

# 床面附近泥沙运动的力学特性\*

刘青泉

(中国科学院力学研究所,北京 100080)

**摘要** 本文从床面附近泥沙颗粒的运动特性出发,根据水、沙两相的分相测量试验结果,分析了床面附近泥沙颗粒的脉动特性和运动的力学特性,指出了床面附近的泥沙运动有着特殊的力学机理:床面附近的泥沙颗粒具有较强的非湍流脉动,而且由此产生的脉动应力对颗粒的运动影响很大,给出了水-沙两相流中“近床层”的基本特征,并对“近床层”的水、沙运动方程进行了简化分析。

**关键词** 近床层 泥沙颗粒 颗粒无规则运动 脉动应力

含沙水流中,床面附近泥沙颗粒的运动规律是泥沙运动力学和固-液两相流输送理论中的一个基本问题.该问题的研究对于揭示泥沙颗粒的推移运动和悬移运动,以及二者的相互转化机理十分重要,水流输沙率、河床冲淤变形及泥沙数学模型等也与之相关.而该问题又是泥沙运动力学和二相流体动力学中的一个难题.

床面附近的泥沙运动层,是推移质泥沙与悬移质泥沙相互转化的过渡区,悬移质泥沙颗粒的悬浮都是从这一层开始的.虽然人们大都认识到了这一层的重要性,但由于这一层中泥沙颗粒主要是以推移质形式运动的,因此,过去多年来对床面附近泥沙运动的研究主要是针对沙粒的运动形式和推移质输沙率的,即通过对床面附近泥沙运动特性的分析,进一步探讨推移质的运动规律和输沙率(有关这方面的研究,在文献[1,2]中作了较详细的综述).而对悬移质运动来说,一般只是限制在通过床面层来决定悬移质含沙量沿垂线分布的参考点浓度,研究方法和重点主要是围绕颗粒的跃移统计规律和推移质输沙率的.没有真正从床面层泥沙运动与推移质、悬移质泥沙运动和二者的相互转化之间的内在本质和力学原理方面进行研究.但随着水沙两相流研究的不断深入,人们逐步认识到了研究床面层泥沙运动的重要意义.

Bagnold<sup>[3]</sup>,Soo<sup>[4]</sup>,Campbell<sup>[5]</sup>等通过研究均认为:对于具有较高固相浓度和较大流速梯度(剪切率)的液-固两相流动,固相颗粒间相互碰撞,形成固相内部剪切力和离散力,其作用同其它力的作用一样重要,不可忽略.曹志先<sup>[6]</sup>即从这一思想出发,认识到对于一般的含沙水流,尽管有时总的含沙量并不很大,但在床面附近水流的含沙量却仍然较大,且这里的水流剪切率(流速梯度)也很大,颗粒间相互碰撞产生的剪切力和离散力不可忽略,而在主流区则可忽略,由此提出了浓度边界层的分析思想.尽管在他的具体作法中存在一些值得商榷的地方,但这一研究的确开辟了对床面附近泥沙颗粒运动研究的一条有意义的途径.本文的研究也正基于此,从分析床面附近泥沙运动特性和脉动特性出发,探讨床

1996-07-25 收稿,1996-11-04 收修改稿

\* 国家博士后科学基金和中科院力学所所长择优基金资助项目

面附近颗粒运动的力学特性和水、沙两相流中“近床层”的基本特征.

## 1 床面附近颗粒运动的力学分析

### 1.1 泥沙颗粒在水流中的运动形成及过程

床面上的泥沙颗粒,当水流的作用克服了颗粒的水下重力作用后,就会由静止转入运动.大量试验结果表明,随着水流运动强度的增大,不同容重和粒径的颗粒自起动以后,无论是光滑或粗糙的床面,均可呈滚动、跃移、悬移等几种主要运动形式.尽管群体颗粒运动与单颗粒运动的受力情况有所差异,但其运动学本质是相似的,即随着水流强度的逐渐增大,泥沙颗粒运动过程可概括为:起动→滚动(间或滑动)→滚动和跃移相间→连续跃移→跃移和悬移相间→悬移.

由此可得出结论:泥沙颗粒的跃移运动是泥沙运动的一个重要形式,泥沙颗粒由推移运动转入悬移运动一般都经过跃移运动过程,即沙粒一般是从跃移运动转为悬移运动的.当然除此之外,实际上还有两种转化的过程和形式,一种是由于床面附近的紊动猝发,低流速水团可以直接挟带一部分沙粒上升到主流区,使其呈悬浮状态;另一种是对于动床床面,当床面出现较显著不平整时,产生局部的水流分离,从而将床面上的沙粒卷扬起来送到主流区.这两种形式通常可以使床面上的泥沙不经跃移过程,甚至直接从静止状态转化为悬移运动状态.但就更普遍情况,沙粒一般是从跃移运动转化为悬移运动的.

惠遇甲、胡春宏曾利用高速摄影技术观测了沙粒从静止到悬浮的全过程,分析表明:沙粒在跃移的起跃段和悬移的起悬段,其运动轨迹,以及速度和加速度沿轨迹的变化特点都是基本相一致的(详见文献[1]).进一步说明,一般情况下悬移是经过跃移过程的,且一般是在起跃段上进一步向悬移转化的.

