

## 研究快讯

## 高 Mach 数格子 Boltzmann 模型的改进

俞慧丹<sup>1)2)3)</sup> 赵凯华<sup>2)</sup><sup>1)</sup> (中国科学院力学研究所非线性力学国家重点实验室, 北京 100080)<sup>2)</sup> (北京大学物理系, 北京大学非线性中心, 北京 100871)<sup>3)</sup> (浙江师范大学物理系, 金华 321004)

(1999 年 10 月 22 日收到)

对文献[7]所提出的高 Mach 数格子 Boltzmann 模型作了改进, 克服了原模型模拟结果与理论结果偏差较大、存在色散效应的缺陷, 并进一步把 Mach 数提高到 5 以上, 据我们所知, 这是目前同类研究的最好结果。

PACC: 4720N; 4720; 0270; 5110

构造高 Mach 数的可压缩格子 Boltzmann 模型是一项有意义但难度比较大的工作。已有的结果<sup>[1-4]</sup>或 Mach 数不够高, 或过程太复杂, 效果不甚理想, 最近孙成海<sup>[5]</sup>、阎广武<sup>[6]</sup>各自提出了模拟高流速的格子 Boltzmann 模型, 并成功地模拟激波现象, 但只给出简单的一维模拟。

我们通过在演化方程中引入一个吸引力, 建立了一个高 Mach 数格子 Boltzmann 模型<sup>[7]</sup>。此模型操作简单, 物理图象清晰, 能有效地软化声速, 模拟高 Mach 数流动。我们用来模拟 Mach 锥, Mach 数可达 3 以上, 是一个有实际应用价值的模型。

我们在进一步的研究中发现, 文献[7]的工作有不足之处。本文对该模型作一点改进。在文献[7]中, 每一时间步吸引力引起的动量改变为  $gc_s^2$ , 模拟时将密度梯度离散成

$$\frac{1}{3} \sum_a e_a [ (x + e_a) - (x) ]. \quad (1)$$

模拟结果是模拟值  $c_s$  与理论值  $c_s^*$  有较大的偏差, 原因在于对(1)式作泰勒展开时

$$\frac{1}{3} \sum_a e_a \left[ e_a \cdot + \frac{1}{2} (e_a \cdot)^2 + \frac{1}{3} (e_a \cdot)^3 + \dots \right], \quad (2)$$

三阶项的影响不可忽略(二阶项在对  $a$  求和后为零)。此影响不仅造成  $c_s^*$  数值上的偏差, 而且使声波产生非物理的色散。为了避免这一缺点, 我们把

(1)式改进为

$$\frac{2}{9} \sum_a e_a \left\{ (x + e_a) - (x - e_a) - \frac{1}{8} [ (x + 2e_a) - (x - 2e_a) ] \right\}. \quad (3)$$

将(2)式中的三阶项消去。

作文献[7]相同的模拟, 结果如下:

1) 图 1, 图 2 为模拟声速  $c_s$  与理论有效声速  $c_s^*$  (曲线) 对比, 其中圆点代表原模型模拟声速  $c_s$ , \* 代表改进模型模拟声速  $c_s$ 。

2) 图 3 为各种 Mach 数下 Mach 锥的模拟图。

3) Mach 数的理论值  $M$  与模拟 Mach 数  $M^*$  的对比由表 1 给出。

在参数  $c_s = 0.52$ ,  $g = 0.99$ ,  $T = 1350$ ,  $A = 0.1$  (为声源的振幅) 下, 改变来流速度, 得到各种 Mach 数下的 Mach 锥。

4) 色散的改进

表 2 给出模拟声速随周期  $T$  的变化情况。  $c_s$  为改进模型的模拟声速,  $c_s$  为原模型的模拟声速。

可见改进后模拟值  $c_s$  与理论值  $c_s^*$  的偏差大大地减小了, 也更有效地提高了 Mach 数, 能够模拟 Mach 数超过 5 的流动, 这是目前同类研究的最好结果, 从表 1 看模拟值与理论值非常符合。原则上讲, 只要使  $g$  进一步接近, Mach 数还可以进一步提高。由表 2 可见, 改进后色散效应基本消除了。

