

一维水激波管计算*

刘良吉 俞善炳
(中国科学院力学研究所)

孙庚辰 寇绍全
(中国科学技术大学¹⁾)

提 要

本文用特征线方法计算了一维水激波管问题。分别对自由端边界和定压端边界作了数值计算。在自由端边值问题中探讨了水的断裂飞散现象。在定压端边值问题中探讨了水中空化现象的形成、发展和消失,并研究了类似于平板受爆炸加载后的二次加速现象。

研究水下爆炸对结构物的作用,对于解决船舶和 underwater 结构物的防爆问题和解决爆炸成形工艺问题来说,都是十分重要的课题。在受到爆炸激波的作用后,薄壁结构将产生高速变形,结构物附近的水将发生断裂和空化,而在空化区最终消失时,薄壁结构将受到第二次冲击加速。关于这个问题, Kennard^[1], Яковлев^[2], 郑哲敏曾用声学近似作过研究。

对于涉及几何形状较为复杂的结构物这种接近实用的爆炸问题,要把炸药、水和结构物作为一个统一体系来考虑它们彼此间的相互联系与作用,显然是十分困难的。本文利用有限幅波和激波理论对一维水激波管进行了一些数值计算,进一步探讨了一维爆炸通过水的媒介对定压端的作用,分析了空化区的发生、发展和消失过程以及由此引起的二次加速现象。这将有助于定性地了解实际的爆炸问题中结构物受载和变形的机制,同时可以积累数值计算的经验。

一、基本方程

我们考虑一根长 $L = 1\text{m}$, 管截面为单位面积的管子,管中以 1:9 的比例装满 TNT 炸药(密度为 1.59g/cm^3) 和水,二者之间用膜隔开,炸药的一端是固壁,水的一端保持定压。我们假定:

1. 炸药作瞬时定容绝热爆炸,爆炸气体满足多方关系

$$\frac{p_{\kappa}}{\rho_{\kappa}^{\gamma}} = k, \quad (1)$$

其中 p_{κ} , ρ_{κ} 是气体的压力和密度,绝热指数 γ 取为 3, Kirkwood 和 Brinkley^[3] 按定容绝热爆炸假设算得初始压力 p^0 为 $81.7 \times 10^3\text{kg/cm}^2$, 故 $k = 20.325 \times 10\text{cm}^3/\text{g}^2 \cdot \text{s}^2$ 。

2. 水和爆炸气体都是无粘性的;管壁对介质无影响;忽略体积力的影响。

* 1965年3月19日收到。
1) 作者现在工作单位:中国科学院力学研究所。

3. 水的物态方程取为

$$p = B^* \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^n - 1 \right],$$

其中 ρ_0 是水的初始密度, $n = 7.15$, $B^* = 3047 \text{ kg/cm}^2$. 这里忽略了初始压力, 因为它比激波波头的压力小得多.

一般认为, 水能承受的最大负压, 即所谓空化压力, 为负几十个大气压. 这个压力与激波波头的压力相比完全可以忽略, 故将空化压力取为零是合理的. 于是水的更完整的物态方程为

$$p = \begin{cases} 3047 \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{7.15} - 1 \right], & \rho \geq \rho_0; \\ 0, & \rho < \rho_0. \end{cases} \quad (2)$$

在水激波管内的流动中, 通常出现物理参量连续变化的流动区和跳跃变化的间断面, 于是我们有下面的方程和条件:

1. 特征线方程

连续流动区的流动满足下列方程:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial s}{\partial t} + u \frac{\partial s}{\partial x} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

其中 p 为压力, ρ 为密度, u 为速度, s 为熵, x 和 t 分别为坐标和时间, x 轴的原点取在靠近炸药的固壁端, 取炸药到水的方向为正向(图 1).

令声速为 c , $c^2 = \frac{dp}{d\rho}$; 并令

$$\left. \begin{aligned} \frac{dp}{\rho c} + du = dN, \quad u + c = \alpha; \\ \frac{dp}{\rho c} - du = dQ, \quad u - c = \beta, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

则在水还未发生空化的区域, 式(3)化为

$$\left. \begin{aligned} dx = \alpha dt, \quad dN = 0; \\ dx = \beta dt, \quad dQ = 0, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

其中 N 和 Q 称为 Riemann 不变量, α 和 β 代表向右和向左的扰动传播速度.

