

# Planejamento e otimização de sistemas mistos controlados por variáveis qualitativas e quantitativas

Evandro Bona<sup>1</sup>, Dionísio Borsato<sup>2</sup>, Rui Sérgio dos Santos Ferreira da Silva<sup>1\*</sup>, Deusa Letícia Benetasso<sup>2</sup> e Dayanne Aline de Souza<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Ciência e Tecnologia de Alimentos, Universidade Estadual de Londrina, C.P. 6001, 86051-990, Londrina-Paraná, Brasil. <sup>2</sup>Departamento de Química, Universidade Estadual de Londrina, C.P. 6001, 86051-990, Londrina-Paraná, Brasil. \*Autor para correspondência. e-mail: fabrui@sercomtel.com.br

**RESUMO.** O trabalho propõe uma metodologia alternativa para o planejamento e otimização de sistemas mistos controlados por variáveis qualitativas e quantitativas. Foram combinados três delineamentos centrais compostos (rotacionais) isolados para a produção de um único modelo contendo variáveis qualitativas e quantitativas. Foi também sugerido um delineamento fatorial 2<sup>2</sup> com ponto central para o estudo de um fator qualitativo e dois quantitativos. Os modelos obtidos foram otimizados através do aplicativo otplex, previamente validado através de uma função de maior nível de complexidade. Os resultados obtidos, tanto para os planejamentos quanto para a otimização, confirmam que a técnica empregada é uma promissora ferramenta na análise de sistemas mistos controlados por fatores qualitativos e quantitativos.

**Palavras-chave:** variáveis qualitativas, variáveis quantitativas, metodologia de superfície de resposta, método complex, planejamento de experimentos e otimização.

**ABSTRACT.** **Experimental design and mixed systems optimization controlled by quantitative and qualitative variables.** This study has the aim to propose an alternative methodology for system optimization and an experimental design where the qualitative and quantitative variables were combined. Three central composite (rotational) designs were combined to produce a model with these two different kinds of variables. A 2<sup>2</sup> factorial design was also suggested as a central point to study one qualitative and two quantitative factors. The models were optimized using the otplex software, previously validated through a high complexity level function. The results either to the designs or to the optimization, confirm that the technique is a promising tool in the mixed system analysis controlled by qualitative and quantitative factors.

**Key words:** quantitative variable, qualitative variable, response surface methodology, complex method, experimental design and optimization.

## Introdução

Um sistema simples (Figura 1) pode ser definido como uma tríade composta por um fator (entrada), uma resposta (saída) e uma transformação (relação interna entre os fatores e as respostas). Porém, em situações reais, um número maior de fatores pode influenciar o sistema (Walters *et al.*, 1999).



**Figura 1.** Diagrama de um sistema simples

Quando se trabalha com um sistema, espera-se que suas condições de operação estejam adaptadas para gerar o melhor rendimento possível. Devido a este fato, a otimização das variáveis de controle é um

importante objeto de estudo de muitos pesquisadores (Morgan *et al.*, 1990).

A metodologia da superfície de resposta (MSR) é, atualmente, o mais popular conjunto de técnicas para otimização (Box e Draper, 1987). A primeira etapa dessa técnica consiste na modelagem, que é feita ajustando-se modelos lineares ou quadráticos a resultados experimentais, obtidos por meio de planejamentos fatoriais com ou sem ampliação (Barros Neto *et al.*, 2001). Após essa etapa, é possível deslocar-se sobre a superfície de resposta ajustada, a fim de localizar regiões que satisfaçam condições de interesse. Com esse propósito foram desenvolvidas várias técnicas de otimização seqüencial direta (Heyd *et al.* 1997) baseadas no método simplex de Spendley *et al.* (1962). Entre essas técnicas destaca-se o complex (*constrained simplex*), que permite a inclusão de restrições inerentes aos sistemas estudados (Box, 1965, 1966). A incorporação do complex à

metodologia de otimização para respostas simultâneas (Derringer e Suich, 1980) amplia sua aplicação para situações mais complexas (Castro et al., 2002).

No desenvolvimento de produtos e processos é comum encontrar variáveis qualitativas como: cor da embalagem, forma do equipamento, tipo de sabor/aroma e muitas outras. Na terminologia empregada em análise de regressão, tais variáveis são conhecidas como variáveis indicadoras (*dummy*). A otimização por meio de métodos seqüenciais é uma técnica já consagrada pelo uso (Walters et al., 1999). Apresenta, porém, uma limitação: o seu emprego com variáveis qualitativas. Alguns trabalhos mais recentes (Cao et al., 2000; Bona et al., 2000) sugerem alternativas para a otimização seqüencial direta desses sistemas.

O objetivo deste trabalho é apresentar planejamentos para sistemas mistos, com variáveis qualitativas (indicadoras) e quantitativas, bem como a otimização dos modelos construídos, por meio do método complex.

