中 国 科 学

1989 年 6 月　　A 辑　　第 6 期

孤立磁通量管的磁流体静力学平衡

胡 文 瑞

(中国科学院力学研究所，北京)

摘　　要

本文讨论具有细长磁位形的孤立轴对称通量管．通量管的内部采用磁流体静力学模型，外部选用分层大气模型． 问题的数学描述归结为非线性偏微分方程问题，在通量管自由边界上的条件是非线性的．根据小扩展角的近似，可形式地获得级数展开解．我们具体地讨论了多方过程的等离子体，结果表明，热力学量和磁场的分布从高 β 区域延伸到低 β 区域；而且根据通量管内、外的压差，通量管即可是扩展的，或者是收缩的．

关键词：太阳磁场，磁流体静力学，磁通量管

一、前　　言

在天体物理应用或实验室研究中，对磁流体静力学平衡问题都进行了广泛的探索．天体物理环境下，大部分理论工作限于寻求连续磁场分布的静力学方程解．然而，在观测倾向于孤立磁通量管的模型时发现，其连续分布的磁场只集中于磁力管中．例如，在太阳大气中，90%的磁通量存在于小尺度的孤立通量管中[1]，也有诸如弧、拱和日珥这些大尺度结构与孤立磁场位形相联系[2]，恒星大气中的磁结构，情况也类似．孤立磁通量管可能是天体物理应用中的基本磁场位形，其结构如图 1 所示．

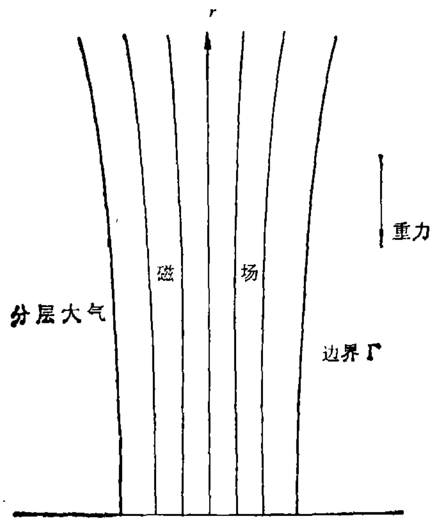

图 1　孤立磁通量管的模型

孤立通量管的一维模型给出均匀大气约束的磁通量管，磁场沿管截面均匀分布[3]．许多情况下，通量管有非均匀特性，解释观测现象时，至少要用二维模型[4]，更一般地用三维模型[5]．我们已经研究了几个相似解[6-8]，以及柱坐标系中 Taylor 级数展开的近似解[9,10]，并对这些二维解和观测进行了比较．由于孤立磁通量管问题的非线性困难，故不容易求解完整问题．我们曾讨论大标高分层大气约束的孤

1988 年 11 月 10 日收到修改稿．

立无力场通量管[11,12]，在此情况下，一般非线性问题化简为弱非线性问题，可求分析解。本文讨论更一般的约束磁通量管。

二、约束磁通量管

取球坐标 (r,θ,φ)，原点在恒星内部．轴对称 $(\partial/\partial\varphi=0)$ 的磁流体静力学方程组为(参见文献[13])

$$B_\theta\left(\frac{\partial B_r}{\partial\theta}-\frac{\partial rB_\theta}{\partial r}\right)-B_\varphi\frac{\partial rB_\varphi}{\partial r}=4\pi r\left(\frac{\partial p}{\partial r}+\frac{G\mathscr{M}_*}{r^2}\rho\right),\tag{2.1}$$

$$B_r\left(\frac{\partial rB_\theta}{\partial r}-\frac{\partial B_r}{\partial\theta}\right)-\frac{B_\varphi}{\sin\theta}\frac{\partial B_\varphi\sin\theta}{\partial\theta}=4\pi\frac{\partial p}{\partial\theta},\tag{2.2}$$

$$B_r\frac{\partial rB_\varphi}{\partial r}+\frac{B_\theta}{\sin\theta}\frac{\partial B_\varphi\sin\theta}{\partial\theta}=0,\tag{2.3}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial r^2B_r}{\partial r}+\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial B_\theta\sin\theta}{\partial\theta}=0,\tag{2.4}$$

