

三维离散元计算参数选取方法研究*

李世海 汪远年

(中国科学院力学研究所 北京 100080)

摘要 简要分析了岩体力学计算中比较重要的几何参数和物理参数的选取问题。通过对几种离散元方法接触关系的比较,讨论了在不同的计算模型中结构面刚度所代表的物理意义。指出在刚性块体模型中,结构面的刚度是包含了岩块和结构面物理特性的等效刚度,而在可变形块体模型中,只有当块体间的接触弹簧刚度取足够大时,才能客观地反映岩体的特性。太大的接触刚度影响计算的可靠性,为此给出了一种简单的处理方法。通过量纲分析的方法给出了岩体结构振动的阻尼表达式,指出可以通过岩体的振动实验确定阻尼比,并进而给出特征时间。量纲分析得到的特征时间为计算时间步长提供了参考值。最后,介绍了离散元法的计算控制及滑动与失稳的判据。

关键词 岩体力学, 离散元, 刚度, 阻尼, 参数选取

分类号 TU 452, O 242

文献标识码 A

文章编号 1000-6915(2004)21-3642-10

SELECTION STUDY OF COMPUTATIONAL PARAMETERS FOR DEM IN GEOMECHANICS

Li Shihai, Wang Yuannian

(*Institute of Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080 China*)

Abstract A brief analysis is made on the selection of geometric and physical parameters for the computation of geomechanics. By comparison of several different DEM contact relationships, the physical meaning of joint stiffness in different computational models is discussed. In rigid block model, the joint stiffness is an equivalent stiffness reflecting the stiffness of rock block and joint. As for the deformable block model, the spring stiffness between blocks should be large enough to reflect the real characteristics of rock mass. In general, oversized contact stiffness may influence the computational reliability, and a simple treatment to get rid of the influence is proposed. The damping expression of structural vibration for rock mass is given by dimensional analysis, and the damping ratio can be obtained through vibration test. The characteristic time obtained from dimensional analysis offers a reference value for computational time step. In the end, the criteria of computing control, slide and failure in DEM are introduced.

Key words geomechanics, DEM, stiffness, damping, parameter selection

1 引言

离散元方法经过几十年的不断发展已经广泛应用于流体、固体、材料、冶金等各个方面,在岩体

工程中也有大量的研究工作,出现了一些商用软件^[1]。但是,这些研究工作还没有能够真正为工程师们所接受,特别是在我国,离散元方法的计算结果还没有真正在工程中发挥出应有的作用。分析离散元方法不能为工程界甚至一些研究者所接受的原

2004年3月10日收到初稿,2004年4月8日收到修改稿。

* 国家重点基础研究发展规划(973)项目(2002CB412703)和中国科学院知识创新工程重要方向项目(KJCX2-SW-L1)资助课题。

作者 李世海 简介:男,1958年生,1982年毕业于河北工业大学物理专业,现任研究员,主要从事非连续介质力学数值计算方法及滑坡灾害防治中的关键力学问题方面的研究工作。E-mail: shli@imech.ac.cn。

因,一方面是离散元作为不够成熟的计算方法,其计算功能和结果不能令人满意,另一方面是该方法在力学模型简化的过程中叙述不够明确,致使一些参数的选取在形式上带有更多的人为因素。作者在对离散元中的若干方法进行初步分析的基础上,以描述岩体结构面固有特性作为主要目的,讨论了选取岩体力学参数的方法,并讨论了不同的方法所对应的力学参数的合理性。

2 地质体结构的基本特征

作为一种特殊的材料,一方面,岩体具有非连续、非均匀和流固耦合的特性,不同于一般的材料,另一方面,它具有未知的初始状态。建立力学模型和给出计算模型的目的就是定量地描述岩体的这种基本特性。

以连续介质为基础的力学模型,为了能够描述岩体的结构特性,所采用的主要手段是建立复杂的本构关系,针对岩体的板状结构、层状结构、块状结构给出不同的应力-应变关系,也就是通过将岩体的结构均匀化,直接将复杂的结构问题融入到简单的有限元方法计算中去。事实上,岩体结构的复杂性是远不能用一种本构关系就能来描述的,结构的形状和空间分布直接影响着岩体的变形和破坏。可以说,当结构面尺寸远小于岩体工程尺寸时,均匀化的方法是比较有效的,但是,当结构面尺寸相对较大,并且结构面很多时,用传统的连续介质力学模型来处理就会遇到很多困难。

如果将连续介质力学的模型用“复杂本构的均匀材料”来表述的话,那么,非连续介质的力学模型可以形象地表述为“复杂的结构、简单的本构”。在非连续的模型中,将由结构面切割而成的岩块作为均匀介质,结构面作为岩块的接触面。离散元法正是一种基于这种“复杂的结构、简单的本构”的非连续计算模型的方法。文[2]将岩体分为板状结构、层状结构、块状结构。真实的岩体结构十分复杂,如何准确或较为准确地描述这些结构面的几何特性和力学特性十分重要,对此作如下讨论。

2.1 岩体的强度

岩体的强度在均匀化的假设下是岩石强度和结构面强度的综合强度,在不清楚岩体结构的条件下,该强度的确定是人为的,这是因为岩块的强度

和结构面的强度具有量级上的差异。如果可以对岩石和结构面分别讨论,问题就会很清楚。岩石和结构面的强度都可以通过实验获得。尽管不同结构面的强度有所差异,但是,只有粗糙度变化不会有量级上的差别。从这一点来看,单纯获得岩体强度参数并不困难,关键在于确定岩体结构面的几何特征。

2.2 结构面的走向和倾向

岩体的结构是复杂而有序的,在工程尺度下,岩体的结构面大都具有相同的构造。地质工程师获得结构的走向和倾向并不是非常困难的,通常可以根据岩体的出露、探槽和探井来量测。个别结构复杂的区域会有几组结构面,如三峡永久船闸开挖后,勘察发现主要有11组结构面。这些结构面对工程的影响程度不同,它们的发育程度也不同,地质工程师的经验是根据结构面发育程度和开挖面的相对位置确定其中的一组或几组作为优势面,进而判断是否需要加固或采取其他的工程措施。有了离散元方法,地质工程师的这种经验应该也完全能够融入到力学模型之中。在这里有必要说明,建立力学模型时要抓住主要矛盾,描述岩体不连续结构面的不连续性和复杂、有序性是首要的,而具体某一结构面的方位并不是很重要。事实上,准确地记录下岩体中具体的结构面是不可能的,重要的是,能够描述主要岩体结构面的平均走向、倾向。

