

中国力学大会-2013

# 不变形双滴的热毛细迁移及相互作用<sup>1)</sup>

李巧红\*, 尹兆华<sup>\*,2)</sup>

\* (中国科学院力学研究所, 北京 100190)

**摘要:** 本文使用波前追踪法捕捉运动的不变形液滴界面, 并采用有限差分方法对双滴热毛细迁移过程进行了模拟。研究发现, 当液滴中心连线与温度梯度成 45 度角,  $Ma=50$  时, 在温度梯度方向上, 低温端的液滴的速度比高温端的液滴要高, 因此双滴在该方向的距离不断减小; 而在与温度梯度垂直的方向上, 双滴会先远离后接近。最终在较长距离的迁移之后, 双滴会碰撞在一起。

**关键词:** 热毛细迁移, 双滴相互作用, 波前追踪法

## 引言

液滴和气泡的运动是大自然中常遇到的物理现象, 如空中下落的雨滴、沸水中的蒸汽泡等。研究液滴和气泡的运动规律有助于我们揭示大自然的规律, 是流体力学中的经典问题, 具有重大的科学价值。除此之外, 液滴和气泡还广泛地存在于各种生产过程中, 如动力装置燃烧室中的燃油滴, 晶体生长中产生的气泡以及聚合和萃取等化学过程中形成的液滴和气泡等, 故研究液滴或气泡的行为和运动规律也具有很强的工程应用背景。

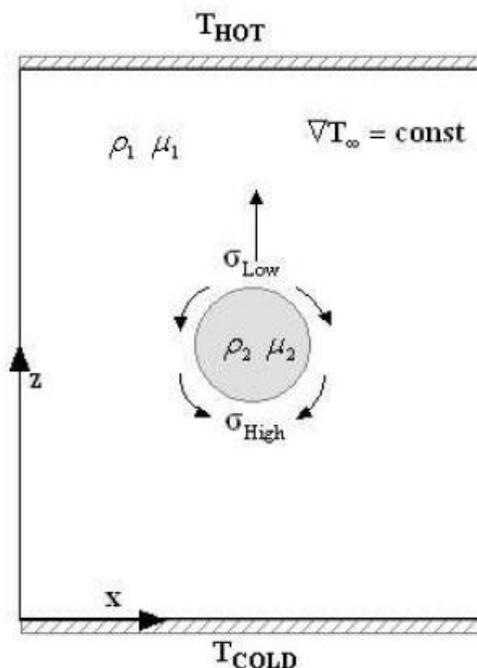


图 1 热毛细迁移

Fig.1 Thermocapillary Migration

在重力环境下, 处于不混溶的母液中的液滴或者气泡由于与母液的密度不同, 在浮力的作用下就会发生迁移运动。然而, 在微重力环境下, 重力作用忽略不计, 浮力效应消失, 要使液滴运动起来就必须加上其他的诱导方式。在实际应用中常用的是通过外加温度场的方法来驱使液滴运动。由于一般情况下, 界面张力会随温度的升高而减小, 当在液滴存在的母液中外加一个温度梯度时, 液滴界面会形成由高温端指向低温端的表面张力差, 拖拽着液滴的表面运动。由于粘性的作用, 液滴两侧的流体也会跟随发生流动, 液滴内部流体逐渐形成对流胞元, 而液滴外侧则形成绕流。绕流方向为从高温指向低温, 液滴从低温向高温迁移。这种由于温度梯度而产生的液滴或气泡的运动就叫热毛细迁移运动 (图 1)。

液滴和气泡的热毛细迁移问题最早的研究开始于 1959 年, Young, Goldstein 和 Block<sup>[1]</sup>首次建立了该问题的线性理论模型, 在忽略二阶项和非定常项的基础上推导了液滴和气泡热毛细迁移的 Stokes 问题的分析解, 由此导出了液滴 Marangoni 的迁移速度 (即稳定迁移速度):

$$v_{YGB} = \frac{2U}{(2+3\alpha)(2+\lambda)} \quad (1.1)$$

其中:

$$\begin{cases} \alpha = \mu_1/\mu_2 \\ \lambda = k_1/k_2 \end{cases} \quad (1.2)$$

公式中下标 1 代表母液物理量, 下标 2 代表液滴物理量, 下文中的标注也与这里一致。μ 为动力学粘性系数, k 为热传导系数。而 Ma (Marangoni 数) 和 Re (Reynolds 数) 的定义如下:

$$\begin{cases} Ma = \frac{RU\rho_1}{\mu_1} \\ Re = \frac{RU}{\kappa_1} \end{cases} \quad (1.3)$$

而参考速度 U 定义在热毛细力与粘性力平衡的基础上:

$$U = |\sigma_T| |\nabla T_\infty| R / \mu_1 \quad (1.4)$$

其中  $\sigma_T$  为界面张力关于温度的梯度,  $\nabla T_\infty$  为外加温度场的温度梯度, R 为液滴的半径。κ 为热扩散系数。

