

文章编号:

## 马赫数无关原理对高超声速热化学反应流的适应性研究

李康 李进平 姜宗林

(中科院力学研究所高温气体动力学国家重点实验室 北京 100190)

**摘要:** 通过求解考虑热化学非平衡的 5 组分, 17 个基元反应的 N-S 方程, 对马赫数无关原理对高超声速热化学反应流的适应性进行了研究。模型采用高超声速常用的柱状钝头体。对比量热完全气体、热化学非平衡气体下激波角、沿流线压力分布、阻力系数的差异, 得出真实气体效应下马赫数无关原理依然适用的结论。通过对阻力系数的进一步分析研究知, 真实气体效应是通过能量向振动能、化学能的重新分配机制来影响阻力系数的变化, 且其所引起的阻力系数变化总体来说比较小; 在  $M > 15$  时, 向化学能的分配为主导因素。

**关键词:** 马赫数无关原理 高超声速 适应性 热化学反应 阻力系数

## 0 引言

当飞行器再入大气层时, 其飞行马赫数将超过 30。目前, 高超声速地面风洞实验的马赫数量程在 20 左右, 因此地面实验并不能满足这种飞行器的实验需求。基于此背景, 马赫数无关原理可以拓宽压力测量数据的应用范围。这一原理由奥斯瓦提(Oswatitsch, 1951)<sup>[1]</sup> 在量热完全气体的条件下首次提出, 是其对高超声速实验观察和相似律研究的结果; 它告诉我们, 当来流马赫数足够大时, 流动结构(flow pattern)、压力系数将逐渐与来流马赫数无关。

对于高超声速钝头体, 来流能量通过脱体激波后, 速度变小, 转化为气体的内能、振动能、离解能, 甚至是电离能。后三种能量转化若与来流能量量级相当, 则需考虑高温真实气体效应。随着马赫数的增加, 真实气体效应的影响逐渐增强, 气体的比热比发生改变, 粘性边界层的厚度增加。我们知道, 壁面的压力分布与物面形状有直接的关系, 且边界层厚度与来流马赫数的平方成正比, 因此对高超声速来说, 壁面边界层是很厚的。当粘性边界层的厚度增加并且达到与激波脱体距离同量级时, 粘性的影响将不可忽略。因此, 当马赫数很大时, 需同时考虑粘性、真实气体效应的影响。

1945 年 Charters et al.<sup>[2]</sup> 在 0.29~3.96 范围内实验研究了球状模型的阻力系数随马赫数的变化, 结果显示在超声速范围内, 随着马赫数的增加, 阻力系数的变化逐渐减小。随后 Hodges<sup>[3]</sup> 在更高范围内 (2.2~10) 研究了球状模型的阻力系数随马赫数的变化, 他指出: 在马赫数 4~10 时, 阻力系数接近于一个定值, 即阻力系数开始与马赫数无关。2011 年, D. Kliche<sup>[4]</sup> 采用数值方法研究了包含粘性项的马赫数无关原理; 气体条件为理想气体、热平衡气体, 有粘、无粘, 结果显示粘性并不影响马赫数无关原理的适用性。另外张涵信<sup>[5]</sup> 指出在  $M > 10$  时, 化学反应的影响逐渐重要。马赫数无关原理成立的条件是马赫数足够大, 因此, 此原理在有真实气体效应下的适用性需进一步研究。Hayes et al.<sup>[6]</sup> 指出, 粘性流动和高超声速真实气体效应下这一原理依然适用, 即流动结构和压力系数在此条件下也将不随马赫数的变化而变化; 对于

收稿日期:

修订日期:

作者简介: 李康, 男, [likang@imech.ac.cn](mailto:likang@imech.ac.cn)

激波形状 (the structure of shock wave) 来说, 这一原理有可能也适用。但上述结果为理论推测的结论, 并未给出足够的论据。目前还未发现文献有对马赫数无关原理在真实气体效应下的适用性的研究, 基于这样的背景, 本文将从数值模拟的角度对热化学反应流中马赫数无关原理的适用性进行研究, 采用模型为柱状钝头体, 并依次考察真实气体效应对激波形状、沿流线压力分布、模型阻力系数(压阻)的影响以探究此原理的适用性。