2.3 岩体结构面的间距与面积

结构面的间距是岩体破坏程度的重要参数之一,在地质上有关于岩体分类的具体做法。譬如,RQD分类中,将每米岩芯中可分开的段数作为分类的标准。这种岩体分类可以直接或间接地引入到力学模型之中,但是,当结构面的间距与研究区域的尺度相比很小时,从计算量和计算机的计算能力方面来说,这将是很难做得到的。比如,山体尺度为100 m量级而结构面间距为1 cm量级,即使达到10 cm量级,计算的块数也能达到 10^9 ,这时,对计算机的要求就比较高,同时,所需的机时也比较难以接受。从力学的角度来看,这种间距的描述是没有必要的,因为间距比较小时,可以采用均匀化的方法来处理。结构面的面积也是如此,实际分析中只需关注间距和长度比研究区域尺度小1, 2个量级的结构面。

2.4 岩体结构面的连通率

连通率是目前岩体力学的计算方法应用于实际工程的主要障碍,这并不是说没有好的力学描述方法,从几何学的角度,由计算机实施已经不存在什么问题,也可以通过概率的方法给出人们想要得到的结果,关键在于如何准确测得岩体中真实的连通率^[3]。在获得结构面迹长的同时,还无法知道它在空间分布的范围,只是假设连通结构面的形状是圆形的,认为它在连通面不同方向上的特征尺寸相等。如果结构面的形状是矩形的,长宽比较大,就很难由迹长来判断连通率的大小。不解决连通率的问题,岩体力学的计算方法就很难给出工程师们满意的结果。当然,该问题对地质专家同样存在,地质专家在未获得该数据以前的经验判断,也是有限的。能否探测到岩体的连通率对建立力学模型提出了新的挑战,能否获得连通率的精确度是制约计算方法推广应用的关键因素。

3 三维离散元的主要方法及比较

目前,用于模拟三维岩体的离散元数值方法主要采用 2 类模型,一类是 3DEC 的角(块体)-面(结构面)模型^[4],另一类是 NURBM3D 的面(结构面)-面(结构面)模型^[5]。前一种方法有了较大的发展,DDA^[6]方法是在其基础上发展起来的,该方法考虑了块体变形,但是在块体接触关系的处理上是一样的,在这里一并讨论。文[7~10]在 NURBM 的基础上完成了三维离散元面-面接触、块体-颗粒模型计算程序 BPEC,该模型可以实现刚性及可变形计算。这些模型皆是通过对每一块体运用牛顿第二运动定律来实现控制方程的离散化,并在时域上对控制方程显示积分^[11]。

离散元法基于岩体的不连续性,它认为岩体是由许多结构面切割成的相互接触的单元组成的,单元因受不连续结构面的控制,在以后的运动过程中,单元节点可以分离,即一个单元与其相邻单元的接触可以分开,单元之间的相互作用力根据力和位移的关系求出,每个单元的运动则完全根据其所受的不平衡力和不平衡力矩由牛顿运动定律确定。单元与单元之间不需满足位移连续和变形协调要求。

3.1 接触表示方法

3.1.1 Cundall 模型表述

在 Cundall 模型中,块体接触通过程序或模型中预先设置的块体之间的最小距离来动态地判定,当 2 个块体之间的距离小于预先设置的临界值时,即

建立 2 个块体之间的接触。离散元程序中接触搜索算法决定了接触的类型(面、边、角之间的不同接触模式)。2 个相互接触的块体通过一个法向弹簧和一个切向弹簧及滑片组合(图1)来刻画块体之间的相互作用。接触点上的相互作用力通过弹簧和滑面上由接触的本构模式决定的线性或非线性变形(相对位移)函数来确定,并将作用力分解为法向和切向 2 个部分。

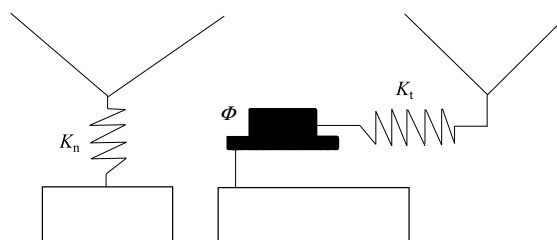


图1 二维离散元中接触的力学描述

Fig.1 Mechanical representation of contacts in the 2D DEM

3.1.2 面-面接触模型(NURBM)的表述

面-面接触模型中结构面岩体被理想化为一系列刚性多面体,块体之间的接触为面-面接触,依据块体建立时面数的不同,每个块体可以与任意多个块体相邻。而且,假定在计算过程中块体关系仍维持原有的状态,不需要建立新的接触关系。假定结构面为平面,块体为刚性单元;块体之间力的传递和结构面间的本构模式通过设在接触面上的一系列 LP(lumped points)来实现,这些 LP(图2)位于接触面重心(C_G)与任意两相邻角点组成的三角形(T_i)的重心(C_{Li})上,接触面上对应的 LP 之间通过法向弹簧和切向弹簧相连;结构面之间不允许出现拉应力;结构面法向刚度是接触面积的函数,并且法向力和结构面上块体的嵌入量成线性关系;每个接触面上的剪应力大小满足莫尔-库仑准则:当 $|\sigma_t(s)| \leq \mu |\sigma_n(s)|$ 时,剪切位移是弹性变化的,其中, σ_t , σ_n 分别为结构面上的切向和法向应力,否则,在结构面上将发生塑性滑动(图3)。

