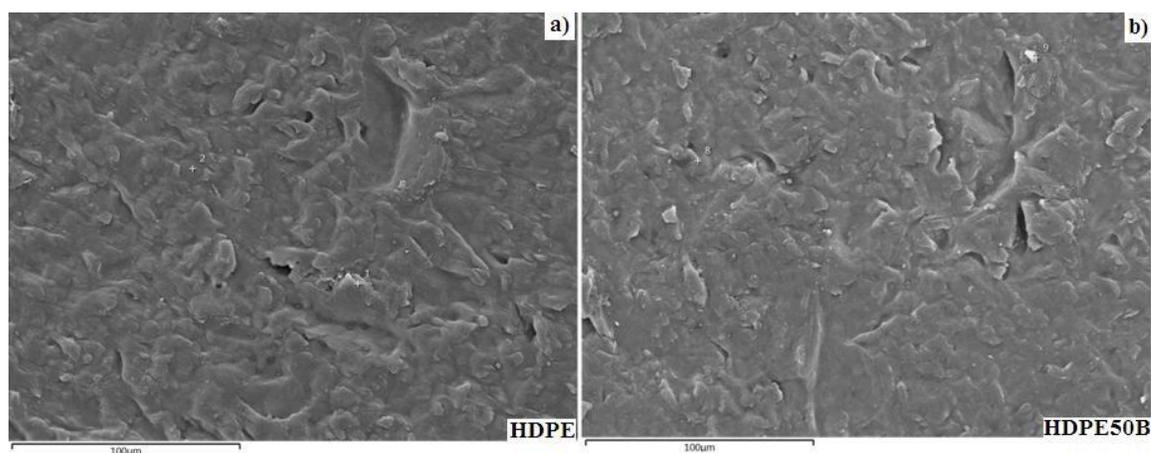
Les résultats montrent que les deux méthodes indiquent la même tendance en ce qui concerne l'effet des fibres sur l'énergie de surface totale du composite et donnent à peu près les mêmes valeurs d'énergie totale pour les deux types de fibres.

Les fibres bouleau et de tremble sont plus polaires que le HDPE. On pourrait donc penser que plus le pourcentage de fibres augmente, plus les composites sont hydrophiles et, par conséquent de haute énergie de surface. Toutefois, la composante polaire de l'énergie de surface n'augmente pas en fonction du taux de fibre. L'énergie totale du composite est fortement liée à la composante dispersion de HDPE. Cela pourrait s'expliquer par le fait que les fibres sont enveloppées par la matrice à la surface du composite. Cette hypothèse est confirmée par les images MEB (Figure V.15) en comparant la matrice HDPE (a) et le composite à 50% de fibres (b) [133]. La figure montre que les deux surfaces sont presque identiques, ce qui prouve que les fibres ont presque aucun effet sur la surface du composite.

**Tableau V. 11. Angle de contact et énergie de surface des composites HDPE/bois**

Matériaux	% fibres	Valeurs moyennes ( $\pm$ Écart type)					
		Angle de contact ( $^{\circ}$ )		Énergie de surface ( $\text{mJ}\cdot\text{m}^{-2}$ )			
		Eau	Bromo	Owen-Wents			Zisman
				Dispersive	Polaire	Total	Total
<b>HDPE</b>	0%	110.70 ( $\pm 2.05$ )	41.00 ( $\pm 0.00$ )	33.90	0.00	33.90	38.11
<b>HDPE/bouleau</b>	10%	100.00 ( $\pm 2.24$ )	27.50 ( $\pm 1.12$ )	39.52	0.01	39.53	42.37
	20%	106.60 ( $\pm 1.96$ )	31.80 ( $\pm 2.28$ )	37.83	0.00	37.83	40.65
	30%	101.00 ( $\pm 1.41$ )	33.00 ( $\pm 1.87$ )	37.53	0.01	37.54	39.95
	40%	84.80 ( $\pm 1.92$ )	33.50 ( $\pm 1.80$ )	37.33	2.45	39.78	38.05
	50%	92.20 ( $\pm 1.24$ )	38.30 ( $\pm 1.89$ )	35.36	1.03	36.39	36.97
<b>HDPE/tremble</b>	10%	86.70 ( $\pm 2.12$ )	33.70 ( $\pm 1.69$ )	37.25	1.96	39.21	38.24
	20%	83.20 ( $\pm 2.78$ )	31.50 ( $\pm 1.50$ )	38.1	2.77	40.87	38.70
	30%	97.00 ( $\pm 0.81$ )	32.30 ( $\pm 1.24$ )	37.80	0.21	38.01	39.86
	40%	92.00 ( $\pm 2.16$ )	35.80 ( $\pm 1.92$ )	36.41	0.95	37.36	38.06
	50%	92.70 ( $\pm 0.47$ )	40.50 ( $\pm 1.11$ )	34.40	1.04	35.44	35.97

bromo: bromonaphtalene



**Figure V. 15. Image MEB de la surface d'un échantillon a) HDPE et b) HDPE/50% fibre de bois**

#### **V.1.2.5. Test d'Analyse Mécanique Dynamique (DMA)**

Le module de stockage  $E'$  (Figure V.16), de perte  $E''$  (Figure V.17) et le facteur d'amortissement  $\tan \delta$  (Figure V.18) ont été déterminés à 1 Hz et à 20 Hz pour les composites contenant 0% à 50% de fibres de bouleau. La fréquence de 1Hz est retenue pour être en accord avec la norme ASTM D7028, et la fréquence de 20Hz pour tenir compte de la vitesse de rotation des engrenages en fonctionnement.

#### **EFFET DU TAUX DE FIBRES DE BOIS ET DE LA FREQUENCE SUR LE MODULE DE STOCKAGE $E'$**

D'après la Figure V. 16, pour les deux fréquences (1Hz et 20 Hz) et quels que soit le taux fibres, le module de stockage diminue en fonction de la température. Donc le matériau perd sa résistance au fur et à mesure qu'on l'échauffe, ce qui peut être attribué au plus facile mouvement thermique des segments des chaînes moléculaires du polymère en raison de l'augmentation en énergie thermique. Cette propriété des composites plastiques à fibres de bois est montrée par plusieurs auteurs [111, 134].

Pour les deux fréquences, les résultats montrent une augmentation significative du module de stockage en fonction du taux de fibres ; les fibres jouent donc bien le rôle de renfort. Tous les composites ont un  $E'$  supérieur à celui du HDPE vierge.

Enfin, en passant de 1Hz à 20Hz, l'augmentation de la fréquence n'a pas d'effet significatif sur le module le stockage qui augmente légèrement.

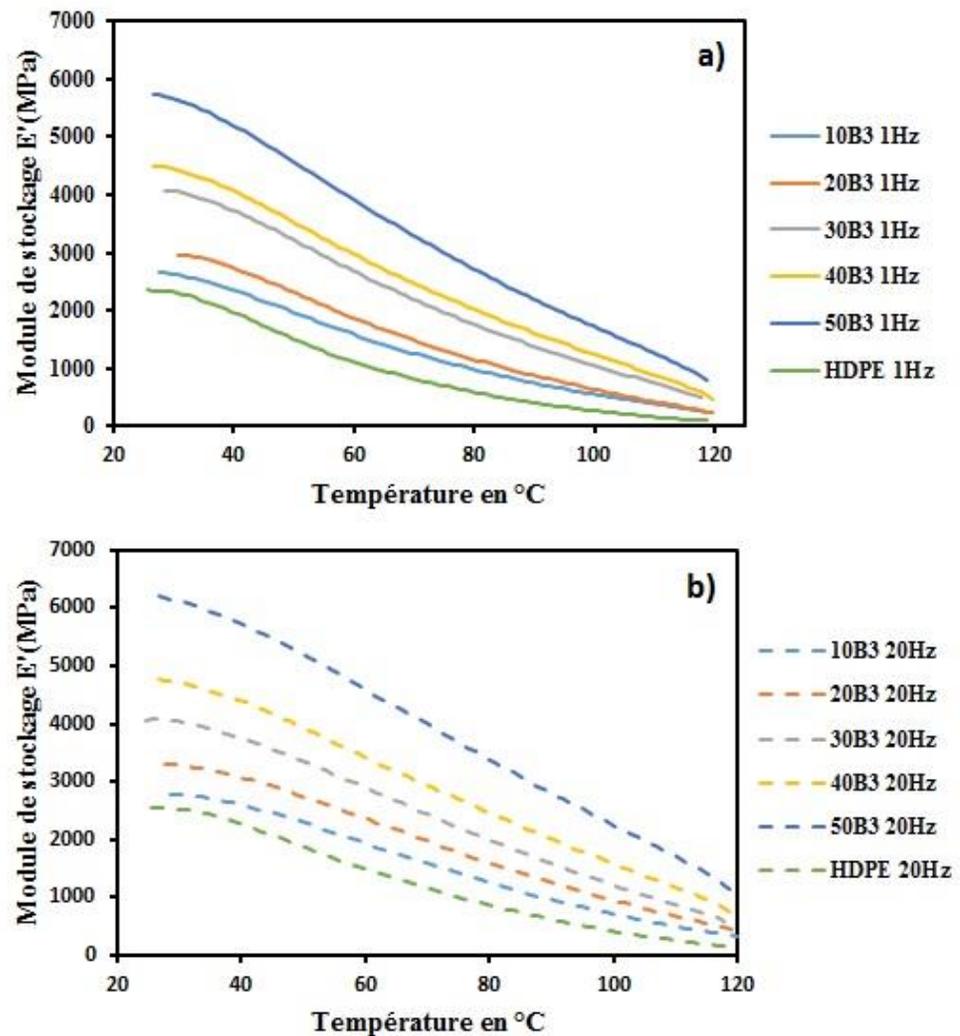
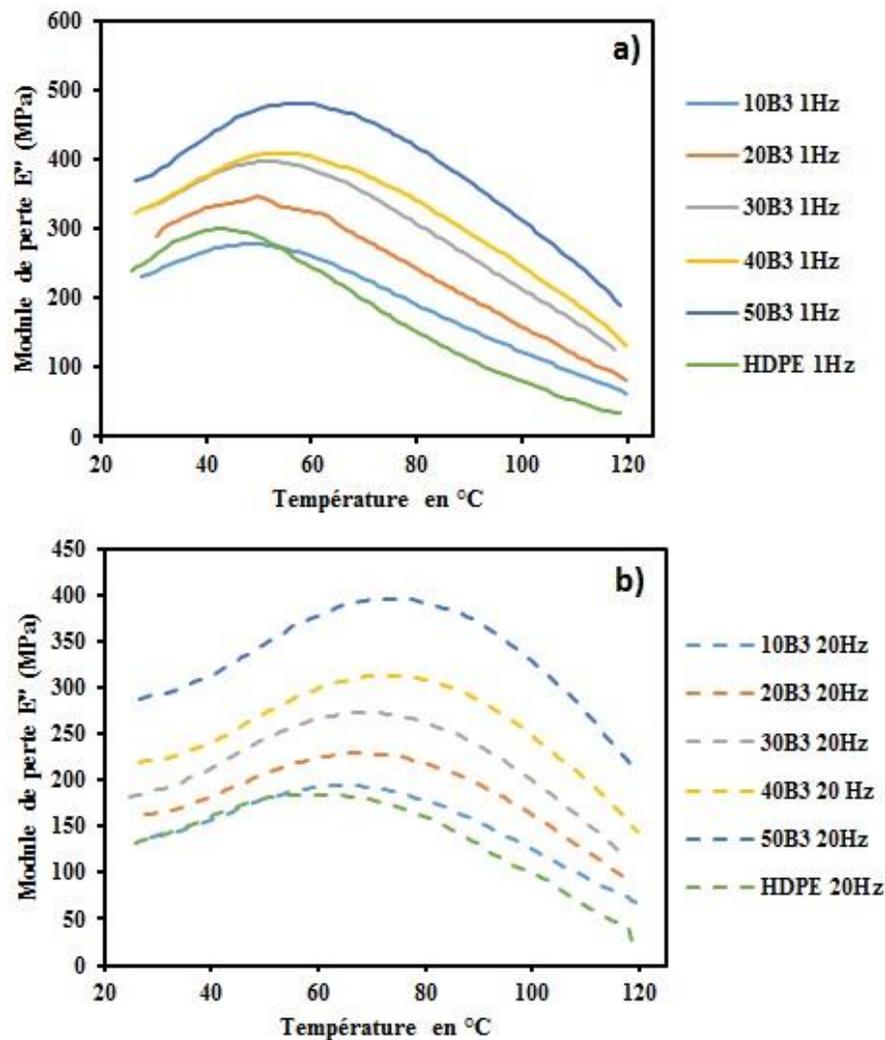


Figure V. 16. Module de stockage  $E'$  à différent taux de fibre de bois (bouleau) pour les fréquences a) 1Hz et b) 20Hz en fonction de la température

#### EFFET DU TAUX DE FIBRE DE BOIS ET DE LA FREQUENCE SUR LE MODULE DE PERTE $E''$

D'après la Figure V.17, pour les deux fréquences (1Hz et 20 Hz) et quels que soit le taux fibres, le module de perte  $E''$  augmente, atteint une valeur maximale puis diminue en fonction de la température. Ce comportement est montré par Kamini et al.[111] qui ont aussi renforcé le HDPE avec les fibres de bois.



**Figure V. 17. Module de perte  $E''$  à différents taux de fibre de bois (bouleau) pour les fréquences de a) 1Hz et à b) 20Hz en fonction de la température**

Pour les deux fréquences, les résultats montrent une augmentation significative du module de perte en fonction du taux de fibres ; les fibres jouent donc bien le rôle de renfort.

Enfin, en passant de 1Hz à 20Hz, l'augmentation de la fréquence fait diminuer légèrement le module de perte pour chaque taux de fibre de bois.

## **EFFET DU TAUX DE FIBRE DE BOIS ET DE LA FREQUENCE SUR LE TAUX D'AMORTISSEMENT $\tan \delta$**

D'après la Figure V.18, pour les deux fréquences (1Hz et 20 Hz) et quels que soit le taux fibres, le taux d'amortissement  $\tan \delta$  augmente en fonction de la température. Ce comportement est montré par Kamini et al. [111] qui ont aussi renforcé le HDPE avec les fibres de bois.

Ensuite pour les deux fréquences, le facteur d'amortissement diminue avec l'augmentation du taux de fibre de bois. Ceci est dû principalement à la non mobilité des molécules du HDPE.

Enfin l'augmentation de la fréquence de sollicitation, on constate une diminution du facteur d'amortissement.

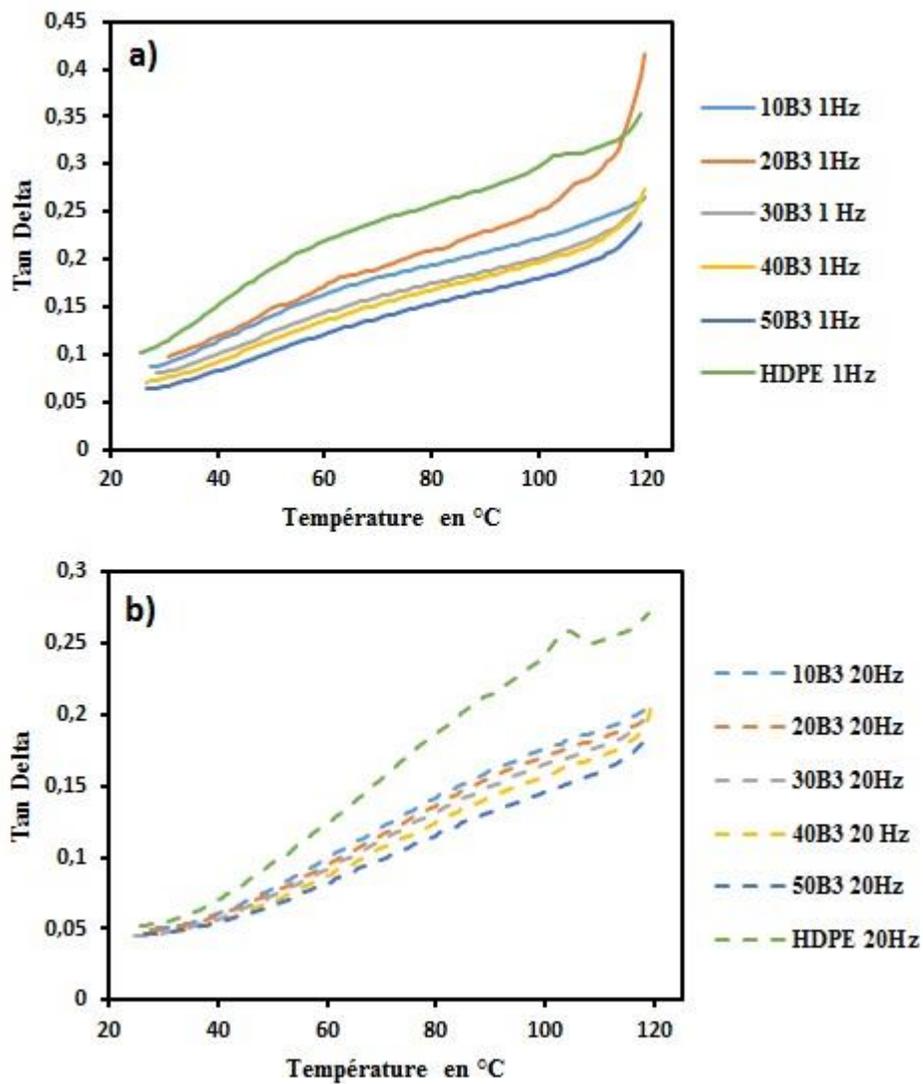


Figure V. 18. Facteur d'amortissement  $\tan \delta$  à différente taux de fibre de bois (bouleau) pour les fréquences a) 1Hz et b) 20Hz en fonction de la température

#### V.1.2.6. Détermination de la masse volumique, conductibilité thermique et chaleur spécifique

##### MASSE VOLUMIQUE

L'ensemble des valeurs moyennes de la masse volumique des composites formulés est récapitulé dans le tableau ci-dessous. On constate une légère

augmentation de la masse volumique du composite en fonction du taux de fibre de bois.

**Tableau V. 12. Valeurs moyennes de la masse volumique des composites HDPE/bois**

Composites	Valeurs moyennes en kg/dm <sup>3</sup> ( $\pm$ Ecart type)					
	0%	10%	20%	30%	40%	50%
<b>HDPE/bouleau</b>	0.8022 ( $\pm$ 0.012)	1.0243 ( $\pm$ 0.094)	1.1151 ( $\pm$ 0.0155)	1.1247 ( $\pm$ 0.1016)	1.1856 ( $\pm$ 0.0115)	1.2332 ( $\pm$ 0.0187)
<b>HDPE/tremble</b>	0.8022 ( $\pm$ 0.012)	0.9266 ( $\pm$ 0.0294)	0.9570 ( $\pm$ 0.0100)	1.0099 ( $\pm$ 0.0117)	1.0133 ( $\pm$ 0.0287)	1.0664 ( $\pm$ 0.0017)

### CONDUCTIBILITE THERMIQUE ET CHALEUR SPECIFIQUE

Les résultats thermophysiques des composites testés sont regroupés dans le tableau ci-dessous.

**Tableau V. 13. Propriétés thermophysiques des composites HDPE/bouleau**

Matériaux	Masse volumique Rho (kg/dm <sup>3</sup> )	Conductibilité thermique k (W/mK)	Chaleur spécifique c (J/Kg <sup>o</sup> K)	Coefficient de diffusion thermique $\alpha$ (m/s <sup>2</sup> )*10 <sup>-6</sup>
<b>HDPE</b>	0.8865 ( $\pm$ 0.012)	0.6763 ( $\pm$ 0.003)	1651.978 ( $\pm$ 2.368)	0.4618 ( $\pm$ 1.392*10 <sup>-3</sup> )
<b>HDPE30B</b>	1.1247 ( $\pm$ 0.01016)	0.7131 ( $\pm$ 0.035)	1325.104 ( $\pm$ 22.027)	0.478 ( $\pm$ 1.57*10 <sup>-2</sup> )
<b>HDPE40B</b>	1.1856 ( $\pm$ 0.011)	0.7870 ( $\pm$ 0.031)	1300.801 ( $\pm$ 18.360)	0.510 ( $\pm$ 1.3*10 <sup>-2</sup> )
<b>HDPE50B</b>	1.2332 ( $\pm$ 0.018)	0.7986 ( $\pm$ 0.057)	1256.623 ( $\pm$ 32.1134)	0.514 ( $\pm$ 2.26*10 <sup>-2</sup> )

#### V.1.2.7. Modélisation du module élastique en traction

Avec les modèles de prédiction du module élastique et les données expérimentales, la Figure V. 19 nous montre l'évolution du module élastique en fonction du taux massique de fibres de tous les composites formulés.

Pour l'ensemble des modèles utilisés, on observe une évolution croissante du module élastique en fonction du taux massique de fibres de bois. Les modèles qui semblent plus se rapprocher des données expérimentales sont celui de Tsai-Pagano et de Lavengoof-Goettler, respectivement utilisés pour des fibres courtes orientés aléatoirement dans une surface et dans un volume. Mais dans le cas de nos composites, le modèle de Lavengoof-Goettler semble bien être appliqué pour prédire le module élastique.

Mieux encore ce modèle permet une bonne prédiction du module élastique pour les composites à base de fibres de bouleau. Cela s'explique par la densité des fibres de bouleau plus grande que celle du tremble. En effet les fibres sont mieux dispersées quand leurs densités sont similaires à celle de la matrice.

Comme montre le l'image prise au microscope électronique à balayage MEB (Figure V. 20), non seulement les fibres sont orientées aléatoirement dans la surface d'un échantillon mais aussi elles sont aussi perpendiculaires à la surface, d'où leur dispersion aléatoire dans les trois dimensions.

Ainsi le modèle retenu pour les composites thermoplastiques à fibre de bois est celui de Lavengoof-Goettler [61, 79] dont l'équation est la suivante :

$$E_c = \frac{1}{5} E_1 + \frac{4}{5} E_2$$

Où  $E_1$  et  $E_2$  sont donnés par le module élastique de Halpin-Tsai.

$$E_i = E_m \frac{(1+\xi_i \eta_i v_f)}{(1-\eta_i v_f)}, \quad \eta_i = \frac{(E_f/E_m)-1}{(E_f/E_m)-\xi_i}$$

où  $\xi_i = 2 \frac{L}{D}$  pour  $i=1$  et  $\xi_i = 2$  pour  $i=2$

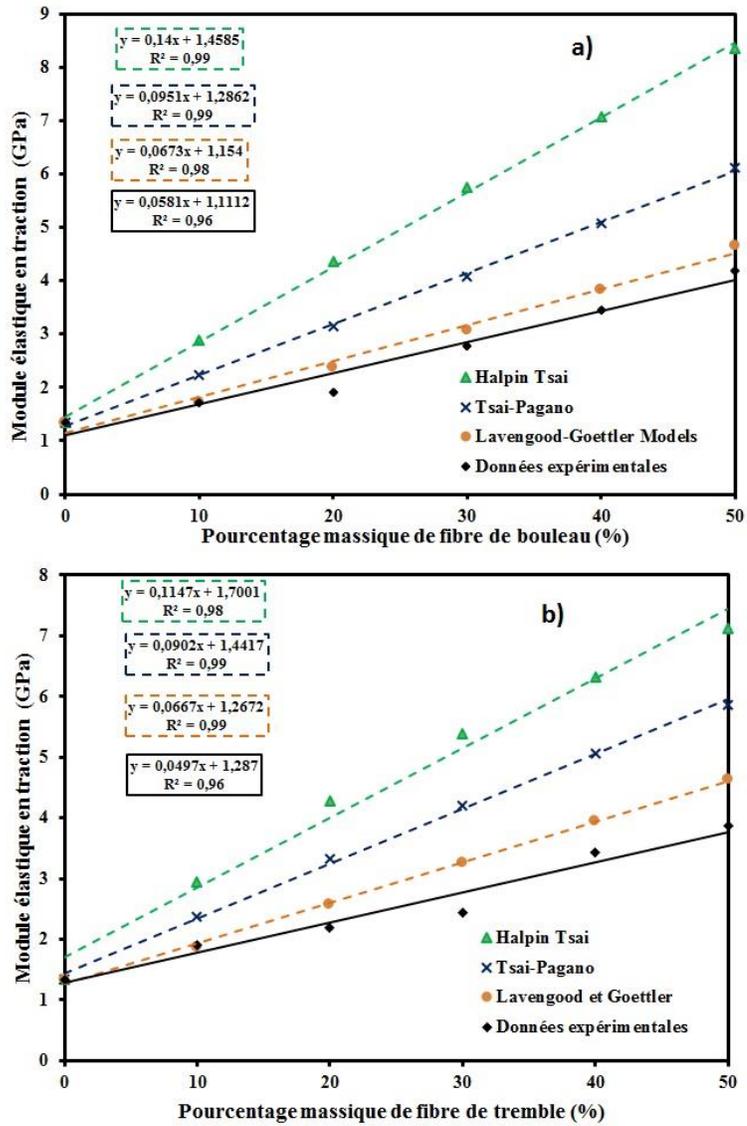
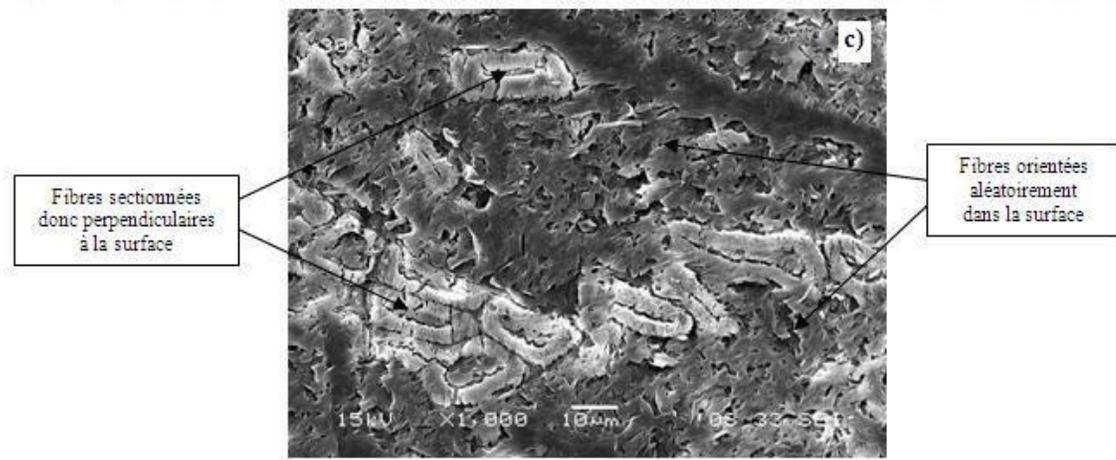


Figure V. 19. Prédiction du module élastique en traction des composites a) HDPE/bouleau et b) HDPE/tremble avec des modèles analytiques



**Figure V. 20. Images MEB prises sur échantillon composite à 30% de fibres de bois**

### **V.1.3. Conclusion**

Dans cette session, deux composites furent développés avec 3% MAPE (agent de couplage) et l'effet des fibres de bois furent étudiés sur les paramètres mécaniques, thermomécaniques, physique et thermophysiques. Deux spécimens de bois furent étudiés : le bouleau et le tremble. Le procédé de fabrication des composites démontre une excellente reproductibilité des essais avec de faible écart type.

Nous pouvons conclure que :

- Les fibres de bouleau et de tremble améliorent la résistance mécanique (traction et flexion) du composite HDPE/bois avec 3% d'agent de couplage.
- En traction, le module élastique passe de 1.34 GPa à 4.19 GPa pour le composite HDPE/bouleau, alors qu'il passe de 1.34 GPa à 3.86 GPa pour le composite HDPE/tremble. La contrainte maximale passe de 22 MPa à 42.65 MPa

pour le composite HDPE/bouleau, alors qu'elle passe de 22 MPa à 43.48 MPa pour le composite HDPE/tremble.