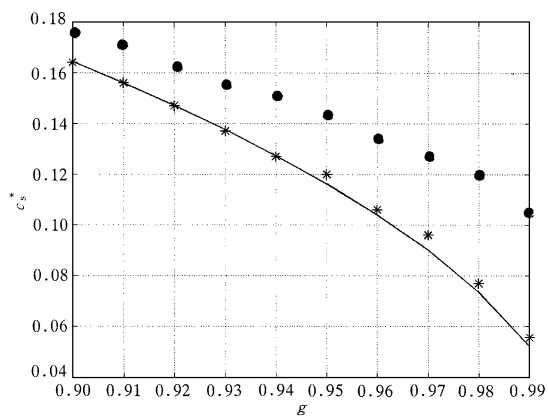


图 1

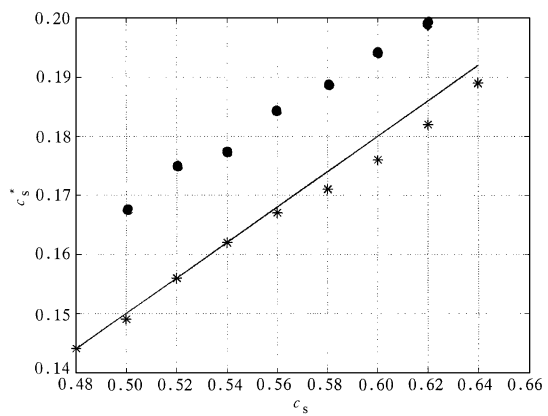
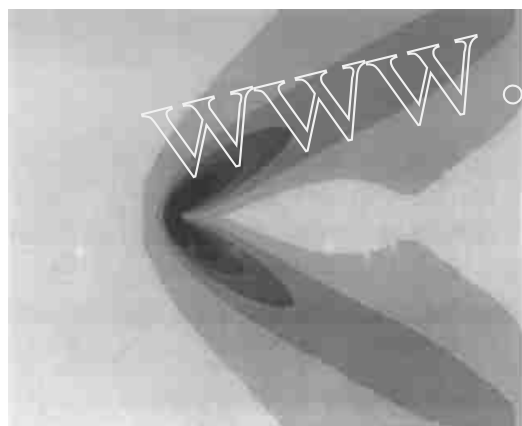
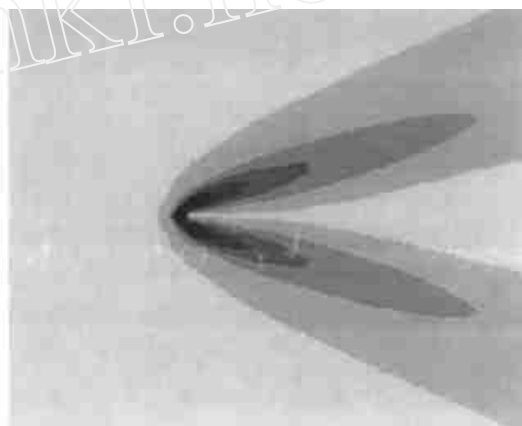


