

## 液-固脉冲流化床中浓度波传播与衰减

晋国栋<sup>1</sup>, 刘大有<sup>1</sup>, 舒其望<sup>2</sup>

(1. 中国科学院力学研究所非线性力学国家重点实验室, 北京 100080; 2. Brown University, Providence, RI 02912, USA)

**摘要:**采用数值计算和实验验证相结合的方法研究液-固脉冲流化床中浓度波的传播和衰减。当脉冲开半周期  $T_2$  和闭半周期  $T_1$  都远大于颗粒弛豫时间  $t_p$  时, 两相的惯性力之差在一个周期的绝大部分时间中相对于重力很小, 可忽略, 这时由双流体模型的动量方程可推导出推广的 Richardson-Zaki 公式, 双流体模型简化为局部平衡模型。采用五阶精度 WENO 格式求解浓度波传播方程, 得到了脉冲流化过程中浓度波传播与衰减的规律, 与实验结果符合良好。

**关键词:**液-固脉冲流化床; 浓度波; 数值模拟; WENO 格式

中图分类号:TQ051.1 文献标识码:A 文章编号:1009-606X(2002)05-0392-08

### 1 前言

脉冲流化作为改善流态化质量的一种方法, 已有许多实验研究和实际应用<sup>[1,2]</sup>, 但对其物理机制和动态过程还不太清楚。为弄清脉冲流化过程的物理机制, 近年来开展了一系列的理论与实验研究<sup>[3-5]</sup>, 并采用双流体模型对气-固、液-固脉冲流化过程进行了模拟, 计算结果与实验结果符合良好。但由于基本形式的双流体模型在数学上对初值问题是不稳定的<sup>[6,7]</sup>, 流化速度  $U(t)$  的脉冲幅度受到一定限制。以方波形式变化的  $U(t)$  为例, 通过对双流体模型的分析表明, 除了在  $U(t)$  突变后十分短暂的时间(与单颗粒弛豫时间  $t_p$  同量级, 约 0.05 s)内, 一般说来, 两相惯性力之差远小于重力和相间阻力, 可以忽略。这时, 由动量方程可推导出推广的 Richardson-Zaki 关系式, 即局部平衡模型(LEM, Local equilibrium model)。该模型形式简单, 反映了物理过程的最主要因素, 避免了因基本形式的双流体模型对初值问题的不稳定性所带来的模拟困难, 同时可提高计算效率, 节约计算时间。

由 Jiang 等<sup>[8]</sup>发展的 WENO(Weighted essentially non-oscillatory scheme) 格式是用来求解双曲型微分方程的一种高精度有限差分格式。由于该方法具有精度高、无振荡特性, 在计算流体力学和其他领域得到了广泛的应用。本文采用五阶精度 WENO 格式, 求解  $U(t)$  以方波和正弦波形式变化的脉冲流化过程, 并对方波形式变化的脉冲流化过程进行了实验验证。

### 2 数学模型及数值方法

本文基于如下假设: 一维等截面流动、两相不可压缩、忽略壁面阻力和由于颗粒碰撞和脉动引起的固相压强, 则双流体模型中相  $k$  ( $k=p, f$  分别表示颗粒相和流体相) 的连续性方程和动量方程分别为<sup>[9]</sup>

$$\frac{\partial \mathbf{a}_k}{\partial t} + \frac{\partial (\mathbf{a}_k u_k)}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

收稿日期: 2002-3-15, 修回日期: 2002-6-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(编号: 10072669; 10028103); 中国科学院过程工程研究所多相反应开放实验室资助项目  
作者简介: 晋国栋(1974-), 男, 山东菏泽市人, 博士研究生, 流体力学专业。

$$\mathbf{a}_k \mathbf{r}_k \left( \frac{\partial u_k}{\partial t} + u_k \frac{\partial u_k}{\partial x} \right) = -\mathbf{a}_k \frac{\partial p}{\partial x} - \mathbf{a}_k \mathbf{r}_k g + F_k, \quad (2)$$

其中  $\mathbf{a}_k$  是  $k$  相的体积分率，且  $\mathbf{a}_p + \mathbf{a}_f = 1$ ， $u_k$  是  $k$  相的真实速度， $p$  是压力。对于单一粒径的颗粒-流体系统，相间阻力  $F_k$  可以表示为<sup>[10]</sup>

$$F_p = -F_f = \frac{(\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_f) g \mathbf{a}_p \mathbf{a}_f^{(2-n)}}{u_T} (u_f - u_p), \quad (3)$$