## Material e métodos

### Planejamento de sistemas mistos contendo variáveis qualitativas e quantitativas

Esses podem ser modelados através da adição de uma variável indicadora  $z$  e o respectivo coeficiente  $\gamma$ , sendo seu valor estimado de modo análogo aos coeficientes de regressão. Ao termo  $z$  é atribuído 0 (zero) para o nível A e 1 (um) para o B. Quando existem três níveis (A, B e C), são criadas duas variáveis indicadoras  $z_1$  e  $z_2$ . A codificação é feita por meio da combinação dos dois termos qualitativos ( $z_1, z_2$ ): (1, 0) nível A, (0, 1) nível B e (0, 0) nível C (Draper e Smith, 1966).

A análise estatística da matriz de dados pode ser realizada através do módulo *Multiple Regression* pertencente ao software STATISTICA (1998).

### Otimização de modelos desenvolvidos para sistemas mistos

O método (*constrained simplex*) complex, proposto por Box (1965), tem como objetivo a busca direta do ótimo (máximo ou mínimo) de uma função-objetivo com  $n$  variáveis,  $f(x_1, \dots, x_n)$ , sujeita à  $m$  limitações da forma  $h_i \geq C_i \geq g_i$ ,  $i = 1, \dots, m$ . As restrições  $C_1, \dots, C_m$  são funções de  $x_1, \dots, x_n$ , com  $g_i$  e  $h_i$  representando, respectivamente, os limites inferiores e superiores de cada restrição. Os valores assumidos por estes limites podem ser constantes ou funções de  $x_1, \dots, x_n$ .

De acordo com Beveridge e Schechter (1970), o complex forma no espaço uma figura com  $n$  dimensões e  $k$  vértices, sendo  $k = 2n$ . No caso de

duas variáveis tem-se um espaço bidimensional e um poliedro com 4 vértices. Para determinar as coordenadas iniciais da figura deve ser estabelecido um ponto que satisfaça todas as  $m$  restrições. Os  $k - 1$  vértices remanescentes são determinados através da equação (1),

$$x_{i,j} = L_i + r_{i,j} (U_i - L_i) \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

onde  $L_i$  e  $U_i$  são respectivamente os limites inferior e superior de cada variável e  $r_{i,j}$  são números aleatórios gerados no intervalo de 0 a 1.

Após a construção do complex inicial, o método recorrentemente avalia todas as combinações e faz um movimento de reflexão no sentido contrário ao pior vértice  $x_{i,R}$  gerando um novo vértice  $x_{i,N}$ . O movimento de reflexão é descrito pela equação (2).

$$x_{i,N} = (1 + \alpha)x_{i,M} - \alpha x_{i,R} \quad (2)$$

onde  $x_{i,M}$  é o centróide, obtido através da média das coordenadas anteriores, e  $\alpha$  (coeficiente de reflexão) é tomado como 1,3 por sugestão de Box (1965).

Este procedimento é melhor ilustrado pelo exemplo bidimensional, representado na Figura 2. O ponto R possui o pior valor para a função objetivo e será rejeitado. O centróide dos pontos A, B e C é designado por M.

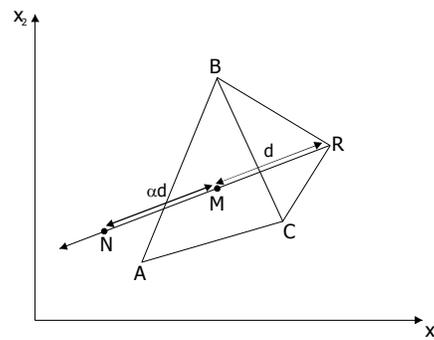


Figura 2. Movimentação bidimensional do complex

Se o novo ponto cair em uma região não-permitida pelas restrições ou apresentar o pior valor do grupo dos vértices da nova figura será deslocado a uma distância mediana em direção ao centróide anterior. Tal procedimento será repetido até encontrar-se um ponto satisfatório.

O método é interrompido quando avaliações consecutivas da função fornecem valores iguais, dentro da precisão desejada, para as variáveis. Isso, geralmente, significa que a técnica cessa apenas quando o ótimo foi exatamente localizado e o complex tem um colapso em seu centróide.

Nesse trabalho foi desenvolvido um aplicativo para microinformática a partir do algoritmo complex de Box (1965). O programa, denominado **otplex**, foi criado em linguagem Fortran 90 e é executável em arquitetura pentium ou superior, plataforma Windows ou compatível.

A estrutura original do algoritmo, proposto por Box (1965), foi mantida. Não foi utilizado, porém, um valor fixo para  $k$  e  $\alpha$ . Esses parâmetros possuem um intervalo de valores, a saber: o número de vértices ( $k$ ) apresenta como limite inferior o valor  $n + 1$ , onde  $n$  é o número de variáveis e o limite superior pode ser qualquer valor inteiro determinado pelo usuário. Para o coeficiente de reflexão ( $\alpha$ ) foi definido como valor mínimo 1,0, pois valores menores poderiam acarretar um colapso anterior à localização do ponto ótimo (Box, 1965), sendo o valor máximo atribuído pelo usuário com até um decimal de precisão.