上面的分析一方面揭示了床面附近泥沙颗粒运动的基本形式和过程,另一方面也从运动形式上说明了推移质和悬移质运动之间的相互联系与转化.从而使我们认识到推移质和悬移质泥沙具有两个重要属性:

(1) 推移质与悬移质具有一定的统一性,难以直观地截然分开.主要表现在推移质和悬移质泥沙运动在力学上的统一性和统计学上的统一性.

(2) 推移质和悬移质泥沙在运动过程中是相互联系和相互不断转化的.联系二者的纽带正是床面附近泥沙颗粒的跃移运动.

### 1.2 床面附近泥沙颗粒的脉动特性

我们用激光多普勒分相流速仪,对明渠水槽(长、宽及水深分别为700cm,25cm,8.7cm)和水平方管(长、宽、高分别为140cm,3.0cm,1.5cm)水-沙两相流的两相脉动特性进行了较细致的观测<sup>①</sup>,图1(最大流速 $U_{\max}=65\text{cm/s}$ ,天然沙粒径 $d=0.154\sim 0.18\text{mm}$ )和图2(管道中心最大流速 $U_{\max}=65\text{cm/s}$ ,玻璃沙粒径 $d=0.125\sim 0.154\text{mm}$ )所示为其中的两组试验结果.

从试验结果可看出,床面附近沙粒脉动的一个最大特点就是:不论纵向还是垂向,颗粒的脉动强度普遍大于流体相的脉动强度.这是无法用颗粒对水流湍流脉动的跟随性来

① 刘青泉.水-沙两相流运动机理的试验和研究.中科院力学所博士后研究报告,1995,12

解释的(因为颗粒的湍流脉动是由水流的湍流脉动所带动的,在充分发展的流动中,颗粒的湍流脉动肯定小于水流的湍流脉动),不同水流条件、不同性质及粒径颗粒的试验结果同样具有相一致的规律,说明在床面附近颗粒存在着较强的其它形式的无规则脉动。

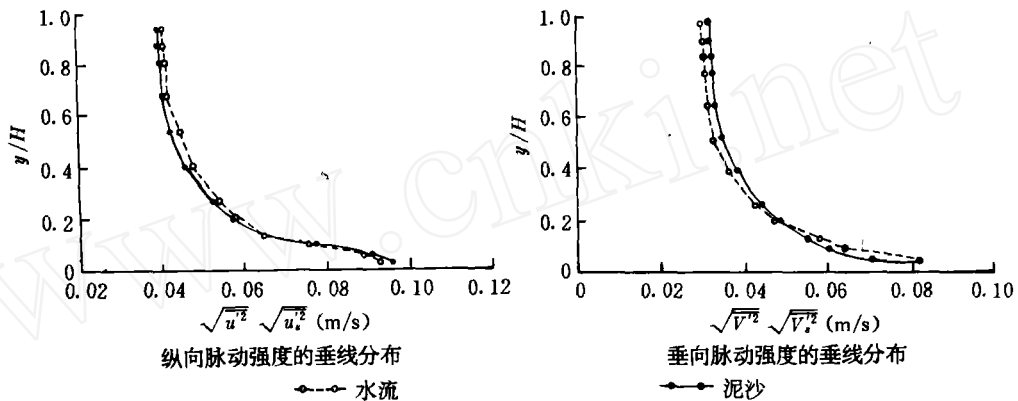


图 1 明渠水槽流动中水、沙两相的脉动强度沿垂线分布

Fig. 1 Intensities of fluctuating velocity of water and sediment in open channel

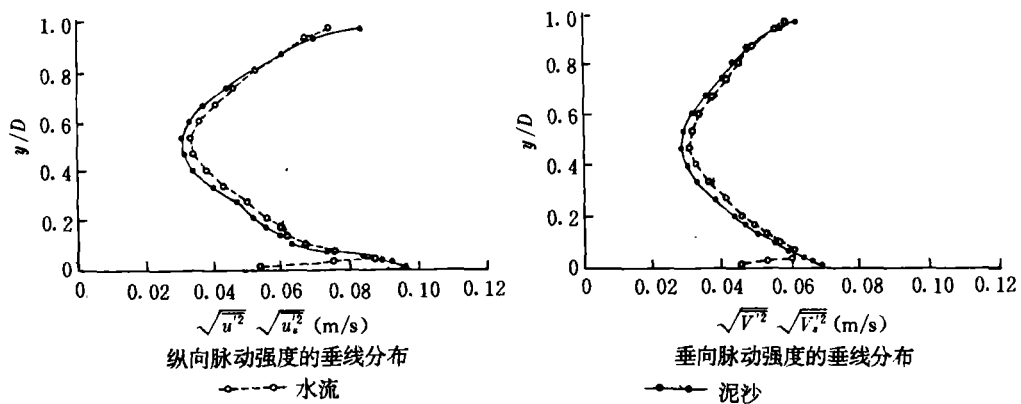


图 2 水平方管流动中水、沙两相的脉动强度沿垂线分布

Fig. 2 Intensities of fluctuating velocity of water and sediment in a horizontal pipe