$$p=\rho\mathscr{R}T,\tag{2.5}$$

$$p=p(\rho),\tag{2.6}$$

其中磁场 $\boldsymbol{B}=(B_r,B_\theta,B_\varphi)$；$p$，$\rho$ 和 T 分别是压力、密度和温度；$\mathscr{R}$，G 和 $\mathscr{M}_*$ 为气体常数、重力常数和恒星质量．(2.1)—(2.6) 式共 6 个方程，用来确定 B_r，B_θ，B_φ，ρ，p 和 T 6 个量．在许多磁流体静力学研究中没有考虑过程方程(2.6)，组建出许多特解．这种处理有一些限制．

一般而言，方程组(2.1)—(2.6)也适用于管外的区域，那里磁场相对较弱，可用分层大气模型描述．这样，可写出

$$\frac{dp_e}{dr}=-\frac{G\mathscr{M}_*}{r^2}\rho_e,\tag{2.7}$$

$$p_e=\rho_e\mathscr{R}T_e,\tag{2.8}$$

$$p_e=p_e(\rho_e),\tag{2.9}$$

下标 e 表示管外区域．等温时(2.7)—(2.9)式给出：

$$p_e(r)=p_e(r_0)\exp\left[-\left(\frac{r_0}{h}\right)\frac{r-r_0}{r_0}\right],\tag{2.10}$$

其中 r_0 为典型半径，而大气标高 h 定义为

$$h=\frac{\mathscr{R}T_er_0^2}{G\mathscr{M}_*}.\tag{2.11}$$

事实上，压力分布 $p_e(r)$ 可由理论或经验模型给出，天文学中已提出许多恒星大气模型．

由接触间断条件，两区域的界面 Γ 上满足

$$p(\boldsymbol{r})+\frac{1}{8\pi}B^2(\boldsymbol{r})=p_e(\boldsymbol{r}),\qquad \boldsymbol{r}\in\Gamma,\tag{2.12}$$

而边界面 Γ 可写为

$$r=r_b(\theta)\ \text{或}\ \theta=\theta_b(r).\tag{2.13}$$

问题就归结为在非线性边条件(2.12)式及自由边条件(2.13)式下，求解非线性方程组(2.1)—(2.6)式。

引进无量纲量:

$$R = \frac{r}{r_0},\quad \rho^* = \frac{\rho}{\rho_0},\quad p^* = \frac{p}{p_0},\quad T^* = \frac{T}{T_0},\quad B^* = \frac{B}{B_0},$$

$$\beta = \frac{p_0}{B_0^2/4\pi},\quad \sigma = \frac{G\mathscr{M}_*\rho_0/r_0}{B_0^2/4\pi},\quad \delta = \frac{\sigma}{\beta}, \tag{2.14}$$

下标 0 为典型值,上标 * 为无量纲量,为了简化在下面省略. 这样,通量管的基本方程组为

$$B_\theta\left(\frac{\partial B_r}{\partial\theta} - \frac{\partial RB_\theta}{\partial R}\right) - B_\varphi\frac{\partial RB_\varphi}{\partial R} = R\left(\beta\frac{\partial p}{\partial R} + \frac{\sigma}{R^2}\rho\right), \tag{2.15}$$

$$B_r\left(\frac{\partial RB_\theta}{\partial R} - \frac{\partial B_r}{\partial\theta}\right) - \frac{B_\varphi}{\sin\theta}\frac{\partial B_\varphi\sin\theta}{\partial\theta} = \beta\frac{\partial p}{\partial\theta}, \tag{2.16}$$

$$B_r\frac{\partial RB_\varphi}{\partial R} + \frac{B_\theta}{\sin\theta}\frac{\partial B_\varphi\sin\theta}{\partial\theta} = 0, \tag{2.17}$$

$$\frac{1}{R}\frac{\partial R^2B_r}{\partial R} + \frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial B_\theta\sin\theta}{\partial\theta} = 0, \tag{2.18}$$

$$p = \rho T, \tag{2.19}$$

$$p = p(\rho). \tag{2.20}$$

边界条件(2.12)式简化为

$$p[R_b(\theta),\theta] + \frac{1}{2\beta}B^2[R_b(\theta),\theta] = p_e[R_b(\theta)]. \tag{2.21}$$

