

Visuaalis-spatiaalisten työmuistivalmiuksien yhteys
(esi)matemaattisiin taitoihin ja merkitys osana
matemaattisilta taidoiltaan heikkojen lasten
ja nuorten kognitiivista profiilia

Minna Kyttälä

Visuaalis-spatiaalisten työmuistivalmiuksien
yhteys (esi)matemaattisiin taitoihin ja merkitys osana
matemaattisilta taidoiltaan heikkojen lasten ja nuorten
kognitiivista profiilia

*Esitetään Helsingin yliopiston käyttäytymistieteellisen
tiedekunnan suostumuksella julkisesti tarkastettavaksi
Päärakennuksen auditoriumissa XII, Unioninkatu 34,
perjantaina 24. lokakuuta 2008 klo 12.*

*Esitarkastajat: Professori
emeritus Jorma Kuusinen
Jyväskylän yliopisto*

*Professori
Erno Lehtinen
Turun yliopisto*

*Kustos: Professori
Jarkko Hautamäki
Helsingin yliopisto*

*Vastaväittäjä: Professori
Marja Vauras
Turun yliopisto*

ISBN 978-952-10-4952-1 (nid)
ISBN 978-952-10-4953-8 (pdf)
ISSN 1795-2158
Yliopistopaino
2008

Minna Kytälä

The relationship between visuospatial working memory resources and mathematical skills in (pre-) school age and the role of visuospatial working memory as a part of the cognitive profile of children and adolescents with mathematical difficulties

Abstract

The purpose of the research project was to investigate whether visuospatial working memory resources are related to mathematical skills. The theoretical framework was based on the three-component model of Alan Baddeley (1986, 1997) supplied with modality specific central executive functions (e.g. Shah & Miyake, 1996; Jarvis & Gathercole, 2003) and both passive storage and active processing functions according to the conceptualisation of Cornoldi and Vecchi (2003).

The association between visuospatial working memory and mathematical performance was investigated by five empirical studies. Two of them aimed at investigating the relationship between early numeracy and visuospatial working memory skills and three of them examined the association between mathematical skills and visuospatial working memory resources in ninth-grade pupils. The first study (I) investigated the relationship between visuospatial working memory and early numeracy in preschool aged children. Study II examined the cognitive (working memory) profile of the preschool aged children with difficulties in mathematics (MD). The third study (III) investigated the relationship between both visuospatial and verbal working memory skills and mathematical performance. Study IV examined the association between passive and active visuospatial working memory resources, fluid intelligence and mathematical skills. The fifth study (V) investigated the visuospatial working memory profile of the ninth-grade pupils with difficulties in mathematics (MD).

The results of the empirical studies showed that performance in visuospatial working memory tasks is related to mathematical skills in both preschool aged children and school aged adolescents. Both preschool-aged children and upper-grade adolescents with mathematical difficulties had poor visuospatial working memory resources compared to their age-matched peers with normal performance in mathematics. The visuospatial working memory profile of the MD children and adolescents was related to language skills. The results are discussed by a general (visuospatial) WM deficit of the MD children and adolescents with poor language or reading skills and a specific visuospatial WM deficit of the MD children with normal language or reading skills.

Keywords: Working memory, visuospatial working memory, mathematical skills, number sense, mathematical learning difficulties

Minna Kyttälä

Visuaalis-spatiaalisten työmuistivalmiuksien yhteys (esi)matemaattisiin taitoihin ja merkitys osana matemaattisilta taidoiltaan heikkojen yksilöiden kognitiivista profilia

Tiivistelmä

Tutkimusprojektin tavoitteena oli selvittää, ovatko visuaalis-spatiaaliset työmuistivalmiudet yhteydessä matematiikan hallintaan. Teoreettinen viitekehys rakentui Baddeleyn (1986, 1997) kolmikomponenttimallin ympärille. Työmuistikäsitys oli kuitenkin esikuvaansa laajempi perustuen empiirisiin havaintoihin mm. mahdollisesta keskusyksikön modaaliteettispesifisyydestä (mm. Shah & Miyake, 1996; Jarvis & Gathercole, 2003) ja sisällyttäen visuaalis-spatiaaliseen työmuistiin Cornoldin ja Vecchin (2003) termein sekä passiiviset varastotoiminnot että aktiiviset prosessointitoiminnot.

Työmuistin ja matemaattisten taitojen välistä yhteyttä tarkasteltiin viiden eri osatutkimuksen avulla. Kaksi ensimmäistä keskittyivät alle kouluikäisten lukukäsitteen hallintaan ja visuaalis-spatiaalisten työmuistivalmiuksien tutkimiseen ja kolme jälkimmäistä peruskoulun yhdeksäsluokkalaisten matemaattisten taitojen ja visuaalis-spatiaalisten työmuistitaitojen välisten yhteyksien selvittämiseen. Ensimmäisessä osatutkimuksessa (I) tarkasteltiin sekä visuaalis-spatiaalisten varastotoimintojen että aktiivisen visuaalis-spatiaalisen prosessoinnin yhteyttä alle kouluikäisten lasten lukukäsitteen hallintaan. Toisessa osatutkimuksessa (II) tarkasteltiin alle kouluikäisten lukukäsitteen heikosti hallitsevien lasten (ns. riskilapset) kognitiivista profilia erityisesti työmuistin osalta. Kolmannessa osatutkimuksessa (III) tutkittiin sekä visuaalis-spatiaalisten että verbaalisten työmuistin varasto- ja prosessointitoimintojen yhteyttä peruskoulun yhdeksäsluokkalaisten matematiikassa suoriutumiseen. Neljännessä osatutkimuksessa (IV) tarkasteltiin visuaalis-spatiaalisten varastotoimintojen ja prosessoinnin sekä joustavan älykkyyden yhteyttä matematiikassa suoriutumiseen. Viimeisessä osatutkimuksessa (V) tutkittiin, eroavatko peruslaskutaidoiltaan heikot yhdeksäsluokkalaiset oppilaat (ns. riskioppilaat) peruslaskutaidoiltaan normaaleista oppilaista visuaalis-spatiaalisen työmuistiprofilin suhteen.

Tutkimustulokset osoittivat, että suoriutuminen visuaalis-spatiaalisissa työmuistia mittaavissa tehtävissä on yhteydessä sekä alle kouluikäisten esimatemaattisten taitojen hallintaan että peruskoulun yhdeksäsluokkalaisten matematiikan taitoihin eikä yhteyttä voida selittää yksinomaan joustavalla älykkyydellä. Sekä alle kouluikäiset että yläkouluikäiset matemaattisesti heikot lapset ja nuoret olivat visuaalis-spatiaalisilta työmuistivalmiuksiltaan heikompia kuin matemaattisilta taidoiltaan normaalitasoiset ikätoverinsa. Matemaattisilta taidoiltaan heikkojen yksilöiden visuaalis-spatiaalinen työmuistiprofilini oli yhteydessä kielellisiin taitoihin viitaten vaikeuksien tietynlaiseen kasautumiseen; niillä matemaattisesti heikoilla, joilla on kielellisiä vaikeuksia, on myös laajemmat työmuistitheikkoudet.

Avainsanat: Työmuisti, visuaalis-spatiaalinen työmuisti, matemaattiset taidot, lukukäsite, matematiikan oppimisvaikeudet

Sisällys

Kiitokset.....	ix
Esipuhe.....	xi
1 Visuaalis-spatiaalinen työmuisti osana matemaattisten taitojen kognitiivista perustaa.....	1
Lähtökohtana Baddeleyn työmuistimalli.....	2
Visuaalis-spatiaalinen työmuisti – aktiivinen tiedonkäsittelijä	5
Visuaalinen mielikuva – lyhytkestoinen muistiedustus	7
Työmuisti ja älykkyys.....	9
Työmuisti matemaattisen suoriutumisen taustalla	12
Visuaalis-spatiaalinen työmuisti ja matematiikka.....	14
Näkökulma matemaattisiin taitoihin.....	16
Matemaattisten oppimisen vaikeuksien määrittelyn ongelmat	19
Tutkimussarjan yleiset ja erityiset tavoitteet	20
2 Menetelmät.....	25
Osallistujat ja aineistonkeruu.....	25
Mittarit.....	26
3 Keskeiset tulokset.....	33
Osatutkimukset I ja II, alle kouluikäiset lapset.....	33
Osatutkimukset III, IV ja V, yläkouluikäiset nuoret	37
4 Diskussio	49
Visuaalis-spatiaalinen työmuisti ja lukukäsitteen hallinta.....	50
Visuaalis-spatiaaliset työmuistivalmiudet ja koulumatematiikka.....	53
Matematiikan opetuksen ja erityisopetuksen visuaalis-spatiaaliset haasteet	58

(Eri)pedagogiset mahdollisuudet	59
Tutkimuksen rajoitukset ja tulevaisuuden haasteet	62
Lähteet.....	65
Alkuperäiset tutkimukset	77

Väitöskirja perustuu seuraaviin osatutkimuksiin

- I Kyttälä, M., Aunio, P., Lehto, J. E., van Luit, J., & Hautamäki, J. (2003). Visuospatial working memory and early numeracy. *Educational and Child Psychology*, 20, 65–76.
- II Kyttälä, M., Aunio, P., & Hautamäki, J. (2008). Working memory resources in young children with mathematical difficulties. Käsikirjoitus arvioitavana.
- III Reuhkala, M. (2001). Mathematical skills in ninth-graders: Relationship with visuo-spatial abilities and working memory. *Educational Psychology*, 21, 387–399.
- IV Kyttälä, M., & Lehto, J. E. (2008). Some factors underlying mathematical performance: The role of visuospatial working memory and non-verbal intelligence. *European Journal of Psychology of Education*, 23, 77–94.
- V Kyttälä, M. (2008). Visuospatial working memory in adolescents with poor performance in mathematics: Variation depending on reading skills. *Educational Psychology*, 28, 273–289.

Kiitokset

Monet henkilöt ovat myötävaikuttaneet väitöskirjani syntyyn. Kiitän väitöskirjani ohjaajaa, dosentti Juhani Lehtoa tuesta ja korvaamattoman tärkeistä neuvoista. Hän on alusta asti kannustanut ja opastanut minua pitkäjänteiseen, itsenäiseen tutkimustyöhön ja korostanut tutkimustulosten kansainvälisen julkaisemisen tärkeyttä. Kiitän myös väitöskirjani toista ohjaajaa ja jatko-opintojeni valvojaa, professori Jarkko Hautamäkeä monista asiantuntevista kommentteista, kannustavasta asenteesta sekä hyvien työskentelyolosuhteiden mahdollistamisesta.

Tutkijakollega, KT Pirjo Auniota haluan kiittää työpanoksesta yhteisissä tutkimushankkeissa sekä lukuisista syväluotaavista tieteellisistä ja ei-niintieteellisistä kahdenvälisistä keskusteluista mm. aiheesta 'miksi tehdä väitöskirja'. Kiitän myös lämpimästi kaikkia mukanaolleita lukuisia kouluja ja päiväkoteja, jotka ovat mahdollistaneet väitöskirja-aineiston kokoamisen. Suuret kiitokset ansaitsevat myös tutkimusavustajat Tiina Kyttälä (osatutkimus I), Saara Huhtanen (osatutkimus II) ja Jonna Arola (osatutkimus IV) avusta aineiston keräämisessä ja koodaamisessa.

Kiitän esitarkastajia, emeritus professori Jorma Kuusista ja professori Erno Lehtistä, asiantuntevista kommentteista ja parannusehdotuksista koskien väitöskirjani yhteenvetoa.

Helsingin yliopiston erityispedagogiikan yksikkö on vuosien varrella tarjonnut miellyttävän työympäristön. Kiitän lämpimästi kaikkia työtovereitani tuesta väitöskirjaprosessin eri vaiheissa. Kollegani, KT Hanna-Maija Sinkkonen on myötäeläväisenä ihmisenä tarjonnut tukevan olkapään (ja suklaata) erityisesti väitöskirjaprosessin loppuvaiheessa ja valanut uskoa siihen, että loppu todella hämmöittää: kiitos! Toimistos sihteeri Marja-Liisa Kieksi on pelastanut paperini kopiokoneen syövereistä lukuisia kertoja puhumattakaan muista (lukemattomista) korvaamattomista käytännön neuvoista. Haluan erityisesti kiittää myös tutkijakollega, KT Piia Vilenius-Tuohimaata yhteisistä, tutkimuksen ja verbaaliakrobatiantäyteisistä vuosista sekä hulvattomista pseudotieteellisistä keskusteluista, hervottomista hepuleista ja muista takapenkin jupinoista.

Ystävät 'ei-niintieteellisessä todellisuudessa' ovat perheen ohella olleet tärkeä ja piristävä voimavara! Lämmin erityiskiitos KM Marjaana Järvensivulle vuosien ystävytydestä ja vankasta kannustuksesta väitöskirjaprosessin eri vaiheissa.

Vanhempiani Marja-Terttu ja Pertti Kyttälää haluan kiittää koulutusmyönteisistä kasvunvuosista, joita ilman tämä väitöskirjaprosessikaan tuskin olisi alkanut. Siskoni Tiina on paitsi osaltaan konkreettisesti auttanut aineiston ke-

räämisessä myös ollut tarvittaessa valmis käymään erinäisiä maailmaa parantavia keskusteluja.

Lopuksi haluan kiittää rakasta aviomiestäni Harria, joka on paitsi käytännön (lastenhoito) myös henkisellä tasolla (rakkaus, välittäminen, arvostus) mahdollistanut tämän väitöskirjani valmistumisen. Rakkaat lapseni Saimi (5v), Väinö (4v) ja Selma (kohta 2 v) ovat syntyneet keskelle väitöskirjaprosessia. Olemalla 'omia itsejään', lapsia iloineen ja suruineen, he ovat paitsi pitäneet äidin jalat tukevasti maassa ja pään pilvissä myös alati muistuttaneet siitä, mikä loppujen lopuksi elämässä on tärkeää.

Tammisaaren Österbyssä 31. elokuuta 2008
Minna Kyttälä

Esipuhe

Ensimmäisen osatutkimuksen käynnistyessä, kutakuinkin vuosituhannen vaihteessa, yleinen tietämys työmuistikentällä visuaalis-spatiaalisen työmuistin (visuospatial working memory) ja matemaattisten taitojen välisistä yhteyksistä oli vielä hyvin suppea. Visuaalis-spatiaalisten taitojen yhteys matematiikan taitoihin oli osoitettu monilla muilla tutkimusalueilla (esim. neuropsykologia), mutta syystä tai toisesta työmuistitutkimuksen puolella visuaalis-spatiaalinen orja- tai apujärjestelmä (slave system) oli jäänyt vähemmälle huomiolle. Sittemmin, 2000-luvun aikana, tutkimusten määrä on noussut voimakkaasti, mikä on paitsi vahvistanut väitöskirjani osatutkimusten tuloksia ja siten innoittanut viimeisimpien osatutkimusten suunnittelua (osatutkimukset II ja IV), myös osoittanut sen, että tie ja valittu päämäärä ovat olleet oikeat, tai eivät ainakaan täysin väärät. Tässä vaiheessa tosin, luonnollisesti, päällimmäiseksi nousee tunne siitä, että nyt vasta tiedän, miten koko tutkimus olisi kannattanut tehdä.

Väitöskirjatutkimukseni päämääränä oli osaltaan täydentää visuaalis-spatiaalisen työmuistin tutkimuskentällä vallitsevaa aukkoa koskien visuaalis-spatiaalisen työmuistin merkitystä oppimisessa ja erityisesti matematiikassa suoriutumisen. Tavoite oli kaksitahoinen: pyrin toisaalta kehittämään työmuistitietämystä, toisaalta taas käyttämään kognitiivisen psykologian työmuistikäsitystä matematiikan oppimis- ja osaamisprosessin taustalla olevien visuaalis-spatiaalisten tekijöiden hahmottamisen välineenä paikaten samalla olemassaolevaa (visuaalis-spatiaalisen) työmuistin mentävää aukkoa matematiikan oppimista ja oppimisvaikeuksia koskevassa tutkimuksessa.

Tutkimus kuuluu vahvasti paitsi erityispedagogiikan, myös psykologian ja nimenomaan kognitiivisen psykologian alaan. Kognitiivinen psykologia näkee ihmisen tietoa vastaanottavana, varastoivana ja käsittelevänä järjestelmänä (Leino & Leino 1995, 49; Saarinen, Ruoppila & Korkiakangas 1991, 72). Muisti on yksi kognitiivisista perusprosesseista. Toisaalta muisti ja muistaminen liittyvät olennaisesti oppimiseen (Saarinen ym. 1991, 72, 75), joten aiheella on myös kasvatustieteellinen ja erityispedagoginen ulottuvuus. Tutkimuksellani ei ole kuitenkaan yksinomaan muistitutkimusta kasvatustieteeseen ja erityiskasvatustieteeseen välittävä tehtävä vaan sen tehtävänä on myös kehittää kognitiivista psykologiaa ja nimenomaan työmuistitutkimusta. Toisaalta tutkimus tuottaa myös tuloksia, joilla on sovellusarvoa myös kasvatustieteessä ja erityispedagogiikassa.

Tutkimuksen voi katsoa hyödyttävän erityispedagogiikkaa ainakin kahdella tavalla: se täydentää tietoa matematiikassa suoriutumisen ja matematiikan oppimisvaikeuksien taustalla olevista kognitiivisista heikkouksista täsmentäen kuvaa visuaalis-spatiaalisten vaikeuksien ja työmuistiheikkouksien luonteesta

(teoreettinen ulottuvuus). Tuloksia voidaan hyödyntää kehitettäessä matematiikan opetus- tai kuntoutusmenetelmiä (käytännöllinen ulottuvuus). Matemaattisen suoriutumisen ja matemaattisten oppimisvaikeuksien taustalla olevien *mahdollisten* kognitiivisten heikkouksien monipuolinen kartoittaminen on tärkeää jo senkin vuoksi, että esimerkiksi käytännön oppilaan arviointitilanteissa pystytään hahmottamaan erilaisten kognitiivisten heikkouksien *teoreettiset* mahdollisuudet, joilla saattaa olla merkitystä (tuki)opetusmenetelmiä valittaessa. Matematiikan oppimisvaikeuksista kärsivät yksilöthän ovat hyvin erilaisia kognitiiviselta profiililtaan riippuen mm. matematiikan oppimisvaikeuden luokittelukriteereistä (Murphy, Mazzocco, Hanich, & Early, 2007) ja yksilöiden lukitaidoista (Geary, Hamson, & Hoard, 2000; Hanich, Jordan, Kaplan, & Dick, 2001; Siegel & Ryan, 1989). Pelkkä luokittelu matematiikan oppimisvaikeuksiseksi ja heikkojen *matemaattisten* alueiden kartoittaminen ei riitä.

1 Visuaalis-spatiaalinen työmuisti osana matemaattisten taitojen kognitiivista perustaa

Matemaattisten taitojen hallinnan ja kehityksen taustalla olevien yleisten tiedonkäsittelyvalmiuksien tutkiminen on osa pyrkimystä ymmärtää paremmin matemaattisissa taidoissa ilmeneviä yksilöiden välisiä eroja ja toisaalta vastata paremmin erojen aiheuttamiin oppimisen haasteisiin. Konseptuaalisten ja proseduraalisten matemaattisten tietojen ja taitojen kehittyminen ja hallinta edellyttävät erilaisia yleisiä kognitiivisia tiedonkäsittelyresursseja, kuten prosessointinopeus (general processing speed) (Fuchs, Fuchs, Compton, Powell, Seethaler, Capizzi, Schatschneider, & Fletcher, 2006; Geary, Hoard, Byrd-Craven, Nugent and Numtee, 2007; ks. myös Demetriou, Spanoudis, & Mouyi, painossa) ja työmuisti (ks. Demetriou, ym., painossa; Geary, 1994; 2004; ks. myös Rittle-Johnson, Siegler, & Alibali, 2001). Työmuistin kaltainen rajallisen kapasiteetin tiedonkäsittelyjärjestelmä yksinään ei ratkaise matemaattisia ongelmia, mutta se on välttämätön resurssivaranto tarjoten aktiivista prosessointi- ja varastointitilaa 'on-line' ja toisaalta tarjoten resursseja tarvittavien proseduraalisten ja konseptuaalisten tietojen ja taitojen kehittymiselle. Sen voi katsoa yhdessä prosessointinopeuden kanssa muodostavan eräänlaiset tiedonkäsittelyn ja oppimisen ydinvalmiudet (ks. Demetriou ja muut, painossa).

Työmuistivalmiuksien on osoitettu olevan yhteydessä kouluikäisten matemaattiseen suoriutumiseen (Hitch, 1978; Holmes & Adams, 2006) ja matemaattisilta taidoiltaan heikkojen yksilöiden työmuistiresurssit ovat osoittautuneet keskimäärin heikommiksi kuin matematiikassa normaalisti suoriutuvien yksilöiden valmiudet (Andersson & Lyxell, 2007; Bull, Johnston, & Roy, 1999; McLean & Hitch, 1999). Vaikka työmuistin ja matemaattisten taitojen yhteyksiä on tutkittu vuosikymmeniä¹ (Hitch, 1978; Logie & Baddeley, 1987; Siegel & Ryan, 1989; Swanson, 1993), työmuistin visuaalis-spatiaalinen järjestelmä ei ole ennen vuosituhannen vaihdetta juuri kiinnostanut tutkijoita huolimatta siitä, että visuaalis-spatiaalisten taitojen yhteyttä matematiikan hallintaan on muista näkökulmista tutkittu sängen paljon (Booth & Thomas, 2000; Hegarty & Kozhevnikov, 1999; van Garderen, 2006; ks. yhteenvedo myös Geary, 1994, 2004).