根据刘大有等人的分析<sup>[7]</sup>,在固-液两相流中,颗粒的无规则运动(脉动)具有多种形式,除了跟随水流紊动的湍流脉动之外,还具有不同于湍流脉动的其它脉动形式,如颗粒与颗粒,颗粒与固壁碰撞产生的颗粒无规则运动,就是一种不同于湍流脉动的颗粒脉动形式(对于动床床面,由于床面不平整产生局部水流分离,对颗粒产生卷扬运动,也是一种不同于湍流脉动的颗粒脉动形式),刘大有将这类脉动暂称为准层流脉动(简称为 PL 类脉动)。它与湍流脉动有着完全不同的物理机制。

在固-液两相流中,颗粒与壁面,颗粒与颗粒之间的碰撞在所难免,必然存在着由此产

生的准层流脉动. 但对于一般的含颗粒浓度不太高的流动, 颗粒-颗粒之间的碰撞是很微弱的, 由此引起的颗粒脉动相对于湍流脉动来说是完全可以忽略的(除非含颗粒浓度很高时, 颗粒-颗粒碰撞产生的脉动也可以与湍流脉动达到同量级, 其实这在高含沙研究中, 已有一定的认识, 只是没有认识到它同样是一种脉动, 而是在分析中加进了颗粒碰撞力这一项). 而在床面(壁面)附近, 这种颗粒的无规则脉动几乎总是达到与湍流脉动同量级, 甚至还会远大于湍流脉动(在床面附近湍流脉动往往很小). 这是因为在床面附近, 颗粒与床面的碰撞是十分剧烈的, 而且颗粒浓度一般在床面附近通常都比较大, 颗粒与颗粒的碰撞也比较强. 实际上即使颗粒浓度低, 颗粒-颗粒的碰撞可以忽略, 颗粒与壁面的碰撞引起的脉动也是较强的, 如在我们进行的竖直方管流动试验中, 壁面附近颗粒浓度比较小, 但同样颗粒的脉动较大<sup>①</sup>, 说明颗粒与壁面碰撞引起的准层流脉动的确是很强的.

总结上述分析, 床面附近泥沙颗粒的脉动有以下特点:

(i) 床面附近的颗粒脉动强度几乎总是大于水流的脉动强度, 说明床面附近颗粒存在着不同于湍流脉动的其它脉动形式.

(ii) 床面附近颗粒与床面(壁面)的碰撞十分剧烈, 由此产生的颗粒脉动也很强烈; 对于水平流动, 床面附近颗粒浓度一般都比较高, 颗粒-颗粒之间的碰撞同样引起较强的颗粒脉动.

(iii) 床面附近存在着较强的颗粒准层流脉动, 其中颗粒与壁面碰撞引起的颗粒脉动尤为突出.

两相流动中各种脉动是可以叠加的<sup>[7]</sup>, 即湍流脉动与准层流脉动是可以叠加的. 因此, 颗粒的脉动可表达为:

$$\overline{V_s^2} = (\overline{V_s^2})_T + (\overline{V_s^2})_{PL}$$

式中  $\overline{V_s^2}$  为颗粒的总脉动强度;  $(\overline{V_s^2})_T$  为颗粒的湍流脉动强度;  $(\overline{V_s^2})_{PL}$  为颗粒的准层流脉动强度.

由此, 我们就可以解释床面附近颗粒脉动强度较大的原因, 正是由于床面附近的颗粒具有较强的 PL 类脉动.

### 1.3 床面附近沙粒的受力特性

单颗粒泥沙在床面附近主要受到重力、浮力、Saffman 力, 以及阻力、Magnus 力和升力的作用, 这是早已为人们所熟悉的. 对于群体颗粒运动的受力, 除了上述的几个作用力之外, 还存在着一种颗粒群运动的内部应力, 即由于颗粒的无规则运动产生的脉动应力. 这种应力在以往的研究中, 没有给予足够的认识, 实际上, 它十分类似于紊动水流的湍流应力, 对群体颗粒的运动起着十分重要的作用, 尤其在床面附近的颗粒群运动中, 作用更为显著.

床面附近的颗粒具有较强的脉动强度, 将群体颗粒运动看作是连续介质运动, 则颗粒的无规则脉动就会产生脉动应力. 颗粒无规则运动产生的脉动应力对泥沙颗粒的运动有着重要的影响. 根据脉动形式的不同, 可以将颗粒的脉动应力分解为湍流脉动应力 ( $P^T$ ) 和准层流脉动应力 (PL 类应力  $P^{PL}$ ), 即颗粒的脉动应力  $P$  为

<sup>①</sup> 刘青泉. 水-沙两相流运动机理的试验和研究. 中科院力学所博士后研究报告, 1995

$$P = P^T + P^{PL}$$

根据前文中的分析,我们知道,床面附近的颗粒具有很强的非湍流脉动,即准层流脉动(PL类脉动),因此,可以有结论:床面附近泥沙颗粒运动的一个重要力学特点,就是具有较强的PL类应力。

