

# 土工布工作的力学机理

姚再兴<sup>1,2</sup>, 王来贵<sup>1</sup>, 于永江<sup>1</sup>

(1. 辽宁工程技术大学 力学与工程科学系, 辽宁 阜新 123000; 2. 中国科学院 力学研究所, 北京 100080)

**摘 要:** 揭示了土工布提高加筋土强度的力学机理。假设: 平行、分层布置的土工布在垂直布面方向是连续分布的; 土工布是薄膜, 不影响物料的力学特性; 土工布、物料、加筋土的变形是相同的; 加筋土的应力状态是土工布与物料二者应力状态的叠加; 加筋土的破坏只发生在物料中。提出了土工布单元, 给出它与加筋土单元、物料单元间变形受力关系。结论: 土工布承担了拉力, 削弱了物料分担的荷载, 提高了加筋土的强度; 据此, 可以设计出土工布的最佳布置方案。

**关键词:** 土工布; 加筋土; 岩土工程; 尾矿

**中图分类号:** TU 432

**文献标识码:** A

## Mechanical principle of working of geotextile

YAO Zai-xing<sup>1,2</sup>, WANG Lai-gui<sup>1</sup>, YU Yong-jiang<sup>1</sup>

(1. Department of Mechanics and Engineering Science, Liaoning Technical University, Fuxin 123000, China; 2. Mechanics Institute, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

**Abstract:** Mechanical principle is analyzed that geotextile can enhance strength of reinforced soil. Hypotheses: layers of geotextile are parallel to each other are continuous along the direction that is perpendicular to the textile; textile is film and doesn't influence mechanical behavior of soil; deformation of textile, soil, reinforced soil is the same; the stress state of reinforced soil is the sum of stress state of geotextile and soil; the destruction of reinforced soil takes place only in soil. Geotextile element is produced, and relation of deformation and stress between reinforced soil element and soil element is discussed. Conclusions: Because geotextile bears the tension, the load on soil is weakened and the strength of reinforced soil is enhanced; according this principle, the optimal design of laying geotextile can be gotten.

**Key words:** geotextile; reinforced soil; geotechnical engineering; tailing

## 0 引 言

土工布在改造松散岩土等物料的力学性能时是行之有效的, 因此广泛应用于土质堤坝堆砌、尾矿处理、排土场建设中, 因而加筋土在地质灾害防治中占有重要地位<sup>[1-6]</sup>。加筋土是利用土工布的抗拉特性改造松散物料而得到的。加筋土的力学特性是土工布和松散物料力学特性相互作用的结果。土工布要有尽可能高的抗拉强度和尽可能大的布面摩擦力。在假设土工布足够粗糙的前提下, 本文试图回答如何合理布置土工布, 充分发挥土工布的抗拉特性。

## 1 土工布模型

(1) 连续性假设: 在加筋土中, 土工布是层

状分布的。土工布的间距  $h$  和加筋土构筑物的特征尺寸  $l$  相比非常小 ( $h \ll l$ ), 因而可以用垂直布面的连续分布来等效原来的离散分布; 相应地, 等效后土工布的物理力学参数可通过在垂直布面的方向上平均得到。例如, 土工布弹性模量为  $E_0$  (量纲为 [力]/[长度]), 共有  $n$  层, 则与之等效的连续分布的土工布的弹性模量为  $E = \frac{(n+1)E_0}{nh} \approx \frac{E_0}{h}$  (量纲为 [力]/[长度]<sup>2</sup>)。

(2) 薄膜假设: 土工布只能承受布面内拉力, 不能承受压力、剪力和弯矩, 可抽象为薄膜; 和物料相比, 土工布的厚度可忽略不计, 土工布的存在不影响把物料看作连续介质。

(3) 变形一致性假设: 土工布足够粗糙时, 土工布与物料无相对滑动。连续化后的土工布与物料重合在一起, 它们的变形相同, 即  $\varepsilon_{ij}^{(1)} = \varepsilon_{ij}^{(2)} = \varepsilon_{ij}$ 。(上角标<sup>(1)</sup>表示土工布, <sup>(2)</sup>表示物

