

# 波浪和海底底床的相互作用(2) —底床应力及位移分布

林 緬

(中国科学院力学研究所工程科学部, 北京 100080)

[摘 要] 系统分析了波浪作用下海底底床中的应力及位移分布, 考虑了不同加载波参数、弹性模量、饱和度及底床厚度对底床应力分布的影响, 并计算了不同砂质的土骨架水平位移和垂向位移, 比较了饱和底床和非饱和底床, 这些结果可应用于海洋结构物的设计。

[关键词] 波浪和底床相互作用; 应力分布; 位移分布

[中图分类号] P75

[文献标识码] A

[文章编号] 1004-2903(2002)03-0437-08

在工程界, 由于地震工程对土体的破坏研究发展较早, 许多海洋工程师借鉴地震工程的研究方法来考虑波浪作用下底床的动态响应. 波浪所造成的破坏在许多方面同地震破坏类似, 但有三点不同, 第一, 海洋波的周期比地震波的周期要长, 持续时间也要长得多. 第二, 大风浪对海床的作用比地震要大的多. 第三, 二者的加载点不同, 海浪是在床面上加载, 地震是在床底. 因此在土的应变率、孔隙水压力的消散等方面二者有很大差别. 还有主要的是, 这种地震工程的研究方法无法反映波浪和土体相互作用. 近 20 年来, 关于海洋土动态响应的研究一直是海洋工程界关注的热点. 认识海洋土, 掌握波浪作用下底床应力场的变化, 使海洋工程建筑在保证安全, 降低造价, 使用方便, 布局合理等方面都有科学依据. 基于此种考虑, 本文在文献[1]基础上, 对波浪作用下的海洋土动态响应做系统的分析.

## 1 理论模型

首先考虑加载波的速度势. 假设加载波为小振幅波, 海水为不可压、无旋、无粘流体. 设波面方程可以写为  $\phi = a_0 \exp[i(\tilde{\omega} t - \tilde{k} x)]$ . 式中  $a_0$  为波幅,  $\tilde{\omega}$  为加载波频率;  $\tilde{k} = k_r + i k_i$  为复波数, 实部  $k_r = 2\pi/L$ , 虚部  $k_i$  表示加载波的空间衰减率. 在小振幅波的假设下, 其速度势满足 Laplace 方程和线性自由面边界条件, 可写为

$$\phi = ia_0 g \{ \cosh[\tilde{k}(z-h)] / \tilde{k} + \sinh[\tilde{k}(z-h)] / g \tilde{k} \} e^{i(\tilde{\omega} t - \tilde{k} x)}. \quad (1)$$

这里  $h$  为水深,  $g$  为重力加速度. 下面考虑海洋土和孔隙水运动的动力学方程. 设底床是均匀多孔弹性介质, 土骨架和孔隙水都是可压缩的. 假设孔隙水的流动满足 Darcy 定律, 土骨架和孔隙水所满足的动力学方程为

$$\begin{cases} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (u + f w) = \tilde{\mu} \nabla^2 u + (\tilde{H} - \tilde{\mu}) \nabla e - \tilde{C} \nabla \cdot, \\ \frac{\partial^2}{\partial t^2} (f u + m w) + \frac{f}{k_s} \frac{\partial w}{\partial t} = - \nabla p. \end{cases} \quad (2)$$

[收稿日期] 2002-01-20; [修回日期] 2002-03-10.

[基金来源] 国家自然科学基金项目(19602021)资助.

[作者简介] 林緬, 女, 1960 年生, 江苏人, 博士, 现为中国科学院力学研究所副研究员.