Tämän itsenäisistä osatutkimuksista koostuvan tutkimussarjan tavoitteena oli pyrkiä täydentämään kuvaa matemaattisilta taidoiltaan heikkojen yksilöiden tiedonkäsittelyvalmiuksista käyttäen lyhytkestoisen, aktiivisen informaation varastoinnin ja prosessoinnin jäsentäjänä Baddeleyn (1986, 1997) työmuistimallista johdettua käsitystä lyhytkestoisesta visuaalis-spatiaalisen informaation varastoinnista ja prosessoinnista. Näkökulma on hyvin työmuistilähtöinen

¹ Tutkimusmäärät ovat kuitenkin lisääntyneet voimakkaasti vasta 2000-luvulla.

pyrkimyksenä selvittää, onko visuaalis-spatiaalinen työmuisti matemaattisissa valmiuksissa ja koulusaavutuksissa ilmenevien yksilöiden välisten erojen ymmärtämisen kannalta hyödyllinen.

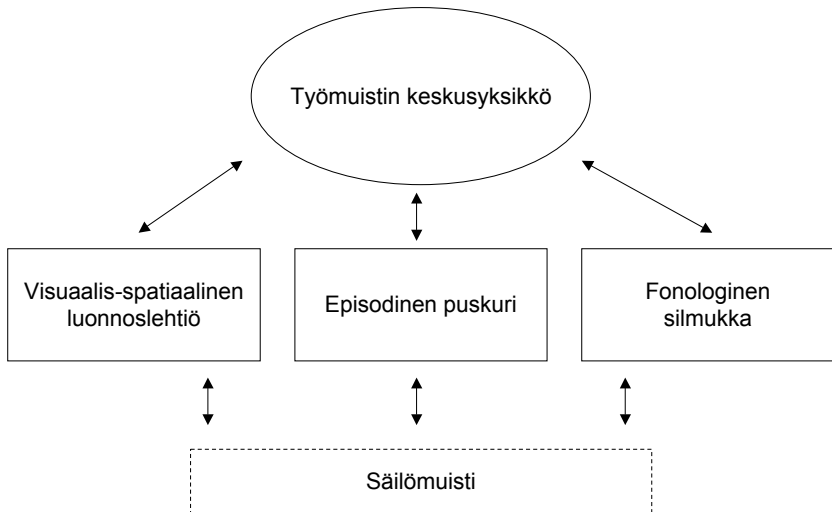
Lähtökohtana Baddeleyn työmuistimalli

Nykyaikaisen työmuistikäsityksen juuret ovat Atkinsonin ja Shiffrinin (1968) luomassa lyhytkestoisen muistin (short-term memory, STM) käsitteessä, jota pidettiin pitkälti verbaalisen information hetkellisenä passiivisena varastona. Nykyinen työmuistikäsitys perustuu varsinaisesti Baddeleyn ja Hitchin (1974) laajaan koesarjaan, jossa työmuistin eri osia rasiettiin samanaikaisesti kaksisoistettävien (dual-task) avulla. Aiheen koesarjaan antoivat mm. Atkinsonin ja Shiffrinin (1968) kehittämä kolmen varastotason muistimalli, modaalimalli (modal model), ja siinä havaitut puutteet. Kuten lyhytkestoinen muistikin, työmuisti (working memory, WM) on tiedonkäsittelyn ja oppimisen pullonkaula, koska se on kapasiteetiltaan rajallinen. Se on kuitenkin pelkän passiivisen varastoinnin lisäksi aktiivinen informaation prosessoija (Baddeley, 1986; 1997), mikä onkin selkein ero lyhytkestoisen muistin ja työmuistikäsitteen välillä. Toisin Atkinsonin ja Shiffrinin (1968) modaalimallissakaan lyhytkestoista muistia ei kuvattu täysin passiivisena varastona. Malli hahmotti lyhytkestoisen muistin varastona, jossa oli myös kontrollitoimintoja, kuten haku (search), kertaus ja informaation siirto pitkäkestoiseen muistiin (Atkinson & Shiffrin 1968, 95–116). Malli ei kuitenkaan ollut riittävä selittämään monimutkaista lyhytkestoista muistitoimintaa.

Työmuistimalleja on useita (ks. esim. Miyake & Shah, 1999a) ja huolimatta siitä, että mallit ovat toisistaan poikkeavia ja painottavat eri toimintoja, niissä on myös yhteisiä piirteitä. Työmuistin ei ajatella olevan mikään yksittäinen paikka tai lokero aivoissa, jonne tieto laitetaan hetkeksi vaan se on pikemminkin tiettyjen aivoalueiden yhteistyöskentelyn tulos (ks. Miyake & Shah, 1999b) ja luonteva osa muisti- ja kognitiivista järjestelmää. Työmuisti ei myöskään ole 'pelkkä' lyhytkestoinen varasto vaan se on pikemminkin useissa kognitiivisissa toiminnoissa tarvittava väline, joka tarjoaa tietynlaisia kokonaisvaltaisia tiedonkäsittelyresursseja. Työmuisti on myös kapasiteetiltaan rajallinen. Osa tutkijoista (esim. Daneman & Carpenter, 1980) erottaa lyhytkestoisen varastoinnin (short-term memory) ja työmuistin toisistaan. Lyhytkestoisen muistin käsite pitää sisällään passiiviset varastotoiminnot, ja aktiiviset prosessoivat toiminnot ovat varsinaista 'työmuistia'. Toiset (esim. Baddeley, 1986; 1997) taas yhdistävät nämä toiminnot saman käsitteen 'työmuisti' alle. Kyse on pikemminkin asioille annetuista erilaisista nimistä kuin siitä, että nimien takana olevat prosessit olisivat ratkaisevasti erilaisia.

Vallitsevan käsityksen mukaan työmuisti paitsi säilyttää informaatiota hetkellisesti myös aktiivisesti työstää säilyttämänsä informaatiota ja huolehtii re-

surssiensa koordinoinnista. Joko aistien välittämä tai säilömuistiin tallentunut informaatio, johon tarkkaavaisuus kohdistuu, valikoituu työmuistiin, josta se edelleen katoaa hyvin nopeasti, jos sitä ei aktiivisesti ylläpidetä. Työmuistimalleista tunnetuin ja empiirisesti testatuin on Baddeleyn kolmikomponenttimalli (1986, 1997), joka sisältää sekä passiivisia varastotoimintoja (lyhytkestoinen muisti) että aktiivisia prosessoivia ja kontrolloivia toimintoja (kuvio 1). Se käsittää yhden toimintaa ohjaavan yksikön eli työmuistin keskusyksikön (central executive) sekä kaksi alajärjestelmää, joita kutsutaan myös orja- tai apujärjestelmiksi (slave systems): kielelliseen ainekseen erikoistuneen fonologisen silmukan (phonological loop) ja visuaalisen ja avaruudellisen aineksen käsittelyyn erikoistuneen visuaalis-spatiaalisen luonnoslehtiön (visuo-spatial sketchpad). Fonologinen silmukka vastaa kielellisen informaation väliaikaisesta varastoinnista, johon varaston lisäksi liittyy myös varaston sisältöä ylläpitävä kertaamisprosessi (articulatory rehearsal) (Baddeley, 1986, 1997). Myöhemmin Baddeley (2000) on täydentänyt mallia yhdellä uudella komponentilla, episodisella puskurilla (episodic buffer), jonka oletetaan mm. yhdistävän informaatiota orjajärjestelmien ja säilömuistin välillä.

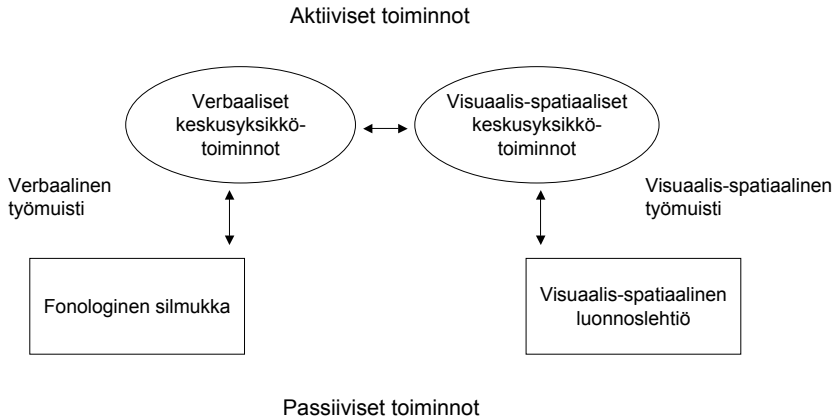


Kuvio 1. Baddeleyn (1986, 1997, 2000) kolmikomponenttimalli täydennettynä episodisella puskurilla

Työmuistin keskusyksikkö on Baddeleyn (1986, 1997) mallissa kuvattu yhtenä yksikkönä, joka huolehtii korkeamman tason ohjaustoiminnoista ja kontrolloi apujärjestelmien toimintaa. Baddeleyn (1986) mukaan keskusyksikkö ohjaa työmuistin toimintaa valitsemalla toimintastrategioita, suuntaamalla tarkkaavaisuutta ja yhdistämällä informaatiota eri lähteistä. On esitetty, että keskusyksikkötoiminnot saattavat olla lohkoutuneet erillisiin mutta kuitenkin toisistaan riippuvaisiin toimintoihin (Baddeley, 1996), joita näyttäisivät olevan ainakin päivitys (updating), inhibitio ja 'shifting', joka viittaa esimerkiksi kykyyn vaihtaa strategiaa kesken suoritettavan tehtävän (Lehto, Juujärvi, Kooistra, & Pulkkinen, 2003; Miyake, Friedman, Emerson, Witzki, Howerter, & Wager, 2000). Päivitys on näistä neuropsykologian puolella vakiintuneemmista eksekutiivisista toiminnoista lähimpänä perinteistä baddeleyläistä käsitystä keskusyksikön toiminnasta (Lehto, ym., 2003). Empiiristä näyttöä on saatu myös siitä, että keskusyksikkötoiminta saattaisi olla, ainakin osittain, modaaliteettispesifisti jakautunutta sisältäen verbaaliselle ja visuaalis-spatiaaliseen informaatiolle omat yksikkönsä (Jarvis & Gathercole, 2003; Shah & Miyake, 1996).

Koska on osoitettu, että verbaaliset ja visuaalis-spatiaaliset keskusyksikön toimintaa mittaavat tehtävät pyrkivät latautumaan omiksi faktoreikseen (ks. esim. Jarvis & Gathercole, 2003; Shah & Miyake, 1996) ja selittävät mm. myös eri kouluaineissa menestymistä (Jarvis & Gathercole, 2003), Baddeleyn (1986, 1997) alkuperäistä mallia on tässä tutkimussarjassa laajennettu (*kuvio 2*) ja tutkimuksen taustalla oleva työmuistikäsitys sisältää näin ollen myös visuaalis-spatiaaliset keskusyksikkötoiminnot. Keskusyksikön jakaminen informaation luonteen mukaan verbaaliseen ja visuaaliseen ei ole ongelmatonta. Periaatteessahan on mahdollista, että vaikka keskusyksikköä mittaavat tehtävät pyrkivätkin latautumaan niissä käsiteltävän informaation luonteen mukaan, se johtuu ainoastaan siitä, että tehtävissä yleensä aina on jonkinlainen varastofunktio, joka edelleen on sidoksissa modaaliteettispesifiin varastokomponenttiin (ks. esim. Duff & Logie, 2001). Näin ollen on mahdollista, että keskusyksikkö ei itseasiassa ole modaaliteettispesifi vaan ainoastaan sitä mittaavat tehtävät ovat. Keskusyksikön jakaminen informaation luonteen mukaan on kuitenkin informatiivinen tapa hahmottaa työmuistia empiirisesti ja se antaa tilaa myös visuaalis-spatiaalisille keskusyksikkötoiminnoille. Keskusyksikköä mittaavat tehtävät olivat pitkään lähes yksinomaan verbaalisesti painottuneita. Käytän tässä yhteenvedossa termejä verbaaliset ja visuaalis-spatiaaliset keskusyksikkötoiminnot, joista esimerkiksi tyypillinen keskusyksikkötoiminto, samanaikainen lyhytkestoinen varastointi ja informaation prosessointi, on aina jossain määrin riippuvainen modaaliteettispesifistä varastosta. Korostettakoon vielä, että käsitys modaaliteettispesifeistä keskusyksikkötoiminnoista ei pois sulje yleisten keskusyksikkötoimintojen olemassaoloa. On siis täysin mahdol-

lista ja nykytiedon valossa jopa todennäköistä (ks. esim. Kane, Hambrick, Tuholski, Wilhelm, Payne, & Engle, 2004), että osa keskusyksikkötoiminnoista on modaaliteetista riippumattomia ja siten käytettävissä sekä kielellisesti että visuaalis-spatiaalisesti painottuneissa tehtävissä.



Kuvio 2. Tutkimussarjan työmuistiviitekehys

Visuaalis-spatiaalinen työmuisti – aktiivinen tiedonkäsittelijä

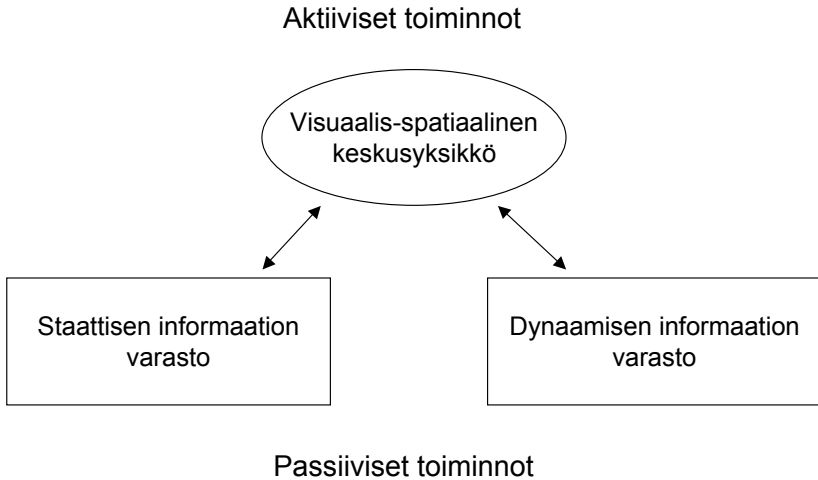
Visuaalis-spatiaalinen työmuisti (VSTM) on Baddeleyn mallin orjajärjestelmä, jonka on osoitettu käsittelevän ja säilövän hetkellisesti visuaalista ja avaruudellista informaatiota, myös visuaalisia mielikuvia. Alkuperäisessä työmuistimallissa (Baddeley, 1986) visuaalis-spatiaalinen työmuisti muodostaa oman orjayksikkönsä, visuaalis-spatiaalisen luonnoslehtiön (visuospatial sketchpad), joka vastaa lähinnä visuaalis-spatiaalista lyhytkestoista muistia ts. passiivista varastoa. Myöhemmät tutkimukset ovat kuitenkin osoittaneet, että työmuistissa on visuaalis-spatiaalisen varastoinnin lisäksi myös visuaalis-spatiaalisia keskusyksikkötoimintoja (esim. Shah & Miyake, 1996) ja näiden varasto- ja keskusyksikkötoimintojen on esitetty olevan, ainakin osittain, niin läheisessä yhteydessä toisiinsa, että niitä on vaikea erottaa toisistaan (Miyake, Friedman, Rettinger, Shah, & Hegarty, 2001). On esitetty arveluja siitä, että visuaalis-spatiaalinen työmuisti olisi fonologista työmuistia epäitsenäisempi komponentti, koska se on niin riippuvainen keskusyksiköstä, ja Phillips ja Christie (1977) ovat aikanaan asettaneet kyseenalaiseksi koko erillisen visuaalis-spatiaalisen työmuistin olemassaolon. Toisaalta nämä (visuaalis-spatiaaliset) keskusyksikkötoiminnot voidaan nähdä myös osana visuaalis-spatiaalista työmuistia. Cornoldi ja Vecchi (2003) jakavatkin visuaalis-spatiaalisen työmuistin passiivisiin ja aktiivisiin toimintoihin. Passiivisiin toimintoihin

kuuluu sekä samanaikaisesti esitetyn, simultaanisen (simultaneous, esim. väri, muoto, koko) visuaalis-spatiaalisen tiedon että eri aikaan, sarjallisesti (sequential, esim. liikesarjat) esitetyn tiedon lyhytkestoinen varastointi. Aktiiviset toiminnot sisältävät sekä aktiivista prosessointia että samanaikaista varastointia ja ne vastaavat Baddeleyn (1986, 1997) alkuperäisen mallin keskusyksikkötoimintoja. Ajatus visuaalis-spatiaalisen työmuistin prosessointitoiminnoista ei ole uusi. Jo Logie, Zucco ja Baddeley (1990) päättelivät, että on olemassa erikoistunut visuaalis-spatiaalinen järjestelmä, josta he käyttivät nimenomaan aktiivisuutta painottavaa nimitystä 'järjestelmä' (system, mechanism), joka viittaa pelkän passiivisen varastoinnin sijaan aktiiviseen prosessointiin.

Passiivisten varastotoimintojen jako informaation luonteen mukaan on saanut tukea lukuisista tutkimuksista, jotka ovat osoittaneet, että samanaikaisesti ja toisaalta sarjallisesti esitetyn tiedon lyhytkestoisesta varastoinnista näyttäviä olevan vastuussa eri komponentit tai osa-alueet (esim. Logie & Marchetti, 1991; Logie, 1993; Logie & Pearson, 1997; Pazzaglia & Cornoldi, 1999; Pickering, Gathercole, Hall, & Lloyd, 2001). Jo Baddeley ja Lieberman (1980) päättelivät, että spatiaalisen ja visuaalisen informaation prosessointia toteuttaa ainakin kaksi toisistaan jossain määrin riippumatonta järjestelmää. Jako spatiaaliseen ja visuaaliseen järjestelmään on kuitenkin nimenä harhaanjohtava, koska tietoon spatiaalisesta sijainnista liittyy lähes väistämättä visuaalinen informaatio ja usein, ellei peräti aina, myös päinvastoin. Olenaisempaa kuin visuaalisuus tai spatiaalisuus vaikuttaisi olevan informaation esitystapa: Logie ja Pearson (1997) nimittävät visuaalis-spatiaalisen työmuistin järjestelmiä visuaaliseksi varastoksi, kätköpaikaksi (cache), joka varastoi informaatiota muodosta ja väristä sekä sisäiseksi piirturiksi (inner scribe), joka säilyttää informaatiota liikkeistä. Kätköpaikka vastaa Cornoldin ja Vecchin (2003) samanaikaisesti esitetyn informaation varastoa. Samanaikaisesti esitetylle informaatiolle kuvaavampi ja luontevampi termi suomenkielisessä tekstissä on lainasana 'staattinen'. Sisäinen piirturi vastaa eri aikaan, sarjallisesti, esitetyn informaation varastoa. Sarjallista informaatiota kuvaa yleisemmällä tasolla termi 'dynaaminen'.

Tutkimussarjan pohjana oleva käsitys visuaalis-spatiaalisesta työmuistista (*kuvio 3*) on laajempi kuin Baddeleyn käsitys visuaalis-spatiaalisesta luonnoslehtiöstä orjajärjestelmänä. Passiivisempien varastotoimintojen lisäksi siihen luetaan myös Cornoldin ja Vecchin (2003) nimeämät ohjausta ja kontrollia vaativat aktiiviset toiminnot, joita siis voidaan pitää lähinnä Baddeleyn (1986, 1997) mallin keskusyksikkötoimintoina. Cornoldin ja Vecchin (2003) käsitys työmuistista on Baddeleyn (1986, 1997) tapaan modaaliteettispesifi mutta hahmottaa työmuistitoiminnot keskusyksikkövaatimuksiltaan vaihtelevana jatkumona, jonka passiivisessa päässä keskusyksikkövaatimukset ovat vähäisimmät

ja modaaliteettispesifisyys voimakkaimmillaan². Aktiivisessa päässä keskusyksikkövaatimukset eli ohjauksen ja kontrollin tarve ovat suurimmillaan. Modaaliteettispesifit jatkumot hyödyntävät sekä omia spesifejä resurssejaan että yleisiä modaaliteetista riippumattomia resursseja. Cornoldin ja Vecchin (2003) käsitys prosessointitoiminnoista jatkumona on saanut tukea myös aivojen kuvantamistutkimuksista (Suchan, Botko, Gizewski, Forsting, & Daum, 2006).



Kuvio 3. Visuaalis-spatiaalinen työmuisti tässä tutkimuksessa

Visuaalinen mielikuva – lyhytkestoinen muistiedustus

Visuaalis-spatiaalisen työmuistin on siis esitetty käsittelevän ja säilövän hetkellisesti visuaalisen ja avaruudellisen informaation lisäksi myös visuaalisia mielikuvia. Nykyisen käsityksen mukaan mielikuvat ovat yksi osa rakenteista, joista inhimillinen käsityskyky, tietoisuus, rakentuu. (Eysenck & Keane 1995, 203–204, 206, 231.) Visuaalinen mielikuva on symbolinen mentaalinen representaatio eli sisäinen muistiedustus (Eysenck & Keane 1995, 203–204), joka on havaintokuvaa jäsentyneempi informaatiomuoto ja sitä pidetään analogisena muistiedustuksena (Kosslyn & Koenig, 1992), mikä merkitsee mm. yhtenäisyyttä ja konkreettisuutta. Visuaaliset mielikuvat muistuttavat siis niiden todellisia, fyysisiä kohteita mutta eivät ole riippuvaisia todellisen kohteen läsnäolosta. Mielikuvia voidaan näin ollen muodostaa joko säilömuistiin tallentuneen informaation tai sanallisten ohjeiden perusteella (ks. esim. Kalakoski, 2006; Kosslyn & Koenig, 1992) myös asioista ja ihmisistä, jotka eivät ole

² Kuviossa 3 visuaalis-spatiaaliset työmuistivalmiudet on selvyuden vuoksi erotettu perinteiseen tapaan erillisinä yksiköinä. Kaksisuuntaiset nuolet kuvaavat kuitenkin vastavuoroista ja jatkumon omaista suhdetta keskusyksikköprosessoinnin ja varastoinnin välillä.

välittömästi läsnä eli ne voidaan erottaa visuaalisesta havaintokuvasta. Mielikuvia voidaan käsitellä todellisten objektien tavoin. Niitä voidaan esimerkiksi mentaalisesti skannata (ks. Kosslyn, 1983) tai käsitellä pyörittäen eli rotatoida (Kosslyn, Margolis, Barrett, Goldknopf & Daly, 1990; Shepard & Metzler, 1971). Visuaalisia mielikuvia on tutkittu voimakkaasti 1960-luvulta lähtien ja on osoitettu mm., että visuaalis-spatiaalisia mielikuvia käytetään matemaattisissa ongelmanratkaisuprosesseissa (esim. Booth & Thomas, 2000; Hegarty & Kozhevnikov, 1999; van Garderen, 2006).