- En flexion, le module élastique passe de 1.04 GPa à 3.47 GPa pour le composite HDPE/bouleau et à 3.64 GPa pour le composite HDPE/tremble. La contrainte maximale passe de 23.90 MPa à 66.70 MPa pour le composite HDPE/bouleau, alors qu'elle passe à 59.51 MPa pour le composite HDPE/tremble.

- Le coefficient de poisson déterminé par impulsion acoustique est autour de 0.35 pour tous les composites HDPE/bois.

- Le test de dégradation thermique TGA, nous révèle que les matériaux composites présentent une stabilité thermique intermédiaire entre les fibres de bois et la matrice HDPE.

- Le test de mouillabilité (angle de contact) révèle que l'ajout de fibres de bois ne diminue pas de façon significative les angles de contact avec de l'eau parce que les fibres de bois (bouleau ou tremble) semblent être enveloppés par la matrice sur la surface des composites comme le montrent les images au microscope électronique à balayage MEB.

- Le test de DMA (analyse mécanique dynamique) nous révèle que le module de stockage  $E'$  diminue avec la température, mais augmente avec le taux de fibres de bois. Le module de perte  $E''$  augmente à basse température, atteint au maximum, puis diminue à haute température, mais augmente aussi avec le taux de fibre de

bois. Enfin le dernier paramètre qui est le taux d'amortissement  $\delta$  augmente avec la température, mais diminue en fonction du taux de fibre.

- Le modèle de Lavengooft-Goettler prédit le mieux le module élastique du composite thermoplastique/bois.

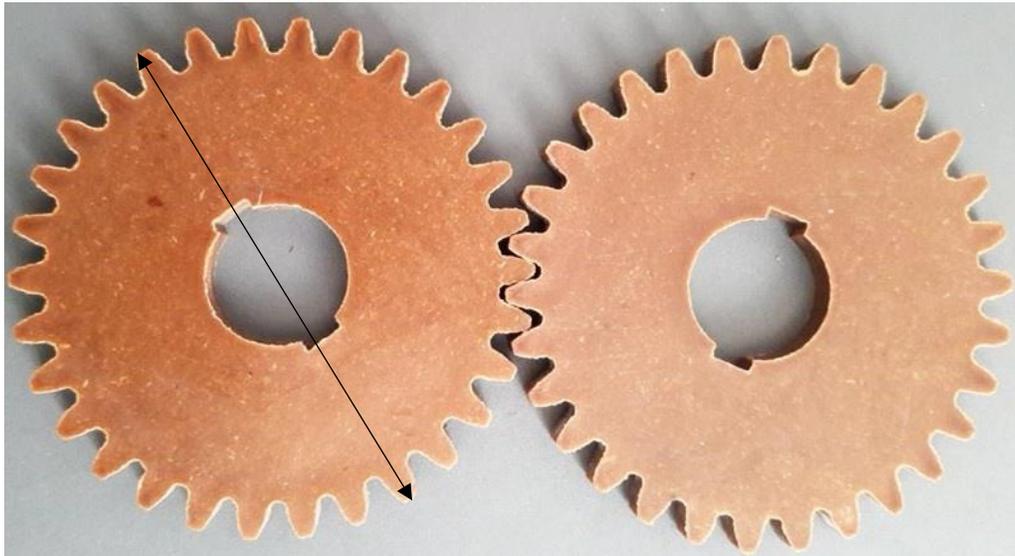
## **V.2. FABRICATION DES ENGRENAGES EN THERMOPLASTIQUE RENFORCÉ DE FIBRES DE BOIS**

Malgré tous les efforts mise en œuvre lors de la fabrication des engrenages, le procédé utilisé dans notre méthodologie, donne des résultats aléatoires lors de la fabrication par compression. En effet, des défauts peuvent apparaître sur les engrenages :

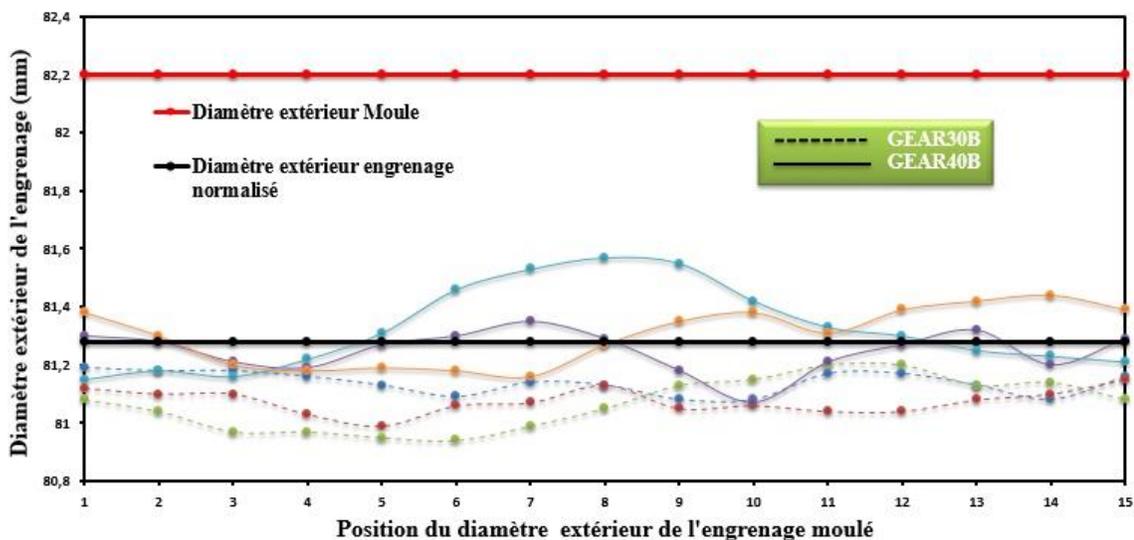
- Manque de matière sur une des deux surfaces des engrenages dû à un accrochage des engrenages sur le moule de fabrication,
- Manque de matière au niveau d'une ou plusieurs dents,
- Porosité à l'intérieur des engrenages.

Néanmoins, en fonction du taux de fibres de bouleau, deux gammes d'engrenages en composite furent fabriqués avec du HDPE/30% fibre de bouleau et du HDPE/40% fibre de bouleau respectivement désigné GEAR30B et GEAR40B.

Afin de vérifier si les engrenages fabriqués respectent les normes, nous avons mesuré les diamètres extérieurs de deux dents opposées sur un engrenage (Figure V.21). L'ensemble des résultats de mesure est représenté à la Figure V.22.



**Figure V. 21. Mesure des diamètres extérieurs des engrenages biocomposites fabriqués**



**Figure V. 22. Effet du taux de fibre de bois sur les diamètres extérieurs des engrenages moulés**

La Figure V.22 est très explicite. Comme on peut le constater à 30% et à 40% de bois, il n'y a pas un retrait uniforme tout le long de la circonférence des

engrenages. Ceci est dû évidemment à la non homogénéisation totale des fibres dans la matrice HDPE.

Par ailleurs, on constate que l'ensemble des diamètres de GEAR30B est en dessous de la valeur normalisée du diamètre de l'engrenage; alors que les diamètres de GEAR40B oscillent autour de cette valeur normalisée (81.28 mm). On peut conclure que les engrenages GEAR40B ont un retrait moins important que les engrenages GEAR30B. Ce qui est tout à fait normal car le retrait dépend du taux de fibre; le retrait diminue quand le taux de fibre augmente [135].

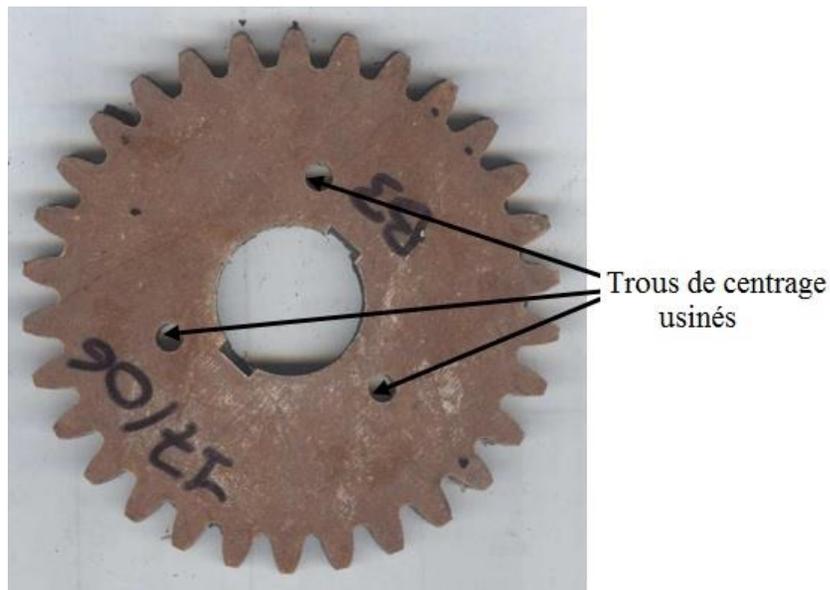
Par conséquent, les composites HDPE/40% fibre de bois sont mieux adaptés pour la fabrication des engrenages ayant les spécifications du Tableau III.5 de la page 108.

On peut donc conclure que le composite HDPE renforcé avec 40% de fibres de bouleau est idéal pour la fabrication des engrenages par thermocompression. Voici en résumé les caractéristiques de ce dernier :

- Pas diamétral,  $P$  : 10 (module 2.54)
- Angle de pression,  $\theta$  :  $20^\circ$
- Largeur de la dent,  $b$  : 6.5 mm ou 0.256 po
- Épaisseur de la dent au cercle primitif,  $t_p$  : 4 mm ou 0.157 po
- Diamètre de pied,  $D_2$  : 69.85 mm ou 2.75 po
- Diamètre de tête,  $D_e$  : 81.28 ou 3.2 po
- Saillie,  $h_{aa}$  : 0.1 po ou 2.54 mm
- Creux,  $h_f$  : 0.125 po ou 3.175 mm
- Coefficient de poisson,  $\nu$ : 0.33
- Coefficient d'amortissement,  $\tan \delta$  à  $25^\circ\text{C}$  : 0.07 (à 1Hz) et 0.05 (à 20 Hz)
- Masse volumique,  $\rho$  : 1.1856 kg/dm<sup>3</sup> ou 0.043 lb/po<sup>3</sup>

- Conductivité thermique,  $k$ : 0.7870 W/mK ou 0.455 BTU/h·ft·°F
- Chaleur spécifique,  $C$  : 1325.104 J/Kg°K ou 0.3164 BTU/lb·°F

Une fois les engrenages fabriqués, la dernière étape est leur usinage en vue du montage sur la machine de fatigue (Figure V. 23). Pour cela leurs centres sont déterminés à l'aide d'une machine à mesurer tridimensionnelle et cette valeur est reportée sur une commande numérique afin d'obtenir l'ajustement nécessaire sur les supports à engrenages.



**Figure V. 23. Engrenage biocomposite « GEAR40B » prêt à tester sur le banc d'essai**

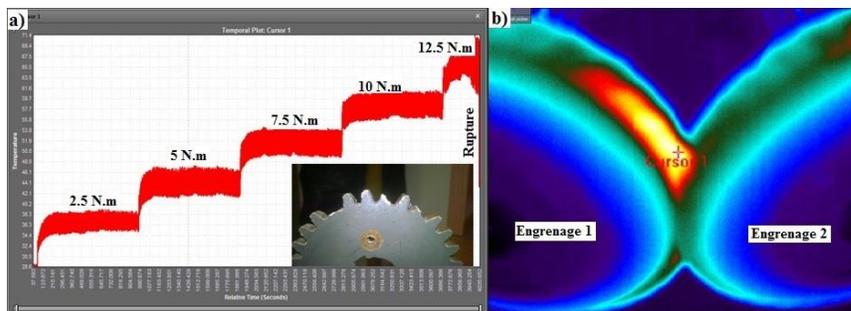
### **V.3. ÉTUDES EXPÉRIMENTALES SUR LES ENGRENAGES GEAR40B**

Dans cette session, nous verrons les résultats des tests en fatigue effectués sur des engrenages en biocomposites avec 40% de fibres de bouleau désignés GEAR40B. Comme spécifié dans notre méthodologie, les tests se divisent en trois phases :

- **Phase 1** : Déterminer le couple maximal admis ( $C_{adm}$ ) par GEAR40B à une vitesse de 500 tr/min.
- **Phase 2** : Étudier la température d'équilibre pour un couple constant à une vitesse de 500 tr/min.
- **Phase 3** : Étudier la température d'équilibre en fonction du couple et de la vitesse de rotation (500 tr/min et 1000 tr/min).

### V.3.1. Détermination du couple maximal admis ( $C_{adm}$ ) par GEAR40B

Cette phase a pour but de déterminer la valeur du couple de rupture de GEAR40B. Le couple appliqué à l'engrenage est donc augmenté progressivement de 2.5 N.m jusqu'à  $C_{adm}$ , avec une incrémentation de 2.5 N.m (2.5 N.m, 5 N.m, 7.5 N.m, 10 N.m, 12.5 N.m, 15 N.m ...), pour une vitesse de rotation de 500 tr/min ( $\approx 8$  Hertz). La durée sur chaque couple est de 15 min soit 7500 cycles/couple.



**Figure V. 24. a) Évolution du couple jusqu'à la rupture, b) Observation de la zone de contact à l'aide de la caméra infrarouge**

Ce test est réalisé sur trois séries de paires d'engrenages afin d'avoir un résultat concluant. La Figure V. 24.a, nous montre qu'à 500 tr/min la couple admis par les engrenages est de 12.5 N.m où on observe la rupture des dents.

La température mesurée pour le tracé des courbes a été réalisée au niveau des dents selon la Figure V. 24.b Pour tous les couples, on observe une augmentation de la température qui se stabilise après environ 3 minutes ( $\approx 1500$

cycles). En fonction des couples, les résultats sont récapitulés dans le tableau suivant :

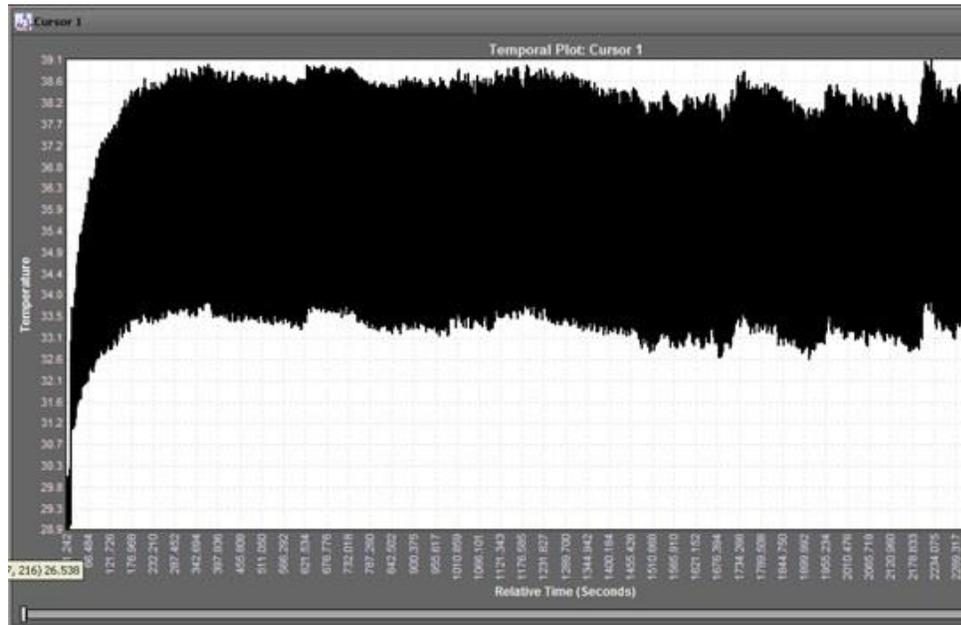
**Tableau V. 14. Résultats des températures pour différents couples appliqués à 500 tr/min**

Couple (N.m)	Plage d'évolution de la température (°C)			Plage de stabilisation de la température d'équilibre (°C)		
	T <sub>i</sub>	T <sub>bmax</sub>	ΔT <sub>max</sub>	T <sub>bmin</sub>	T <sub>bmax</sub>	ΔT
<b>2.5</b>	26	38.9	12.9	34.3	38.9	4.6
<b>5</b>	34.3	47.4	13.1	41.6	47.4	5.8
<b>7.5</b>	41.6	54.3	12.7	48.8	54.3	5.5
<b>10</b>	48.8	61.4	12.6	55	61.4	6.4
<b>12.5</b>	55	71.4	16.4	61.4	71.4	10
$C_{adm} = 12.5 \text{ N.m}$						

Comme on peut le constater dans le tableau ci-dessus, pour le couple admissible  $C_{adm} = 12.5 \text{ N.m}$ , l'écart de la température est assez élevé à comparer aux autres écarts correspondants aux autres couples appliqués. Ce qui est tout à fait normal, car la rupture a généré un excès d'énergie entraînant la montée de la température.

### **V.3.2. Détermination de la température d'équilibre pour un couple et vitesse de rotation constants : T<sub>b</sub>**

Cette phase a pour but de connaître le comportement de la température d'équilibre durant un long cycle tout en n'ayant pas la rupture des dents (essai non destructif). Pour cette étude, nous nous sommes limités à une durée de 40 min soit 20000 cycles à une vitesse de 500 tr/min ( $\approx 8 \text{ Hertz}$ ) avec un couple de 2.5 N.m.



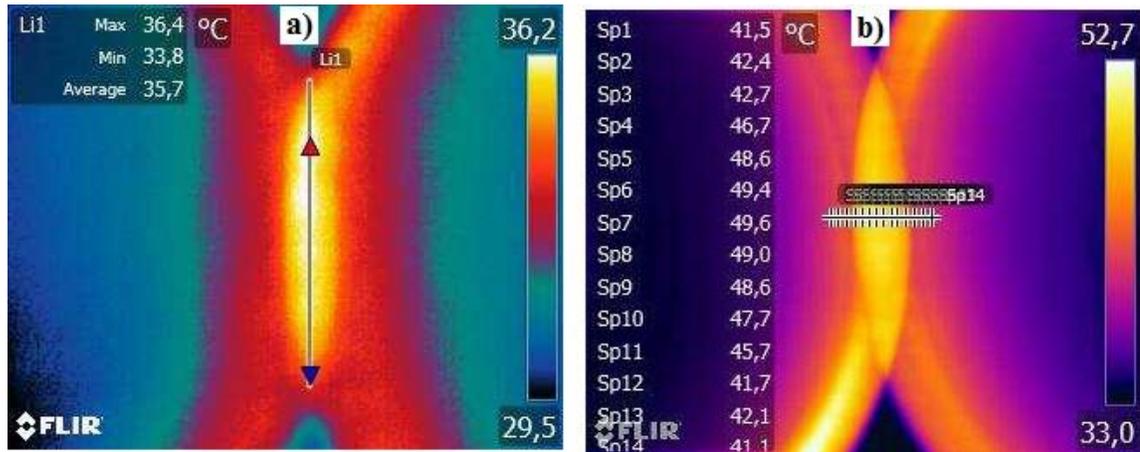
**Figure V. 25. Évolution de la température au point de contact des dents pour 2.5 N.m à 500 tr/min pendant 20000 cycles**

D'après la Figure V. 25, on remarque que la température augmente avant de se stabiliser. Après 20000 cycles, la valeur maximale de stabilisation est  $T_b = 39.1$  °C qui reste dans la plage acceptable d'après les essais de DMA.

### **V.3.3. Étude de la température d'équilibre en fonction du couple et de la vitesse de rotation**

Cette phase a pour but de trouver le comportement de la température d'équilibre en fonction du couple appliqué qui varie de 2.5 N.m à 10 N.m selon une incrémentation de 2.5 N.m, pour deux vitesses constantes (500 tr/min et 1000 tr/min). L'étude devrait aussi nous donner le comportement de la température en fonction de la vitesse de rotation des engrenages GEAR40B. Cet essai a été réalisé sur 3 paires d'engrenages afin de recueillir le maximum de données concluantes. Pour chaque pair d'engrenages, le couple est augmenté graduellement jusqu'à 10

N.m après 15 min, soit 7500 cycles pour 500 tr/min ( $\approx 8$  Hertz) et 15000 cycles pour 1000 tr/min ( $\approx 16$  Hertz).



**Figure V. 26. Images thermiques (caméra infrarouge) au point de contact des engrenages composites GEAR40B a) Méthode 1, b) Méthode 2**

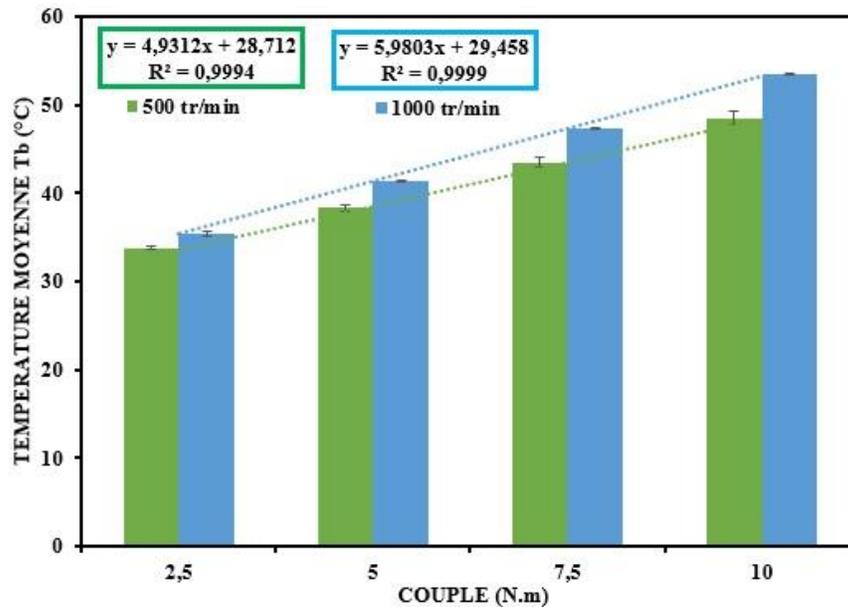
Grâce à l'image de la caméra infrarouge, on peut donc visualiser les températures d'équilibre des engrenages en fonctionnement. Mais pour le traitement des données, nous avons décidé d'utiliser deux méthodes :

**Méthode 1** : Comme il est impossible de distinguer le point de contact entre deux dents, nous avons tracé « une ligne de contact » verticalement (Figure V. 26. a) entre les deux engrenages afin de relever un intervalle de température d'équilibre, permettant de calculer une moyenne.

**Méthode 2** : Afin de connaître la répartition de la température de l'extérieur vers l'intérieur de l'engrenage, nous avons tracé une série de points horizontalement (Figure V. 26).

### V.3.3.1. Méthode 1 : Ligne verticale suivant l'épaisseur de la dent

À partir des résultats (ANNEXE H) de la méthode 1, nous obtenons le graphique suivant.



**Figure V. 27. Essais expérimentaux : évolution de la température d'équilibre en fonction du couple appliqué (2.N.m, 5 N.m, 7.5 N.m, 10 N.m) sur les engrenages GEAR40B à 500 tr/min et à 1000 tr/min**

Indépendamment de la vitesse de rotation, on observe une évolution linéaire de la température d'équilibre. Cette tendance est confirmée par les études expérimentales réalisées par Mao et al [87] sur les engrenages en Nylon renforcés par des fibres de verre.

À 500 tr/min, la température d'équilibre  $T_b$  augmente de 43.5 % (33.79°C à 48.52°C); alors qu'à 1000 tr/min, elle augmente de 50.71% (35.45°C à 53.43°C).

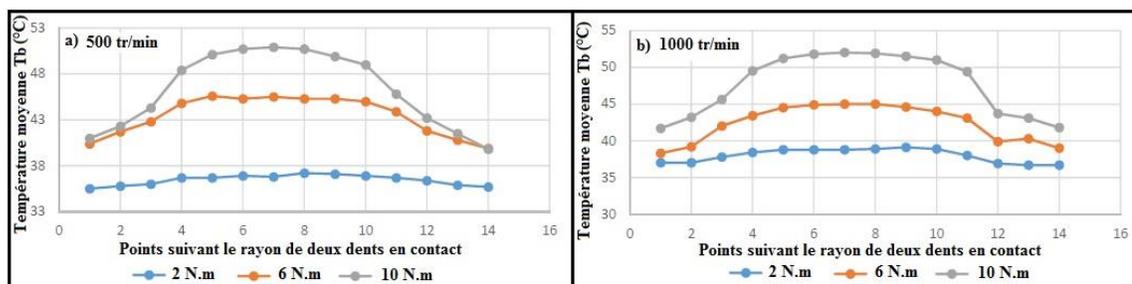
Cette augmentation s'explique par l'accroissement de la charge normale,  $W_n$  appliquée aux dents, qui augmente la force de frottement générant ainsi un excès de chaleur [18, 19, 116, 136].

Par ailleurs, on observe l'effet de la vitesse de rotation sur  $T_b$  pour les quatre couples appliqués.  $T_b$  augmente de 5%, 8 %, 9% et 10 % respectivement pour 2.5 N.m, 5 N.m, 7.5 N.m et 10 N.m, quand on double la vitesse de rotation (500

tr/min à 1000 tr/min). Les essais à vitesse variable montrent que la diminution de la vitesse, tout en réduisant la possibilité de transférer la chaleur à l'air ambiant, dû au piégeage de l'air, permet de tourner à des températures plus basses. Cette tendance a été examinée dans plusieurs travaux [91, 116].

### V.3.3.2. Méthode 2 : Ligne horizontale suivant le rayon de l'engrenage

Cette méthode a pour but de trouver la répartition de la température d'équilibre  $T_b$  suivant le rayon de l'engrenage en fonctionnement, sur deux dents en contact. Dans cette méthode, nous avons étudié le comportement de  $T_b$  sur trois couples (2 N.m, 6 N.m et 10 N.m) avec deux vitesses de rotation (500 tr/min, 1000 tr/min) (Figure V. 28).



**Figure V. 28. Évolution de la température d'équilibre au point de contact suivant le rayon de l'engrenage pour différents couples appliqués à a) 500 tr/min et b) 1000 tr/min**

D'après la Figure V. 28, d'une façon générale on observe la même tendance : une augmentation de la température moyenne  $T_b$  qui atteint une valeur maximale, puis décroît graduellement. Cette température maximale n'est rien d'autre que celle du point de contact de deux dents engrenés (roue menante et menée). La propagation de la chaleur diminue au fur à mesure qu'on s'éloigne du point de contact.

Mais il faut affirmer qu'avec cette méthode, il est impossible d'obtenir l'allure réelle de la température d'équilibre sur une dent avec la caméra infrarouge à cause de la rapidité du mouvement, à moins qu'on insère des thermocouples suivant le rayon, comme dans les travaux réalisés par Koffi [91]. Néanmoins les résultats obtenus sont importants, même s'ils sont généraux.

Comme dans la première méthode, l'augmentation du couple appliqué, fait croître la température  $T_b$ . La même tendance est observée avec l'augmentation de la vitesse de rotation.

#### **V.4. MODÉLISATION ET SIMULATION À L'ORDINATEUR DE LA TEMPÉRATURE D'ÉQUILIBRE $T_b$ DES ENGRENAGES EN THERMOPLASTIQUE RENFORCÉ DE FIBRE DE BOIS**

Dans cette session, nous allons trouver la température d'équilibre  $T_b$  à partir de la simulation numérique via une programmation MATLAB. La méthode numérique à appliquer étant déjà développée dans le CHAPITRE IV, les différentes étapes de notre simulation sont détaillées dans l'ANNEXE I, avec les codes de programmation.