Após a seleção dos limites superiores para  $k$  e  $\alpha$ , o aplicativo processa as combinações possíveis entre os dois, começando pelo limite inferior de  $k$  e  $\alpha$ , conforme o fluxograma da Figura 3. O resultado final será uma “grade de otimização” com todos os pontos ótimos de cada combinação entre  $k$  e  $\alpha$ . Desses valores será escolhido o melhor como resultado final da otimização.

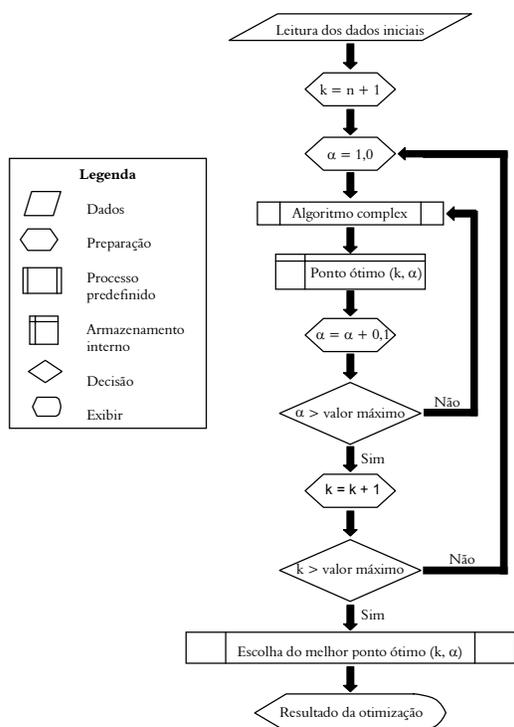


Figura 3. Fluxograma do aplicativo **otplex**, onde  $k$  representa o número de vértices,  $n$  número de variáveis e  $\alpha$  o coeficiente de reflexão

### Validação do método complex

Para verificação da eficiência do método na localização do ótimo de uma função, foi realizada a maximização de uma função complexa, descrita pela equação 3.

$$f = 3(1-x)^2 e^{-(x^2-(y+1)^2)} - 10 \left( \frac{1}{5}x - x^3 - y^5 \right) e^{-(x^2-y^2)} - \frac{1}{3} e^{\left( -(x-1)^2 - y^2 + \frac{51}{50} \text{sen}(\pi x) + \frac{51}{50} \text{cos}(2)y \right)} \quad (3)$$

A função  $f(x,y)$ , representada na Figura 4, apresenta três pontos de máximo, sendo um global e dois pontos de mínimo (Costa Filho e Poppi, 1999).

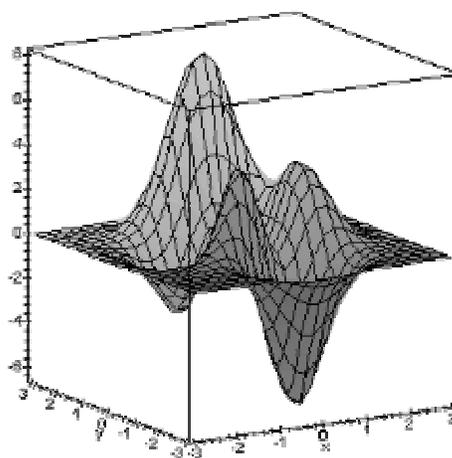


Figura 4. Superfície correspondente a função  $f(x,y)$

Para otimizar a equação (3) foi utilizado, no programa **otplex**, o valor de  $k_{\text{máximo}} = 8$  e  $\alpha_{\text{máximo}} = 4,0$ , totalizando, portanto, 186 combinações diferentes para a grade de otimização. O algoritmo foi iniciado com três pontos de partida diferentes (-3, -3; 0, 0 e 3, 3) para verificar se o ponto ótimo encontrado repetia-se em diferentes condições iniciais. O programa localizou como valor máximo  $f(x,y) = 8,11163$ , para todos os pontos de partida utilizados. Este máximo foi obtido em 59 pontos da grade de otimização (31,72% dos pontos). Os valores das variáveis independentes no ponto máximo oscilaram nos seguintes intervalos  $-0,01295 \leq x \leq -0,01138$  e  $1,58038 \leq y \leq 1,58125$ . O resultado obtido mostra ampla concordância com a superfície de resposta de  $f(x,y)$ , como pode ser observado nas Figuras 4 e 5.

Uma comparação entre os valores obtidos para função nas diferentes combinações de  $k$  e  $\alpha$  pode ser entendida por meio da Figura 6.