计算分析过程中,假定系统的块体几何联络特征关系和初始网格建立时保持一致,块体之间的接触关系保持不变,因此,该模型只能分析发生相对于块体尺寸较小的位移(平动和转动)的系统。在岩土工程中,小位移的分析计算是有意义的,研究岩体的整体崩跨和随之而来的系统重组过程没有多大实际意义,了解系统的稳定性才是最重要的,而这类问题可以通过小位移假设来实现。

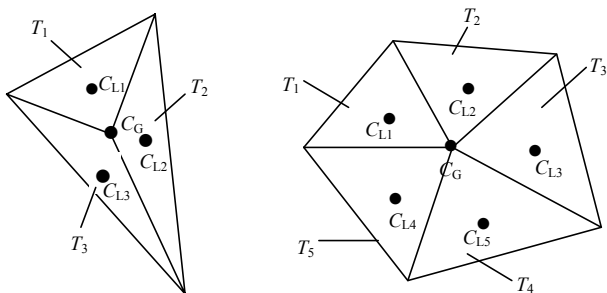


图 2 接触面上位于三角形 T_i 质心的 LP 分布图

Fig.2 Profile of lumped points located at centroids of each triangle T_i on contact face

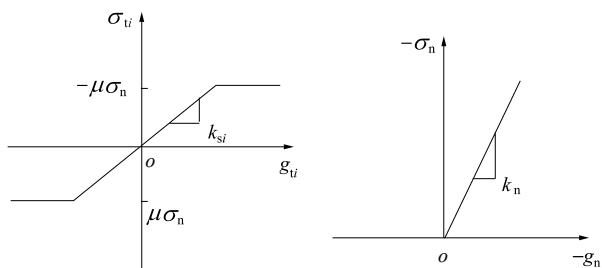


图 3 岩体结构面本构关系

Fig.3 Constitutive relation of rock mass joint

3.1.3 2 类模型比较

NURBM 模型的一个重要特点是建立了块体之间完全的面-面接触,从而消除了 Cundall 模型中存在的角-角死锁状态,在 Cundall 模型中块体之间只能在角-面接触间发生相互作用。尽管 Cundall 采用圆滑的角点来解决角-角接触死锁这一问题,但仍然是通过角-面接触来实现的。

Cundall 模型允许块体之间有大位移出现,从而角-面接触关系会随着块体的运动不断地发生变化(需要用网格和标识的方法来跟踪角和面的位置),而面-面接触模型局限于位移较小的运动,所以块体之间的接触关系不允许发生改变,没必要跟踪接触的位置。

3.2 BPEC 模型

该模型和其他方法的区别主要表现在块体网格的划分、块体间力的传递方式以及块体自身变形的实现方法上。模型中采用堆积法形成块体网格,块体形状为典型的平行六面体,在平行六面体单元的每个面上分布有 4 个 LP 来传递力,这些 LP 位于接触面中心和每一角点连线的中点上,而块体自身变形和破坏是通过建立 25 个质点-弹簧系统来实现的(图 4, 5)。

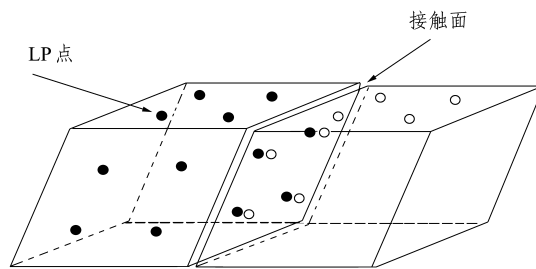


图 4 面-面接触模型 LP 位置分布

Fig.4 Distribution of lumped points with surface-surface model

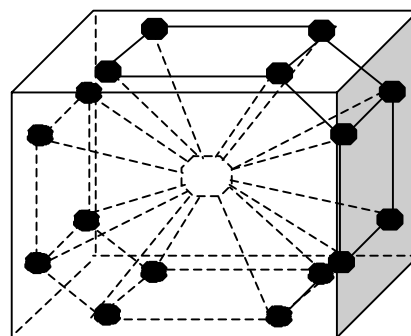


图 5 块体内部质点-弹簧系统示意图

Fig.5 Sketch of particle-spring system in a block

可变形块体模型的实现是通过单元内部质点-弹簧系统来实现的。将单元块体等效为由 24 个 LP 和形心点共同组成的单元块体内部质点-弹簧系统,这 25 个质点对中心点的转动惯量等于整个块体的转动惯量,由此,求得块体内部 25 个质点的质量分配形式。由单元块体内部弹簧系统位于 LP 和形心点上的位移体现块体的变形,再由相互接触的块体上相应的 LP 之间的相对位移求得块体所受的接触力。该模型的主要特点在于块体的破坏和变形是通过块体内部弹簧的变形和断裂来实现的。

3.3 运动方程的求解

离散元法采用动态松弛法对运动方程进行求解。动态松弛法是将静力学问题转化为动力学问题进行求解的一种方法。该法的实质是对临界阻尼振动方程进行逐步积分,一般采用质量阻尼和刚度阻尼来吸收系统的动能,当阻尼取值稍小于某一临界值时,系统动能将以尽可能快的速度消失,同时,函数收敛于静态值。其采用显式的差分求解格式,不需要求解大型联立方程组,且不存在方程的无解问题,较之静态方法,有其独特的优越性。

离散元法的基本运动方程为

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = f(t) \quad (1)$$

式中： m 为单元的质量； u 为位移； t 为时间； c 为阻尼系数， $c = c_\alpha m + c_\beta k$ ， c_α 为质量阻尼比例系数， c_β 为刚度阻尼比例系数； k 为刚度系数； f 为单元所受的外荷载。

与其他基于连续介质模型的数值方法中采用的隐式方法不同，离散元中采用显式中心差分方法对块体系统的运动方程进行积分。每一时步，块体边界上或内部单元的未知变量(接触力或应力)通过边界上、单元内部和相邻块体上的已知变量来确定，没有必要建立和求解运动方程的矩阵式。材料(裂隙或完整块体)的非线性行为可以通过比较简单的方式来实现。