式中  $n$  为 Richardson-Zaki 指数(或膨胀指数)，是与雷诺数  $Re_T$  有关的常数，当  $1 < Re_T < 500$  时， $n = 4.4 Re_T^{-0.1}$ ；当  $Re_T > 500$  时， $n = 2.4$ <sup>[11]</sup>。

把两相连续性方程(1)相加并沿床高积分，可得两相混合物的连续性方程：

$$\mathbf{a}_p u_p + (1 - \mathbf{a}_p) u_f = U(t). \quad (4)$$

式(4)表示混合物体积通量  $U(t)$  沿程不变，因此，它也是流态化区上方和分布板下面单相流动区域的液相表观速度，是控制流态化过程的操作参数，文献中称为流化速度(fluidizing velocity)<sup>[12]</sup>。

由流、固相动量方程(2)消去压力梯度项，并利用相间阻力公式(3)和混合物连续性方程(4)可得：

$$U(t) - u_p(t, x) = \left\{ 1 + \frac{1}{(\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_f) g} \left[ \mathbf{r}_p \left( \frac{\partial u_p}{\partial t} + u_p \frac{\partial u_p}{\partial x} \right) - \mathbf{r}_f \left( \frac{\partial u_f}{\partial t} + u_f \frac{\partial u_f}{\partial x} \right) \right] \right\} u_T \mathbf{a}_f^n, \quad (5)$$

式中大括号中的第 2 项表示颗粒相(水下)重力与两相惯性力之差的相对大小。除了在  $U(t)$  突变后十分短暂的时间(与单颗粒弛豫时间  $t_p$  同量级，约 0.05 s)内，一般说来，两相惯性力之差远小于重力，因而

$$U(t) - u_p(t, x) = [1 + o(1)] u_T \mathbf{a}_f^n, \quad (6)$$

忽略右端的小量，可得推广的 Richardson-Zaki 公式：

$$U(t) - u_p = u_T (1 - \mathbf{a}_p)^n. \quad (7)$$

对于低频变化的  $U(t)$ ，这样短暂的时间对整个过程不起重要作用。Richardson 等<sup>[11]</sup>给出了平稳流化状态下流化速度  $U(t)$  与空隙率  $\mathbf{a}_f$  的经验关系  $U(t) = u_T \mathbf{a}_f^n$ ，Slis 等<sup>[12]</sup>将其推广到固相速度  $u_p$  不为零的瞬态过程，即式(7)。本文推导说明了推广的 Richardson-Zaki 关系式与双流体模型动量方程(2)[以及阻力公式(3)]之间的联系。此式表达了局部量(用代数式表示，不含微分)之间的平衡，故被称为局部平衡模型。把式(7)代入固相连续性方程(1)中消去  $u_p$ ，可得关于  $\mathbf{a}_p$  的单变量方程—浓度波传播方程，它反映了流化床中浓度波的传播特性：

$$\frac{\partial \mathbf{a}_p}{\partial t} + \frac{\partial f(\mathbf{a}_p)}{\partial x} = \frac{\partial \mathbf{a}_p}{\partial t} + V(\mathbf{a}_p) \frac{\partial \mathbf{a}_p}{\partial x} = 0, \quad (8)$$

式中固相体积通量  $f(\mathbf{a}_p)$  和 Wallis<sup>[13]</sup> 定义的浓度波波速  $V(\mathbf{a}_p)$  分别为

$$f(\mathbf{a}_p) = \mathbf{a}_p u_p = \mathbf{a}_p [U - u_T (1 - \mathbf{a}_p)^n],$$

$$V(\mathbf{a}_p) = \frac{\partial f(\mathbf{a}_p)}{\partial \mathbf{a}_p} = U(t) + u_T [n \mathbf{a}_p (1 - \mathbf{a}_p)^{n-1} - (1 - \mathbf{a}_p)^n].$$

若  $t < 0$  时床层处于均匀流化状态，则式(8)的初始条件和边界条件为

$$t = 0 : \quad \mathbf{a}_p(0, x) = \mathbf{a}_p^0, \quad h(0) = h_0, \quad (9)$$

$$x = 0 : \quad f(\mathbf{a}_p) = 0, \text{ 即 } \mathbf{a}_p(t, 0) = 1 - [U(t)/u_T]^{1/n}, \quad (10)$$

$$x = h(t) : \quad u_p[t, h(t)] = u_{p,s} = \frac{dh}{dt}. \quad (11)$$

由式(11)可知, 上边界是一个自由边界, 因此计算域[0,  $h(t)$ ]是随时间变化的。为求解方便, 通过下述的边界固定方法<sup>[14]</sup>将其转化为固定求解区域:

$$0 \leq z = \frac{h_0 x}{h(t)} \leq h_0, \quad t > 0, \quad (12)$$

其中( $x, t$ )是原来的物理坐标, ( $z, t$ )为计算域坐标。由于

$$\left. \frac{\partial \alpha_p}{\partial t} \right|_x = \left. \frac{\partial \alpha_p}{\partial t} \right|_z + \left. \frac{\partial \alpha_p}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} \right|_x = \left. \frac{\partial \alpha_p}{\partial t} \right|_z - \left. \frac{\partial \alpha_p}{\partial z} \frac{h'(t)z}{h(t)} \right|_z = \left. \frac{\partial \alpha_p}{\partial t} \right|_z - \left. \frac{\partial \alpha_p}{\partial z} \frac{u_{p,s}z}{h(t)} \right|_z, \quad (13)$$

$$\left. \frac{\partial f(\alpha_p)}{\partial x} \right|_x = \left. \frac{\partial f(\alpha_p)}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial x} \right|_x = \frac{h_0}{h(t)} \left. \frac{\partial f(\alpha_p)}{\partial z} \right|_z, \quad (14)$$

式(8)可表示为

$$\left. \frac{\partial \alpha_p}{\partial t} + \frac{\partial g(\alpha_p)}{\partial z} \right|_x = - \frac{u_{p,s}}{h(t)} \alpha_p, \quad (15)$$

其中  $g(\alpha_p) = \frac{h_0}{h(t)} \alpha_p [U - u_T (1 - \alpha_p)^n] - \frac{u_{p,s}}{h(t)} \alpha_p z$ ,  $z$  的定义域为[0,  $h_0$ ], 是固定的。

式(15)中空间一阶导数的离散, 采用五阶精度 WENO 有限差分格式<sup>[8]</sup>, 简述如下:

$$\left. \frac{\partial g(\alpha_p)}{\partial z} \right|_{z=z_i} \approx \frac{1}{\Delta z} (\hat{g}_{i+1/2} - \hat{g}_{i-1/2}), \quad (16)$$

其中通量  $\hat{g}_{i+1/2}$  用下面的方法得到: 为保证计算的稳定性, 构造迎风格式, 对通量  $g(\alpha_p)$  进行 Lax-Friedrichs 分裂

$$g^+(\alpha_p) = 0.5 [g(\alpha_p) \pm \delta \alpha_p], \quad (17)$$

式中,  $\delta = \max \left| \frac{\partial g(\alpha_p)}{\partial \alpha_p} \right|_i = \max \left| \frac{h_0}{h(t)} \{U + u_T [n\alpha_p (1 - \alpha_p)^{n-1} - (1 - \alpha_p)^n]\} - \frac{u_{p,s}z}{h(t)} \right|_i$ , 取整个计算域[0,  $h_0$ ]上绝对值最大值。

正的通量  $\hat{g}_{i+1/2}^+(\alpha_p)$  可以表示为

$$\hat{g}_{i+1/2}^+ = \omega_0^+ \hat{g}_{i+1/2}^{+(0)} + \omega_1^+ \hat{g}_{i+1/2}^{+(1)} + \omega_2^+ \hat{g}_{i+1/2}^{+(2)}, \quad (18)$$

其中  $\hat{g}_{i+1/2}^{+(n)}$  分别是  $\hat{g}^+(\alpha_p)$  在  $i+1/2$  处在 3 个不同插值基上的三阶精度通量, 分别表示为

$$\begin{cases} \hat{g}_{i+1/2}^{+(0)} = \frac{2}{6} g_i^+ + \frac{5}{6} g_{i+1}^+ - \frac{1}{6} g_{i+2}^+ \\ \hat{g}_{i+1/2}^{+(1)} = -\frac{1}{6} g_{i-1}^+ + \frac{5}{6} g_i^+ + \frac{2}{6} g_{i+1}^+ \\ \hat{g}_{i+1/2}^{+(2)} = \frac{2}{6} g_{i-2}^+ - \frac{7}{6} g_{i-1}^+ + \frac{11}{6} g_i^+ \end{cases} \quad (19)$$

非线性加权因子  $\omega_m^+$  表示为

$$\omega_m^+ = \frac{\tilde{\omega}_m^+}{\sum_{s=0}^2 \tilde{\omega}_s^+}, \quad \tilde{\omega}_s^+ = \frac{d_s^+}{(\varepsilon + \beta_s^+)^2}. \quad (20)$$