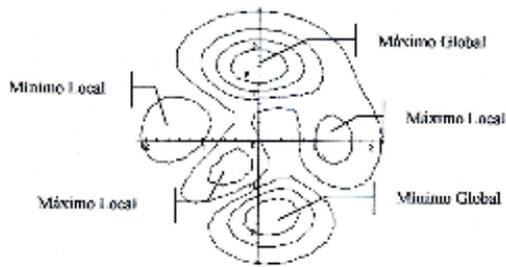


Figura 5. Gráfico de curvas de nível para a função  $f(x,y)$

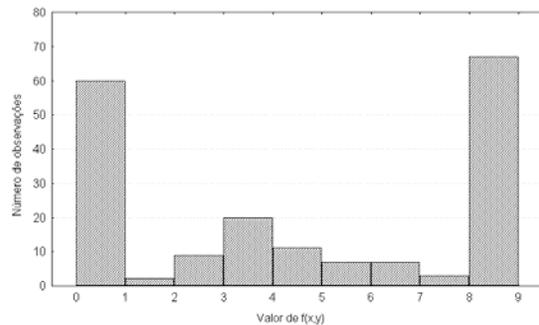


Figura 6. Histograma representando os 186 valores obtidos para a função  $f(x,y)$

A maior ocorrência de respostas (67) verificou-se entre 8 e 9, onde está localizado o máximo global, como pode ser observado nas Figuras 4 e 5. A incidência entre 3 e 4 representa o ponto de máximo local (20 ocorrências). Várias otimizações (60 ocorrências) conduziram a resultados entre 0 e 1, o que ressalta a dificuldade para maximizar a função estudada.

A utilização de uma série de combinações para  $k$  e  $\alpha$ , ao contrário de Box (1965) que estabelece um valor fixo para estes parâmetros, resultou em uma quantidade maior de resultados que permitem uma melhor análise da função em estudo. De fato, é geralmente interessante encontrar todas as soluções ótimas, porque algumas são mais úteis do que outras com base em considerações de ordem prática não levadas em conta pela formulação matemática (Carlyle et al., 2000).

#### Aplicações da metodologia descrita

1) *Planejamento e otimização da desidratação osmótica de abacaxi*: o processo de desidratação osmótica de abacaxi foi estudado visando à obtenção de um produto com máxima perda de água e mínima incorporação de solutos. O sistema foi descrito com um fator qualitativo (tipo de cobertura) e três quantitativos (tempo, temperatura e concentração da solução de sacarose), conforme a Tabela 1.

Os resultados experimentais foram obtidos de Azeredo e Jardine (2000), que utilizaram um delineamento central composto rotacional. Ao planejamento original, dos mesmos autores, foram adicionadas as variáveis indicadoras (*dummy*)  $z_1$  e  $z_2$ , conforme proposto por Draper e Smith (1966). Foi avaliada a perda percentual de massa (PM%) do material desidratado, que é a diferença entre a perda de água e ganho de solutos.

Tabela 1. Fatores que influenciam na desidratação osmótica de abacaxi

| Variáveis Qualitativas                 |                    |                      |                    |
|--|--------------------|----------------------|--------------------|
| Tipo de cobertura                      | Níveis Codificados |                      |                    |
|  | $z_1$              | $z_2$                |                    |
| Não revestido                          | 1                  | 0                    |                    |
| Cobertura de alginato                  | 0                  | 1                    |                    |
| Cobertura de pectina                   | 0                  | 0                    |                    |
| Variáveis Quantitativas                |                    |                      |                    |
| Valores originais e respectivos níveis |                    |                      |                    |
| Tempo (min.)                           | Temperatura (°C)   | Concentração (°Brix) | Níveis Codificados |
| 120                                    | 30                 | 60                   | -1,68              |
| 157                                    | 34                 | 62                   | -1                 |
| 210                                    | 40                 | 65                   | 0                  |
| 263                                    | 46                 | 68                   | 1                  |
| 300                                    | 50                 | 70                   | 1,68               |

Codificação:  $x_1 = (\text{tempo} - 210)/53$ ;  $x_2 = (\text{temperatura} - 40)/6$ ;  $x_3 = (\text{concentração} - 65)/3$

2) *Planejamento e otimização na obtenção de queijo minas frescal com adição de leite reconstituído*: devido ao problema de sazonalidade da produção leiteira, durante certo período do ano, ocorre uma queda na oferta e uma elevação no preço do queijo. Assim, o uso de leite reconstituído, misturado ao leite, poderia ser uma alternativa para a estabilização da oferta do produto no mercado (Spadoti e Oliveira, 1999). Por se tratar de um produto largamente consumido no Brasil, vários estudos são realizados visando promover melhorias na técnica de fabricação. Uma das opções é a adição de ácido láctico com finalidade de aumentar o rendimento (Furtado et al., 1980).

O objetivo deste estudo foi a maximização do rendimento na produção do queijo minas frescal com adição de leite reconstituído e verificar a influência da adição de ácido láctico durante o processo. Como foram controlados apenas três fatores (dois qualitativos e um quantitativo), Gacula (1993) sugeriu um delineamento fatorial  $2^2$  com ponto central, para eventual teste da curvatura. Este fatorial foi repetido duas vezes para acomodar a variável qualitativa (Tabela 2).

No processo de obtenção de queijo com acidificação direta adicionou-se 0,9 mL de ácido láctico 85% a 4,0 L de leite tipo C homogeneizado (Furtado et al., 1980). Como agente coagulante foi

utilizado quimosina (3 mL) e a temperatura de coagulação foi mantida em  $37 \pm 1^\circ\text{C}$ . Todos os queijos foram produzidos conforme o fluxograma proposto por Saboya *et al.* (1998).