Huolimatta siitä, että työmuistitutkimuksen ja mielikuvatutkimuksen informaation prosessointimallit ovat kehittyneet pitkälti tahoillaan, on niillä myös selkeitä yhtymäkohtia. Paivio (1969, 1971, 1986) erotti kaksoiskoodausteoriassa (dual coding theory) kaksi rakenteellisesti ja toiminnallisesti toisistaan erillistä mutta kuitenkin toisistaan riippuvaista järjestelmää, verbaalisen ja ei-verbaalisen, joista jälkimmäisessä tapahtuu mm. mielikuviin perustuva prosessointi. Modaliteettispesifi jako vastaa pitkälti Baddeleyn (1986, 1997) käsitystä aktiivisesta lyhytkestoisesta informaation prosessoinnista, joskin Paivion (1986) järjestelmissä on myös melko pysyviä säilömuistiedustuksia todellisista, havaittavissa olevista kohteista.

Kosslynin ja Koenigin (1992) mukaan mielikuvat muodostuvat ja mielikuvia käsitellään visuaalisessa puskurissa (visual buffer), joka on lyhytkestoinen muistirakenne ja vastaa pitkälti Baddeleyn (1986, 1997) passiivista visuaalis-spatiaalista luonnoslehtiötä. Kosslyn ja Koenig (1992) erottivat toisistaan lyhytkestoisen muistin ja työmuistin, joista jälkimmäinen vastaa lähinnä Baddeleyn (1986, 1997, 2000) keskusyksikkötoimintoja ja episodista puskuria huolehtien mm. säilömuisti-informaation ja lyhytkestoiseen muistiin varastoidun informaation yhdistämisestä ja korkeamman asteen ajattelutoiminnoista.

Visuaalinen mielikuva on siis lyhytkestoinen muistiedustus (Kosslyn & Koenig, 1992). Cornoldi ja Vecchi (2003) erottavat visuaalista havaintokuvaa lähempänä olevan äskettäin nähtyyn visuaalis-spatiaaliseen informaatioon perustuvan visuaalis-spatiaalisen muistijäljen (visual trace) ja toisaalta säilömuistiin tallentuneet informaation avulla muodostetun mielikuvan (generated image). Visuaalinen mielikuva on aktiivisen konstruoinnin tulos ja se on vaadittavan kontrollin ja aktiivisuuden suhteen visuaalista muistijälkeä korkeammalla tasolla. Alkeellisimmalla tasolla on passiivinen lyhytkestoinen visuaalis-spatiaalinen varastointi (ks. Cornoldi ja Vecchi, 2003), jota esimerkiksi useimmat passiiviset modaliteettispesifit työmuistititehtävät mittaavat. Seuraavalla tasolla on informaation varastointi, johon liittyy aktiivinen ylläpitäminen esimerkiksi kertaamalla, ja vasta kolmannella eli keskitasolla on yksinkertaisten mielikuvien muodostaminen. Itseasiassa Cornoldin ja Vecchin (2003) passiivisten ja aktiivisten toimintojen jatkumo vastaa Kosslynin ja Koenigin (1992, 53) käsitystä alemman ja korkeamman tason (low-level vs. high-level visual processing)

visuaalis-spatiaalisesta prosessoinnista, jossa korkeamman tason toiminnot perustuvat säilömuistiin tallentuneeseen tietoon. Suhde visuaalis-spatiaalisen havaintokuvan, muistijäljen ja mielikuvan välillä on kuitenkin kaikkea muuta kuin yksiselitteinen. Visuaalis-spatiaaliset mielikuvat ovat riippumattomia visuaalis-spatiaalisesta havaintokuvasta (ks. esim. Kalakoski, 2006; Kosslyn & Koenig, 1992), kehittyneempiä kuin muistijäljet (Cornoldi & Vecchi, 2003) mutta niitä voidaan kuitenkin muodostaa perustuen läsnäolevaan havaintokuvaan (vrt. esim. mentaaliset rotaatiotehtävät, joissa käsitellään mielessä näkyvillä olevaa abstraktia kuviota; esim. Shepard & Metzler, 1971).

Visuaalis-spatiaalisen työmuistitoiminnan hahmottamisen kannalta hedelmällinen mielikuvatutkimuksen tuote on Kosslynin 1980-luvulla kehittämä konkreettinen käsitys spatiaalisesta mielen kuvaruudusta (spatial medium, ilmaisuväline; Kosslyn, 1983), joka on suorakaiteen muotoinen ja kooltaan rajallinen. Kuvaruudun rakeisuus rajoittaa tarkkojen yksityiskohtien piirtymistä, ja mentaalinen kuva on terävimmillään ruudun keskiosassa. Kun mielikuva on muodostunut ruutuun, sen ylläpitäminen vaatii jatkuvaa uudistamista. Myös visuaalis-spatiaalinen työmuisti voidaan hahmottaa mentaalisenä työtilana, jossa voi tapahtua aktiivisuudeltaan (ks. Cornoldi & Vecchi, 2003) eritasoisia visuaalis-spatiaalisia toimintoja. Se on tila, jonne aistien välittämä visuaalis-spatiaalinen informaatio, johon tarkkaavaisuus on kohdistunut, piirtää omat muistijälkensä, ja jossa tuota informaatiota voidaan kertaamalla ylläpitää ja aktiivisesti käsitellä. Se on myös tila, johon voidaan verbaalisen ja/tai säilömuistiin tallentuneen informaation avulla konstruoida mielikuvia eli näin ollen voidaan olettaa, että esimerkiksi mentaalisen rotatoinnin kaltainen mielikuvan prosessointi tapahtuu visuaalis-spatiaalisessa työmuistissa. Tätä käsitystä tukevat myös viimeaikaiset tutkimustulokset (Gyselink, De Beni, Pazzaglia, Meneghetti ja Mondoloni, 2007; Hyun & Luck, 2007; Suchan, ym., 2006).

Työmuisti ja älykkyys

Työmuistin (Demetriou, ym., painossa) ja yleisen prosessointinopeuden (Demetriou, ym., painossa; Anderson, 1998; Anderson, 2001; Anderson & Miller, 2000) kaltaisten yleisten prosessointivalmiuksien on yhdessä päättely- ja ajattelutaitojen kanssa esitetty olevan olennainen osa yleistä älykkyyttä (*g*). Älykkyuden ja työmuistin välisestä suhteesta on käyty tieteellistä keskustelua, jonka kuluessa on hieman älykkyuden määritelmästä (yleinen älykkyys, *g* vs. joustava älykkyys *gF*), mittareista ja tutkimusasetelmasta riippuen esitetty älykkyuden olevan jopa yhtä kuin työmuisti (esim. Conway, Cowan, Bunting, Theriault, & Minkoff, 2002; Kyllönen & Christal, 1990). Toistaiseksi on kuitenkin päädytty siihen, että työmuistitehtävissä ja älykkyystesteissä suoriutumisen välillä on selvä yhteys, joka kuvaa käsitteiden osittaista päällekkäisyyttä, mutta joka ei kuitenkaan ole niin voimakas (Ackerman, Beier, & Boyle,

2005; Engle, Tuholski, Laughlin, & Conway, 1999; Haavisto & Lehto, 2004; Kane, ym. & Engle, 2004; Neçka, 1992; Schweizer & Moosbrugger, 2004), että voitaisiin todeta älykkyyden olevan *yhtä kuin työmuisti*.

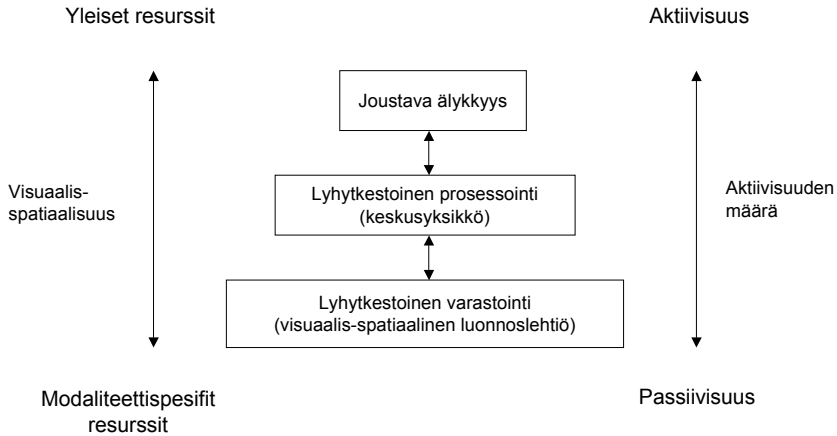
Yleinen älykkyyys, *g*, on psykometriikan tasolla yhtenäinen käsite. Se muodostuu erilaisten kykytestien välisistä positiivisista korrelaatioista ja kuvaa älyllisten toimintojen yleistä tehokkuutta (Ackerman, ym., 2005). Se ei ole mikään konkreettinen yksikkö vaan tiettyjen aivorakenteiden ja aivotointojen ilmenemismuoto (Blair, 2006) ja psykometrisestä yhtenäisyydestään huolimatta se ei kuitenkaan välttämättä ole yhtenäinen käsite kognitiivisella tasolla. Cattell (1971) ja Horn (1968) jakoivat älykkyyden kahteen useita kykyjä käsittävään osaan: joustavaan älykkyyteen (fluid intelligence, *gF*) ja karttuvaan älykkyyteen (crystallized intelligence, *gC*). Joustava älykkyyys viittaa kasvu- ja oppimisympäristöstä riippumattomaan kognitiiviseen, intellektuaaliseen kapasiteettiin ja karttuva älykkyyys kasvatuksesta, opetuksesta, oppimis- ja elinympäristöstä riippuvaan alati kertyvään kapasiteettiin. Työmuistin toimintaa mitaavissa tehtävissä suoriutumisen on osoitettu ennustavan nimenomaan joustavaa älykkyyttä mitaavissa tehtävissä menestymistä (Engle, ym., 1999; Haavisto & Lehto, 2004; Schweizer & Moosbrugger, 2004). Vaikka Blair (2006) käyttää termejä 'työmuisti', 'eksekutiiviset toiminnot' ja 'joustava älykkyyys' lähes synonyymeinä viitatessaan joustaviin kognitiivisiin toimintoihin (fluid cognitive functioning), osoittavat kohtalaiset korrelaatiot (ks. meta-analyysi, Ackerman, ym., 2005) käsitteitä mitaavien tehtävien välillä, että joustava älykkyyks on myös muuta kuin työmuistia.

Työmuistin sisäisen työnjaon kannalta on oleellista erottaa toisistaan passiiviset varastotoiminnot ja aktiiviset keskusyksikköprosessointitoiminnot, joista nimenomaan aktiivisia toimintoja vaativissa tehtävissä suoriutuminen ennustaa joustavaa älykkyyttä (Engle, ym., 1999; Haavisto & Lehto, 2004; Kane, ym., 2004; Schweizer & Moosbrugger, 2004). Työmuistin keskusyksikköä mitaavia tehtäviä ja joustavan älykkyyden mittareita yhdistäväksi tekijäksi on esitetty mm. kontrolloitua tarkkaavaisuutta (ns. *eksekutiivinen tarkkaavaisuus*, ks. Kane, Poole, Tuholski, & Engle, 2006), joka tarkoittaa sitä, että tietyt ärsykkeet ja tietoisuus päämäärästä pysyvät joustavasti saatavilla silloinkin, kun ne eivät ole tietoisuuden keskiössä (Conway, Kane, & Engle, 2003; Kane, ym., 2006) eli kontrolloitua tarkkaavaisuutta tarvitaan taistelussa mm. erilaisia kognitiivisen toiminnan häiriötekijöitä vastaan. Yhteyden työmuistin ja älykkyyden välillä on esitetty olevan pääasiassa modaliteetista riippumaton ja tätä käsitystä tukevat ensinnäkin havainnot siitä, että pelkästään suhteellisen passiivista varastointia vaativissa tehtävissä suoriutumisen ei ole havaittu ennustavan joustavaa älykkyyttä mitaavissa tehtävissä suoriutumista kovinkaan vahvasti (Engle, ym., 1999; Kane, ym., 2004). Toiseksi työmuistin keskusyksikköä mitaavien tehtävien on osoitettu olevan yhteydessä älykkyyteen senkin

jälkeen, kun yhteinen vaihtelu passiivisten varastotehtävien kanssa on ositettu pois (Conway, ym., 2002; Engle ym. 1999).

Tämän tutkimussarjan toteuttamista on ohjannut käsitys ensinnäkin siitä, että työmuisti ja älykkyys ovat osittain päällekkäisiä käsitteitä (Ackerman, ym., 2005). Toiseksi sarjan toteuttamista on ohjannut käsitys työmuistin ja älykkyuden suhteen tietynlaisesta hierarkkisuuudesta (ks. esim. Demetriou, ym., painossa; Geary, 2007; Fry & Hale, 1996), jossa työmuisti on älykkyuden perustana oleva kognitiivinen tiedonkäsittelyresurssi. Käsitteen mukaan esimerkiksi joustava älykkyys on strategista ongelmanratkaisutaitoa ja abstraktia päättelykykyä, jonka perustana on työmuisti (ks. Geary, 2007; Fry & Hale, 1996). Hierarkkista rakennetta tukevat myös Mackintoshin ja Bennettin (2003) havainnot siitä, että joustava älykkyys on yhteydessä sekä verbaalisiin (verbaalinen älykkyys, *gC*) että spatiaalisiin kykyihin (visuaalis-spatiaalinen älykkyys, *gV*), jotka puolestaan ovat vain hyvin heikosti keskenään yhteydessä. Spesifit kykyalueet puolestaan ovat selkeästi yhteydessä vastaaviin modaaliteettispesifeihin työmuistiresursseihin.

Kun yhdistetään hierarkkiseen näkemykseen baddeleyläinen käsitys työmuistin jakaantumisesta korkeamman taso prosessointitoimintoihin (keskussyksikkö), jotka kuitenkin ovat riippuvaisia alemman tason modaaliteettispesifeistä varastotoiminnoista (Duff & Logie, 2001) ja Cornoldin ja Vecchin (2003) ajatus visuaalis-spatiaalisten työmuistitoimintojen aktiivisuuden suhteen vaihtelevasta jatkumosta, jossa passiiviset varastotoiminnot muodostavat ikään kuin pohjan, muodostuvat tätä tutkimussarjaa ohjanneiden keskeisten käsitteiden suhteet seuraavasti (*kuvio 4*): Lyhytkestoinen varastointi, prosessointi ja joustava älykkyys muodostavat hierarkkisesti kuvatun rakenteen, jonka kuitenkin spesifien toimintojen tasolla voi sanoa muodostavan kaksikin eri jatkumoa, toisen vaaditun aktiivisuuden ja toisen modaaliteettispesifisyyden (visuaalis-spatiaalisuus) suhteen. Mitä alemmas mallissa siirrytään, sitä visuaalis-spatiaalispempaa ja vähemmän kontrollointia vaativaa toimintaa on ja mitä ylempäs mallissa edetään, sitä enemmän toimintaa on riippuvaista korkeamman tason yleisistä modaaliteetista riippumattomista resursseista, kuten esimerkiksi *eksekutiivisesta tarkkaavaisuudesta*. Vaikka visuaalis-spatiaalinen lyhytkestoinen varastointi ja prosessointi on erotettu mallissa toisistaan, muodostavat ne silti pikemminkin jatkumon kuin selkeän dikotomian (ks. esim. Cornoldi & Vecchi, 2003; Engle, ym., 1999). Vaikka teoriassa voitaisiin erottaa esimerkiksi puhdas passiivinen varastointi, on se kuitenkin empiirisesti lähes mahdotonta. Täysin puhtaan kognitiivisen tehtävän kehittäminen ylipäänsä on hyvin vaikeaa (ks. Kane, ym., 2004).



Kuvio 4. Keskeisten käsitteiden suhteet

Sinänsä (joustavan) älykkyuden mittaaminen ei olisi välttämättä ollut tämän tutkimussarjan yhteydessä tarpeellista, koska tutkimus on ensisijassa työmuistilähtöinen ja siten sen varsinainen fokus on matematiikassa tarvittavien ja mahdollisesti heikkojen työmuistiresurssien luonteessa. Älykkyuden mittaaminen on kuitenkin tässä yhteydessä jossain määrin järkevää ja teoreettisesti erittäin mielenkiintoista, sillä sen lisäksi, että älykkyys ja työmuisti vaikuttavat olevan osittain päällekkäisiä käsitteitä, älykkyuden on todettu ennustavan matematiikassa suoriutumista (esim. Floyd, Evans, & McGrew, 2003; Kuusinen & Leskinen, 1986; Spinath, Spinath, Harlaar, & Plomin, 2006; Veenman & Spaans, 2005) ja sitä pidetään yhtenä keskeisistä kouluosaavutusten selittäjistä (Butcher, 1968; Colom, Escorial, Shih, & Privado, 2007; Deary, Strand, Smith, & Fernandes, 2007; Di Fabio, & Busoni, 2007; Jensen, 1980; Snow & Yalow, 1982).

Työmuisti matemaattisen suoriutumisen taustalla

Työmuistin kaltaisten tiedonkäsittelyvalmiuksien on useissa yhteyksissä osoitettu olevan yhteydessä matemaattiseen suoriutumiseen (esim. Hitch, 1978; Holmes & Adams, 2006; Jarvis & Gathercole, 2003; McLean & Hitch, 1999) ja kuva aktiivisen, kapasiteetiltaan rajallisen tiedonkäsittelyjärjestelmän merkityksestä on täsmentynyt koko 2000-luvun ajan ollen silti vielä sängen sirpaleinen ja hajanainen. Olemassaolevan tutkimuksen perusteella voidaan kuitenkin tehdä tiettyjä johtopäätöksiä. Ensinnäkin työmuistiresurssija todennäköisesti hyödynnetään eri tavalla matemaattisten tehtävien suorittamisen eri vaiheissa

eli ongelman hahmottamisessa, ongelman arvioinnissa, vastauksen laskemisessa ja varsinaisessa vastaamisessa (ks. Imbo & Vandierendonck, 2007).

Toiseksi eri ikäiset todennäköisesti hyödyntävät eri työmuistivalmiuksia matemaattisia tehtäviä ratkaistessaan. On osoitettu, että pienet lapset käyttävät tehtävien ratkaisuun voimakkaammin visuaalis-spatiaalisia resursseja, kun taas hieman vanhemmat lapset fonologista työmuistia tai sekä visuaalis-spatiaalista että fonologista työmuistia (Holmes & Adams, 2006; McKenzie, Bull & Gray, 2003; Rasmussen & Bisanz, 2005). Pienten lasten onkin osoitettu koodaavan asioita muistiin ensisijaisesti visuaalisesti silloinkin, kun heillä olisi mahdollisuus selkeästi fonologiseen koodaukseen (Hitch, Schaafstal & Schraagen, 1988; Walker, Hitch, Doyle & Porter, 1994). On siis todennäköistä, että riippuvuus juuri visuaalis-spatiaalisesta työmuistista mekaanisia (yksinkertaisia) matemaattisia tehtäviä suorittaessa on alle kouluikäisenä suurimmillaan ja vähenee iän karttuessa, kun kielelliset taidot kehittyvät ja fonologiset työmuistin resurssit voidaan ottaa tehokkaammin käyttöön. Toistaiseksi tutkimuksissa on kuitenkin mitattu vain sangen yksinkertaisia laskutaitoja eivätkä tutkimukset kokeellisten asetelmien eduista huolimatta kerro juurikaan monimutkaisempien matemaattisten tehtävien suorittamiseen tarvittavista resursseista.

Kolmanneksi työmuistivalmiuksia todennäköisesti hyödynnetään eri tavalla erilaisissa tehtävätyypeissä. Päässäälaskujen osalta on osoitettu, että jopa laskujen esittämistapa vaikuttaa ratkaisemisessa käytettävien resurssien valintaan: horisontaalisesti esitetyt tehtävät houkuttelevat fonologisten resurssien käyttöön ja vertikaalisesti esitetyt puolestaan visuaalis-spatiaalisten resurssien käyttöön (Trbovich & Le Fevre, 2003). Päässäälaskut ovatkin tutkituin yksittäinen matematiikan osa-alue työmuistitoimintojen osalta. Niiden suorittamisessa on osoitettu tarvittavan keskusyksikkötoimintojen (DeStefano & LeFevre, 2004; Lemaire, Abdi, & Fayol, 1996; De Rammelaere, Stuyven, & Vandierendonck, 1999, 2001) lisäksi myös fonologista (DeStefano & LeFevre, 2004) ja visuaalis-spatiaalista varastointia (Heathcote, 1994; Trbovich & Le Fevre, 2003).