为防止分母为 0,  $\varepsilon=10^{-6}$ , 线性加权因子  $d_s^+$  可以表示为

$$d_0^+ = \frac{3}{10}, \quad d_1^+ = \frac{6}{10}, \quad d_2^+ = \frac{1}{10}.$$

插值基光滑指示因子  $\beta_s^+$  可以表示为

$$\begin{cases} \beta_0^+ = \frac{13}{12}(g_i^+ - 2g_{i+1}^+ + g_{i+2}^+)^2 + \frac{1}{4}(3g_i^+ - 4g_{i+1}^+ + g_{i+2}^+)^2 \\ \beta_1^+ = \frac{13}{12}(g_{i-1}^+ - 2g_i^+ + g_{i+1}^+)^2 + \frac{1}{4}(g_{i-1}^+ - g_{i+1}^+)^2 \\ \beta_2^+ = \frac{13}{12}(g_{i-2}^+ - 2g_{i-1}^+ + g_i^+)^2 + \frac{1}{4}(g_{i-2}^+ - 4g_{i-1}^+ + 3g_i^+)^2 \end{cases} \quad (21)$$

负的通量  $\hat{g}_{i+1/2}^-(\alpha_p)$  可以用关于  $i+1/2$  的镜面反射的方法得到, 则整个的通量  $\hat{g}_{i+1/2}$  表示为

$$\hat{g}_{i+1/2} = \hat{g}_{i+1/2}^+(\alpha_p) + \hat{g}_{i+1/2}^-(\alpha_p). \quad (22)$$

式(15)中时间导数采用三阶精度 TVD(Total variation diminishing) Runge-Kutta 方法<sup>[15]</sup>离散.

$$\begin{cases} \alpha_p^{(1)} = \alpha_p^N + \Delta t L(\alpha_p^N, t_n) \\ \alpha_p^{(2)} = \frac{3}{4}\alpha_p^N + \frac{1}{4}\alpha_p^{(1)} + \frac{1}{4}\Delta t L(\alpha_p^{(1)}, t_n + \Delta t) \\ \alpha_p^{N+1} = \frac{1}{3}\alpha_p^N + \frac{2}{3}\alpha_p^{(2)} + \frac{2}{3}\Delta t L(\alpha_p^{(2)}, t_n + 0.5\Delta t) \end{cases}, \quad (23)$$

其中  $\Delta t=Cdx/\delta$ ,  $C$  为 Courant 数, 计算中取  $C=0.5$ ,  $L$  是空间导数差分算子. 计算步骤如下:

(1) 给定时刻  $t_N$  时的颗粒浓度分布  $\alpha_p(t_N, z_i)$ 、床高  $h(t_N)$  和流化速度  $U(t_N)$ ;

(2) 用 WENO 格式计算通量  $\hat{g}_{i+1/2}$ ;

(3) 用式(7)和(11)分别计算床层表面颗粒速度及下一时刻  $t_{(N+1)}$  的床面高度;

$$u_{p,s}(t_N) = U(t_N) - u_T(1 - \alpha_{p,s})^n, \quad h(t_{N+1}) = h(t_N) + \Delta t u_{p,s}(t_N)$$

(4) 用 TVD Runge-Kutta 方法求下一时刻  $t_{(N+1)}$  的颗粒浓度  $\alpha_p(t_{N+1}, z_i)$  分布, 返回(1).

用 Fortran 90 语言自行编制了软件. 以本文工况 2 为例[其中  $U(t)$  以正弦形式变化],  $z$  方向用 1500 个网格, 计算到物理时间  $t=48$  s, 在 1.7 GHz Pentium4 微机上运行时间约 360 s.

### 3 实验装置

图 1 是实验装置的示意图. 实验在内径 29 mm、长 2 m 的有机玻璃管中进行. 在管底部是一个多孔的分布板. 流化介质用水, 所用颗粒玻璃珠的性质如表 1 所示.