刚性块体平动和转动方程为

$$\left. \begin{aligned} v_i^{(t+\Delta t/2)} &= v_i^{(t-\Delta t/2)} + \frac{\sum f_i + b_i}{m} \Delta t \\ \omega_i^{(t+\Delta t/2)} &= \omega_i^{(t-\Delta t/2)} + \frac{\sum M_i}{I} \Delta t \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中： m 为块体质量， I 为转动惯量， b_i 为块体力， M_i 为合力矩。

于是，下一时步的位移可表示为

$$\left. \begin{aligned} u_i^{(t+\Delta t)} &= u_i^{(t)} + v_i^{(t+\Delta t/2)} \Delta t \\ \theta_i^{(t+\Delta t)} &= \theta_i^{(t)} + \omega_i^{(t+\Delta t/2)} \Delta t \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

对于可变形块体，运动方程是以内部差分单元网格点的形式写出的，中心差分方法与式(2)中的第1式类似，只是合力 f_i 需要稍作修改，即

$$f_i = f_i^c + \sum_{k=1}^N \sigma_{ij} (n_j^k \Delta S^k) \quad (4)$$

式中： f_i^c 为网格点在块体边界上时的接触合力， N 为与这个网格点相连的差分单元的数目^[5]。

每一时步，首先，计算出运动特征量(速度、位移和加速度等)，然后，再通过接触的本构关系求得接触上的力或应力，以及内部单元的应力。

4 离散元法计算参数的选取

4.1 岩体结构面的力学特性及离散元计算刚度的选取

岩体的物理参数的选取与力学模型有关，更重要的是，这些参数能够刻画和描述岩体的力学特

性。以“简单本构、复杂结构”为基本出发点的非连续模型，将岩块定义为均匀的弹性体，结构面定义为接触面。结构面分为有软弱夹层、无软弱夹层张开裂缝和无夹层闭合裂缝3种。结构面的主要特点是结构面的厚度远小于岩块的尺寸。基于这一特点，离散元模型有着广泛的应用价值。

4.1.1 Cundall 模型的取法

该模型认为，接触之间的作用力通过接触之间的叠合量和刚度值来确定。尽管由于块体不会相互嵌入，接触之间的叠合概念在块体运动学上并不具有物理意义，但是作为一种数学方法来描述接触的变形还是可以接受的。

至于为什么是可以接受的，该模型并没有明确地说明。然而，在实际的计算中，这种叠合量影响着计算结果，甚至导致发散，其主要原因是这种叠合量的大小不同可以改变位移场的分布，也就是可以改变整个问题的解。事实上，模型中给出了不具有物理意义的解释，正是模型自身的缺陷。该模型中，如果块体是可变形的(DDA)，接触点代表的是块体的边界，块体之间不应当有嵌入。如果块体是刚性的，结构面间的嵌入所表征的是块体变形特性，当角-面接触时，其刚度是非线性的，受角几何形状的影响，几乎不能合理地给出刚度值的大小，该模型也没有给出具体的算法。

4.1.2 面-面接触模型中等效接触刚度的选取

该方法借用了由 Goodman 及 Raphael 提出的结构面岩体等效刚度及等效弹性模量的概念。为叙述清楚起见，首先，给出文[2]关于刚度计算的推导过程。该计算方法将岩体结构视为由完整岩石及结构面构成的串联弹簧系统，如图6所示。

考虑2个厚度分别为 T_a ， T_b 的岩块a，b，弹性模量分别为 E_a ， E_b ，等效弹簧刚度分别为 k_a ， k_b 。块体间结构面法向刚度为 K_n ，单位为 N/m^3 ，弹性模量为 E_j ，结构面厚度为 T_j ，结构面等效弹簧刚度为 k'_n 。块体的表面A受法向应力作用，整个系统可表示为串联弹簧的集合，垂直方向压缩增量为

$$\Delta u_{total} = \Delta u_a + \Delta u_j + \Delta u_b \quad (5)$$

假设块体的侧向无压力，根据虎克定律，有

$$\frac{\Delta F_n}{k_q} = A \left(\frac{\Delta F_n}{k_a} + \frac{\Delta F_n}{k'_n} + \frac{\Delta F_n}{k_b} \right) \quad (6)$$

其中，

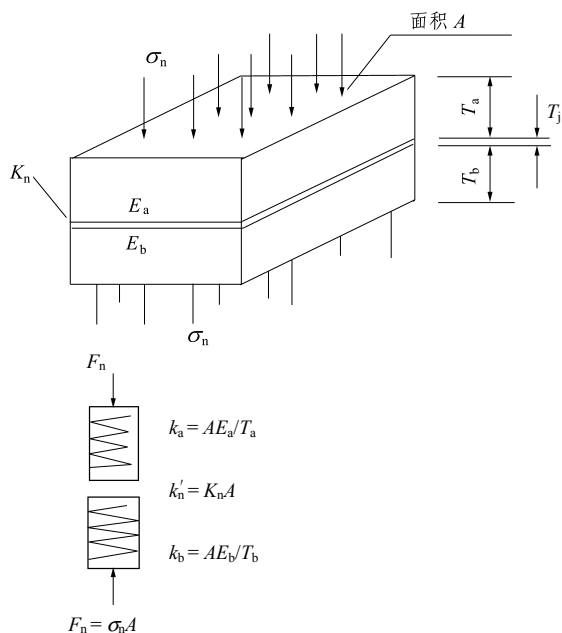


图6 等效刚度的概念

Fig.6 Concept of equivalent stiffness

$$k_q = \frac{E_q}{T_a + T_j + T_b} \quad (7)$$

式中： k_q 为整体等效法向弹簧刚度(面刚度)， E_q 为系统的等效弹性模量。

将式(6)两边同除以 ΔF_n ，利用式(7)及图6中所示关系可得

$$\frac{T_a + T_j + T_b}{AE_q} = \frac{T_a}{AE_a} + \frac{1}{AK_n} + \frac{T_b}{AE_b} \quad (8)$$

对于硬性结构面来说，结构面厚度 T_j 与块体厚度 T_a ， T_b 相比，一般可以忽略，式(8)可以简化为

$$\frac{T_a + T_b}{E_q} = \frac{T_a}{E_a} + \frac{1}{K_n} + \frac{T_b}{E_b} \quad (9)$$

