中 国 科 学
1989 年 2 月　　A 辑　　第 2 期

沉淀固体微粒的湍流扩散

鄂 学 全
（中国科学院力学研究所，北京）
E. J. Hopfinger
（法国格勒诺布尔大学力学研究所）

摘　　要

由于安装在玻璃粉末沉淀床上方的格栅的振动产生湍流运动．在格栅作用下，沉淀的部分玻璃粉末浮动上升，在格栅上方形成深度为 D 的湍流悬浮层，而其上部为一非湍流的静止的流体层。体积浓度的测量结果表明，在深度方向上仅有较弱的浓度梯度，并且在层外缘浓度迅速减小至零。基于浓度流量模型的理论分析与实验结果符合良好．

关键词：湍流扩散，振栅湍流，沉淀物

一、引　　言

重力流常常是由流体中的悬浮固体粒子的重力作用的驱动所致．在河流中，悬浮载荷可影响湍流结构和流动特性。一般来说，当粒子沉降速度与湍流速度相比很小时，悬浮物对湍流的作用则很小。在此情况下，悬浮液的流动具有类似于一种溶解物分层流的特性。无论怎样，要使粒子保持悬浮状态就必须消耗动能，而能量的消耗又必然影响湍流运动。然而这种能量损失使湍流受影响到什么程度，至今尚不清楚。

在悬浮液中，由粒子沉降速度 V_s 所确定的固体粒子流产生负的、向下的浮力流量。如果这种流量与固粒湍流输运产生的正的、向上的浮力流量相等，就达到了平衡条件。这个流量平衡的概念可与以前关于稳定的浮力流量对湍流的作用的研究结果关联起来。当以一恒定速率（供给常浮力流量 B）从上面加热一水层，并在其表面输入机械能（如以流速 u_* 表征的恒风力）时，那么热混合向下到一深度

$$D = au_*^3/B, \tag{1}$$

此深度与 Monin-Obukhov 长度成比例。常数 a 为 1 的上述公式是 Kitaigorodskii[1]提出的。Hopfinger 和 Linden[2] 进行了在流体层上边界或下边界上强迫输入热和质量流量的振栅湍流实验，并得出了结论：u_*/B 确实可作为混合层深度的尺度，且 $a \approx 4.5$。

本文 1987 年 10 月 27 日收到，1988 年 7 月 12 日收到修改稿．

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

二、实验设备和实验方法

本实验是在鄂学全和 Hopfinger[3] 所描叙的湍流混合水箱中进行的。它是一个横截面为 51.4cm × 51.4cm，深度为 70cm 的透明有机玻璃箱；配有方格网眼 M 为 10cm 的振动格栅，格栅系由 2cm 见方的方棒垂直排列组成。此格栅水平放置于水箱下部，其中心平面距箱底 3.2 cm，振动行程 S 为 2cm，振动频率 f 在 3 至 6Hz 范围内变化。

水箱充以 55cm 深度的清水，在水箱底部布置一层密度为 2.5g/cm³，直径为 40—70μm 的玻璃小球(粉末)，其厚度约为 0.35—1.5cm (依沉淀物的容量而定)。容量以重量表示，分别为 1.3，2.6，3.9，4.2 和 5.5kg 几种。实验设备的示意图见图 1。

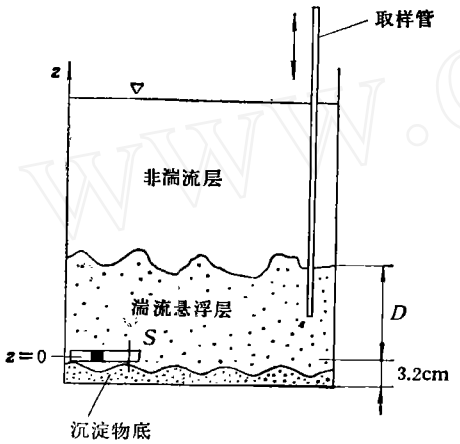

图 1 实验装置略图

实验方法很简单。先将水箱上水，随后将玻璃粉末均匀撒向水中，待粉末完全沉淀在箱底上，而上部水完全清彻时，突然起动振动栅。此时由于同步装置的作用，带有电动快门的照相机(或摄影机)和挂在水箱正面的数字计时器同时开动，以记录悬浮物的湍流位移。悬浮物的湍流锋面向上移动到一定高度而突然中止，此时，水箱中的水体清晰地分为两层：下部是悬浮物的混合(湍流)层；上部是非湍流层 (见图 1)。湍流锋面的前进速率是用上述的摄影法作为时间函数测量的。一根 3cm 直径的玻璃管从水箱上部插入悬浮液中，可以随意上下移动，使其端头置于所需要的不同位置上。另一端连接乳胶软管，利用虹吸原理抽取样品 (含玻璃粉末的悬浮液)以测定其浓度。