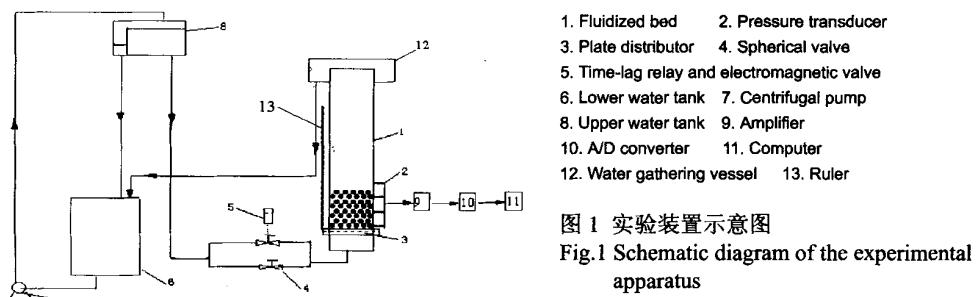


表 1 所用颗粒的物理性质

Table 1 Physical properties of the particles used

Particle	$d_p$ (mm)	$\rho_p$ (kg/m <sup>3</sup> )	$u_T$ (m/s)	$n$	$t_p$ (s)
Glass beads	1.8	2600	0.1937	2.414	0.032

流化速度  $U(t)$  的脉冲频率和脉宽由时间继电器和电磁阀控制。床高和颗粒浓度的分布使用标尺和 Sony® 数码摄像机(DCR-TRV6E)记录。数值计算所需的参数  $n$  和  $u_T$  是通过一系列稳态流化实验，得到不同的流化速度  $U_i$  对应的空隙率  $a_{f,i}$  ( $i=1,2,\dots$ )采用 Richardson-Zaki 关系式  $U_i = u_T a_{f,i}^n$  拟合出  $n$  和  $u_T$ (图 2)。用数码摄像机记录一系列不同浓度的稳态流化状态，读出液晶显示屏的灰度，可得灰度与浓度的标定曲线。对本文所用的流体-颗粒系统， $Re_T=348.7$ ，由 Richardson 和 Zaki 推荐的公式求得  $n=4.4Re_T^{-0.1}=2.450$ ，实验拟合结果与之十分接近。床高的测量可以准确到 0.002 m(约粒径大小)，稳态流化时的颗粒浓度测量的系统误差<1%。

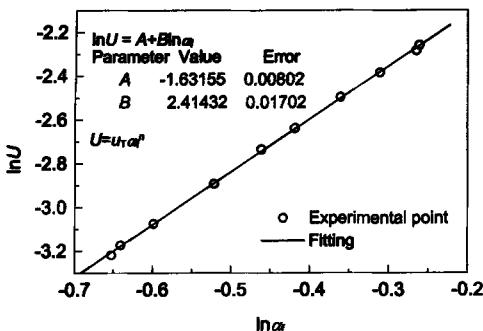


图 2  $a_f$  与  $U$  的关系实验拟合曲线  
Fig.2 Fitting the relationship between  $a_f$  and  $U$

## 4 结果与讨论

按输入流化速度  $U(t)$  波形的不同分别进行讨论，对于方波的情况给出了与实验结果的对比。

### 4.1 方波形式变化的 $U(t)$

流化速度  $U(t)$  在  $U_1=0.055$  m/s 和  $U_2=0.1482$  m/s 之间交替变化(图 3)，其中  $T_1=3$  s， $T_2=1$  s。计算的初值为  $:h_0=1.950$  m， $a_p^0=0.1171$ 。流化速度突然减少时，在分布板附近立即形成浓度的间断(压缩波)；流化速度突然增加时，在分布板处形成一系列的膨胀波。间断在向上传播过程中与膨胀波系相互作用而逐渐衰减，直到扰动到达床面。此后，床内的状态随时间周期性地变化。图 4 表示扰动传播到床面后，床高的计算结果与实验结果的比较。

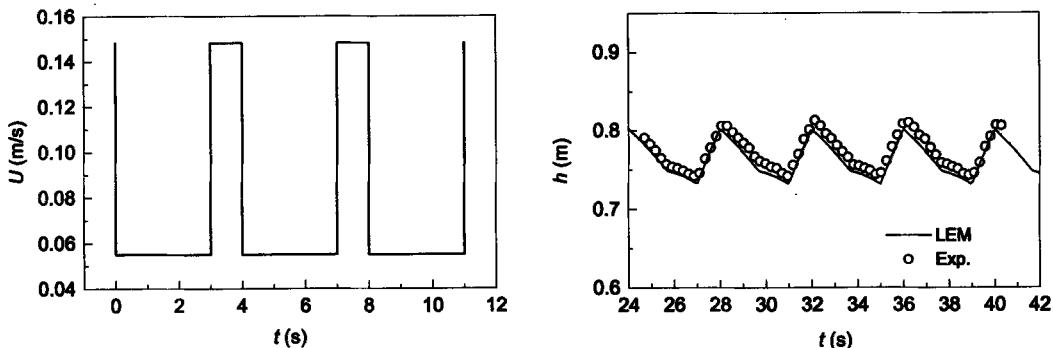


图 3 方波变化的  $U(t)$   
Fig.3  $U(t)$  varies with step-wise pattern

图 4 床高随时间变化—计算结果与实验的比较  
Fig.4 Comparison of the bed height from LEM and experimental data