假设2块岩体的弹性模量相等，即 $E_a = E_b = E$ ，而 $T_a = T_b = L/2$ (L 为岩层的厚度，上述模型中是2层岩体对应1层结构面，而实际计算中是1层岩体对应1层结构面，因此，取 $L/2$)。由式(9)可得

$$\frac{1}{E_q} = \frac{1}{E} + \frac{1}{LK_n} \quad (10)$$

将式(10)代入式(7)，并忽略 T_j ，可得整体等效法向弹簧刚度为

$$k_q = \frac{EK_n}{LK_n + E} \quad (11)$$

等效刚度与等效弹性模量的概念考虑了岩石与结构面的综合因素，比较客观地反映了岩体的力学

特性。式(10)通过等效弹性模量将刚性块体模型的结构面刚度与真实岩体中的结构面刚度和岩石的弹性模量联系起来。

对于刚性块体模型，岩石的弹性模量 E 为无穷大，从而可得

$$E_q = LK_n \quad (12)$$

通常结构面岩体的等效弹性模量可以通过波速间接求得，即

$$v = \sqrt{\frac{E_q}{\rho}} \quad (13)$$

式中： v 为结构面岩体的波速， ρ 为岩体的密度。

利用式(13)，可得

$$K_n = \frac{v^2 \rho}{L} \quad (14)$$

而结构面的切向刚度 K_s 可由离散元系统的横波波波动方程与弹性体的波动方程推得，有

$$K_s = \frac{4G_q}{3L} \quad (15)$$

式中： G_q 为结构面岩体的等效剪切模量。

基于以上的推导过程，可以看出，在正六面块体的假设下，面-面接触模型中的刚度系数不仅可以通过式(14)，(15)求出来，而且也可以给出一定的物理解释。式(14)，(15)的适用范围为：

- (1) 结构面处于平面应力状态；
- (2) 不考虑块体的泊松效应；
- (3) 块体是正六面体。

4.1.3 等效刚度的尺寸效应

注意到，在上述推导过程中，式(12)是在块体弹性模量趋于无穷大时得到的。实际上，刚性块体、结构面完全闭合情况下的刚度等效是没有实际物理意义的，块体和结构面均无实际变形产生。因此，Cundall引入弹簧的叠合量作为一种数学方法来描述接触的变形。

为了更明确地讨论等效刚度和等效弹性模量的概念，给出如下的推导。

引用结构面刚度和结构面弹性模量之间的关系 $K_n = E_j / T_j$ ，将这一关系式代入式(10)得

$$\frac{1}{E_q} = \frac{1}{E} + \frac{T_j}{LE_j} \quad (16)$$

进一步整理可得

$$E_q = \frac{E}{1 + \frac{E T_j}{E_j L}} \quad (17)$$

而

$$k_q = \frac{E_q}{L} = \frac{E}{L} \frac{1}{1 + \frac{E T_j}{E_j L}} \quad (18)$$

可以看出，离散元计算中刚度参数的物理意义是很明确的。在式(18)中，只要给出块体和结构面的几何尺寸和弹性模量，就可以给出等效刚度。等效刚度既与块体尺寸有关，又受到结构面厚度的影响。

引入无量纲量 $\pi_1 = \frac{E}{LK_n} = \frac{ET_j}{E_j L}$ ，则式(18)成为 $E_q = \frac{E}{L} \frac{1}{1 + \pi_1}$ 。 π_1 表征了块体等效刚度和结构面刚度的比值，也可以认为是块体弹性模量与结构面等效弹性模量 $\frac{E_j L}{T_j}$ 的比值。分析不同情况下这一比值的大小，可以清晰地看出 k_q 的物理意义。

(1) 有软弱夹层的情况

在这种情况下， E_j ， T_j 都有明确的值，若 E_j 比 E 小 2 个量级，而结构面的厚度比块体的尺寸也小 2 个量级， π_1 具有 1 的量级，表明结构面的刚度与等效块体刚度量级相同。物理意义明确，数值计算也容易实现。

(2) 无软弱夹层，结构面不闭合

在这种情况下， E_j 可以认为是 0， T_j 不为 0， π_1 趋于无穷大，表明结构面刚度远小于块体刚度。这时， k_q 为 0，表明结构面已经破坏，不能承受拉力。如果非闭合结构面受到压力作用，在结构面闭合之前， k_q 仍可以取为 0，直至结构面闭合。

(3) 受压条件下的闭合结构面

在这种情况下， T_j 趋于 0， E_j 不为 0， π_1 趋于 0，即结构面的刚度趋于无穷大。很显然，此时结构面的等效弹性模量完全反映了块体的特性。形式与式(12)相同，但是所表达的物理意义不同。即当结构面闭合时，结构面的刚度不是块体弹性模量无穷大时的结构面的刚度，而是将块体的弹性模量完全等效在结构面的弹簧上。

4.1.4 可变形块体计算模型中结构面刚度的概念

在上面的讨论中，认为块体是刚性的，结构面的刚度是等效的。在可变形块体模型中，结构面的刚度是结构面自身的特性，与块体的弹性模量无

关，不能再引入等效刚度的概念。然而，正是这种更精确的模型，给实际的计算带来了新的问题。

由前面的分析可知，在闭合结构面的条件下， $\pi_1 = 0$ ，它表明结构面的刚度远远大于块体的等效刚度，或者说，这时结构面的刚度是无穷大的。也就是说，在可变形块体的情况下，2 个接触点之间的弹簧刚度只有取得足够大时，才能够客观地反映岩体的力学特性。该结论事实上并不难理解，对 2 个接触点，它们之间的距离为 0，只有刚度是无穷大时，才能够满足变形时 2 点接触的条件。这时， $k_q = \frac{E}{L}$ 。否则，接触点就会嵌入到块体内，将接触弹簧和块体变形混为一体。而嵌入的深度直接影响到计算精度。但是，结构面刚度取得太大就会影响离散元的计算效率。