## 二 数值方法

为研究高超声速飞行器脱体激波后流动的非平衡状态以及气体的振动激发、离解, 本文采用考虑粘性的二维平面或轴对称 Navier-Stokes 方程:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial r} + S = \frac{\partial F_v}{\partial x} + \frac{\partial G_v}{\partial r} + S_v + S_{chem} \quad (1)$$

其中,  $U$  为守恒变量组成的矢量,  $F$ 、 $G$ 、 $F_v$ 、 $G_v$  分别为  $x$ 、 $r$  方向上的对流通量矢量和粘性项矢量,  $S$ 、 $S_v$  为无粘和有粘的几何源项矢量,  $S_{chem}$  为化学反应源项矢量。对流项采用二阶 NND 格式求解, 化学反应模型考虑 5 组分、17 个基元反应, 组分为:  $N_2$ 、 $O_2$ 、 $NO$ 、 $N$ 、 $O$ 。热力学模型采用考虑振动非平衡的双温模型。

程序的验证采用与文献<sup>[7]</sup>实验结果对比的方式。模拟条件为  $H=60km$ , 马赫数为 10, 球半径为 0.05m, 考虑热化学非平衡的影响, 壁面条件为绝热非催化壁面。文献实验测量了半球上表面和下边面的压力分布, 并给出了驻点压力无量纲化的压力分布。从实验与数值模拟的对照中(图 1)得知, 所采用的数值方法对压力参数的模拟是可靠的。

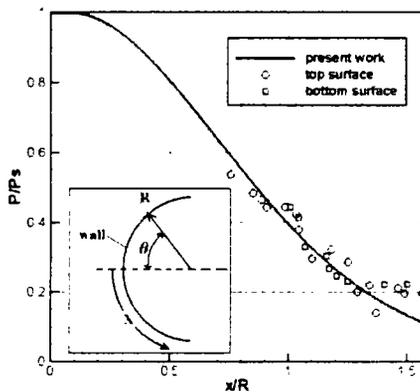


图 1 半球表面压力分布

## 三 数值结果与分析

### 3.1 网格无关性研究

本文首先进行了网格无关性的研究, 来流参数为高度  $H=60km$  的参数。数值模拟中所采用的网格数量如 Table 1 所示, 表中同时给出了马赫数为 5 时所对应的网格雷诺数, NI、NJ 分别为平行于壁面和垂直于壁面方向的网格数量。模拟条件是热化学非平衡, 有粘, 绝热壁面。从数值模拟的结果中我们可以看出, 在网格数量较少时(grid case 1,2,3,4)模拟结果出现了不稳定的变化, 但是在网格数量为  $207 \times 201$ (grid case 5)时, 计算结果基本稳定。本文对马赫数无关的研究采用的网格为  $411 \times 401$ (grid case 7), 并且在壁面附近网格长宽比与文献<sup>[8]</sup>结论一致。因此, 网格的选取完全满足这一问题的研究。

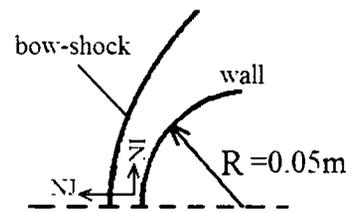


图 2 物理模型和尺寸

Table 1  $H=60km$   $Re_\delta = \frac{\rho U_\infty \delta}{\mu_\infty}$

$\delta$  为物面上第一层网格的大小

Grid case	Grid points NI	Grid points NJ	$Re_\delta (M=5)$
1	55	51	9.18
2	107	51	9.18
3	107	101	4.59
4	209	101	4.59
5	209	201	2.30
6	411	201	2.30
7	411	401	1.15