图5是在一个周期内6个不同时相位的颗粒浓度分布，从图中看到，计算与实验的结果符合良好，说明了该模型和计算方法的可靠性。

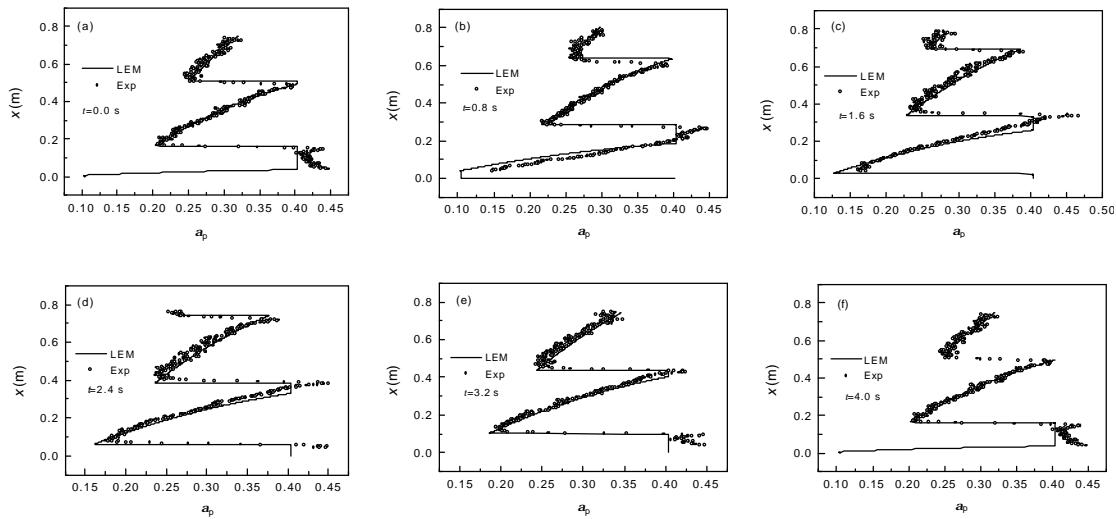


图5 浓度波的传播与衰减—计算与实验结果的比较

Fig.5 Comparison of the concentration wave from local equilibrium model and experimental data

#### 4.2 正弦形式变化的 $U(t)$

本例中，计算初值为  $h_0=3.0$  m,  $a_p^0=0.3598$ .  $t>0$  以后，流化速度随时间的变化为  $U(t)=U_0+0.5DU\sin(2pt/T)$ ,  $U_0=0.066$  m/s,  $\Delta U=0.022$  m/s,  $T=2$  s(图6).

在分布板处引入一有限幅度的正弦形式的扰动，在向上传播过程中由于浓度波方程的非线性效应不断地变形，并形成浓度间断(相当于压缩波系)，间断的上、下部是颗粒浓度的连续过渡区(相当于膨胀波系)[图8(a)和(b)]。间断在向上传播过程中与其上、下部膨胀波系不断地相互作用而逐渐地衰减[图8(c)和(d)]。当扰动未传播到床面之前( $t<34$  s)，床面处颗粒浓度保持不变，床面在某一高度附近作正弦波动[参见式(7)和(11)]。扰动传播到床面以后，床面在另一新的高度附近作正弦波动(图7)，且床内各点的浓度和速度也随时间呈周期性地变化。