事实上，由于计算时步的选取依赖于 $\frac{m}{K}$ ，当 K 值越大，所需的时步就越小。通常 LK_n 比 E 大 2 个量级时，计算很容易发散。而取 LK_n 与 E 具有相同量级时，闭合岩体的结果不能反映真实岩体的客观情况，离散元的计算结果会偏离实际情况，不能令人满意。

总之，在离散元计算中，刚性块体模型结构面的刚度表征了岩石等效弹性模量。可变形模型中，对有软弱夹层的问题，刚度值可由 $\frac{E_j}{T_j}$ 给出；对闭合结构面，若块体的弹性模量取为 E ，刚度值应远大于 $\frac{E}{L}$ ，否则，计算结果就不能反映真实的状态，但是，如果取很大的刚度值，会直接影响到计算的效率，甚至导致计算发散。

4.1.5 可变形块体模型刚度选取的方法

对于可变形块体模型，当块体尺寸远远大于结构面厚度时，结构面的变形相对于块体的变形往往可以忽略，这时，主要关心的是结构面的强度。由于结构面强度远低于岩块的强度，在结构面上比较容易发生分离或滑动。

结构面的变形可以忽略，就需要选取很高的刚度，采用如下的方法可以方便地解决这一问题。建立模型时将每一块体的 LP 按一定的尺寸比例 η 向块体形心缩进(图 7)。缩进后的等效结构面刚度采用 $K_n = E/(\eta L)$ 来计算。这样，块体整体变形就由缩进后的 LP 所组成的质点-弹簧系统的变形和由等效结构面刚度求得的结构面变形共同组成。这一处

理方法有如下优点：(1) 满足平面应力的假设；
 (2) 可以沿用刚性块体的结构面等效刚度的概念；
 (3) 避免了块体角-边接触问题。采用 $K_n = E/(\eta L)$ 时，适当取 η 值， π_1 可在 10~100 变化。

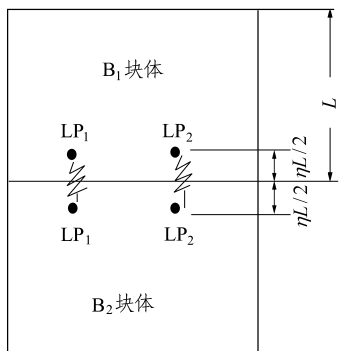


图7 可变形块体等效结构面刚度的选取方法

Fig.7 Selection of equivalent joint stiffness with deformable block

4.2 阻尼系数的物理意义及其选取方法

在离散元动态松弛法中，阻尼系数是通过动态计算得到静态结果的一种手段。由于静态结果是块体速度趋于 0 的动态计算的近似结果，当阻尼系数较大时，收敛速度较快，反之，块体弹簧系统反复振动。但是，在波的传播以及爆炸产生岩体振动的问题中，阻尼系数直接影响着岩体结构的振动。在已有的研究中，离散元法一般只考虑了质量阻尼而忽略了结构阻尼，下面讨论如何确定阻尼系数。

$$\left. \begin{aligned} m_i \ddot{\mathbf{u}}_i + c_m \dot{\mathbf{u}}_i + c_k \sum_{j=1}^n (\dot{\mathbf{u}}_i - \dot{\mathbf{u}}_j) + k \sum_{j=1}^n (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j) &= \mathbf{F} \\ I_i \ddot{\boldsymbol{\theta}}_i + c_1 r_0^2 \dot{\boldsymbol{\theta}}_i + c_k \sum_{k=1}^{n'} \{ \mathbf{r}_k [\mathbf{r}_k (\dot{\boldsymbol{\theta}}_i - \dot{\boldsymbol{\theta}}_j)] \} + \\ k \sum_{k=1}^{n'} \{ \mathbf{r}_k [\mathbf{r}_k (\dot{\boldsymbol{\theta}}_i - \dot{\boldsymbol{\theta}}_j)] \} &= \mathbf{M} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

式中： m_i ， I_i 分别为第 i 个块体的质量和转动惯量； \mathbf{u}_i ， $\dot{\mathbf{u}}_i$ ， $\boldsymbol{\theta}_i$ ， $\dot{\boldsymbol{\theta}}_i$ 分别为第 i 个块体的位移、速度和角位移、角速度； \mathbf{u}_j ， $\dot{\mathbf{u}}_j$ ， $\boldsymbol{\theta}_j$ ， $\dot{\boldsymbol{\theta}}_j$ 分别为第 j 个相邻块体的位移、速度和角位移、角速度； n 为与第 i 个块体相邻的块体数； n' 为第 i 个块体的 LP 数； \mathbf{F} 为作用在块体上的外力、体力； \mathbf{M} 为作用在块体上的外力矩、体力矩； r_0 为回转半径； \mathbf{r}_k 为质心指向第 k 个 LP 的矢量。

引入特征长度 L (块体尺寸)，特征时间 T_1 ， T_2 ，然后，分别对式(19)中 2 式作代换。对第 1 式，令

$$\begin{aligned} t &= T_1 t' \\ \mathbf{u} &= L \mathbf{u}' \end{aligned}$$

对第 2 式，令

$$\begin{aligned} t &= T_2 t' \\ \mathbf{u} &= L \mathbf{u}' \end{aligned}$$

整理后，得

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\mathbf{u}}_i' + \frac{c_m T_1}{m_i} \dot{\mathbf{u}}_i' + \frac{c_k T_1}{m_i} \sum_{j=1}^n (\dot{\mathbf{u}}_i' - \dot{\mathbf{u}}_j') + \\ \frac{k T_1^2}{m_i} \sum_{j=1}^n (\mathbf{u}_i' - \mathbf{u}_j') = \frac{\mathbf{F} T_1^2}{m_i L} \\ \ddot{\boldsymbol{\theta}}_i' + \frac{c_1 L^2 T_2}{m_i r_0^2} \dot{\boldsymbol{\theta}}_i' + \frac{c_k L^2 T_2}{m_i r_0^2} \sum_{k=1}^{n'} \{ \mathbf{r}_k' [\mathbf{r}_k' (\dot{\boldsymbol{\theta}}_i' - \dot{\boldsymbol{\theta}}_j')] \} + \\ \frac{k L^2 T_2^2}{m_i r_0^2} \sum_{k=1}^{n'} \{ \mathbf{r}_k' [\mathbf{r}_k' (\dot{\boldsymbol{\theta}}_i' - \dot{\boldsymbol{\theta}}_j')] \} = \frac{\mathbf{M} T_{21}^2}{m_i r_0^2} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