利用物态方程(1)和(2), 由式(4)可求得 N 和 Q 的表达式:

$$\left. \begin{aligned} \text{在气体产物中} \quad N_{\alpha} = u_{\alpha} + c_{\alpha}, \quad Q_{\alpha} = u_{\alpha} - c_{\alpha}; \\ \text{在水中} \quad N = u + \frac{2}{n-1} c, \quad Q = u - \frac{2}{n-1} c. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

2. 间断面上的条件

流体穿过间断面, 必须满足三个守恒定律, 其积分形式为

$$\left. \begin{aligned} \rho_1(D - u_1) - \rho_2(D - u_2) &= 0, \\ \rho_1 u_1(D - u_1) - \rho_2 u_2(D - u_2) &= p_2 - p_1, \\ \rho_1 \left(\varepsilon_1 + \frac{u_1^2}{2} \right) (D - u_1) - \rho_2 \left(\varepsilon_2 + \frac{u_2^2}{2} \right) (D - u_2) &= u_1 p_1 - u_2 p_2, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

其中 ε 为单位质量流体具有的內能, D 为间断面的速度, 下标 1 和 2 分别表示间断面两边的参量。

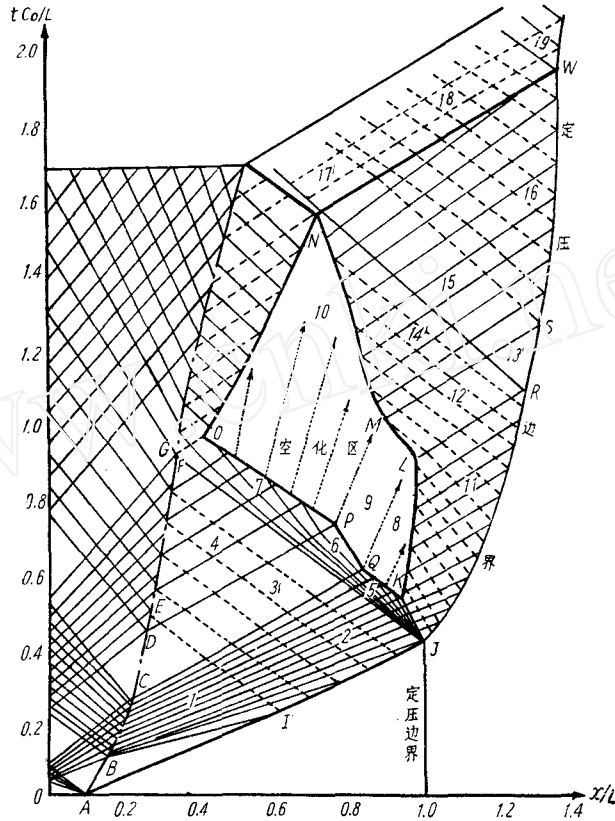


图1 流动图案

——激波 质点轨迹 ——压缩波 - - - - -接触面 ——稀疏波

在爆炸气体和水的接触面上由于没有流体穿过, 因此有

$$D = u_2, \quad u_1 = u_2, \quad p_1 = p_2.$$

在激波间断面上, 有

$$\left. \begin{aligned} (u_2 - u_1)^2 &= - (p_2 - p_1) \left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} \right), \\ D - u_1 &= \frac{\rho_2}{\rho_2 - \rho_1} (u_2 - u_1), \\ \varepsilon_2 - \varepsilon_1 &= \frac{1}{2} (p_2 + p_1) \left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right). \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

利用特征线关系和式(3)中的等熵条件, 将激波前后的物理量联系起来, 即可根据一般的特征线法求解管中运动。在本文中, 介质的压力和密度都具有单值的联系, 故可不用

方程(3)的第三式,而以物态方程(1)和(2)来代替.