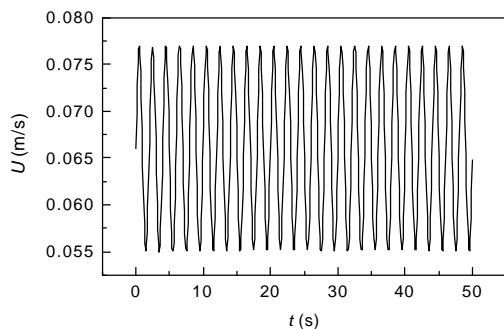


图6 正弦形式变化  $U(t)$

Fig.6  $U(t)$  varies with sinusoidal pattern

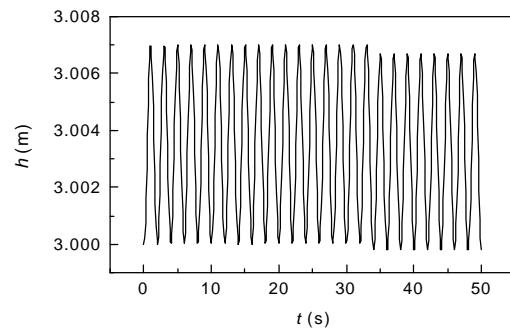


图7 床层高度随时间的变化

Fig.7 Bed height varies with time

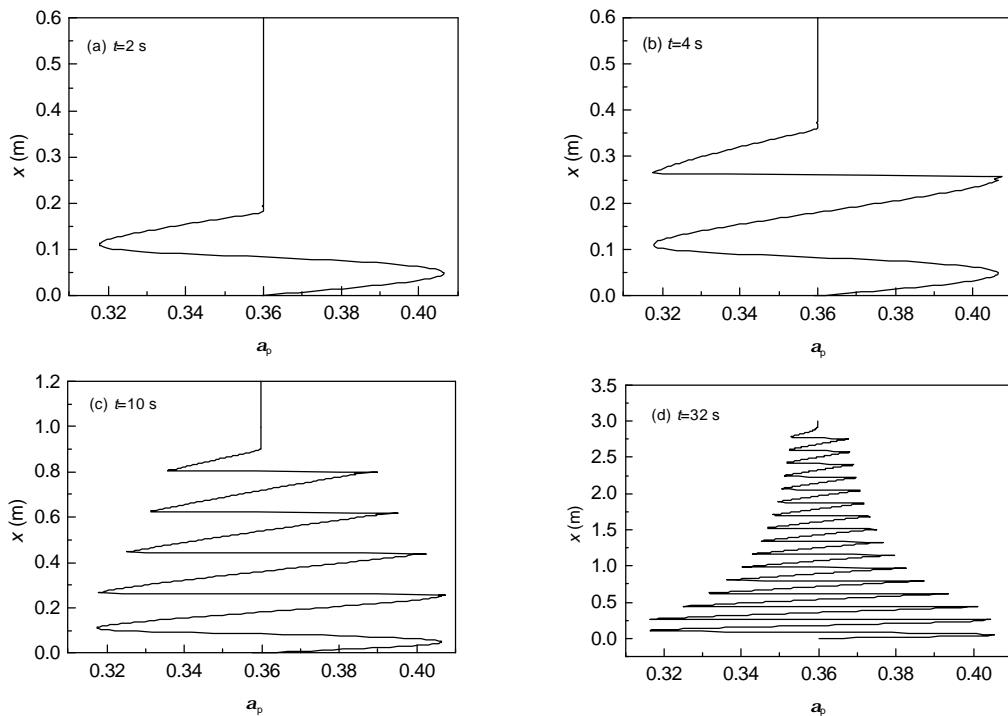


图 8 浓度波在流化床中传播与衰减的过程  
Fig.8 Process of concentration wave traveling and decaying

## 5 结 论

在脉冲开半周期  $T_2$  和闭半周期  $T_1$  都远大于单颗粒弛豫时间  $t_p$  的情况下，除了在  $U(t)$  突变后十分短暂的时间(与  $t_p$  同量级，约 0.05 s)内，一般说来，两相惯性力之差远小于颗粒水下重力，因而可忽略之。将相间阻力公式代入简化了的双流体模型的动量方程，就可导出推广的 Richardson-Zaki 公式，即局部平衡模型。

空间导数离散采用五阶精度 WENO 格式，时间导数离散采用三阶精度 TVD Runge-Kutta 方法，利用自行编制的软件对浓度波方程进行了数值模拟。对  $U(t)$  以方波形式变化的工况进行了实验验证，计算结果与实验结果符合良好。结果表明，由于激波(间断)与膨胀波的相互作用，激波(间断)在向上传播过程中强度逐渐地衰减。

### 符号表：

$d_p$	颗粒直径 (m)	$U_1$	闭半周期中的流化速度 (m/s)	$a$	液相体积分率或空隙率
$h$	床面高度 (m)	$U_2$	开半周期中的流化速度 (m/s)	$a_p$	固相体积分率或颗粒浓度
$h_0$	床面初始高度 (m)	$U(t)$	流化速度 (m/s)	$a^0$	初始固相体积分率
$n$	Richardson-Zaki 关系式指数	$u_f$	液相(真实)速度 (m/s)	$\eta$	流体粘度 (Pa·s)
$Re_T$	颗粒雷诺数 ( $=d_p \cdot r_p \cdot U_T / \eta$ )	$u_p$	固相(真实)速度 (m/s)	$r_p$	颗粒密度 ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )
$T_1$	闭半周期 (s)	$u_{ps}$	床层表面固相(真实)速度 (m/s)	$r_l$	流体密度 ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )
$T_2$	开半周期 (s)	$u_T$	颗粒沉降速度 (m/s)	$t_p$	颗粒弛豫时间 (s)