磁场无源条件(2.5)或(2.18)式可写成积分形式. 它要求沿通量管任意截面的磁通量守恒，而将磁场分布与磁通量管位形联系在一起. 由此给出

$$\iint \boldsymbol{B}\cdot d\boldsymbol{S} = \Phi\ (\text{常数}), \tag{2.22}$$

其中 $d\boldsymbol{S}$ 为面积元. 上式又可表示为

$$\int_0^{\theta_b}\int_0^{2\pi} B_r r^2\sin\theta d\theta d\varphi = \Phi, \tag{2.23}$$

其中 $\theta = \theta_b$ 是磁通量管的边界扩展角.

三、细 长 位 形

磁通量管的具体位形不仅依赖于管内的解，也取决于管外区域中的压力分布. 一般情况下，外部压力分布对通量管位形可有重大影响，这是需要仔细讨论的问题. 本文只限于讨论 $\theta_b \ll 1$,即细长位形. 根据小展角近似,通量管的解可表示为 θ 的级数，用渐近展开方法可形式地逐级求解非线性问题(参见文献[13]).

将二维量表示为

$$p = \sum_{m=0}^{\infty} p^{(m)}(R)\theta^m,\quad \rho = \sum_{m=0}^{\infty}\rho^{(m)}(R)\theta^m,\quad T = \sum_{m=0}^{\infty}T^{(m)}(R)\theta^m,\quad \boldsymbol{B} = \sum_{m=0}^{\infty}\boldsymbol{B}^{(m)}(R)\theta^m, \tag{3.1}$$

其中上标m表示展开的阶数．管外分层大气的压力分布与θ无关，即只有零阶项非零：

$$p_e = p_e^{(0)}(R),\quad T_e = T_e^{(0)}(R),\quad \rho_e = \rho_e^{(0)}(R). \tag{3.2}$$

将(3.1)和(3.2)式代入基本方程和边界条件，就可逐级求出m阶（$m = 0, 1, 2, \cdots$）的方程和边条件。

现在先讨论守恒关系(2.23)式，它可重新写为

$$2\pi \sum_{m=0}^{\infty} B_r^{(m)}(R) r^2 J^{(m)}(\theta_b) = \Phi, \tag{3.3}$$

其中的积分表达式 $J^{(m)}(\theta_b)$ 为

$$J^{(m)}(\theta_b) = \int_0^{\theta_b} \theta^m \sin\theta d\theta. \tag{3.4}$$

对小角 θ_b 近似，利用 $\sin\theta$ 和 $\cos\theta$ 展开，(3.4)式化为

$$J^{(m)}(\theta_b) = \frac{\theta_b^{m+2}}{m+2} + O(\theta_b^{m+4}). \tag{3.5}$$

积分(3.5)式就给出

$$J^{(0)} = \frac{\theta_b^2}{2} + O(\theta_b^4), \tag{3.6}$$

$$J^{(1)} = \frac{\theta_b^3}{3} + O(\theta_b^5), \tag{3.7}$$

$$J^{(2)} = \frac{\theta_b^4}{4} + O(\theta_b^6) \tag{3.8}$$

等等．我们记

$$\Phi = 2B_r^{(0)}(1) J^{(0)}(\theta_0^2), \tag{3.9}$$

由(3.3)式可求出一阶边界展角为

$$\theta_b^{(I)} = \frac{1}{R}\left[\frac{B_r^{(0)}(1)}{B_r^{(0)}(R)}\right]^{1/2} \theta_0 + O(\theta_0^2), \tag{3.10}$$

其中 $\theta_0 = \theta_b(1)$。关系式(3.10)给出 $\theta_b^{(I)}(R)$ 与 $B_r^{(0)}(R)$之间的关联．若 $B_r^{(0)}(R)$正比于$1/R^2$，$\theta_b^{(I)}$就是常数，通量管位形为球膨胀．类似地，可讨论(3.3)式的高阶关系．