**Tabela 2.** Delineamento experimental com os níveis de variação dos fatores

| Número do experimento | Variáveis   |                |                | Variáveis Originais |                         |                                      |
|-----------------------|-------------|----------------|----------------|---------------------|-------------------------|--------------------------------------|
|                       | Codificadas |                |                | Presença de ácido   | Leite reconstituído (%) | CaCl <sub>2</sub> (g/100 L de leite) |
|                       | z           | x <sub>1</sub> | x <sub>2</sub> |                     |                         |                                      |
| 1                     | 0           | -1             | -1             | ausente             | 10                      | 10                                   |
| 2                     | 0           | 1              | -1             | ausente             | 40                      | 10                                   |
| 3                     | 0           | -1             | 1              | ausente             | 10                      | 30                                   |
| 4                     | 0           | 1              | 1              | ausente             | 40                      | 30                                   |
| 5                     | 0           | 0              | 0              | ausente             | 25                      | 20                                   |
| 6                     | 1           | -1             | -1             | presente            | 10                      | 10                                   |
| 7                     | 1           | 1              | -1             | presente            | 40                      | 10                                   |
| 8                     | 1           | -1             | 1              | presente            | 10                      | 30                                   |
| 9                     | 1           | 1              | 1              | presente            | 40                      | 30                                   |
| 10                    | 1           | 0              | 0              | presente            | 25                      | 20                                   |

z: (0) ácido láctico ausente e (1) ácido láctico presente; x<sub>1</sub> = (leite reconstituído - 25)/15; x<sub>2</sub> = (CaCl<sub>2</sub> - 20)/10

**Resultados e discussão**

1) *Desidratação osmótica de abacaxi*: Os resultados experimentais obtidos de Azeredo e Jardine (2000) resultaram em um modelo de regressão (equação 4) altamente significativo (Tabela 3), com boa capacidade preditiva (R<sup>2</sup> = 0,985) e baixa variabilidade (Figura 7). A qualidade do modelo pode, também, ser avaliada pelo gráfico de distribuição normal dos resíduos. Um modelo bem ajustado deve ser capaz de representar toda a informação sistemática contida nos dados. Os resíduos deixados por ele devem representar apenas a parte aleatória, isto é, o ruído embutido nas medições. Portanto, o comportamento dos resíduos deve ser muito próximo ao de uma amostra aleatória extraída de uma distribuição normal de média zero (Barros Neto *et al.*, 2001).

$$PM\% = 53,551 - 24,934z_1 + 2,595z_2 + 1,997x_1 + 2,632x_2 + 1,284x_3 - 1,041x_1^2 - 1,216x_2^2 - 0,597x_3^2 - 0,521x_1x_2 + 0,012x_1x_3 + 0,072x_2x_3 \quad (4)$$

**Tabela 3.** Análise de variância para o modelo ajustado para PM%

| Fonte de variação | SQ       | GL | QM      | F <sub>calc.</sub> | F <sub>tab.</sub> (1%) |
|-------------------|----------|----|---------|--------------------|------------------------|
| Modelo            | 7484,172 | 11 | 680,379 | 193,283            | 2,840                  |
| Resíduo           | 116,164  | 33 | 3,520   |                    |                        |
| Total             | 7600,336 | 44 |         |                    |                        |

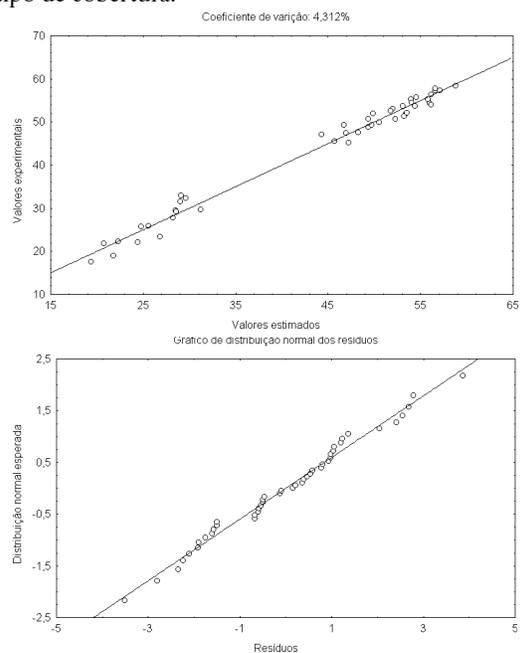
Para realizar a otimização atribuiu-se as variáveis indicadoras z<sub>1</sub> e z<sub>2</sub>, os valores 0 (zero) como limite inferior e 1 (um) como superior. O programa **otplex** realizou os cálculos normalmente dentro desse intervalo padrão. Porém, os valores obtidos foram arredondados para números inteiros, por meio de uma função interna e só então foram substituídos no modelo para a estimativa da perda

percentual de massa. Esse procedimento exige a inclusão de uma restrição, pois a combinação z<sub>1</sub> = 1 e z<sub>2</sub> = 1 não existe fisicamente. A limitação pode ser matematicamente descrita através da equação (5),

$$\sum_{i=1}^q z_i \leq 1 \quad (5)$$

onde z<sub>i</sub> representa a variável indicadora e q o número de fatores qualitativos.