三、实 验 结 果

格栅振动频率为 3—6Hz 时，均匀流体中的湍流锋面和 1.3kg 沉淀物的悬浮物的湍流锋面随时间的迁移距离表示于图 2。由此可以看出，锋面的位置能很好地用时间的指数关系来逼近：$D \propto t^{1/2}$。它与下式相一致：

$$w \simeq u = kf/z, \tag{2}$$

其中 w 和 u 分别是垂直和水平的均方根湍流速度；z 是从格栅中心平面量起的垂直坐标；系数 k 是振栅行程和格栅的几何尺寸的函数 (Hopfinger 和 ToLy[4],)。在本实验中，这些量均保持为常数。有沉淀物存在时，湍流锋面对应于悬浮物的锋面。图 2 表明，悬浮物锋面的移动，最初类似于均匀流体中的湍流锋面的移动，而后，突然停滞不前。令人吃惊的是，最后的湍流层高度实际上与振动频率无关。

当格栅振动频率保持为常数而玻璃粉末沉淀物的容量增加时，则悬浮层的深度却减小。图 3 表示出一种频率和从 1.3 至 5.5kg 沉淀物容量值(以重量表示)的实例。如果格栅位置固定不变，沉淀物容量的增加使得沉淀物的顶部更接近于栅格，因而更多的沉淀物可以悬浮起来。

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

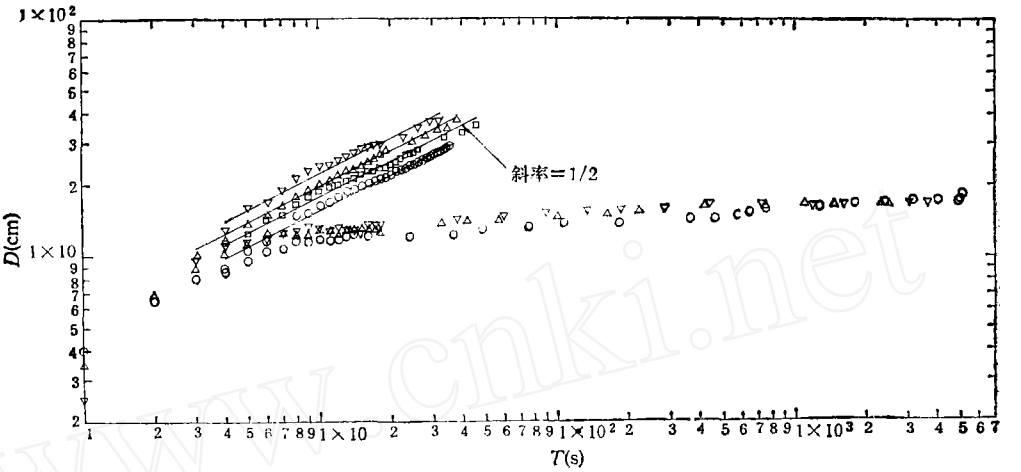

图 2　不同格栅振动频下的均匀流体和有沉淀物（1.3kg）的流体的湍流层深度随时间的变化关系
（○——3Hz；□——4Hz；△——5Hz；▽——6Hz．斜率为 1/2 的是均匀流体的数据）