(Email: linmian@mail.imech.ac.cn)

式中  $\mu_f$  为孔隙水的粘度,  $k_s$  为渗透系数,  $m = \frac{\rho_s}{\rho_f}(1 - \alpha)$ , 为附加质量系数,  $\alpha = \frac{\rho_f}{\rho_s}(1 - \alpha)$  +  $\alpha_f$ ,  $\rho_s, \rho_f$  分别为土颗粒密度和孔隙水密度. 假设在床面上垂向有效应力为零, 压力连续, 质量守恒. 另外, 水土交界面上的剪应力, 使交界面上形成一边界面, 其厚度与土颗粒的粒径相近, 然而 Sawaragi<sup>[2]</sup>证明了在交界面上的剪应力和其他应力相比非常小, 甚至在强非线性波情况下也是如此. 因此我们取床面上切向应力为零. 床底设为不可渗透的刚性边界. 经过复杂的推导得到了有限深海床和加载波相互作用后海床内部孔隙水压力  $u$ 、应力  $w$ 、土骨架和孔隙水位移关系式<sup>[3-4]</sup>:

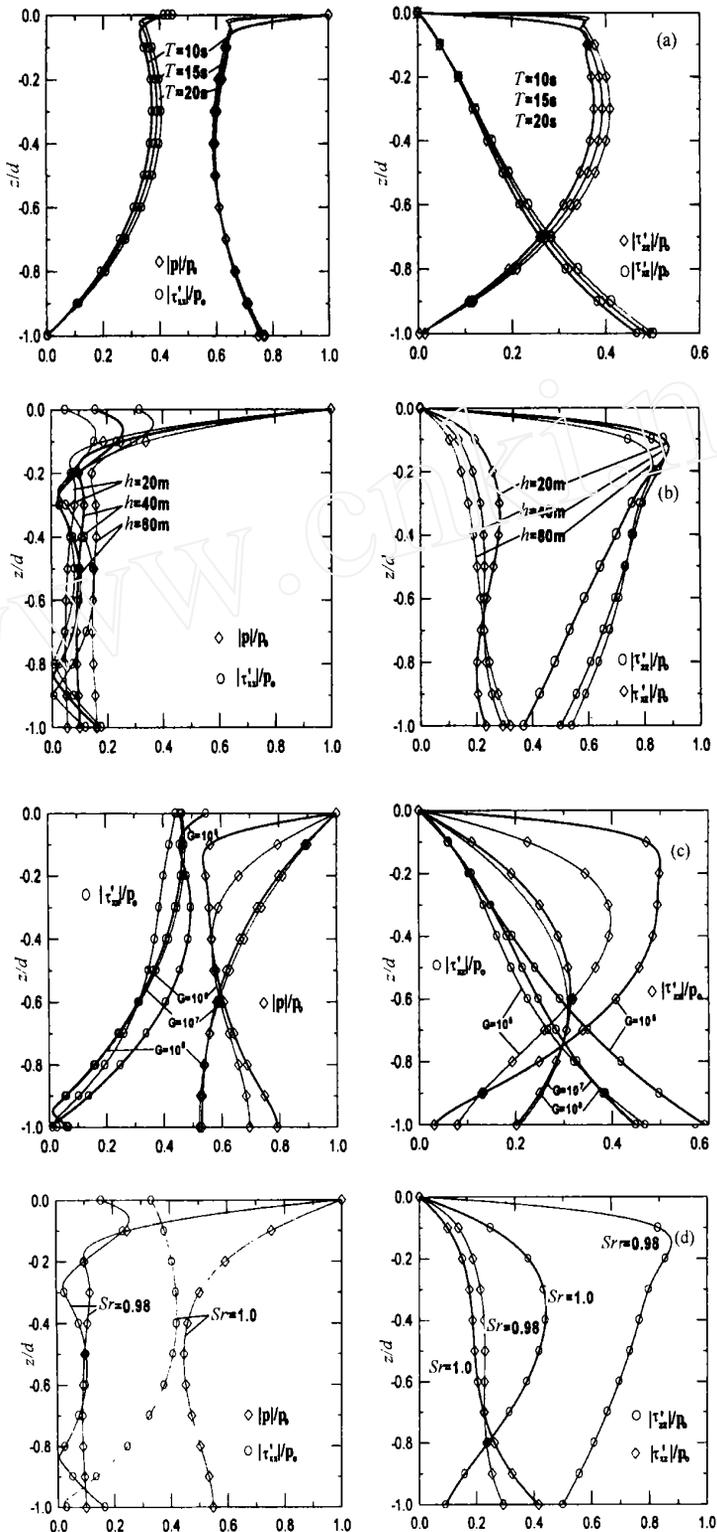
$$\begin{cases} u_x = \{ (\tilde{a}_{1f} e^{-\tilde{z}} - \tilde{a}_{2f} e^{-\tilde{z}} - \tilde{a}_{1s} e^{-\tilde{z}} - \tilde{a}_{2s} e^{-\tilde{z}}) i \tilde{k} \\ + (-\tilde{a}_{1T} e^{-\tilde{z}} + \tilde{a}_{2T} e^{-\tilde{z}}) \tilde{T} \} e^{i(\tilde{t} - \tilde{k}x)}, \\ u_z = \{ (\tilde{a}_{1f} e^{-\tilde{z}} - \tilde{a}_{2f} e^{-\tilde{z}}) \tilde{f} + (\tilde{a}_{1s} e^{-\tilde{z}} - \tilde{a}_{2s} e^{-\tilde{z}}) \tilde{s} \\ + (-\tilde{a}_{1T} e^{-\tilde{z}} - \tilde{a}_{2T} e^{-\tilde{z}}) i \tilde{k} \} e^{i(\tilde{t} - \tilde{k}x)}. \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} w_s = \{ (-\tilde{a}_{1f} e^{-\tilde{z}} - \tilde{a}_{2f} e^{-\tilde{z}}) \tilde{c}_f i \tilde{k} + \tilde{a}_{1s} e^{-\tilde{z}} - \tilde{a}_{2s} e^{-\tilde{z}} \} \tilde{c}_s i \tilde{k} + \\ (-\tilde{a}_{1T} e^{-\tilde{z}} + \tilde{a}_{2T} e^{-\tilde{z}}) \tilde{c}_T \tilde{T} \} e^{i(\tilde{t} - \tilde{k}x)}, \\ w_z = \{ (\tilde{a}_{1f} e^{-\tilde{z}} - \tilde{a}_{2f} e^{-\tilde{z}}) \tilde{c}_f \tilde{f} + \tilde{a}_{1s} e^{-\tilde{z}} - \tilde{a}_{2s} e^{-\tilde{z}} \} \tilde{c}_s \tilde{s} + \\ (-\tilde{a}_{1T} e^{-\tilde{z}} - \tilde{a}_{2T} e^{-\tilde{z}}) \tilde{c}_T i \tilde{k} \} e^{i(\tilde{t} - \tilde{k}x)}. \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \{ (-\tilde{a}_{1f} e^{-\tilde{z}} - \tilde{a}_{2f} e^{-\tilde{z}}) [(\tilde{H} + \tilde{c}_f \tilde{C}) \tilde{k}_f^2 + 2\tilde{\mu} \tilde{f}^2] + (-\tilde{a}_{1s} e^{-\tilde{z}} - \tilde{a}_{2s} e^{-\tilde{z}}) \\ [(\tilde{H} + \tilde{c}_s \tilde{C}) \tilde{k}_s^2 + 2\tilde{\mu} \tilde{s}^2] + (\tilde{a}_{1T} e^{-\tilde{z}} - \tilde{a}_{2T} e^{-\tilde{z}}) 2i \tilde{\mu} \tilde{k} \tilde{T} \} e^{i(\tilde{t} - \tilde{k}x)}, \\ \sigma_{zz} = \{ (-\tilde{a}_{1f} e^{-\tilde{z}} - \tilde{a}_{2f} e^{-\tilde{z}}) [(\tilde{H} + \tilde{c}_f \tilde{C}) \tilde{k}_f^2 - 2\tilde{\mu} \tilde{k}^2] + (-\tilde{a}_{1s} e^{-\tilde{z}} - \tilde{a}_{2s} e^{-\tilde{z}}) \\ [(\tilde{H} + \tilde{c}_s \tilde{C}) \tilde{k}_s^2 - 2\tilde{\mu} \tilde{s}^2] + (\tilde{a}_{1T} e^{-\tilde{z}} + \tilde{a}_{2T} e^{-\tilde{z}}) 2i \tilde{\mu} \tilde{k} \tilde{T} \} e^{i(\tilde{t} - \tilde{k}x)}, \\ \sigma_{xz} = \{ (-\tilde{a}_{1f} e^{-\tilde{z}} + \tilde{a}_{2f} e^{-\tilde{z}}) 2i \tilde{\mu} \tilde{k} \tilde{s} + \\ \tilde{a}_{1T} e^{-\tilde{z}} - \tilde{a}_{2T} e^{-\tilde{z}} \} (2\tilde{k}^2 - \tilde{k}_T^2) \tilde{\mu} \} e^{i(\tilde{t} - \tilde{k}x)}. \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} p = & \{ (\tilde{a}_{1f} e^{-\tilde{z}} + \tilde{a}_{2f} e^{-\tilde{z}}) [ \tilde{C} + \tilde{c}_f \tilde{M} ] \tilde{k}_f^2 + \\ & (\tilde{a}_{1s} e^{-\tilde{z}} + \tilde{a}_{2s} e^{-\tilde{z}}) [ \tilde{C} + \tilde{c}_s \tilde{M} ] \tilde{k}_s^2 \} e^{i(\tilde{t} - \tilde{k}x)}. \end{aligned} \quad (6)$$