Ma 表示对流传热和导热传热之间的相对大小, Re 表示惯性力和粘性力的相对大小。

自 YGB 理论后, 学者们从理论分析、实验研究和数值模拟三个方向对热毛细迁移现象进行了详尽而深入的研究, 产生了很多有价值的结果。Subramanian 和 Balasubramanian 等人的专著<sup>[2,3]</sup>系统地介绍了这些早期的成果。

最近几年, 对液滴热毛细迁移的研究也有很多。Zhao 等(2011)<sup>[4]</sup>研究了可变形液滴热毛细迁移的速度场和温度场的拓扑结构, 指出速度场拓扑结构不随 Ma 的变化而变化, 但涡心位置会随 Ma 的变化而移动。而温度场拓扑结构则随 Ma 变化有较大的变化, 给出了温度场拓扑结构变化的三个分叉点。Chang 等(2011)<sup>[5]</sup>研究了变形影响下的液滴热毛细迁移运动的瞬间行为, 得到了密度比与变形的关系的结果与理论分析结果<sup>[6]</sup>一致并给出了可能的物理解释, 同时还发现当液滴密度小于母液时液滴迁移速度随变形的增大而持续减小, 反之, 随着变形的增大而持续增加。Wu(2012)<sup>[7]</sup>和 Yin(2012)<sup>[8]</sup>取其非定常数值模拟中液滴迁移到与实验测量迁移速度的位置的瞬间速度与实验中的迁移速度对比, 得到结果与实验结果一致。Yin 还解释了液滴稳态迁移速度在 Ma 较小时随着 Ma 增大而较小而当 Ma 较大时随着 Ma 增大而增大的原因。

Wu 等(2013)<sup>[9]</sup>则利用渐进展开法, 分析液滴界面热流量的守恒性, 得出在准稳态假设下具有微小轴对称变形的液滴热毛细迁移中, 只有当 Ma(Re)为零或较小时, 热流量才守恒, 而当 Ma(Re)较大时, 热流量不再守恒, 指出大 Ma 数热毛细迁移可能无法达到稳定状态。而 Lee 等(2013)<sup>[10]</sup>则关注于位于圆球型容器中的液滴迁移 Stokes 问题, 他们利用理论和数值计算结合的方式研究了液滴半径、液滴与圆球型容器中心距离, 热传导系数比以及粘性系数比对液滴迁移速度的影响。Choudhuri 等(2013)<sup>[11]</sup>则研究 Stokes 问题中不同来流下液滴的受力的情况。

以上结果均为单滴迁移结果, 但在实际应用问题中, 母液中往往同时存在两个或两个以上的液滴和气泡, 因此研究液滴之间的相互作用也受到了大家的关注。热毛细迁移中两滴的相互作用首先是在 1985 年由

Anderson<sup>[12]</sup> 开始研究的,他使用反射变换法,推导了球形液滴的迁移速度,认为相对于重力沉降,热毛细效应对两滴之间的相互影响较小。Keh 和 Chen(1990, 1992)<sup>[13, 14]</sup> 使用双球坐标,分析了轴对称模型下两个液滴的热毛细迁移,并利用理论分析结合数值计算的方法将其扩展到沿着其连线方向摆放的多个液滴链。Zhou 和 Davis(1996)<sup>[15]</sup> 研究了轴对称模型下变形对两个液滴之间相互作用的影响。Nas 等(2003, 2006)<sup>[16, 17]</sup> 采用有限差分法和 Front-tracking 方法对于二维和三维的情况先后研究了双滴和多滴的相互作用的问题。在他们的研究参数范围内( $Ma < 100, Ca < 0.05$ ),液滴的变形很小,但液滴间相互作用比较明显。Yin 等(2011)<sup>[18]</sup> 采用了与 Nas 相似的方法研究了轴对称和三维情况下双滴的相互影响,给出了不同  $Ma$  数下,不同方式摆放的两个液滴的迁移速度与单滴迁移速度的比较,并研究了初始间距对两滴相互作用的影响。

在多相流动中,尖锐界面的存在会造成界面两边的流体物性如密度,粘度等的间断,同时,由于界面张力的存在,界面两侧会形成一个巨大的压力差。为了克服这些困难,人们发展了各种处理运动界面的多相流模拟技术,归纳起来有以下三种: 1)采用固定网格即 Eulerian 方法直接进行界面捕捉(Front-capture),如 MAC(marker and cell)方法,VOF 方法(Brackbill 等<sup>[19]</sup>),Level-set 方法(Osher 和 Fedkiw<sup>[20]</sup>)和 Phase-field 方法(Jacqmin<sup>[21]</sup>)等; 2)采用 Lagrangian 方法,计算时全场网格都要随着流体运动而改变,是界面处理上边界条件最精确的方法,但是由于计算量相对比较大; 3)界面追踪方法(front-tracking),这是介于 Eulerian 方法和 Lagrangian 方法之间的技术。其中整个流场采用 Eulerian 方法固定坐标来求解,而界面部分则根据 Lagrangian 思想引入一组独立的界面网格来标记界面,只需要在界面发生改变时修改这组标记界面的网格点的位置就可以实时的跟踪整个界面的变化。它最早是八十年代初由 Glimm 等人提出,后来 Tryggvason 等(Unverdi 和 Tryggvason(1992)<sup>[22]</sup>) 对其进行完善。