过去的泥沙界也证实了在床面附近,泥沙颗粒层之间具有较强的内力,并定义为颗粒间的离散力和剪切力。根据Bagnold的试验和理论,其定义的离散力和剪切力的起因与我们所讲的准层流脉动应力的起因是相似的,但在力学机制的认识上是存在差异的。Bagnold所述的离散力和剪切力,主要是指颗粒的统计平均碰撞力(包括颗粒与颗粒和颗粒与床面),事实上,碰撞力是瞬时的,只存在于碰撞的瞬间。而准层流脉动应力是指由于颗粒的非湍流脉动,引起颗粒之间的动量交换,由此而产生的脉动应力。尽管在床面附近颗粒的这种准层流脉动也主要是颗粒与颗粒、颗粒与床面碰撞引起的,但这种准层流脉动并不仅仅限于此,事实上,床面的不平整产生水流分离引起的卷扬沙粒运动也属于准层流脉动,甚至由于颗粒绕流产生分离同样可以引起颗粒的准层流脉动(产生颗粒准层流脉动的机制很多,准层流脉动的最大特点就是,它不是由于水流的湍流脉动引起的,相反,颗粒的准层流脉动反而可以引起水流的湍流脉动<sup>[7]</sup>)。只要有颗粒的准层流脉动存在,其脉动应力就无时无刻不存在于颗粒运动的内部。如果从运用角度来讲,Bagnold的粒间离散力和剪切力可作为颗粒准层流脉动应力的一部分,并且在床面附近是最主要的重要部分,但不能等同于颗粒的准层流脉动应力。用颗粒准层流脉动应力可以解释粒间离散力和剪切力,但不能用Bagnold的理论解释颗粒的准层流脉动应力。

## 2 水-沙两相流中的近床层

从上述的分析可知,床面附近泥沙颗粒的运动有着不同于主流区的根本特征,过去对主流区水沙运动分析的许多结论,在床面附近则不一定适用,因此,有必要将床面附近的水沙运动单独划分出来,采取不同的分析方法,为此我们提出水沙两相流运动中的“近床层”。

### 2.1 近床层的基本概念和特征

这里的近床层是指水沙两相流动中,紧邻床面的一个厚度很小的流动区域,其内部的床面法向流速梯度较大,颗粒与床面碰撞(床面不平整时还有由局部水流分离产生的卷扬颗粒运动,颗粒浓度含量较高时也包括颗粒与颗粒碰撞)引起的颗粒准层流脉动较强,由此产生的颗粒准层流脉动应力(切应力和正应力)同其它惯性力相比,不可忽略。

将近床层以外的全部流动区域称作悬浮区。在一般情况下,如果悬沙颗粒较粗,悬浮区含沙量较低(水平流动时远小于近床层内的含沙量),悬沙颗粒间相互作用的频率低,由此产生的准层流脉动(及产生的脉动应力)完全可以忽略,其影响可认为主要表现为使混合体系的粘性耗散增加。如果悬沙较细,在含沙量不太大的情况下,同样可以进行类似的处理。当含沙量很高时,颗粒之间的碰撞大大加强,这时由此产生的颗粒准层流脉动同样需要计入,但它与近床层内的颗粒脉动还是有区别的(不存在颗粒与床面碰撞产生的准层流脉动,因此比起近床层的颗粒准层流脉动仍然要弱得多)。

下面将近床层的有关概念和特征列于下表,以便更清楚地了解近床层的内涵。

过去在泥沙界人们也认识到了床面附近颗粒的运动有一定的特殊规律,认为床面附近颗粒的浓度较高,颗粒与颗粒的碰撞比较剧烈,颗粒之间的法向离散力和切向剪切力都较大,并由此提出浓度边界层的概念<sup>[6]</sup>,其划分的主要依据是根据泥沙浓度的急剧增大来确定的.实际上,从上述的分析可以看出,所谓的离散力和剪切力就是颗粒准层流脉动产生的脉动应力,并且这种应力更主要的是,由颗粒与床面碰撞引起的无规则运动(脉动)产生的脉动应力.这种脉动及其产生的应力相对于颗粒与颗粒碰撞产生的脉动及其应力更为重要.完全由颗粒浓度的大小来区分定义的浓度边界层是不合理的.事实上浓度的变化是连续的,颗粒的碰撞强弱也是连续变化的,很难有质的突变,而且在我们的竖直管道试验中,壁面附近的颗粒浓度很小,但颗粒的脉动及其应力仍很强(有关论述待发表),这是浓度边界层无法解释的.