Comme spécifié dans le CHAPITRE II, les modèles simplifiés de Koffi [18, 103] s'appliquent pour les engrenages en plastique pour des modules élastiques compris entre 0.7 Ga et 3.5 GPa, Or les engrenages GEAR40B en biocomposite fabriqués ont un module élastique compris entre 1.34 GPa et 4.19 GPa. Donc les équations (II.8), (II.10), (II.11) et (II.13) de Koffi, s'adaptent aux engrenages GEAR40B en plastique-fibre de bois pour calculer les chaleurs de frottement et d'hystérésis.

En vue de comparer les résultats de la simulation avec les essais expérimentaux, nous présenterons les données numériques pour des engrenages

ayant 30 dents ( $Z_1=Z_2=30$ ), ayant les mêmes caractéristiques comme décrit dans la section précédente.

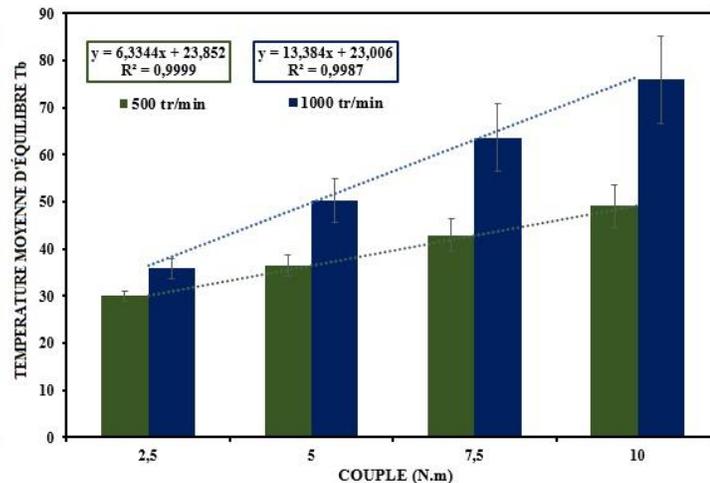
Le Tableau V. 15 nous donne la répartition de la température d'équilibre sur une dent d'engrenage (menée comme menante), suivant un système de maillage défini, pour un couple de 2.5 N.m et une vitesse de rotation de 500 tr/min.

**Tableau V. 15. Tableau Répartition de la température d'équilibre  $T_b$  (°C) sur une dent d'engrenage GEAR40B (2.5 N.m, 500 tr/min)**

		CERCLE DE TÊTE						
		1	2	3	4	5	6	
VERS LE SOMMET	1	26.62	26.98	27.80	28.76	29.68	<b>32.90</b>	
	2	27.49	28.42	29.71	31.30	33.03	<b>34.67</b>	
	3	27.18	28.28	29.71	31.4	33.51	<b>35.56</b>	
	4	26.84	27.95	29.33	31.08	33.26	<b>35.74</b>	
	5	26.56	27.58	28.765	30.32	32.48	<b>35.53</b>	
	6	26.35	27.24	28.04	29.17	30.94	<b>33.68</b>	
		CERCLE DE PIED						
VERS LE CENTRE	7	28.32	27.31	27.495	28.04	28.37	27.26	
	8	27.45	27.01	27.08	27.38	27.49	26.96	
	9	26.76	26.59	26.62	26.77	26.80	26.55	
	0	26.17	26.13	26.14	26.21	26.21	26.09	
	1	25.62	25.64	25.655	25.65	25.64	25.61	
	1	25.05	25.13	25.14	25.09	25.06	25.12	
	2							

Les températures maximales en rouges sont celles du flanc chargé de l'engrenage. Non seulement, on observe une diminution de la température d'équilibre en allant vers le flanc non chargé, mais aussi en allant vers le centre de l'engrenage. Les températures sur le flanc non chargé et vers le centre sont quasiment égales à la température ambiante  $T_a$  (25°C).

La température d'équilibre moyenne sur la dent dans les conditions de fonctionnement avec 2.5 N.m et 500 tr/min, selon le Tableau V. 15 est de 30°C.



**Figure V. 29. Simulation numérique : évolution de la température d'équilibre en fonction du couple appliqué (2.N.m, 5 N.m, 7.5 N.m, 10 N.m) sur les engrenages à 500 tr/min et à 1000 tr/min**

La Figure V. 29 nous montre l'évolution de la température moyenne d'équilibre sur une dent pour différentes conditions de fonctionnement; résultats issus de la simulation numérique réalisée. Tout comme dans le cas de la méthode expérimentale, la température d'équilibre moyenne  $T_b$  évolue linéairement indépendamment de la vitesse de rotation.

En outre, à 500 tr/min la température d'équilibre moyenne  $T_b$  augmente de 92.6% (34.68°C à 68.83°C); alors qu'à 1000 tr/min, elle augmente de 146.52% (44.85°C à 110.56°C). Cette augmentation s'explique par l'accroissement de la charge normale,  $W_n$  appliquée aux dents, qui augmente la force de frottement générant ainsi un excès de chaleur [91].

Par ailleurs, on observe l'effet de la vitesse de rotation sur  $T_b$  pour les quatre couples appliqués.  $T_b$  augmente de 29%, 49%, 59% et 69 % respectivement pour

2.5 N.m, 5 N.m, 7.5 N.m et 10 N.m, quand on double la vitesse de rotation (500 tr/min à 1000 tr/min). L'augmentation de la température n'est pas directement proportionnelle à celle de la vitesse; ceci s'explique par le fait que pendant que la chaleur produite par unité de temps augmente avec la vitesse, les coefficients de transfert de chaleur augmentent aussi, mais moins vite, permettant ainsi en définitive une progression de la température dans le sens de la vitesse. Cette tendance a été examinée dans plusieurs travaux [91, 116].

### V.5. COMPARAISON DES DONNÉES EXPÉRIMENTALES AVEC CELLES DE LA SIMULATION NUMÉRIQUE : VALIDATION DU MODÈLE DE PRÉDICTION DE $T_b$

D'après les études expérimentales et numériques, la température d'équilibre de l'engrenage GEAR40B évolue linéairement en fonction du couple appliqué, indépendamment de la vitesse de rotation.

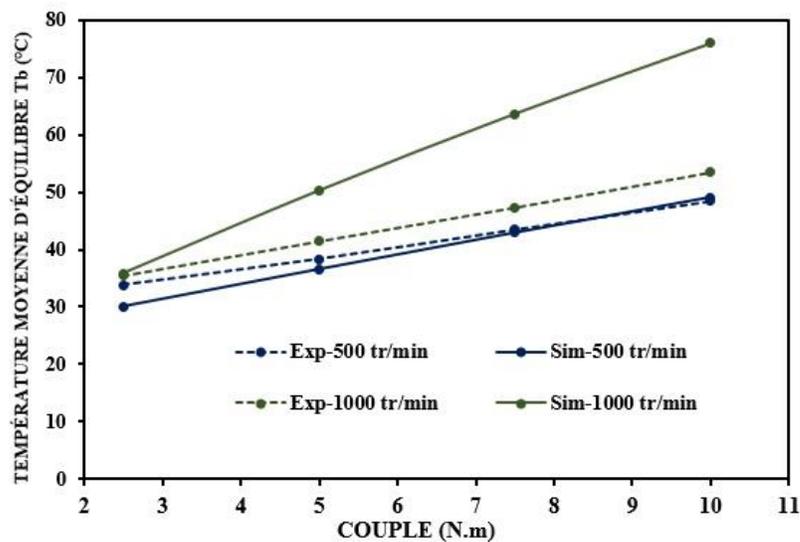


Figure V. 30. Comparaison entre l'étude expérimentale (Exp) et numérique (Sim)

Pour chaque couple, l'écart des températures, en augmentant la vitesse de rotation, est plus grand pour la simulation numérique. Cette tendance a été confirmée par les travaux de Koffi [91].

Par ailleurs, comme nous pouvons l'observer sur la Figure V. 30, le modèle numérique simulé semble mieux prédire la température d'équilibre à la vitesse de 500 tr/min; alors qu'à 1000 tr/min, on remarque une divergence du modèle. Cette divergence peut s'expliquer de deux façons :

- La non considération exacte de tous les paramètres (viscoélasticité, frottement, ...) du composite au niveau de la simulation
- Un problème lié aux mesures expérimentales, dû à l'imprécision de la caméra infrarouge qui n'est pas de bonne gamme.

## CHAPITRE VI

### CONCLUSION GÉNÉRALE ET RECOMMANDATION

L'ajout des fibres de bois (bouleau et tremble) dans les matériaux polymères représente une voie prometteuse car elle permet l'amélioration de l'ensemble des propriétés du matériau.

L'accroissement des propriétés mécaniques provient des propriétés élevées de la fibre (module élastique), mais de nombreux autres paramètres comme la taille des fibres, la modification de la surface, la teneur en fibres, les « additifs » (agent de couplage, compatibilisant) influencent également les propriétés mécaniques (traction, flexion) ainsi que d'autres caractéristiques du composite (stabilité thermique, viscoélasticité). La réalisation d'un matériau composite avec les meilleures propriétés possibles passe donc par le contrôle de tous ces paramètres.

Dans un premier temps, nous avons étudié les composites polypropylène/bois. Les matériaux composites PP/bois ont été développés et l'effet de fibres de bois sur les propriétés de traction a été étudié à différents taux de fibres (avec ou sans agent de couplage MAPP). Deux espèces de bois ont été étudiées : le bouleau et le tremble. Le protocole de fabrication utilisé dans ce travail démontre une excellente reproductibilité des résultats avec un faible écart type. Nous pouvons conclure que:

- Le module d'élasticité et la contrainte maximale en traction des composites PP/bouleau et PP/tremble évoluent d'une manière linéaire en fonction du taux de fibre avec comme sans agent de couplage (MAPP). De plus, l'adhérence entre les fibres de bois et le plastique est améliorée en utilisant juste 3%MAPP, donc une augmentation de la contrainte maximale, bien qu'aucun effet significatif sur le module d'élasticité.

- Les résultats obtenus montrent qu'en général, les propriétés en traction des composites polypropylène/bouleau, polypropylène/tremble et polypropylène/bouleau/ trembles sont très semblables. Les composites plastique/bois en particulier avec 30% et 40% de fibre ont un module d'élasticité plus élevé que le plastique utilisé dans l'application des engrenages.

- Le coefficient de poisson des composites PP/bouleau est de 0.35, cette valeur étant très importante pour la modélisation thermomécanique des engrenages.

Dans un second temps, nous avons étudié les composites polyéthylène/bois. Deux composites furent développés avec 3%MAPE (agent de couplage) et l'effet des fibres de bois fut étudié sur les paramètres mécaniques, thermomécaniques, physiques et thermophysiques. Deux spécimens de bois furent étudiés : le bouleau et le tremble. Le procédé de fabrication des composites démontre une excellente reproductibilité des essais avec de faibles écarts types.

Nous pouvons conclure que :

- Les fibres de bouleau et de tremble améliorent la résistance mécanique (traction et flexion) du composite HDPE/bois.

- Le coefficient de poisson déterminé par impulsion acoustique est autour de 0.35 pour tous les composites HDPE/bois.

- Le test de dégradation thermique TGA, nous révèle que les matériaux composites présentent une stabilité thermique intermédiaire entre les fibres de bois et la matrice HDPE.

- Le test de mouillabilité (angle de contact) révèle que l'ajout de fibres de bois ne diminue pas de façon significative les angles de contact avec de l'eau parce que

les fibres de bois (bouleau ou tremble) semblent être enveloppées par la matrice sur la surface des composites.

- Le test de DMA (analyse mécanique dynamique) nous révèle que le module de stockage  $E'$  diminue avec la température, mais augmente avec le taux de fibres de bois. Le module de perte  $E''$  augmente à basse température, atteint un maximum, puis diminue à haute température, mais augmente aussi avec le taux de fibre de bois. Enfin le dernier paramètre qui est le taux d'amortissement  $\tan \delta$  augmente avec la température, mais diminue en fonction du taux de fibre.

- Le modèle de Lavengooof-Goettler prédit mieux le module élastique du composite thermoplastique/bois, dont l'équation est la suivante :

$$E_c = \frac{1}{5} E_1 + \frac{4}{5} E_2$$

Où  $E_1$  et  $E_2$  sont donnés par le module élastique de Halpin-Tsai.

$$E_i = E_m \frac{(1+\xi_i \eta_i v_f)}{(1-\eta_i v_f)}, \quad \eta_i = \frac{(E_f/E_m)-1}{(E_f/E_m)-\xi_i}$$

où  $\xi_i = 2 \frac{L}{D}$  pour  $i=1$  et  $\xi_i = 2$  pour  $i=2$

Dans un troisième temps, une fois certain de la résistance de notre matériau, nous avons fabriqué des engrenages en thermoplastique/bois. Le thermoplastique utilisé est le HDPE avec les fibres de bouleau. Le taux de fibre idéal pour avoir des

engrenages de bonne dimension par thermocompression est de 40%. Voici en résumé quelques caractéristiques de notre engrenage « GEAR40B » fabriqué :

- Pas diamétral,  $P$  : 10 (module 2.54)
- Nombre de dents,  $Z$  : 30
- Angle de pression,  $\theta$  :  $20^\circ$
- Largeur de la dent,  $b$  : 6.5 mm ou 0.256 po
- Module élastique,  $E$ : 3.45 GPa ou 501310 lb/po<sup>2</sup>
- Coefficient de poisson,  $\nu$ : 0.33
- Facteur de perte,  $\tan \delta$  à  $25^\circ\text{C}$  : 0.07 (à 1Hz) et 0.05 (à 20 Hz)
- Masse volumique,  $\rho$  : 1.1856 kg/dm<sup>3</sup> ou 0.043 lb/po<sup>3</sup>
- Conductibilité thermique,  $k$ : 0.7870 W/mK ou 0.455 BTU/h·ft·°F
- Chaleur spécifique,  $C$  : 1325.104 J/Kg°K ou 0.3164 BTU/lb·°F

Dans un quatrième temps, nous avons réalisé des essais expérimentaux sur les engrenages en composite HDPE/40%Bouleau « GEAR40B » ( $Z_1=Z_2=30$ ). De ces essais, on tire les conclusions suivantes :

- Le couple admis par les engrenages à une vitesse de 500 tr/min est 12.5 N.m
- À 500 tr/min, la température d'équilibre  $T_b$  augmente de 43.5 % ( $33.79^\circ\text{C}$  à  $48.52^\circ\text{C}$ ); alors qu'à 1000 tr/min, elle augmente de 50.71% ( $35.45^\circ\text{C}$  à  $53.43^\circ\text{C}$ ). Cette augmentation s'explique par l'accroissement de la charge normale,  $W_n$  appliquée aux dents, qui augmente la force de frottement générant ainsi un excès de chaleur.

- La température moyenne d'équilibre  $T_b$  augmente de 5%, 8 %, 9% et 10 % respectivement pour les couple 2.5 N.m, 5 N.m, 7.5 N.m et 10 N.m, quand on double la vitesse de rotation (500 tr/min à 1000 tr/min).
- La température moyenne  $T_b$  diminue au fur à mesure qu'on s'éloigne du point de contact, en allant vers le centre de l'engrenage.

Dans un cinquième temps, nous avons réalisé la simulation numérique, avec le logiciel MATLAB, à partir des modèles simplifiés de Koffi pour prédire la température d'équilibre des engrenages ( $Z_1=Z_2=30$ ) en composite « GEAR40B ». De cette simulation, on peut tirer les conclusions suivantes :

- Les températures d'équilibre maximales sont sur le flanc chargé de l'engrenage. Non seulement, on observe une diminution de la température d'équilibre en allant vers le flanc non chargé, mais aussi en allant vers le centre de l'engrenage.
- Tout comme dans le cas de la méthode expérimentale, la température d'équilibre moyenne  $T_b$  évolue linéairement indépendamment de la vitesse de rotation (500 tr/min et 1000 tr/min) en fonction du couple appliqué.

La simulation numérique semble mieux prédire la température d'équilibre à la vitesse de 500 tr/min; alors qu'à 1000 tr/min, on remarque une divergence du modèle.

Cette thèse originale ouvre une grande voie pour les engrenages en plastique renforcés de fibres de bois.

Bien qu'il existe déjà dans la littérature beaucoup de travaux de caractérisation sur les matériaux composites à fibres de bois, il reste encore d'autres recherches à réaliser en vue d'une application aux engrenages, tels que :

- Déterminer le coefficient de frottement du matériau composite dans les conditions de roulement, idéal pour les conditions de fonctionnement des engrenages.
- Réaliser des tests de DMA pour des températures négatives, afin d'étudier le comportement thermomécanique des engrenages dans les conditions froides.
- Augmenter la résistance à l'impact des engrenages en incorporant des nanocharges [48, 60] aux matériaux composites.

Pour les essais expérimentaux, nous recommandons l'insertion des thermocouples [91] dans les dents des engrenages, permettant d'obtenir la réelle température d'équilibre à différents points, suivant l'épaisseur et le rayon.

Tel que spécifié dans l'introduction de ce mémoire, nous recommandons des engrenages en composites par injection qui reste la méthode de fabrication la plus populaire pour les thermoplastiques. Cette méthode diminuerait énormément le temps de fabrication, et ouvrirait la voie pour l'industrialisation des engrenages en thermoplastiques à fibres de bois.

# ARTICLES DE REVUE ET CONFÉRENCE AVEC COMITÉ DE LECTURE

Article



Journal of Thermoplastic Composite  
Materials  
1–18

© The Author(s) 2014  
Reprints and permissions:  
sagepub.co.uk/journalsPermissions.nav  
DOI: 10.1177/0892705714563120  
jcc.sagepub.com



## Formulation and tensile characterization of wood–plastic composites: Polypropylene reinforced by birch and aspen fibers for gear applications

Fayçal Mijiyawa<sup>1,2</sup>, Demagna Koffi<sup>1</sup>, Bohuslav V Kokta<sup>2</sup>  
and Fouad Erchiqui<sup>3</sup>

### Abstract

This study reports the effects of wood fibers and 3 wt% maleic anhydride-grafted polypropylene used as coupling agent on the tensile properties of polypropylene/wood composites. Compounding was done in a roller-based internal batch mixer followed by compression molding. Our findings show that both birch and aspen wood fibers improve the elastic modulus and the tensile strength of composites, and the chemical treatment improves the fiber–matrix interface. A comparison of experimental results' elastic modulus with micromechanics theoretical models shows that the Lavengood–Goettler model is closer to experimental data. Also the results showed that the polypropylene/wood composites' elastic modulus exceeds high-performance thermoplastics commonly used in gears manufacturing. Thus, the price of polypropylene/wood fibers makes it a viable alternative for similar application.

### Keywords

Polymer–matrix composites (PMCs), fiber/matrix bond, interfacial strength, elastic modulus, analytical modeling, gear material

<sup>1</sup>Laboratory of Mechanics and Eco-Materials (LMEM), Department of Mechanical Engineering, University of Quebec at Trois-Rivières (UQTR), Quebec, Canada

<sup>2</sup>Centre for Research on Lignocellulosic Materials (CRML), University of Quebec at Trois-Rivières (UQTR), Quebec, Canada

<sup>3</sup>Engineering School, University of Quebec in Abitibi-Témiscamingue (UQAT), Quebec, Canada

### Corresponding author:

Demagna Koffi, Laboratory of Mechanics and Eco-Materials (LMEM), Université du Québec à Trois-Rivières 3351, boulevard des Forges, Trois-Rivières, Québec G9A 5H7, Canada.

Email: koffi@uqtr.ca

## Study of lignin dispersion in low-density polyethylene

Amadou Diop<sup>1,2</sup>, Fayçal Mijiyawa<sup>1,3</sup>,  
Demagna Koffi<sup>3</sup>, Bohuslav V Kokta<sup>1</sup>  
and Daniel Montplaisir<sup>2</sup>

### Abstract

A maximum of 20% (w/w) lignin was used as a filler in low-density polyethylene (LDPE), together with 3–6% maleic anhydride-grafted LDPE as compatibilizer and 3–10% copper(II) sulphate pentahydrate ( $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$ ) as lignin's dispersing agent. The resulting composites were investigated for both their mechanical properties and their melting point following the ASTM standards as well as their behaviour was compared with neat LDPE. The results reveal that addition of compatibilizer significantly improved the mechanical properties of lignin, yielding closer values to those of neat LDPE. In fact, the addition of 3% maleated polyethylene induced a 37% increase of the Young's modulus, whilst 3%  $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$  provides a good lignin dispersion. The above observations are further supported by the scanning electron micrographs of the blend specimens. Finally, the differential scanning calorimetry analysis revealed that the melting temperature and the crystallinity of LDPE slightly increase with the addition of 3%  $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$ .

### Keywords

Kraft lignin, LDPE,  $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$ , MAPE, composite

<sup>1</sup> Lignocellulosic Materials Research Center, University of Quebec at Trois-Rivières (UQTR), Trois-Rivières, Québec, Canada

<sup>2</sup> Kruger Industrial Research Chair on Green Technologies, University of Quebec at Trois-Rivières (UQTR), Trois-Rivières, Québec, Canada

<sup>3</sup> Laboratory of Mechanics and Eco-Materials (LMEM), Department of Mechanical Engineering, University of Quebec at Trois-Rivières (UQTR), Trois-Rivières, Québec, Canada

### Corresponding author:

Demagna Koffi, Laboratory of Mechanics and Eco-Materials (LMEM), University of Quebec at Trois-Rivières (UQTR), 3351 boulevard des Forges, Trois-Rivières, QC G9A 5H7, Canada.

Email: [koffi@uqtr.ca](mailto:koffi@uqtr.ca)

PPS-27, 2011, 27<sup>th</sup> World Congress of the Polymer Processing Society, May 10-14, Marrakech, Morocco

**Reinforcement of polypropylene-wood fiber composite by bacteria cellulose : preliminary assessment of the manufacturing and performance**

**Fayçal Mijiyawa, Ph.D. Candidate; Bohuslav V. Kokta, Ph.D.; Demagna Koffi, Ph.D.; Fouad Erchiqui, Ph.D.**

**KEYNOTE LECTURE**

By

**Demagna Koffi, Ph.D.**

**Professor**

**Laboratoire de Mécanique et Éco-Matériaux**

**Département de génie mécanique, École d'ingénierie**

**UQTR, CP 500, Trois-Rivières, QUÉBEC, G8Y 4B9, Canada**

PPS-27, 2011, 27<sup>th</sup> World Congress of the Polymer Processing Society, May 10-14, Marrakech, Morocco

1



**International Conference on Biobased Materials and Composites, ICBMC'12**

**22-24 february 2012, Marrakech, Morocco**

Demagna KOFFI  
UQTR-LMEM - Canada  
Email: koffi@uqtr.ca

Reference: **ID-128**  
Abstract title: **Effects of Fibers, Coupling Agent and Surface Treatment on Wettability and Mechanical Behaviour of Polypropylene/ Aspen Composites**  
Authors: **Fayçal Mijiyawa, Demagna Koffi, Bohuslav V. Kokta Fouad Erchiqui**

**ICBMC**<sup>Marrakech, Morocco</sup>  
February 22, 23 & 24 **2012**

International Conference on Biobased Materials  
and Composites, **ICBMC'12**  
22-24 february 2012, Marrakech, Morocco

Fayçal MIJIYAWA  
UQTR- Canada  
Email: faycalmijiyawa@hotmail.com

Reference: **ID-116**  
Abstract title: **Combined Effects of Mixing Time, Tixing Rotation and Coupling Agent on Mechanical Properties of Polypropylene / Aspen Composite**  
Authors: *Fayçal Mijiyawa, Demagna Koffi, Bohuslav V. Kokta, Fouad Erchiqui*

80ième Congrès de l'ACFAS Palais des congrès de  
Montréal jeudi 10 mai 2012

**Etude comparative des propriétés mécaniques en  
traction des composites à matrice polypropylène  
renforcée par des fibres de bois (bouleau et  
tremble)**

Par  
**Fayçal MIJIYAWA** Candidat au PhD  
**Laboratoire de Mécanique et Éco-Matériaux (LMEM)**  
**Département de génie mécanique, École d'ingénierie, UQTR**

Directeur : Koffi Demagna (UQTR)  
Co-Directeur : Fouad Erchiqui (UQAT)

UQTR  
Université du Québec  
à Trois-Rivières

CRML

uqat.ca

81<sup>ème</sup> Congrès de l'ACFAS Université Laval à Québec  
Mercredi 08 mai 2013

**Étude de l'effet des fibres sur les propriétés en traction, la mouillabilité et la dégradation thermique du composite polyéthylène-bois**

Par  
**Fayçal MIJIYAWA** Candidat au PhD  
**Laboratoire de Mécanique et Éco-Matériaux (LMEM)**  
**Département de génie mécanique, École d'ingénierie, UQTR**

Directeur : Koffi Demagna (UQTR)  
Co-Directeur : Fouad Erchiqui (UQAT)



JNC 18 - ÉCOLE CENTRALE NANTES - 12, 13, 14 juin 2013

**Renforcement des thermoplastiques par les fibres de bois pour une application aux engrenages : prédiction du module élastique en traction**

*Wood plastic composite (WPC) for the gear application: prediction of elastic modulus by analytic model*

Fayçal Mijiyawa<sup>1</sup>, Demagna Koffi<sup>1</sup>, Bohuslav V. Kokta<sup>2</sup>, Fouad Erchiqui<sup>3</sup>



## RÉFÉRENCES

- [1] "[http://sebastien.lecourtier.free.fr/divers/carnet\\_engrenages.pdf](http://sebastien.lecourtier.free.fr/divers/carnet_engrenages.pdf)."
- [2] N. Tsukamoto, "Argument on plastic gears for power transmission," JSME international journal. Ser. C, Dynamics, control, robotics, design and manufacturing, vol. 38, no. 1, pp. 1-8, 1995.
- [3] F. R. Estabrook, "Why not try plastic gear?," Penton/IPC, Cleveland, 1982.
- [4] C. Adams, *Plastics gearing: selection and application*. CRC, 1986.
- [5] J. Cathelin, "Modélisation du comportement mécanique des engrenages en plastique renforcé," These, Lyon, INSA, 2014.
- [6] Z. SMITH and D. SHERIDAN, "Processing and the design of precision plastic gears," *Power transmission engineering*, 2007.
- [7] G. Crippa and P. Davoli, "Comparative fatigue resistance of fiber reinforced nylon 6 gears," *TRANSACTIONS-AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS JOURNAL OF MECHANICAL DESIGN*, vol. 117, pp. 193-193, 1995.
- [8] "<http://www.dupont.com/>  
([http://plastics.dupont.com/plastics/pdflit/europe/design/L12565f\\_8.pdf](http://plastics.dupont.com/plastics/pdflit/europe/design/L12565f_8.pdf) )."
- [9] Freedonia : [international business research company], *Plastic Gear Demand by Product (million dollars) 1998 -2018*. Cleveland, Ohio]: Cleveland, Ohio : Freedonia Group, 2012.
- [10] S. Kirupasankar, C. Gurunathan, and R. Gnanamoorthy, "Transmission efficiency of polyamide nanocomposite spur gears," *Materials & Design*, 2012.
- [11] H. Yelle and M. Poupard, "Ultra-high molecular weight high-density polyethylene as a gear material," *Polymer Engineering & Science*, vol. 15, no. 2, pp. 90-96, 1975.
- [12] D. J. Sell, "Finite element modeling spur and helical gears in contact," *SAE transactions*, vol. 101, pp. 697-697, 1992.
- [13] H. Blok, "Theoretical study of temperature rise at surfaces of actual contact under oiliness lubricating conditions," in *Proceedings of the general discussion on lubrication and lubricants*, 1937, vol. 2, pp. 222-235: London: IMechE.
- [14] D. P. Townsend and L. S. Akin, "ANALYTICAL AND EXPERIMENTAL SPUR GEAR TOOTH TEMPERATURE AS AFFECTED BY OPERATING VARIABLES," *Journal of mechanical design*, vol. 103, no. 4, pp. 219-226, 1981.
- [15] "BLOK, H., "Lubrication as a gear design factor", Proc. of the international conférence on gearing, Inst. Mech. Emg., 1958."
- [16] D. KOFFI, "Étude du comportement thermique de l'engrenage cylindrique droite en plastique " Thèse de Ph.D, École Polytechnique de Montréal 1987.