### 2 应力分布



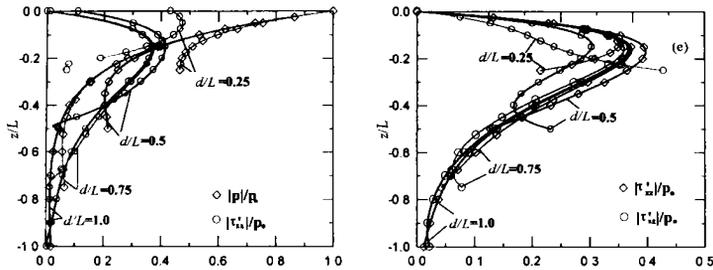


图 1 不同参数下土床中应力沿深度变化曲线

(a) 不同周期, (b) 不同水深, (c) 不同剪切模量, (d) 不同饱和度, (e) 不同土床厚度

Fig. 1 Variation of stress with depth in a sea bed for various parameters.

a) Variation in period, b) Variation in water depth, c) Stresses module, d) Variation in the degree of saturation, e) Variation in seabed thickness

各种参数变化对土床应力场产生的影响,本文主要研究对象是粉土土床,计算参数取值范围列于表 1.

图 1 为不同参数下土床中应力的变化情况,当加载波周期变化时(图 1a),土床中应力变化并不十分明显.当水深变化时(图 1b),底床应力变化比较明显.但底床土参数的变化对底床应力场影响较大.由图 1c 可以得知,剪切模量的大小对孔隙水压力分布起决定性作用.当  $z/d < 0.6$  时,同一深度下孔隙水压力随剪切模量的减少而减少,当  $z/d > 0.6$  时,情况则相反.从图 1c 的垂向有效应力  $|r'_{zz}|/p_0$  曲线上可知,随着剪切模量的减少有效应力增加,这意味着土体发生液化的可能性减少.不同饱和度下应力场沿深度分布(图 1d).当饱和度为 1.0 时,底床的应力分布是单调变化.当饱和度为 0.98 时,孔压的变化主要集中于床面附近,随着深度的增加,孔压基本上不再变.而水平方向的有效正应力  $r'_{xx}$  分布是非单调的,分别在  $z/d = 0.3$  和 0.83 两处接近于 0,这意味着非饱和和细砂底床具有其特殊性.图 1e 给出了底床厚度不同时应力分布.设底床相对厚度  $d/L$  从 0.25 到 1.0,当底床厚度减少时,孔隙水压力和水平有效正应力增加,而从垂向有效正应力和有效剪应力曲线可见,底床厚度的变化对有效正应力的影响不明显,对有效剪应力的影响大.也就是说底床厚度的变化对土床液化的影响很弱,对底床剪切破坏的影响强.关于土床稳定性问题笔者曾在文献<sup>[1,5,6]</sup>进行过系统的讨论.