方程(2.15)—(2.20)的零阶关系可写为

$$\frac{dp^{(0)}}{dR} + \frac{\delta}{R^2}\rho^{(0)} = 0, \tag{3.11}$$

$$p^{(0)} = \rho^{(0)} T^{(0)}, \tag{3.12}$$

$$p^{(0)} = p^{(0)}(\rho^{(0)}), \tag{3.13}$$

$$B_\theta^{(0)} = 0,\quad B_\varphi^{(0)} = 0. \tag{3.14}$$

边界条件(2.21)式为

$$p^{(0)}(R) + \frac{1}{2\beta} B_r^{(0)2} = p_e(R). \tag{3.15}$$

将(3.13)式代入(3.11)式，密度 $\rho^{(0)}$ 的关系由下式给出：

$$\int \frac{dp^{(0)}(\rho^{(0)})}{d\rho^{(0)}} \frac{d\rho^{(0)}}{\rho^{(0)}} = \frac{\delta}{R} + c_0, \tag{3.16}$$

其中 c_0 为积分常数。如果过程(3.13)式确定了,就可求解零阶热力学量。例如,对多方过程有

$$p=\rho^n, \tag{3.17}$$

n 是多方指数。方程(3.17)的零阶关系为

$$p^{(0)}=\rho^{(0)n}. \tag{3.18}$$

将(3.18)式代入(3.16)式,我们有

$$\rho^{(0)}=\begin{cases}\left[\dfrac{n-1}{n}\left(\dfrac{\delta}{R}+c_0\right)\right]^{1/(n-1)}, & n\neq 1, \quad (3.19)\\ \exp\left(\dfrac{\delta}{R}+c_0\right), & n=1. \quad (3.20)\end{cases}$$

由此给出压力分布为

$$p^{(0)}=\begin{cases}\left[\dfrac{n-1}{n}\left(\dfrac{\delta}{R}+c_0\right)\right]^{n/n-1}, & n\neq 1, \quad (3.21)\\ \exp\left(\dfrac{\delta}{R}+c_0\right), & n=1. \quad (3.22)\end{cases}$$

将(3.10)式及压力分布 $p^{(0)}(R)$ 代入零阶总压守恒条件(3.15)式,边界展角可确定为

$$\frac{R\theta_b^{(1)}}{\theta_0}=\left\{\frac{B_r^{(0)}(1)}{2\beta}\frac{1}{[p_e(R)-p^{(0)}(R)]^{1/2}}\right\}^{1/2}, \tag{3.23}$$

它准确到 θ_0^2 阶。表达式(3.23)说明,函数 $R\theta_b^{(1)}(R)$ 即可递增,也可递减;所以,通量管即可发散,也可收缩,取决于通量管内、外的压力分布(尽管内外压力皆随 R 减小而减小)。可以看出,分层大气所约束的通量管在大多数情况下是发散的,但收缩的情况也不能绝对地排除在外。

类似地,一阶方程组可以写为[11]

$$B_\theta^{(1)}B_r^{(1)}=\beta R\frac{dp^{(1)}}{dR}+\frac{\sigma}{R}\rho^{(1)}, \tag{3.24}$$

$$-B_r^{(0)}B_r^{(1)}=\beta p^{(1)}, \tag{3.25}$$

$$B_\theta^{(1)}=-\frac{1}{2R}\frac{dR^2B_r^{(0)}}{dR}, \tag{3.26}$$

$$B_r^{(0)}\frac{dRB_\varphi^{(1)}}{dR}+2B_\varphi^{(1)}B_\theta^{(1)}=0, \tag{3.27}$$

$$p^{(1)}=\rho^{(0)}T^{(1)}+\rho^{(1)}T^{(0)}, \tag{3.28}$$

$$p^{(1)}=p^{(1)}(\rho^{(1)},\rho^{(0)}). \tag{3.29}$$

边界条件(2.21)式的一阶关系给出类似于(3.25)式的公式。将(3.25),(3.26)和(3.29)式代入(3.24)式,我们得到 $p^{(1)}$ 的方程如下:

$$\beta R\frac{dp^{(1)}}{dR}+\frac{\sigma}{R}\rho^{(1)}(p^{(1)})=\frac{\beta}{2R}\frac{dR^2B_r^{(0)}}{dR}\frac{p^{(1)}}{B_r^{(0)}}. \tag{3.30}$$