Fonologinen työmuisti, josta käytetään myös nimitystä fonologinen silmukka, käsittelee ja säilyttää lyhytaikaisesti kielellistä informaatiota. Sen on arveltu vastaavan myös matemaattisten ongelmien fonologisesti koodattavan informaation hetkellisestä säilyttämisestä ja toisaalta avustavan matemaattisten faktojen hakemisessa säilömuistista (ks. Holmes & Adams, 2006). Vaikka se ei joidenkin tutkimuksien mukaan vaikuta olevan kovin merkittävässä roolissa (esim. Bull & Johnston, 1997; McLean & Hitch, 1999) matemaattisessa suoriutumisen, sillä on oma erityinen roolinsa tietyn tyyppisissä matemaattisissa prosesseissa. Sitä on osoitettu tarvittavan mm. lukumäärän laskemisessa (counting) (Healy & Nairne, 1985; Logie & Baddeley, 1987) sekä kertolaskuissa (Lee & Kang, 2002). On todennäköistä, että fonologista työmuistia tar-

vitaan ainakin toiminnoissa, joissa laskeminen perustuu ulkoaopittuun, auditii-vis-fonologisesti koodattuun informaatioon.

Keskusyksikkö on työmuistin aivot. Baddeleyn (1986, 1997) näkemyksen mukaan apujärjestelmät ovat 'pelkkiä' varastoja, joissa ei sinänsä voi tapahtua mitään ilman keskusyksikön apua. Keskusyksikkö kontrolloi apujärjestelmiensä toimintaa ja hyödyntää oikeaksi katsomaansa apujärjestelmää kulloisesakin tilanteessa. Keskusyksikön ajatellaan oleva merkittävässä roolissa ongelmanratkaisuprosesseissa ja päätöksenteossa (Baddeley, 1986; Baddeley & Logie, 1999; Logie 1993; Swanson & Beebe-Frankenberger, 2004). On siis hyvin todennäköistä, että keskusyksikkötoiminnot ovat hyvin olennaisessa roolissa myös matemaattisia tehtäviä suoritettaessa. Keskusyksikköä mittaavissa tehtävissä suoriutumisen on osoitettu olevan yhteydessä matematiikassa menestymiseen (e.g. Holmes & Adams, 2006; Jarvis & Gathercole, 2003; Wilson & Swanson, 2001) ja matematiikan oppimisvaikeuksista kärsivillä lapsilla ja nuorilla on havaittu olevan keskusyksikkötoiminnan heikkouksia (Anderson & Lyxell, 2007; Bull, Johnston, & Roy, 1999; McLean & Hitch, 1999). Toistaiseksi käytetyt keskusyksikkötoimintaa mittaavat tehtävät ovat kuitenkin harvoja poikkeuksia (esim. Jarvis & Gathercole, 2003) lukuunottamatta olleet *verbaalisesti* painottuneita.

Visuaalis-spatiaalinen työmuisti ja matematiikka

Matematiikka perustuu osaksi hyvin selkeästi visuaalis-spatiaalisiin elementteihin, kuten esimerkiksi erilaisiin geometrisiin kuvioihin, taulukoihin ja koordinaatistoihin. Numeroilla on tietty visuaalinen muoto ja niiden hahmottaminen sekä numeroina että kirjaimina vaatii visuaalista tunnistamista (Dehaene, 1997). Luvut eivät siis todennäköisesti ole puhtaasti verbalisia symboleja (Knops, Nuerk, Fimm, Vohn, & Willmes, 2006). Lukujen sijoittaminen esimerkiksi allekkainlaskuissa vaatii visuaalis-spatiaalista hahmottamista ja toisaalta visuaalis-spatiaalisten taitojen heikkous saattaa aiheuttaa virhetulkintatilanteita erilaisissa matemaattisissa suoritustilanteissa (Geary, 1994). Myös luvun todellisen arvon ymmärtämiselle oleellinen paikka-arvon ymmärtäminen vaatii visuaalis-spatiaalista hahmottamiskykyä (Booth & Thomas, 2000; Grossberg & Repin, 2003) eli visuaalis-spatiaalisuus ei rajoitu vain funktionaalille tasolle vaan liittyy myös konseptuaaliseen ymmärtämiseen. Matemaattisissa ongelmanratkaisuprosesseissa hyödynnetään erilaisia visuaalis-spatiaalisia mielikuvia (esim. Booth & Thomas, 2000; Hegarty & Kozhevnikov, 1999; van Garderen, 2006), ja matematiikassa vahvojen ja heikkojen on havaittu käytävän laadullisesti erilaisia visuaalis-spatiaalisia mentaalisia representaatioita ratkaistessaan matemaattisia ongelmia. Neuropsykologisesti orientoitunut tutkimus osoittaa, että nimenomaan visuaalis-spatiaaliset vaikeudet ovat luon-

teenomaisia yhdelle yleisimmistä matemaattisten oppimisvaikeuksien tyypeistä (ks. Geary, 1994, 2004).

Lukumääräisyyden taju eli lukumäärän hahmottaminen laskematta, on yksi keskeisistä ydintaidoista, jotka muodostavat perustan formaalin matematiikan oppimiselle (Geary, 2007). Pienten lukumäärien (n. 1–4) tarkka hahmottaminen on mahdollista laskematta (subitisaatio) kun taas isompien lukumäärien tarkkaan hahmottamiseen vaaditaan kieleen perustuvaa laskemista (Dehaene, 1997). Visuaalis-spatiaalisen lyhytkestoisen varaston kapasiteetin rajallisuutta on esitetty yhdeksi mahdolliseksi syyksi sille, että isompia lukumääriä pystytään arvioimaan vain suhteellisesti (Watson & Humphreys, 1999; Watson, Maylor, & Bruce, 2005). Pienten lukumäärien tarkan hahmottamisen ”kapasiteettiraja” onkin hyvin sama kuin työmuistin varastokapasiteettiraja, joka nykytiedon valossa on noin 3–5 yksikköä (Alvarez & Cavanagh, 2004; Halford, Cowan & Andrews, 2007). Lähtökohtana on ajatus siitä, että työmuisti-varastoon ei kerrallaan mahdu enempää kuin noin neljä yksikköä informaatiota, mikä vaikeuttaa isompien lukumäärien nopeaa hahmottamista. Aivojen kuvantamistutkimukset ovat äskettäin osoittaneet, että visuaalinen järjestelmä pystyy arvioimaan lukumääräisyyttä ja että lukumääräisyys on erimerkiksi värin, muodon ja koon tapaan visuaalisesti aistittavissa (Burr & Ross, 2008). Osa lapsista vaikuttaa olevan luonnostaan suuntautuneempia lukumäärien tarkasteleluun (spontaneous focusing on numerosity, SFON; Hannula & Lehtinen, 2005; Hannula, 2005), millä näyttäisi olevan suotuista vaikutus paitsi esimatemaattisten taitojen myös vaativampien matemaattisten taitojen kehittymiseen.

Lukumäärän lisäksi luvuilla on myös spatiaalinen ulottuvuus, jonka hahmottamiseen arvellaan tarvittavan visuaalis-spatiaalista työmuistia (Herrera, Macizo, & Semenza, painossa). Mentaalisen lukujonon arvellaan olevan luonteeltaan visuaalis-spatiaalinen jatkumo, jossa pienet luvut ovat vasemmalla ja suuret oikealla (Dehaene, 1997; Zorzi, Priftis, & Umiltà, 2002; Zorzi, Priftis, Meneghello, Marenzi & Umiltà, 2006) ja jossa tietty paikka merkitsee tiettyä lukumäärää. Lapsilla, jotka ovat sekä matemaattisesti että visuaalis-spatiaalisen spatiaalisen työmuistin suhteen heikkoja, on vaikeuksia hahmottaa lukuja mentaalisisällä lukujonolla, ja perustavan vaikeuden hahmottaa numeerisia voimakkuuksia mentaalisisällä lukujonolla on ehdotettu olevan yksi perussy siihen, että visuaalis-spatiaaliset ja numeeriset taidot ovat yhteydessä keskenään (Bachot, Gevers, Fias, & Roeyers, 2005). Dehaene (1997) arvelee, että luku ei ole välttämättä vain piste spatiaalisisällä lukujonolla vaan se herättää paljon laajempia aistimuksia luvun sisällöstä ja suhteista muihin lukuihin (esim. 64 on myös 2×32 , 100-36 ja <100). Mitä matemaattisesti harjaantuneempi tai lahjakkaampi yksilö on, sitä laajempi lukujonosijainnin herättämä aritmeettinen verkosto on.

Huolimatta siitä, että visuaalis-spatiaalisuus on osa matematiikkaa ja tietyn tyyppisten matemaattisten ongelmien taustalta on havaittu löytyvän nimenomaan visuaalis-spatiaalisia vaikeuksia, yhteyttä visuaalis-spatiaalisen *työmuistin* ja matematiikan suoriutumisen välillä on tutkittu viime vuosiin asti melko vähän, ja empiirisen tutkimuksen puute oli myös tämän tutkimussarjan lähtökohta. Ajallisesti ensimmäisen osatutkimuksen (osatutkimus III) käynnistytessä ennen vuosituhannen vaihdetta visuaalis-spatiaalisten valmiuksien ja matemaattisten taitojen välistä suhdetta työmuistinäkökulmasta tarkastelevia tutkimuksia ei juuri ollut. Sittemmin matematiikassa suoriutumisen ja toisaalta visuaalis-spatiaalisissa työmuistitehtävissä menestymisen on osoitettu olevan yhteydessä toisiinsa (mm. Holmes & Adams, 2006; Jarvis & Gathercole, 2003) ja matematiikassa heikosti menestyvien on havaittu olevan hyvin suoriutuvia keskimäärin heikompia tietyiltä visuaalis-spatiaalisilta työmuistivalmiuksiltaan (mm. Maybery & Do, 2003; McLean & Hitch, 1999; van der Sluis, van der Leij & de Jong, 2005).

Tämän tutkimussarjan toteuttamista on ohjannut käsitys siitä, että visuaalis-spatiaalinen työmuisti on eräänlainen mentaalinen työtila, jota *mahdollisesti* voidaan hyödyntää tietynlaisia matemaattisia tehtäviä ratkaistaessa ratkaisua varten tarvittavien tietojen säilyttämiseen ja käsittelyyn (ks. esim. Heathcote, 1994; Ashcraft, 1996). Tämä näkemys on saanut tukea mm. aivojen kuvantamismenetelmätutkimuksista joiden mukaan monimutkaisia visuaalisesti esitettyjä päässä laskuja (kaksinumeroisten lukujen kertolaskut) suoritetaan nimenomaan visuaalis-spatiaalisissa työmuistissa (Zago & Tzourio-Mazoyer, 2002). Työmuisti on ikään kuin mentaalinen 'taulu', jossa voidaan mm. säilöä ja prosessoida välituloksia monimutkaisia tehtäviä suoritettaessa.

Näkökulma matemaattisiin taitoihin

Tutkimussarjan tavoitteena oli siis pyrkiä täydentämään kuvaa matemaattisia taitoja ja matemaattista suoriutumista tukevista tiedonkäsittelyresursseista ja siten ymmärtää paremmin matematiikan koulusaavutuksissa ja suorituksissa ilmeneviä eroja. Tarkastelukohteena ovat matematiikasta *sinänsä* riippumattomat yleiset tiedonkäsittelyvalmiudet ja niiden yhteydet matemaattiseen suoriutumiseen. Näkökulma matemaattisiin taitoihin on hyvin psykologis-kasvatustieteellinen ja kokonaisvaltainen; matemaattinen suoriutuminen määrittäytyy erilaisissa joko psykologisesta tai kasvatustieteellisestä perinteestä nousevista matemaattisia taitoja kartoittavissa testeissä tai kokeissa suoriutumisen perusteella. Tarkastelukohteena on sekä alle kouluikäisten lasten esimatemaattisten taitojen hallinta että yläkouluikäisten nuorten koulumatematiikan ja peruslaskutaitojen hallinta.

Matemaattiset taidot voidaan matemaattis-loogisten periaatteiden hallinnan ja ymmärtämisen ja toisaalta käytännön tasolla jakaa konseptuaalisiin ja

proseduraalisiin tietoihin ja taitoihin (Geary, 2004; LeFevre, Smith-Chant, Fast, Skwarchuk, Sargla, Arnup, Penner-Wilger, Bisanz, & Kamawar, 2006; Resnick, 1989; Rittle-Johnson, ym., 2001). Proseduraaliset tiedot ja taidot merkitsevät sitä, että yksilö osaa suorittaa tietyn laskutoimituksen tai ratkaista tehtävän. Konseptuaaliset tiedot ja taidot merkitsevät sitä, että yksilö myös ymmärtää suorituksen taustalla olevat periaatteet. Yksinkertaisimmillaan ero voidaan esittää käsiteparilla taito (skill) ja ymmärrys (understanding) (ks. esim. Canobi, 2004). Molemmat tieto- ja taitorakenteet ovat matemaattisen suoriutumisen kannalta oleellisia ja sekä proseduraaliset (Canobi, 2004; LeFevre, ym., 2006; LeFevre, Greenham, & Waheed, 1993) että konseptuaaliset tiedot kehittyvät iän myötä (LeFevre, ym., 1993; Resnick, 1989), vaikka kehitys ei konseptuaalisten tietojen osalta olekaan yhtä selkeän suoraviivaista kuin proseduraalisten taitojen kehitys (Canobi, 2004; LeFevre, ym., 2006).

Yleisten periaatteiden hallinnan eli konseptuaalisten tietojen ja taitojen erottaminen proseduraalisista tiedoista ja taidoista on varsin hankalaa. Esimerkiksi matemaattisen varhaiskehityksen kannalta keskeiset lukujonotaidot kehittyvät vaiheittain (Case, 1996a; Fuson, 1988; Gelman & Gallistel, 1978; Resnick, 1989) ja kehityksen kuluessa konseptuaaliset ja proseduraaliset tiedot ja taidot paitsi kehittyvät, myös ruokkivat toisiaan (ks. Fuson, 1988; Gelman & Gallistel, 1978). On vaikea täsmällisesti todeta, missä ikävaiheessa lapsi todella hallitsee suorituksen taustalla olevan matemaattis-loogisen periaatteen ja missä vaiheessa hän osaa ainoastaan ratkaista tehtävän oikein (esimerkiksi matkimalla; ks. myös Rittle-Johnson, ym., 2001). Konseptuaalisten ja proseduraalisten tietojen ja taitojen onkin esitetty muodostavan vastavuoroisen oppimiskehän (Rittle-Johnson, ym., 2001), jossa taito ja ymmärrys kasvavat molempia hyödyttävässä vuorovaikutteisessa suhteessa. Rittle-Johnsonin ja muiden (2001) mukaan olennainen linkki konseptuaalisten ja proseduraalisten taitojen välillä saattaa olla matemaattisesta ongelmasta muodostettu mentaalinen työmuistirepresentaatio. Konseptuaalinen tieto ohjaa tarkkaavaisuuden suuntautumista siten, että lapsi osaa keskittää huomion tehtävän *ratkaisun kannalta* olennaisiin piirteisiin luodessaan mentaalista ongelmarepresentaatiota. Hyvin muodostettu representaatio puolestaan tukee tehokkaiden proseduurien valintaa. Tehokkaisen proseduurien aikaansaama oikeaan vastaukseen johtava prosessi taas ruokkii edelleen konseptuaalisen tiedon kehittymistä.

Tämän tutkimussarjan osatutkimuksissa I ja II alle kouluikäisten esimaatemaattisia taitoja mitattiin Lukukäsitellillä (van Luit, Van de Rijt, & Aunio, 2006), jonka tehtävät mittaavat sekä alkeellisten matemaattis-loogisten peruseriaatteiden että kehittyvien lukujonotaitojen hallintaa. Lukukäsite viittaa primaariin ymmärrykseen luvuista ja lukumääristä (ks. Dehaene, 1997, 244–245) ja muodostaa perustan koulumatematiikan ymmärtämiselle (van Luit, ym., 2006). Alle kouluikäisten lasten ymmärryksen lukumääristä ja luvuista

voi ennen kouluikää ja varhaisina kouluvuosina kuvata kehittyvän neljä eri perusvaiheen, esidimensionaalisen, yksidimensionaalisen, bidimensionaalisen ja integroidun bidimensionaalisen vaiheen kautta (Case, 1996a; Okamoto & Case, 1996; Case, Okamoto, Henderson, McKeough, & Bleiker, 1996). Nuorimmat tutkimukseen osallistuneet lapset (noin neljävuotiaat) ovat esidimensionaalisisessa vaiheessa, jossa lapsi käyttää kahta erilaista skeemaa, yleisen lukumäärän skeema (the global quantity schema), joka auttaa lasta käsittelemään lukumääriä käsitteiden *enemmän* tai *vähemmän* avulla sekä alkeellista laskemisskeemaa (object counting schema), joka viittaa alkeellisiin lukujonotaitoihin. Esidimensionaalisen vaiheen kuluessa lapsi oppii luettelemaan lukusanat oikeassa järjestyksessä sekä ymmärtämään, että yksi lukusana vastaa yhtä laskettavaa esinettä ja että viimeinen lukusana kertoo laskettavien asioiden kokonaislukumäärän (ks. myös Fuson, 1988; Gelman & Gallistel, 1978; Resnick, 1989). Vanhimmat alle kouluikäiset tutkimukseen osallistuneet lapset (noin kuusivuotiaat) ovat yksidimensionaalisisessa vaiheessa, jossa kaksi erillistä skeemaa ovat yhdistyneet ja lapselle on kehittynyt mentaalinen lukujono, jonka avulla hän hallitsee mm. numerot (2,3), lukusanat (kaksi, kolme) sekä kardinaalisuuden (2 ankkaa, 3 koiraa). Alkuvaiheessa lapsi kykenee suorittamaan yksinkertaisia yhteen- ja vähennyslaskuja lukujonolla etenemällä, myöhemmin kouluiässä, bidimensionaalisisessa ja integroidun bidimensionaalisisessa vaiheessa hän hallitsee myös paikka-arvon käsitteen ja pystyy laskemaan pääsälaskuja kaksinumeroisilla luvuilla kyeten toimimaan kahdella mentaalisella lukujonolla samanaikaisesti.

Yläkoululaisilla käytetyt testit ja kokeet ovat pääsääntöisesti keskeiseen oppiaineeseen perustuvia ja mittaavat formaalia koulumatematiikan hallintaa (valtakunnallinen matematiikan koe; MAKEKO, Ikäheimo, Putkonen & Voutilainen, 1988). Niiden voi todeta mittaavan pääsääntöisesti proseduraalisia taitoja, koska tehtävien vastauksia arvioidessa on mahdotonta arvioida, onko nuori ymmärtänyt spesifiin taitoon liittyvän matemaattis-loogisen yleisperiaatteen vai pystyykö hän vain ratkaisemaan tehtävän mekaanisesti oikein. Koulumatematiikka on usein ratkaisukeskeistä, joka houkuttelee mekaanisten laskusääntöjen opetteluun varsinaisen matemaattisen ajattelun kehittämisen sijaan (ks. Resnick, 1989). Viidennessä osatutkimuksessa riskioppilaiden seulon tamittarina toimi KTLT (Räsänen & Leino, 2005), joka mittaa peruslaskutaitojen hallintaa ja on suunniteltu matematiikan oppimisvaikeuksien seulon tamittariksi. Peruslaskutaitojen alueella ilmenevät vaikeudet ovat olennaisia määriteltäessä matemaattisia oppimisvaikeuksia (ks. esim. Räsänen & Aho nen, 2004, 277).

Matemaattisten oppimisen vaikeuksien määrittelyn ongelmat

Matematiikan moniulotteisuus ja toisaalta oppimisvaikeuksista kärsivien heterogeenisuus ovat vaikeuttaneet yksiselitteisten matematiikan oppimisvaikeuden määrittelykriteerien muodostumista. Toisaalta matematiikan oppimisvaikeuksien esiintyvyys riippuu nimenomaan käytetyistä määrittelykriteereistä. Suhteellisen vaikeita ja pysyviä peruslaskutaidon vaikeuksien on todettu olevan n. 3–8 % peruskouluikäisistä lapsista ja nuorista (Desoete, Roeyers, & De Clerq, 2004, Shalev, Manor, & Gross-Tsur, 1997; Shalev, Auerbach, Manor, & Gross-Tsur, 2000). Kuitenkin lievempiä ja mahdollisesti myös väliaikaisempia matematiikan oppimisen vaikeuksien on selvästi suuremmalla joukolla lapsia ja nuoria. Viidennen osatutkimuksen (Kyttälä, 2008) julkaisemattomasta seulonta-aineistosta 13 % 9. luokan oppilaista (N=332) sijoittui seulontatestinä olleessa *peruslaskutaidon hallintaa* mittavassa testissä (KTLT; Räsänen & Leino, 2005) luokkaan heikko tai erittäin heikko. Niin ikään toisessa suomalaisaineistossa (Vilenius-Tuohimaa & Kyttälä, käsikirjoitus valmisteilla, N=206) 11% peruskoulun kahdeksaluokkalaisista sijoittui samaisessa testissä peruslaskutaitojen osalta luokkaan heikko tai erittäin heikko.

Johtuen matematiikan oppimisvaikeuksien kirjavasta luokittelusta (ks. esim. Geary, 2004) täsmällisen tutkimukseen soveltuvan luokittelukriteerin löytäminen on hyvin vaikeaa. Empiirisissä tutkimuksissa seulontakriteerinä on yleensä käytetty heikkoa suoriutumista erilaisissa matemaattisia tai aritmeettisiä taitoja mittavissa tehtävissä *yhdistettynä* normaaliin älykkyyteen. Heikon suoriutumisen rajana on yleisimmin pidetty 25–35 prosenttiä (ks. esim. Geary, ym., 2000; Hanich, ym., 2001; Swanson & Beebe-Frankenberger, 2004). Tutkimustulosten yleistettävyyden ja tulkinnan kannalta luokittelukriteeri on avainasemassa, koska se vaikuttaa havaittuihin kognitiivisiin piirteisiin (Murphy, ym., 2007). Toisin sanoen eri tavalla seulotuilla ryhmillä on erilaiset kognitiiviset profiilit. On osoitettu mm., että lukitaidot ovat tässä suhteessa hyvin ratkaisevassa asemassa (Geary, ym., 2000; Hanich, ym., 2001; Shalev, ym., 1997; Siegel & Ryan, 1989). Paitsi että sekä lukitaidoiltaan että matemaattisilta taidoiltaan heikot ovat usein matemaattisesti heikompia kuin yksinomaan matemaattisilta taidoiltaan heikot (Geary, ym., 2000; Jordan, Hanich, & Kaplan, 2003), he tekevät myös erilaisia virheitä (Geary, ym., 2000) ja ovat kognitiivisten tukivalmiuksien heikkouksien suhteen erilaisia (ks. esim. Jordan, ym., 2003; Siegel & Ryan, 1989).