还应注意孔隙水压力的相位.在波浪加载下土床中有两种孔隙水压力,一种是由于土体和水的自重而产生的静态孔压,另一种是由于循环加载引起的动态孔压.不同饱和度下粗砂底床和细砂底床的孔隙水压力沿深度分布见图 2.当饱和度为 1.0 时,两种土质底床位相基本上为  $0^\circ$ ,不随深度变化,当饱和度为 0.98 时,粗砂情况下,底床深度处孔压相位滞后于床面附近孔压;而细砂情况下,孔压相位的变化主要集中于床面附近,当  $z/d > 0.35$  之后,孔隙水压力和床面压力同相位.由此可知,在非饱和和底床孔隙水压力的大小及相位都随着深度而变.

表 1 计算参数( Table 1 Parameters)

周期 $T(s)$	水深 $h(m)$	弹性模量 $G(N/m^2)$	饱和度 $S_r$	底床厚度 $d/L$
10, 15, 20	20, 40, 80	$10^5, 10^6, 10^7, 10^8$	0.98, 1.0	0.25, 0.5, 0.75, 1.0

### 3 土骨架位移

海洋土的位移对杆件、管线等结构物的稳定性至关重要,尤其是海洋土的水平位移.海洋结构物设计者在考虑桩基的挠度和弯曲应力计算时就提出必须注意桩的横向受载.为此我们分别计算了海洋土土骨架的水平位移和垂向位移.

首先考虑床面附近  $z = -0.01$  处土骨架位移.图 3 是饱和度  $S_r$  为 1.0 的三种土质底床的土骨架水平位移和垂向位移沿波传播方向分布,可以看出三种土质土骨架位移非常接近,水平位移比加载波滞后  $135^\circ$ ,垂向位移滞后  $90^\circ$ .在非饱

和情形下(图 4),  $S_r = 0.98$ ,三种土质底床的垂向位移基本类似,而水平位移情况则复杂得多,无论是幅值还是位相都各不相同.对砂土底床,非饱和和底床基本上和饱和底床没有差别,水平位移相位不随土床深度变化(图 5);对粉土床,其幅值比饱和情形小,位相相差将近  $225^\circ$ ,随着土床深度的变化,各层土床的水平位移相位也在变(图 6).

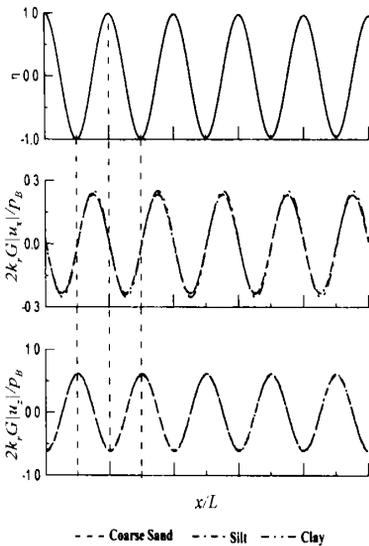


图 3 土骨架水平位移和垂向位移分布 ( $S_r = 1.0$ )

Fig. 3 The distribution of soil skeleton displacement in horizontal and vertical direction ( $S_r = 1.0$ )