在以往的研究中,我们采用了 Front-tracking 方法求解液滴迁移问题<sup>[18]</sup>,但是因为计算能力的限制,真实物性参数的数值模拟迄今为止还没有较深入地进行,为此我们对计算程序进行加速<sup>[23]</sup>,在本文中则利用加速后的程序采用与上天实验<sup>[24]</sup>中一致性参数进行双滴迁移和相互作用的研究。

## 1 计算方法

### 1.1 物理模型

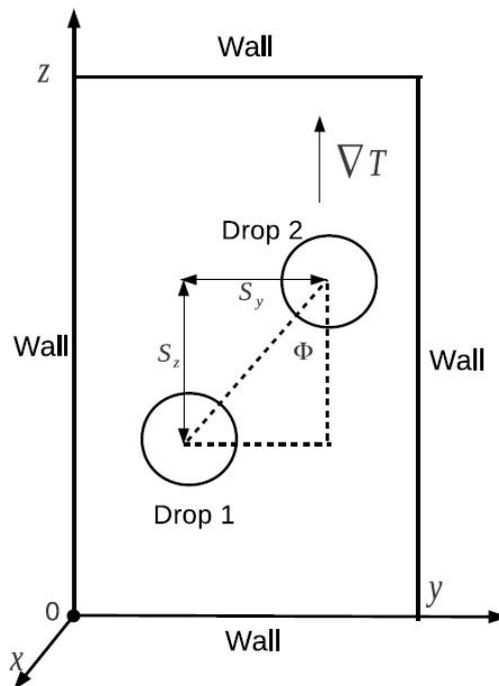


图 2 双滴热毛细迁移物理模型示意图

Fig.2 Sketch of two drops in the thermocapillary migration

在我们的研究中，包含两个半径为  $R$  的液滴的母液充满了整个长方体区域  $\Omega = [x_0, x_1] \times [y_0, y_1] \times [z_0, z_1]$  (图 2)。其中左下方的液滴 1 和右上方的液滴 2 的中心连线与温度梯度方向的夹角为  $\Phi$ 。不失一般性地，取温度梯度方向为  $z$  方向，两滴中心连线与  $z$  方向所在平面为  $x=0$  平面，坐标原点取计算区域左下方。

两个液滴中心在  $y$  方向和  $z$  方向的无量纲距离分别为  $S_y$  和  $S_z$ ，并分别用  $S_{y0}$  和  $S_{z0}$  表示初始时刻  $t=0$  时  $S_y$  和  $S_z$  的值。为了表示  $x=0$  截面内液滴界面各处的位置，我们取  $\theta = 0$  代表前驻点， $\theta = \pi$  或  $\theta = -\pi$  代表后驻点，从前驻点顺时针方向旋转则  $\theta > 0$ ，反之  $\theta < 0$ 。

## 1.2 控制方程与数值方法

采用 Front-tracking 方法后，可以用一个统一的控制方程组来描述包括液滴和母液在内的整个区域，其无量纲控制方程如下：

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{u} &= 0, \\ \frac{\partial(\rho\vec{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\vec{u}\vec{u}) &= \frac{1}{\text{Re}} \nabla \cdot (\mu(\nabla\vec{u} + \nabla^T\vec{u})) - \nabla p + \vec{F}_\sigma, \\ \rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla T \right) &= \frac{1}{\text{Ma}} \nabla \cdot (k\nabla T). \end{aligned} \quad (2.1)$$

其中  $\vec{F}_\sigma$  是考虑到界面处界面张力的作用而增加的体积力（网格力）项，即界面张力在界面上的积分，其具体形式以及无量纲参考量的具体形式与 Chang<sup>[25]</sup>一致。

在计算开始时，液滴和母液都是静止的，由于考虑的是微重力环境下的热毛细迁移，故压力也是均匀的，同时整个母液的温度梯度均匀分布，上端为热端，下端为冷端。速度边界条件为：

$$\vec{u} \Big|_{x=x_0, x=x_1} = \vec{u} \Big|_{y=y_0, y=y_1} = \vec{u} \Big|_{z=z_0, z=z_1} = 0 \quad (2.2)$$

对于能量方程，使用第一类边界条件，保证长方体壁面温度梯度与初始时刻相同：

$$T \Big|_{x=x_0, x=x_1} = T \Big|_{y=y_0, y=y_1} = T \Big|_{z=z_0, z=z_1} = T_0 + Z \quad (2.3)$$