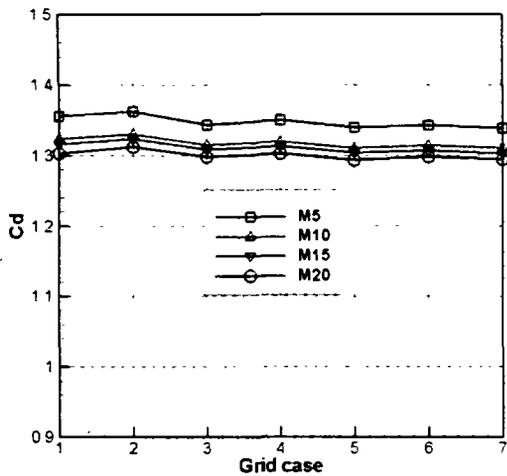


图 3 不同网格下阻力系数的变化: 热化学非平衡, 粘性, 绝热非催化壁面

Table 2 来流参数

$mafO_2=0.2329$   $mafN_2=0.7671$   $mafO=0.0$   
 $mafN=0.0$   $mafNO=0.0$

$M_\infty$	H(km)	$U_\infty$ (m/s)
5.0	60	1569.9
10.0	60	3139.8
15.0	60	4709.7
20.0	60	6279.6

### 3.2 高温真实气体效应对脱体激波激波角的影响

在马赫数足够高时, 脱体激波后气体将发生振动激发, 离解, 甚至是电离等情况。分子的振动和离解都将引起流场中能量的重新分配, 气体分子的性质也将发生改变, 并且压力, 密度, 平动温度和振动温度等标识流场状态的参数也将因此而改变。因此高温真实气体效应下, 马赫数无关原理对于压力系数, 流场构型(flow pattern), 激波构型(the structure of shock wave)等是否依然成立需要进一步验证。从另一个方面来说, 高温真实气体效应的产生归根揭底是由于来流的高速引起的。真实气体效应对流场结构、激波构

型和波后压力的影响, 若与来流速度的相关量之比是个小量, 即真实气体效应的影响较小, 我们仍可以认为马赫数无关原理在高温真实气体条件下对流场机构、激波构型和压力系数是成立的。

流场在激波后的参数由脱体激波的位置和形状决定。真实气体效应对激波脱体距离的问题目前文献已进行了详细的研究<sup>[9]</sup>, 并有理论公式可供参考<sup>[10,11]</sup>。因而, 本文将研究真实气体效应对脱体激波形状的影响, 并用激波角来度量, 如图 4 所示。

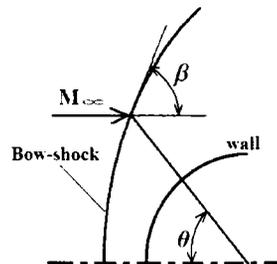


图 4 脱体激波与激波角示意图

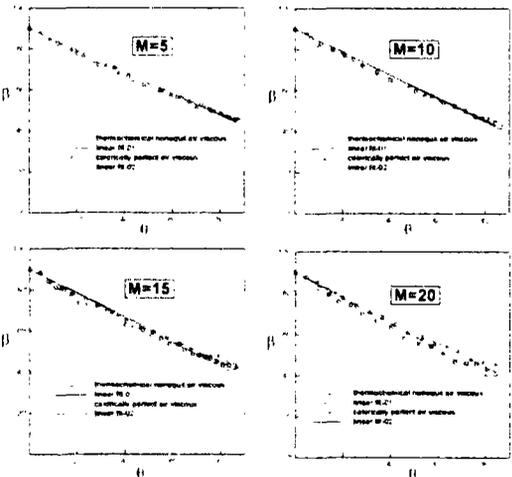


图 5 热化学非平衡和量热完全气体条件下激波角比较: 马赫数分别为 5,10,15,20

图 5 为热化学非平衡条件下的激波角与量热完全气体下的比较, 来流参数如 Table 2 所示。从结果中我们可以很直观的得出,  $M < 10$  时, 真实气体效应不明显, 激波角几乎不发生变化; 在  $M > 10$  时, 随着马赫数的增加, 真实气体效应的影响曾情, 并且在相同马赫数先, 随着角度的增加, 激波角差异也

逐渐增加。在马赫数为 20 时，真实气体效应对激波构型的影响，相比量热完全气体将会产生大约 10% 的最大偏差。我们知道，物面参数受 40° 角内的激波位置和形状影响较大，从数值结果可知，在驻点线附近的 40° 角内，真实气体效应对激波角的影响基本上可以忽略。因而我们仍然可以认为真实气体效应对激波角的影响不随马赫数变化。