Utilizou-se um valor máximo de k = 14 para o número de vértices e α = 4,0 para o coeficiente de reflexão resultando em 279 pontos na grade de otimização. O ponto ótimo encontrado foi comparado (Tabela 4) com o resultado indicado por Azeredo e Jardine (2000). O intervalo determinado pelos autores citados foi obtido através da superposição gráfica das curvas de nível para cada tipo de cobertura.



**Figura 7.** Valores experimentais vs. estimados e distribuição normal dos resíduos para o modelo de regressão da perda percentual de massa

**Tabela 4.** Comparação entre a otimização otplex e a superposição gráfica

| Fator                | Método                   |          |
|----------------------|--------------------------|----------|
|                      | Azeredo e Jardine (2000) | Otplex   |
| Cobertura            | Alginato                 | Alginato |
| Tempo (minutos)      | 220 - 270                | 248,4    |
| Temperatura (°C)     | 42 - 47                  | 45,8     |
| Concentração (°Brix) | 66 - 69                  | 68,4     |
| Perda de Massa (%)   | ≥ 57                     | 58,9     |

O comportamento e a estabilidade da resposta ótima podem ser observados por meio do método

gráfico melhorado (MGI), sugerido por Guillou e Floros (1993). Esse procedimento permite a representação da iso-resposta (para um dado valor constante), com três fatores variando ao mesmo tempo. Para o sistema de desidratação osmótica de abacaxi, os termos ( $z_1$ ,  $z_2$ ) foram substituídos pelo valor (0, 1), que corresponde à cobertura de alginato, restando apenas três fatores que podem ser relacionados através da equação (6).

$$x_3 = g(PM\%, x_1, x_2) \quad (6)$$

Para a perda percentual de massa (PM%) foi atribuído o valor (ótimo) constante de 58%. Os fatores remanescentes podem variar livremente dentro da faixa experimental. O resultado gráfico pode ser observado na Figura 8.

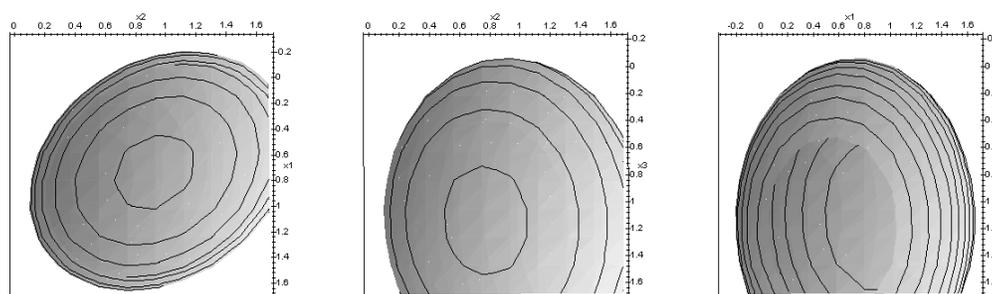
A região de estabilidade e combinações binárias entre os fatores pode ser melhor observada através dos gráficos de curvas de nível apresentados na Figura 9.

Com base na Figura 9 é possível determinar diversas combinações entre os fatores quantitativos que resultam em uma mesma perda de massa (PM% = 58) utilizando-se a cobertura de alginato. Esse recurso é útil quando se deseja, por exemplo, fixar valores mínimos para um determinado fator (Tabela 5).

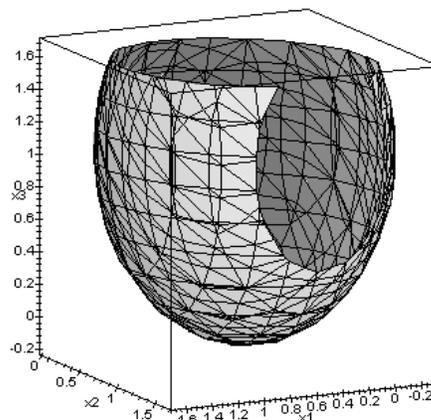
**Tabela 5.** Combinação mínima para cada fator, que resulta em PM% = 58, quando utilizada a cobertura de alginato

|                      | Combinações para cada fator no seu valor mínimo |       |       |
|----------------------|---|-------|-------|
| Tempo (minutos)      | 199,4*  | 254,5 | 242,6 |
| Temperatura (°C)     | 46,4  | 40,7* | 44,8  |
| Concentração (°Brix) | 67,9  | 67,7  | 64,8* |

\* Fator de valor mínimo



**Figura 9.** Curvas de nível para a resposta ótima (PM% = 58) na desidratação osmótica do abacaxi



**Figura 8.** Região de estabilidade da resposta ótima (PM% = 58) em função dos três fatores quantitativos (codificados) para desidratação osmótica do abacaxi

2) *Obtenção de queijo minas frescal com adição de leite reconstituído:* A análise dos resultados experimentais de cada tratamento (Tabela 6) permitiu a elaboração de um modelo de regressão (equação 7).