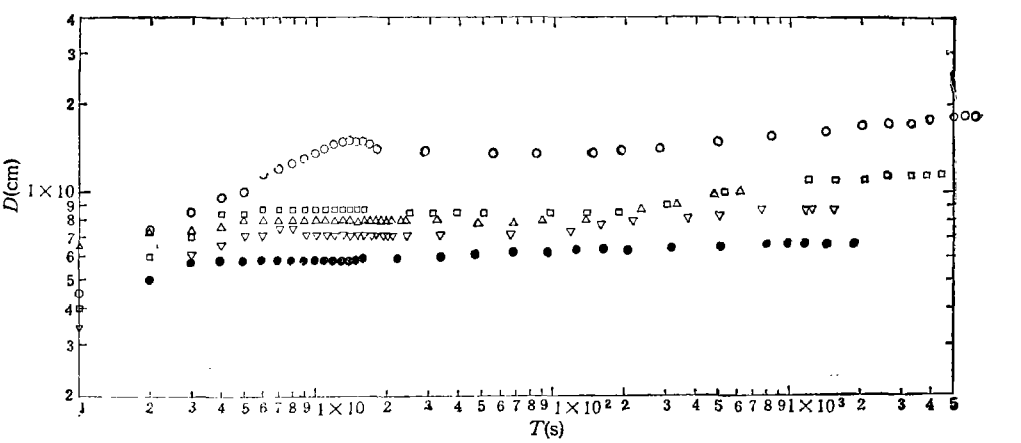

图 3　在格栅振动频率固定不变（f = 4Hz）而沉淀物具有不同容量值情况下，湍流悬浮层深度随时间的变化关系
（○——1.3kg；□——2.6kg；△——3.9kg；▽——42kg；●——5.5kg．注：沉淀物容量（或重量）的增加，会使沉淀物层的上边缘较接近于格栅）

对于 1.3kg 沉淀物，格栅中心平面在沉淀层上方 2.85cm 处；对于 5.5kg 沉淀物，其距离减小到 1.7cm.

图 4 表示出 3.9kg 沉淀物和格栅振动频率为 3 至 6Hz 的体积浓度剖面．此图再次说明，悬浮层深度与频率无关（至少在本实验所使用的频率范围内）．另外，体积浓度强烈地依赖于频率（如图 4），频率增加一倍将导致悬浮层体积浓度增加 9 倍．悬浮层中的浓度梯度实际上很小，在悬浮层外缘浓度很快下降，而靠近沉淀物床浓度增大．

表示于图 5 的浓度剖面具有相似的形状，在格栅作用（频率、振幅）不变的情况下，当沉淀物容量增加时，湍流悬浮层深度减小，而体积浓度增大．

图 6 是格栅作用停止并将其拆除后的沉淀物层形状的实例．沙丘的波长与格栅网眼对

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

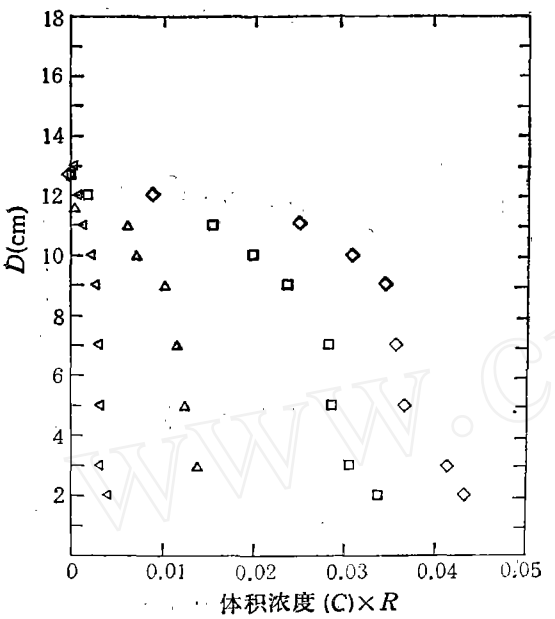

图 4 在 3.9kg 沉淀物和不同的格栅振动频率情况下，悬浮层中的体积浓度分布
(体积浓度 $(C)\times R$, ◁——3Hz; △——4Hz; □——5Hz; ◇——6Hz)