Johtuen matemaattisten oppimisvaikeuksien luokittelu- ja määrittelyongelmista, tässä tutkimusprojektissa (osatutkimus II ja V) tarkastelun kohteeksi päädyttiin ottamaan ns. riskilapset ja –nuoret, jotka lukukäsitteen tai peruslaskutaitojen hallinnan perusteella vaikuttivat kärsivän jonkinlaisista selvistä matematiikan oppimisen vaikeuksista ja ovat siten matematiikan oppimisvaikeuksien kannalta riskiryhmässä. Toisessa osatutkimuksessa seulontarajana

käytettiin enemmän kuin yhden keskihajonnan päähän alle oman ikäryhmän keskiarvon sijoittuvaa suoriutumista Lukukäsitetestissä, mikä testin ohjeiden mukaan on merkki kuulumisesta riskiryhmään. Riskilapsia oli 22 % kokonaisuotoksesta. Viidennessä osatutkimuksessa käytettiin empiirisissä tutkimuksissa hyvin yleistä seulontarajaa (25 persenttiili), mikä jollain tasolla tekee tuloksista teoreettisessa mielessä vertailukelpoisia aiempien tutkimusten kanssa. Toisaalta kummassakaan osatutkimuksessa ei tietoisesti asetettu älykkyyskriteeriä, joka usein liitetään oppimisvaikeuden määritelmään (ks. esim. Geary, 2004) johtuen mahdollisista ongelmista, joita älykkyyskriteerin käyttöön liittyy (Siegel 1989; Siegel & Himel, 1998; Siegel, 2003) ja toisaalta myös siitä, että älykkyuden rajaaminen tietylle alueelle saattaisi vähätellä työmuistitaitojen merkitystä ottaen huomioon, että älykkyys ja työmuisti ovat osittain päällekkäisiä käsitteitä (Ackerman, ym., 2005; Engle, ym., 1999; Haavisto & Lehto, 2004; Kane, ym., 2004; Neçka, 1992; Schweizer & Moosbrugger, 2004).

Tutkimussarjan yleiset ja erityiset tavoitteet

Tämän itsenäisistä osatutkimuksista koostuvan tutkimussarjan tavoitteena oli siis pyrkiä täydentämään kuvaa matemaattisilta taidoiltaan heikkojen yksilöiden visuaalis-spatiaalisista tiedonkäsittelyvalmiuksista käyttäen lyhytkestoisien, aktiivisen informaation varastoinnin ja prosessoinnin jäsentäjänä edellä esiteltyä Baddeleyn (1986, 1997) työmuistimallista johdettua käsitystä lyhytkestoisesta visuaalis-spatiaalisen informaation varastoinnista ja prosessoinnista. Työmuistinäkökulmasta tutkimussarjan avulla pyrittiin selvittämään, onko visuaalis-spatiaalinen työmuisti matemaattisen suoriutumisen kannalta tärkeä ja matemaattisten suoriutumiserojen ymmärtämisen kannalta hyödyllinen. Lähtökohtana oli käsitys visuaalis-spatiaalisesta muistijärjestelmästä, joka pystyy sekä varastoimaan että prosessoimaan visuaalis-spatiaalista informaatiota, myös visuaalisia mielikuvia, ja on ainakin jossain määrin yhteydessä älykkyYTEEN.

Tutkimussarja rakentuu seuraavien pääkysymysten ympärille:

- ovatko visuaalis-spatiaaliset työmuistivalmiudet yhteydessä matemaattiseen suoriutumiseen sekä esi- että yläkouluikässä (osatutkimukset I, II, III, IV, V)?³

³ Kysymys on muodoltaan yleinen ensinnäkin siksi, että empiirisia tutkimuksia koskien alle kouluikäisten matemaattisilta taidoiltaan heikkojen yksilöiden visuaalis-spatiaalisia työmuistivalmiuksia ei juuri ole ja toiseksi, koska myös kouluikäisiin keskittyneissä tutkimuksissa pääpaino on pitkään ollut verbaalisissa työmuistitehtävissä ja siten visuaalis-spatiaalisten valmiuksien merkitys suhteessa matemaattiseen kokonaisuoriutumiseen on kaikkea muuta kuin selvä.

- onko yhteys spesifi rajoittuen tiettyjen visuaalis-spatiaalisten valmiuksien ja matemaattisen suoriutumisen välille vai onko se yleinen koskien matemaattisia taitoja ja koko visuaalis-spatiaalista työmuistia (osatutkimukset I, II, III, IV, V) tai työmuistia laajemmin (osatutkimukset II, III)?⁴
- onko yhteys työmuistispesifi vai selitettävissä älykkyyden kaltaisella yleisellä päättelykapasiteetilla (osatutkimukset I, II, IV)?⁵

* * * * *

Huolimatta siitä, että visuaalis-spatiaalisten työmuistivalmiuksien ja matemaattisen suoriutumisen välisiä yhteyksiä käsittelevien tutkimusten määrä on kasvanut voimakkaasti, pienten lasten visuaalis-spatiaalisten työmuistiresurssien suhde matemaattisiin taitoihin on edelleen sangen tutkimaton kenttä. Harvat kohderyhmää käsittelevät tutkimukset ovat keskittyneet verbaalisiin työmuistivalmiuksiin (Alloway, Gathercole, Adams, Willis, Eaglen & Lamont, 2005; Gathercole, Brown & Pickering, 2003; Gathercole, Tiffany, Briscoe, Thorn & ALSPAC team, 2005; Passolunghi, Vercelloni & Schadee, 2007). Osatutkimukset I ja II pyrkivät täydentämään tietämystä alle kouluikäisten matemaattisilta taidoiltaan heikkojen lasten visuaalis-spatiaalisista työmuistivalmiuksista.

Osatutkimus I

Ensimmäisen osatutkimuksen tavoitteena oli selvittää, ovatko visuaalis-spatiaaliset työmuistivalmiudet yhteydessä matematiikan koulutaitoja edeltävien ja ennustavien (ks. esim. Geary, 2007; Jordan, Kaplan, Locuniak & Ramineni, 2007) matematiikan esitaitojen hallintaan. Tutkimuksessa pyrittiin selvittämään, onko kolmannessa osatutkimuksessa (ajallisesti ensimmäinen) havaittu yhteys matemaattisten taitojen ja visuaalis-spatiaalisten työmuistivalmiuksien välillä vain koulutaitoja koskeva ilmiö vai onko se havaittavissa jo ennen varsinaisen formaalin (koulu)matematiikan opiskelun aloittamista. Tutkimuksessa pyrittiin selvittämään,

- ovatko visuaalis-spatiaaliset työmuistivalmiudet yhteydessä sekä luku-
jonotaitojen että suhdetaitojen hallintaan.

⁴ Kysymyksellä pyritään hakemaan vastausta siihen, onko mahdollinen yhteys visuaalis-spatiaalisen työmuistin ja matemaattisen suoriutumisen välillä erityisesti visuaalis-spatiaalisuuteen liittyvä ilmiö vai ovatko työmuistivalmiudet myös laajemmin yhteydessä matemaattiseen kokonaissuoriutumiseen, mikä edelleen saattaisi kuvata enemmänkin yleistä tiedonkäsittelyä heikkoutta.

⁵ Koska älykkyys ja työmuisti ovat osittain päällekkäisiä käsitteitä (ks. meta-analyysi, Ackerman, ym., 2005, on mahdollista, että visuaalis-spatiaalisen työmuistin yhteys matemaattiseen suoriutumiseen on selitettävissä älykkyyseroilla.

- ovatko sekä passiiviset että aktiiviset työmuistivalmiudet yhteydessä esimatemaattisten taitojen hallintaan.
- onko työmuistivalmiuksien ja esimatemaattisten taitojen välinen yhteys selitettävissä joustavan älykkyyden kaltaisella yleisellä päättelykapasiteetilla.

Osatutkimus II

Toisen osatutkimuksen tavoitteena oli selvittää, miten matemaattisilta esitaidoiltaan heikkojen eli riskilasten ja normaalisuoriutujien työmuistiprofiilit eroavat toisistaan eli toisin sanoen, minkälaiset työmuistivalmiudet liittyvät lukukäsitteen heikkoon hallintaan. Ensimmäisessä osatutkimuksessa tutkittujen visuaalis-spatiaalisten työmuistivalmiuksien lisäksi tutkimuksessa tarkasteltiin verbaalisia työmuistiresursseja. Ensimmäisen osatutkimuksen ja verbaalisia työmuistivalmiuksia kartoittaneiden tutkimusten (Alloway, et al., 2005; Gathercole et al., 2003; Gathercole et al., 2005; Passolunghi, et al., 2007) perusteella oletettiin, että matemaattisilta taidoiltaan heikot lapset ovat ainakin joiltain työmuistivalmiuksiltaan heikompia kuin matemaattisesti normaalisuoriutujat. Tutkimuksessa pyrittiin selvittämään,

- ovatko ryhmien väliset työmuistiresurssierot yleisiä eli havaittavissa koko työmuistin alueella vai erityisiä eli havaittavissa vain tietyillä työmuistin osa-alueilla.
- ovatko ryhmien väliset erot työmuistispesifejä vai selitettävissä älykkyyden kaltaisella yleisellä päättelykapasiteetilla.
- ovatko ryhmien väliset erot yhteydessä kielellisiin taitoihin.

* * * * *

Vaikka kouluikäisten matematiikassa suoriutumisen ja toisaalta visuaalis-spatiaalisissa työmuistitehtävissä menestymisen on osoitettu olevan yhteydessä toisiinsa (mm. Holmes & Adams, 2006; Jarvis & Gathercole, 2003), tutkimusten yhtenä selkeänä puutteena on kuitenkin toistaiseksi ollut käytettyjen visuaalis-spatiaalisten työmuistitehtävien yksipuolisuus (esim. McLean & Hitch, 1999; van der Sluis, ym., 2005) ja visuaalis-spatiaalisen työmuistitoiminnan pelkistäminen passiiviseen varastointiin. Osatutkimukset III–V keskittyvät yläkouluikäisiin nuoriin.

Osatutkimus III

Kolmannen osatutkimuksen⁶ tavoitteena oli selvittää, ovatko visuaalis-spatiaaliset työmuistivalmiudet yhteydessä yhdeksäsluokkalaisten nuorten kouluma-

⁶ Kolmas osatutkimus oli aikajärjestyksessä tutkimussarjan ensimmäinen osatutkimus. Visuaalis-spatiaalisen työmuistin ja matemaattisten taitojen suhdetta käsitteleviä tutkimuksia ei tutki-

tematiikan hallintaan ja onko mahdollinen yhteys spesifisti visuaalis-spatiaalisuuden vai yleensä työmuistiin liittyvä. Tutkimus koostuu kahdesta eri osaineistosta, joista ensimmäisessä (IIIa) tarkasteltiin vain visuaalis-spatiaalisten työmuistivalmiuksien yhteyttä matematiikassa suoriutumiseen ja toisessa osaineistossa (IIIb) visuaalis-spatiaalisten työmuistivalmiuksien rinnalla myös verbaalisten työmuistitaitojen yhteyttä matemaattisiin taitoihin. Tutkimuksessa pyrittiin selvittämään,

- ovatko sekä passiiviset että aktiiviset visuaalis-spatiaaliset työmuistivalmiudet yhteydessä matematiikan hallintaan.
- ovatko sekä visuaalis-spatiaaliset että verbaaliset työmuistivalmiudet yhteydessä matematiikan hallintaan.

Osatutkimus IV

Neljännessä osatutkimuksessa tavoitteena oli tutkia yhtäältä sitä, toistuvatko kolmannen osatutkimuksen tulokset toisessa tutkimusjoukossa, toisessa ympäristössä, toisella matemaattisten taitojen mittarilla, ja toisaalta sitä, onko mahdollisesti havaittava yhteys visuaalis-spatiaalisen työmuistin ja matemaattisten koulutaitojen välillä mahdollisesti selitettävissä pelkästään älykkyyseroilla ottaen huomioon, että älykkyys ja työmuisti ovat osittain päällekkäisiä käsitteitä (Ackerman, ym., 2005; Engle, ym., 1999; Haavisto & Lehto, 2004; Kane, ym., 2004; Neçka, 1992; Schweizer & Moosbrugger, 2004). Lähtökohtana oli käsitys siitä, että työmuisti on paitsi matemaattisten taitojen kehityksen ja hallinnan taustalla oleva tiedonkäsittelyresurssi (Geary, 1994; 2004), myös matematiikassa suoriutumista ennustavan älykkyuden taustalla oleva eräänlainen ydinprosessointivalmius (Demetriou, ym., painossa; ks. myös s. 9–12). Tutkimuksessa pyrittiin selvittämään,

- selittävätkö sekä passiiviset että aktiiviset visuaalis-spatiaaliset työmuistivalmiudet matemaattista suoriutumista.
- miten visuaalis-spatiaaliset työmuistivalmiudet selittävät matematiikan eri osa-alueilla suoriutumista.
- onko työmuistivalmiuksien ja matemaattisten taitojen välinen yhteys selitettävissä joustavan älykkyuden kaltaisella yleisellä päättelykapasiteetilla.

Osatutkimus V

Viidennen osatutkimuksen tavoitteena oli selvittää, miten peruslaskutaidoiltaan heikkojen ja normaalisti suoriutuvien yhdeksäsluokkalaisten nuorten visuaalis-spatiaaliset työmuistiprofiilit eroavat toisistaan eli toisin sanoen, min-kälaiset visuaalis-spatiaaliset työmuistivalmiudet näyttävät liittyvän heikkoon

matemaattiseen suoriutumiseen yläkouluikässä. Viidennen osatutkimuksen tavoitteena oli laajentaa visuaalis-spatiaalisen työmuistin tehtävärepertuaaria ja siten monipuolistaa kuvaa matemaattisilta taidoiltaan heikkojen yksilöiden mahdollisista heikoista visuaalis-spatiaalisen työmuistin puolista. Aiemmissä tutkimuksissa visuaalis-spatiaalisia työmuistivalmiuksia matemaattisesti heikoilla on mitattu hyvin yksipuolisilla mittareilla (esim. McLean & Hitch, 1999; van der Sluis, ym., 2005) pelkistäen visuaalis-spatiaalinen työmuistitoiminta lähinnä passiiviseen varastointiin. Tutkimuksessa selvitettiin,

- ovatko ryhmien väliset työmuistiresurssierot yleisiä eli havaittavissa koko visuaalis-spatiaalisen työmuistin alueella vai erityisiä eli havaittavissa vain tietyntyypisissä valmiuksissa.
- ovatko ryhmien väliset työmuistiresurssierot yhteydessä lukitaitoihin.

2 Menetelmät

Osallistujat ja aineistonkeruu

Osatutkimuksiin osallistui kaikenkaikkiaan 749 lasta ja nuorta: yhteensä 162 4–6-vuotiasta lasta eri päiväkodeista Helsingistä sekä 587 15–16-vuotiasta peruskoulun yhdeksännen luokan oppilasta yhdeksästä eri eteläsuomalaisesta koulusta. Varsinaisiin työmuistimittauksiin osallistui 408 lasta tai nuorta. Osallistujamäärät osatutkimuksittain löytyvät taulukosta 1. Pienten lasten tutkimuksiin (osatutkimukset I & II) osallistui toistakymmentä helsinkiläistä päiväkotia, joista kaikki vanhemmiltaan luvan saaneet, riittävästi suomenkielen hallitsevat, sopivan ikäiset lapset osallistuivat tutkimukseen. Mittaukset suoritettiin yksilötestauksena päiväkotien omissa testaukseen soveltuvissa rauhallisissa tiloissa. Koulujen osalta tutkimukseen osallistuivat pääsääntöisesti kokonaiset yleisopetuksen koululuokat lukuunottamatta viidettä osatutkimusta, jossa oppilaat valikoituivat koeryhmiin mittaustulosten, eivät luokan perusteella. Koulut pyrittiin valitsemaan niin, että ne edustaisivat mahdollisimman hyvin tavallista (etelä-) suomalaista yläasteen koulua. Mittaukset suoritettiin pienissä ryhmissä, koulupäivän aikana kokeenjohtajan ja matematiikan opettajan valvonnassa. Viidennen osatutkimuksen työmuistimittaukset suoritettiin yksilötestauksena koulujen omissa tarkoitukseen soveltuvissa tiloissa.

Taulukko 1. Tutkimusprojektin osallistujamäärät osatutkimuksittain

	I	II ^a	III	IV	V ^a
Tytöt	26	28/55	69	73	26/169
Pojat	20	22/61	46	62	19/168
Yhteensä	46	50/116	115	135	45/337

^a = koeryhmät/seulonta-aineisto

Nuorimmat tutkimuksen osallistujat ovat työmuistikapasiteetin kehityksen suhteen alkutaipaleella mutta työmuistitoimintojen rakenne muistuttaa jo pienillä, jopa neljävuotialla lapsilla Baddeleyn kolmikomponenttikehystä (Alloway, Gathercole, & Pickering, 2006; Gathercole, Pickering, Ambridge, & Wearing, 2004) eli vaikka kapasiteetti on vasta kehittymässä, toimintoja voidaan kuitenkin jäsentää käyttäen jakoa prosessoiviin ja varastoiviin toimintoihin. Kunkin työmuistikomponentin kapasiteetti kasvaa voimakkaasti iän myötä saavuttaen tietynlaisen lakipisteensä nuoruusvuosina, pääsääntöisesti viimeistään noin 15–16-vuoden iässä (ks. esim. Lehto, ym., 2003; Logie ja Pearson 1997; Siegel, 1994; Wilson, Scott, & Power, 1987 eli yläkouluikäiset tutkimukseen osallistuneet nuoret ovat todennäköisesti työmuistivalmiuksiltaan lähellä aikuisten tasoa.

Visuaalis-spatiaalisen työmuistin kapasiteetin (lähinnä passiivisen varastoinnin osalta) kehittyminen vaikuttaa olevan suhteellisen riippumatonta fonologisen työmuistin kapasiteetin kehittymisestä (Gathercole, ym., 2004), joskin kehitys noudattaa samantyyppistä nousevaa trendiä (Chuah, & Maybery, 1999). Sekä visuaalis-spatiaalisen että fonologisen kapasiteetin kehittyminen vaikuttavat kuitenkin olevan riippuvaisia keskusyksikkötoimintojen kehittymisestä (Gathercole, ym., 2004), ja syyksi on arveltu mm. riippuvuutta yleisestä prosessointinopeudesta (Chuah, & Maybery, 1999; ks. myös Bayliss, Jarrod, Baddeley, Gunn, & Leigh, 2005). Visuaalis-spatiaalisissa työmuistitehtävissä suoriutuminen on pienillä lapsilla varhaisnuoria voimakkaammin yhteydessä keskusyksikkötoimintaan (Alloway, ym., 2006). Visuaalis-spatiaalisen työmuistin eri komponentit eivät kehity samaan tahtiin (Logie ja Pearson 1997; Wilson, ym., 1987), joskin molempien osalta voidaan havaita selvä kapasiteetin nousu suunnilleen viidennen ja yhdeksännen ikävuoden välillä.

Mittarit

Eri osatutkimuksissa käytetyt mittarit on koottu taulukkoon 2. Ne on jaoteltu mitattavan ominaisuuden mukaan (ks. *kuvio 5*). Pyrin valitsemaan työmuistitehtävät niin, että ne ovat mahdollisimman modaliteettispesifisiä eli toisin sanoen verbaaliset tehtävät houkuttelevat fonologiseen koodaukseen ja visuaalis-spatiaaliset tehtävät visuaalis-spatiaaliseen koodaukseen. Pienten lasten on todettu nojaavan vanhempia lapsia ja aikuisia voimakkaammin visuaalis-spatiaalisiin työmuistiresusseihin silloinkin, kun fonologinen koodaus olisi mahdollista (Hitch, ym., 1988; Hitch, Woodin & Baker, 1989; Walker, ym., 1994) ja sen vuoksi alle kouluikäisten tutkimuksissa (osatutkimukset I & II) verbaaliset työmuistitehtävät pyrittiin valitsemaan siten, että visuaalis-spatiaalinen koodaus olisi mahdollisimman vaikeaa. Vanhempien lasten ja aikuisten on havaittu hyödyntävän fonologisia resursseja, jos se on mahdollista (Brandimonte, Hitch, & Bishop, 1992). Osatutkimuksiin III–V osallistuneet peruskoulun yhdeksäsluokkalaiset ovat siis paitsi työmuistikapasiteetiltaan pitkälle kehittyneitä, myös alttiita hyödyntämään visuaalis-spatiaalisissa tehtävissä fonologista koodausta, jos se on mahdollista. Visuaalis-spatiaalisten työmuistitehtävien valinnassa on tästä syystä noudatettu erityistä tarkkuutta ja pyritti minimoimaan fonologisen koodauksen mahdollisuus. Käytettyjen työmuistitehtävien reliabiliteettikertoimet (split half) on raportoitu taulukossa 3.