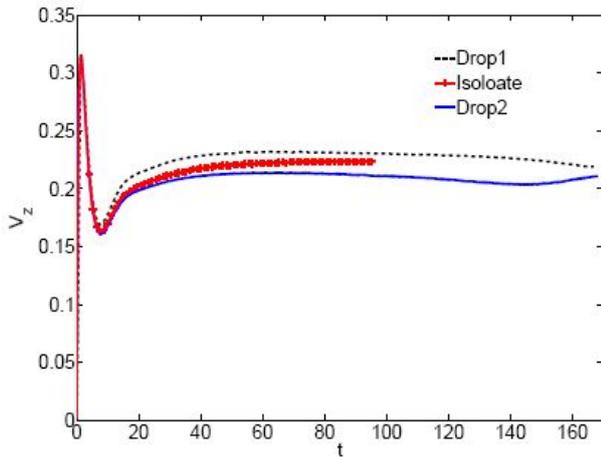
初始条件为：

$$\vec{u} \Big|_{t=0} = 0, T \Big|_{t=0} = T_0 + Z \quad (2.4)$$

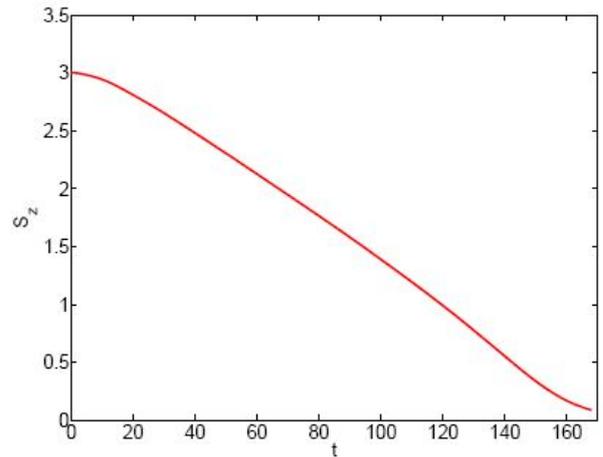
## 2 结果与讨论

我们采用与 LMS 空间实验<sup>[20]</sup>相同的物性参数，考虑热对流比较弱情况下 ( $\text{Ma}=50$ )， $\Phi \neq 0$  时等半径双滴相互作用。计算区域为  $6R \times 9R \times 24R$ ，分辨率为  $120 \times 180 \times 480$ ，时间步长为  $4 \times 10^{-3}$ 。实验结果<sup>[20]</sup>显示液滴自由面的变形很小，所以我们将不考虑变形影响。在初始时刻液滴中心在  $y$  方向和  $z$  方向的距离均为 3.0，即  $S_{y0} = S_{z0} = 3.0$ 。需要首先说明的是，模拟结果表明，液滴在  $x$  方向上几乎没有运动，液滴的运动限制在  $y$ - $z$  平面内。

### 2.1 Z 方向运动规律



(a) z 方向迁移速度  
(a) Velocity in z direction



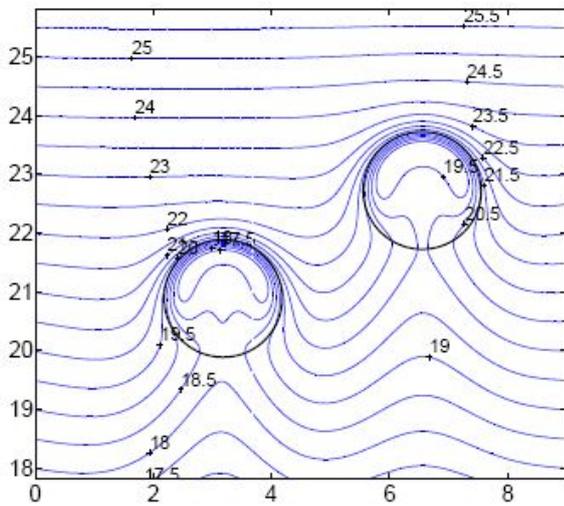
(b) z 方向中心距离  
(b) Time evolutions of separating distances between drops in z direction

图 3 液滴迁移速度和中心距离在 z 方向分量随时间变化

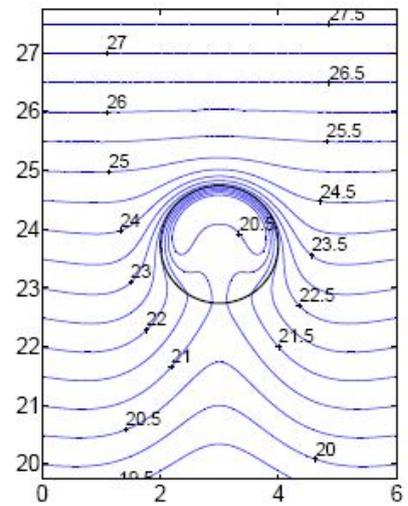
Fig.3 Time evolution of velocity and separating distances between drops in z direction

两液滴迁移速度和中心距离在 z 方向的分量随时间的演化曲线分别如图 3。从图 3(a)可以看到，除了刚开始的加速阶段外，初始位置在右上方的液滴 2 的迁移速度比初始位置在左下方的液滴 1 的迁移速度要小，因此，如图 3(b)所示，液滴中心距离在 z 方向的分量随着时间的推移慢慢减小。

同时，从图 3(a)也可以看到，液滴 1 的速度大于液滴单独迁移时的迁移速度，而液滴 2 的速度则小于液滴单独迁移时的速度。双滴迁移的这种规律可以通过对温度场的分析来进行解释。