取特征时间 $T_1 = \sqrt{\frac{m_i}{k}}$ ， $T_2 = \frac{r_0}{L} \sqrt{\frac{m_i}{k}}$ ，则式(20)

成为

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\mathbf{u}}_i' + \frac{c_m}{\sqrt{m_i k}} \dot{\mathbf{u}}_i' + \frac{c_k}{\sqrt{m_i k}} \sum_{j=1}^n (\dot{\mathbf{u}}_i' - \dot{\mathbf{u}}_j') + \\ k \sum_{j=1}^n (\mathbf{u}_i' - \mathbf{u}_j') = \frac{\mathbf{F}}{k L} \\ \ddot{\boldsymbol{\theta}}_i' + \frac{c_1}{\sqrt{m_i k}} \frac{L}{r_0} \dot{\boldsymbol{\theta}}_i' + \frac{c_k}{\sqrt{m_i k}} \frac{L}{r_0} \sum_{k=1}^{n'} \{ \mathbf{r}_k' [\mathbf{r}_k' (\dot{\boldsymbol{\theta}}_i' - \dot{\boldsymbol{\theta}}_j')] \} + \\ k \sum_{k=1}^{n'} \{ \mathbf{r}_k' [\mathbf{r}_k' (\dot{\boldsymbol{\theta}}_i' - \dot{\boldsymbol{\theta}}_j')] \} = \frac{\mathbf{M}}{k L^2} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

令 $\xi_m = \frac{c_m}{\sqrt{m_i k}}$ ， $\xi_1 = \frac{c_1}{\sqrt{m_i k}}$ ，即 $c_m = \xi_m \sqrt{m_i k}$ ，

$c_1 = \xi_1 \sqrt{m_i k}$ 。可以看出，如果取 $\xi_m = \xi_1$ ，则 $c_m = c_1$ ；

令 $\xi_{k1} = \frac{c_k}{\sqrt{m_i k}}$ ， $\xi_{k2} = \frac{c_k}{\sqrt{m_i k}} \frac{L}{r_0}$ ，即 $c_k = \xi_{k1} \sqrt{m_i k}$ ，

$c_k = \xi_{k2} \frac{r_0}{L} \sqrt{m_i k}$ 。由此，得到转动和平动的刚度阻尼比满足的关系：

$\xi_{k1} = \xi_{k2} = \frac{r_0}{L}$ 。其中， ξ_m ， ξ_1 为质量阻尼比； ξ_{k1} ， ξ_{k2} 为刚度阻尼比。阻尼比是无量纲量，是反映阻尼振动基本特征的重要参数。

关于质量阻尼和刚度阻尼，在研究静态和准静

态问题时，由于振动速度最终趋于 0，阻尼比的大小相对而言并没有明确的物理意义，而用离散元方法研究波的传播问题时，情况就大不相同。质量阻尼反映岩块内部的能量消耗，刚度阻尼比表征的是岩体结构面的应变率或结构的粘性特征，阻尼比影响着岩体结构振动的频率和冲击荷载下振动持续的时间。计算中改变阻尼比就可以改变岩体结构的振动持续时间，反之，可以根据实验得到的岩体振动的持续时间，反演出系统的阻尼比。文[6]给出了某种条件下振动持续时间和阻尼比的关系，按照上述阻尼比的公式，将实验与数值模拟相结合，就可以给出一条确定阻尼比的途径。

4.3 计算时步

动态松弛法反映的是岩体结构的振动过程，在研究静态问题时，外加荷载的周期可以认为是无穷大，这样，在计算时，结构的自振周期可以作为特征时间。整个研究系统是多自由度的振动系统，有多个固有频率，其最小固有周期可记为 $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K_q}}$

或者， $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K_q} \frac{r_0}{L}}$ 。可以看出，当 $\frac{r_0}{L}$ 很小时，也

就是说块体细长时，所选时间步长应当更小些，计算时步 $dt = (0.01 \sim 0.1)T$ 。对动态计算，时间步长还与外加荷载的频率有关，一般可取 $T = \min(T, \frac{1}{\omega})$ 。

而对于爆炸荷载，冲击波压力的频率很高，这时时间步长就应选得很短，否则，计算就会发散。

当可变形块体的刚度与结构面的等效弹性模量 K_n 相比有量级上的差异时，时间步长的选取应以刚度较大的值为准，否则，整个计算效率就会很低。

4.4 计算控制判据及块体的滑动与失稳问题

对于一个系统而言，判定其稳定的方法有很多种，由于离散元法是位移分析方法，所以通常采用位移收敛或速度回零作为稳定判据。在用动态松弛法解静力问题时，离散元采用施加阻尼的方法来耗散系统的动能。由于系统动能大小能直接反映块体速度的变化趋势，作者以之作为控制计算和判定系统稳定与否的判据。

对任一块体 i ，其转动速度矢量为

$$\omega_i = \omega_{xi}i + \omega_{yi}j + \omega_{zi}k$$

平动速度矢量为

$$V_i = V_{xi}i + V_{yi}j + V_{zi}k$$

所以其动能 E_{ki} 为

$$E_{ki} = \frac{1}{2} m_i V_i^2 + \frac{1}{2} I_i \omega_i^2 \tag{22}$$

式中： m_i 为块体质量， I_i 为块体绕各轴的转动惯量。

由此，网格系统的动能之和 E_k 为

$$E_k = \sum_i E_{ki} \tag{23}$$

计算并画出各时步的动能时程曲线，便可以有效地监控系统的稳定性。当岩体达到稳定状态时，系统的动能是收敛的，在计算时段末，系统的动能将趋于 0。

但是，当岩体结构性失稳、开挖卸载或受到其他力的作用时，系统内的部分块体单元可能发生滑动，进而引起局部岩体失稳或大范围岩体失稳，这样，在计算时段末，部分块体的速度将继续增加或稳定在某一非零值而没有回零的迹象，由于式(23)中包含了系统所有块体的动能，因此，它可能在降至某一较低的值之后不再收敛，难以作为合理的计算控制判据。