二、数值计算

1. 流动图案 (图 1)

1) 零压边界情形: 水和爆炸气体的初始断面分解后,在气体中向左传播中心稀疏波,在水中向右传播激波. 激波在水的自由表面上反射成一束中心稀疏波,后者与从接触面上传来的稀疏波互相干涉,将水拉断成水的飞片,并且飞片将不受阻碍地继续向右作等速运动. 水的这种断裂现象,一直要到从接触面上有压缩波传到自由表面时方才终止.

2) 定压边界情形: 激波入射到定压端时将反射一束很强的中心稀疏波,它与从接触面上来的稀疏波互相干涉,将使水的内部发生空化,空化区把水分为内外水层. 靠近定压边界的一层水(即外水层),由于受定压的阻碍,没有从靠近接触面的一层水(即内水层)上剥落下来的飞片(称为正飞片)跑得快,因而正飞片将不断贴在它的内表面上;内水层在爆炸气体的推动下,则将赶上它前面的飞片(称为反飞片). 结果内外水层不断加厚以致碰撞,碰撞点发出的激波将使定压边界二次加速.

2. 计算方法

我们用特征线结点法进行计算. 计算时先把两条特征线之间 Riemann 不变量的增量取为步长 h 来计算一个流区,再用步长 $h/2$ 计算同一流区. 两个结果在所要求的精度内没有差别,这样的 h 就是合适的步长. 在计算过程中,我们还时刻控制步长的大小,以满足精度要求^[4].

问题的边界条件是: 激波管的固壁端速度为零,定压端压力为恒值. 我们计算了压力为 0 和 5000 kg/cm^2 两种情况.

问题的初始条件是: 在 $t = 0$ 时, 炸药瞬时变为具有均匀压力和密度的静止的爆炸气体,水则处于一大气压的静止状态.

1) 空化发生面的计算: 根据定压边界情形的流动图案,在水中会发生空化. 空化条件是

$$p = 0, \quad \text{即} \quad c = c_0 = \sqrt{\left(\frac{dp}{d\rho}\right)_{p=0}}. \quad (9)$$

由此可见,只要预先算出特征线结点的位置和压力,用插值求出零压线就得到空化发生面. 因为只有两族反向稀疏波互相干涉才形成空化,所以空化发生面是以超声速传播的. 因而按上法算出空化面后,要把亚声速段去掉.

2) 空化区的计算: 对于边界压力为 5000 kg/cm^2 的情形,定压端和接触面附近都有一层水,中间是空化区,空化区中不存在特征线. 空化区的边界是强间断面,利用激波上的关系可以求解. 下面谈谈这个强间断面前(空化区一边)的参量的求法和计算中如何保证有效数字.

因为空化区压力恒为零,又因为流体被假定为无粘性的,由基本方程组(3)便可以得到,空化区中流体质点都以常速作直线运动. 因此,每个质点的速度只取决于不同的出发点,而在速度与出发点有单值关系的区域,质点的运动满足方程

$$x - ut = f(u). \quad (10)$$

由于各个质点的速度不相等,随着时间的增加,空化区的流体会自由膨胀. 在 Euler 坐标系里,质量的微分表达式为

$$dM = \rho(dx - u dt), \quad (11)$$

其中 M 代表质量. 将式(10)微分后代入上式,即可看出

$$\rho[f'(u) + t] = F(u), \quad (12)$$

$f(u)$ 和 $F(u)$ 应由空化发生时刻的状态来确定,此时 $\rho = \rho_0$. 于是对于任一时刻 t , 空化区的流体密度由下式确定:

$$\rho = \frac{F(u)}{f'(u) + t}. \quad (13)$$

这样就可以确定空化区间断面边界上的参量了.