### 3.3 高温真实气体效应对沿流线压力分布的影响

高温真实气体效应对沿流线压力分布影响的模拟条件如 Table 2 所示。图 6 给出了量热完全气体、热化学非平衡气体情况下沿流线的压力分布。在  $M < 10$  时，两种条件下流场压力分布基本不发生变化。当马赫数  $M > 10$  时，随着马赫数的增加，压力分布的差异开始产生渐增的变化，其原因为：在真实气体效应的影响下，脱体激波后气体密度增加；根据连续方程可知，气体密度的增加将会导致速度的减小。在驻点线上，伯努利方程近似成立；对于真实气体来说驻点线上的压力将会增加，因此真实气体效应将会引起流场压力的偏大，这种分析与我们的数值模拟结果相符。在马赫数为 20 时，对于我们所研究的情况来说，真实气体效应的影响达到最大值，但是相比激波后很高的压力值，这种变化在 4% 之内。因此高温真实气体效应对流场压力分布的影响总体来说较小，在我们可接受的范围内，仍可以认为高温真实气体效应下，流场压力分布对马赫数无关原理适应。

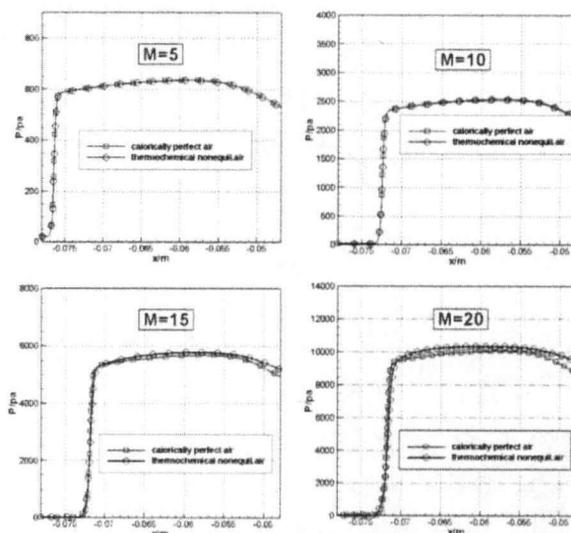


图 6 真实气体效应对流场中沿流线压力分布的影响

### 3.4 高温真实气体效应对阻力系数的影响

对于高温真实气体效应下阻力系数的马赫数无关原理适应性的研究，来流参数如 Table 2 所示。数值模拟的物理模型为高超声速研究常采用的柱状钝头体，半径为 0.05m，其阻力系数和升力系数的计算公式为：

$$C_d = \frac{1}{0.5\rho_\infty U_\infty^2} \int \bar{P}_w \cdot n_x dL = 2 \int \bar{P}_w \cdot n_x dL \quad (2)$$

$$C_L = \frac{1}{0.5\rho_\infty U_\infty^2} \int \bar{P}_w \cdot n_y dL = 2 \int \bar{P}_w \cdot n_y dL \quad (3)$$

即阻力系数为壁面压力沿 Y 方向投影的积分值，升力系数为壁面压力沿 X 方向投影的积分值。壁面处的无量纲压力  $\bar{P}_w$  在马赫数足够大时将趋近于极限值，其在 X 和 Y 方向投影的积分值也将有相同的结论。下面将仅考虑阻力系数随马赫数的变化来研究马赫数无关原理。

图 7 给出了热化学非平衡、热平衡和量热完全气体在绝热壁面条件下的阻力系数随马赫数的变化。量热完全气体和热平衡气体均较好的符合马赫数无关原理，但热化学非平衡流对这原理的适应性有微小的