收稿日期: 2005-01-04

基金资助: 国家“973”计划资助项目(2002CB412703); 国家自然科学基金重点资助项目(504334020); 国家自然科学基金资助项目(50504009); 国家自然科学基金资助项目(10472121); 国家自然科学基金面上资助项目(50374042)

作者简介: 姚再兴(1974-), 男, 内蒙古 四子王旗人, 博士研究生, 讲师, 从事岩土力学、露天开采方面研究, E-mail: yaozaixing@163.com。本文编校: 赵 娜

料, 以下同)。

此外, 尽管本文的分析方法不仅适用于物料和土工布为线弹性的情况, 然而, 为了讨论方便, 以下的分析以物料和土工布均满足线弹性为前提。

## 2 平面应变时土工布的布置

本节在平面应变范畴内讨论, 其中的  $E$  和  $\nu$  分别是原来的  $\frac{E}{1-\nu^2}$  和  $\frac{\nu}{1-\nu}$ 。

(1) 加筋土、土工布和物料的单元和应力状态

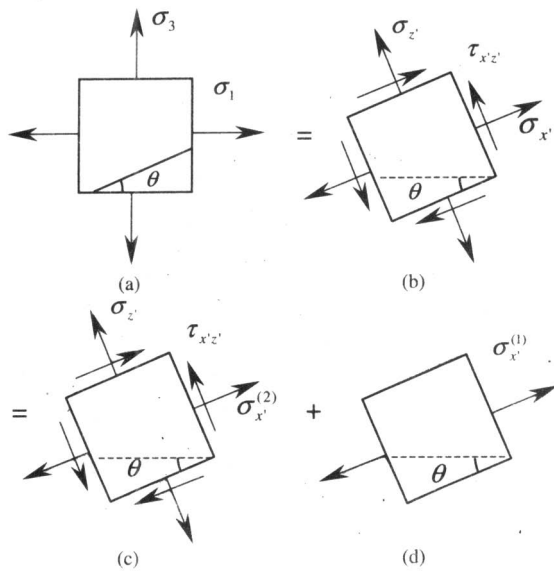


图 1 加筋土单元分解为物料单元与土工布单元  
Fig.1 relation of elements of reinforced earth, geotextile and material

对于加筋土坝等长条形构筑物, 土工布布面垂直构筑物横截面, 可抽象为平面应变问题。图 1 表示在平面应变问题中, 加筋土、土工布和物料三者的单元和应力状态的关系。图 1(a)表示加筋土单元在主应力下的应力状态, 第三主应力方向到土工布法线的夹角是  $\theta$ 。图 1(b)表示与土工布平行和垂直两组截面上加筋土的应力。图 1 中(a)和(b)是同一应力状态的两种表示<sup>[1]</sup>, 关系如下

$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\theta$$

$$\sigma_{z'} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\theta$$

$$\tau_{x'z'} = -\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\theta$$

根据连续性假设和变形一致性假设, 土工布单元和物料单元重叠在一起形成加筋土单元, 它们的

应力状态满足叠加原理。在垂直土工布布面的截面上, 加筋土、物料和土工布三种单元的正应力有如下关系

$$\sigma_{x'}^{(1)} + \sigma_{x'}^{(2)} = \sigma_{x'}$$

根据变形一致性假设和胡克定律, 得到

$$\frac{\sigma_{x'}^{(1)}}{E^{(1)}} = \varepsilon_{x'} = \frac{1}{E^{(2)}} (\sigma_{x'}^{(2)} - \nu^{(2)} \sigma_{z'})$$

根据以上关系可得

$$\sigma_{x'}^{(2)} = \frac{E^{(2)} \sigma_{x'} + E^{(1)} \nu^{(2)} \sigma_{z'}}{E^{(1)} + E^{(2)}}$$

(2) 对应最大切应力强度理论的优化布置

加筋土的破坏分为土工布的破坏和物料的破坏。可通过调整土工布的间距使土工布工作在抗拉强度范围内。为了充分发挥土工布的抗拉特性, 主要是通过优化夹角  $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$ , 使物料单元危险截面的破坏力为最小。对于满足最大切应力强度理论的物料, 破坏力是最大切应力; 危险截面为最大切应力所在的平面。最大切应力的平方及其一阶、二阶导数分别为:

的破坏力为最小。对于满足最大切应力强度理论的物料, 破坏力是最大切应力; 危险截面为最大切应力所在的平面。最大切应力的平方及其一阶、二阶导数分别为:

$$\tau_{\max}^2 = \left(\frac{\sigma_{x'}^{(2)} - \sigma_{z'}}{2}\right)^2 + \tau_{x'z'}^2$$

$$\frac{d\tau_{\max}^2}{d\theta} = \frac{1}{4} (\sigma_1 - \sigma_3) \sin 2\theta [(\sigma_1 - \sigma_3) \cos 2\theta (4 - N^2) - NM(\sigma_1 + \sigma_3)]$$

$$\frac{d^2\tau_{\max}^2}{d\theta^2} = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) [(\sigma_1 - \sigma_3)(2\cos^2 2\theta - 1)(4 - N^2) - NM(\sigma_1 + \sigma_3) \cos 2\theta]$$

其中,  $M = \frac{E^{(1)}(\nu^{(2)} - 1)}{E^{(1)} + E^{(2)}}$ ,  $N = \frac{2E^{(2)} - E^{(1)}(\nu^{(2)} - 1)}{E^{(1)} + E^{(2)}}$

存在三个驻值点, 它们的二阶导数在驻值点的值分别为

$$\left(\frac{d^2\tau_{\max}^2}{d\theta^2}\right)_{\theta=0} = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) [(\sigma_1 - \sigma_3)(4 - N^2) - NM(\sigma_1 + \sigma_3)]$$

$$\left(\frac{d^2\tau_{\max}^2}{d\theta^2}\right)_{\theta=\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) [(\sigma_1 - \sigma_3)(4 - N^2) + NM(\sigma_1 + \sigma_3)]$$

$$\left(\frac{d^2\tau_{\max}^2}{d\theta^2}\right)_{\cos 2\theta = \frac{MN(\sigma_1 + \sigma_3)}{(4 - N^2)(\sigma_1 - \sigma_3)}} = \frac{1}{2} \left[ \frac{M^2 N^2 (\sigma_1 + \sigma_3)^2}{4 - N^2} - (4 - N^2)(\sigma_1 - \sigma_3)^2 \right]$$

$$\cos 2\theta = \frac{MN(\sigma_1 + \sigma_3)}{(4 - N^2)(\sigma_1 - \sigma_3)}$$

驻值点受弹性常数和受力

状态的限制, 不具有一般性, 需具体问题具体处理;  $\theta = \frac{\pi}{2}$  是极大值点, 是布置土工布应避免的;  $\theta = 0$

是极小值点，是布置土工布应尽量采取的。

按照以上分析，土坝中，当土体压实后，土工布的布置应该是上凹的，并且在坡面处和坡面垂直，如图 2。

(3) 对应 Column 强度理论的最优布置

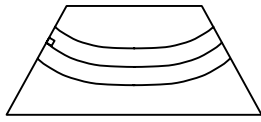


图 2 土工布在坝体中的布置

Fig.2 arrangement of geotextile in reinforce earth dam

物料的破坏力为

$$\tau_{\max}(\theta) = \max_{0 \leq \beta \leq \frac{\pi}{2}} |\tau(\theta; \beta) - \sigma(\theta; \beta) \tan \phi - C|$$

其中， $\beta$  为从第一主应力方向到某截面法线的夹角， $\tau$  和  $\sigma$  分别为该截面的切应力和正应力， $\phi$  为摩擦角， $C$  为粘结力。这样，土工布的最优布置问题，归结为函数  $\tau_{\max}(\theta)$  求最小值问题。

### 3 空间问题的分析

(1) 各向同性时弹性力学参数的确定<sup>[1]</sup>

考虑各向同性的物料，并认为土工布在布面内是各向同性的。取  $xoy$  坐标平面相切于布面。把胡克定律记作  $\sigma = C\varepsilon$ 。