表 1 水沙两相流中的近床层

Table 1 The close bed layer in water-sediment two-phase flow

定 义	邻近床面,厚度很小的流动区域
对 象	固-液两相流
意 义	颗粒的准层流脉动应力与其它惯性力同量级
厚 度	近似约定颗粒的跳跃高度为近床层厚度
特 征	(i) 厚度很小,但不小于跃移层厚度 (ii) 法向流速梯度较大 (iii) 颗粒的准层流(PL类)脉动强烈

## 2.2 近床层厚度的经验估算

近床层的厚度实际上就是明显受床面影响的泥沙运动层的厚度,它取决于床面颗粒的等效平均自由程.在对近床层的描述中知道,近床层的主要特征是颗粒与床面作用产生的准层流脉动比较强烈,而这种脉动形式的主要表现是床面附近的颗粒与床面碰撞产生的跃移运动(当然床面不平整时,水流局部分离引起的颗粒卷扬运动也是主要的).可以认为,颗粒的跃移过程可近似反映颗粒的等效平均自由程.因此,可以用颗粒的跃移高度近似估算近床层的厚度 $\delta_a$ .近床层的厚度很小,但应包含跃移颗粒层,可将近床层厚度表示为:

$$\delta_a = \beta H_b$$

式中 $H_b$ 为床面颗粒的跃高; $\beta$ 为一系数.

根据对近床层厚度的描述和试验观测经验,可经验地取 $\beta = 1.0 \sim 1.2$ .

胡春宏曾经对床面上颗粒的跃移特性进行了较细致的试验研究,通过分析大量的试验资料,经验得到颗粒的跃高与水流强度和颗粒粒径( $d_s$ )及比重( $\gamma_s$ )的关系<sup>[1]</sup>.

对于光滑床面

$$H_b = 3.67 \left( \frac{\gamma_s}{\gamma} \right)^{1.05} \Phi^{0.82} d_s$$

对于粗糙床面

$$H_b = 1.78 \left( \frac{\gamma_s}{\gamma} \right)^{0.86} \Phi^{0.69} d_s$$

式中  $\frac{\gamma_s}{\gamma}$  为颗粒与水流的比重之比;  $\Phi$  为相对水流强度.

$$\Phi = \frac{\tau_0}{(\rho_s - \rho)gd_s}$$

式中  $\tau_0$  为床面水流切应力;  $\rho$  和  $\rho_s$  分别为水流和颗粒的密度.

根据床面颗粒的运动特性及分析,结合上面各式可以有结论:近床层的厚度随水流强度的增强而增大,随着颗粒直径的增大而增大.

### 3 近床层水、沙运动的近似分析

将近床层的泥沙运动近似当作连续介质,考虑垂直平面内的水沙流动,采用坐标轴分别为床面切向和法向的直角坐标系,则有水流的连续方程和运动方程为:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \frac{\partial \alpha u}{\partial x} + \frac{\partial \alpha v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \alpha u}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha u u)}{\partial x} + \frac{\partial (\alpha u v)}{\partial y} = \alpha g_x - \frac{\alpha}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{f_x}{\rho} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \alpha v}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha u v)}{\partial x} + \frac{\partial (\alpha v v)}{\partial y} = -\alpha g_y - \frac{\alpha}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{f_y}{\rho} - \frac{F_L}{\rho} \quad (3)$$

泥沙颗粒的连续方程和运动方程为:

$$\frac{\partial \alpha_s}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_s u_s}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_s v_s}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \alpha_s u_s}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha_s u_s u_s)}{\partial x} + \frac{\partial (\alpha_s u_s v_s)}{\partial y} = \alpha_s g_x - \frac{\alpha_s}{\rho_s} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{f_x}{\rho_s} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \alpha_s v_s}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha_s u_s v_s)}{\partial x} + \frac{\partial (\alpha_s v_s v_s)}{\partial y} = -\alpha_s g_y - \frac{\alpha_s}{\rho_s} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{f_y}{\rho_s} + \frac{F_L}{\rho_s} \quad (6)$$

其中  $u, v$  分别为水流的纵向与垂向速度;  $u_s, v_s$  分别为颗粒相的纵向和垂向速度;  $\rho, \rho_s$  分别为水流和泥沙的密度;  $f_x, f_y$  分别为水流对颗粒的纵向和垂向阻力;  $\alpha, \alpha_s$  分别为水流相和颗粒相的体积分数 ( $\alpha + \alpha_s = 1$ );  $p$  为水流压强;  $F_L$  为水流对颗粒的垂向升力(主要为 Saffman 力);  $g_x, g_y$  分别为纵向和垂向的重力加速度分量,  $g_x = g \sin \theta, g_y = g \cos \theta$ ,  $\theta$  为床面倾角; 由于  $\theta$  一般很小, 近似取  $g_x \approx 0, g_y \approx g$ .

尽管近床层的厚度与流动的特征尺度(如水深)相比很小,但它还是远大于水流的边界层厚度,认为在近床层内湍流已经充分发展.基于这一点,上述方程中已经忽略了同湍流应力相比要小得多的水流粘性应力项.