$$rend = 64,946 - 2,342z - 1,991x_1 + 0,411x_2 \quad (7)$$

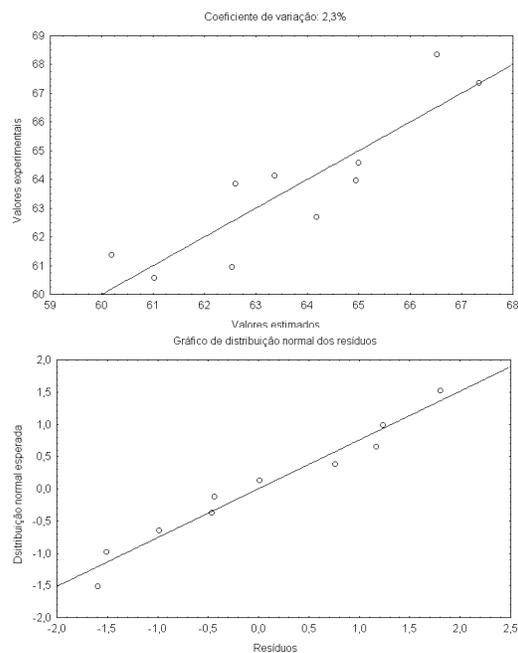
O modelo encontrado é significativo em nível de 5% (Tabela 7 e Figura 10), apresenta razoável capacidade preditiva ( $R^2 = 0,784$ ), baixa variabilidade (C.V. = 2,3%) e os resíduos apresentam uma distribuição próxima à normal.

**Tabela 6.** Resultados experimentais e previstos para produção de queijo minas frescal com leite reconstituído

| Número do experimento | Rendimento experimental (%) | Rendimento previsto (%) |
|-----------------------|-----------------------------|-------------------------|
| 1                     | 68,33                       | 66,53                   |
| 2                     | 60,95                       | 62,54                   |
| 3                     | 67,36                       | 67,35                   |
| 4                     | 64,13                       | 63,37                   |
| 5                     | 63,96                       | 64,95                   |
| 6                     | 62,68                       | 64,18                   |
| 7                     | 61,37                       | 60,20                   |
| 8                     | 64,57                       | 65,01                   |
| 9                     | 60,56                       | 61,02                   |
| 10                    | 63,84                       | 62,60                   |

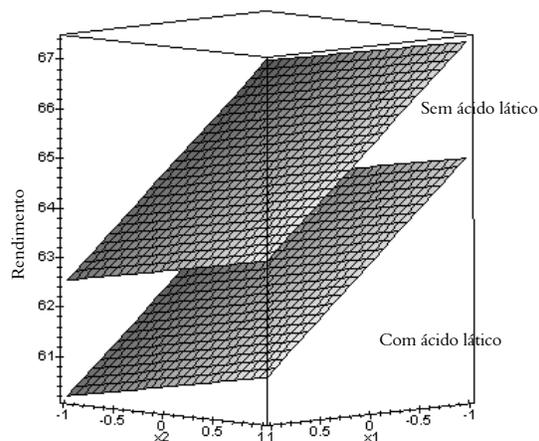
**Tabela 7.** Análise de variância do modelo de rendimento para o queijo minas frescal

| Fonte de variação | SQ     | GL | QM     | F <sub>calc.</sub> | F <sub>tab.</sub> (5%) |
|-------------------|--------|----|--------|--------------------|------------------------|
| Modelo            | 46,786 | 3  | 15,595 | 7,243              | 4,757                  |
| Resíduo           | 12,911 | 6  | 2,152  |                    |                        |
| Total             | 59,697 | 9  |        |                    |                        |

**Figura 10.** Valores experimentais vs. estimados e distribuição normal dos resíduos para o modelo de regressão para o rendimento de produção do queijo minas frescal

O resultado da otimização através do programa **otplex** confirmou o esperado, indicando como ponto ótimo condições idênticas ao 3º experimento. O modelo ajustado é muito simples (linear), portanto, a breve inspeção dos sinais dos coeficientes permite concluir qual será a melhor combinação dos fatores independentes.

Através do modelo é possível construir a superfície de resposta para o modelo de rendimento com ou sem adição de ácido láctico (Figura 11).

**Figura 11.** Superfícies de resposta para o rendimento na produção de queijo minas frescal com ou sem adição de ácido láctico

A Figura 10 confirma o resultado da otimização e fica evidente que o processo com melhor rendimento é aquele onde o ácido láctico está ausente. Essa conclusão, porém, não deve ser generalizada para a produção nas condições onde não há adição de leite reconstituído (Furtado *et al.*, 1980).

## Conclusão

Na área de desenvolvimento de sistemas é comum encontrar-se sistemas mistos. Com a utilização da modelagem proposta e adaptação do algoritmo complex foi possível a simulação e otimização de sistemas mistos, através de método sequencial com a inclusão de restrições.

O planejamento de sistemas mistos controlados por variáveis qualitativas e quantitativas mostrou-se eficiente para os casos estudados. Foi possível a agregação de delineamentos centrais compostos (rotacionais) isolados para o desenvolvimento de modelos mistos.