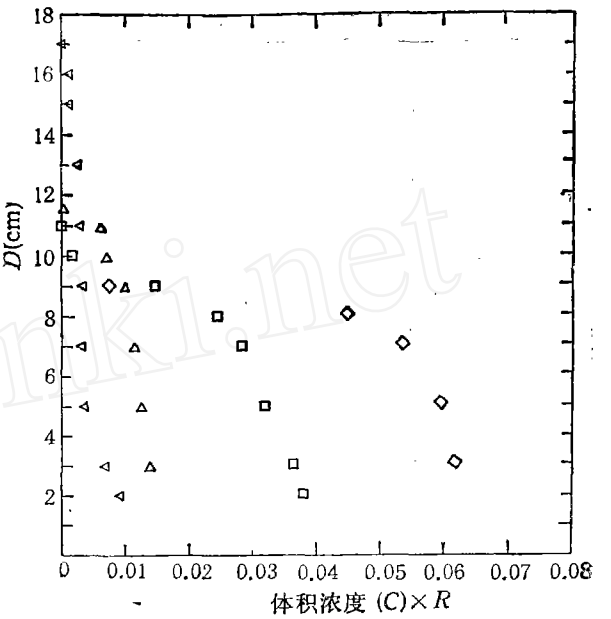

图 5 在固定的频率 (4Hz) 和不同的沉淀物容量(或重量)情况下，悬浮层中的体积浓度分布
(体积浓度 $(C)\times R$, ◁——2.6kg; △——3.9kg; □——4.2kg; ◇——5.5kg)

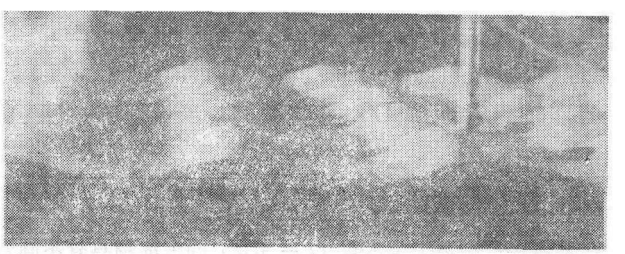

图 6 格栅拆除后的沉沉物层的照片
(沙丘波长与格栅网眼相对应)

应，栅棒之间形成的沉淀物山丘为棱锥形.

四、理论分析和讨论

我们参考 Hopfinger 和 Linden[2]的浮力流量模型，进行了理论分析并得出了适合于沉淀物湍流锋面迁移的浓度流量模型. 振栅湍流方程可写成以下形式:

$$r\frac{du^3}{dz}=-\frac{Au^3}{\beta z}-RgF, \tag{3}$$

其中 r 和 A 是量级为 1 的系数; β 是积分长度尺度的空间增长率; $\beta z=1$; g 是重力加速度; $R=(\rho_p-\rho_a)/\rho_a$; ρ_p 是粒子密度; ρ_a 是流体密度; $F=\overline{C'W'}$ 是向上的湍流粒子流量. 体积浓度 C 定义为 $C=(\rho-\rho_a)/(\rho_p-\rho_a)$, C' 是体积浓度的脉动量. 对于平衡条件来说，

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

由湍流向上输入的固粒流量必须等于因粒子沉降速度引起的向下的流量。此流量的表达式可写成

$$Rg\overline{C'W'} = RgV_SC(z). \tag{4a}$$

为了简单起见，我们可利用 C 的线性变换：

$$C(z) = C_b\left(\frac{D-z}{D}\right), \tag{4b}$$

其中 C_b 是格栅中心平面上的浓度，它对应于沉淀物体的载荷浓度。将 (4b) 式代入(3)式得

$$\frac{du^3}{dz} = -\frac{A}{r\beta}\frac{u^3}{z} + \frac{1}{r}(RgV_SC_b)\left(\frac{z-D}{D}\right), \tag{5}$$

在均匀流体中 $A/rB = 3$。对于湍流悬浮层，该值还可认为是一个较好的近似。方程(5)的解很容易得到，并有以下形式 ($(z/z_0)^4 \gg 1$ 时)：

$$(u/u_0)^3 = (z/z_0)^{-3}\left[1 - \frac{1}{r}\frac{RgV_SC_b}{(u_0z_0)^3}\frac{z^4}{D}\left(\frac{D}{4} - \frac{z}{5}\right)\right]. \tag{6}$$

在 $z = D$ 的边界上，$u = 0$。由此导出

$$D = (20r)^{1/4}[(u_0z_0)^3/RgV_SC_b]^{1/4}, \tag{7}$$

这里 $u_0z_0 = uz = kf$ 是栅作用参量 (Long)[5]。方程(7)包含了前节讨论过的特点。当 D 保持不变，而 f 增大因而 uz 增大时，体积浓度须以 $C_b \propto f^3$ 的关系而增大。因此，两倍的频率必然使浓度增大至 8 倍。这与实验观测到的浓度增加 9 倍的结果相符较好(图 4)。