**参考文献：**

- [1] Pence D V, Beasley D E. Local Instantaneous Heat Transfer in Pulse-stabilized Fluidized [A]. Proceedings of the ASME Heat Transfer Division [C]. New York: ASME, 1996, 334: 65–75.
- [2] Wong H W, Baird M H I. Fluidization in a Pulsed Gas Flow [J]. Chemical Engineering Journal, 1971, 2: 104–113.
- [3] 聂永生. 引入强制振荡的气固流态化研究 [D]. 北京: 中国科学院力学研究所, 1998. 22–35.
- [4] NIE Y S, LIU D Y. Dynamics of Collapsing Fluidized Beds and Its Application in the Simulation of Pulsed Fluidized [J]. Powder Technology, 1998, 99: 132–139.
- [5] JIN G D, NIE Y S, LIU D Y. Numerical Simulation of Pulsed Liquid Fluidization Bed and Its Experimental Validation [J]. Powder Technology, 2001, 119: 153–163.
- [6] Gidaspow D. Modeling of Two-phase Flow [A]. Proceeding of 5<sup>th</sup> International Heat Transfer Conference [C]. Tokyo: JSME-SCEJ, 1974. 163–168.
- [7] Lee W H, Lyczkowski R W. The Basic Character of Five Two-phase Flow Model Equation Sets [J]. Int. J. Numer. Mech. Fluids, 2000, 33: 1075–1098.
- [8] JIANG G S, SHU C W. Efficient Implementation of Weighted ENO Schemes [J]. Journal of Computational Physics, 1996, 126: 202–228.
- [9] 刘大有. 二相流体动力学 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1993. 106–158.
- [10] Glasser B J, Kevrekidis I G, Sindaresan S. Fully Developed Travelling Wave Solution and Bubble Formation in Fluidized Beds [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1997, 334: 157–188.
- [11] Richardson J F, Zaki W N. Sedimentation and Fluidization: Part I [J]. Trans. Instn. Chem. Engrs., 1954, 32: 35–53.
- [12] Slis P L, Willemse T W, Kramers H. The Response of the Level of a Liquid Fluidized Bed to a Sudden Change in the Fluidizing Velocity [J]. Appl. Sci. Res., 1959, A8: 209–218.
- [13] Wallis G B. One-dimensional Two-phase Flow [M]. New York: McGraw-Hill Co., 1969. 122–160.
- [14] Crank J. Free and Moving Boundary Problems [M]. Oxford: Clarendon Press, 1984. 187–216.
- [15] SHU CW, Osher S. Efficient Implementation of Essentially Non-oscillatory Shock Capturing Schemes [J]. Journal of Computational Physics, 1988, 77: 439–471.

## Propagation and Decay of Concentration Wave in the Liquid–Solid Pulsed Fluidized Beds

JIN Guo-dong<sup>1</sup>, LIU Da-you<sup>1</sup>, SHU Chi-wang<sup>2</sup>

(*I. State Key Laboratory of Nonlinear Mechanics, Institute of Mechanics, CAS, Beijing 100080, China;*

*2. Brown University , Providence , RI 02912, USA*)

**Abstract:** The propagation and decay of concentration wave in liquid–solid pulsed fluidized beds is studied by numerical simulation and experimental validation. When the semi-on period and semi-off period are much longer than the particle relaxation time, the difference between the inertia forces of the two phases is small compared with the gravity of the solid phases except a short period in the order of the particle relaxation time after a sudden change of fluidizing velocity, the momentum equations of the two phases in pulsed fluidized beds can be simplified to a local equilibrium model. The simulation difficulty caused by the ill-posedness of the basic two-fluid model can be avoided using the concentration wave equation. The liquid–solid flow pulsation induced by the fluidizing fluid varying in both sinusoidal and step-wise patterns is simulated using the five order WENO scheme for spatial derivative and three order TVD Runge–Kutta method for time derivative. The front-fixing method is used to handle the moving upper boundary. The simulation result of fluidizing velocity varying in step-wise pattern is validated and matches the experimental data well. In the pulsed fluidization, the concentration wave decays due to the interaction between the concentration discontinuity and dilatation waves.

**Key words :** liquid–solid pulsed fluidized bed; concentration wave; numerical simulation; weno scheme