- [17] N. Chandrasekaran, W. E. Haisler, and R. E. Goforth, "A finite element solution method for contact problems with friction," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 24, no. 3, pp. 477-495, 1987.
- [18] D. Koffi, R. Gauvin, and H. Yelle, "Heat generation in thermoplastic spur gears," 1985, pp. 10-12.
- [19] A. Bravo, D. Koffi, L. Toubal, and F. Erchiqui, "Life and damage mode modeling applied to plastic gears," *Engineering Failure Analysis*, Article vol. 58, no. P1, pp. 113-133, 2015.
- [20] D. Koffi, R. Gauvin, and H. Yelle, "HEAT GENERATION IN THERMOPLASTIC SPUR GEARS," 1984.
- [21] E. Letzelter, M. Guingand, J. P. Vaujany, and P. Schlosser, "A new experimental approach for measuring thermal behaviour in the case of nylon 6/6 cylindrical gears," *Polymer Testing*, vol. 29, no. 8, pp. 1041-1051, 2010.
- [22] H. Yelle, S. S. Yousef, and D. J. Burns, "ROOT BENDING FATIGUE AND CYCLIC THERMAL SOFTENING OF ACETAL THERMOPLASTIC SPUR GEARS," *Society of Environmental Engineers*, Warwick University England, pp. 261-267, 1981.
- [23] M. Abdelmouleh, S. Boufi, M. N. Belgacem, and A. Dufresne, "Short natural-fibre reinforced polyethylene and natural rubber composites: Effect of silane coupling agents and fibres loading," *Composites Science and Technology*, vol. 67, no. 7-8, pp. 1627-1639, 2007.
- [24] A. Etaati, S. A. Mehdizadeh, H. Wang, and S. Pather, "Vibration damping characteristics of short hemp fibre thermoplastic composites," *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, vol. 33, no. 4, pp. 330-341, 2014.
- [25] K. Wang et al., "Dynamic behavior and flame retardancy of HDPE/hemp short fiber composites: Effect of coupling agent and fiber loading," *Composite Structures*, vol. 113, no. 1, pp. 74-82, 2014.
- [26] B. Kaouache, F. Addiego, J. M. Hiver, O. Ferry, V. Toniazzo, and D. Ruch, "In situ mechanical characterization of short vegetal fibre-reinforced high-density polyethylene using X-ray tomography," *Macromolecular Materials and Engineering*, vol. 298, no. 12, pp. 1269-1274, 2013.
- [27] V. K. Mathur, "Composite materials from local resources," *Construction and Building Materials*, vol. 20, no. 7, pp. 470-477, 2006.
- [28] G. Pritchard, "Plants move up the reinforcement agenda," *Plastics, Additives and Compounding*, vol. 9, no. 4, pp. 40-43, 2007.
- [29] D. N. SAHEB and J. P. JOG, "Natural Fiber Polymer Composites: A Review," *Polymer Engineering Group*, Chemical Engineering Division, National Chemical Laboratory, 1999.
- [30] A. Mohanty, M. Misra, and G. Hinrichsen, "Biofibres, biodegradable polymers and biocomposites: An overview," *Macromolecular Materials and Engineering*, vol. 276, no. 1, pp. 1-24, 2000.

- [31] A. K. Bledzki and J. Gassan, "Composites reinforced with cellulose based fibres," *Progress in Polymer Science*, vol. 24, no. 2, pp. 221-274, 1999.
- [32] K. L. Pickering, M. A. Sawpan, J. Jayaraman, and A. Fernyhough, "Influence of loading rate, alkali fibre treatment and crystallinity on fracture toughness of random short hemp fibre reinforced polylactide bio-composites," *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 42, no. 9, pp. 1148-1156, 2011.
- [33] F. Mijiyawa, D. Koffi, B. V. Kokta, and F. Erchiqui, "Formulation and tensile characterization of wood-plastic composites Polypropylene reinforced by birch and aspen fibers for gear applications," *Journal of Thermoplastic Composite Materials*, p. 0892705714563120, 2014.
- [34] M. S. Tawfik, "Interaction of food and packaging materials: Migration of plastic constituents and absorption of food ingredients," Ph.D., Universiteit Gent (Belgium), Belgium, 1997.
- [35] K. Ikejo, K. Nagamura, and F. G. Tutulan, "Friction loss of non-involute tooth profile gears," in *Proceedings of the ASME International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference - DETC2005*, 2005, vol. 5, pp. 657-663.
- [36] T. Iwamoto, "Organically modified silicates of high hardness," Ph.D., University of California, Los Angeles, United States -- California, 1995.
- [37] L. C. Chang, M. Sain, and M. Kortschot, "Effect of mixing conditions on the morphology and performance of fiber-reinforced polyurethane foam," *Journal of Cellular Plastics*, vol. 51, no. 1, pp. 103-119, 2014.
- [38] Liholt and M. Lawther, "Natural Organic Fibers: Comprehensive Composite Materials," vol. 1: Fiber Reinforcements and General Theory of Composites, no. Chapter 1.10: 1-23., Wiley-VCH 2003.
- [39] S. M. R. Kazmi, R. Das, and K. Jayaraman, "Sheet forming of flax reinforced polypropylene composites using vacuum assisted oven consolidation (VAOC)," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 214, no. 11, pp. 2375-2386, 2014.
- [40] R. Gu and M. M. Sain, "Effects of Wood Fiber and Microclay on the Performance of Soy Based Polyurethane Foams," *Journal of Polymers and the Environment*, vol. 21, no. 1, pp. 30-38, 2013.
- [41] X. Li, D. Li, L. Xu, Y. Wang, and D. Lin, "Optically transparent nanocomposite based on cellulose nanofibers from newspapers and polyurethane," in *Applied Mechanics and Materials* vol. 174-177, ed, 2012, pp. 905-911.
- [42] M. A. Mosiewicki, U. Casado, N. E. Marcovich, and M. I. Aranguren, "Moisture dependence of the properties of composites made from tung oil based polyurethane and wood flour," *Journal of Polymer Research*, vol. 19, no. 2, 2012, Art. no. 9776.
- [43] Y. Kondo, K. Miyazaki, K. Takayanagi, and K. Sakurai, "Mechanical Properties of Fiber-Reinforced Natural Rubbers Using Surface-Modified

- PET Fibers Under EB Irradiation," *Journal of Applied Polymer Science*, vol. 114, no. 5, pp. 2584-2590, Dec 2009.
- [44] Y. Kondo, K. Miyazaki, K. Takayanagi, and K. Sakurai, "Surface treatment of PET fiber by EB-irradiation-induced graft polymerization and its effect on adhesion in natural rubber matrix," *European Polymer Journal*, vol. 44, no. 5, pp. 1567-1576, May 2008.
- [45] S. Dimitrievska, A. Petit, A. Ajji, M. N. Bureau, and L. Yahia, "Biocompatibility of novel polymer-apatite nanocomposite fibers," *Journal of Biomedical Materials Research Part A*, vol. 84A, no. 1, pp. 44-53, Jan 2008.
- [46] D. V. Parikh, Y. Chen, and L. Sun, "Reducing automotive interior noise with natural fiber nonwoven floor covering systems," *Textile Research Journal*, vol. 76, no. 11, pp. 813-820, Nov 2006.
- [47] S. Greer, P. Banks-Lee, and M. Jones, "Physical and mechanical properties of chiengora fibers," *AATCC Review*, vol. 7, no. 5, pp. 42-46, May 2007.
- [48] R. Gu and B. V. Kokta, "Maximization of the mechanical properties of birch-polypropylene composites with additives by statistical experimental design," *Journal of Thermoplastic Composite Materials*, vol. 23, no. 2, pp. 239-263, 2010.
- [49] R. Gu and B. V. Kokta, "Effects of antioxidant and initiator on the mechanical properties of polypropylene-Aspen composites," *Journal of Thermoplastic Composite Materials*, vol. 21, no. 2, pp. 175-189, 2008.
- [50] R. Gu and B. V. Kokta, "Effect of independent variables on mechanical properties and maximization of aspen-polypropylene composites," *Journal of Thermoplastic Composite Materials*, vol. 21, no. 1, pp. 27-50, 2008.
- [51] R. Gu and B. V. Kokta, "Mechanical properties of pp composites reinforced with BCTMP aspen fiber," *Journal of Thermoplastic Composite Materials*, vol. 23, no. 4, pp. 513-542, 2010.
- [52] A. Nourbakhsh, B. V. Kokta, A. Ashori, and A. Jahan-Latibari, "Effect of a novel coupling agent, polybutadiene isocyanate, on mechanical properties of wood-fiber polypropylene composites," *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, vol. 27, no. 16-17, pp. 1679-1687, 2008.
- [53] Y. Xue, D. R. Veazie, C. Glinsey, M. F. Horstemeyer, and R. M. Rowell, "Environmental effects on the mechanical and thermomechanical properties of aspen fiber-polypropylene composites," *Composites Part B: Engineering*, vol. 38, no. 2, pp. 152-158, 2007.
- [54] W. Qiu, T. Endo, and T. Hirotsu, "Structure and properties of composites of highly crystalline cellulose with polypropylene: Effects of polypropylene molecular weight," *European Polymer Journal*, vol. 42, no. 5, pp. 1059-1068, 2006.

- [55] F. Addiego, "Caractérisation de la variation volumique du polyéthylène au cours de la déformation plastique en traction et en fluage," Vandoeuvres-Nancy, INPL, 2006.
- [56] D. Li, H. Garmestani, S. Kalidindi, and R. Alamo, "Crystallographic texture evolution in high-density polyethylene during uniaxial tension," *Polymer*, vol. 42, no. 11, pp. 4903-4913, 2001.
- [57] F. Gouanve, S. Marais, A. Bessadok, D. Langevin, and M. Metayer, "Kinetics of water sorption in flax and PET fibers," *European Polymer Journal*, vol. 43, no. 2, pp. 586-598, Feb 2007.
- [58] J. Z. Lu, Q. Wu, and H. S. McNabb, "Chemical coupling in wood fiber and polymer composites: a review of coupling agents and treatments," *Wood and Fiber Science*, vol. 32, no. 1, pp. 88-104, 2000.
- [59] F. Zhang, T. Endo, W. Qiu, L. Yang, and T. Hirotsu, "Preparation and mechanical properties of composite of fibrous cellulose and maleated polyethylene," *Journal of applied polymer science*, vol. 84, no. 11, pp. 1971-1980, 2002.
- [60] R. Gu, B. V. Kokta, and G. Chalupova, "Effect of variables on the mechanical properties and maximization of polyethylene-aspen composites by statistical experimental design," *Journal of Thermoplastic Composite Materials*, vol. 22, no. 6, pp. 633-649, 2009.
- [61] K. Kannan, I. J. Rao, and K. R. Rajagopal, "A thermomechanical framework for the glass transition phenomenon in certain polymers and its application to fiber spinning," *Journal of Rheology*, vol. 46, no. 4, pp. 977-999, Jul-Aug 2002.
- [62] S. H. Botros, A. F. Younan, and M. M. Essa, "Ageing and oil resistance of fiber-reinforced CR/NBR blends," *Molecular Crystals and Liquid Crystals*, vol. 354, pp. 997-1008, 2000.
- [63] A. Sretenovic, U. Müller, and W. Gindl, "Mechanism of stress transfer in a single wood fibre-LDPE composite by means of electronic laser speckle interferometry," *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 37, no. 9, pp. 1406-1412, 2006.
- [64] C.-H. Hsueh, "Analytical analyses of stress transfer in fibre-reinforced composites with bonded and debonded fibre ends," *Journal of materials science*, vol. 24, no. 12, pp. 4475-4482, 1989.
- [65] M. Epstein and R. L. Shishoo, "STUDIES OF THE EFFECT OF FIBER SURFACE AND MATRIX RHEOLOGICAL PROPERTIES ON NONWOVEN REINFORCED ELASTOMER COMPOSITES," *Journal of Applied Polymer Science*, vol. 57, no. 6, pp. 751-765, Aug 1995.
- [66] L. Ibarra, "DYNAMIC PROPERTIES OF SHORT FIBER-EPDM MATRIX COMPOSITES AS A FUNCTION OF STRAIN AMPLITUDE," *Journal of Applied Polymer Science*, vol. 54, no. 11, pp. 1721-1730, Dec 1994.
- [67] H. Demir, U. Atikler, D. Balköse, and F. Tihminliöglu, "The effect of fiber surface treatments on the tensile and water sorption properties of

- polypropylene–luffa fiber composites," *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 37, no. 3, pp. 447-456, 2006.
- [68] M. Abdelmouleh, S. Boufi, M. N. Belgacem, and A. Dufresne, "Short natural-fibre reinforced polyethylene and natural rubber composites: effect of silane coupling agents and fibres loading," *Composites Science and Technology*, vol. 67, no. 7, pp. 1627-1639, 2007.
- [69] A. Limper, S. Seibel, C. J. Wefelmeier, and M. Roth, "Homogeneous compounds. Intermeshing spindles improve the mixing action of planetary-gear extruders," *Homogene compounds. Kämmdende spindeln verbessern die mischwirkung im planetwalzenextruder*, vol. 92, no. 11, pp. 23-25+83, 2002.
- [70] T.-T.-L. Doan, S.-L. Gao, and E. Mäder, "Jute/polypropylene composites I. Effect of matrix modification," *Composites Science and Technology*, vol. 66, no. 7, pp. 952-963, 2006.
- [71] K. Oksman and C. Clemons, "Mechanical properties and morphology of impact modified polypropylene-wood flour composites," *Journal of Applied Polymer Science*, vol. 67, no. 9, pp. 1503-1513, 1998.
- [72] S. K. Samal, S. Mohanty, and S. K. Nayak, "Polypropylene–bamboo/glass fiber hybrid composites: Fabrication and analysis of mechanical, morphological, thermal, and dynamic mechanical behavior," *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, vol. 28, no. 22, pp. 2729-2747, 2009.
- [73] R. Gosselin, D. Rodrigue, and B. Riedl, "Injection molding of postconsumer wood-plastic composites II: Mechanical properties," *Journal of Thermoplastic Composite Materials*, vol. 19, no. 6, pp. 659-669, 2006.
- [74] A. G. Facca, M. T. Kortschot, and N. Yan, "Predicting the tensile strength of natural fibre reinforced thermoplastics," *Composites Science and Technology*, vol. 67, no. 11, pp. 2454-2466, 2007.
- [75] A. G. Facca, M. T. Kortschot, and N. Yan, "Predicting the elastic modulus of natural fibre reinforced thermoplastics," *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 37, no. 10, pp. 1660-1671, 2006.
- [76] J. C. H. Affdl and J. L. Kardos, "The Halpin-Tsai equations: A review," *Polymer Engineering & Science*, vol. 16, no. 5, pp. 344-352, 1976.
- [77] C. L. Tucker III and E. Liang, "Stiffness predictions for unidirectional short-fiber composites: review and evaluation," *Composites science and technology*, vol. 59, no. 5, pp. 655-671, 1999.
- [78] H. Ku, H. Wang, N. Pattarachaiyakoo, and M. Trada, "A review on the tensile properties of natural fiber reinforced polymer composites," *Composites Part B: Engineering*, vol. 42, no. 4, pp. 856-873, 2011.
- [79] M. Akbarian, S. Hassanzadeh, and M. Moghri, "Short Twaron aramid fiber reinforced thermoplastic polyurethane," *Polymers for Advanced Technologies*, vol. 19, no. 12, pp. 1894-1900, 2008.

- [80] S. Senthilvelan and R. Gnanamoorthy, "Damping characteristics of unreinforced, glass and carbon fiber reinforced nylon 6/6 spur gears," *Polymer Testing*, vol. 25, no. 1, pp. 56-62, 2006.
- [81] S. Senthilvelan and R. Gnanamoorthy, "Effect of gear tooth fillet radius on the performance of injection molded Nylon 6/6 gears," *Materials & Design*, vol. 27, no. 8, pp. 632-639, 2006.
- [82] H. Düzcükoğlu, "Study on development of polyamide gears for improvement of load-carrying capacity," *Tribology International*, vol. 42, no. 8, pp. 1146-1153, 8// 2009.
- [83] H. Düzcükoğlu, "PA 66 spur gear durability improvement with tooth width modification," *Materials & Design*, vol. 30, no. 4, pp. 1060-1067, 2009.
- [84] H. Blok, "The flash temperature concept," *Wear*, vol. 6, no. 6, pp. 483-494, 1963.
- [85] A. Breeds, S. Kukureka, K. Mao, D. Walton, and C. Hooke, "Wear behaviour of acetal gear pairs," *Wear*, vol. 166, no. 1, pp. 85-91, 1993.
- [86] H. Hachmann and E. Strickle, "Design of Nylon Gears," *Proceedings of the Society of plastics Engineers Annual Technology Conference*, vol. 26, pp. 512-519, 1968.
- [87] K. Mao, "A new approach for polymer composite gear design," *Wear*, vol. 262, no. 3-4, pp. 432-441, 2007.
- [88] K. Mao, "A numerical method for polymer composite gear flash temperature prediction," *Wear*, vol. 262, no. 11-12, pp. 1321-1329, 2007.
- [89] Y. Diab, F. Ville, H. Houjoh, P. Sainsot, and P. Velez, "Experimental and numerical investigations on the air-pumping phenomenon in high-speed spur and helical gears," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 219, no. 8, pp. 785-800, 2005.
- [90] H. J. Bosshart, D. J. Burns, R. J. Pick, and H. Yelle, "Influence of ambient temperature on the performance of thermoplastic gears. In *Proceedings of International Symposium on gearing and Power Transmissions*," 1981.
- [91] D. Koffi, "Etude du comportement thermique des engrenages cylindrique droits en plastique," *Département de Génie Mécanique École Polytechnique Montréal*, 1987.
- [92] H. Yelle, "Design of thermoplastic gears with an involute tooth profile," *University of Waterloo*, 1977.
- [93] D. W. Van Krevelen and K. Te Nijenhuis, *Properties of polymers: their correlation with chemical structure; their numerical estimation and prediction from additive group contributions*. Elsevier, 2009.
- [94] C. Hooke, S. Kukureka, P. Liao, M. Rao, and Y. Chen, "Wear and friction of nylon-glass fibre composites in non-conformal contact under combined rolling and sliding," *Wear*, vol. 197, no. 1-2, pp. 115-122, 1996.
- [95] K. Mao, "A numerical method for polymer composite gear flash temperature prediction," *Wear*, vol. 262, no. 11, pp. 1321-1329, 2007.

- [96] B. British Standard, "6168," Specification for Non-metallic Spur Gears," British Standards Institution, London, 1987.
- [97] É. Letzelter, "Modélisation du comportement mécanique des engrenages en polymère," Lyon, INSA, 2011.
- [98] C. J. Hooke, K. Mao, D. Walton, A. R. Breeds, and S. N. Kukureka, "Measurement and prediction of the surface temperature in polymer gears and its relationship to gear wear," *Journal of Tribology*, vol. 115, no. 1, pp. 119-124, 1993.
- [99] S. Senthilvelan and R. Gnanamoorthy, "Effect of rotational speed on the performance of unreinforced and glass fiber reinforced Nylon 6 spur gears," *Materials & Design*, vol. 28, no. 3, pp. 765-772, 2007.
- [100] K. Mao, W. Li, C. J. Hooke, and D. Walton, "Friction and wear behaviour of acetal and nylon gears," *Wear*, vol. 267, no. 1-4, pp. 639-645, 2009.
- [101] K. Mao et al., "The wear and thermal mechanical contact behaviour of machine cut polymer gears," *Wear*, vol. 332-333, pp. 822-826, 5// 2015.
- [102] V. 2736, "Blatt 2, Thermoplastische Zahnräder Stirnradgetriebe Tragfähigkeitsberechnung, Beuth Verlag GmbH," p. 20, 2013.
- [103] D. Koffi, H. Yelle, and R. Gauvin, "Étude analytique de l'énergie perdu et de sa répartition dans les engrenages en plastique," 7th Wld Congress, Sevilla, Spain, pp. 1289-1293, 1987.
- [104] A. Gu, "Elastohydrodynamic lubrication of involute gears," *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, vol. 95, no. 4, pp. 1164-1170, 1973.
- [105] L. E. El-Bayoumy, L. S. Akin, and D. P. Townsend, "An investigation of the transient thermal analysis of spur gears," *Journal of Mechanical Design*, vol. 107, no. 4, pp. 541-548, 1985.
- [106] E. Buckingham, *Analytical mechanics of gears*. Courier Corporation, 1988.
- [107] E.S.D.U., "DESIGN OF PARALLEL AXIS STRAIGHT SPUR AND HELICAL GEARS: GEOMETRIC DESIGN," *Engineering Sciences Data Unit, Data Items*, 1981.
- [108] F. P. Laboratory, *Wood handbook: wood as an engineering material (Moisture Relations and Physical Properties of Wood)*. US Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, 2010.
- [109] X. Ming, H. Yan, X. Xiong, and J. Zhong, "Research on grinding residual stresses based on thermo-mechanical coupling," *Zhongguo Jixie Gongcheng/China Mechanical Engineering*, vol. 19, no. 9, pp. 1037-1044, 2008.
- [110] A. D790-10, "Standard Test Methods for Flexural Properties of Unreinforced and Reinforced Plastics and Electrical Insulating Materials."
- [111] K. Sewda and S. Maiti, "Dynamic mechanical properties of high density polyethylene and teak wood flour composites," *Polymer bulletin*, pp. 1-18, 2013.

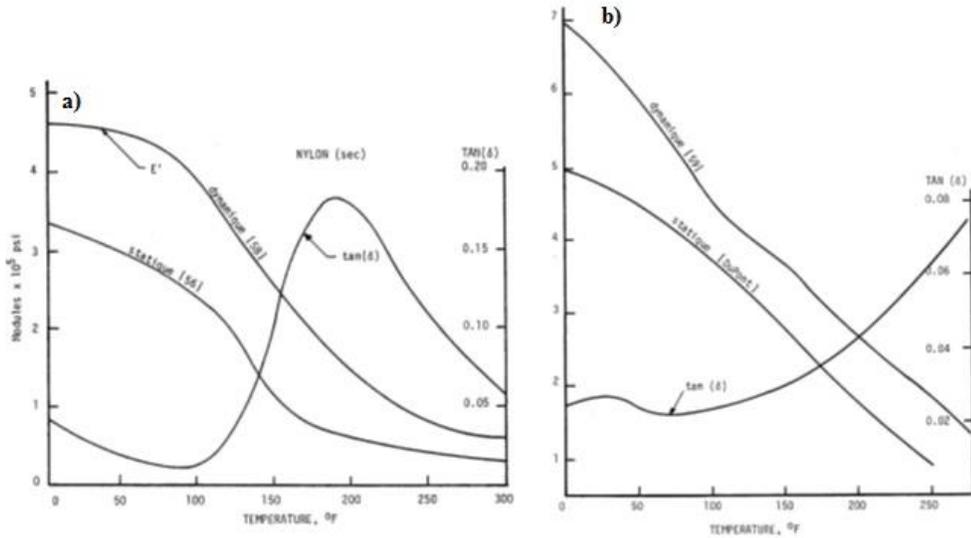
- [112] G. Cantero, A. Arbelaz, R. Llano-Ponte, and I. Mondragon, "Effects of fibre treatment on wettability and mechanical behaviour of flax/polypropylene composites," *Composites Science and Technology*, vol. 63, no. 9, pp. 1247-1254, 2003.
- [113] G. M. Dusenberre, "Heat transfer calculations by finite differences," 1961.
- [114] G. E. Forsythe and W. R. Wasow, "Finite-difference methods for partial differential equations," 1960.
- [115] M. AKOZAN, "Étude expérimentale du coefficient de transfert de chaleur par convection pour les engrenages cylindrique droits en thermoplastique," *Ecole Polytechnique de Montréal Montréal* 1982.
- [116] K. Mao, W. Li, C. J. Hooke, and D. Walton, "Polymer gear surface thermal wear and its performance prediction," *Tribology International*, vol. 43, no. 1–2, pp. 433-439, 2010/2// 2010.
- [117] D. KOFFI and H. YELLE, "Modèle simplifié d'analyse et de simulation par ordinateur du comportement thermique des engrenages cylindriques droits en plastique. II: Résultats et simulation," *Revue internationale de CFAO et d'infographie*, vol. 6, no. 3-4, pp. 227-261, 1991.
- [118] S. E. Selke and I. Wichman, "Wood fiber/polyolefin composites," *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 35, no. 3, pp. 321-326, 2004.
- [119] A. Karmarkar, S. S. Chauhan, J. M. Modak, and M. Chanda, "Mechanical properties of wood-fiber reinforced polypropylene composites: Effect of a novel compatibilizer with isocyanate functional group," *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 38, no. 2, pp. 227-233, 2007.
- [120] S. Y. Lee, I. A. Kang, G. H. Doh, H. G. Yoon, B. D. Park, and Q. Wu, "Thermal and mechanical properties of wood flour/talc-filled polylactic acid composites: Effect of filler content and coupling treatment," *Journal of Thermoplastic Composite Materials*, vol. 21, no. 3, pp. 209-223, 2008.
- [121] S. Y. Lee, H. S. Yang, H. J. Kim, C. S. Jeong, B. S. Lim, and J. N. Lee, "Creep behavior and manufacturing parameters of wood flour filled polypropylene composites," *Composite Structures*, vol. 65, no. 3-4, pp. 459-469, 2004.
- [122] J. Mendez et al., "Evaluation of the reinforcing effect of ground wood pulp in the preparation of polypropylene-based composites coupled with maleic anhydride grafted polypropylene," *Journal of Applied Polymer Science*, vol. 105, no. 6, pp. 3588-3596, 2007.
- [123] AGMA, "Tooth proportions for plastics gears," *ANSI/AGMA 1106-A97*, Metric ed. of ANSI/AGMA1006A97.
- [124] S. Migneault, A. Koubaa, F. Erchiqui, A. Chaala, K. Englund, and M. P. Wolcott, "Application of micromechanical models to tensile properties of wood-plastic composites," *Wood Science and Technology*, vol. 45, no. 3, pp. 521-532, 2011.

- [125] P. K. Aggarwal, S. Chauhan, R. N. Gowda, S. Karmarkar, and G. Shashidhara, "Mechanical properties of bio-fibers-reinforced high-density polyethylene composites: effect of coupling agents and bio-fillers," *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 2013.
- [126] C. F. Kuan, H. C. Kuan, C. C. M. Ma, and C. M. Huang, "Mechanical, thermal and morphological properties of water-crosslinked wood flour reinforced linear low-density polyethylene composites," *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 37, no. 10, pp. 1696-1707, 2006.
- [127] Y. Cao, W. Wang, Q. Wang, and H. Wang, "Application of mechanical models to flax fiber /wood fiber/ plastic composites," *BioResources*, vol. 8, no. 3, pp. 3276-3288, 2013.
- [128] Y. H. Cui, J. Tao, B. Noruziaan, M. Cheung, and S. Lee, "DSC analysis and mechanical properties of wood-plastic composites," *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, vol. 29, no. 2, pp. 278-289, 2010.
- [129] B. Tisserat, L. Reifschneider, N. Joshee, and V. L. Finkenstadt, "Properties of high density polyethylene–Paulownia wood flour composites via injection molding," *BioResources*, vol. 8, no. 3, pp. 4440-4458, 2013.
- [130] N. M. Stark and R. E. Rowlands, "Effects of wood fiber characteristics on mechanical properties of wood/polypropylene composites," *Wood and fiber science*, vol. 35, no. 2, pp. 167-174, 2003.
- [131] D. K. Owens and R. Wendt, "Estimation of the surface free energy of polymers," *Journal of Applied Polymer Science*, vol. 13, no. 8, pp. 1741-1747, 1969.
- [132] W. A. Zisman, "Influence of constitution on adhesion," *Industrial & Engineering Chemistry*, vol. 55, no. 10, pp. 18-38, 1963.
- [133] F. Mijiyawa, D. Koffi, B. V. Kokta, and F. Erchiqui, "Effects of wood fibers on tensile properties, wettability and thermal degradation behaviour of polyethylene-wood composites," in *Proceedings of the Polymer Processing Society PPS 2013*.
- [134] S. S. Ndlovu, A. J. van Reenen, and A. S. Luyt, "LDPE–wood composites utilizing degraded LDPE as compatibilizer," *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 51, no. 0, pp. 80-88, 2013.
- [135] S. Senthilvelan and R. Gnanamoorthy, "Influence of reinforcement on composite gear metrology," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 43, no. 9, pp. 1198-1209, 2008.
- [136] W. Li, A. Wood, R. Weidig, and K. Mao, "An investigation on the wear behaviour of dissimilar polymer gear engagements," *Wear*, vol. 271, no. 9–10, pp. 2176-2183, 2011.