(a) 双滴迁移温度场  
(a) Isotherms in two drops migration

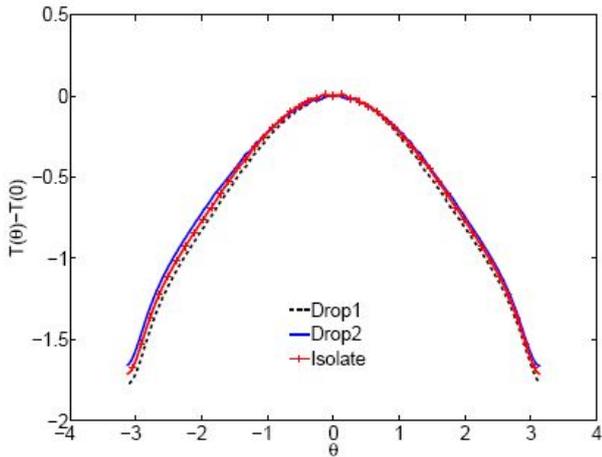


(b) 液滴单独迁移温度场  
(b) Isotherms in single drop migration

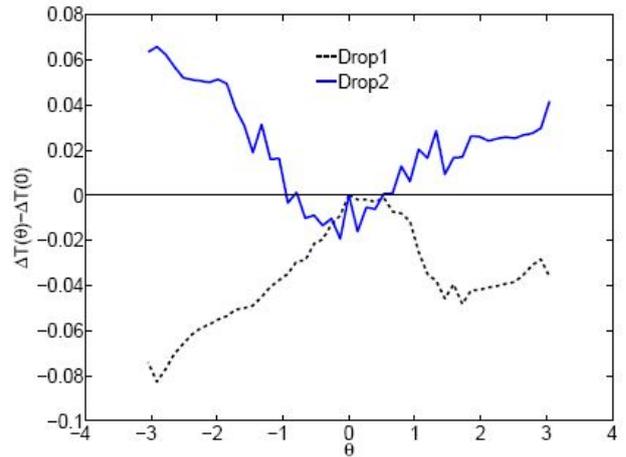
图 4 t=92 时双滴迁移和单滴迁移时液滴附近温度场

Fig.4 Isotherms at t=92

由 t=92 时刻两个液滴周围的温度场（如图 4）可以看出，液滴相互作用导致液滴之间的等温线隆起。液滴 1 的热对流作用促进了液滴 2 的等温线向下弯曲，使液滴 2 中下部的温度梯度减小，导致液滴 2 界面温度差小于液滴单独迁移时的温度差，故双滴迁移时液滴 2 的迁移速度小于单滴迁移时的速度。而液滴 2 则导致液滴 1 中上部温度梯度增大，导致液滴 1 界面温度差大于液滴单独迁移时的温度差，故液滴 1 双滴迁移时的速度大于单滴迁移时的速度。



(a) 界面温度分布  
(a) Distribution of temperature



(b) 与单滴相比温度差分布  
(b) Distribution of temperature difference compared with isolated drop

图 5  $t=92$  时在  $x=0$  截面上液滴界面处的温度分布 (其中  $\Delta T(\theta) = T(\theta) - T_{iso}(\theta)$ )

Fig.5 The temperature distribution on the surface of drops in the  $x=0$  plane at  $t=92$

$$(\Delta T(\theta) = T(\theta) - T_{iso}(\theta))$$

为了更细致地解释  $z$  方向两个液滴的规律, 我们分析了  $x=0$  界面内,  $t=92$  时, 液滴 1 和液滴 2 界面温度分布, 如图 5 所示。在图 5 (a)中, 各液滴都取其前驻点处的温度作为参考温度, 即纵坐标为  $T(\theta) - T(0)$ , 而图 5(b)中液滴 1 和液滴 2 的值为其  $T(\theta) - T(0)$ 再减去单滴的对应值, 从而可以更清晰地分析双滴迁移时界面上温度差分布与单滴的区别。从图 5(b)可以看出, 液滴 1 前后驻点的温度梯度比单滴大, 而液滴 2 的前后驻点温度差比单滴小, 故液滴 1 迁移速度比单滴大, 液滴 2 迁移速度比单滴小。