Ao planejar experimentos específicos para variáveis quantitativas e qualitativas foi construído um modelo misto a partir de um delineamento fatorial ( $2^2$ ) mais o ponto central com a simples inclusão da variável qualitativa.

O método empregado na otimização mostrou-se uma eficiente ferramenta para a otimização de sistemas com vários níveis de complexidade. A adoção de limites de variação para o número de vértices ( $k$ ) e coeficiente de reflexão ( $\alpha$ ) permitiu uma melhor análise das funções otimizadas.

O emprego do método gráfico melhorado (MGI) possibilita uma análise da estabilidade do valor ótimo encontrado. Esta técnica permite também a estimativa de outras combinações para os fatores controlados no planejamento.

### Referências

- AZEREDO, H. M. C.; JARDINE, J. G. Desidratação osmótica de abacaxi aplicada à tecnologia de métodos combinados. *Cienc. Tecnol. Aliment.*, Campinas, v.20, n.1, p. 74-82, 2000.
- BARROS NETO, B. et al. *Como fazer experimentos: pesquisa e desenvolvimento na ciência e na indústria*. Campinas: Editora Unicamp, 2001.
- BEVERIDGE, G. S. G.; SCHECHTER, R. S. *Optimization theory and practice*. New York: Mac Graw-Hill & Sons, 1970.
- BONA, E. et al. Aplicativo para otimização empregando o método simplex seqüencial. *Acta Scientiarum*, Maringá, v.22, n.5, p.1201-1206, 2000.
- BOX, M. J. A new method of constrained optimization and comparison with other methods. *Comput. J.*, Cambridge, v.8, p. 42-52, 1965.
- BOX, M. J. A comparison of several current optimization methods, and the use of transformations in constrained problems. *Comput. J.*, Cambridge, v.9, p.67-77, 1966.
- BOX, G. E. P.; DRAPER, N. R. *Empirical Model-Building and response surfaces*. New York: John Wiley & Sons, 1987.
- CARLYLE, W. M. et al. Optimization Problems and Methods in Quality Control and Improvement. *Journal of Quality Technology*, Milwaukee, v.32, n.1, p.1-17, 2000.
- CAO, Y. J. et al. An evolutionary programming approach to mixed-variable optimization problems. *Applied Mathematical Modelling*, Orlando, v.24, p.931-942, 2000.
- CASTRO, I. A. et al. Simultaneous optimization of response variables on protein mixtures formulation: complex method approach. *Internacional J. Food Sci. Technol.*, Mysore, v.38, p.103-110, 2003.
- COSTA FILHO, P. A.; POPPI, R. J. Algoritmo genético em química. *Quim. Nova*, São Paulo, v.22, n.3, p.405-411, 1999.
- DERRINGER, G.; SUICH, R. Simultaneous optimization of several response variables. *Journal of Quality Technology*, Milwaukee, v.12, n.4, p. 214-219, 1980.
- DRAPER, N. R.; SMITH, H. *Applied Regression Analysis*. New York: John Wiley & Sons, Inc. 1966.
- FURTADO, M. M. et al. Estudo conclusivo à respeito da fabricação do queijo minas frescal por diferentes processos. *Revista do Instituto de Laticínios Cândido Tostes*, Juiz de Fora, v.35, n.208, p.13-16, 1980.
- GACULA, JR. M. C. *Design and analysis of sensory optimization*. Connecticut: Food & Nutrition Press, Inc. 1993.
- GUILLOU, A. A.; FLOROS, J. D. Multiresponse optimization minimizes salt in natural cucumber fermentation and storage. *J. Food Sci.*, Chicago, v.58, n.6, p. 1381-1389, 1993.
- HEYD, B. et al. Comparison of optimisation algorithms in formulation on a sensory basis. *Food Qual. Prefer.*, Barking, v.8, n.1, p. 73-80, 1997.
- MORGAN, E. et al. Optimization using the super-modified Simplex Method. *Chemom. Intell. Lab. Sys.*, Amsterdam, v. 8, p. 97-107, 1990.
- SABOYA, L. V. et al. Efeitos físico-químicos da adição de leite reconstituído na fabricação de queijo minas frescal. *Cienc. Tecnol. Aliment.*, Campinas, v.18, n.4, p.368-376, 1998.
- SPADOTI, L. M.; OLIVEIRA, A. J. Uso de leite reconstituído na fabricação de queijo mussarela. *Cienc. Tecnol. Aliment.*, Campinas, v.19, n.1, 1999.
- SPENDLEY, W. et al. Sequential application of simplex designs in optimization and evolutionary operation. *Technometrics*, Washington, DC., v.4, p.441-461, 1962.
- STATISTICA, *Statistica for Windows*, Tulsa: StatSoft Inc., 1998.
- WALTERS, F. H. et al. *Sequetial Simplex Optimization*. Licensed eletronic reprint by Multisimplex AB, Karskrona, Sweden, 1999.

Received on September 09, 2002.

Accepted on November 20, 2002.