基于此，采用了如下 2 种方法来解决这个问题：

(1) 如果系统动能 E_k 不收敛(实际上必有块体发生了滑动，对于滑动块体，程序中给予标记)，则控制判据变为

$$E'_k = E_k - E_k^* \tag{24}$$

式中： E_k 为系统全部块体动能之和， E_k^* 为发生滑动的块体的动能之和。

当 E'_k 趋于 0 时，计算结束。其物理意义为，未发生滑动的块体的速度回 0，若位移不大，则该部分岩体可认为处于稳定状态。发生滑动的块体为危险的块体，并不一定失稳，其计算位移仅表示在计算的虚拟时间内所发生的位移(或滑移量)，而并不一定代表其真实的最终位移，如果不采取有效的加固措施，该部分岩体可能失稳破坏。

(2) 采用总能量相对收敛准则

如果系统动能 E_k 不收敛，也可采用另一种计算控制判据：

$$(E_k^n - E_k^{n-1}) / E_k^n < \epsilon \tag{25}$$

式中： E_k^n 为第 n 时步时系统的总动能， E_k^{n-1} 为第 $n-1$ 时步时系统的总动能， ϵ 为一个给定的合适小量。

5 讨 论

离散元法正处在发展阶段, 它所表现的生命力在于能够方便地分析和研究非连续介质。然而, 更多的、更为广泛的问题涉及到岩体由连续到非连续介质的演化。既要讨论介质的非连续特性, 还要研究岩块的变形连续性特性。在刚性块体模型下, 岩块的变形模量可以等效到结构面上, 但是, 该模型不能考虑材料的泊松效应, 而当块体为非正交结构面切割时, 等效的关系也是很严格的。在进行块体变形分析的模型中, 认为结构面的刚度不存在物理意义, 或者不考虑其物理意义, 这样, 会直接影响到计算结果的可信度。面-面接触模型给出了结构面刚度的明确的物理意义, 但是当考虑块体变形时, 闭合结构面参数的选取遇到障碍, 主要原因是结构面的厚度为 0 时对变形的贡献不大, 分析其本质, 结构面真正的力学作用在于它的低强度。对于该问题的分析, 依赖于建立新的力学模型。

参 考 文 献

1 王泳嘉, 邢纪波. 离散单元法及其在岩土力学中的应用[M]. 沈阳: 东北工学院出版社, 1991

2 孙广忠. 岩体结构力学[M]. 北京: 科学出版社, 1988

3 伍法权. 统计岩体力学原理[M]. 北京: 中国地质大学出版社, 1993

4 Cundall P A. A computer model for simulating progressive, large-scale movements in blocky rock systems[A]. In: Proceedings ISRM Symposium on Rock Fracture[C]. Nancy: [s. n.], 1971, 11~18

5 O'connor K M, Dowding C H. Distinct element modeling and analysis of mining-induced subsidence[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 1992, 25(1): 1~24

6 Shi G H. Discontinuous deformation analysis and numerical model for the static and dynamic of block systems[Ph D Thesis][D]. Berkeley: University of California, 1989

7 董大鹏. 三维可变形离散元改进算法及其应用[博士学位论文][D]. 北京: 中国科学院力学研究所, 2002

8 Li S H, Zhao M H, Wang Y N, et al. A new computational model for DEM-block and particle model[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2004, 41(3): 436~436

9 郭易圆, 李世海. 有限长岩柱纵波传播规律的离散元数值分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(8): 1124~1129

10 Li S H, Wang Y N, Rao Y. DEM face-to-face model and its application in analysis for slopes[A]. In: International Conference on Slope Engineering[C]. Hong Kong: [s. n.], 2003, 573~580

11 Jing L. A review of techniques, advances and outstanding issues in numerical modeling for rock mechanics and rock engineering[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2003, 40(3): 283~353

原始土壤是青藏高原生态之基

专家称只要保留一定原始土壤, 高原植被可在 60 a 内基本恢复

国家环境保护总局南京环境科学研究所沈渭寿、张 慧、邹长新等通过研究指出, 铁路工程对沿线高寒生态系统的影响程度。

青藏高原是世界上海拔最高、生态环境最为脆弱的地区, 也是目前世界上受人类扰动影响最少的地区之一。青藏铁路格尔木至拉萨段全长 1 142 km, 大部分地段均位于青藏高原。铁路沿线地貌类型丰富、气候环境多样、海拔高度垂直变化大、多年冻土发育、生态条件独特, 形成了典型荒漠、高寒草甸、高山冰雪等丰富、独特, 同时又十分脆弱、对人类扰动极其敏感的生态系统类型。

沈渭寿研究员介绍, 青藏铁路和建设将不可避免地对沿线高寒生态系统造成一定影响。而目前学术界对青藏铁路生态环境影响的研究, 大多停留在定性分析描述阶段。现在他和课题同事综合运用遥感技术和地理信息系统技术, 编制了青藏铁路沿线 50 km 范围生态系统类型和脆弱度分区图, 用叠图法研究了各类工程活动对沿线生态系统的影响范围和影响面积以及影响指数。并类比青藏公路, 研究了青藏铁路高寒生态系统的恢复机制, 预测了其恢复程度和恢复速度。

沈渭寿说, 根据这一研究结果, 只要工程施工过程中和施工后采取严格的植被保护和恢复措施, 就可将高寒草甸生态系统及其物种多样性受到的影响, 降低到可以接受的程度。据此, 课题组就工程施工工艺和完工后的善后处理提出明确的要求。他最后表示, 由于青藏高原自然条件的严酷性、脆弱性和复杂性, 以及受研究中样本数量和预测因子的限制, 对青藏铁路工程建设扰动后高寒植被的自然恢复过程, 尚需进一步的深入研究。