Pienten lasten työmuistivalmiuksien mittaamiseen soveltuvien tehtävien kehittäminen ja muokkaaminen oli haasteellinen prosessi. Tehtäviä, jotka ylipäänsä olisivat soveltuneet nuorimpien eli neljävuotiaiden testaamiseen, oli olemassa hyvin vähän, ja harvat jo kehitetyt tehtävät tai testit eivät suoraan soveltuneet suomenkielellä teetetäviksi. Useiden esitestausvaiheessa tehtyjen yritysten ja erehdysten kautta sain kuitenkin koottua tehtäväpatteriston, jol-

la pystyttiin riittävän reliaabelisti mittaamaan pienten suomenkielisten lasten työmuistivalmiuksia. Mittareiden validiteetista pyrin varmistumaan käyttämällä kehitystyön pohjana pääsääntöisesti tehtäviä ja tehtävätyyppejä, joita on työmuistikentällä käytetty ja testattu paljon.

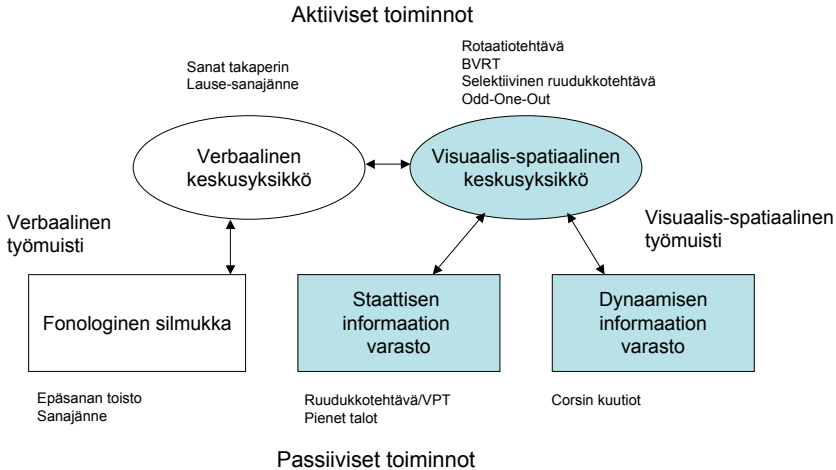
Visuaalis-spatiaalinen työmuisti

Passiiviset varastotehtävät. Ruudukkotehtävää (osatutkimukset I, II, III & IV; mukaeltu Wilsonin, Scottin ja Powerin (1987) pohjalta; I & II yksilötestinä) ja VPT-testiä (osatutkimus V; Visual Patterns Test; Della Sala, Gray, Baddeley & Wilson, 1997; yksilötestinä) käytettiin mittaamaan *staattisen visuaalis-spatiaalisen informaation lyhytkestoista varastointia*. Corsin kuutioilla (osatutkimus I & II yksilötestinä, osatutkimukset III & IV ryhmätestinä, osatutkimus V yksilötestinä; Corsi Blocks; Milner, 1971) mitattiin *dynaamisen eli sarjallisesti esitetyn visuaalis-spatiaalisen informaation lyhytkestoista varastointia*. Viidenteen osatutkimukseen valittiin edellisten varastotehtävien lisäksi Pienet talot –tehtävä (Little Houses; ks. Cornoldi & Vecchi, 2003, ss. 23–24), jonka tarkoituksena oli mitata nimenomaan *staattisen visuaalisen informaation hetkellistä varastointia*. Vaikka Della Sala ja muut (1997) kehittivätkin VPT-testin mittaamaan erityisesti visuaalis-spatiaalisen luonnoslehtiön visuaalisempaa komponenttia, on kuitenkin esitetty (ks. esim. Cornoldi & Vecchi, 2003), että tehtävässä olisi myös ruudukkojen sijaintiin liittyvä spatiaalinen ulottuvuus. Tämän vuoksi testivalikoimaan lisättiin tehtävä, joka olisi vielä puhtaammin visuaalinen.

Aktiiviset prosessointitehtävät. Toisen osatutkimuksen Odd-One-Out –tehtävä ja viidennen osatutkimuksen selektiivinen ruudukkotehtävä (Selective Matrix Task; Cornoldi & Vecchi, 2003; Mammarella & Cornoldi, 2005) ovat tyypillisiä moniosaisia jännetehtäviä (complex span), jollaisilla perinteisesti mitataan baddeleyläisiä keskusyksikkötoimintoja, Cornoldin ja Vecchin (2003) termein aktiivisia visuaalis-spatiaalisen työmuistin toimintoja. Molemmat tehtävät vaativat *samanaikaista visuaalis-spatiaalisen informaation miellesäpitämistä ja päätelmien tekoa visuaalis-spatiaalisesta informaatiosta*. Selektiivinen ruudukkotehtävä on Danemanin ja Carpenterin (1980) kehittämän verbaalisen lause-sanajännetehtävän visuaalis-spatiaalinen versio.

Aktiivisiin prosessointitehtäviin luokitellut mentaalinen rotaatiotehtävä ja BVRT-testi eivät ole tyypillisiä työmuistitehtäviä. Mentaalinen rotaatiotehtävä (osatutkimukset I, III ja IV; osatutkimukset III & IV mukaeltu Shepardin ja Metzlerin (1971) sekä Vandenbergin ja Kusen (1978) kehittämistä kuvioista) on kuitenkin sijoitettu aktiivisten prosessointitehtävien joukkoon. Se mittaa *visuaalis-spatiaalisen mielikuvan mentaalista käsittelykykyä*. On esitetty, että mentaalinen rotatointi on riippuvaista visuaalis-spatiaalisesta työmuistista (Loring-Meier & Halpern, 1999) ja että mentaalisisissa rotaatiotehtävissä suo-

riutuminen hyödyntää sekä työmuistin varastointi- että prosessointiresursseja (Lohman, 1996, 108) mutta toistaiseksi ei ole yksimielisyyttä siitä, miten rotaatio hyödyntää työmuistiresursseja (ks. Cornoldi & Vecchi, 2003). Se on kuitenkin visuaalis-spatiaalinen tehtävä, joka vaatii samanaikaista kuvion pyörittämistä ja rotatoidun kuvion säilyttämistä mielessä. Vaikka kuvio on tehtävää suoritettaessa esillä, vaatii mielessä rotatoiminen kuitenkin kuviosta luotavan mielikuvan mielessä pitämistä käsittelyn ajan. Kolmannessa osatutkimuksessa aktiivisten prosessointitehtävien määrää lisättiin. BVRT –testi (Benton Visual Retention Test; Benton, 1978) mittaa *abstraktien kuvioiden lyhytkestoista varastointikykyä*. Tutkittavan on mielempainamisen lisäksi kyettävä itse tuottamaan näkemänsä kuva, mikä tekee tehtävästä aktiivista prosessointia vaativan. Samanaikaisesti, kun tutkittava piirtää mielempainamaansa kuvaa, hänen on kerrattava kuvaa mielessään, jotta se ei unohtuisi.



Kuvio 5. Työmuistitehtävät jaoteltuna mitattavan ominaisuuden mukaan

Verbaalinen työmuisti

Passiivinen varastointi. Epäsanaman toistotehtävä (osatutkimus II) ja sanajännetehtävä (osatutkimus III) ovat perinteisiä fonologisen silmukan varastokapasiteettia mittaavia tehtäviä, jotka vaativat *kielellisen aineksen lyhytkestoista varastointia* (ks. esim. Daneman & Carpenter, 1980; La Pointe & Engle, 1990; Lehto, 1996). Epäsanaman toistamistehtävässä muistettava aines koostuu nimenmukaisesti tavuittain kasvavista sanoista, jotka eivät ole suomenkieltä mutta muistuttavat sitä. Tehtävä on suomenkieleen ja pienten lasten testaamiseen soveltuva modifioitu versio alkuperäisestä Epäsanaman toistotehtävästä (ks. Children's Test of Nonword Repetition; Gathercole, Willis, Baddeley, Emslie,

1994). Sanajännetehtävissä muistettavat sanat on yksinkertaisia kaksitavuisia suomenkielisiä sanoja.

Taulukko 2. Tutkimusprojektissa käytetyt mittarit

Tehtävä	Osatutkimus				
	I	II	III	IV	V
Visuaalis-spatiaalinen työmuisti					
Passiiviset varastotehtävät					
<i>Ruudukkotehtävä/VPT</i>	x	x	x	x	x
<i>Corsin kuutiot (ryhmä/yksilö)</i>	x	x	x	x	x
<i>Pienet talot</i>					x
Aktiiviset prosessointitehtävät					
<i>Rotaatiotehtävä</i>	x		x	x	
<i>BVRT</i>					x
<i>Selektiivinen ruudukkotehtävä</i>					x
<i>Odd-One-Out</i>		x			
Verbaalinen työmuisti					
Fonologinen varastointi					
<i>Sanajänne</i>			x		
<i>Epäsanat toisto</i>		x			
Aktiivinen prosessointi					
<i>Lause-sanajänne</i>			x		
<i>Sanat takaperin</i>		x			
Älykkyyks					
<i>Raven Progressive/Coloured</i>		x		x	
<i>WISC-III</i>	x				
Matemaattiset taidot					
<i>Lukukäsitestit</i>	x	x			
<i>Valtakunnallinen koe</i>			x		
<i>Makeko</i>				x	
<i>KTLT</i>					x
Kielelliset taidot					
Sanojen nimeäminen					
<i>Bostonin nimeämistesti</i>		x			
Ohjeiden ymmärtäminen					
<i>Token</i>		x			
Tekninen lukutaito					
<i>Tarzan</i>					x
Tekstinymmärtäminen					
<i>Hierarkiatesti</i>					x

VPT=Visual Patterns Test; BVRT=Benton Visual Retention Test; WISC-III=Wechsler Intelligence Scale for Children III; KTLT=Laskutaidon testi luokka-asteille 7–9

Aktiivinen verbaalinen prosessointi. Sanat takaperin (osatutkimus II) on modifioitu suomenkieleen ja pienille lapsille soveltuva versio usein verbaalisen keskusyksikön mittarina käytetystä Luvut takaperin -tehtävästä (Backwards Digit Recall; ks. esim. Gathercole, ym., 2003; Jarvis & Gathercole, 2003). Tehtävässä lapsen tulee pitää mielessään kokeenjohtajan luettelemat sanat ja toistaa ne päinvastaisessa järjestyksessä eli tehtävä vaatii *kahden tehtävän samanaikaista suorittamista*. Lause-sanajänne (osatutkimus I; Daneman & Carpenter, 1980) on tyypillinen moniosainen jännetehtävä, joka vaatii *samanaikaista verbaalisen informaation muistamista ja päätelmien tekoa kielellisen aineksen pohjalta*. Se mittaa keskusyksikön toimintaa vaatiessa aktiivista prosessointia ja kahden tehtävän samanaikaista suorittamista.

Taulukko 3. Työmuistitehtävien reliabiliteettikertoimet (split-half)

Tehtävä	Osatutkimus				
	I	II	III	IV	V
Visuaalis-spatiaalinen työmuisti					
Passiiviset varastotehtävät					
<i>Ruudukkotehtävä/VPT</i>	.81	.91	.74/.70	.73	.98
<i>Corsin kuutiot (ryhmä/yksilö)</i>	.68	.81	.63	.62	.72
<i>Pienet talot</i>					.61
Aktiiviset prosessointitehtävät					
<i>Rotaatiotehtävä</i>	.89		.81/.88	.82	
<i>BVRT</i>					.71
<i>Selektiivinen ruudukkotehtävä</i>					.91
<i>Odd-One-Out</i>		.74			
Verbaalinen työmuisti					
Fonologinen varastointi					
<i>Sanajänne</i>			.64		
<i>Epäsanana toisto</i>		.86			
Aktiivinen prosessointi					
<i>Lause-sanajänne</i>			.85		
<i>Sanat takaperin</i>		.70			

VPT= Visual Patterns Test; BVRT= Benton Visual Retention Test

Älykkyys

Ensimmäisessä osatutkimuksessa älykkyyttä mitattiin WISC-III -testin (Wechsler Intelligence Scale for Children, Third Revision) kahdella osatehtävällä: kuutioilla (Block Design), joka mittaa visuaalis-spatiaalista abstraktia päättelykykyä ja sanavarastotehtävällä (Vocabulary), joka mittaa mm. sanavaraston hallintaa ja verbaalista sujuvuutta (Wechsler, 1999).

Joustavaa älykkyyttä (fluid intelligence) mitattiin visuaalis-spatiaalista analogista päättelykykyä vaativalla (ks. esim. Carpenter, Just, & Shell, 1990) Ravenin matriisi –testillä (osatutkimus II, Raven Coloured Matrices; osatutkimus IV, Raven Progressive Matrices, Raven, Court, & Raven, 1992).

(Esi)matemaattiset taidot

Osatutkimuksessa I ja II lasten lukukäsitteen hallintaa mitattiin Lukukäsitetestillä (The Early Numeracy Test for Toddlers, The ENT; Van Luit, ym., 2006). Testi mittaa kahdeksaa eri osa-aluetta, joista neljä ensimmäistä: vertailu, luokittelu, vastaavuus ja järjestäminen muodostavat suhdetaidot (relational skills), jotka mittaavat lukumäärien ja lukumääriin liittyvien suhteiden ymmärtämisessä vaadittavia loogisia taitoja. Neljä viimeistä: lukusanojen luetteleminen, samanaikainen ja lyhentynyt laskeminen, tuloksen laskeminen ja lukukäsitteen soveltaminen muodostavat lukujonotaidot (counting skills), jotka mittaavat lukujonon ja lukujen ymmärtämistä ja käyttämiskykyä (Van Luit, ym., 2006).

Osatutkimuksessa III matemaattisten taitojen mittarina toimi 9. luokkien valtakunnallinen matematiikan koe ja osatutkimuksessa IV mittarina toimi MAKEKO (Matematiikan keskeisen oppiaineksen koe; Ikäheimo, ym., 1988), jotka molemmat mittaavat *matematiikan keskeisen oppiaineksen hallintaa*. Mitatut taidot sisälsivät osatutkimuksesta riippuen eri tavoin painottuneina aritmetiikkaa, algebraa ja geometriaa. Viidennessä osatutkimuksessa tarkastelun kohteeksi otettiin heikoimmin matematiikassa suoriutuvat oppilaat. Seulontamittarina toimi KTLT (Räsänen & Leino, 2005), joka *mittaa peruslaskutaitojen hallintaa* ja on suunniteltu matematiikan oppimisvaikeuksien seulontamittariksi. Sen pääpaino on perusaritmetiikassa mutta se sisältää myös perusalgebraa ja geometriaa.

Kielelliset taidot

Pienten lasten kielellisiä taitoja (osatutkimus II) mitattiin Bostonin nimeämistestillä (*The Boston Naming Test* (BNT), Kaplan, Goodglass, Weintraub, & Segal, 1983; Laine, Koivuselkä-Sallinen, Hänninen & Niemi, 1997), joka perustuu mustavalkoisten piirrettyjen konkreettisten kuvien nimeämiseen sekä Tokenin testillä (*The Token test for children*, e.g. DiSimoni, 1978), jossa mitataan erilaisten ohjeiden ymmärtämiskykyä.

Yhdeksäsluokkalaisten (osatutkimus V) *sanantunnistamiskykyä* eli teknistä lukutaitoa mitattiin Tarzan-tehtävällä (Lahti & Mynttinen, 2000), joka perustuu epäsanojen tunnistamiseen suomenkielisen tekstin joukosta. Tehtävässä suoriutumisen on osoitettu korreloivan ($r = .70$) standardoidussa lukitessissä (Lukivaikeuksien seulontamenetelmä nuorille ja aikuisille; Holopainen, Kairaluoma, Nevala, Ahonen, & Aro, 2004) suoriutumisen kanssa (Hänninen,

2006). *Tekstinymmärtämisen taitoja* mitattiin Hierarkiatestillä (Lyytinen & Lehto, 1998), jossa tutkittavien pitää löytää kolmesta eri tekstistä pääkohdat.

3 Keskeiset tulokset

Osatutkimukset I ja II, alle kouluikäiset lapset

Ensimmäinen osatutkimus

Ensimmäisessä osatutkimuksessa pyrittiin selvittämään, miten visuaalis-spatiaaliset työmuistivalmiudet ovat yhteydessä matematiikan koulutaitoja edeltävien esitaitojen hallintaan. Alkuperäisjulkaisun päätulokset osoittivat, että esi-kouluikäisillä lapsilla visuaalis-spatiaaliset työmuistitaidot olivat yhteydessä esimatemaattisiin taitoihin mutta pienestä aineistosta ja suhteellisen matalista korrelaatiokertoimista johtuen kovin vahvoja esimatematiikan osa-aluekohtaisia (lukujonotaidot vs. suhdetaidot) tai visuaalis-spatiaalisten työmuistitoimintojen luonnekohtaisia (passiivisuus vs. aktiivisuus) johtopäätöksiä ei kuitenkaan voida tehdä.

Passiivisessa staattisen visuaalis-spatiaalisen informaation varastokapasiteettia mittaavassa tehtävässä (ruudukkotehtävä) suoriutuminen oli yhteydessä lukujonon hallintaa mittaavissa tehtävissä suoriutumiseen ($r=.34$, $p<.05$; *taulukko 4*). Aktiivisessa mentaalisessa rotaatiotehtävässä suoriutuminen oli puolestaan yhteydessä lukukäsitteisiin kokonaismenestykseen ($r=.29$, $p<.05$). Se oli kuitenkin lähes yhtä vahvassa yhteydessä myös sekä suhdetaitoihin ($r=.27$) että lukujonotaitoihin ($r=.28$) mutta korrelaatiokertoimet eivät aivan saavuttaneet tilastollisen merkitsevyyden ($p<.05$) rajaa. Visuaalis-spatiaalisen työmuistin varastokapasiteettia mittaavista tehtävistä (ruudukkotehtävä ja Corsin kuutiot) mittareista muodostettu summamuuttuja, visuaalis-spatiaalinen varastointi, korreloi lukujonotaitojen kanssa ($r=.30$, $p<.05$) senkin jälkeen, kun älykkyys oli vakioitu, mikä osoittaa, että visuaalis-spatiaalisen varastokapasiteetin välillä on havaittava, tilastollisesti merkitsevä yhteys, joka ei kuitenkaan ole kovin voimakas mutta silti havaittavissa senkin jälkeen, kun yksilölliset älykkyyserot on vakioitu. Koska alkuperäisjulkaisusta puuttuvat tiedot yksittäisten työmuistitehtävien osittaiskorrelaatioista lukujono- ja suhdetaitojen kanssa älykkyuden ollessa vakioitu, on ne nyt lisätty yhteenveto-osan taulukkoon 4. Niiden perusteella voidaan todeta, että aiemmin tilastollisesti merkitsevä korrelaatio staattisen visuaalis-spatiaalisen varastokapasiteetin ja lukujonotaitojen välillä ei enää älykkyyserojen vakioimisen jälkeen aivan yllä tilastollisen merkitsevyyden tasolle mutta on lähellä sitä ($p=.056$).

Yhteenvetona voidaan todeta ensinnäkin, että visuaalis-spatiaaliset työmuistitaidot ovat yhteydessä lukukäsitteen hallintaan ja erityisesti lukujonotaitoihin mutta yhteys ei ole kovin vahva. Toiseksi voidaan todeta, että sekä passiivinen staattinen varastointi että aktiivinen visuaalis-spatiaalinen prosessointi (mentaalinen rotatointi) ovat yhteydessä esimatemaattisiin taitoihin. Kolmanneksi voidaan todeta, että älykkyys on yhteydessä esimatemaattisiin

taitoihin. Neljänneksi voidaan todeta, että yhteys visuaalis-spatiaalisen varastokapasiteetin ja lukujonotaitojen välillä ei näyttäisi olevan selitettävissä yksinomaan älykkyydellä. Tuloksia tulkittaessa ja johtopäätöksiä vedettäessä on kuitenkin muistettava, että aineisto on pieni (N=46) ja korrelaatiot melko matalia ($\pm .30$) eli tulokset ovat lähinnä suuntaa-antavia.

Taulukko 4. Visuaalis-spatiaalisten työmuistivalmiuksien, älykkyuden ja esimatemaattisten taitojen väliset korrelaatiot ja osittaiskorrelaatiot (älykkyys vakioitu) osatutkimuksessa I

Tehtävä	ENT	Suhde- taidot	Lukujono- taidot	Suhde- taidot	Lukujono- taidot
VSTM					
<i>Ruudukkotehtävä</i>	.24	.06	.34*	-.04	.29 ^b
<i>Corsin kuutiot</i>	.26	.22	.22	.18	.20
<i>Rotaatiotehtävä</i>	.29*	.27	.28	.20	.23
Älykkyys					
Kokonaissuoriutuminen	.30*	.34*	.25		
<i>Kuutiot</i>	.30*	.27	.31*		
<i>Sanavarasto</i>	.22	.31*	.14		

N=46. VSTM=visuaalis-spatiaalinen työmuisti. ENT=Early Numeracy Test for Toddlers; Lukukäsitteistä. * $p < .05$. ^a=älykkyys vakioitu. ^b= $p = .056$.

Toinen osatutkimus

Toisessa osatutkimuksessa vertailtiin matemaattisilta esitaidoiltaan heikkojen eli riskilasten ja matemaattisilta esitaidoiltaan keskimääräisten eli normaalisuoriutujien työmuistivalmiuksia yksisuuntaisten varianssi- ja kovarianssi-analyysien avulla. Alle kouluikäiset, 4–6 –vuotiaat lapset, jotka lukukäsitteen hallinnan perusteella kuuluivat matemaattisten oppimisvaikeuksien suhteen riskiryhmään, suoriutuivat matemaattisesti normaalisti suoriutuvaa verrokiryhmää heikommin kaikissa työmuistitehtävissä ($\eta^2 = .13–.24$) lukuunottamatta passiivista visuaalis-spatiaalisen dynaamisen informaation varastointia vaativaa tehtävää (taulukko 5). Työmuistitehtävien lisäksi riskilapset suoriutuivat verrokilapsia heikommin myös joustavaa älykkyyttä ja kielellisiä taitoja mittaavissa testeissä ($\eta^2 = .10–.28$). Vaikka riskilapset suoriutuivat verrokiryhmää heikommin lähes kaikissa työmuistitehtävissä, eivät suoriutumiset eri työmuistitehtävissä kuitenkaan korreloineet keskenään heikkojen ryhmässä lukuunottamatta tilastollisesti merkitsevää yhteyttä visuaalis-spatiaalisen varastotehtävän ja keskusyksikkötehtävän välillä ($r = .41$, $p < .05$). Normaalisuoriutujien ryhmässä kaikki visuaalis-spatiaaliset tehtävät korreloivat keskenään ($r = .53–.66$; ks. Kyttälä, Aunio & Hautamäki; käsikirjoitus) mutta eivät verbaa-

listen työmuistitehtävien kanssa. Myöskään verbaaliset työmuistitehtävät eivät korreloineet keskenään tilastollisesti merkitsevästi.