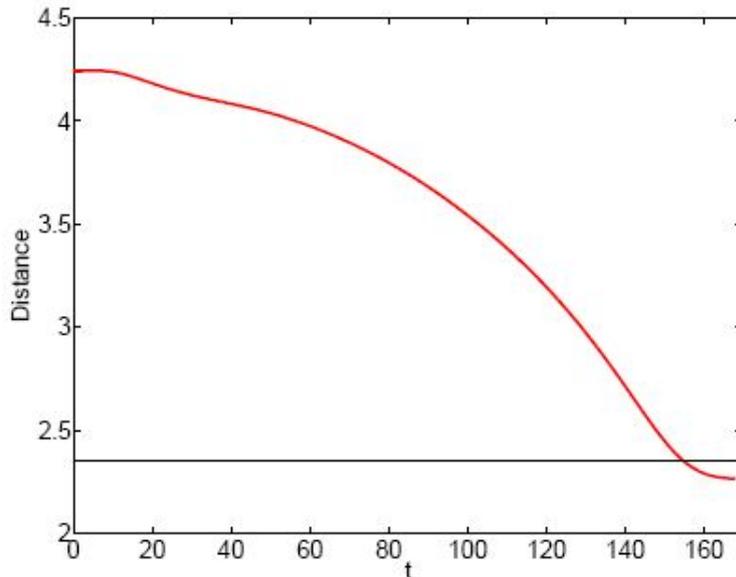


图 6 液滴中心距离随时间演化

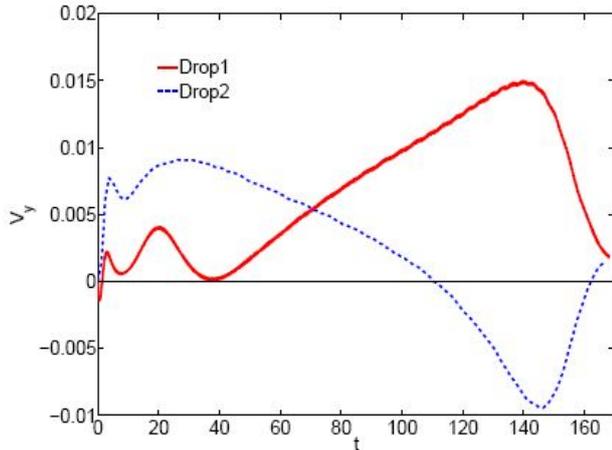
Fig.6 Time evolutions of separating distances between drops

同时, 我们可以看到在  $t=147$  以后, 液滴 1 开始减速, 而液滴 2 开始加速。造成这种现象的原因是此时两个液滴离得非常近。在 Front-tracking 方法中, 液滴的界面会被视作一个有厚度的区域, 物性参数在这个区域中按照某种规律光滑地从一边过渡到另一边, 在计算中, 我们把这个区域设为 0.545, 故当两个液滴的中心距离小于  $0.545 + 2R$  (在这里即为 2.545) 时, 两个液滴就会发生了碰撞。

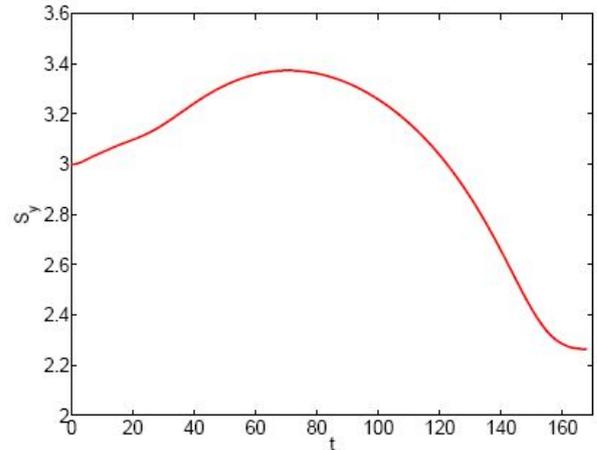
图 6 给出了两个液滴中心距离  $Distance = \sqrt{S_y^2 + S_z^2}$  随时间的变化, 从图可以看出, 在  $t=152$  时, 两个液滴的中心距离已经降为 2.545, 液滴已经发生碰撞, 但目前我们的算法并没有考虑液滴的碰撞和融合, 所以我们将不讨论  $t=152$ (或 147, 因  $t=147$  时液滴已经非常接近) 以后的运动。

## 2.2 Y 方向运动规律

由于任何一个液滴的  $y$  方向上存在另外一个液滴, 两者的相互影响会使液滴  $x=0$  平面左右的温度场不再对称, 如图 4(a) 所示, 因而使液滴产生  $y$  方向的速度。



(a) y 方向迁移速度  
(a) Velocity in y direction



(b) y 方向中心距离  
(b) Time evolutions of separating distances between drops in y direction

图 7 液滴迁移速度和中心距离在  $y$  方向分量随时间变化

Fig.7 Time evolution of velocity and separating distances between drops in  $y$  direction

两液滴迁移速度和中心距离在  $y$  方向的分量随时间的演化曲线分别如图 7。从图 7(a) 可以看到, 当运动开始时, 两个液滴都获得往  $y$  的负方向运动的速度, 但随后, 两个液滴又获得往  $y$  的正方向的加速度, 故两个液滴在  $y$  的负方向的速度变小, 最后液滴变成了往  $y$  的正方向运动, 并且速度越来越大, 但由于液滴 2 在  $y$  的正方向上的速度比液滴 1 要大, 故液滴中心距离在  $y$  方向的分量也不断变大, 如图 7(b) 所示。随后在  $t=3$  附近, 两个液滴开始减速, 而当  $t=8$  时, 两个液滴又开始加速。液滴 1 在  $t=20$  时再次减速, 并于  $t=33$  时重新加速; 而液滴 2 则于  $t=30$  时开始减速。液滴 1 的速度在  $t=70$  时增加到与液滴 2 相同, 在此之前, 液滴 1 的速度一直小于液滴 2, 故两者中心距离在  $y$  方向上的分量也一直增大。但在  $t=70$  以后, 液滴 1 的速度继续增大, 而液滴 2 的速度继续减小, 并在  $t=110$  时变为向  $y$  的负方向运动, 两液滴在  $y$  方向的距离不断减小。