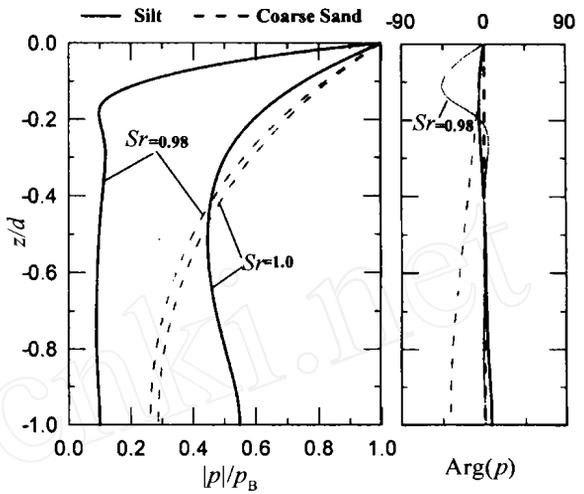


图 2 孔隙水压力及其相位沿深度分布  
Fig. 2 Variation of pore pressure and its phase with depth

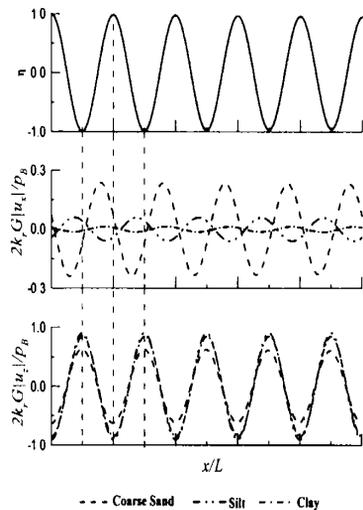


图 4 土骨架水平位移和垂向位移分布 ( $S_r = 0.98$ )

Fig. 4 The distribution of soil skeleton displacement in horizontal and vertical direction ( $S_r = 0.98$ )

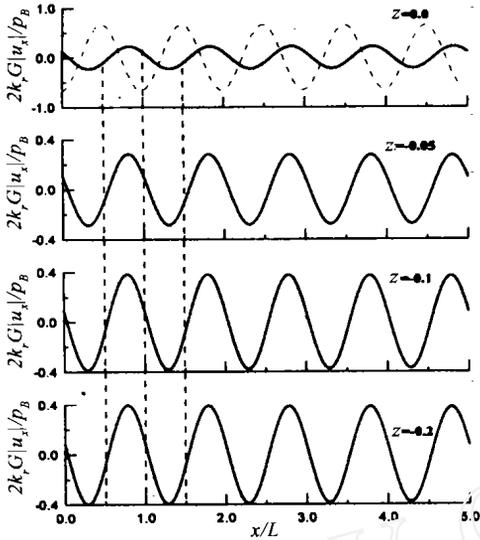


图 5 不同深度处非饱和砂土床水平位移沿  $x$  方向分布

Fig. 5 The distribution of horizontal direction with depth for non-saturated sand seabed

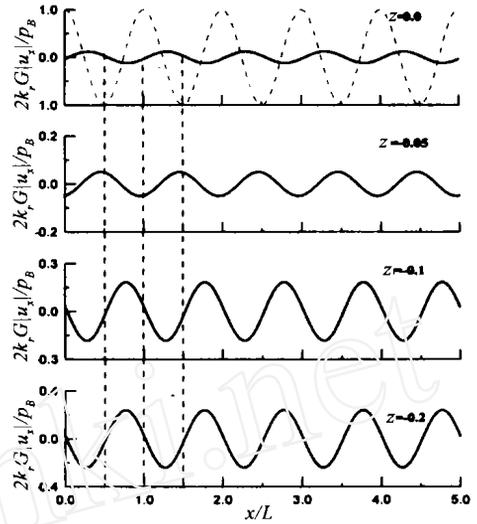


图 6 不同深度处非饱和粉土床水平位移沿  $x$  方向分布

Fig. 6 The distribution of horizontal direction with depth for non-saturated silt seabed