对(1)~(6)各方程取时间平均(采用 Reynold 平均法则),得到各式的时均化方程:

水流方程:

$$\frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\alpha} \bar{u})}{\partial x} + \frac{\partial (\bar{\alpha} \bar{v})}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\alpha} \bar{u}'}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\alpha} \bar{v}'}{\partial y} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial \bar{\alpha} \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\alpha} \bar{u} \bar{u})}{\partial x} + \frac{\partial (\bar{\alpha} \bar{u} \bar{v})}{\partial y} = -\frac{\bar{\alpha}}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} - \frac{\bar{f}_x}{\rho} + R_1 \quad (8)$$

$$\frac{\partial \bar{\alpha} \bar{v}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\alpha} \bar{u} \bar{v})}{\partial x} + \frac{\partial (\bar{\alpha} \bar{v} \bar{v})}{\partial y} = -\bar{\alpha} g - \frac{\bar{\alpha}}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} - \frac{\bar{f}_y}{\rho} - \frac{\bar{F}_L}{\rho} + R_2 \quad (9)$$

泥沙颗粒相方程:

$$\frac{\partial \bar{\alpha}_s}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\alpha}_s \bar{u}_s)}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{\alpha}_s \bar{v}_s)}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\alpha}_s \bar{u}_s}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\alpha}_s \bar{v}_s}{\partial y} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial \bar{\alpha}_s \bar{u}_s}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\alpha}_s \bar{u}_s \bar{u}_s)}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{\alpha}_s \bar{u}_s \bar{v}_s)}{\partial y} = -\frac{\bar{\alpha}_s}{\rho_s} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\bar{f}_x}{\rho_s} + R_3 \quad (11)$$

$$\frac{\partial \bar{\alpha}_s \bar{v}_s}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\alpha}_s \bar{u}_s \bar{v}_s)}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{\alpha}_s \bar{v}_s \bar{v}_s)}{\partial y} = -\bar{\alpha}_s g - \frac{\bar{\alpha}_s}{\rho_s} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \frac{\bar{f}_y}{\rho_s} + \frac{\bar{F}_L}{\rho_s} + R_4 \quad (12)$$

式中  $R_1, R_2, R_3, R_4$  分别为方程(8)、(9)、(11)、(12)中的脉动相关项. 其表达式分别为:

$$R_1 = -\frac{\partial \bar{\alpha} \bar{u} \bar{u}}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} [\bar{\alpha} \bar{u} \bar{u} + 2\bar{u} \bar{\alpha} \bar{u} + \bar{\alpha} \bar{u} \bar{u}] - \frac{\partial}{\partial y} [\bar{\alpha} \bar{u} \bar{v} + \bar{u} \bar{\alpha} \bar{v} + \bar{v} \bar{\alpha} \bar{u} + \bar{\alpha} \bar{u} \bar{v}] + \frac{1}{\rho} \bar{\alpha}' \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \quad (13)$$

$$R_2 = -\frac{\partial \bar{\alpha} \bar{v} \bar{v}}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} [\bar{\alpha} \bar{u} \bar{v} + \bar{u} \bar{\alpha} \bar{v} + \bar{v} \bar{\alpha} \bar{u} + \bar{\alpha} \bar{u} \bar{v}] - \frac{\partial}{\partial y} [\bar{\alpha} \bar{v} \bar{v} + 2\bar{v} \bar{\alpha} \bar{v} + \bar{\alpha} \bar{v} \bar{v}] + \frac{1}{\rho} \bar{\alpha}' \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \quad (14)$$

$$R_3 = -\frac{\partial \bar{\alpha}_s \bar{u}_s}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} [\bar{\alpha}_s \bar{u}_s \bar{u}_s + 2\bar{u}_s \bar{\alpha}_s \bar{u}_s + \bar{\alpha}_s \bar{u}_s \bar{u}_s] - \frac{\partial}{\partial y} [\bar{\alpha}_s \bar{u}_s \bar{v}_s + \bar{u}_s \bar{\alpha}_s \bar{v}_s + \bar{v}_s \bar{\alpha}_s \bar{u}_s + \bar{\alpha}_s \bar{u}_s \bar{v}_s] + \frac{1}{\rho_s} \bar{\alpha}_s' \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \quad (15)$$

$$R_4 = -\frac{\partial \bar{\alpha}_s \bar{v}_s}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} [\bar{\alpha}_s \bar{u}_s \bar{v}_s + \bar{u}_s \bar{\alpha}_s \bar{v}_s + \bar{v}_s \bar{\alpha}_s \bar{u}_s + \bar{\alpha}_s \bar{u}_s \bar{v}_s] - \frac{\partial}{\partial y} [\bar{\alpha}_s \bar{v}_s \bar{v}_s + 2\bar{v}_s \bar{\alpha}_s \bar{v}_s + \bar{\alpha}_s \bar{v}_s \bar{v}_s] + \frac{1}{\rho_s} \bar{\alpha}_s' \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \quad (16)$$

暂时不管脉动相关项(暂时丢掉方程(7)~(12)中的各脉动相关项),以方程(7)~(12)中的各时均项进行量级比较. 通过引入特征长度  $L$ , 特征速度  $V$  和特征时间  $T$ , 可以将方程无量纲化(略). 并引入近床层的相对厚度:  $\delta' = \delta_a/L$  ( $\delta_a$  为近床层的厚度), 以这一小量作为标准, 对无量纲方程进行量级分析. 忽略掉关于  $\delta'$  的小量级量(量级分析比较简单, 这里略去分析过程), 再返回到方程(7)~(12), 得到方程(7)~(12)的简化形式(暂时去掉脉动项):

$$\frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\alpha} \bar{u})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{\alpha} \bar{v})}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\alpha} \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\alpha} \bar{v}}{\partial y} = 0 \quad (17)$$

$$\frac{\partial \bar{\alpha} \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\alpha} \bar{u} \bar{u})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{\alpha} \bar{u} \bar{v})}{\partial y} = -\frac{\bar{\alpha}}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} - \frac{\bar{f}_x}{\rho} + R_1 \quad (18)$$

$$0 = -\bar{\alpha} g - \frac{\bar{\alpha}}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} - \frac{\bar{f}_y}{\rho} - \frac{\bar{F}_L}{\rho} + R_2 \quad (19)$$