对于多方过程(3.17),我们有一阶关系

$$p^{(1)}=n\rho^{(0)n-1}\rho^{(1)}. \tag{3.31}$$

这样,方程(3.30)化为

$$\frac{dp^{(1)}}{dR}=\left[\frac{1}{2R^2B_r^{(0)}}\frac{dR^2B_r^{(0)}}{dR}-\frac{\sigma}{nR^2\rho^{(0)n-1}}\right]p^{(1)}. \tag{3.32}$$

利用(3.19)或(3.20)式，可得压力分布：

$$
p^{(1)}=\begin{cases} c_1R\sqrt{B_r^{(0)}}\left[\dfrac{n-1}{n}\left(c_0+\dfrac{\delta}{R}\right)\right]^{\frac{1}{n-1}}, & n\neq 1, \qquad (3.33)\\[2ex] c_1R\sqrt{B_r^{(0)}}\exp\left(\dfrac{\delta}{R}\right), & n=1, \qquad (3.34)\end{cases}
$$

其中 c_1 为常数．考虑到(3.31)和(3.28)式，密度分布和温度分布分别得

$$
\rho^{(1)}=\begin{cases} \dfrac{c_1}{n}R\sqrt{B_r^{(0)}}\left[\dfrac{n-1}{n}\left(c_0+\dfrac{\delta}{R}\right)\right]^{\frac{2-n}{n-1}}, & n\neq 1, \qquad (3.35)\\[2ex] c_1R\sqrt{B_r^{(0)}}\exp\left(\dfrac{\delta}{R}\right), & n=1 \qquad (3.36)\end{cases}
$$

和

$$
T^{(1)}=\begin{cases} \dfrac{n-1}{n}c_1R\sqrt{B_r^{(0)}}, & n\neq 1, \qquad (3.37)\\[2ex] 0, & n=0. \qquad (3.38)\end{cases}
$$

由(3.25)、(3.26)和(3.27)式可分别求出磁场分量 $B_r^{(1)}$，$B_\theta^{(1)}$ 和 $B_\varphi^{(1)}$．

类似地，我们可以逐步地分析高阶解的特性[13]．

四、多方等离子体模型

我们用多方过程来描述通量管内、外的等离子体，但两者的多方指数可不相同．这意味着，本文集中分析 $R=1$ 附近延伸几个大气标高的区域．

由 $R=R_k$ 的条件可以确定各阶解的常数 c_m．在讨论 $R=1$ 附近的解时，选取 $R_k=1$．这样，(3.19)和(3.21)式给出零阶热力学量为

$$p^{(0)}=K(R)^{\frac{n}{n-1}}, \qquad n\neq 1, \tag{4.1}$$

$$\rho^{(0)}=K(R)^{\frac{1}{n-1}}, \qquad n\neq 1, \tag{4.2}$$

$$T^{(0)}=K(R), \qquad n\neq 1, \tag{4.3}$$

其中的函数 $K(R)$ 定义为

$$K(R)=p_0^{\frac{n-1}{n}}-\frac{n-1}{n}\frac{1}{R}\frac{r-r_0}{h}. \tag{4.4}$$

而典型标高 $h=\mathscr{R}T_0\Big/\left(\dfrac{G\mathscr{M}_*}{r_*^2}\right)$，$p_0=p^{(0)}(1)=1$，$\rho^{(0)}(1)=1$ 和 $T^{(0)}(1)=1$，我们分析 $R=1$ 附近的解．公式(4.1)—(4.4)表明，零阶热力学量的典型变化尺度是典型标高 h，与绝热过程对应的结果 $\left(n=\dfrac{5}{3}\right)$ 示于图 2 中． 对于 $n>1$ 的其他情况有类似的分布，n 值较大时，热力学量衰减较快．零阶磁场 $B_r^{(0)}$ 以及与此相应的 $\theta^{(1)}(R)$ 都将依赖于管外的压力分布．若管外的分层大气的多方指数也是 $n_e=\dfrac{5}{3}$，对于 $\beta=0.5$，$B_r^{(0)}$ 和 $\theta^{(1)}$ 的分布如图 3．