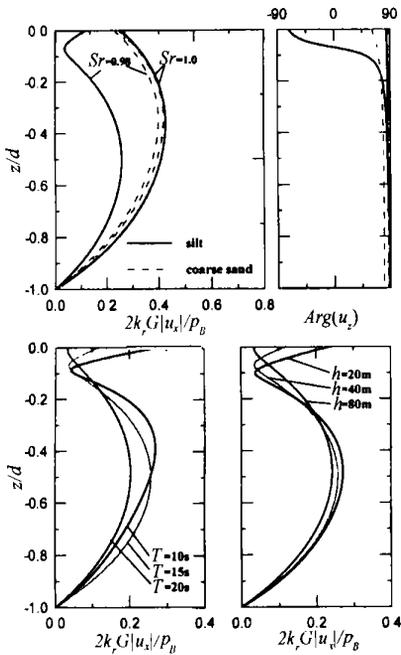


图 7 土骨架水平位移沿深度分布

Fig. 7 The distribution of soil skeleton horizontal displacement with depth

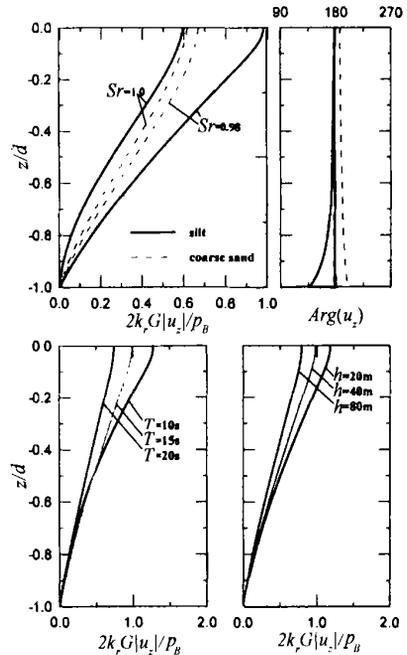


图 8 土骨架垂向位移沿深度分布

Fig. 8 The distribution of soil skeleton vertical displacement with depth

为更好地了解土骨架水平位移随深度变化情况,给出了饱和度  $S_r$  为 1.0, 0.98, 加载波周期  $T$  为 10 s, 15 s, 20 s, 水深  $h$  为 20 m, 40 m, 80 m 几种情况下水平位移沿深度分布(图 7)。很明显, 饱和度  $S_r = 0.98$ , 当  $z/d$  从 0.13 变化 0.17 时, 水平位移相位相差 90°。这种位相的突变与加载波周期和水深相关, 当加载波周期  $T < 20$  s (此时水深  $h = 40$  m) 或水深  $h < 80$  m (此时波周期  $T = 15$  s), 粉土土床中都会呈现相位突变, 随着加载波周期的增加,  $T > 20$  s 或者水深深度的增大,  $h > 80$  m, 位相突变消失。土骨架的垂向位移没有相位突变(图 8)。

实际观测中发现海洋土运动并非在所有区域都是均匀的。从直观上理解, 海洋土的位移是水深越浅, 波浪所引起的底床运动越激烈, 然而事实并非如此。如图 9 所示, 当波浪由深水向浅水传播时, 海洋土位移不是线性的, 水深从 85 m 到 30 m, 海洋土位移逐渐增加, 在水深为 30 m (加载波周期 15 s) 左右, 海洋土位移达到最大, 随后又随着水深的减少而减少, 而且这个最大值出现的位置是随着加载波周期变化的。这一结果表明, 在深水情况下, 波浪的大小起着决定性作用; 在浅水情况下, 随着波浪衰减逐渐增加, 土床位移开始减少。值得注意的是, 在浅水情况下, 土床中的水平位移反向问题显得更为突出, 因此在给结构物选址时不能忽视这一点。

#### 4 几点结论

4.1 孔隙水压力及应力分布: 加载条件的变化(如加载波周期、水深), 对底床应力场的影响比较小。对细砂底床来说, 剪切模量和饱和度的变化对底床中的应力场有较强的影响, 不同参数下受影响的不仅是应力场的大小, 最主要的是其分布变化。非饱和细砂底床的孔隙水压力在床面附近有相位差, 非饱和粗砂底床的相位差则出现在底床深部。