其中， $\sigma = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{xy}\}^T$ ， $\varepsilon = \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}, \gamma_{xy}\}^T$ ， $C$  为刚度矩阵。

由于  $\sigma_z^{(1)} \equiv \tau_{yz}^{(1)} \equiv \tau_{zx}^{(1)} \equiv 0$ ，所以  $C_{ij}^{(1)} \equiv 0$  ( $i = 3, 4, 5; j = 1, \dots, 6$ )；由于  $\varepsilon_z, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$  在土工布中不引起任何应力，所以  $C_{ji}^{(1)} \equiv 0$  ( $i = 3, 4, 5; j = 1, \dots, 6$ )

又因为自由能是应变分量的二次函数，且布面内各向同性，所以，

$$C_{16}^{(1)} = C_{26}^{(1)} = C_{61}^{(1)} = C_{62}^{(1)} = 0,$$

$$C_{11}^{(1)} = C_{22}^{(1)} = \lambda + 2\mu = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)},$$

$$C_{12}^{(1)} = C_{21}^{(1)} = \lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)},$$

$$C_{66}^{(1)} = \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

物料的弹性力学参数是熟知的  $\sigma^{(2)} = C^{(2)}\varepsilon$ 。

这样， $\sigma = \sigma^{(1)} + \sigma^{(2)} = (C^{(1)} + C^{(2)})\varepsilon$ 。

(2) 各向异性时弹性力学参数的确定<sup>[2]</sup>

取单位矢量  $n$  为布面法向量，把土工布单元看作特殊的各向异性单元。所以，刚度张量除具有各向异性材料的对称性外，还具有如下特性：

$$\lambda_{ikln}^{(1)} n_i = 0, \lambda_{ikln}^{(1)} \tau_i n_k = 0$$

其中， $\tau$  为任一相切与布面的单位向量，即  $\tau \times n = 0$

$$\sigma_{ik} = \sigma_{ik}^{(1)} + \sigma_{ik}^{(2)} = (\lambda_{ikln}^{(1)} + \lambda_{ikln}^{(2)}) \varepsilon_{ln}$$

(3) 空间问题优化思路

布面方位可由布面法向量相对加筋土单元主应力的两个参量确定。对于适合不同强度理论的各种物料来说，单元体的破坏力都可表示为布面法向相对加筋土单元体主应力方向的二元函数。这样，土工布布置的最优问题归结为二元函数的最小值问题。

### 4 结 论

(1) 分层布置的土工布引入连续性假设后，可建立既反映土工布力学特性又便于力学分析的土工布单元；引入变形一致性假设后，使土工布和物料受力符合叠加原理，叠加后等于加筋土的受力。

(2) 土工布能够改善物料的力学特性，形成加筋土，是因为发挥了土工布的抗拉特性。土工布布置的最优问题，可以归结为物料单元体破坏力的最小值问题。对于不同的强度理论，分析方法是相同的，只是破坏力的定义不同。

(3) 加筋土单元体的主应力方向是受土工布布置影响的，这可以通过多次试算加以解决。首先预设一种土工布布置方案，求得加筋土主应力；然后以这个主应力为基础计算土工布布置方案，并求得精确的加筋土主应力；如此重复到计算结果收敛为止。

参考文献：

[1] 吴家龙. 弹性力学[M]. 上海: 同济大学出版社, 1987:65-79;15-18.  
 [2] Landau, L.D., Lifshits, E.M.. Theory of elasticity[M]. Pergamon Press, 1986:32-37  
 [3] 王凤江, 王来贵. 加筋尾矿砂的连续增强区[J]. 岩土工程技术, 2004, 18(3):138-140;143  
 [4] 王凤江, 王来贵. 尾矿库灾害及其工程整治[J]. 中国地质灾害与防治学报, 2003, 14(3):76-80.  
 [5] 张树光, 石 东. 纤维加筋土边坡的计算机模拟[J]. 辽宁工程技术大学学报, 2000, 19(4):383-385  
 [6] Krieger J, Thamm B R. Studies of failure mechanisms and design methods for geotextile-reinforced soil walls[J]. Geotextiles and Geomembranes, 1991, 10(1): 53-63.