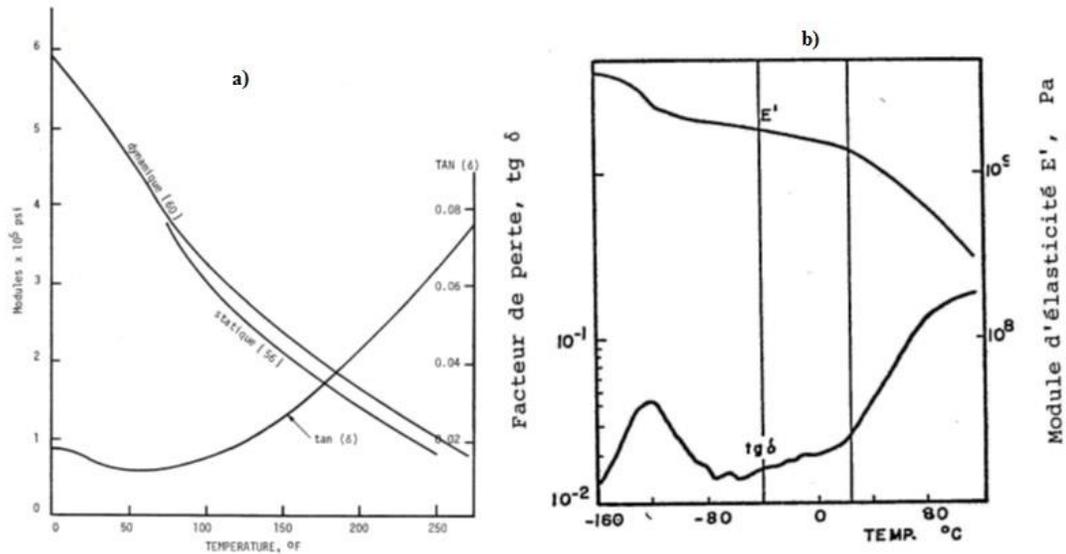
## **ANNEXES**

## ANNEXE A

### PROPRIÉTÉS THERMOMÉCANIQUES DE QUELQUES POLYMERES



**Figure A. 1. a) Variation du module avec la température pour le nylon; b) Variation du module avec la température pour l'acétal homopolymère**



**Figure A. 2. a) Variation du module avec la température pour l'acétal copolymère; b) Variation du module avec la température pour le polyéthylène**

## ANNEXE B

### CINÉMATIQUE DES ENGRENAGES ET CALCUL DES VITESSES ABSOLUES LOCALES AU POINT DE CONTACT SUR LE PROFIL DES DENTS

Cette annexe présente les expressions des vitesses absolues locales  $v_1$  et  $v_2$  au point de contact.  $v_1$  et  $v_2$  au sont les projections respectives des vitesses instantanées de rotation  $V_1$  et  $V_2$  du pignon et de l'engrenage sur la tangente commune au point de contact. Les vitesses  $v_1$  et  $v_2$ , sont utilisées dans l'expression du facteur de répartition de chaleur de frottement produit entre deux dents en contact; la différence de valeur entre  $v_1$  et  $v_2$  dans la grandeur de la vitesse de glissement entre les deux profils en contact.

Seules les expressions détaillées valables pour le calcul des vitesses pour un contact ayant lieu sur la ligne d'action sont présentées dans cette annexe.

Les expressions se subdivisent en quatre groupes, à savoir celles valables au cours de l'approche et celles au cours du retrait. Durant chacune des deux phases de l'engrènement, les expressions analogues mais distinctes sont développées pour le pignon, d'une part, et l'engrenage de l'autre.

La compréhension de toutes les expressions de cette annexe exige l'usage de la Figure B. 1 où sont présentés les différents paramètres, angles, vecteurs, systèmes d'axe et référence, utilisés.

Les expressions se présentent comme suit :

#### a) Phase d'approche

##### a.1) Pignon : Roue menante

$$R_{b1} = R_1 \cos \theta \quad (\text{B.1})$$

$$V = R_1 \omega_1 \quad (\text{B.2})$$

$$V_1 = y'_1 \omega_1 \quad (\text{B.3})$$

$$v_1 = V_1 \cos \psi_1 \quad (\text{B.4})$$

$$= y'_1 \omega_1 \cos \psi_1 \quad (\text{B.4}')$$

$$\sin \psi_1 = R_{b1}/y'_1 \quad (\text{B.5})$$

$$\cos \psi_1 = \frac{R_1 \sin \theta + S_2}{y'_1} \quad (\text{B.6})$$

(B.6) dans (B.4') donne :

$$v_1 = y'_1 \omega_1 \frac{R_1 \sin \theta + S_2}{y'_1} \quad (\text{B.7})$$

(B.2) dans (B.7) donne :

$$v_1 = \frac{V}{R_1} (R_1 \sin \theta + S_2) \quad (\text{B.8})$$

Simplification par  $R_1$  :

$$v_1 = V(\sin \theta + S_2/R_1) \quad (\text{B.9})$$

Finalement (B.1) dans (B.9) donne :

$$v_1 = V(\sin \theta + \frac{S_2 \cos \theta}{R_{b1}}) \quad (\text{B.10})$$

### a.2) Roue menée

$$R_{b2} = R_2 \cos \theta \quad (\text{B.11})$$

$$V = R_2 \omega_2 \quad (\text{B.12})$$

$$V_2 = y'_2 \omega_2 \quad (\text{B.13})$$

$$v_2 = V_2 \cos \psi_2 \quad (\text{B.14})$$

$$= y'_2 \omega_2 \cos \psi_2 \quad (\text{B.14}')$$

$$\sin \psi_2 = R_{b2}/y'_2 \quad (\text{B.15})$$

$$\cos \psi_2 = \frac{R_2 \sin \theta - S_2}{y'_2} \quad (\text{B.16})$$

(B.16) dans (B.14') donne :

$$v_2 = y'_2 \omega_2 \frac{R_2 \sin \theta - S_2}{y'_2} \quad (\text{B.17})$$

(B.12) dans (B.17) donne :

$$v_2 = \frac{V}{R_2} (R_2 \sin \theta - S_2) \quad (\text{B.18})$$

Simplification par  $R_1$  :

$$v_2 = V(\sin \theta - S_2/R_2) \quad (\text{B.19})$$

Finalement (B.1) dans (B.9) donne :

$$v_2 = V(\sin \theta - \frac{S_2 \cos \theta}{R_{b2}}) \quad (\text{B.20})$$

## b) Phase de retrait

### b.1) Pignon : Roue menante

$$R_{b1} = R_1 \cos \theta \quad (\text{B.21})$$

$$V = R_1 \omega_1 \quad (\text{B.22})$$

$$V_1 = y_1 \omega_1 \quad (\text{B.23})$$

$$v_1 = V_1 \cos \psi_1 \quad (\text{B.24})$$

$$= y_1 \omega_1 \cos \psi_1 \quad (\text{B.24'})$$

$$\sin \psi_1 = R_{b1}/y_1' \quad (\text{B.25})$$

$$\cos \psi_1 = \frac{R_1 \sin \theta + S_1}{y_1} \quad (\text{B.26})$$

(B.26) dans (B.24') donne :

$$v_1 = y_1 \omega_1 \frac{R_1 \sin \theta + S_1}{y_1} \quad (\text{B.27})$$

(B.22) dans (B.27) donne :

$$v_1 = \frac{V}{R_1} (R_1 \sin \theta + S_1) \quad (\text{B.28})$$

Simplification par  $R_1$  :

$$v_1 = V(\sin \theta + S_1/R_1) \quad (\text{B.29})$$

Finalement (B.21) dans (B.29) donne :

$$v_1 = V(\sin \theta + \frac{S_1 \cos \theta}{R_{b1}}) \quad (\text{B.30})$$

### b.2) Roue menée

$$R_{b2} = R_2 \cos \theta \quad (\text{B.31})$$

$$V = R_2 \omega_2 \quad (\text{B.32})$$

$$V_2 = y_2 \omega_2 \quad (\text{B.33})$$

$$v_2 = V_2 \cos \psi_2 \quad (\text{B.34})$$

$$= y_2 \omega_2 \cos \psi_2 \quad (\text{B.34'})$$

$$\sin \psi_2 = R_{b2}/y_2 \quad (\text{B.35})$$

$$\cos \psi_2 = \frac{R_2 \sin \theta - S_1}{y_2} \quad (\text{B.36})$$

(B.16) dans (B.14') donne :

$$v_2 = y_2 \omega_2 \frac{R_2 \sin \theta - S_1}{y_2} \quad (\text{B.37})$$

(B.12) dans (B.17) donne :

$$v_2 = \frac{V}{R_2} (R_2 \sin \theta - S_1) \quad (\text{B.38})$$

Simplification par  $R_1$  :

$$v_2 = V(\sin \theta - S_1/R_2) \quad (\text{B.39})$$

Finalement (B.1) dans (B.9) donne :

$$v_2 = V(\sin \theta - \frac{S_1 \cos \theta}{R_{b2}}) \quad (\text{B.40})$$



## ANNEXE C

### CALCUL DES ANGLES DES DIFFÉRENTS POINTS SUR LE PROFIL

Dans cette section, les expressions analytiques pour calculer les angles correspondant aux différents points sur le profil de la dent sont données.

La nomenclature utilisée est indiquée sur la figure 4.4. Dans toutes les expressions qui suivent, les variables sont définies comme suit :

TP=épaisseur de la dent au cercle primitif suivant une ligne droite

$\alpha$ =angle de pression en radians

RP=rayon primitif (DP=2RP)

RE=rayon du cercle de tête de dent

R=rayon de raccordement du profil au cercle de pied

R2=rayon du cercle pied de la dent

RA=rayon du cercle correspondant à un point quelconque sur le profil de la dent

$\gamma$ =le double de l'angle entre RA et l'axe de symétrie de la dent

Soit  $RB=RP \times \cos \alpha$

$$RC=R2+R$$

1) Si  $RA > RB$

$$\gamma = TA/RA$$

$$\text{où : } TA = 2RA \left( \frac{TP}{DP} + \text{inv } \alpha - \text{inv } \phi_a \right)$$

$$\text{avec } \cos \phi_a = \frac{RB}{RA} = \frac{RP \cdot \cos \alpha}{RA}$$

Donc :

$$\gamma = 2 \left[ \frac{TP}{DP} + \tan \alpha - \alpha - \tan(\cos^{-1}(\cos \alpha \cdot RP/RA)) + \cos^{-1}(\cos \alpha \cdot RP/RA) \right]$$

2) Si  $RC < RA < RB$

$$\gamma = 2 \left[ \frac{TP}{DP} + \tan \alpha - \alpha - \tan(\cos^{-1}(\cos \alpha \cdot RP/RB)) + \cos^{-1}(\cos \alpha \cdot RP/RB) \right]$$

3) Si  $RA < RC < RB$

$$\gamma = 2 \left[ \frac{TP}{DP} + \tan \alpha - \alpha - \tan(\cos^{-1}(\cos \alpha \cdot RP/RB)) + \cos^{-1}(\cos \alpha \cdot RP/RB) \right] + \frac{2R}{RC} \left[ 1 - \sqrt{1 - \left( \frac{RC - RA}{R} \right)^2} \right]$$

Puisque les points considérés sur le profil sont symétriques deux par deux, les angles  $\gamma$  donnent l'angle entre les rayons à ces points. De cette façon :

- $\gamma_1$  est l'angle du point A au point B;
- $\gamma_2$  est l'angle du 1 au point 4;
- $\gamma_3$  est l'angle du point 2 au point 3.

Il faut remarquer que ces expressions donnent un angle  $\gamma_1$  qui n'est pas égal à l'angle entre les milieux des creux de dents consécutives. Pour trouver  $\gamma_1$ , tel que A et B sont les milieux des creux, on peut utiliser :

$$\gamma_1 = \frac{2\pi}{N}$$

Où : N est le nombre de dents.

Les angles  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  et  $\gamma_3$  pour différents pas sont tabulés sur le tableau B.1.

**Tableau B. 1. Les angles correspondants aux points d'intérêt pour différents pas**

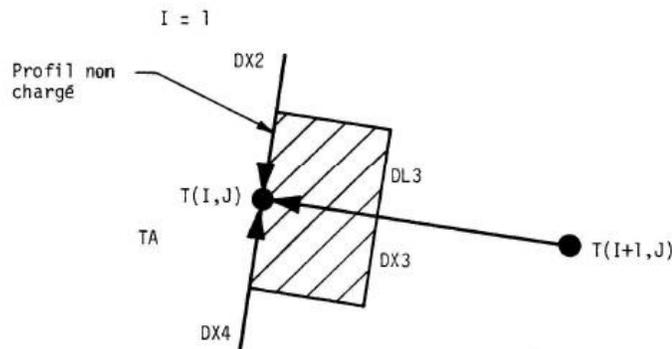
<b>Pas (<math>\text{po}^{-1}</math>)</b>	<b>Angle (radian)</b>		
	<b><math>\gamma_1</math></b>	<b><math>\gamma_2</math></b>	<b><math>\gamma_3</math></b>
<b>5</b>	0.4189	0.1917	0.0670
<b>8</b>	0.2618	0.1544	0.0524
<b>10</b>	0.2094	0.1254	0.0487
<b>12</b>	0.1745	0.1047	0.0363

## ANNEXE D

### ÉQUATIONS D'ÉQUILIBRE THERMIQUE POUR LA DÉTERMINATION DE LA DISTRIBUTION DE TEMPÉRATURE D'ÉQUILIBRE $T_b$

Les I et J utilisés dans cette annexe pour repérer les nœuds caractéristiques sont ceux montrés à la Figure IV. 1.

#### 1. Nœuds situés sur le profil non chargé (I=1),



**Figure D. 1. Nœud caractéristique situé sur le profil non chargé**

Le nœud situé au coin supérieur gauche de l'engrenage est exclu car il est représenté par un élément ayant deux surface de transfert de chaleur en convection alors que les nœuds considérés dans cette section-ci ont une seule.

L'étude sera subdivisée en deux partie suivant que le nœud soit situé aux tiers supérieurs de la hauteur de la dent ou non.

Pour les nœuds situés aux tiers supérieurs de la hauteur de la dent (J varie de 2 à JLIMH), la valeur du coefficient de transfert de chaleur utilisée sera celle interpolée entre  $h_1$  et  $h_2$ , soit  $h_{12}$ . Lorsque les nœuds sont situés sur le tiers inférieur de la hauteur de la dent,  $h$  sera interpolé entre  $h_A$  et  $h_1$ , soit  $h_{A1}$ .

L'équation caractéristique des nœuds situés sur le profil chargée s'obtient en développant la condition aux frontières suivantes :

$$q_k + q_p = q_c \quad (D.1)$$

$q_k$  = flux de chaleur en conduction;

$q_c$  = flux de chaleur en convection;

$q_p$  = flux de production de chaleur au nœud.

Faisant intervenir les températures et les termes de la surface de transfert, l'équation (D.1) devient :

$$-\frac{Ak}{DX3} (T(I + 1, J) - T(I, J)) + q_{p1} = -hA(T(I, J) - TA) \quad (D.2)$$

Où A désigne la surface de transfert, k, la conductibilité thermique du matériaux et TA, la température ambiante.

$$\dot{A} = F \cdot DL3$$

$$DL3 = \|DL3\| = \sqrt{(DLX3)^2 + (DLY3)^2}$$

$$DLX3 = LX(1, J - 1) - LX(1, J)$$

$$DLY3 = LY(1, J - 1) - LY(1, J)$$

L'équation caractéristique se présente sous la forme finale comme suit :

$$T(I, J) = \frac{1}{\frac{h \cdot DX3}{k} + 1} \left[ T(I + 1, J) + \frac{DX3}{k} \left( h \cdot TA + \frac{q_{p1}}{A} \right) \right] \quad (D.3)$$

Avec

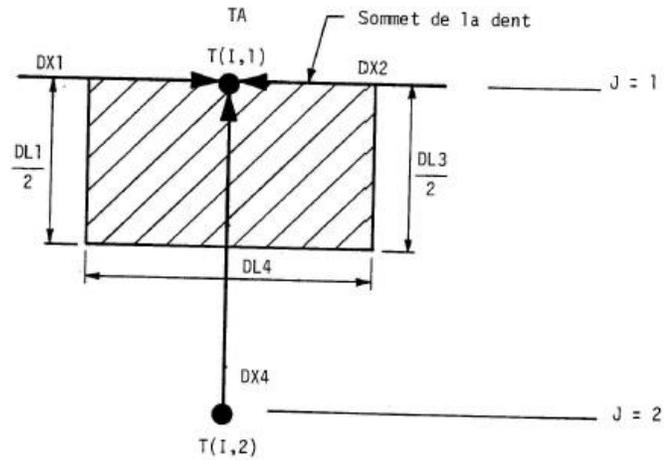
$$DX3 = \|DX3\| = \sqrt{(DX)^2 + (DY)^2}$$

$$DX3 \begin{cases} DX = X(I, J) - X(I + 1, J) \\ DY = Y(I, J) - Y(I + 1, J) \end{cases}$$

I=1

## 2. Nœuds situés sur le sommet

J=1



**Figure D. 2. Nœuds situés sur le sommet de la dent**

I varie de 2 à N1+1, car les deux nœuds situés au coin ne sont pas considérés

L'équation du flux de chaleur s'écrit comme suit :

$$q_k + q_{p2} = q_c$$

Ou encore :

$$\frac{Ak}{DX4} (T(I, J + 1) - T(I, J)) + q_{p2} = h \cdot A(T(I, J) - TA) \quad (D.4)$$

Avec

$$\dot{A} = F \cdot DL4$$

$$DL4 \begin{cases} DLX4 = LX(I, 1) - LX(I - 1, 1) \\ DLY4 = LY(I, 1) - LY(I - 1, 1) \end{cases}$$

$$DX4 \begin{cases} DX = X(I, J) - X(I, J + 1) \\ DY = Y(I, J) - Y(I, J + 1) \end{cases}$$

$$DX4 = \|DX4\| = \sqrt{(DX)^2 + (DY)^2}$$

L'équation caractéristique devient :

$$T(I, 1) = \frac{1}{\frac{h \cdot DX4}{k} + 1} \left[ T(I, 2) + \frac{DX4}{k} \left( h \cdot TA + \frac{q_{p2}}{A} \right) \right] \quad (D.5)$$

$h=h_{23}$ , valeur interpolée entre  $h_2$  et  $h_3$ .

### 3. Nœuds situés sur le profil d'engrènement

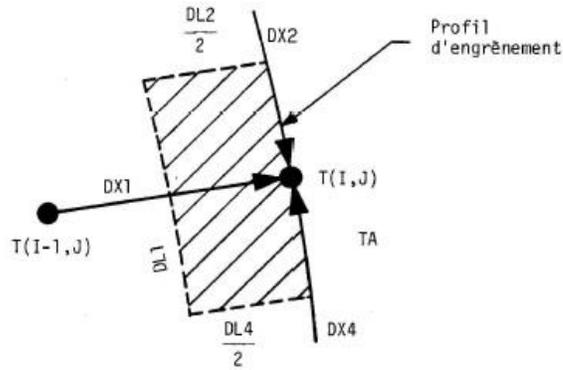


Figure D. 3. Nœuds situés sur le profil de l'engrènement

$I=N1+2$

$$q_k + q_{p3} = q_c$$

$$-\frac{A \cdot k}{DX1} (T(I, J) - T(I - 1, J)) + q_{p3} = -hA(T(I, J) - TA)$$

$$T(I, 1) = \frac{1}{\frac{h \cdot DX1}{k} + 1} \left[ T(I - 1, J) + \frac{DX1}{k} \left( h \cdot TA + \frac{q_{p3}}{A} \right) \right]$$

La valeur du coefficient de transfert de chaleur  $h$  est interpolée entre  $h_3$  et  $h_4$  sur les deux tiers supérieurs de la hauteur de la dent, alors qu'elle l'est entre  $h_4$  et  $h_B$  sur le

tiers inférieur. Dans le premier cas, J varie de 2 à JLIMH; dans le second, J prend les valeurs JLIMH+1 à JCONV.

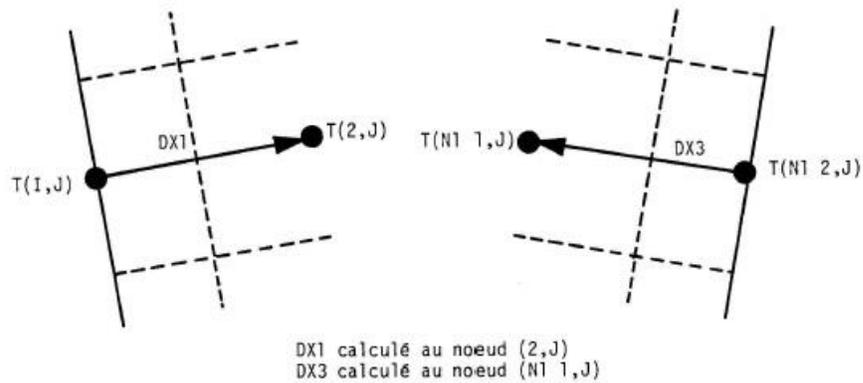
$$DX1 \begin{cases} DX = X(I, J) - X(I - 1, J) \\ DY = Y(I, J) - Y(I - 1, J) \end{cases}$$

$$DX1 = \|DX1\| = \sqrt{(DX)^2 + (DY)^2}$$

$$A = F \cdot DL1$$

$$DL1 \begin{cases} DLX1 = LX(I - 1, J) - LX(I - 1, J - 1) \\ DLY1 = LY(I - 1, J) - LY(I - 1, J - 1) \end{cases}$$

#### 4. Zones (4) et (6) Partie sous la racine de la dent



**Figure D. 4. Nœuds situés sur le contour du secteur sous la racine de la dent**

J varie de N2/2+2 à N2+2

Répartition de température répétitive :

$$T(1, J) = T(N1 + 2, J)$$

$$\frac{T(1, J) - T(2, J)}{DX1} = \frac{T(N1 + 2, J) - T(N1 + 1, J)}{DX3}$$

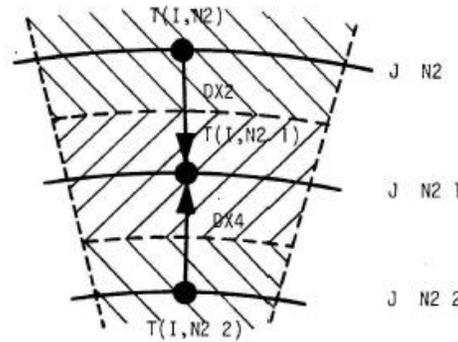
La distance DX1 est calculée au nœud (2, J) alors DX3 l'est au nœud (N1+1, J). Par suite de la symétrie de la dent par rapport à sa ligne de centre, les valeurs DX1 (2, J) et DX3 (N1+1, J) sont égales; cette égalité permet d'écrire la relation suivante :

$$T(N1 + 1, J) = T(2, J)$$

### 5. Bas de la dent

Il s'agit de la limite inférieure du secteur considéré pour l'étude (J=N2+2)

Un gradient de température linéaire est considéré :



**Figure D. 5. Nœuds de la limite inférieure du secteur d'engrenage**

$$\frac{T(I, N2) - T(I, N2 + 1)}{DX2} = \frac{T(I, N2 + 1) - T(I, N2 + 2)}{DX4}$$

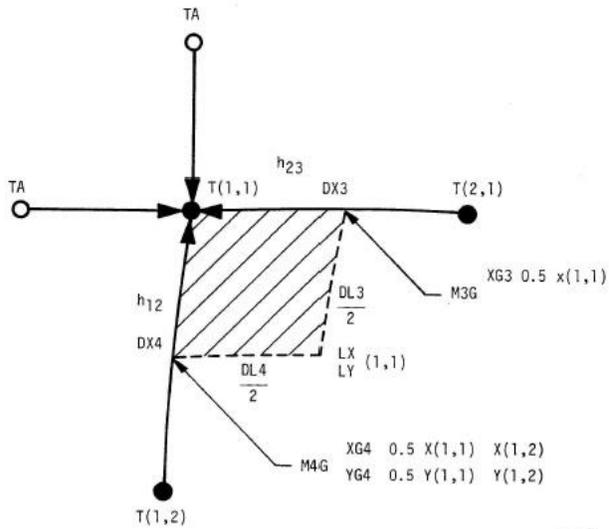
Pour raison de symétrie, DX2=DX4, alors  $T(I, N2+2)=2T(I, N2+1)-T(I, N2)$ , l'indice I varie de 2 N1+1.