根据物态方程(2),空化区边界就是激波. 在这个激波波面上物理量跳跃极弱,因而在计算过程中会出现这样的困难:在式(8)中 $(u_2 - u_1)$ 的有效数字位数减少;而 $\frac{\rho_2}{\rho_2 - \rho_1}(u_2 - u_1)$ 的量级又与 u_1 的相同,二者相加后也使 D 的有效数字位数减少;这样每计算一步,有效数字将减少一两位,几步就会把有效数字减光. 为了克服这个困难,保证有足够的有效数字位数,我们可以把 $\frac{\rho_2}{\rho_2 - \rho_1}(u_2 - u_1)$ 的值多取一位再往下算. 为了检验这样作引起的误差,我们对内水层计算了两条外边界:一条是在每次计算时都把 D 取得偏大一些,例如将 $D/c_0 = 0.676$ 补成 0.6764;另一条则是一直把 D 取得偏小些,例如将 $D/c_0 = 0.676$ 取成 0.6756. 其它各种可能的边界将在两者之间. 计算结果表明,用两条内水层外边界算出的碰撞点在有效数字位数范围内没有差别,两条边界引起的特征网格的最大误差为 0.3%. 对最后的结果进行误差分析也说明了这样作是允许的.

3. 计算结果

1) 零压边界情形(图 1): 初始间断分解后,在接触面两边的均匀区,压力和速度分别为 $33.87 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2$ 和 998.8 m/s , 向右传播的激波速度为 3391 m/s .

激波在 $275.0 \mu\text{s}$ 时到达自由表面(J 点)并反射中心稀疏波,后者与从接触面上传来的稀疏波互相干涉,引起水的断裂和飞散. 最初飞片的速度是 1444 m/s . 因左行的稀疏波使流体质点加速,右行稀疏波则使质点减速,而离自由表面越近,加速作用越强,所以当空化面(因为是零压边界,所以空化面就是自由表面)不断向管内发展时,飞片不断减速. 在 $404.9 \mu\text{s}$ 时,右行稀疏波波尾在 0.8399 m 处(Q 点)遇到自由表面,自由表面发展的轨迹开始变成直线. 在 \overline{QP} 段,飞片的速度相同,为 604.7 m/s . 在 $489.2 \mu\text{s}$ 时,从接触面 \widehat{DG} 段上传来的右行稀疏波波头在 0.7665 m 处(P 点)遇到自由表面,再度使自由表面以超声速发展. 左行中心稀疏波波头遇到接触面后,反射成右行压缩波,它在 $645.0 \mu\text{s}$ 时,在 0.4221 m 处(O 点)到达自由表面,使水的断裂终止.

2) 定压边界情形(图 1): 在激波打在定压端前,流动图案与前例完全相同. 激波打在定压边界上时,这边界将以 $1.20 \times 10^3 \text{ m/s}$ 的速度运动,同时在水中反射中心稀疏波. 此例中的空化发生面与零压边界的空化发生面相重合. 只是第一个空化点不在定压端,而发生在 $348 \mu\text{s}$ 时, 0.945 m 处(K 点). 该质点空化后以 946 m/s 的速度向定压端飞去. 空化向管内发展的过程与前例完全相同.

外水层(空化区域和定压边界之间的部分)因对定压边界做功而消耗能量,速度逐渐变慢,并且飞片不断打在它的内表面上;内水层(空化区和接触面之间的部分)则在爆炸气体的推动下逐渐赶上它前面的飞片.在 $1.04 \times 10^3 \mu\text{s}$ 时,在 0.724 m 处(N 点),内外水层相碰.碰撞前一瞬时,内水层外表面(即激波波面)的压力为 161 kg/cm^2 ,速度为 657 m/s ,质点速度为 441 m/s ;外水层内表面(也是激波波面)的压力为 $1.37 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2$,速度为 -432 m/s ,质点速度为 134 m/s .内外水层碰撞后(N 点),压力为 $3.78 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2$,质点速度为 250 m/s .

空化历时(从 K 点至 N 点) $694 \mu\text{s}$,空化区最左在 0.422 m 处,最右在 0.945 m 处.在炸药爆炸后 $645 \mu\text{s}$ 时,空化范围最大,占据 0.512 m .飞片打在水层上,部分动能会转化成热能,即所谓空化损耗.空化损耗只占总能量的 2.0% ,其中 1.9% 是飞片打在外水层上损耗的.