当格栅振动频率保持常数而床负荷增大时，由于格栅作用更多的沉淀物能够向上浮动。那么，悬浮层深度则按方程(7)的关系 ($D \propto C_b^{-1/4}$) 而减小。图 3 和图 5 表明，这个预测的特性符合于实验结果。

我们感兴趣的是将方程(7)变为方程(1)的形式。考虑到 $u_0z_0 = uD$，方程(7)即可简化为

$$D = 20ru^3/RgV_SC_b, \tag{8}$$

其中 u 是均匀流体中 $z = D$ 处的湍流速度。RgV_SC_b 是靠近格栅处的浮力流量。局部浮力流量合理估计是 $B = RgV_SC_b \cdot 1/D$，它是悬浮层顶部下面的积分尺度约为 1 的值。因 $\beta D = 1$，则有 ($C_1 = C_b/D$)

$$D = 20r\beta u^3/B = au^3/RgV_SC_1. \tag{9}$$

Hopfinger 和 Linden[2]所建议的 $r = 2.2$ 和 $\beta = 0.1$，由此得出 $a = 4.4$。他们还认为(9)式可应用于边界层。因为在边界层中，湍流强度近似均匀，所以局部和整体理论都是等效的。因此，在边界层里，我们可以预期悬浮层的深度为

$$D \approx 4u_*^3/RgV_SC_b, \tag{10}$$

这里 C_b 是床上体积浓度(或简称床浓度)。

有必要进一步考察一下关于体积浓度的两个方面：其一，在悬浮层中的浓度梯度是相对的小；其二，当栅作用增大时，则 C 或 C_b (而不是 D) 增大。较弱的浓度梯度意味着 $V_s/u \ll 1$ (例如，见 Graf[6])。本实验中，$V_s \approx 0.2\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$，$u = 2.6f/z\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$。$f = 4\text{Hz}$ 时，$u = 10/z\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$，于是在悬浮层中心 $V_s/u \approx 0.1$。根据 Graf 的意见，此值对于可能的近似均匀的粒子分布是足够低的。浓度的而不是悬浮层深度的增大的趋势，可能是系统保持最低位能的结果。

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

在本模型中，我们假定了 C 与 z 是线性关系，但从观测的浓度剖面来看是有明显差别的。然而，该模型已包含了一些基本特性，给出了 C_b 同栅作用及深度 D 之间的函数关系。精确的浓度分布只是影响系数。指出下述之点是有意义的，即在 Hopfinger 和 Linden 所考虑的热流问题中[2]，浮力流量随深度增大而减小，而混合层中的湍度以常速率随时间而增高。这里，在相对应的悬浮问题中，同 C 的方式那样，流量随深度的增大而减小。

五、结 论

本文证明，当湍流是由置于沉淀物层上方的格栅振动而产生的时候，悬浮物的锋面起初象均匀流体中的湍流锋面一样向前移动，但后来突然停止不前。悬浮物湍流层的最终深度是由湍流动能的输入速率与粒子沉降速度所确定的浮力流量之间的平衡关系所规定。基于浓度流量模型的理论分析能良好地预测观测结果。

体积浓度测量结果表明，悬浮层中的浓度梯度，相对地说，是较弱的，浓度在层的近外缘处急剧下降。这种特点可以用湍流速度与粒子沉降速度之比值很大来加以解释。所观察到的浓度(而不是悬浮层深度)的增大可能是由于系统保持低位能的趋势所造成的。这些结果已经推广到边界层。

参 考 文 献

[1] Kitaigorodskii, S. A., *Bull. Acad. Sci. U. S. S. R. (Geophys. Ser.)*, 1960, 3: 684—287.
[2] Hopfinger, E. J. and Linden, P. F., *J. Fluid Mech.*, **114** (1982), 157—173.
[3] E Xuequan, and Hopfinger, E. J., *ibid.*, **166**(1986), 227—244.
[4] Hopfinger, E. J. and Toly, J. A., *ibid.*, **78**(1976), 155—175.
[5] Long, R. R., *Phys. Fluids*, **21**(1978), 1887—1888.
[6] Graf, W. H., *Hydraulics of Sediment Transport*, Water Resources Publications, Littleton, Col., 1984.

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net