### 6. Nœud du coin supérieur gauche

$$I=1, J=1$$

La loi de Kirchhoff s'applique au nœud comme suit :

$$\sum q \rightarrow (1,1) = 0$$



**Figure D. 6. Nœud du coin supérieur gauche**

Cette équation explicitée devient :

$$\sum q_k + \sum q_c + \sum q_p = 0$$

Soit :

$$q_k(2,1) + q_k(1,2) + q_{c1}(1,1) + q_{c2}(1,1) + q_{p7} = 0$$

$$k_{k1}[T(2,1) - T(1,1)] + k_{k2}[T(1,2) - T(1,1)] + k_{c1}[TA - T(1,1)] + k_{c2}[TA - T(1,1)] + q_{p7} = 0 \quad (D.6)$$

Avec

$$k_{k1} = k \frac{DL3}{2} F \frac{1}{DX3}$$

$$k_{k2} = k \frac{DL4}{2} F \frac{1}{DX4}$$

$$k_{c1} = h_{23} \frac{DL3}{2} F$$

$$k_{c2} = h_{12} \frac{DL4}{2} F$$

Avec  $k_k$  = conductance en conduction =  $kA/L$

$K_c$  = conductance en convection =  $hA$

L'arrangement de l'équation des flux de chaleur donne après simplification par F (largeur de la dent) l'expression de la température au nœud, soit :

$$T(1,1) = \left[ \frac{1}{k \left( \frac{DL3}{DX3} + \frac{DL4}{DX4} \right) + h_{23}DX3 + h_{12}DX4} \right] \left[ k \frac{DL3}{DX3} T(2,1) + k \frac{DL4}{DX4} T(1,2) + (h_{23}DX3 + h_{12}DX4)TA + \frac{2}{F} q_{p7} \right]$$

$$DX3 \begin{cases} DX3X = X(2,1) - X(1,1) \\ DY3Y = Y(2,1) - Y(1,1) \end{cases}$$

$$DX3 = \|DX3\| = \sqrt{(DX3X)^2 + (DY3Y)^2}$$

$$DL3 \begin{cases} DLX3 = 2[XG3 - LX(1,1)] \\ DLY3 = 2[YG3 - LY(1,1)] \end{cases}$$

$$\frac{DL3}{DX3} = \frac{(DLX3 * DX3Y - DLY3 * DX3X)}{\|DX3\|}$$

$$DX4 \begin{cases} DX4X = X(1,2) - X(1,1) \\ DY4Y = Y(1,2) - Y(1,1) \end{cases}$$

$$DX4 = \|DX4\| = \sqrt{(DX)^2 + (DY)^2}$$

$$DL4 \begin{cases} DLX4 = 2[LX(1,1) - XG4] \\ DLY4 = 2[LY(1,1) - YG4] \end{cases}$$

$$\frac{DL4}{DX4} = \frac{(DLX4 * DX4Y - DLY4 * DX4X)}{\|DX4\|}$$

## 7. Nœud du coin supérieur droit

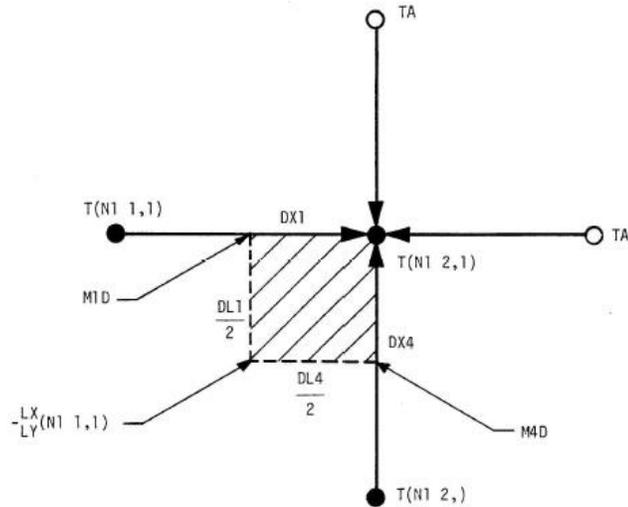


Figure D. 7. Nœud du coin supérieur droit

$$I=N1+2, J=1$$

La loi de Kirchhoff s'applique au nœud comme suit :

$$\sum q \rightarrow (N1 + 2,1) = 0$$

Cette équation explicitée devient :

$$\sum q_k + \sum q_c + \sum q_p = 0$$

Soit :

$$q_k (N1+1,1) + q_k (N1+2,2) + q_{c1} (N1+2,1) + q_{c2}(N1+2,1) + q_{p8}=0$$

$$k_{k1}[T(N1 + 1,1) - T(N1 + 2,1)] + k_{k2}[T(N1 + 2,2) - T(N1 + 2,1)] + k_{c1}[TA - T(N1 + 2,1)] + k_{c2}[TA - T(N1 + 2,1)] + q_{p7} = 0 \quad (D.7)$$

Avec

$$k_{k1} = k \frac{DL1}{2} F \frac{1}{DX1}$$

$$k_{k2} = k \frac{DL4}{2} F \frac{1}{DX4}$$

$$k_{c1} = h_{23} \frac{DX3}{2} F$$

$$k_{c2} = h_{34} \frac{DX4}{2} F$$

Donc :

$$T(N1 + 2,1) = \left[ \frac{1}{k \left( \frac{DL1}{DX1} + \frac{DL4}{DX4} \right) + h_{23}DX1 + h_{34}DX4} \right] \left[ k \frac{DL1}{DX1} T(N1 + 1,1) \right. \\ \left. + k \frac{DL4}{DX4} T(N1 + 2,2) + (h_{23}DX1 + h_{34}DX4)TA + \frac{2}{F} q_{p8} \right]$$

$$DX1 \begin{cases} DX1X = X(N1 + 2,1) - X(N1 + 1,1) \\ DY1Y = Y(N1 + 2,1) - Y(N1 + 1,1) \end{cases}$$

$$DX1 = \|DX1\| = \sqrt{(DX1X)^2 + (DY1Y)^2}$$

$$DL1 \begin{cases} DLX1 = 2[XD1 - LX(N1 + 1,1)] \\ DLY1 = 2[YD1 - LY(N1 + 1,1)] \end{cases}$$

$$\frac{DL1}{DX1} = \frac{(DLX1 * DX1Y - DLY1 * DX1X)}{\|DX1\|}$$

$$DX4 \begin{cases} DX4X = X(N1 + 2,2) - X(N1 + 2,1) \\ DY4Y = Y(N1 + 2,2) - Y(N1 + 2,1) \end{cases}$$

$$DX4 = \|DX4\| = \sqrt{(DX4X)^2 + (DY4Y)^2}$$

$$DL4 \begin{cases} DLX4 = 2[XD4 - LX(N1 + 1,1)] \\ DLY4 = 2[YD4 - LY(N1 + 1,1)] \end{cases}$$

$$\frac{DL4}{DX4} = \frac{(DLX4 * DX4Y - DLY4 * DX4X)}{\|DX4\|}$$

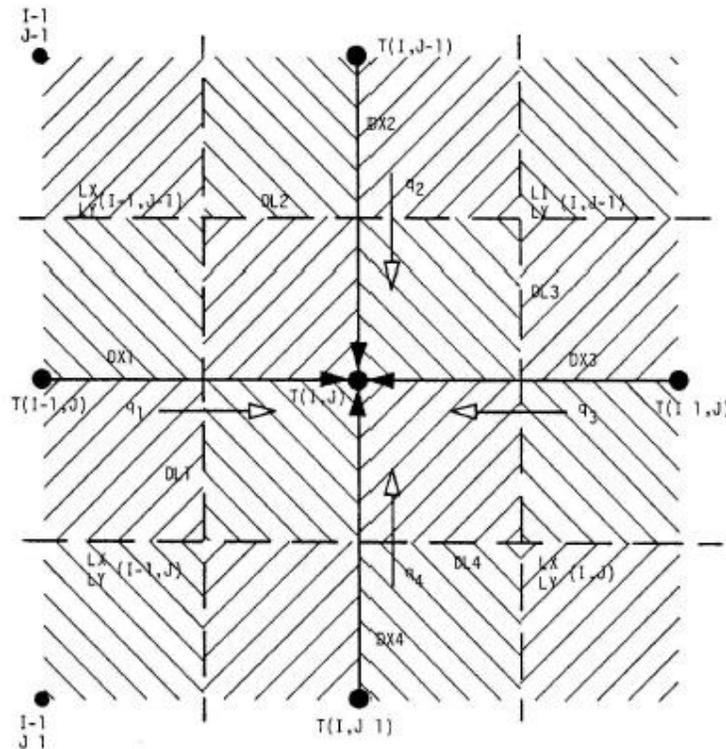
$$M1D \begin{cases} XD1 = 0.5 [X(N1 + 1,1) + X(N1 + 2,1)] \\ YD1 = 0.5 [Y(N1 + 1,1) + Y(N1 + 2,1)] \end{cases}$$

$$M4D \begin{cases} XD4 = 0.5 [X(N1 + 2,1) + X(N1 + 2,2)] \\ YD4 = 0.5 [Y(N1 + 2,1) + Y(N1 + 2,2)] \end{cases}$$

### 8. Nœuds internes

I varie de 2 à N1+1

J varie de 2 à N2+1



**Figure D. 8. Nœuds internes**

DX1 à DX4 : distance entre deux nœuds consécutifs,

DL1 à DL4 : côtés de l'élément (quadrilatère) renfermant de nœud.

La loi de Kirchhoff s'applique au nœud comme suit :

$$\sum q \rightarrow (I, J) = 0$$

Cette équation explicitée devient :

$$\sum q_k + \sum q_p = 0$$

$$q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_{p9} = 0$$

$$k_{k1}[T(I-1, J) - T(I, J)] + k_{k2}[T(I, J-1) - T(I, J)] + k_{k3}[T(I+1, J) - T(I, J)] + k_{k4}[T(I, J+1) - T(I, J)] + q_{p9} = 0$$

Avec

$$k_{ki} = k \frac{DL_i}{2} F \frac{1}{DX_i} \text{ (Conductance en conduction, } i \text{ de } 1 \text{ à } 4)$$

L'expression de la température au nœud (I, J) devient :

$$T(I, J) = \frac{1}{\sum_{i=1}^4 k_{ki}} [k_{k1}T(I-1, J) + k_{k2}T(I, J-1) + k_{k3}T(I+1, J) + k_{k4}T(I, J+1) + q_{p9}]$$

- Calcul des conductances en conduction  $k_{ki}$

$$k_{ki} = kF \frac{DL1}{DX1}$$

$$DL1 \begin{cases} DLX1 = LX(I-1, J) - LX(I-1, J-1) \\ DLY1 = LY(I-1, J) - LY(I-1, J-1) \end{cases}$$

$$DX1 \begin{cases} D1X = X(I, J) - X(I-1, J) \\ D1Y = Y(I, J) - Y(I-1, J) \end{cases}$$

$$\frac{DL1}{DX1} = \frac{(DLX1 * D1Y - DLY1 * D1X)}{\|DX1\|}$$

Les autres conductances en conduction  $k_{ki}$  ( $i=2$  à  $4$ ) ont la même expression que  $k_{k1}$ , mais il faut remplacer l'indice 1 dans DL1 et DX1 par 2,3 et 4.

Avec :

$$DL2 \begin{cases} DLX2 = LX(I - 1, J) - LX(I, J - 1) \\ DLY2 = LY(I - 1, J) - LY(I, J - 1) \end{cases}$$

$$DX2 \begin{cases} D2X = X(I, J) - X(I, J - 1) \\ D2Y = Y(I, J) - Y(I, J - 1) \end{cases}$$

$$DL3 \begin{cases} DLX3 = LX(I, J - 1) - LX(I, J) \\ DLY3 = LY(I, J - 1) - LY(I, J) \end{cases}$$

$$DX3 \begin{cases} D3X = X(I, J) - X(I + 1, J) \\ D3Y = Y(I, J) - Y(I + 1, J) \end{cases}$$

$$DL4 \begin{cases} DLX4 = LX(I, J) - LX(I - 1, J) \\ DLY4 = LY(I, J) - LY(I - 1, J) \end{cases}$$

$$DX4 \begin{cases} D4X = X(I, J) - X(I, J + 1) \\ D4Y = Y(I, J) - Y(I, J + 1) \end{cases}$$

## 9. Calcul de JLIMH

JLIMH est la valeur de J lorsque la valeur du coefficient de transfert de chaleur change sur le profil. Il s'agit des points 1 et 4 sur le profil (figure 4.4). Ces points sont situés au  $2/3$  de la hauteur de la dent à partir du sommet.

Calcul :

HAUT=hauteur de la dent =RE-R2

SEC=2\*HAUT

VERTI=distance verticale entre deux nœuds consécutifs=SEC/N2+1

TETE=2/3\*HAUT

PIED=1/3\*HAUT

$$J_{LIMH} = TETE / VERTI + 1$$

D'où

$$J_{LIMH} = \frac{N2 + 1}{3} + 1$$

### 10. Calcul de JCONV

JCONV est la valeur maximale de J pour laquelle le nœud sur le profil se situe encore au-dessus du cercle de pied de rayon R2 (Figure IV. 2).

$$\begin{aligned} J_{CONV} &= J_{LIMH} + \frac{PIED}{VERTI} \\ &= J_{LIMH} + \frac{1}{3} HAUT * \frac{N2 + 1}{2 * HAUT} \\ &= J_{LIMH} + \frac{N2 + 1}{6} \end{aligned}$$

En remplaçant  $J_{LIMH}$  par son expression trouvée précédemment :

$$J_{CONV} = \frac{N2 + 3}{6}$$

Remarque : il est suggéré de choisir la valeur maximale de J, soit N2 paire, afin d'éviter que le nœud situé à  $J=J_{CONV}$  tombe sur le cercle de pied.

## ANNEXE E

### ÉTUDE DE LA GÉOMÉTRIE DES ÉLÉMENTS DU MAILLAGE

La nécessité de cette étude réside dans le besoin de connaître le volume des nœuds affectés par la chaleur d'hystérésis de contact et de flexion. Soit VOL (I, J) le volume de chaque élément du maillage. Afin de déterminer VOL (I, J), il suffit de calculer la surface de chaque élément dans le plan XY de l'engrenage, soit SURF (I, J), et de multiplier la valeur par F, la largeur de la dent.

La suite de l'annexe présente le calcul de la surface de chaque élément, il convient de mentionner que ces éléments sont rassemblés en groupe d'éléments ayant les mêmes équations.

#### 1. Nœuds intérieurs (Figure D.8, ANNEXE D)

$$I=2, N1+1$$

$$J=2, JCONV$$

$$\text{SURF}(I, J) = 0.5|XCOT2 * YCOT1 - XCOT1 * YCOT2 + XCOT4 * YCOT3 - XCOT3 * YCOT4|$$

$\overrightarrow{COT1}$  à  $\overrightarrow{COT4}$  sont les valeurs côtés du quadrilatère entourant le nœud, les composantes de ces vecteurs se présentent comme suit :

$$\overrightarrow{COT1} \begin{cases} XCOT1(I, J) = LX(I - 1, J) - LX(I - 1, J - 1) \\ YCOT1(I, J) = LY(I - 1, J) - LY(I - 1, J - 1) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{COT2} \begin{cases} XCOT2(I, J) = LX(I - 1, J - 1) - LX(I, J - 1) \\ YCOT2(I, J) = LY(I - 1, J - 1) - LY(I, J - 1) \end{cases}$$

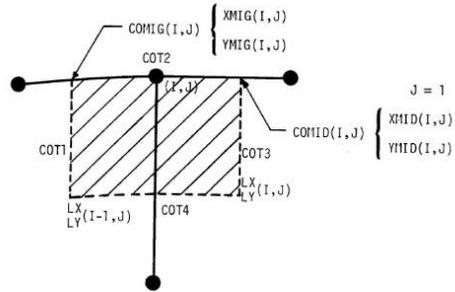
$$\overrightarrow{COT3} \begin{cases} XCOT3(I, J) = LX(I, J - 1) - LX(I, J) \\ YCOT3(I, J) = LY(I, J - 1) - LY(I, J) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{COT4} \begin{cases} XCOT4(I, J) = LX(I, J) - LX(I - 1, J) \\ YCOT4(I, J) = LY(I, J) - LY(I - 1, J) \end{cases}$$

## 2. Nœuds du sommet

$$I=2, N1+1$$

$$J=1$$



**Figure E. 1. Géométrie du demi-élément d'un nœud situé sur le sommet de la dent**  
 $\overrightarrow{COT1}$  à  $\overrightarrow{COT4}$  = vecteur- côtés du quadrilatère contenant chaque demi-élément du sommet.

COMIG (I, J) et COMID (I, J) représentent les coordonnées J=1 du début et de la fin respectivement de l'élément entourant le nœud (I, J).

$$\text{COMIG} \begin{cases} \text{XMIG} = 0.5(X(I-1, J) + X(I, J)) \\ \text{YMIG} = 0.5(Y(I-1, J) + Y(I, J)) \end{cases}$$

$$\text{COMID} \begin{cases} \text{XMID} = 0.5(X(I, J) + X(I+1, J)) \\ \text{YMID} = 0.5(Y(I, J) + Y(I+1, J)) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{COT1} \begin{cases} \text{XCOT1} = \text{XMIG}(I, J) - \text{LX}(I-1, J) \\ \text{YCOT1} = \text{YMIG}(I, J) - \text{LY}(I-1, J) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{COT2} \begin{cases} \text{XCOT2} = \text{XMID}(I, J) - \text{XMIG}(I, J) = 0.5[X(I+1, J) - X(I-1, J)] \\ \text{YCOT2} = 0.5[Y(I+1, J) - Y(I-1, J)] \end{cases}$$

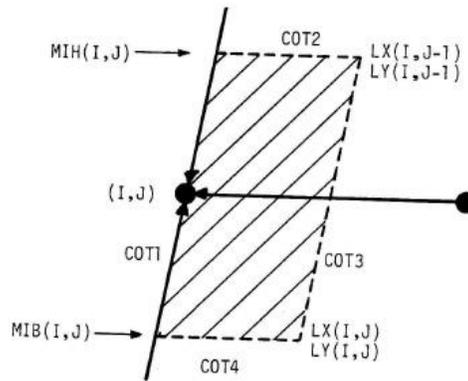
$$\overrightarrow{COT3} \begin{cases} \text{XCOT3} = \text{XMID}(I, J) - \text{LX}(I, J) \\ \text{YCOT3} = \text{YMID}(I, J) - \text{LY}(I, J) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{\text{COT4}} \begin{cases} \text{XCOT4} = \text{LX}(\text{I}, \text{J}) - \text{LX}(\text{I} - 1, \text{J}) \\ \text{YCOT4} = \text{LY}(\text{I}, \text{J}) - \text{LY}(\text{I} - 1, \text{J}) \end{cases}$$

### 3. Profil non chargé

I=1

J=2, JCONV



**Figure E. 2. Nœud situé sur le profil non chargé**

$$\text{MIH} \begin{cases} \text{XMIH} = 0.5[\text{X}(\text{I}, \text{J} - 1) + \text{X}(\text{I}, \text{J})] \\ \text{YMIH} = 0.5[\text{Y}(\text{I}, \text{J} - 1) + \text{Y}(\text{I}, \text{J})] \end{cases}$$

$$\text{MIB} \begin{cases} \text{XMIB} = 0.5[\text{X}(\text{I}, \text{J}) + \text{X}(\text{I}, \text{J} + 1)] \\ \text{YMIB} = 0.5[\text{Y}(\text{I}, \text{J}) + \text{Y}(\text{I}, \text{J} + 1)] \end{cases}$$

$$\overrightarrow{\text{COT1}} \begin{cases} \text{XCOT1} = \text{XMIH}(\text{I}, \text{J}) - \text{XMIB}(\text{I}, \text{J}) \\ \text{YCOT1} = \text{YMIH}(\text{I}, \text{J}) - \text{YMIB}(\text{I}, \text{J}) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{\text{COT2}} \begin{cases} \text{XCOT2} = \text{LX}(\text{I}, \text{J} - 1) - \text{XMIH}(\text{I}, \text{J}) \\ \text{YCOT2} = \text{LY}(\text{I}, \text{J} - 1) - \text{YMIH}(\text{I}, \text{J}) \end{cases}$$

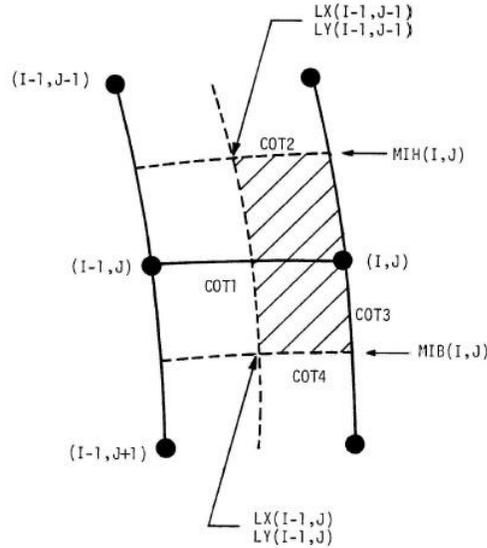
$$\overrightarrow{\text{COT3}} \begin{cases} \text{XCOT3} = \text{LX}(\text{I}, \text{J} - 1) - \text{LX}(\text{I}, \text{J}) \\ \text{YCOT3} = \text{LY}(\text{I}, \text{J} - 1) - \text{LY}(\text{I}, \text{J}) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{\text{COT4}} \begin{cases} \text{XCOT4} = \text{LX}(\text{I}, \text{J}) - \text{XMIB}(\text{I}, \text{J}) \\ \text{YCOT4} = \text{LY}(\text{I}, \text{J}) - \text{YMIB}(\text{I}, \text{J}) \end{cases}$$

#### 4. Profil chargé

$I=N1+2$

$J=2, JCONV$



**Figure E. 3. Nœud situé sur le profil chargé**

$$MIH \begin{cases} XMIH = 0.5[X(I, J - 1) + X(I, J)] \\ YMIH = 0.5[Y(I, J - 1) + Y(I, J)] \end{cases}$$

$$MIB \begin{cases} XMIB = 0.5[X(I, J) + X(I, J + 1)] \\ YMIB = 0.5[Y(I, J) + Y(I, J + 1)] \end{cases}$$

$$\overrightarrow{COT1} \begin{cases} XCOT1 = LX(I - 1, J - 1) - LX(I - 1, J) \\ YCOT1 = LY(I - 1, J - 1) - LY(I - 1, J) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{COT2} \begin{cases} XCOT2 = XMIH(I, J) - LX(I - 1, J - 1) \\ YCOT2 = YMIH(I, J) - LY(I - 1, J - 1) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{COT3} \begin{cases} XCOT3 = XMIH(I, J) - XMIB(I, J) \\ YCOT3 = YMIH(I, J) - YMIB(I, J) \end{cases}$$

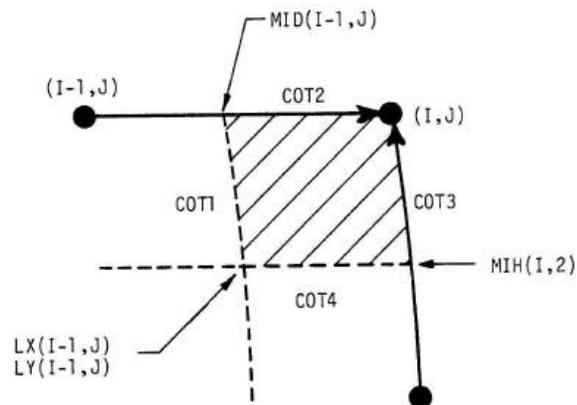
$$\overrightarrow{COT4} \begin{cases} XCOT4 = XMIB(I, J) - LX(I, J) \\ YCOT4 = YMIB(I, J) - LY(I, J) \end{cases}$$

### 5. Nœud du coin supérieur droit

$$I=N1+2$$

$$J=1$$

Il s'agit d'un quart d'élément



**Figure E. 4. Nœud du coin supérieur droit**

$$\overrightarrow{COT1} \begin{cases} XCOT1 = XMID(I-1,1) - LX(I-1,1) \\ YCOT1 = YMID(I-1,1) - LY(I-1,1) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{COT2} \begin{cases} XCOT2 = X(I,1) - XMID(I-1,1) \\ YCOT2 = Y(I,1) - YMID(I-1,1) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{COT3} \begin{cases} XCOT3 = X(I,1) - XMIH(I,2) \\ YCOT3 = Y(I,1) - YMIH(I,2) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{COT4} \begin{cases} XCOT4 = XMIH(I,2) - LX(I-1,1) \\ YCOT4 = YMIH(I,2) - LY(I-1,1) \end{cases}$$

## ANNEXE F

### PROTOCOLE POUR LA DÉTERMINATION DE LA MASSE VOLUMIQUE D'UN COMPOSITE AVEC UN PYCNOMÈTRE

Protocole basé sur la norme ISO2781

#### 1. Noms des variables

$M_p$  : masse pycnomètre

$V_p$  : Volume pycnomètre (49,86 cm<sup>3</sup>)

$V_c$  : Volume composite

$V_e$  : Volume d'éthanol ( $V_e'$  : volume d'éthanol avec composite)

$M_e$  : Masse d'éthanol ( $M_e'$  : masse d'éthanol avec composite)

$M_c$  : Masse composite

$\rho_c$  : Masse volumique du composite

$\rho_e$  : Masse volumique de l'éthanol

Pour faciliter les calculs, les poids peuvent être mesurés en grammes et les volumes en cm<sup>3</sup>, donc la masse volumique sera donnée en g/cm<sup>3</sup>.



*Image d'un pycnomètre*

#### 2. Mesure de la masse volumique de l'éthanol

1) Peser le pycnomètre vide :  $M_1$  (=  $M_p$ )

2) Remplir le pycnomètre d'éthanol à ras bord

3) Enfoncer le bouchon et essuyer le trop plein

4) Peser le pycnomètre avec bouchon plein d'éthanol :  $M_2$  (=  $M_p$  +  $M_e$ )

5) Calcul de  $\rho_e = \frac{M_2 - M_1}{V_p}$

6) Refaire l'essai au moins 5 fois (moyenne, écart-type...) et comparer avec les données de la littérature.

#### 3. Mesure de la masse volumique du composite

1) Couper le composite en petits morceaux et le mettre dans le pycnomètre sec

2) Peser le pycnomètre + composite :  $M_3$  (=  $M_p$  +  $M_c$ )

3) Remplir le pycnomètre d'éthanol à ras bord

4) Enfoncer le bouchon et essuyer le trop plein

5) Peser le pycnomètre avec le composite et l'éthanol :  $M_4$  (=  $M_p$  +  $M_c$  +  $M_e'$ )

6) Calcul de  $V_c$ :  $V_c = V_p - V_e' = V_p - \frac{M_e'}{\rho_e} = V_p - \frac{M_4 - M_3}{\rho_e}$

7) Calcul de  $\rho_c$ :  $\rho_c = \frac{M_c}{V_c} = \frac{M_3 - M_p}{V_p - \frac{M_4 - M_3}{\rho_e}}$

8) Refaire l'essai au moins 5 fois (moyenne, écart-type...).

## ANNEXE G

### TECHNIQUE DE MESURE DE LA CONDUCTIBILITÉ



#### **Technique de source plane transitoire modifiée**

L'analyseur de conductivité thermique TCI, qui représente la troisième génération d'une technologie brevetée, fait passer à un niveau supérieur les possibilités de cet outil de test rapide et non destructif de conductivité et de diffusivité thermiques. Conçu pour fournir aux laboratoires, aux services de contrôle de la qualité et aux sites de production une caractérisation thermique simple et de haute précision, l'analyseur de conductivité thermique TCI ne nécessite ni étalonnage ni préparation d'échantillons. Cet instrument possède des capacités de test importantes (0,0 à 220 W.m.K) dans une large gamme de températures (-50°C à 200°C).

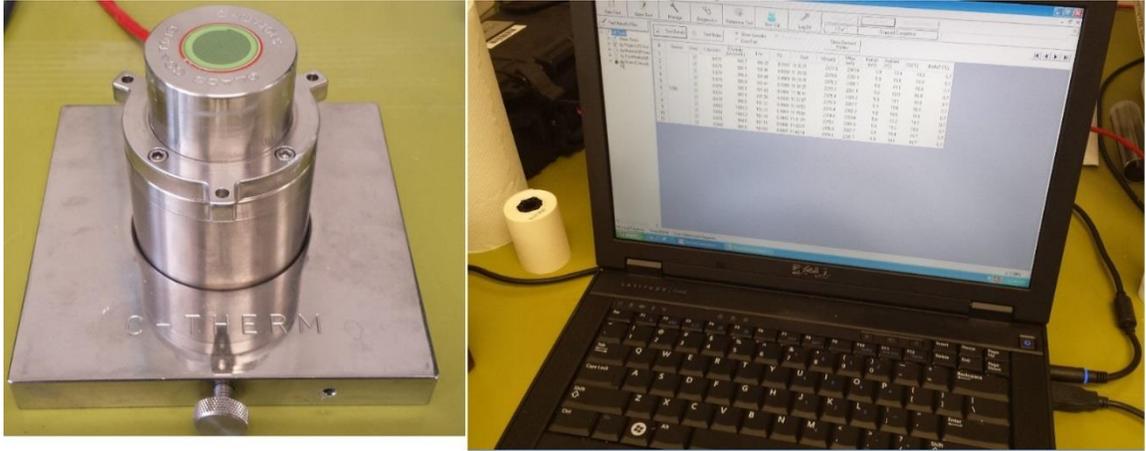
Le capteur TCI est basé sur la technique de source plane transitoire modifiée. Il utilise un capteur réflecteur thermique unilatéral et interfacial qui émet une source de chaleur constante et passagère sur l'échantillon.

La conductivité et l'effusivité thermiques sont mesurées directement et rapidement, offrant un aperçu d'ensemble détaillé des caractéristiques thermiques de l'échantillon.