定压端从 $275 \mu\text{s}$ 时(J 点)开始运动,初速为 $1.20 \times 10^3 \text{ m/s}$,到 $1.20 \times 10^3 \mu\text{s}$ 时,速度变为零,定压端运动了 0.360 m ,至此消耗了炸药能量的 44.1% .此后定压端的速度变负的.内外水层碰撞时,从碰撞点发出左行和右行的激波.右行激波在 $1.30 \times 10^3 \mu\text{s}$ 时到定压端(W 点),使后者发生二次加速.二次加速前一瞬时,定压端速度为 -16.2 m/s ,二次加速后的初速则为 203 m/s .左行激波会使爆炸气体收缩.左行和右行激波分别在接触面和定压端反射成稀疏波.这两族稀疏波不强,相互干涉后不会使水再次空化.

计算结果见图 1—6.

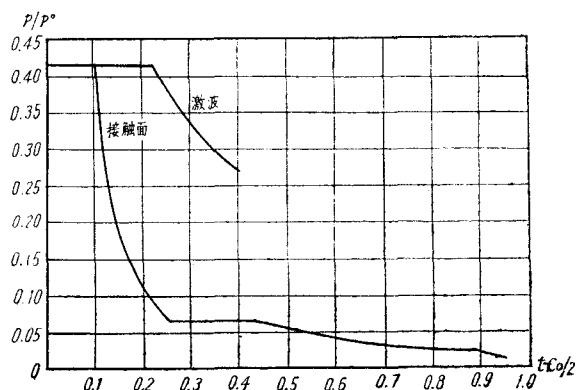


图 2 $p-i$ 曲线

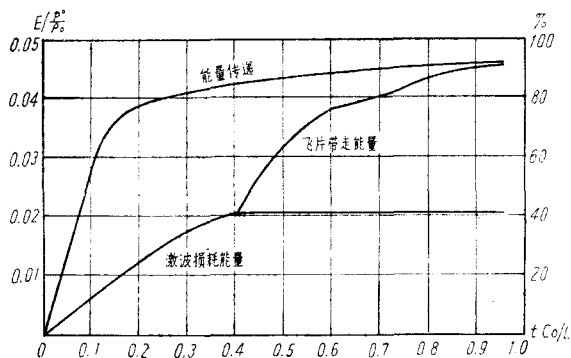


图 3 能量曲线

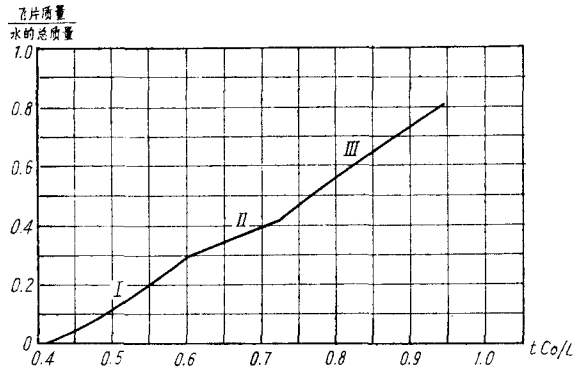
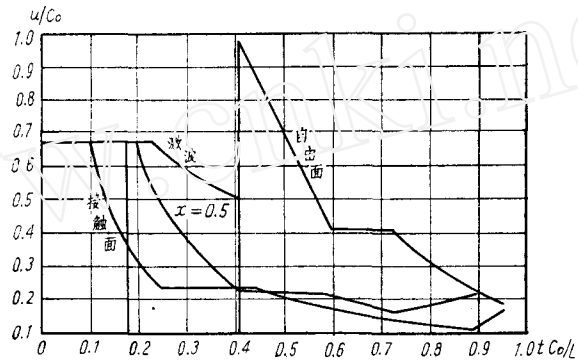
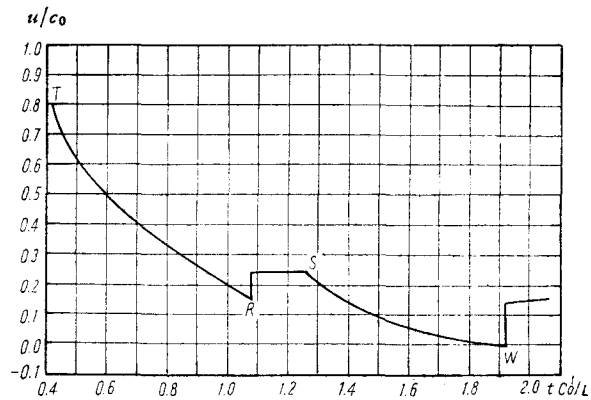