考虑到定义(4.4)式，一阶热力学量可写为

$$\frac{p^{(1)}(R)}{p^{(1)}(1)}=R\sqrt{B_r^{(0)}(R)}\,K(R)^{\frac{1}{n-1}}, \tag{4.5}$$

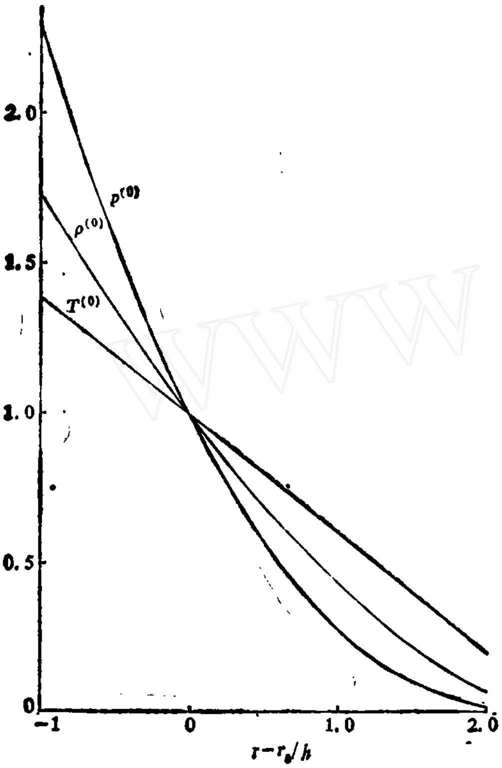

图 2 零阶热力学量的分布

$\left(n=\frac{5}{3},\ \beta=0.5\right)$

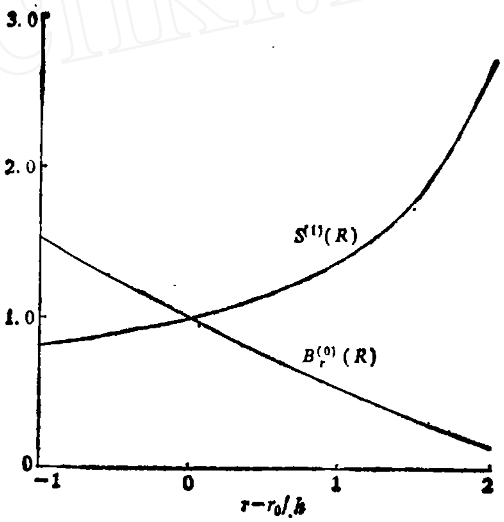

图 3 零阶磁场及相应横截面函数的分布

$\left(n=n_0=\frac{5}{3},\ \beta=0.5\right)$

$$\frac{\rho^{(1)}(R)}{\rho^{(1)}(1)}=R\sqrt{B_r^{(0)}(R)}\,K(R)^{\frac{2-n}{n-1}}, \tag{4.6}$$

$$\frac{T^{(1)}(R)}{T^{(1)}(1)}=R\sqrt{B_r^{(0)}(R)}, \tag{4.7}$$

其中 $p^{(1)}(1)$, $\rho^{(1)}(1)$ 和 $T^{(1)}(1)$ 是一阶量在 $R=1$ 处的值. 类似地,一阶磁场分量为

$$B_r^{(1)}=-\beta p^{(1)}(1)\frac{p^{(1)}(R)}{B_r^{(0)}(R)}, \tag{4.8}$$

$$B_\theta^{(1)}=-\frac{1}{2R}\frac{dR^2B_r^{(0)}}{dR}, \tag{4.9}$$

$$\frac{B_\varphi^{(1)}(R)}{B_\varphi^{(1)}(1)}=RB_r^{(0)}(R), \tag{4.10}$$

其中 $B_\varphi^{(1)}(1)$ 是 $R=1$ 处磁场分量的值. 图 4 和图 5 分别是 $\beta=0.5$ 和 $n=n_0=5/3$ 时的一阶热力学量和磁场分布. (4.8)式给出一阶磁压 $B_r^{(0)}B_r^{(1)}/\beta$ 与一阶热力学压力反号,因此热力学量较大的非均匀性对应于磁场较大的非均匀性,但两者变化趋势相反,即当 θ 增加时,一个量增大,一个量减小,反之亦然. $p^{(1)}(1)$, $\rho^{(1)}(1)$ 和 $T^{(1)}(1)$ 的值由观测或物理条件确定. 例如,对太阳黑子而言,这些量是负的,光球观测黑子内、外的值给出热力学量的差别, 由此可