4.2 土骨架位移: 在饱和土床中, 无论是水平位移还是垂向位移, 不同土质底床的位移基本一致; 在非饱和底床中, 不同土质底床的土骨架水平位移各异。在床面附近, 粉土土床的水平位移有 180° 的相位差, 砂土土床水平位移的相位差有 200° 左右。相位差存在与否和加载波参数直接相关, 当周期或水深到一定量值时, 相位突变消失。同时海洋土的位移并不是随水深单调变化的, 在某一水深土床位移达到极大。

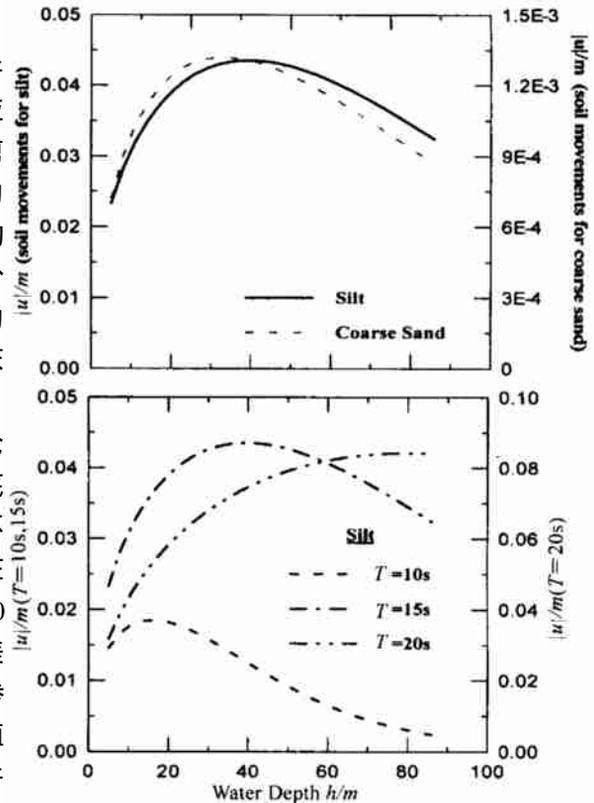


图 9 海洋土位移随水深变化

Fig. 9 Variation of displacement with depth

## 参 考 文 献

- [1] 林 緬. 波浪和海底底床的相互作用(1) - 不同模型下的波浪衰减分析[J]. 地球物理学进展, 2001, 16(4): 58 ~ 65
- [2] Sawaragi T, Deguchi I. Wave on permeable layers. Proc 23rd Int. Conf. Coastal Eng. ASCE, 1992, 1531 ~ 1544
- [3] 林 緬. 波浪作用下粉土特性分析[J]. 中国科学(E), 2001, 31(1): 86 ~ 96
- [4] Li J C, Lin M. On the interaction of water waves and seabed by porous medium model [J]. ACTA. Mechanics Sinica, 1995, 11(2): 17 ~ 27
- [5] 林 緬, 李家春. 波浪、海洋土参数对底床稳定性影响[J]. 应用力学与数学, 2001, 22(8): 904 ~ 916
- [6] Foda M A. Resonant fluidization of silty soil by water waves [J]. J Geophys Res, 1994, 99(10): 20 264 ~ 20 475

## Interaction of Water Waves and Seabed (2) —the Distribution of Stresses and Displacements

LIN Mian

(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

**[ Abstract ]** On analysis of the distribution of seabed stresses and soil skeleton displacements due to water waves, the effects of parameters of waves, elastic module, degree of saturation and seabed thickness on the distribution have been considered. Then the horizontal displacement, the vertical displacement of the soil skeletal frame have been calculated for saturated and non-saturated seabed. These results are worth for the design of ocean structure.

**[ Keywords ]** Interaction of water waves and seabed; Distribution of stresses; Distribution of displacement