图 4 质量飞散曲线

图 5 $u-t$ 曲线图 6 定压端 $u-t$ 曲线

4. 误差分析

特征线法的累积误差会严重地影响计算的精度, 所以要对计算结果进行误差估计。本文采用计算结果对于质量守恒和能量守恒的满足程度作为计算误差的度量^[4]。

1) 质量守恒检验: 我们只检验有关水的计算结果。设初始时刻水的总质量为 100 分。

零压边界情形: 在断裂终止时刻验算水的质量, 结果如下表:

	飞片的质量	剩余水的质量	质量总和
百分比	91.48	8.44	99.92

定压边界情形: 在内外水层碰撞前一瞬时验算水的质量, 结果如下表:

	外水层的质量	内水层的质量	质量总和
百分比	74.72	24.61	99.33

累积误差在零压边界情形为 0.1% 左右, 在定压边界情形为 1% 左右.

2) 能量守恒检验: 在某一时刻算出水和爆炸气体的内能、动能以及激波热损耗, 并算出飞片带走的动能以及内外水层在与飞片碰撞时的能量损耗. 这些能量的总和应当和激波管中的初始能量相等.

设爆炸气体的总能量为 100 分.

零压边界情形: 计算到断裂终止时刻 (O 点), 能量分配如下表:

	飞片带走能	激波损耗能	剩余水的量	气体的量	能量总和
百分比	49.92	41.06	0.62	8.51	100.11

定压边界情形: 计算到内外水层碰撞时刻 (N 点), 能量分配如下表:

	气体的能量	水的能量	激波损耗能	外水层损耗能	内水层损耗能	定压端运动作功	能量总和
百分比	6.71	9.09	41.06	1.96	0.07	42.64	101.53

累积误差在零压边界情形为 0.1% 左右, 在定压边界情形为 2% 左右.

三、讨 论

1. 激波的衰减

扰动的影响会使激波压力峰值衰减, 压力峰值 p_m 由最初的 $33.9 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2$ 衰减到自由表面处的 $21.7 \times 10 \text{ kg/cm}^2$, 衰减了 46%. 压力峰值随时间的变化见图 2.

2. 能量分配

激波耗损能占炸药能的 41.1%. 主要消耗在均匀激波阶段, 这部分损耗为炸药能的 27.3%; 衰减激波阶段损耗占 13.7%; 空化损耗只占 2.0%.

激波在自由表面上反射后, 中心稀疏波带去的能量差不多都传递给飞片了. 飞片的动能占炸药能的 25.6%, 其中 23.2% 传给外水层, 通过外水层再传给定压边界. 由于空化损耗很小, 定压端吸收的能量几乎等于激波全部有用能, 其中很大一部分是通过飞片传

递的。

以上的能量都是炸药气体通过接触面传递给水的, 能量分配曲线见图 3。接触面在其发展的各阶段中传递的能量是不同的(见图 1): AB 段占总能量的 56.4%, BC 段占 22.9%, CD 段占 5.7%, 从 D 点起直到内水层断裂终止时占 6.3%, 以后就更少了。

3. 关于空化区

激波在定压端反射中心稀疏波, 定压端压力大小只影响稀疏波波尾(即特征线 JK) 的位置。因此, 稀疏波波尾左边的物理量的分布不受定压端压力的影响。即是说, 由于扰动沿特征线传播, 扰动影响区以特征线为界。空化发生面和内水层的最小厚度都与定压端压力无关, 两算例完全相同。

空化开始的时间和地点则与定压端的压力有关。若定压端压力为零, 则 K 点与 J 点重合, 空化发生面就是自由表面, 水的飞片不断从这里飞走。质量飞散的速度是与自由表面发展速度一致的(见图 4)。在自由表面的三个阶段中质量飞散如下表:

	I	II	III	飞走的水的 总质量
占水总质量的 百分比	32.31	13.81	45.36	91.48

如果把定压端的压力取得更大, K 点就会向 Q, P, O 点靠近, 质量飞散的比例也就跟着变化。当 K 与 O 重合时就不会发生空化。从内外水层碰撞点发出的激波将使定压边界二次加速。