以及

$$\frac{\partial \bar{\alpha}_s}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\alpha}_s \bar{u}_s)}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{\alpha}_s \bar{v}_s)}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\alpha}_s \bar{u}_s}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\alpha}_s \bar{v}_s}{\partial y} = 0 \quad (20)$$

$$\frac{\partial \bar{\alpha}_s \bar{u}_s}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\alpha}_s \bar{u}_s \bar{u}_s)}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{\alpha}_s \bar{u}_s \bar{v}_s)}{\partial y} = -\frac{\bar{\alpha}_s}{\rho_s} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\bar{f}_x}{\rho_s} + R_3 \quad (21)$$

$$0 = -\bar{\alpha}_s g - \frac{\bar{\alpha}_s}{\rho_s} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \frac{\bar{f}_y}{\rho_s} + \frac{\bar{F}_L}{\rho_s} + R_4 \quad (22)$$



研究湍流运动,一般忽略一些较次要的脉动相关项.根据人们已有的一般认识,认为相对于法向脉动扩散,纵向扩散可以忽略,即 $\overline{\alpha u} \approx 0, \overline{\alpha_s u_s} \approx 0$ .三阶脉动相关项是小量,可以忽略,即 $\overline{\alpha u u} \approx 0, \overline{\alpha u v} \approx 0, \overline{\alpha v v} \approx 0, \overline{\alpha_s u_s u_s} \approx 0, \overline{\alpha_s u_s v_s} \approx 0, \overline{\alpha_s v_s v_s} \approx 0$ .并且,认为脉动压力项(脉动正应力)也可忽略,但需要提出的是,对于泥沙悬浮运动来讲,水流和颗粒的垂向脉动正应力却很重要,不可以忽略(如前文的分析,床面附近的颗粒脉动很剧烈),即 $\overline{u u} \approx 0, \overline{u_s u_s} \approx 0$ ,而 $\overline{v v}, \overline{v_s v_s}$ 则不可忽略.对于浓度压力脉动项,目前一般也不计入方程.同时认为各脉动相关项沿纵向的变化均可忽略.

这样,就得到了近床层内水沙运动的湍流时均化方程,略去各时均号后,有

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \frac{\partial \alpha u}{\partial x} + \frac{\partial \alpha v}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \overline{\alpha v} = 0 \quad (23)$$

$$\frac{\partial \alpha u}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha u u)}{\partial x} + \frac{\partial(\alpha u v)}{\partial y} = -\frac{\alpha}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{f_x}{\rho} - \frac{\partial}{\partial y} [\alpha \overline{u v} + u \overline{\alpha v}] \quad (24)$$

$$0 = -\alpha g_y - \frac{\alpha}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{f_y}{\rho} - \frac{F_L}{\rho} - \frac{\partial \overline{\alpha v}}{\partial t} - \frac{\partial(\alpha \overline{v v})}{\partial y} \quad (25)$$

以及

$$\frac{\partial \alpha_s}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_s u_s}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_s v_s}{\partial y} + \frac{\partial \overline{\alpha_s v_s}}{\partial y} = 0 \quad (26)$$

$$\frac{\partial \alpha_s u_s}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_s u_s u_s)}{\partial x} + \frac{\partial(\alpha_s u_s v_s)}{\partial y} = \frac{\alpha_s}{\rho_s} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{f_x}{\rho_s} - \frac{\partial}{\partial y} [\alpha_s \overline{u_s v_s} + u_s \overline{\alpha_s v_s}] \quad (27)$$

$$0 = -\alpha_s g_y - \frac{\alpha_s}{\rho_s} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{f_y}{\rho_s} + \frac{F_L}{\rho_s} - \frac{\partial \overline{\alpha_s v_s}}{\partial t} - \frac{\partial(\alpha_s \overline{v_s v_s})}{\partial y} \quad (28)$$

方程中关于颗粒脉动相关项的意义是十分值得注意的一个问题,应给予正确理解.

(1) 颗粒的脉动速度,即包含了湍流脉动,也包含了 $PL$ 类脉动,以及其它的非湍流脉动;由此产生的颗粒脉动应力(脉动正应力:  $-\alpha_s \rho_s \overline{v_s v_s}$ 和脉动切应力:  $-\alpha_s \rho_s \overline{u_s v_s}$ ),即包括了湍流脉动应力,也包括了 $PL$ 类脉动应力,以及其它颗粒脉动产生的脉动应力.