偏差。对比热平衡条件与气体两种条件的模拟结果并依据双尺度律可知，我们采用的模型处于严重的对阻力系数，采用热平衡条件的影响不可忽略。虽然热化学非平衡对阻力系数的影响随马赫数的增加而增加，但其影响总体来说比较小。图 8 给出了马赫数为 20 时，壁面的压力分布和流场压力云纹图。在驻点线附近，热化学非平衡气体的压力大于量热完全气体，这与我们的分析相符。随着角度（弧度）的增加，真实气体效应下所对应的压力分布变化更为剧烈，并且由于阻力系数是压力分布的积分，因此其所对应的阻力系数偏小。出现此现象的原因为，激波后气体的压缩程度较高，若取临近壁面的两条流线作为流管，则流线间的流动为先收缩后膨胀。在驻点线附近为亚声速

流动，根据变截面管流公式  $\frac{dP}{P} = \frac{\gamma M^2}{1-M^2} \frac{dA}{A}$  知，流管的收缩将引起压力减小，对于远离驻点线的流管，其为超声速的膨胀过程，压力也将降低，因此沿壁面的压力分布将随角度  $\theta$  的增大而减小。同时在真实气体效应下，气体的比热比增加，故其对应的压力曲线变化更为剧烈。真实气体效应的影响对于我们所采用的物理模型阻力系数将会有微小的减小，但这种变化基本较小。

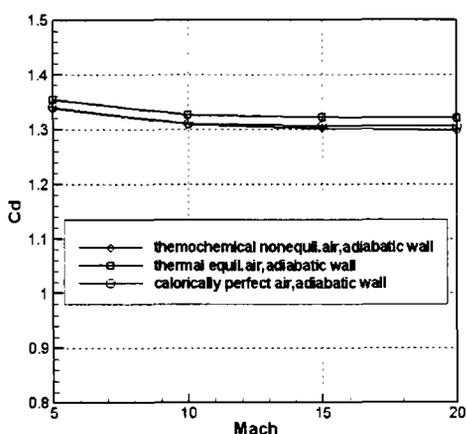


图 7 热化学非平衡、热平衡、量热完全气体，绝热壁面条件下阻力系数随马赫数的变化

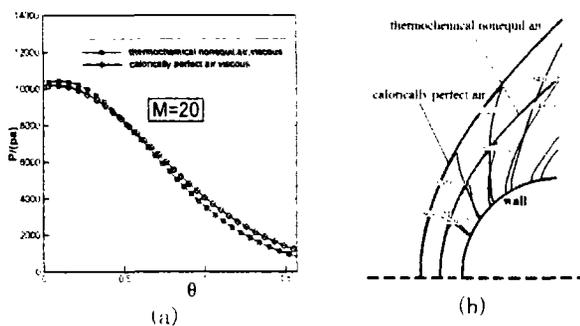


图 8  $M=20$  时，壁面压力分布和流场压力云纹图

对于理想气体来说，在高马赫数下，流场的解由气体的比热比、激波角以及边界条件决定。温度较高时，真实气体效应的影响增强，气体的性质将会发生变化，从而使得气体的比热比改变。从上述结论可知，真实气体效应对激波角的影响可忽略，但我们认为其对阻力系数的影响与脱体激波后能量的重新分配机制有关。为探索真实气体效应影响的机理，选取马赫数 10,15,20 情况下脱体激波后的气体组分最为来流条件进行模拟，参数的选取如 Table 3、Table 4 和 Table 5 所示。在高度  $H=60\text{km}$  的条件下，马赫数 10,15,20 波后气体组分的比热比分别为 1.3998, 1.4611, 1.5296。对比可知，相比量热完全气体的比热比  $\gamma = 1.3997$ ，气体的比热比已发生了显著的变化。

Table 3  $M_\infty = 10$  波后气体组分

$mafO_2=0.232682$   $mafN_2=0.767099$   $mafO=2.19E-4$   
 $mafN=0.0$   $mafNO=0.0$

$M_\infty$	H(km)	$U_\infty$ (m/s)
5.0	60	1573.14
10.0	60	3146.28
15.0	60	4719.43
20.0	60	6292.57

Table 4  $M_\infty=15$  波后气体组分

$mafO_2=0.022202$   $mafN_2=0.717692$   $mafO=0.187201$   
 $mafN=0.0292436$   $mafNO=0.0436614$

$M_\infty$	H(km)	$U_\infty$ (m/s)
5.0	60	1759.70
10.0	60	3519.40
15.0	60	5279.11
20.0	60	7038.81