Riskilapset suoriutuivat siis verrokkilapsia heikommin sekä visuaalis-spatiaalisissa että verbaalisissa tehtävissä ja sekä passiivisissa että aktiivisissa työmuistitehtävissä. Ryhmien väliset suoriutumiserot säilyivät tilastollisesti merkitsevinä silloinkin, kun joustavan älykkyyden erot vakioitiin ($\eta^2 = .09-.24$; ks. Kyttälä, ym.; käsikirjoitus). Koko aineiston tasolla toisen osatutkimuksen tulokset ryhmien välisistä eroista tukevat ensimmäisen osatutkimuksen suunta-antavia tuloksia siitä, että visuaalis-spatiaaliset varasto- ja prosessointivalmiudet ovat älykkyyden lisäksi yhteydessä lukukäsitteen hallintaan. Havaitut ryhmien väliset erot työmuistivalmiuksissa olivat jossain määrin yhteydessä kielellisiin taitoihin. Kun sekä älykkyys että kielelliset taidot vakioitiin, verrokkiryhmä ja matemaattisilta taidoiltaan heikkojen lasten ryhmä erosivat enää vain passiivisten varastotehtävien osalta ($\eta^2 = .12$; ks. Kyttälä, ym., käsikirjoitus) viitaten siihen, että heikko suoriutuminen kielellisissä testeissä on yhteydessä heikkoon suoriutumiseen aktiivisissa, enemmän keskusyksikkötyyppistä ohjausta vaativissa työmuistitehtävissä.

Verrokkiryhmässä visuaalis-spatiaaliset työmuistitaidot korreloivat kohdullisen voimakkaasti kautta linjan lukukäsitteen hallinnan, sekä suhdetaitojen että lukujonotaitojen, kanssa ($r = .42-.80$), kun taas matemaattisesti heikoilla ne olivat ensimmäisen osatutkimuksen tapaan yhteydessä lähinnä lukujonon hallintaan (osatutkimus II, *taulukko 5*). Riskilapsien suoriutuminen lukukäsitteissä, erityisesti matemaattis-loogisten periaatteiden hallintaa mittaavissa suhdetaitojen tehtävissä oli voimakkaasti yhteydessä kielellisiin taitoihin ja älykkyyteen. Lasten vaihteleva ikä (4–6 v ryhmien sisällä) selitti valtaosan havaituista korrelaatioista indikoiden normaalia kehityksellistä kaavaa: nuoremmat lapset ovat sekä työmuistivalmiuksiltaan että esimatemaattisilta taidoiltaan vanhempia heikompia.

Taulukko 5. Riskiälasten ja verrokkiälasten suoriutuminen työmuistitehtävissä sekä työmuistitehtävien ja matemaattisten esitaitojen väliset korrelaatiot ryhmittäin osatutkimuksessa II

Mittari	Riskiryhmä (N=25)		Verokkiryhmä (N=25)		n ²	Riskiryhmä (N=25)		Verokkiryhmä (N=25)				
	M	SD	M	SD		ENT (total)	Luku-jono-taidot	ENT (total)	Luku-jono-taidot			
Visuaalis-spatiaalinen työmuisti												
Passiivinen varastointi												
<i>Ruudukkot tehtävi</i>	5.92	2.32	8.72	2.82	15.10***	.24	.63**	.49*	.56**	.52**	.42*	.43*
<i>Corsin kaviot</i>	8.92	2.89	10.16	2.41	3.64	.07	.19	.36	.01	.80***	.66***	.66***
Aktiivinen prosessointi												
<i>Odd-One-Out</i>	2.96	1.51	4.36	1.87	9.08**	.16	.37	.45*	.21	.67***	.63**	.47*
Verbaalinen työmuisti												
Passiivinen varastointi												
<i>Epäsana jänne</i>	9.80	4.00	12.84	2.98	11.25**	.19	.03	.30	-.19	-.16	-.22	-.04
Aktiivinen prosessointi												
<i>Sanat takaperin</i>	3.80	1.32	4.80	1.35	6.98*	.13	-.18	-.15	-.16	.05	-.14	.24
Kielelliset taidot												
<i>Boston</i>	26.88	10.43	33.71	6.70	7.36**	.14	.72***	.32	.84***	.44*	.39	.34
<i>Token</i>	36.96	13.75	50.46	6.92	18.60***	.28	.64**	.38	.67***	.18	.29	-.00
Älykkyyks												
<i>Raven</i>	17.68	3.82	20.25	4.20	5.03*	.10	.70***	.51*	.66***	.43*	.26	.47*

ENT=Early Numeracy Test for Toddlers; Lukukäsiteltesti. * p<.05, ** p<.01, *** p<.001.

Kun ikä vakioitiin, ainoa tilastollisesti merkitsevä korrelaatio verrokkiryhmässä oli dynaamisen visuaalis-spatiaalisen informaation varastointia mittaavan tehtävän ja lukukäsitteiden kokonaismenestyksen ($r=.64$, $p<.01$) sekä erityisesti suhdetaitoja mittaavien tehtävien ($r=.48$, $p<.05$) välillä. Riskilasten suoriutuminen lukukäsitteistissä, erityisesti matemaattis-loogisten periaatteiden hallintaa mittaavissa suhdetaitojen tehtävissä oli sen sijaan voimakkaasti yhteydessä ($r=.53-.84$) kielellisiin taitoihin ja älykkyyteen myös sen jälkeen, kun ikä oli vakioitu. Vaikuttaa siis siltä, että lukukäsitteen hallinta (Lukukäsitteistissä menestyminen) on heikon ryhmän sisällä iästä riippumattomassa⁷ yhteydessä kielellisiin taitoihin ja joustavaan älykkyyteen ja verrokkiryhmässä puolestaan dynaamisen visuaalis-spatiaalisen informaation varastointikykyyn.

Osatutkimukset III, IV ja V, yläkouluikäiset nuoret

Kolmas osatutkimus

Kolmannessa osatutkimuksessa pyrittiin selvittämään kahdella eri aineistolla (IIIa, IIIb), ovatko visuaalis-spatiaaliset työmuistivalmiudet yhteydessä koulu-matematiikassa suoriutumiseen. Yhdeksäsluokkalaisten visuaalis-spatiaaliset taidot olivat molemmissa aineistoissa alle kouluikäisten tapaan yhteydessä matemaattisiin taitoihin. Molemmissa aineistoissa sekä passiiviset että aktiiviset visuaalis-spatiaaliset työmuistivalmiudet korreloivat matematiikassa suoriutumisen kanssa (*taulukko 6*). Sen sijaan verbaalista lyhytkestoista varastointia ($r=.19$, $p>.05$) tai aktiivista prosessointia ($r=.19$, $p>.05$) vaativissa tehtävissä suoriutuminen ei ollut yhteydessä matemaattisiin taitoihin. Askeltaen suoritettu regressioanalyysi osoitti, että staattista visuaalis-spatiaalista varastointia vaativa tehtävä oli ensimmäisessä osatutkimuksessa ainoa tilastollisesti merkitsevä matemaattisen suoriutumisen selittäjä (ks. Reuhkala, 2001). Toisessa osatutkimuksessa aktiivinen prosessointi (mentaalinen rotatointi) oli ainoa tilastollisesti merkitsevä matemaattisten taitojen selittäjä. Tulosten tulokinnassa on otettava huomioon, että tilanteessa, jossa selittävät muuttujat korreloivat keskenään, regressioanalyysi tuottaa tiettyssä mielessä harhaanjohtavia tuloksia selittävien muuttujien selitysosuuksista. Tässä tapauksessa selittävien muuttujien joukossa ainoa tilastollisesti merkitsevä selittäjä ei välttämättä kuitenkaan ole aidosti ainoa selittäjä vaan ainoastaan *vahvin*.

Neljäs osatutkimus

Neljäs osatutkimus osoitti kolmannen osatutkimuksen tapaan, että sekä passiiviset (ruudukkotehtävä) että aktiiviset (mentaalinen rotatointi) visuaalis-spatiaaliset työmuistivalmiudet ovat yhteydessä yläkouluikäisten nuorten ma-

⁷ On tiettyssä mielessä vaarallista puhua riippuvuuksista, kun tarkastellaan vain korrelaatioita. Tällä iästä riippumattomalla yhteydellä viitataan kuitenkin siihen, että yhteyttä ei voida selittää ainakaan ryhmänsisäisillä ikäeroilla.

temaattisiin koulutaitoihin (*taulukko 6*). Yhteys oli kuitenkin jossain määrin riippuvaista matematiikan osa-alueesta: esimerkiksi dynaaminen varastokapasiteetti oli yhteydessä sanallisissa tehtävissä menestymiseen ($r=-.23^8$, $p<.01$) mutta ei geometrian tehtävissä ($r=-.12$, $p>.05$) tai päässälaskuissa ($r=-.10$, $p>.05$) suoriutumiseen.

Yhteys visuaalis-spatiaalisten työmuistivalmiuksien ja matemaattisten taitojen välillä oli myös *jossain määrin* selitettävissä joustavalla älykkyydellä. Älykkyuden vakioiminen laski visuaalis-spatiaalisten työmuistivalmiuksien ja matemaattisen suoriutumisen välisiä korrelaatioita mutta osa korrelaatioista oli silti edelleen tilastollisesti merkitseviä (ks. Kyttälä & Lehto, 2008). Esimerkiksi passiivisen staattisen informaation varastointitehtävässä (ruudukkotehtävä) suoriutuminen korreloi tilastollisesti merkitsevästi sekä päässälaskuissa ($r=.19$, $p<.05$), geometrian tehtävissä ($r=.21$, $p<.05$) että sanallisissa tehtävissä ($r=.18$, $p<.05$) suoriutumisen kanssa senkin jälkeen, kun älykkyys oli vakioitu, joskin korrelaatiokertoimet olivat suhteellisen matalia. Älykkyystestissä suoriutuminen sinänsä korreloi suhteellisen voimakkaasti yhdeksäsluokkalaisten matematiikassa suoriutumiseen ($r=.63$, $p<.001$).

Taulukko 6. Visuaalis-spatiaalisten työmuistivalmiuksien ja matemaattisten taitojen väliset korrelaatiot osatutkimuksissa III ja IV

Matematiikka	Osatutkimus IV					
	IIIa	IIIb	IV	PL	G	S
VSTM						
<i>Ruudukkotehtävä</i>	.57***	.42***	.39***	.31**	.35***	.32***
<i>Corsin kuutiot</i>	.44***		-.20*	-.10	-.12	-.23**
<i>Rotaatiotehtävä</i>	.52***	.58***	.44***	.26**	.45***	.39***

VSTM=visuaalis-spatiaalinen työmuisti. PL=päässälaskut, G=geometria, S=sanalliset tehtävät. ** $p<.01$; *** $p<.001$.

Alkuperäisessä julkaisussa (Kyttälä & Lehto, 2008) työmuistitekijöiden ja joustavan älykkyuden kykyä matemaattisten taitojen selittäjinä mallinnettiin regressioanalyysin avulla. Vaikka regressioanalyysi sinänsä soveltuukin teorian kannalta oleellisten muuttujien vaikutusten tarkasteluun ja siten tietyn jatkuvan muuttujan *selittämiseen* (Cramer, 2003, 59, 74; Johnson & Chris-

⁸ Negatiivinen korrelaatiokerroin johtuu siitä, että kyseessä on käännetty muuttuja. Modifioidusta Corsin kuutiot –tehtävästä muodostettu muuttuja osoittautui jakaumaltaan niin negatiivisesti vinoksi, että se käännettiin (ks. Tabachnick & Fidell (2001, 80-82) ja suoritettiin logaritmi-muunnos, mikä korjasi muuttujan jakaumaa riittävästi, jotta se soveltuvi parametrisiin analyyseihin.

tensen, 2004, s. 455; Metsämuuronen, 2003, s. 60) ja sen toisena pääasiallisena käyttötapana ennustamisen lisäksi on mainittu tilanne, jossa selittäjien ja selitettävän välisiä suhteita tutkitaan ennustamisen sijaan ikään kuin teori-anmuodostusmielessä (Nummenmaa, Konttinen, Kuusinen & Leskinen, 1996, 308), liittyy sen käyttöön kuitenkin ongelmia silloin, kun selittävät muuttujat korreloivat keskenään (Tabachnick & Fidell, 2001). Vaikka kokonaisselitys-asteet ovat luotettavia, niitä ei voida luotettavasti hajottaa kullekin selittävälle muuttujalle, josta seuraa edelleen se, että vaikka muuttujien suhteellinen voimakkuus voidaan regressiomallien avulla selvittää, absoluuttiset omaselitys-osuudet eivät ole luotettavia. Koska selittävien muuttujien omaselitys-osuuksia ei pystytä riittävän luotettavasti arvioimaan ja koska epäsuorien yhteyksien arvioiminen on tavanomaisen regressioanalyysin keinoin mahdotonta, jatkoin neljännen osatutkimuksen aineiston analyysia koettelemalla alkuperäisen julkaisun hypoteettisia malleja matemaattisten taitojen selittäjien kausaalisesta kudoksesta polkuanalyysiin käyttäen AMOS 16.0 -ohjelmaa. Polkumallit estimoiitiin erikseen sekä matematiikan kokonaissuoriutumiseksi että mitatuille eri matematiikan osa-alueille. Huomautettakoon tässä yhteydessä, että vaikka tarkoituksena on koetella tiettyjen muuttujien keskinäisiä kausaalisia kudoksia, ei polkuanalyysi sinänsä osoita aitoja syy-seuraus-suhteita. Kausaalirakenteiden muodostamisen lähtökohta on puhtaasti teoreettinen⁹.

Ennen polkumallien esittelyä palataan kuitenkin alkuperäisjulkaisun regressioanalyysiin, joista tässä esittelen vain askeltaen toteutetut analyysit (taulukko 7). Ne osoittavat selkeästi sen, että joustava älykkyys on voimakkain matemaattisten taitojen selittäjä koskien sekä matemaattisia taitoja kokonaisuudessaan että yksittäisiä matemaattisia osa-alueita, päässälaskuja, geometriaa ja sanallisissa tehtävissä suoriutumista. Älykkyys oli askeltaen toteutetussa regressioanalyysissä (osatutkimus IV) voimakkain, joskaan ei ainoa, matemaattisten taitojen selittäjä selittäen 39 % matemaattisten taitojen vaihtelusta (taulukko 7). Staattisen visuaalis-spatiaalisen informaation varastokapasiteetin (ruudukkotehtävä) lisääminen malliin kasvatti kokonaisselitysosuuden 43 prosenttiin. Eri matematiikan osa-alueiden regressiomallit osoittavat, että vaikka älykkyys on selkeästi vahvin yksittäinen selittäjä jokaisella osa-alueella, jokaisessa mallissa myös joku visuaalis-spatiaalisen työmuistin osa-alue kasvattaa kokonaisselitysosuutta.

⁹ Polkuanalyysia käytetään tässä yhteydessä pikemminkin eksploratiivisessa kuin tavanomaisessa konfirmatorisessa mielessä. Sen avulla koetellaan eksploratiivisesti muodostettuja hypoteettisia malleja yksittäisten polkujen merkitsevyyksien selvittämiseksi. Toisaalta mallien kausaalirakenteiden- ja suuntien oletukset on tehty nimenomaan teoreettisiin perustein.

Taulukko 7. Regressioanalyysin päätulokset osatutkimuksessa IV

Riippuva muuttuja	Riippumaton muuttuja	R ²	F
Matematiikan taidot			
	Malli 1 (stepwise)		
	1. Raven	.39	81.02***
	2. Ruudukkotehtävä	.43	47.61**
Päässälkut			
	Malli 4 (stepwise)		
	1. Raven	.23	37.05***
	2. Ruudukkotehtävä	.26	21.52*
Geometria			
	Malli 6 (stepwise)		
	1. Raven	.37	72.43***
	2. Mentaalinen rotatointi	.40	41.43**
Sanalliset tehtävät			
	Malli 9 (stepwise)		
	1. Raven	.36	70.46***
	2. Corsin kuutiot	.38	38.39*

N=128, a= muuttuja on käännetty ennen analyysia

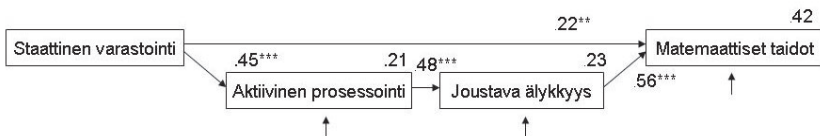
Aineiston jatkoanalyysi

Jatkoanalyysien päätarkoituksena oli siis koetella alkuperäisiä malleja ja niissä oletettuja suoria ja epäsuoria vaikutuksia keskeisten muuttujien välillä. Periaatteena oli tutkia visuaalis-spatiaalisen työmuistin ja yleisten matemaattisten taitojen välisiä yhteyksiä kiinnittäen lähinnä huomiota yksittäisten polkujen merkittävyyksiin kokonaisuksien koettelemisen sijaan.

Alkuperäiset mallit perustuivat siihen lähtöolettamukseen, että visuaalis-spatiaalista työmuistitoimintaa mittaavat tehtävät vain korreloivat keskenään, ilman oletusta niiden keskinäisten kausaalisuhteiden rakenteista. Työmuistivalmiuksien voidaan kuitenkin ajatella rakentuvan hierarkkisesti siten, että yksinkertaisemmat, alemman tason ydinprosessointiresurssit ovat edellytys ylemmän tason valmiuksille ja ne toisaalta myös rajoittavat ylemmän tason prosesseja (ks. esim. Demetriou, ym. painossa; Duff & Logie, 2001; ks. myös s. 12). Tämän työmuistihierarkkisen kausaalirakenteen testaamiseksi varastomuuttujat on jatkoanalyysissä kiinnitetty ainoiksi eksogeenisiksi muuttujiksi. Muutos ei sinänsä muuta alkuperäisen tutkimuksen kannalta keskeisimpien kausaalipolkujen määrittelyä (matemaattisen suoriutumisen selittäminen) vaan tarkentaa työmuistiteoreettisia lähtökohtia.

Ensimmäisenä estimoitiiin malli (kuvio 6), jossa pyrittiin testaamaan teorian ja regressioanalyysien perusteella muodostettua alkuperäisjulkaisussa raportoitua *olettamusta* matematiikan kokonaissuoriutumisen selittäjistä. Eksogeeniseksi muuttujaksi malliin kiinnitettiin staattisen visuaalis-spatiaalisen informaation varastokapasiteetti ja endogeenisiksi muuttujiksi aktiivinen prosessointikyky, joustava älykkyyys ja matematiikan kokonaissuoriutuminen. Huomautettaakoon tässä yhteydessä, että jo alkuperäisen hypoteettisen mallin muodostamista on ohjannut teoreettinen käsitys siitä, että työmuisti on osa älykkyyttä (ks. s. 12) ja että työmuistia mittaavien tehtävien avulla voidaan selittää älykkyydestissä suoriutumista, mikä on siis edelleen ohjannut muuttujien sijoittamista malleihin.

Malli saa tukea aineistolta ($\chi^2 = 3.80$, $df=2$, $p=.150$; $CFI=.99$; $GFI=.99$; $RMSEA=.08$), mikä sinänsä ei ole yllättävä tulos ottaen huomioon, että teoreettisen tiedon ohella (kausaalisuuntien määritys ja muuttujien järjestys) malli on alunperin muodostettu aineistoon perustuvien analyysien perusteella (korrelaatiot, regressioanalyysit). $RMSEA$ -arvo jää hieman korkeaksi (.08), kun hyvän mallin kriteeri olisi $RMSEA < .06$. $RMSEA$ ei kuitenkaan pienillä aineistoilla ole välttämättä luotettavin riittävyysmitta, koska se saa helposti liian korkeita arvoja (ks. esim. Ullman, 2001).



** $p < .01$, *** $p < .001$

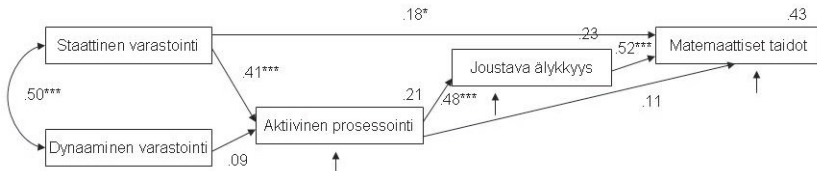
Kuvio 6. Malli 1. Alkuperäinen malli.

Oleellisempaa kuin mallin hyvyyden kriteerit ovat tässä tapauksessa yksittäiset polkukertoimet ja sekä suorat että epäsuorat efektit. Ensimmäisessä mallissa sekä staattinen varastokapasiteetti ($\beta=.22$, $p < .01$) että älykkyydestissä suoriutuminen ($\beta=.56$, $p < .001$) selittävät matemaattista suoriutumista tilastollisesti merkitsevästi. Sen lisäksi sekä staattisella varastokapasiteetilla ($\beta=.12$, $p < .01$) että aktiivisella prosessointikyvyllä ($\beta=.27$, $p < .05$) on epäsuora yhteys matemaattiseen suoriutumiseen. Staattisella varastokapasiteetilla on lisäksi selkeä epäsuora yhteys älykkyydestissä suoriutumiseen rotaatiokyvyn kautta ($\beta=.22$, $p < .01$). Mallin kokonaisselitysosuus on 42%.