同时, 我们也可以看到, 在  $t=147$  以后, 两个液滴都开始减速, 当正如 2.1 小节中提及的那样, 此时两个液滴的距离已经非常接近, 故不再做讨论。

## 2.3 整体运动过程

从图 8 可以更直观清晰地看到双滴迁移的具体过程。图中“▲”表示不同时刻液滴 1 的中心位置, “○”表示不同时刻液滴 2 的中心位置, 两个液滴中心连线下方数字表示液滴迁移到该点的无量纲时间。

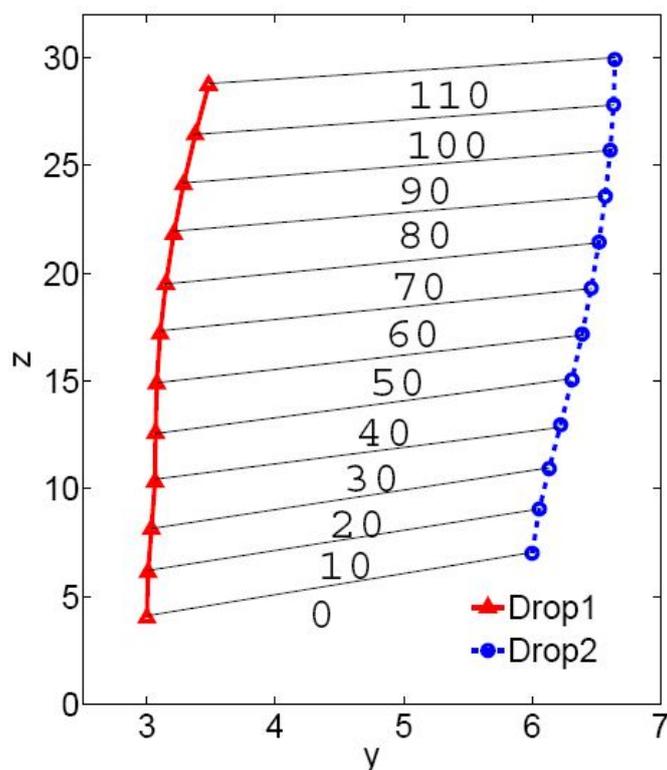


图 8 液滴迁移轨迹

Fig.8 The track of drops

从中可以看到，液滴开始往高温端迁移后，两液滴也一起往  $y$  方向运动，但由于液滴 2 的速度大于液滴 1 的速度，故液滴中心在  $y$  方向距离不断增大，在  $t=80$  以后，液滴中心在  $y$  方向距离开始缩小；同时，由于液滴 1 在  $z$  方向的速度一致大于液滴 2 的速度，故两者在  $z$  方向的距离也不断缩小。最后液滴碰撞在一起。

同时，我们还研究了  $Ma=100$  和  $Ma=150$  时，等半径液滴的相互作用，当  $Sy_0 = Sz_0 = 3.0$  时，液滴之间的相互作用与  $Ma=50$  时基本一致，最终两个液滴也会发生碰撞。

### 3 结论

在本文中，我们利用数值模拟的方法，研究了  $\Phi = \pi/4$  的半径相同的具有真实物性的两个液滴之间的相互作用。结果显示，当  $Ma=50$ ,  $Sy_0 = Sz_0 = 3.0$  时，在  $z$  方向上，低温端的液滴的速度比高温端的要高，液滴在  $z$  方向的距离不断减小；由于任何一个液滴的  $y$  方向上存在另外一个液滴，两者的相互影响会使液滴  $x=0$  平面左右的温度场和速度场都不再对称，因而产生  $y$  方向的速度，导致在  $y$  方向上，液滴会先远离后接近。由于两个液滴在两个方向上的距离都缩小，最终液滴碰撞在一起。

### 参考文献

- 1 N.O. Young, J.S. Goldstein and M.J. Block, The Motion of Bubbles in a Vertical emperature Gradient, *Journal of Fluid Mechanics*, 1959, 6:350-356.
- 2 R. S. Subramanian and R. Balasubramaniam, *The Motion of Bubbles and Drops n Reduced Gravity*, Cambridge, UK, Cambridge University Press, 2001.
- 3 R.S. Subramanian, R. Balasubramaniam, and G. Wozniak, *Fluid Mechanics of Bubbles and Drops*, in *Physics of Fluids in Microgravity* (Ed. R. Monti), Taylor & Francis, London, 2002, 149-177.
- 4 JianFu Zhao, Liang Zhang, ZhenDong Li and WenTao Qin, Topological structure evolvement of flow and temperature fields in deformable drop Marangoni migration in microgravity, 2011 *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 54(21):4655-4663
- 5 常磊, 尹兆华, 胡文瑞, 变形影响下液滴热毛细迁移运动的瞬态行为, *中国科学*, 2011, 41(8):960-968 (Lei Chang, ZhaoHua Yin and WenRui Hu, Transient behavior of the thermocapillary migration of drops under the influence of deformation, 2011, *Scientia Sinica*, 41(8):960-968 (in Chinese))
- 6 H. Haj-Hariri, A. Nadim and A. Borhan, Effect of Inertia on the Thermocapillary Velocity of a Drop, *Journal of Colloid and Interface Science*, 1990,

140(1):277-286.