Table 5  $M_\infty=20$  波后气体组分

$mafO_2=0.0$   $mafN_2=0.530412$   $mafO=0.226620$   
 $mafN=0.229647$   $mafNO=0.013321$

$M_\infty$	H(km)	$U_\infty$ (m/s)
5.0	60	1973.69
10.0	60	3947.39
15.0	60	5921.08
20.0	60	7894.78

图 9 给出了选取  $M5, M10, M15, M20$  脱体激波后的气体组分作为来流参数的数值模拟结果与热化学非平衡阻力系数的比较。在这种假定的来流条件下，不同马赫数波后组分参数作为来流参数，为使能量向仅在动能与内能之间转化，在计算中模拟条件设定为热化学反应冻结的条件。从计算结果中可知当将各马赫数波后组分作为来流参数时，所得的结果与相应的热化学非平衡值几乎完全一致。因此，我们便可以得出热化学非平衡对阻力系数的影响是通过能量的重新分配实现的。随着流场气体偏离理想气体程度的增加，阻力系数也将偏离理想条件下的对应值。

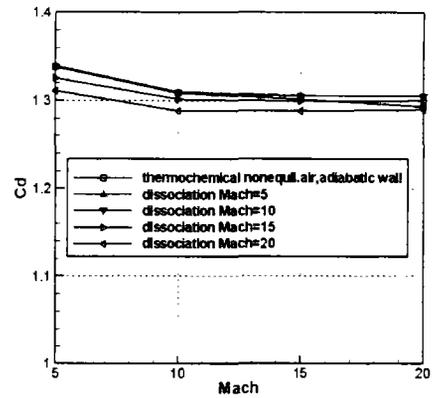


图 9 不同离解度气体作为来流参数与非平衡条件下相应结果对比

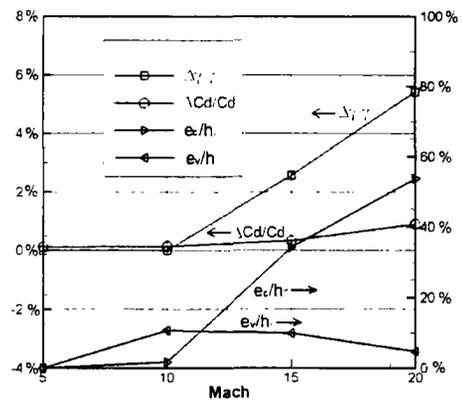


图 10 激波后压力相对变化、阻力系数相对变化以及振动能、化学能占总焓比例随马赫数的变化

为考察真实气体效应对阻力系数的影响大小，依据斜激波关系式，我们给出量热完全气体条件下，激波后的无量纲参数：

$$\bar{P}_2 \rightarrow \frac{2\sin^2\beta}{\gamma+1}, \quad \bar{\rho}_2 \rightarrow \frac{\gamma+1}{\gamma-1}, \quad \bar{u}_2 \rightarrow 1 - \frac{2\sin^2\beta}{\gamma+1}, \quad \bar{v}_2 \rightarrow \frac{\sin(2\beta)}{\gamma+1} \quad (4)$$

在驻点处，以上极限解为：

$$\bar{P}_2 \rightarrow \frac{2}{\gamma+1}, \quad \bar{\rho}_2 \rightarrow \frac{\gamma+1}{\gamma-1}, \quad \bar{u}_2 \rightarrow \frac{\gamma-1}{\gamma+1}, \quad \bar{v}_2 \rightarrow 0 \quad (5)$$

对于无量纲压力的极限解，气体的比热比发生变化时的相对变化量为：

$$\frac{\bar{P}_2 - \bar{P}_2}{\bar{P}_2} = \left( \frac{2}{\gamma+1} - \frac{2}{\gamma_1+1} \right) / \frac{2}{\gamma+1} = \frac{\gamma_1 - \gamma}{\gamma_1 + 1} \quad (6)$$

将上述结果定义为： $\frac{\Delta\gamma}{\gamma} = \frac{\gamma_1 - \gamma}{\gamma_1 + 1}$ ，式中， $\gamma_1$ 为真