#### **Utilisation des technologies C-Therm**

Les échantillons peuvent être solides, liquides, pâteux ou poudreux. Un courant est émis vers l'élément chauffant du capteur (Figure G. 1) pour créer une petite quantité de chaleur. Cette chaleur entraîne une augmentation de la température à l'interface entre le capteur et l'échantillon – en général moins de 2°C. Cette élévation de température à l'interface entraîne un changement dans la chute de tension de l'élément capteur. Le taux d'augmentation de la tension du capteur est utilisé pour déterminer les propriétés thermophysiques de l'échantillon.

Les propriétés thermophysiques de l'échantillon sont inversement proportionnelles au taux d'augmentation de la tension du capteur. Plus le matériau est isolant au plan thermique, plus la tension augmente rapidement. Les résultats s'affichent sur l'ordinateur portable du système en temps réel.



**Figure G. 1. Équipements utilisés pour la mesure de la conductibilité thermique**

## ANNEXE H

### RÉSULTATS DES ESSAIS EXPÉRIMENTAUX SUR ENGRENAGES GEAR40B

Couple	Tb	500 tr/min		1000 tr/min		$\Delta T$	% $\Delta T$
		Moyenne	Écart type	Moyenne	Écart type		
<b>2.50</b>	Min	31.93	0.69	33.24	0.42	1.31	4.09
	Max	35.65	0.75	37.66	0.11	2.01	5.64
	Moyenne	33.79	0.21	35.45	0.27	1.66	4.91
<b>5.00</b>	Min	35.91	0.14	39.24	0.01	3.33	9.28
	Max	40.80	0.81	43.65	0.22	2.84	6.96
	Moyenne	38.36	0.35	41.44	0.11	3.09	8.05
<b>7.50</b>	Min	41.04	0.34	45.26	0.29	4.21	10.26
	Max	45.95	0.91	49.37	0.22	3.42	7.44
	Moyenne	43.50	0.50	47.31	0.04	3.82	8.77
<b>10.00</b>	Min	45.99	0.93	51.60	0.07	5.61	12.21
	Max	51.04	0.86	55.26	0.25	4.21	8.25
	Moyenne	48.52	0.79	53.43	0.09	4.91	10.13

## **ANNEXE I**

### **PROCEDURE D'UTILISATION DU PROGRAMME MATLAB POUR LA DÉTERMINATION DU TEMPÉRATURE D'ÉQUILIBRE**

Les grandes lignes de chacun des modules du programme se présentent comme suit :

#### **I. MODULE A- CHALEUR**

1. Géométrie et conditions d'opération
2. Calcul de la chaleur de frottement global
3. Répartition de la chaleur de frottement entre les eux dents d'engrenages en contact
  - 3.1. Facteur de répartition de chaleur sur la ligne d'action
  - 3.2. Facteur de répartition de chaleur à l'extérieur de la ligne d'action
  - 3.3. Portion de chaleur reprise par chaque dent d'une paire en contact
  - 3.4. Taux de production de chaleur de frottement pondéré sur un cycle de rotation pour un seul engrenage
4. Calcul de la chaleur d'hystérésis
  - 4.1. Distribution de la contrainte de flexion
  - 4.2. Chaleur d'hystérésis de flexion
  - 4.3. Distribution de la contrainte de contact de Hertz
  - 4.4. Chaleur d'hystérésis de contact

#### **II. MODULE B- DISTRIBUTION DE TEMPÉRATURE EN RÉGIME PERMANENT**

1. Géométrie et configuration du modèle
  - 1.1. Détermination du nombre de nœuds  $N1 \times N2$

1.2.Coordonnées des éléments du maillage

1.3.Volume des éléments

1.4.Profil de la dent

1.5.Paramètres de transfert de chaleur

- ✓ Température ambiante
- ✓ Distribution de la valeur de coefficient de transfert de chaleur H1 à H4
- ✓ Conductibilité thermique

2. Distribution de la température

2.1. Distribution initiale supposé

2.2. Nouvelles valeurs de température aux nœuds calculées au moyen des équations caractéristiques d'équilibre

2.3. Comparaison entre l'ancienne distribution (2.1) et la nouvelle distribution (2.2)

2.4. Vérification du critère de convergence

2.5. Résultats de la distribution de la température d'équilibre

# PROGRAMME MATLAB

## 1. PROGRAMME PRINCIPAL

```
1. clear all
2. close all
3. z1=30;
4. z2=30;
5. P=10;
6. w1=500; % vitesse de rotation en tr/min
7.
8. Ro1=0.043; % Masse volumique de la roue 1 lb/po3
9. Ro2=0.043; % Masse volumique de la roue 2 lb/po3
10. C1=0.3165; % Chaleur spécifique de la roue 1 BTU/lb °F
11. C2=0.3165; % Chaleur spécifique de la roue 2 BTU/lb °F
12. CK1= 0.455 ; %Conductibilité thermique de la roue 1
    BTU/(HR*FT*F)
13. CK2= 0.455; % Conductibilité thermique de la roue 2
    BTU/(HR*FT*F)
14.
15. T = 22.127 ; % couple en lb.po
16.
17. E11= 3.45; % Module élastique roue 1 en GPa
18. E22= 3.45 ; % Module élastique roue 2 en GPa
19.
20. E1=E11*10^9/ (4.44/0.0254^2); % Module lb/po2
21. E2=E22*10^9(4.44/0.0254^2); % Module lb/po2
22. nu1=0.33; % coefficient de poisson
23. nu2=0.33; %0.33; % coefficient de poisson
24. mu=0.5; % Coefficient de frottement
25. alphaDEG = 20; % Angle de pression
26. b=0.256; % Largeur de la dent en pouce
27. ha = 1.0; % constante de saillie
28. c = 0.25; % : Constante de creux
29. Nef = 500; % Number of points on curve EF
30. Nei=10;
31.
32. alpha = alphaDEG*pi/180; % angle de pression (Radian)
33. Dp1 = Z1/P; % Diamètre au cercle primitif en Po
34. Rp1 = Dp1/2; % Rayon au cercle primitif
35. Da1 = (Z1+2*ha) /P; % Diamètre au cercle de tête
36. Ra1 = Da1/2; % Rayon au cercle de tête
37. Dr1 = (Z1-2*ha-2*c) /P; % Diamètre au cercle de pied
38. Rr1 = Dr1/2; % Rayon du cercle à la racine (au cercle de
    pied)
39. Db1 = Dp1*cos(alpha); % Diamètre au cercle de base
```

```

40.      Rb1 = Db1/2; % Rayon au cercle de base
41.      w2=w1*(Z1/Z2); %Vitesse de rotation de la roue menée
42.
43.      Dp2=Z2/P;
44.      Rp2 = Dp2/2; % Rayon au cercle primitif
45.      Da2 = (Z2+2*ha) /P; % Diamètre au cercle de tête
46.      Ra2 = Da2/2; % Rayon au cercle de tête
47.      Dr2 = (Z2-2*ha-2*c) /P; % Diamètre au cercle de pied
48.      Rr2 = Dr2/2; % Rayon du cercle à la racine (au cercle de
    pied)
49.      Db2 = Dp2*cos(alpha); % Diamètre au cercle de base
50.      Rb2 = Db2/2; % Rayon au cercle de base
51.
52.      TP=pi/(2*P); %épaisseur au cercle primitif
53.
54.      haa = 1/P; %Calcul de hauteur de saillie
55.      hf = 1.25/P; %Calcul du hauteur du creux
56.      h = haa+hf; %Calcul de la hauteur de la dent
57.
58.      DE=Da1; % Diamètre au cercle de tête
59.      D2=Dr1; % Diamètre au cercle de pied
60.      DP=Dp1;
61.      RE=DE/2;
62.      RB=Rb1;
63.
64.      R=0.03; % Rayon de raccordement à la base: Bonne valeur
65.      R1=4;
66.      R2=10;
67.      N1=R1;
68.      N2=R2;
69.      DX=(DE-D2) /N2 ;
70.      RC=D2/2+R ;
71.      RA=DE/2+DX/2;
72.      RB=Rb1;
73.      DP=Dp1;
74.      alpha = alphaDEG*pi/180
75.
76.      M2=N1+2;
77.      M1=N1+1;
78.      M3=N2+1;
79.      M4=N2+2;
80.
81.      GAMC= (2*R*(1-sqrt (1-( (RC-D2/2) *(RC-D2/2)/(R^2))))/RC) +
    angle(RB,alpha,TP,DP);
82.
83.      for i=1:50;

```

```

84.         for j=1:50;
85.             GAM(i,j)=0;
86.         end
87.     end
88.
89.     for j=1:M4;
90.
91.         if RA<D2/2
92.             GAMMA(j)=2*pi/(P*DP);
93.         elseif RA<RB & RB>=RC
94.             if RA<RC
95.                 GAMMA(j)=(2*R*( 1-sqrt(1-( (RC-RA)*(RC-RA)/(R^2) )
96. ) )/RC)+ angle(RB,alpha,TP,DP);
97.             else
98.                 GAMMA(j)=angle(RB,alpha,TP,DP);
99.             end
100.        elseif RA<RC & RC>=RB
101.            GAMMA(j)=(2*R*( 1-sqrt(1-( (RC-RA)*(RC-RA)/(R^2) )
102. ) )/RC)+ angle(RC,alpha,TP,DP);
103.        else
104.            GAMMA(j)=angle(RA,alpha,TP,DP);
105.        end
106.    for i=1:M2;
107.        TAU(j)=GAMMA(j)*(i-(N1+3)/2)/N1;
108.        GAM(i,j)=TAU(j);
109.        X(i,j)=sin(TAU(j))*RA;
110.        Y(i,j)=cos(TAU(j))*RA;
111.    end
112.    RA=RA-DX;
113. end
114. figure (1)
115. plot(X,Y,'b-','LineWidth',2)
116. for i=1:M1;
117.     for j=1:M3 ;
118.         LX(i,j)=(X(i,j)+X(i+1,j)+X(i,j+1)+X(i+1,j+1))/4;
119.         LY(i,j)=(Y(i,j)+Y(i+1,j)+Y(i,j+1)+Y(i+1,j+1))/4;
120.     end
121. end
122. i1=1;
123. N3=floor(N1/10);
124. if N3<2
125.     N3=1;
126. end
127.     for j=1:N3:M1;
128.         X1(i1)=LX(j,1);
129.         Y1(i1)=LY(j,1);

```

```

128.             i1=i1+1;
129.             X1(i1)=LX(j,M3);
130.             Y1(i1)=LY(j,M3);
131.             i1=i1+1;
132.         end
133.         N3=floor(N2/20);
134.     if N3<1
135.         N3=1;
136.     end
137.     for j=2:N3:N2;
138.         X1(i1)=LX(1,j);
139.         Y1(i1)=LY(1,j);
140.         i1=i1+1;
141.         X1(i1)=LX(M1,j);
142.         Y1(i1)=LY(M1,j);
143.         i1=i1+1;
144.     end
145.     for i=1:M2;
146.         for j=1:M4 ;
147.             VOL(i,j)=0;
148.         end
149.     end
150.
151.         Jconv=(N2+3)/2;
152.
153.     for i=2:M1;
154.         for j=2:Jconv;
155.             XCOT1=LX(i-1,j)-LX(i-1,j-1);
156.             YCOT1=LY(i-1,j)-LY(i-1,j-1);
157.
158.             XCOT2=LX(i-1,j-1)-LX(i,j-1);
159.             YCOT2=LY(i-1,j-1)-LY(i,j-1);
160.
161.             XCOT3=LX(i,j-1)-LX(i,j);
162.             YCOT3=LY(i,j-1)-LY(i,j);
163.
164.             XCOT4=LX(i,j)-LX(i-1,j);
165.             YCOT4=LY(i,j)-LY(i-1,j);
166.
167.             VOL(i,j)=b*abs(XCOT2*YCOT1-
XCOT1*YCOT2+XCOT4*YCOT3-XCOT3*YCOT4)/2;
168.         end
169.     end
170.
171.     j=1;

```

```

172.
173.     for i=2:M1;
174.
175.         XMIG(i,j)=(X(i-1,j)+X(i,j))/2;
176.         YMIG(i,j)=(Y(i-1,j)+Y(i,j))/2;
177.
178.         XMID(i,j)=(X(i,j)+X(i+1,j))/2;
179.         YMID(i,j)=(Y(i,j)+Y(i+1,j))/2;
180.
181.         XCOT1=XMIG(i,j)-LX(i-1,j);
182.         YCOT1=YMIG(i,j)-LY(i-1,j);
183.
184.         XCOT2=XMID(i,j)-XMIG(i,j);
185.         YCOT2=YMID(i,j)-YMIG(i,j);
186.
187.         XCOT3=XMID(i,j)-LX(i,j);
188.         YCOT3=YMID(i,j)-LY(i,j);
189.
190.         XCOT4=LX(i,j)-LX(i-1,j);
191.         YCOT4=LY(i,j)-LY(i-1,j);
192.
193.         VOL(i,j)=b*abs(XCOT2*YCOT1-XCOT1*YCOT2+XCOT4*YCOT3-
XCOT3*YCOT4)/2;
194.
195.     end
196.
197.     for j=2:Jconv ;
198.
199.         NB=1;
200.         i=1;
201.
202.         for NB=1:2
203.             XMIH(i,j)=(X(i,j-1)+X(i,j))/2;
204.             YMIH(i,j)=(Y(i,j-1)+Y(i,j))/2;
205.             XMIB(i,j)=(X(i,j)+X(i,j+1))/2;
206.             YMIB(i,j)=(Y(i,j)+Y(i,j+1))/2;
207.
208.             NB=NB+1;
209.             i=N1+2;
210.
211.         end
212.         i=1;
213.         XCOT1=XMIH(1,j)-XMIB(1,j);
214.         YCOT1=YMIH(1,j)-YMIB(1,j);
215.

```

```

216.          XCOT2=LX(1,j-1)-XMIH(1,j);
217.          YCOT2=LY(1,j-1)-YMIH(1,j);
218.
219.          XCOT3=LX(1,j-1)-LX(1,j);
220.          YCOT3=LY(1,j-1)-LY(1,j);
221.
222.          XCOT4=LX(1,j)-XMIB(1,j);
223.          YCOT4=LY(1,j)-YMIB(1,j);
224.
225.          VOL(i,j)=b*abs(XCOT2*YCOT1-XCOT1*YCOT2+XCOT4*YCOT3-
          XCOT3*YCOT4)/2;
226.
227.          i=M2;
228.
229.          XCOT1=LX(i-1,j-1)-LX(i-1,j);
230.          YCOT1=LY(i-1,j-1)-LY(i-1,j);
231.
232.          XCOT2=XMIH(i,j)-LX(i-1,j-1);
233.          YCOT2=YMIH(i,j)-LY(i-1,j-1);
234.
235.          XCOT3=XMIH(i,j)-XMIB(i,j);
236.          YCOT3=YMIH(i,j)-YMIB(i,j);
237.
238.          XCOT4=XMIB(i,j)-LX(i-1,j);
239.          YCOT4=YMIB(i,j)-LY(i-1,j);
240.
241.          VOL(i,j)=b*abs(XCOT2*YCOT1-XCOT1*YCOT2+XCOT4*YCOT3-
          XCOT3*YCOT4)/2;
242.          end
243.
244.          i=N1+2;
245.          j=1;
246.
247.          XCOT1=XMID(i-1,1)-LX(i-1,1);
248.          YCOT1=YMID(i-1,1)-LY(i-1,1);
249.
250.          XCOT2=X(i,1)-XMID(i-1,1);
251.          YCOT2=Y(i,1)-YMID(i-1,1);
252.
253.          XCOT3=X(i,1)-XMIH(i,2);
254.          YCOT3=Y(i,1)-YMIH(i,2);
255.
256.          XCOT4=XMIH(i,2)-LX(i-1,1);
257.          YCOT4=YMIH(i,2)-LY(i-1,1);
258.

```

```

259.          VOL(M2,j)=b*abs(XCOT2*YCOT1-XCOT1*YCOT2+XCOT4*YCOT3-
XCOT3*YCOT4)/2;
260.
261.          for j=1:Jconv;
262.              VOL(1,j)=0.5*VOL(2,j);
263.              VOL(M2,j)=VOL(1,j);
264.          end
265.
266.
267.          %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
          %%%% Calcul de la répartition de charge au cercle primitif
          %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
268.
269.          Cth=(Z1+Z2)/(2*P);
270.          alphafonc=alpha
271.          Wn=(2*P*T)/(Z1*cos(alphafonc))
272.
273.          W0=Wn/b
274.          Fteta=alphafonc*180/pi;
275.          alpha1=CK1*C1*Ro1;
276.          alpha2=CK2*C2*Ro2;
277.
278.          AA2=ha;
279.          AA1=ha;
280.          AD2=c;
281.
282.          S2PnDebut=- (Z2/(2*pi*cos(alpha)))*(sqrt((1+2*AA2/Z2)^2-
(cos(alpha))^2)-cos(alpha)*tan(alphafonc));
283.
284.          S1PnFin=(Z1/(2*pi*cos(alpha)))*(sqrt((1+2*AA1/Z1)^2-
(cos(alpha))^2)-cos(alpha)*tan(alphafonc));
285.
286.          CR=S1PnFin-S2PnDebut;
287.
288.          DeltaSPn=0.131*(E2)^(-
0.34)*(W0*P*cos(alphafonc))^(0.35)*Z2^(0.7)*(Z2/Z1)^(-0.55);
289.
290.          if E1>E2
291.
292.              DeltaS2Pn=DeltaSPn*(E1/E2)^(-0.11);
293.              DeltaS1Pn=DeltaSPn*(E1/E2)^(-0.05);
294.
295.              S2PnDebutReel=S2PnDebut-DeltaS2Pn;
296.              S1PnFinReel=S1PnFin+DeltaS1Pn ;
297.          elseif E1<E2

```

```

298.
299.         DeltaS2Pn=DeltaSPn*(E2/E1)^(-0.11);
300.         DeltaS1Pn=DeltaSPn*(E2/12)^(-0.05);
301.
302.         S2PnDebutReel=S2PnDebut-DeltaS2Pn;
303.         S1PnFinReel=S1PnFin+DeltaS1Pn ;
304.
305.     else
306.
307.         S2PnDebutReel=S2PnDebut-DeltaSPn;
308.         S1PnFinReel=S1PnFin+DeltaSPn ;
309.
310.     end
311.
312.         RCR=S1PnFinReel-S2PnDebutReel
313.
314.         WiPrimitif= 0.48*E2^(0.28)*(W0*P*cos(alphafonc))^(-
.22)*Z2^(-0.4)*(Z2/Z1)^(0.1);
315.
316.         if WiPrimitif<1
317.
318.             inc=abs(S2PnDebutReel)/Nef;
319.             for i=1:(Nef+1)
320.
321.                 SPnA (i)=S2PnDebutReel+inc*(i-1);
322.
323.                 WiApproche (i)= WiPrimitif*cos(
(pi/2)*SPnA(i)/S2PnDebutReel );
324.
325.             end
326.
327.             inc= S1PnFinReel/Nef;
328.             for i=1:(Nef+1);
329.
330.                 SPnR(i)=inc*(i-1) ;
331.
332.                 WiRetraite(i)= WiPrimitif*cos(
(pi/2)*SPnR(i)/S1PnFinReel ); %
333.             end
334.
335.             elseif WiPrimitif>=1
336.
337.                 WiPrimitif=1;
338.                 inc=abs(S2PnDebutReel)/Nef;
339.                 for i=1:(Nef+1)

```

```

340.
341.         SPnA (i)=S2PnDebutReel+inc*(i-1);
342.
343.         WiApproche(i)= WiPrimitif*cos(
          (pi/2)*SPnA(i)/S2PnDebutReel );
344.         end
345.
346.         inc= S1PnFinReel/Nef;
347.         for i=1:(Nef+1);
348.
349.             SPnR(i)=inc*(i-1) ;
350.
351.             WiRetraite(i)= WiPrimitif*cos(
          (pi/2)*SPnR(i)/S1PnFinReel );
352.
353.         end
354.
355.     end
356.
357.
          %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
          %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
          %Calcul de LAMDA à l'extérieur de la ligne d 'action: Coefficient
          de répartition de chaleur
          %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
          %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
358.                                     %%%APPROCHE %%%
359.
360.         S2P=abs (S2PnDebut-0.5*DeltaSPn); % Position où la
          vitesse est déterminée
361.         SPn=S2P;
362.
363.         [KMOY,V1,V2,U1,U2,VG]=
          Kmoyen (SPn,P,alphafonc,alpha,Fteta,AA2,Z1,Z2,w2);
364.
365.         AKmoyen=KMOY;
366.         ANum=sqrt( abs(alpha2*U2) );
367.         ADeno=sqrt( abs(alpha1*U1) );
368.
369.         ALamda2=ANum/( ANum+ADeno);
370.
371.         ALamda1=1-ALamda2;
372.
373.                                     %%%RETRAIT %%%
374.

```

```

375.      S1P=S1PnFin+0.5*DeltaSPn;
376.      SPn=S1P;
377.      Z=Z2;
378.      Z2=Z1;
379.      Z1=Z;
380.
381.      [KMOY,V1,V2,U1,U2,VG]=
      Kmoyen (SPn,P,alphafonc,alpha,Fteta,AA2,Z1,Z2,w2);
382.
383.      RKmoyen=KMOY;
384.
385.      RNum=sqrt( abs(alpha2*U2) );
386.      RDeno=sqrt( abs(alpha1*U1) );
387.
388.      RLamda2=RNum/(RNum+RDeno);
389.      RLamda1=1-RLamda2;
390.
391.
      %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
      %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% CALCUL DE CHALEUR DE FROTTEMENT
      %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
392.      %%%%% A l'extérieur de la ligne d'action %%%%
393.
394.      %%% APPROCHE %%%%%%%%%%
395.
396.      CEXT1=Wn/(4668*P)*abs(S2PnDebutReel)*AKmoyen*9336*mu*WiPrimitif*2
      ;
397.
398.      EnergieFrotApprochEXT=abs(FonctionE(S2PnDebutReel,S2PnDebutReel,C
      EXT1)-FonctionE(S2PnDebut,...
399.      S2PnDebutReel,CEXT1));
400.
401.      EnergieFrotApprochEXTDent1=EnergieFrotApprochEXT*ALamda1;
402.      EnergieFrotApprochEXTDent2=EnergieFrotApprochEXT*ALamda2;
403.
404.      %%%%% RETRAIT %%%%%%%%%%
405.      CEXT2=Wn/(4668*P)*abs(S1PnFinReel)*RKmoyen*9336*mu*WiPrimitif*2;
406.
407.      EnergieFrotRetraitEXT=abs(FonctionE(S1PnFinReel,S1PnFinReel,CEXT2
      )-FonctionE(S1PnFin,...
408.      S1PnFinReel,CEXT2));
409.

```

```

410.      EnergieFrotRetraitEXTDent1=EnergieFrotRetraitEXT*RLamda1;
411.      EnergieFrotRetraitEXTDent2=EnergieFrotRetraitEXT*RLamda2;
412.
413.      EnergieFrotEXTDent1=EnergieFrotRetraitEXTDent1+EnergieFrotApproch
      EXTDent1;
414.      EnergieFrotEXTDent2=EnergieFrotRetraitEXTDent2+EnergieFrotApproch
      EXTDent2;
415.
416.      %%%%%%%%%%% Sur la ligne d'action%%%%%%%%%%
417.
418.      %%%%%%%%%%% En approche %%%%%%%%%%
419.      C2SUR=(Z1+Z2)/(1167*Z1*Z2)*S2PnDebutReel^2*WiPrimitif*mu/P*9336*c
      os(alphafonc)*Wn;
420.      EnergieFrotAppochACTION=abs(FonctionC(S2PnDebut,S2PnDebutReel,C2S
      UR)-FonctionC(0,S2PnDebutReel,C2SUR));
421.
422.      EnergieFrotApproch=EnergieFrotApprochEXT+
      EnergieFrotAppochACTION; %Energie total en Approche
423.
424.      %%%%%%%%%%% En retrait %%%%%%%%%%
425.      C3SUR=(Z1+Z2)/(1167*Z1*Z2)*S1PnFinReel^2*WiPrimitif*mu/P*9336*cos
      (alphafonc)*Wn;
426.      EnergieFrotRetraitACTION=abs(FonctionC(S1PnFin,S1PnFinReel,C3SUR)
      -FonctionC(0,S1PnFinReel,C3SUR));
427.
428.      EnergieFrotRetrait=EnergieFrotRetraitEXT+
      EnergieFrotRetraitACTION; %Energie total en Retrait
429.
430.      EnergieFrotTotal=EnergieFrotApproch+EnergieFrotRetrait
431.      EnergieFrotAction=EnergieFrotAppochACTION+EnergieFrotRetraitACTIO
      N
432.      %%%%%%%%%%% Chaleur de frottement Total sur la ligne d'action
      entre deux points quelconques %%%%%%%%%%%
433.
434.      LD=S2PnDebut*10+21;
435.      LF=S1PnFin*10+20;
436.      Int_Max=floor(LF-LD);
437.
438.      EnergieFrotActionDent1= 0;
439.      EnergieFrotActionDent2= 0;

```

```

440.
441.     % Calcul de de LAMBDA1 et LAMBDA2 et énergie entre deux
    points de contact
442.
443.     for i=1:(Int_Max+1)
444.
445.         LP(i)=LD+(i-1);
446.
447.         SPn(i)=(LP(i)-20)/10
448.
449.         if SPn(i) > S2PnDebut
450.             XA=SPn(i)-0.05;
451.         else XA=S2PnDebut;
452.         end
453.
454.         if SPn(i) < S1PnFin
455.             XB=SPn(i)+0.05;
456.         else XB=S1PnFin;
457.         end
458.
459.         XSP(i)=SPn(i)*2*pi*Rb2/Z2;
460.
461.         %%% U1 et U2: projection des vitesses instannée
    des points des dents1 et
462.         %%% 2 au point de contact sur la tangente commune aux
    profils %%%
463.
464.         U1=pi*Z2*w2/P*( XSP(i)*cos(alpha)/Rb1-sin(alpha));
465.         U2=pi*Z2*w2/P*( sin(alpha)-XSP(i)*cos(alpha)/Rb2 );
466.
467.         Num=sqrt( abs( alpha2*U2) );
468.         Deno=sqrt( abs(alpha1*U1) );
469.
470.         Lamda2=Num/(Num+Deno);
471.         Lamda1=1-Lamda2;
472.         TLamda1(i)=Lamda1;
473.
474.         %%% Valeurs de BDebut %%%
475.
476.         BT2A=abs(FonctionC(S2PnDebut,S2PnDebutReel,C2SUR)-
    FonctionC(XA,S2PnDebutReel,C2SUR));
477.
478.         BOA3=EnergieFrotAppochACTION+abs(FonctionC(0,S1PnFinReel,C3SUR)-
    FonctionC(XA,S1PnFinReel,C3SUR));
479.