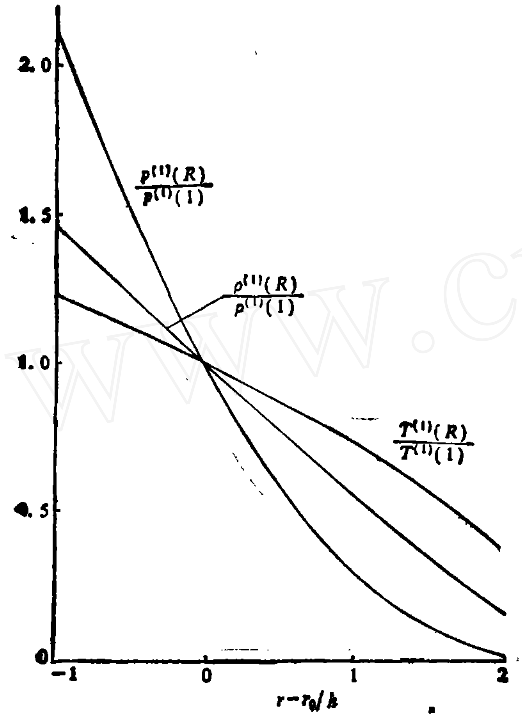

图 4　一阶热力学量的分布

$\left(n=n_e=\frac{5}{3},\ \beta=0.5\right)$

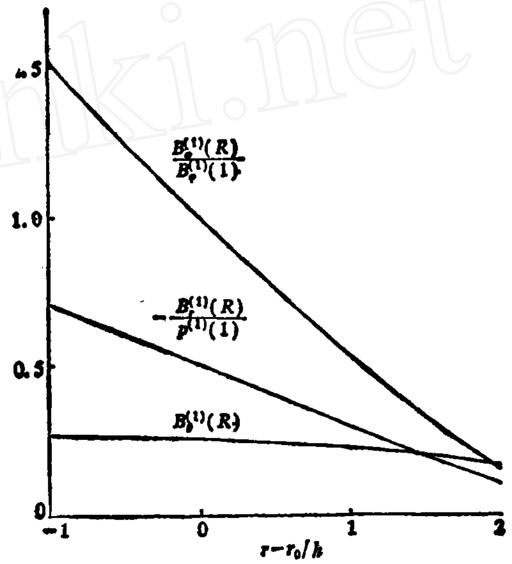

图 5　一阶磁场的分布

$\left(n=n_e=\frac{5}{3},\ \beta=0.5\right)$

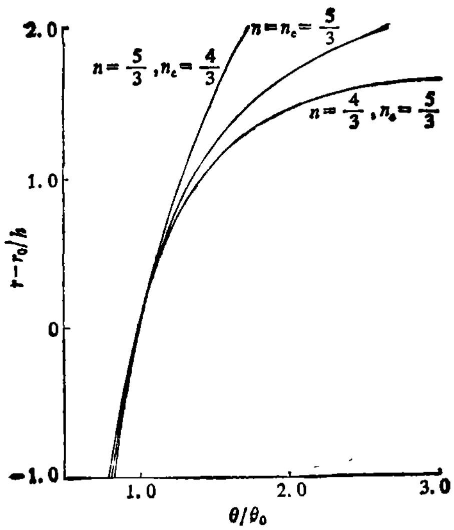

图 6　发射通量管的位形

$(\beta=0.5)$

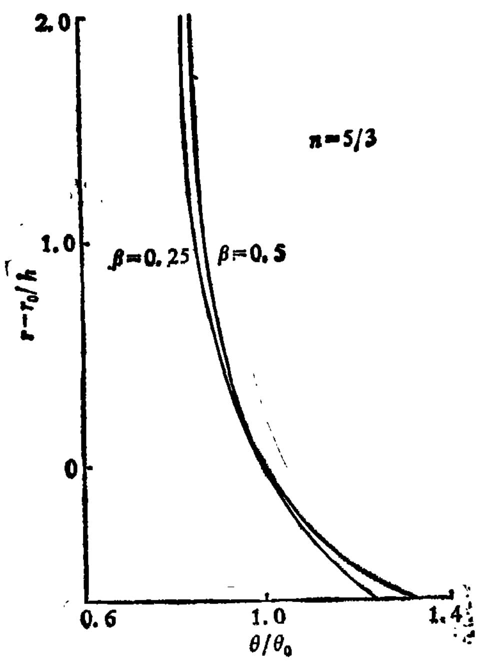

图 7　一类收缩通量管 $h_e \gg h$

组建轴对称黑子的理论模型．这时，太阳表面、太阳大气(光球、色球、日冕)和对流区分别对应于 $R=1$，$R>1$ 和 $R<1$．

通量管的边界依赖于管内、外的压差．外部压力可衰减得比内部更快或更慢，前者要求通量管发散，后者要求收缩或发散较小．$\beta=0.5$ 的几个发散位形绘在图 6 中．如果外部标高远大于内部的 $(h_e \gg h)$，外部压力可看成均匀的，随 R 增加含有越来越大的压差．这时的通量管位形如图 7 所示．由于需要大的磁压去平衡压差，故通量管是收缩的．要指出的是，上述讨论不允许通量管边界变化太快，但一般物理图象是成立的．

五、讨　论

当 $B_r^{(0)}(R)R^2$ 不变时，零阶模型退化为一维模型，通量管边界 $\theta=\theta_0$（常数）．管内的热力学量类似于管外，满足分层大气模型．管内、外的热力学量都随 R 增加而衰减，以克服重力．一阶量显示沿截面的非均匀性，若有一个热力学量在某一截面均匀，则所有热力学量在所有截面皆均匀．零阶和一阶压力梯度的绝对值都大于温度梯度的绝对值．将通量管应用到黑子时，管内一阶热力学量皆负，对称轴附近的压力和温度比管边界处低．