因为空化区中的扰动是沿质点轨迹传播的, 所以扰动影响以质点轨迹为分界线, 因此定压边界在内外水层碰撞前只能影响到外水层, 而内水层外表面的计算与定压边界运动的计算无关。

可见, 在定压边界的情况下, 要计算空化发生面和内水层外表面的运动, 可以利用零压边界的数据整理出一套经验公式, 然后根据不同压力确定 K 点和 N 点。

4. 关于简化计算的可能性

若不计激波波面上压缩波的反射, 计算量可减少约一半。我们进行了计算, 得到另一个激波轨迹, 它到达边界的时间和严格计算得到的值相差为

$$\Delta t = 0.0096 \frac{L}{c_0},$$

相对误差比 1% 弱一些, 这样的近似还是比较好的。无压缩波反射的冲击波衰减更快。

5. 关于基本假设

1) 对 $\gamma = 3$ 的讨论: 按照 Kirkwood 和 Brinkley^[3] 对爆炸完成后气体绝热膨胀的计算, 得下表:

p (10^8 kg/cm ²)	81.7	69.8	58.1	47.7	38.7	31.0	24.3
γ	3.1	3.1	3.0	2.8	2.7	2.6	2.5

可以看出, 在高压范围内, γ 在 3 左右变化。在我们的计算中, 飞片飞散终止时 (O 点) 气

体中平均压力为 1897 kg/cm^2 , 内外水层碰撞时 (N 点) 气体中平均压力为 663 kg/cm^2 , 可见在爆炸刚结束不久取 $\gamma=3$ 还比较合理, 往后 γ 与 3 的偏离就大了。但是由于取 $\gamma=3$, 气体中特征线都是直线, 计算简单。否则, γ 随压力的变化计算特别繁; 并且计算空化的方法和得到的基本流动图案不会因此而有很大变化, 所以我们仍然近似地取 $\gamma=3$ 。

2) 关于定容绝热爆炸的假设: Kirkwood 和 Bethe^[5] 认为, 由于我们关心的是爆震波引起的激波在传到离爆炸源比较远的地方以后的情形, 因此爆震波后的参量的精确分布意义不大。根据理论计算可以证明, 对于球爆炸引起的水中激波传播问题, 在大于 2 倍药包半径的区域^[5], 而对于平面问题, 在大于 9 倍药包半径的区域, 这个假设是合理的。本文的情况属于后一种。

参 考 文 献

- [1] Cole, R. H., Underwater Explosions, Princeton Univ. Press, 1948.
 [2] Яковлев, Ю. С., Гидродинамика взрыва, Судпромгиз, Ленинград, 1961.
 [3] Kirkwood, J. G., Brinkley, S. R. Jr., and Richardson, J. M., Progress report on "The pressure wave produced by an underwater explosion, Part V", PB 32186, 1943.
 [4] Жуков, А. И., Применение метода характеристик к численному решению одномерных задач годовой динамики, Издательство Академии Наук СССР, Москва, 1960 (儒可夫著, 陈敦栋、管楚澄译, 应用特征线方法数值解气体动力学一维问题, 上海科学技术出版社, 1963).
 [5] Kirkwood, J. G. and Bethe, H. A., Progress report on "The pressure wave produced by an underwater explosion, Part I", PB 32182, 1942.

THE CALCULATION OF ONE-DIMENSIONAL PROBLEMS IN WATER SHOCK TUBES

LIU LIANG-JI, YU SHAN-BING

(*Institute of Mechanics, Academia Sinica*)

SUN GENG-CHEN, KOU SHAO-QUAN

(*University of Science and Technology of China*)

ABSTRACT

In the present paper the method of characteristics is used for calculating one-dimensional problems in water shock tubes. Numerical computations have been carried out for both the free boundary condition and the pressure-fixed (constant pressure) condition. In the free boundary problem, we have investigated the fracture and flying-off of the water. In the constant pressure boundary problem, we have examined the formation, development, and disappearance of the cavity of the water. Besides, the second acceleration phenomenon similar to that of a plate under exploding load has been studied.