```

```

480.     if XA>0
481.         BDebut=BOA3;
482.
483.     else BDebut=BT2A;
484.
485.     end
486.     %%% Valeur de BFin %%%
487.
488.     B2B= EnergieFrotRetraitACTION +
         abs(FonctionC(XB,S2PnDebutReel,C2SUR) -
         FonctionC(0,S2PnDebutReel,C2SUR));
489.
490.     B3B=abs(FonctionC(XB,S1PnFinReel,C3SUR) -
         FonctionC(S1PnFin,S1PnFinReel,C3SUR));
491.     if XB>0
492.         BFin=B3B;
493.
494.     else BFin=B2B;
495.
496.     end
497.     %%% Chaleur entre deux points %%%
498.     EnergieAB=EnergieFrotAction-BDebut-BFin;
499.
500.     EnergieDent1AB =Lamda1*EnergieAB ;
501.     EnergieDent2AB =Lamda2*EnergieAB ;
502.
503.     EnergieABT(i) =EnergieAB
504.
505.     EnergieDent1(i) =EnergieDent1AB
506.     EnergieDent2(i) =EnergieDent2AB
507.
508.     EnergieFrotActionDent1
         =EnergieFrotActionDent1+EnergieDent1AB ;
509.     EnergieFrotActionDent2
         =EnergieFrotActionDent2+EnergieDent2AB;
510.
511.     EnergieTotalAction =EnergieFrotActionDent1
         +EnergieFrotActionDent2;
512.
513.     Ray1(i)=abs( Rb1*tan(alphafonc)+SPn(i)*2*pi*Rb2/Z2 );
514.     Ray2(i)=Rb1*tan(alphafonc)-SPn(i)*2*pi*Rb2/Z2;
515.
516.     if SPn<=0
517.     WiSW(i)= WiPrimitif*cos( (pi/2)*SPn(i)/S2PnDebutReel );

```

```

518.         B=sqrt(
           4*WiSW(i)*W0/pi*Ray1(i).*Ray2(i)/(Ray1(i)+Ray2(i))*(1-
           nu1^2)/E1+(1-nu2^2)/E2 );
519.         else
520.         WiSW(i)= WiPrimitif*cos( (pi/2)*SPn(i)/S1PnFinReel );
521.         B=sqrt(
           4*WiSW(i)*W0/pi*Ray1(i).*Ray2(i)/(Ray1(i)+Ray2(i))*(1-
           nu1^2)/E1+(1-nu2^2)/E2 );
522.         end
523.         BHZ(i)=B;
524.         end
525.         figure (2)
526.         title('zone 4');
527.
528.         subplot(221)
529.         hold on
530.         plot(SPn , WiSW,'b-','LineWidth',2)
531.         xlabel('SPn')
532.         ylabel('Répartition de charge')
533.
534.         subplot(222)
535.         hold on
536.         plot(SPn , EnergieABT,'b-','LineWidth',2)
537.         xlabel('SPn')
538.         ylabel('Energie de frottement')
539.
540.         subplot(223)
541.         hold on
542.         plot(SPn ,EnergieDent1 , 'b-','LineWidth',2)
543.         xlabel('SPn')
544.         ylabel('Energie frottement dent 1')
545.
546.         subplot(224)
547.         hold on
548.         plot(SPn , EnergieDent2 , 'b-','LineWidth',2)
549.         xlabel('SPn')
550.         ylabel('Energie frottement dent 2')
551.
552.         %% Energie en lb-po par Po de largeur de denture %%
553.
554.         EnergieFrotDent1=
           EnergieFrotEXTDent1+EnergieFrotActionDent1;
555.         EnergieFrotDent2=
           EnergieFrotEXTDent2+EnergieFrotActionDent2;
556.

```

```

557.         %%%% Taux de production chaleur de frottement QF2 en
           BTU/heure par Po de largeur %%%%
558.
559.         T2=1/(60*w2); % Durée en heure pour un tour de la roue 2
560.         QF2=EnergieFrotDent2/(9336*T2);
561.
562.         T1=1/(60*w1); %%% Durée en heure pour un tour de la roue 1
563.
564.         QF1=EnergieFrotDent1/(9336*T1);
565.
566.         % QF (i,j)=Taux de production de chaleur de frottement à
           chaque noeud
567.         % sur le profil chargé
568.         for i=1:M2
569.             for j=1:M4
570.
571.                 QF (i,j)=0;
572.                 QHC (i,j)=0;
573.                 QHF (i,j)=0;
574.                 Q1F (i,j)=0;
575.                 QHC1 (i,j)=0;
576.                 QHF1 (i,j)=0;
577.             end
578.         end
579.         for j=1:Jconv
580.             QF(M2,j)=QF2*b
581.             Q1F(M2,j)=QF1*b
582.         end
583.
584.         %%%% CALCUL DE CHALEUR D'HYSTERESIS %%%%%%%%%%
585.         LOSS=0.06;
586.         LOS1=LOSS;
587.         %%% A- Hystéresis de contact %%%%
588.
589.         % A-1- Contrainte de contact à l'extérieur de la ligne
           d'action %%%
590.         %%% a- Phase d'approche APSIGC
591.         SPn=S2PnDebut;
592.         ARay1=Rb1*tan(alphafonc)+SPn*2*pi*Rb2/Z2;
593.         ARay2=Rb1*tan(alphafonc)-SPn*2*pi*Rb2/Z2;
594.         WiApproche=WiPrimitif*cos( (pi/2)*SPn/S2PnDebutReel );
595.         BKAP=sqrt( 4*WiApproche*W0/pi*ARay1*ARay2/(ARay1+ARay2)* (
           (1-nu1^2)/E1+(1-nu2^2)/E2 ) );
596.         APSIG=WiApproche*W0/(2* BKAP);
597.         Icon=(N1+2)/2+1;
598.

```

```

599.     for i=Icon:M2
600.         SIGC(i,1)=APSIG;
601.         SIGC1(i, Jconv-0.5)=APSIG ;
602.     end
603.     %%% b- Phase Retrait RESIG
604.     SPn=S1PnFin;
605.     RRay1=Rb1*tan(alphafonc)+SPn*2*pi*Rb2/Z2;
606.     RRay2=Rb1*tan(alphafonc)-SPn*2*pi*Rb2/Z2;
607.     WiRetrait=WiPrimitif*cos( (pi/2)*SPn/S1PnFinReel );
608.     BKRET=sqrt( 4*WiRetrait*W0/pi*RRay1*RRay2/(RRay1+RRay2)* (
        (1-nu1^2)/E1+(1-nu2^2)/E2 ) );
609.     RESIGC=WiRetrait*W0/(2* BKRET);
610.     for i=Icon:M2
611.         SIGC(i, Jconv-0.5)=RESIGC;
612.         SIGC1(i,1)=RESIGC;
613.     end
614.
615.     % A-2- Contrainte de contact sur la ligne d'action %%%
616.     DELS=(S1PnFin-S2PnDebut)/(Jconv-1);
617.     JSIG=Jconv-1;
618.     for j=2:JSIG
619.         SPn=S2PnDebut+(j-1)*DELS;
620.         Ray1=abs(Rb1*tan(alphafonc)+SPn*2*pi*Rb2/Z2);
621.         Ray2=abs(Rb1*tan(alphafonc)-SPn*2*pi*Rb2/Z2);
622.         WiSW=WiPrimitif*cos( (pi/2)*SPn/S2PnDebutReel );
623.         if SPn<=0
624.             B=sqrt( 4*WiSW*W0/pi*Ray1*Ray2/(Ray1+Ray2)* ( (1-
                nu1^2)/E1+(1-nu2^2)/E2 ) );
625.         else
626.             WiSW=WiPrimitif*cos( (pi/2)*SPn/S1PnFinReel );
627.             B=sqrt( 4*WiSW*W0/pi*Ray1*Ray2/(Ray1+Ray2)* ( (1-
                nu1^2)/E1+(1-nu2^2)/E2 ) );
628.         end
629.
630.         HZ(j)=WiSW*W0/(2*B);
631.     end
632.
633.     %%% Envoie de la contrainte de contact aux noeuds %%%
634.     for i=Icon:M2
635.         for j=2:JSIG
636.             j1=floor(Jconv+1-j);
637.             SIGC(i,j)=HZ(j);
638.             SIGC1(i,j)=HZ(j1);
639.         end
640.     end
641.

```

```

642.         for i=Icon:M2
643.             for j=1:Jconv
644.                 SIGC(i,j)=( (i-1-(N1+1)/2 )/( (N1+1)/2 )
                    )^2*SIGC(i,j);
645.                 SIGC1(i,j)=( (i-1-(N1+1)/2 )/( (N1+1)/2 )
                    )^2*SIGC1(i,j);
646.             end
647.         end
648.
649.         %%% A-3- Calcul du chaleur de contact %%%
650.
651.         for i=Icon:M2
652.             for j=1:Jconv
653.
654.                 QHC(i,j)=1/T2*SIGC(i,j)^2/E2*pi/2*LOSS/(1+LOSS^2)/9336*VOL(i,j);
655.                 QHC1(i,j)=1/T1*SIGC1(i,j)^2/E1*pi/2*LOS1/(1+LOS1^2)/9336*VOL(i,j)
656.                 ;
657.             end
658.         end
659.
660.         %%% B- Hystéresis de flexion %%%
661.
662.         YB=0.54 ; % YB= facteur de forme de Buckingham
663.
664.         YK=YB/WiPrimitif ;
665.         SIGMAX=W0*P/YK;
666.
667.         IFLEX=(N1+2)/2;
668.
669.         %%% Variation de la contrainte à la surface de contact à
670.         la surface en fonction du rayon
671.         HAUT=(AA2+AD2)/P;
672.         DVN=2*HAUT/(N2+1);
673.         for j=1:Jconv
674.
675.             ECART=(j-1)*DVN-HAUT/2;
676.             if ECART>0
677.                 SIGOF(j)=SIGMAX*ECART/HAUT*2;
678.             else
679.                 ECART=0;
680.                 SIGOF(j)=SIGMAX*ECART/HAUT*2;
681.             end
682.         end

```

```

680.      %% Variation de la contrainte suivant l'épaisseur Cote
compression
681.          SIGF(1,j)=SIGOF(j);
682.      for i=2:IFLEX
683.          SIGF(i,j)=( (N1+1)/2-(i-1) )/( (N1+1)/2
) *SIGOF(j);
684.      end
685.
686.          %% Cote Tension
687.      for i=Icon:M2
688.          SIGF(i,j)=(i-1-(N1+1)/2 )/( (N1+1)/2 ) *SIGOF(j);
689.      end
690.
691.  end
692.          %% Chaleur de flexion
693.      for i=1:M2
694.          for j=1:Jconv
695.              SIGF1(i,j)=SIGF(i,j);
696.
697.          QHF(i,j)=1/T2*SIGF(i,j)^2/E2*pi/2*LOSS/(1+LOSS^2)/9336*VOL(
i,j);
698.          QHF1(i,j)=1/T1*SIGF1(i,j)^2/E1*pi/2*LOS1/(1+LOS1^2)/9336*VO
L(i,j);
699.          end
700.      end
701.
702.          %%%%%%%%% CHALEUR TOTAL À CHAQUE NOEUD : TAUX DE PRODUCTION
QP(i,j)%%%%%%%%
703.      for i=1:M2
704.          for j=1:M4
705.              QP(i,j)=QF(i,j)+QHC(i,j)+QHF(i,j);
706.              QP1(i,j)=Q1F(i,j)+QHC1(i,j)+QHF1(i,j);
707.          end
708.      end
709.
710.          %% Génération des températures fictives%%%
711.
712.          TA=77;
713.          TINIT=77;
714.
715.          H1= 89.81; % 510 W/m2.K
716.          H2= 95.09; %540 W/m2.K;
717.          H3=76.60; %435 W/m2.K
718.          H4= 83.65; %475 W/m2.K
719.
720.          COEFF= CK2 ;

```

```

721.         %% Plastique/plastique %%
722.         H1=H1*0.87;
723.         H2=H2*0.87;
724.         H3=H3*0.86;
725.         H4=H4*0.84;
726.
727.         DIFF=0.1; %Critère de convergence
728.
729.         %% Distribution de température initiale (supposée)
730.         %%%
731.         for i=1 :M2
732.             for j=1 :M4
733.                 T(i,j,1)=TINIT;% Pour QP(i,j)=0;
734.             end
735.         end
736.         %% Distribution de température à partir des
737.         équations d'équilibre : DENT 2 %%
738.         flag=true
739.         while flag
740.             [T]=
741.             Calcul(H1,H2,H3,H4,N1,N2,X,Y,LX,LY,M1,M2,M3,b,T,TA,COEFF,QP) %%
742.             202
743.             DIF1=0;% Ecart initial entre valeurs de température
744.             trouvées à deux itérations consécutifs
745.             %% Calcul de l'écart %%%%%%%%%%%
746.             for i=1 :M2
747.                 for j=1 :M4
748.                     DIF2=abs(T(i,j,2)-T(i,j,1));
749.                     if DIF2>DIF1
750.                         DIF1=DIF2;
751.                     end
752.                 end
753.             end
754.             if DIF1>DIFF%% Vérification du critère de convergence %%
755.                 for i=1 :M2
756.                     for j=1 :M4
757.                         T(i,j,1)=T(i,j,2);
758.                     end
759.                 end
760.             else
761.                 flag=false;
762.             end

```

```

762.         end
763.         Temp_dent2=T(:, :, 2)' % Ici on effectue une
           transposée pour revenir sur la dent normale
764.         Temps_dent2_celsius= (Temp_dent2-32)/1.8
765.
766.         DELS=(S1PnFin-S2PnDebut)/(Jconv-1)
767.         for j=1:Jconv
768.             SPn1(j)=S2PnDebut+(j-1)*DELS;
769.             TB6_charge(j)=Temp_dent2(j,M2)
770.
771.             Temperature_celsius(j)=(TB6_charge(j)-32)/1.8
772.
773.         end

```

## 2. LES FONCTIONS UTILISÉES DANS LE PROGRAMME PRINCIPALE

```

1. function angle=angle (RA,alpha,TP, DP)

2. angle=2*( TP/DP+tan(alpha)-tan( acos( cos(alpha)*DP/(2*RA) ) ) -
  alpha+acos( cos(alpha)*DP/(2*RA) ) );
3. end

1. function A=FonctionA(x,y)
2. A=x*pi/(2*y);
3. end

1. function C=FonctionC(x,y,z)
2. C=z*(cos(FonctionA(x,y))+FonctionA(x,y)*sin(FonctionA(x,y)));
3. end

1. function E=FonctionE(x,y,z)
2. E=z*sin(FonctionA(x,y));
3. end

1. function [KMOY,V1,V2,U1,U2,VG]=
  Kmoyen(SPn,P,alphafonc,alpha,Fteta,AA2,Z1,Z2,w2)

2. PSI=2*pi*SPn/Z2; % Variable SPn
3. invalphafonc=tan(alphafonc)-alphafonc; % Variable alphafonc en
  radian

4. ODLT=tan( acos( cos(alpha)/(1+2*AA2/Z2) ) )-acos(
  cos(alpha)/(1+2*AA2/Z2) ) -invalphafonc; %variable AA2,alpha et
  Z2

```

```

5. DLT=PSI-ODLT;
6. Dr=(1+2*AA2/Z2)*( Z2/(Z1+Z2) )*( cos(alphafonc)/cos(alpha) ); %
   variable Z1
7. TG=sin(DLT)/( (1/Dr)-cos(DLT) );
8. VGam=atan(TG);
9. Phil=acos( Z1*cos(alpha)*sin(VGam)/( Z2*(1+2*AA2/Z2)*sin(DLT) )
   );
10.   invaPhil=tan(Phil)-Phil;
11.   Beta=(DLT+ODLT)*Z2/Z1-invalphafonc;
12.   DelTS1=Z1*(Beta+invaPhil-VGam)/(2*pi);
13.   EPSI=DelTS1*2*pi/Z2+DLT;
14.   Dangle=Fteta;

15.   for i=1:100

16.       Ang=pi*Dangle/180; % conversion en radian
17.       A=Dr*sin(EPSI);
18.       B=sin(Ang)*( cos(Ang)-sqrt( abs( Dr^2-( sin(Ang) ^2 ) ) ) );
19.       C=abs(A-B);

20.       if C<=0.01

21.           KMOY=sqrt( abs( ( ( Z1+Z2)/Z1 *cos(alpha)/cos(alphafonc)
   *cos(Ang)*...
22.           ( cos(Ang)-sqrt( Dr^2-( sin(Ang) )^2 ) )-
   (1+2*AA2/Z2)*cos(EPSI) )^2+...
23.           ( (Z1+Z2)/Z1 )*cos(alpha)/cos(alphafonc) *sin(Ang)* ( cos
   (Ang)-...
24.           sqrt( Dr^2-( sin(Ang) )^2 ) )- (1+2*AA2/Z2)*sin(EPSI) )^2 )
   );

25.       else
26.           Dangle=Dangle-0.2;
27.       end

28.   end

29.   KMOY=KMOY*2.9;

30.   V=pi*Z2*w2/(60*P); % Vitesse au cercle primitif % Variable
   N2
31.   Vs=KMOY*V;

32.   V1= V*cos(alphafonc)*(Z1+Z2)/(Z1*cos(alphafonc))*(cos(Ang)-
   sqrt( Dr^2-( sin(Ang) )^2 ) );
33.   V2=V*(1+2*AA2/Z2);

```

```

34.     U1=V1*sin(Phi1);
35.     U2=V2*( cos(EPSI)*sin(Ang+Phi1)+sin(EPSI)*cos(Ang+Phi1) );
36.     VG=abs(U1-U2);
37.     end

1. function [T]=
    Calcul(H1,H2,H3,H4,N1,N2,X,Y,LX,LY,M1,M2,M3,b,T,TA,COEFF,QP)

2. %% Ce programme calcul la nouvelle répartition de température
    dans la dent

3. %% Phase 1 : on décrit le sommet de la dent (j=1)

4. A=(H3-H2)/(N1+1); % H3, H2, H1, H4, N1, N2

5. for i=2:M1 % 2:5

6. H2V3=H2+A;
7. H=H2V3;

8. DX=X(i,1)-X(i,2); % X,Y
9. DY=Y(i,1)-Y(i,2);
10.     DX4=sqrt(DX^2+DY^2);

11.     DLX4=LX(i,1)-LX(i-1,1); % LX, LY
12.     DLY4=LY(i,1)-LY(i-1,1);
13.     DL4=sqrt(DLX4^2+DLY4^2);

14.     SURF=b*DL4/144; % b

15.     T(i,1,2)=(1/((H*DX4)/(12*COEFF)+1))*(T(i,2,1)+DX4/(12*COEFF)
        )*(QP(i,1)/SURF+H*TA);

16.     end % 13

17.     %% comme étant égale à 2/3 Hauteur dent
18.     i1=(M2+1)/3;
19.     JLIMH=i1+1;
20.     B=(H1-H2)/i1;
21.     A=(H4-H3)/i1;
22.     %H1V2=H2+B;
23.     G=H2+B;
24.     H3V4=H3+A;

```

```

25.      H=H3V4;

26.      for j=2:JLIMH % Do 15

27.          % Phase 3.A
28.          % On décrit la face non chargée (i=1,H1)
29.          % H1V2=H2+B;
30.          % G=H1V2;
31.          DX=X(1,j)-X(2,j);
32.          DY=Y(1,j)-Y(2,j);
33.          DX3=sqrt(DX^2+DY^2);

34.          DLX3=LX(1,j-1)-LX(1,j);
35.          DLY3=LY(1,j-1)-LY(1,j);
36.          DL3=sqrt(DLX3^2+DLY3^2);
37.          SURF=b*DL3/144;
38.          T(1,j,2)=1/((G*DX3)/(12*COEFF)+1)*(T(2,j,1)+DX3/(12*COEFF)*
(QP(1,j)/SURF+G*TA));

39.          G=G+B;

40.          DX=X(N1+2,j)-X(N1+1,j);
41.          DY=Y(N1+2,j)-Y(N1+1,j);
42.          DX1=sqrt(DX^2+DY^2);

43.          DLX1=LX(N1+1,j)-LX(N1+1,j-1);
44.          DLY1=LY(N1+1,j)-LY(N1+1,j-1);
45.          DL1=sqrt(DLX1^2+DLY1^2);

46.          SURF=b*DL1/144;

47.          T(N1+2,j,2)=(1/((H*DX1)/(12*COEFF)+1))*(T(N1+1,j,1)+DX1/(12
*COEFF)*(QP(N1+2,j)/SURF+H*TA));

48.          H=H+A;
49.      end % 15

50.      i1=floor(JLIMH+1); %2.3+1=3.3
51.      Jconv=(N2+3)/2;

52.      if i1<=3
53.          i1=2;
54.      end
55.      A=(H4-H1)/i1;
56.      H1VA=H1+A;

```

```

57.      H=H1VA;
58.      H4VB=H4-A;
59.      G=H4VB;

60.      for j=i1:Jconv

61.          DX=X(1,j)-X(2,j);
62.          DY=Y(1,j)-Y(2,j);
63.          DX3=sqrt(DX^2+DY^2);
64.
65.          DLX3=LX(1,j-1)-LX(1,j);
66.          DLY3=LY(1,j-1)-LY(1,j);
67.          DL3=sqrt(DLX3^2+DLY3^2);
68.          SURF=b*DL3/144;
69.          T(1,j,2)=(1/(H*DX3)/(12*COEFF)+1))*(T(2,j,1)+DX3/(12*COEFF
) * (QP(1,j)/SURF+H*TA));
70.          H=H+A;
71.          DX=X(N1+2,j)-X(N1+1,j);
72.          DY=Y(N1+2,j)-Y(N1+1,j);
73.          DX1=sqrt(DX^2+DY^2);

74.          DLX1=LX(N1+1,j)-LX(N1+1,j-1);
75.          DLY1=LY(N1+1,j)-LY(N1+1,j-1);
76.          DL1=sqrt(DLX1^2+DLY1^2);
77.          SURF=b*DL1/144;
78.          T(N1+2,j,2)=1/(G*DX1/(12*COEFF)+1)*(T(N1+1,j,1)+DX1/(12*COE
FF) * (QP(N1+2,j)/SURF+G*TA));
79.          G=G-A;
80.      end

81.      JDEB=N2/2+2;
82.      JFIN=N2+2;
83.      for j=JDEB:JFIN
84.          T(1,j,2)=T(N1+1,j,1);
85.          T(N1+2,j,2)=T(2,j,1);
86.      end
87.      H=H2;
88.      DX3X=X(2,1)-X(1,1);
89.      DX3Y=Y(2,1)-Y(1,1);
90.      DX3=sqrt(DX3X^2+DX3Y^2);

91.      %% Coordonnées du point M3G
92.      XG3=0.5*(X(1,1)+X(2,1));
93.      YG3=0.5*(Y(1,1)+Y(2,1));
94.      % Composantes de DL3
95.      DLX3=2*(XG3-LX(1,1));

```

```

96.     DLY3=2*(YG3-LY(1,1));
97.     % DLSDX3=(DLX3*DX3Y-DLY3*DX3X)/DX3;
98.     DLSDX3=sqrt(DLX3^2+DLY3^2)/DX3;
99.     % Composantes de DX4
100.    DX4X=X(1,2)-X(1,1);
101.    DX4Y=Y(1,2)-Y(1,1);

102.    DX4=sqrt(DX4X^2+DX4Y^2);
103.    %%% Coordonnées du point M4G
104.    XG4=0.5*(X(1,1)+X(1,2));
105.    YG4=0.5*(Y(1,1)+Y(1,2));
106.    % Composantes de DL4
107.    DLX4=2*(LX(1,1)-XG4);
108.    DLY4=2*(LY(1,1)-YG4);

109.    DLSDX4=sqrt(DLX4^2+DLY4^2)/DX4;

110.    T(1,1,2)=1/(COEFF*(DLSDX3+DLSDX4)+H*(DX3+DX4)/12)*(COEFF*(D
    LSDX3*T(2,1,1)+DLSDX4*T(1,2,1))+...
111.    H*(DX3+DX4)/12*TA+2*QP(1,1)/(b/12));

112.    %i=N1+2; j=1
113.    H=H3;
114.    DX1X=X(N1+2,1)-X(N1+1,1);
115.    DX1Y=Y(N1+2,1)-Y(N1+1,1);
116.    DX1=sqrt(DX1X^2+DX1Y^2);

117.    XD1=0.5*(X(N1+1,1)+X(N1+2,1));
118.    YD1=0.5*(Y(N1+1,1)+Y(N1+2,1));
119.    % Composantes de DL1
120.    DLX1=2*(XD1-LX(N1+1,1));
121.    DLY1=2*(YD1-LY(N1+1,1));

122.    % DLSDX1=(DLX1*DX1Y-DLY1*DX1X)/DX1;
123.    DLSDX1=sqrt(DLX1^2+DLY1^2)/DX1;

124.    % Composantes de DX4
125.    DX4X=X(N1+2,2)-X(N1+2,1);
126.    DX4Y=Y(N1+2,2)-Y(N1+2,1);

127.    DX4=sqrt(DX4X^2+DX4Y^2);

128.    %%% Coordonnées du point M4D
129.    XD4=0.5*(X(N1+2,1)+X(N1+2,2));

```

```

130.     YD4=0.5*(Y(N1+2,1)+Y(N1+2,2));
131.     % Composantes de DL4
132.     DLX4=2*(XD4-LX(N1+1,1));
133.     DLY4=2*(YD4-LY(N1+1,1));

134.     % DLSDX4=(DLX4*DX4Y-DLY4*DX4X)/DX4;
135.     DLSDX4=sqrt(DLX4^2+DLY4^2)/DX4;

136.     % Température au coin DROIT
137.     T(N1+2,1,2)=1/(COEFF*(DLSDX1+DLSDX4)+H*(DX1+DX4)/12)*(COEFF
      * (DLSDX1*T(N1+1,1,1)+DLSDX4*T(N1+2,2,1))+...
138.     H*(DX1+DX4)/12*TA+2*QP(N1+2,1)/(b/12));

139.     %%% Phase 8- NOEUD INTERIEURS
140.     for i=2:M1
141.     for j=2:M3

142.     % Calcul de conductance en conduction

143.     %%%% K1 %%%%%%%%%%

144.     D1X=X(i,j)-X(i-1,j);
145.     D1Y=Y(i,j)-Y(i-1,j);
146.     DX1=sqrt(D1X^2+D1Y^2);

147.     DLX1=LX(i-1,j)-LX(i-1,j-1);
148.     DLY1=LY(i-1,j)-LY(i-1,j-1);
149.     %DL1=DLX1*D1Y-DLY1*D1X;
150.     DL1=DLX1^2+DLY1^2;

151.     K1=b*COEFF/DX1*DL1;

152.     %%%% K2 %%%%%%%%%%
153.     D2X=X(i,j)-X(i,j-1);
154.     D2Y=Y(i,j)-Y(i,j-1);
155.     DX2=sqrt(D2X^2+D2Y^2);

156.     DLX2=LX(i-1,j-1)-LX(i,j-1);
157.     DLY2=LY(i-1,j-1)-LY(i,j-1);
158.     %DL2=DLX2*D2Y-DLY2*D2X;
159.     DL2=DLX2^2+DLY2^2;

160.     K2=b*COEFF/DX2*DL2;

```

```

161.      %%%% K3 %%%%%%%%%%
162.      D3X=X(i,j)-X(i+1,j);
163.      D3Y=Y(i,j)-Y(i+1,j);
164.      DX3=sqrt(D3X^2+D3Y^2);

165.      DLX3=LX(i,j-1)-LX(i,j);
166.      DLY3=LY(i,j-1)-LY(i,j);
167.      % DL3=DLX3*D3Y-DLY3*D3X;
168.      DL3=DLX3^2+DLY3^2;

169.      K3=b*COEFF/DX3*DL3;

170.      %%%% K4 %%%%%%%%%%
171.      D4X=X(i,j)-X(i,j+1);
172.      D4Y=Y(i,j)-Y(i,j+1);
173.      DX4=sqrt(D4X^2+D4Y^2);

174.      DLX4=LX(i,j)-LX(i-1,j);
175.      DLY4=LY(i,j)-LY(i-1,j);
176.      % DL4=DLX4*D4Y-DLY4*D4X;
177.      DL4=DLX4^2+DLY4^2;

178.      K4=b*COEFF/DX4*DL4;

179.      %%% Temperature au neoud (i,j)

180.      % K1=1;
181.      % K2=2;
182.      % K3=K1;
183.      % K4=K2;

184.      T(i,j,2)=1/(K1+K2+K3+K4)*(K1*T(i-1,j,2)+K2*T(i,j-
1,2)+K3*...
185.      T(i+1,j,1)+K4*T(i,j+1,1)+QP(i,j));
186.      end
187.      end
188.
189.      for i=2:M1
190.      T(i,N2+2,2)=2*T(i,N2+1,1)-T(i,N2,1);
191.      end
192.      end

```