偏离球膨胀就要求截面变化，如(4.9)式所示，分量 $B_\theta^{(1)}$ 来自 $R^2B_r^{(0)}$ 的变化．相对小的 $B_r^{(0)}(R)$ 变化联系于较扩展的截面和相对大的 $B_\theta^{(1)}(R)$．另外，磁场的扭绞分量 $B_\varphi^{(1)}(R)/B_\varphi^{(1)}(1)$ 随 R 的增加而减小．因此，大气中的扭绞分量来自表面以下；而恒星对流区中切向磁场分量为零时，大气中磁力线将不会扭绞．进而，切向场磁能将随 R 增加而减少，衰减率大致正比于标高．

通量管的位形在理论和应用上都很重要，它是进一步讨论流动、波动及能量传递的基础．本文分析了孤立磁通量管的基本特性，并给出了一种求解非线性自由面边值问题的方法．

参 考 文 献

[1] Spriut, H. C., *The Sun As A Star*, NASA SP-450, 1981, 385.
[2] Priest, E, R., *Solar Magnetohydrodynamics*, D. Reidel, 1982.
[3] Lüst, R. & Schlüter, A., *Zs. Astrophys.*, 34(1954), 303.
[4] Parker, E. N., *Cosmical Magnetic Field*, Clarendon Press, 1979.
[5] Hu, W. R. et al., *Solar Phys.*, 83(1983), 195.
[6] Deinzer, W. G., *Astrophys. J.*, 141(1965), 548.
[7] Yun, H. S., *Astrophys. J.*, 162(1970), 975.
[8] Osherovich, V. A., *Solar Phys.*, 94(1984), 205.
[9] Parker, E. N., *Astrophys. J.* 191(1974), 245.
[10] Wilson, P. R., *Astrophys. J.*, 214(1970), 975.
[11] Hu, W. R., *J. Plasma Phys.*, 37(1987), 323.
[12] 胡文瑞，科学通报，32(1987)，3：257.
[13] 胡文瑞，中国科学，1981，5：593.