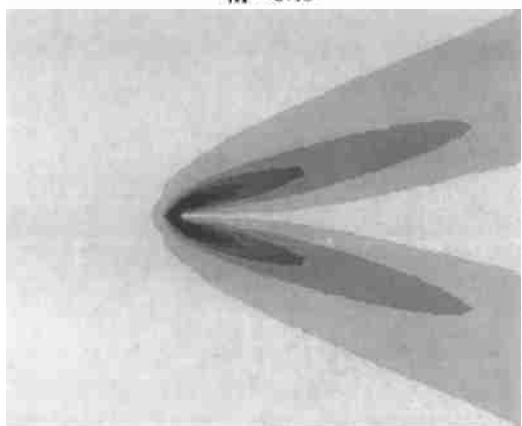
图 2



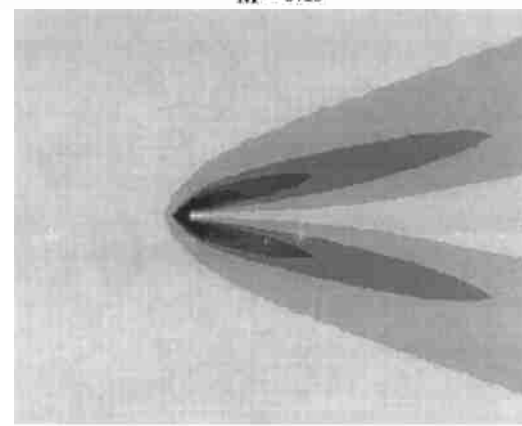
$M' = 2.16$



$M' = 3.23$



$M' = 4.3$



$M' = 5.03$

图 3 Mach 锥模拟

表 1 不同  $u_0$  下  $M$  与  $M^*$  对比 ( $c_s = 0.52, g = 0.99, T = 1350, A = 0.1$ )

$u_0$	0.08	0.12	0.16	0.20	0.22	0.24	0.26	0.28
$M$	1.44	2.16	2.88	3.60	3.96	4.32	4.68	5.03
$M^*$	1.42	2.20	2.89	3.63	4.10	4.35	4.65	5.00

表 2 不同  $T$  下声速对比 ( $g = 0.99, A = 0.1, c_s = 0.52, c_s^* = 0.0556$ )

$T$	1750	1650	1550	1450	1350	1250	1150	1050	950
$c_s$	0.0554	0.0540	0.0555	0.0545	0.0556	0.0568	0.0565	0.0576	0.0558
$c_s^*$	0.0583	0.0582	0.0584	0.0567	0.0574	0.0580	0.0583	0.0591	0.0611

- [1] F.J. Alexander, H. Chen, S. Chen, G. D. Doolen, *Phys. Rev.*, **A46**(1992), 1967.
- [2] S. Chen, H. Chen, G. D. Doolen *et al.*, *Physica*, **D47**(1991), 979.
- [3] Y. H. Qian, S. A. Orzag., *Euro. Phys. Lett.*, **21**(1993), 255.
- [4] Y. X. Li, L. S. Kang, Z. J. Wu, *Neural Parallel and Scientific Computational*, **1**(1993), 43.
- [5] C. H. Sun, *Phys. Rev.*, **E58**(1998), 7283.
- [6] G. W. Yan, Y. S. Chen, S. X. Hu, *Phys. Rev.*, **E59**(1999), 454.
- [7] H. D. Yu, K. H. Zhao, *Acta Physica Sinica*, **48**(1999), 1470 (in Chinese) [俞慧丹, 赵凯华, 物理学报, **48**(1999), 1470].

## MODIFIED LATTICE BOLTZMANN MODEL FOR HIGH MACH NUMBER FLOW SIMULATION

YU HUI-DAN<sup>a)b)c)</sup> ZHAO KAI-HUA<sup>b)</sup>

<sup>a)</sup> (State Key Laboratory of Nonlinear Mechanics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

<sup>b)</sup> (Department of Physics and Center for Nonlinear Sciences, Peking University, Beijing 100871, China)

<sup>c)</sup> (Department of Physics, Zhejiang Normal University, Jinhua 321004, China)

(Received 22 October 1999)

### ABSTRACT

We have improved the lattice Boltzmann model for high Mach-number flow simulation presented by the present authors previously and decrease the errors between measurement sound speed and theoretical one greatly and remove the non-physical disperse effect, which existed in the original model. The modified model can simulate flows with Mach number higher than 5, which is the best result of its kind ever obtained, so far as we know.

**PACC:** 4720N; 4720; 0270; 5110