实气体效应下的比热比， $\gamma$ 为  $H=60\text{km}$  空气的比热

比。

对于阻力系数，同样，我们定义其相对变化量为  $\frac{\Delta C_d}{C_d} = \frac{C_d - C_{d1}}{C_d}$ ，式中， $C_d$  为量热完全气体下的

阻力系数， $C_{d1}$  为真实气体效应下的阻力系数。

图 10 给出了比热比的相对改变量、阻力系数的相对改变量以及振动能化学能占总焓的比例随马赫数的变化。由结果可知，在  $M < 10$  时，能量向振动能的转化占主导地位，随着马赫数的增加，分子发生离解，向化学能的转化占主导地位。在能量向化学能、振动能转化达到 50% 左右时，阻力系数的改变在 1% 左右。于是可知真实气体效应对阻力系数的影响是很小的，我们可以认为马赫数无关原理在所研究的范围内适用。

## 四 结论

以上我们研究了高空  $H=60\text{km}$  处热化学非平衡效应对马赫数无关原理的适应性。通过对激波角、沿流线压力分布、阻力系数的研究，得出以下主要结论：

- (1) 真实气体效应激波角的影响，在  $40^\circ$  范围内的影响基本可以忽略，而在大约  $40^\circ$  时，随着马赫数、角度的增大，影响增加。因此脱体激波后流场参数可以认为由激波的脱体距离决定。
- (2) 真实气体效应对流场沿流线的压力分布的影响的相对值较小，因此对于沿流线的压力分布来说，可认为马赫数无关原理仍适用。
- (3) 真实气体效应对阻力系数的影响是通过能量的重新分配实现的。其对气体比热比的改变以及在驻点附近的强压缩效应，根据流量守恒的原则，将会导致物面附近的膨胀效应增强，压力减小，在一定程度上来说将会降低阻力系数，但这种变化很小。在我们所研究的范围内，真实气体效应对阻力系数产生的偏差在 1% 之内，仍可认为符合马赫数无

关原理。

因此，对于我们所研究的柱状钝头体模型来说，可以认为马赫数无关原理对激波角，沿流线压力分布，阻力系数仍然适用。

## 参考文献

- [1] Oswatitsch, K., Similarity laws for hypersonic flow, Tech. Note no. 16. Institutionen for Flygteknik, Kungl Tekniska Hogskolan, Stockholm, 1950.
- [2] Charters, A. C., Thomas, R. N. (1945). The aerodynamic performance of small spheres from subsonic to high supersonic velocities, J. Aero. Sci 12, 468-476
- [3] Hodges, A. J. (1961). The drag coefficient of very high velocity spheres. J. Aero Sci. 24, 755-758
- [4] D. Kliche, CH. Mundt, E.H. Hirschel, Germany, The hypersonic Mach number independence principle in the case of viscous flow, Shock Waves (2011) 21:307-314
- [5] 张涵信, 真实气体流动的相似规律. 空气动力学学报, 1990 年 3 月, 8(1): 1~8
- [6] Hayes, W. D., Probstein, R. F. Hypersonic flow theory. In: inviscid flows, vol 1. Academic Press, New York (1966)
- [7] Nelson H. K., Peter H. R., and Ralph W. D., Laminar heat transfer around blunt bodies in dissociated air. Journal of the aero/space sciences, July, 1959
- [8] 李邦明, 鲍麟, 童秉纲, 高超声速飞行器前驻点热流数值模拟的物理准则研究, 应用数学和力学, 第 31 卷 第 7 期, 2010 年
- [9] 高云亮, 王效廉, 董三强, 余文力, 姜宗林, 热化学非平衡对超高速钝体绕流的数值研究, 第 14 届全国激波与激波管学术会议, 2010 年
- [10] H. Olivier. A theoretical model for the shock stand-off distance in frozen and equilibrium flows. J Fluid Mech (2000), vol 413, pp. 345-353.
- [11] N. Belouaggadia, H. Olivier and R. Brun. Numerical and theoretical study of the shock stand-off distance in non-equilibrium flow. J. Fluid Mech. (2008), vol. 607, pp. 167-197