(2) 对于近床层内的沙粒运动,更重要的是颗粒的准层流脉动( $PL$ 类脉动)和由此产生的脉动应力,其它的脉动应力均可忽略.这时,有:

$$\text{颗粒的准层流脉动垂向正应力: } P_{yy}^{PL} = -\alpha_s \rho_s (\overline{v_s v_s})_{PL} \approx -\alpha_s \rho_s \overline{v_s v_s};$$

$$\text{颗粒的准层流脉动切应力: } P_{xy}^{PL} = -\alpha_s \rho_s (\overline{u_s v_s})_{PL} \approx -\alpha_s \rho_s \overline{u_s v_s}.$$

因此,对于近床层泥沙运动,方程(27)、(28)中的颗粒脉动应力项,也就可忽略去颗粒的湍流脉动应力,近似地取颗粒的准层流脉动应力.

(3) 方程中流体相的各湍流应力项,可近似参照单相水流运动中各脉动应力项的现有方法进行处理.

(4) 对颗粒脉动扩散量项 $\rho_s \overline{\alpha_s v_s}$ ,过去的作法是应用Fick扩散定律( $\epsilon_s \partial C / \partial y$ ,  $\epsilon_s$ 为泥沙扩散系数; $C$ 为泥沙浓度)近似,这在大部分主流区,由于脉动分布近似均匀,不会产生较大误差,但在近床层,颗粒的脉动变化很大,Fick定律不再适用,应加上颗粒脉动强度的梯度引起的颗粒扩散量.

对于颗粒准层流脉动正应力和切应力项,某前还缺乏较细致的分析和试验研究,主要难点在于确定颗粒准层流脉动强度与水流强度及颗粒特性之间的定量关系.如果将颗粒

的浓度分布研究与细致的试验观测结合起来,是有可能对颗粒的准层流脉动应力研究取得较大进展的,尤其是垂向脉动正应力.但由于目前的研究水平限制,对颗粒的准层流脉动应力,还难以给出确定的定量表达式.

## 4 结语

(1) 根据明渠水槽、水平方管 and 竖直方管中,水-沙两相流动的试验结果,证实了床面附近泥沙的脉动结构,与主流区的泥沙运动有着不同的力学特性.

(2) 床面附近的泥沙颗粒具有较强的准层流脉动,并主要体现为颗粒与床面碰撞引起的随机跃移(当然,还有其它的多形式).

(3) 床面附近颗粒运动,存在着较强的固相内部应力张量.且与主流区最大的差异是,在这里具有较强的颗粒准层流脉动应力.

(4) 水-沙两相流中普遍存在着一个近床层,其泥沙运动有特殊的力学机制.文中对近床层的基本概念、特性、内在意义作了较详细的分析和论述.

(5) 划分近床层和悬浮流区,一方面,对近床区流动机理有了一定的新认识,指出了过去理论在这里应用的缺陷,分析了近床层泥沙运动的力学特性.另一方面,为进一步利用过去的研究成果明确了范围和方向.

(6) 对近床层内的水沙运动进行了近似分析,得出了近床层内,近似将颗粒相看作连续介质的运动方程.

(7) 文中对近床层水沙运动的基本力学特性主要作了定性论述,有关的定量研究,以及对颗粒脉动相关项的定量认识,还有待于进一步的理论分析和试验研究.

**致谢** 李家春研究员给本文提出了许多宝贵意见

## 参考文献

- 1 Hu Chunhong, Hui Yujia. Bed-Load Transport. I: Mechanical Characteristics. Jour of Hydraulic Engineering, 1996, 122(5): 245~254
- 2 Hu Chunhong, Hui Yujia. Bed-Load Transport. II: Stochastic Characteristics. Jour of Hydraulic Engineering, 1996, 122(5): 255~261
- 3 Bagnold R A. Experiments on a Gravity-Free Dispersion of Large Solid Particles in a Newtonian Fluid Under Shear. Proc Royal Society of London, Ser A, 1954, 225(1332): 49~63
- 4 Soo S L. Advances in Liquid-Solid Flows. J Pipelines, 1984, 4(3): 137~142
- 5 Campbell C S. Rapid Granular Flows. Annu Rev Fluid Mech, 1990, 22: 57~92
- 6 曹志先,魏良琰,谢鉴衡.明渠挟沙水流的两相流模式.水利学报,1995,(4):1~12
- 7 刘大有.二相流体动力学.北京:高等教育出版社,1993

## The Mechanics Properties of Sediment Movement in Layers Close to the Bed

LIU Qingquan

(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

### Abstract

In this paper, the fluctuating features and mechanism of sediment movement near the bed are analysed based on the test data obtained by LDA TWO-PHASE SIGNAL SEPARATION TECHNIQUE. A new concept of CLOSE BED LAYER (CBL) for water-sediment flow is developed on the special mechanism of sediment movement in layers close to the bed, pointing out that sediment particles exhibit very intense non-turbulence fluctuating near the bed, and the fluctuating stress caused by which will greatly influence sediments movement. The basic characteristics of CBL are described, and the basic equations of water-sediment movements in CBL are disclosed.

**Keywords:** close bed layer, sediment particle, random motion of particles, fluctuating stress