7 ZuoBing Wu and Wenrui Hu, Thermocapillary migration of a planar droplet at moderate and large Marangoni numbers, *Acta Mechanica*, 2012, 223(3):609-626

8 ZhaoHua Yin, Lei Chang, WenRui. Hu, QiaoHong Li and HongYu Wang, Numerical simulations on thermocapillary migrations of nondeformable droplets with large Marangoni numbers, 2012, *Physics of Fluids*, 24:092101-092101-18.

9 Zuobing Wu and Wenrui Hu, Effects of Marangoni numbers on thermocapillary drop migration: Constant for quasi-steady state?, *Journal of Mathematical Physics*, 2013, 54:023102.

10 Tai C Lee and Huan J Keh, Axisymmetric thermocapillary migration of a fluid sphere in a spherical cavity, 2013, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 62:772-781.

11 D. Choudhuri and G.P. Raja Sekhar, Thermocapillary drift on a spherical drop in a viscous fluid, *Physics of Fluids*, 2013, 25:043104.

12 J.L. Anderson, Droplet Interactions in Thermocapillary Motion, *International Journal of Multiphase Flow*, 1985, 11:813-824.

13 H.J. Keh and S.H. Chen, The Axisymmetric Thermocapillary Motion of Two Fluid Droplets, *International Journal of Multiphase Flow*, 1990, 16:515-527.

14 H.J. Keh and L.S. Chen, Droplet interactions in axisymmetric thermocapillary motion, *Journal of Colloid and Interface Science*, 1992, 151:1-16.

15 H. Zhou and R.H. Davis, Axisymmetric Thermocapillary Migration of Two Deformable Viscous Drops, *Journal of Colloid and Interface Science*, 1996, 181:60-72.

16 S. Nas and G. Tryggvason, Thermocapillary Interaction of Two Bubbles or Drops, *International Journal of Multiphase Flow*, 2003 29:1117-1135.

17 S. Nas, M. Muradoglu and G. Tryggvason, Pattern Formation of Drops in Thermocapillary Migration, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2006, 49:2265-2276.

18 尹兆华, 常磊, 胡文瑞, 高鹏, 不变形双滴的热毛细迁移及相互作用, *应用数学与力学*, 2011, 32(7):761-773 (Zhaohua Yin, Lei Chang, Wenrui Hu and Peng Gao, Thermocapillary migration and interactions of two nondeformable droplets, *Applied Mathematics and Mechanics*, 2011, 32(7):761-773 (in Chinese))

19 J.U. Brackbill, D.B. Kothe and C. Zemach, A continuum method for modeling surface tension, *Journal of Computational Physics*, 1992, 100:335-354.

20 S. Osher and R.P. Fedkiw, Level set methods: An overview and some recent results, *Journal of Computational Physics*, 2001, 169:463-502.

21 D. Jacqmin, Calculation of two-phase Navier-Stokes flows using phase-field modeling, *Journal of Computational Physics*, 1999, 155:96-127.

22 S.O. Unverdi and G. Tryggvason, A front-tracking method for viscous incompressible flows, *Journal of Computational Physics*, 1992 100:25-37.

23 Qiaohong Li, Zhaohua Yin, Lei Chang, An efficient front-tracking solver for thermocapillary migration simulations, (in preparation).

24 P. H. Hadland, R. Balasubramaniam, G. Wozniak and R. S. Subramanian, Thermocapillary Migration of Bubbles and Drops at Moderate to Large Marangoni Number and Moderate Reynolds Number in Reduced Gravity, 1999, *Experiments in Fluids*, 26:240-248.

25 常磊, 液滴热毛细迁移研究[博士论文], 中国科学院研究生院, 2011 (Lei Chang, Study on thermocapillary migration of drops[PhD Thesis], Graduate University of Chinese Academy of Sciences, 2011)

## Thermocapillary Migration and Interaction of Two Nondeformable Drops<sup>1)</sup>

Li Qiaohong<sup>\*</sup>, Yin Zhaohua<sup>\*2)</sup>

*<sup>\*</sup>(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)*

**Abstract:** A numerical study on interactions of two spherical drops in thermocapillary migration in microgravity was presented. Finite-difference methods were adopted and the interfaces of drops were captured by the front-tracking technique. It is found that when two real property drops with the same radius placed along a line with an angle of 45 degree to the temperature gradient, the drop placed at cooler region will migrate at a higher speed toward temperature gradient direction than the drop at warmer region. As for horizontal direction, the two drops will separate at the beginning and then get closer to each other. After a long migrating distance, the two drops will collide.

**Key words:** thermocapillary, interactions of two drops, front-tracking method

---

1) The project was supported by the NSF of China (G11172308)

2) E-mail: zhaohua.yin@imech.ac.cn