Alkuperäisen mallin koettelemiseksi mallia täydennettiin (kuvio 7). Laajennetulla mallilla testattiin työmuistikomponenttien keskinäisiä painoarvoja matemaattisen kokonaissuoriutumisen selittäjinä eksploratiivisessa mielessä. Mallissa testattiin, onko aktiivisella prosessointikyvyllä (mentaalinen rotaatio-

kyky) epäsuoran efektin lisäksi myös suora yhteys matemaattiseen kokonaissuoriutumiseen ottaen huomioon, että mentaalisen rotaatiokyvyn on havaittu olevan yhteydessä matemaattiseen suoriutumiseen (Battista, 1990; Casey, ym., 1997; Reuhkala, 2001). Eksogeenisiksi muuttujiksi kiinnitettiin staattinen visuaalis-spatiaalinen varastokapasiteetti ja dynaaminen visuaalis-spatiaalinen varastokapasiteetti. Endogeenisiksi muuttujiksi sijoitettiin aktiivinen prosessointikyky, joustava älykkyyys ja matematiikan kokonaissuoriutuminen.

Malli näyttää sopivan aineistoon erinomaisesti ($\chi^2 = 2.43$, $df=3$, $p=.489$; CFI=1.00; GFI=.99; RMSEA=.00) mutta kuten jo aiemmin mainittiin, mallin hyvyttä olennaisempaa jatkoanalyysien kannalta ovat yksittäiset polkukertoimet. Staattisen visuaalis-spatiaalisen informaation varastokapasiteetti selittää tilastollisesti merkitsevästi sekä matematiikan kokonaissuoriutumista ($\beta=.18$, $p<.05$) että aktiivista keskussyksikköprosessointia vaativassa rotaatio-tehtävässä suoriutumista ($\beta=.41$, $p<.001$). Älykkyyys on edelleen voimakkain matematiikan kokonaissuoriutumisen selittäjä ($\beta=.52$, $p<.001$). Rotaatiokyvyllä on selkeä epäsuora yhteys ($\beta=.25$, $p<.05$) matemaattiseen suoriutumiseen älykkyydestä menestymisen kautta mutta suora yhteys ei ole tilastollisesti merkitsevä. Myös staattisella varastokapasiteetilla on havaittava epäsuora yhteys sekä matematiikassa suoriutumiseen ($\beta=.15$, $p<.01$) että älykkyydestä suoriutumiseen ($\beta=.20$, $p<.01$). Mallin kokonaisselitysosuus on 43%.



* $p<.05$, *** $p<.001$

Kuvio 7. Malli 2. Laajennettu malli

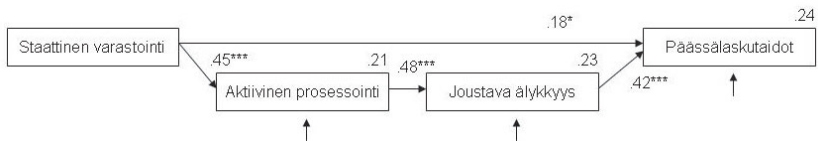
Voidaan siis todeta, että jälkimmäinen kattavampi malli kuvaa aineistoa riittävyysmittojen perusteella paremmin, joskaan kokonaisselitysosuuksissa ei ole juurikaan eroa (42 % vs. 43 %). Laajennettu malli vahvistaa alkuperäisjulkaisun tuloksen siitä, että aktiivisella prosessointikyvyllä (mentaalinen rotaatio) on vain epäsuora yhteys matemaattiseen kokonaissuoriutumiseen.

Päässälaskut

Ensimmäisenä estimoitettiin malli (kuvio 8), jossa pyrittiin testaamaan alkupe- räisjulkaisussa raportoitu oletettu malli päässälaskutaidon selittäjistä. Eksogee- niseksi muuttujaksi kiinnitettiin staattisen visuaalis-spatiaalisen informaation

varastokapasiteetti ja endogeenisiksi muuttujiksi aktiivinen prosessointikyky, joustava älykkyys ja päässä-laskutehtävissä suoriutuminen.

Malli näyttää sopivan aineistoon hyvin ($\chi^2 = 2.18$, $df=2$, $p=.336$; $CFI=.998$; $GFI=.992$; $RMSEA=.027$). Sekä staattisen visuaalis-spatiaalisen informaation varastointi ($\beta=.18$, $p<.05$) että joustava älykkyys ($\beta=.42$, $p<.001$) selittävät päässä-laskutehtävissä suoriutumista tilastollisesti merkitsevästi. Rotaatiotehtävässä suoriutuminen selittää tilastollisesti merkitsevästi joustavan älykkyuden testissä suoriutumista ($\beta=.48$, $p<.001$). Rotaatiotehtävässä menestymisellä on selkeä epäsuora yhteys päässä-laskutehtävissä suoriutumiseen ($\beta=.20$, $p<.01$). Staattisella varastokapasiteetilla on selkeä epäsuora yhteys sekä älykkyystestissä suoriutumiseen ($\beta=.22$, $p<.01$) aktiivisen prosessointikyvyn kautta että melko vaatimaton epäsuora yhteys prosessointikyvyn ja joustavan älykkyuden kautta päässä-laskutehtävissä suoriutumiseen ($\beta=.09$, $p<.05$). Rotaatiotehtävässä menestymisellä on edelleen selkeä epäsuora yhteys päässä-laskutehtävissä suoriutumiseen ($\beta=.20$, $p<.01$). Mallin kokonaisselitysosuus on 24%.



* $p<.05$, *** $p<.001$

Kuvio 8. Malli 3. Alkuperäinen malli

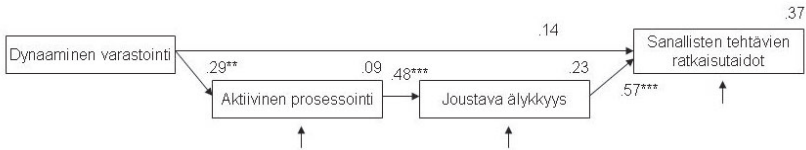
Koska mentaalisen rotaatiokyvyn on havaittu olevan yhteydessä matemaattiseen suoriutumiseen (Battista, 1990; Casey, ym., 1997; Reuhkala, 2001), testattiin myös oletamus siitä, että aktiivisella prosessointikyvyllä olisi suora vaikutus päässä-laskutaitoon. Laajennettu malli osoittaa, että malli on sinänsä sopiva ($\chi^2 = 2.04$, $df=1$, $p=.153$; $CFI=.99$; $GFI=.99$; $RMSEA=.09$), joskin riittävyysmitoiltaan alkuperäistä heikompi. Aktiivinen prosessointikyky ei kuitenkaan osoittaudu tilastollisesti merkitseväksi päässä-laskutaidon selittäjäksi. Itseasiassa selitysosuus on lähes olematon ($\beta=.03$, $p=.718$). Rotaatiokyvyllä on siis vain epäsuora vaikutus älykkyuden kautta päässä-laskutehtävissä suoriutumiseen ($\beta=.20$, $p<.01$), mikä tukee alkuperäisjulkaisun tuloksia.

Sanalliset tehtävät

Ensimmäisenä estimoitii malli (kuvio 9), jossa pyrittiin testaamaan alkuperäisjulkaisussa raportoitu oletamus sanallisissa tehtävissä suoriutumisen selittäjistä. Eksogeeniseksi muuttujaksi kiinnitettiin alkuperäisen mallin mukaan dynaamisen visuaalis-spatiaalisen informaation varastokapasiteetti ja endo-

geenisiksi muuttujiksi aktiivinen prosessointikyky, joustava älykkyys ja sanallisissa tehtävissä suoriutuminen.

Malli näyttää sopivan aineistoon ($\chi^2 = 3.07$, $df=2$, $p=.216$; $CFI=.998$; $GFI=.988$; $RMSEA=.065$). Ainoastaan joustava älykkyys ($\beta=.57$, $p<.001$) selittää sanallisissa tehtävissä suoriutumista tilastollisesti merkitsevästi. Dynaamisen visuaalis-spatiaalisen varastokapasiteetin selitysosuus ($\beta =.14$) on kuitenkin lähes tilastollisesti merkitsevä ($p=.051$). Rotaatiokyvyllä on selkeä epäsuora yhteys sanallisissa tehtävissä suoriutumiseen ($\beta=.28$, $p<.01$). Mallin kokonaisselitysosuus on 37%.



** $p<.01$, *** $p<.001$

Kuvio 9. Malli 4. Alkuperäinen malli

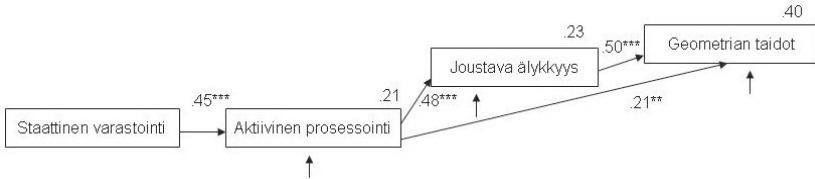
Koska ei ollut mitään teoreettisia perusteita sille, miksi vain dynaamisen visuaalis-spatiaalisen informaation varastointi selittäisi sanallisissa tehtävissä suoriutumista, estimoitin laajennettu malli, jossa testattiin olettamusta siitä, että myös staattisen visuaalis-spatiaalisen informaation varastokapasiteetti ja aktiivinen prosessointikyky selittävät sanallisissa tehtävissä suoriutumista. Malli näyttää sopivan aineistoon ($\chi^2=2.40$, $df=2$, $p=.302$; $CFI=.997$; $GFI=.993$; $RMSEA=.04$). Ainoa tilastollisesti merkitsevä polku on kuitenkin edelleen joustavasta älykkydestä sanallisten tehtävien suoriutumiseen ($\beta=.52$, $p<.001$). Visuaalis-spatiaalisten työmuistitekijöiden polkukertoimet ovat matalia ($\beta=.08-.09$) eivätkä ne ole tilastollisesti merkitseviä. Rotaatiokyvyllä on kuitenkin epäsuora yhteys ($\beta=.25$, $p<.01$) sanallisten tehtävien ratkaisutaitoon. Mallin kokonaisselitysosuus on 38%

Monimutkaisempi malli osoittaa lähinnä, että älykkyys on näiden muuttujien joukossa ainoa tilastollisesti merkitsevä sanallisten tehtävien ratkaisutaidon selittäjä. Visuaalis-spatiaaliset työmuistivalmiudet eivät selitä sanallisissa tehtävissä suoriutumista tilastollisesti merkitsevästi eivätkä kovin voimakkaasti. Toisaalta rotaatiokyvyllä on kuitenkin edellisten mallien tapaan selkeä epäsuora vaikutus sanallisissa tehtävissä suoriutumiseen älykkyuden kautta.

Geometria

Ensimmäisenä estimoitin malli (kuvio 10), jossa pyrittiin testaamaan alkupe-
räisjulkaisussa raportoitu oletettu malli geometrian tehtävissä suoriutumisen selittäjistä. Eksogeeniseksi muuttujaksi kiinnitettiin staattisen visuaalis-spati-

aalisen informaation varastokapasiteetti ja endogeenisiksi muuttujiksi aktiivinen prosessointikyky, joustava älykkyys ja geometrian tehtävissä suoriutuminen.



** $p < .01$; *** $p < .001$

Kuvio 10. Malli 5. Alkuperäinen malli

Malli on riittävyysmittojen perusteella hyväksyttävä ($\chi^2 = 4.59$, $df=2$, $p=.101$; CFI=.98; GFI=.98; RMSEA=.10), vaikka RMSEA-arvo jälleen on korkeahko. Sekä joustava älykkyys että aktiivinen prosessointikyky selittävät geometrian tehtävissä suoriutumista tilastollisesti merkitsevästi. Staattisella varastokapasiteetilla on epäsuora tilastollisesti merkitsevä vaikutus sekä älykkyystestissä suoriutumiseen ($\beta=.22$, $p<.01$) että geometrian hallintaan ($\beta=.21$, $p<.01$). Aktiivisella prosessointikyvyllä on suoran vaikutuksen lisäksi epäsuora efekti geometrian tehtävissä suoriutumiseen ($\beta=.24$, $p<.05$).

Geometrian taitoja selittävä malli on esimerkki siitä, kuinka ns. selittävien tai näennäiskausaalisisessa mielessä syy-muuttujien keskinäiset korrelaatiot aiheuttavat tietynlaisia tulkintaongelmia myös polkuanalyysissä. Tässä tapauksessa aktiivisen prosessoinnin valitseminen lopulliseen malliin oli aiemman empiirisen tutkimuksen valossa (Battista, 1990; Clements & Battista, 1992) perustellumpaa mutta ei teoreettisessa mielessä välttämättä kuitenkaan kovin vakuuttavasti kuvaa aktiivisen prosessointikyvyn ylivertaisuutta suhteessa staattiseen varastokapasiteettiin. Kun mallia laajennettiin lisäämällä suora polku myös staattisen visuaalis-spatiaalisen informaation varastokapasiteetista geometrian tehtävissä suoriutumiseen, ainoa tilastollisesti merkitsevä polku olikin enää joustavasta älykkyudesta geometrian tehtävien suoriutumiseen ($\beta=.49$, $p<.001$). Toisin sanoen samassa mallissa passiivisen varastointivalmiuden kanssa aktiivinen prosessointi ei enää olekaan tilastollisesti merkitsevä geometrian tehtävissä suoriutumisen selittäjä. Laajennettu malli ei ole riittävyysmittojen näkökulmasta huono ($\chi^2 = 2.04$, $df=1$, $p=.153$; CFI=.99; GFI=.99; RMSEA=.09) mutta teoreettisessa mielessä hankalasti tulkittava.

Yhteenvetona aineiston jatkoanalyseista voidaan todeta, että joustava älykkyys oli yksinään sängen selkeä matemaattisen suoriutumisen selittäjä kaikilla osa-alueilla. Älykkyuden ohella passiivinen staattisen visuaalis-spatiaalisen informaation varastointi selitti tilastollisesti merkitsevästi sekä mate-

maattista kokonaissuoriutumista että suoriutumista päässä laskutehtävissä. Aktiivinen prosessointi sen sijaan selitti vain geometrian tehtävissä suoriutumista mutta sillä oli jokaisella osa-alueella tilastollisesti merkitsevä epäsuora yhteys matemaattiseen suoriutumiseen joustavan älykkyyden kautta.

Viides osatutkimus

Viidennessä osatutkimuksessa vertailtiin peruslaskutaidoiltaan heikkojen yhdeksäsluokkalaisten ja samanikäisten paremmin suoriutuvien visuaalis-spatiaalisiä työmuistivalmiuksia. Peruslaskutaidoiltaan heikot yhdeksännen luokan oppilaat suoriutuivat verrokkiryhmää heikommin tietyissä mutta eivät kaikissa visuaalis-spatiaalisen työmuistin toimintakapasiteettia mittaavissa tehtävissä (*taulukko 8*). Suoriutumiserot olivat yhteydessä lukitaitoihin. Ryhmä, joka oli sekä matematiikan että lukitaidoiltaan heikko (riskiryhmä II) suoriutui verrokkiryhmää heikommin sekä passiivista visuaalis-spatiaalista varastointia (VPT, Pienet talot) että aktiivista keskusyksikköprosessointia mittaavissa tehtävissä (selektiivinen ruudukotehtävä). Paitsi että ryhmä suoriutui heikommin selektiivisessä ruudukotehtävässä, se teki tehtävässä myös tilastollisesti merkitsevästi enemmän intruusiovirheitä ($M=5.73$, $SD=2.82$) kuin verrokkiryhmä ($M=3.13$, $SD=2.07$; $F(2,42)=3.39$, $p<.05$, $\eta^2=.14$). Intruusiovirhe syntyy, kun vastaaja muistaa jotakin aiemmin olennaista informaatiota, joka on kuitenkin vastaushetkellä epärelevanttia.

Ryhmä, joka oli peruslaskutaidoiltaan heikko mutta lukitaidoiltaan normaalilla tasolla (riskiryhmä I) suoriutui verrokkiryhmää heikommin vain yhdessä visuaalis-spatiaalista varastointia vaativassa tehtävässä (Pienet talot). He ($M=1.40$, $SD=0.99$) tekivät kuitenkin myös sekä riskiryhmä II:sta ($M=0.47$, $SD=0.74$) että verrokkiryhmää ($M=0.40$, $SD=0.51$) tilastollisesti merkitsevästi enemmän rotaatiovirheitä *abstraktien kuvioden lyhytkestoista varastointi- ja prosessointikykyä* mittaavassa BVRT –testissä ($F(2,42)=7.90$, $p<.01$, $\eta^2=.27$). He muistivat mieleenpainamansa abstraktin kuvion asennon väärin useammin kuin muut ryhmät.

Mittari	Riskiryhmä I (N=15)		Riskiryhmä II (N=15)		Verrokkiryhmä (N=15)			η^2	Ero
	M	SD	M	SD	M	SD	F(2,42)		
Passiivinen varastointi									
<i>VPT</i>	7.20	1.47	6.47	1.30	8.33	1.63	6.09**	.23	Ve>RII
<i>Corsin kuutiot</i>	5.33	1.36	5.33	1.18	6.33	0.90	3.13	.13	
<i>Pienet talot</i>	5.07	1.44	4.87	1.36	6.20	0.76	5.17*	.20	Ve>RI, Ve>RII
Aktiivinen prosessointi									
<i>Selektiivinen ruudukko tehtävä</i>	8.60	2.47	6.47	3.11	8.93	2.05	4.03*	.16	Ve>RII
<i>BVRT</i>	6.13	1.85	5.87	1.51	6.53	1.30	0.69	.06	

VPT = Visual Patterns Test; BVRT = Benton Visual Retention Test. Riskiryhmä I=matemaattiset heikkoudet; Riskiryhmä II=matemaattiset ja lukutaidon heikkoudet. * p<.05; ** p<.01

4 Diskussio

Kyvyn säilyttää ja käsitellä hetkellisesti meneillään olevien kognitiivisten tehtävien suorittamisessa tarvittavaa informaatiota on osoitettu olevan yhteydessä matematiikassa suoriutumiseen, ja työmuistin kaltaisen rajallisen kapasiteetin tiedonkäsittely-yksikön on arveltu olevan olennainen osa eräänlaisia oppimisen ydinprosessointivalmiuksia (ks. Demetriou ym., painossa). Huolimatta siitä, että työmuistin ja matematiikan yhteyksiä on tutkittu jo vuosikymmeniä, empiirinen kiinnostus visuaalis-spatiaalisen työmuistin rooliin on herännyt varsinaisesti vasta 2000-luvulla. Tämän tutkimussarjan tavoitteena oli täydentää käsitystä matematiikan oppimiseen ja hallintaan yhteydessä olevista tiedonkäsittelyvalmiuksista tutkimalla, onko visuaalis-spatiaalinen työmuisti yksilöiden välisten matemaattisten suoriutumiserojen ymmärtämisen kannalta hyödyllinen.

Tutkimussarjan tulokset osoittavat, että kyky säilyttää ja käsitellä hetkellisesti visuaalis-spatiaalista informaatiota on yhteydessä matemaattiseen suoriutumiseen. Suoriutuminen visuaalis-spatiaalista työmuistia mittaavissa tehtävissä on yhteydessä sekä alle kouluikäisten esimatemaattisten taitojen hallintaan että peruskoulun yhdeksäsluokkalaisten matematiikan taitoihin. Hyvin karkeasti ja yksinkertaistettuna ilmaistuna: niillä, jotka suoriutuvat hyvin visuaalis-spatiaalista työmuistia mittaavissa tehtävissä, on tapana menestyä hyvin myös matematiikan (esi)taitoja mittaavissa tehtävissä ja päinvastoin. On arveltu, että visuaalis-spatiaalinen työmuisti olisi vahvemmassa roolissa erityisesti pienten lasten matemaattisten taitojen hallinnassa (ks. esim. Holmes & Adams, 2006; McKenzie, ym., 2003; Rasmussen & Bisanz, 2005) mutta osatutkimusten III, IV ja V perusteella se vaikuttaa olevan jossain määrin yhteydessä myös kompleksimman matematiikan hallintaan. Esimerkiksi osatutkimuksessa III visuaalis-spatiaaliset työmuistitaidot selittivät yhdessä 38 % yhdeksäsluokkalaisten valtakunnallisen matematiikan kokeen pistemäärän vaihtelusta (Reuhkala, 2001), mitä voidaan pitää jo sangen merkittävänä selitysosuutena¹⁰.

Matemaattisilta taidoiltaan heikkojen lasten ja nuorten visuaalis-spatiaalisten työmuistiresurssien heikkoudet vaikuttavat olevan sangen spesifejä rajoitun tuen tietyntyyppisissä muistitehtävissä vaadittaviin valmiuksiin. Vaikka tietyt sekä passiiviset että aktiiviset visuaalis-spatiaaliset työmuistiresurssit ovat aiempien tutkimusten (Gathercole & Pickering, 2000; Henry & MacLean, 2003; Jarvis & Gathercole, 2003) tapaan yhteydessä matemaattiseen suoriutumiseen, *kaikissa* visuaalis-spatiaalisen työmuistin valmiuksia mittaavissa tehtävissä

¹⁰ Tässä yhteydessä huomautettakoon, että kyseisessä osatutkimuksessa regressioanalyysia on käytetty nimenomaan teorian kannalta oleellisten muuttujien vaikutusten tarkasteluun ja siten tietyntyyppisten muuttujien selittämiseen (Cramer, 2003, 59, 74; Johnson & Christensen, 2004, 455; Metsämuuronen, 2003, 60)

suoriutuminen ei kuitenkaan ole yhteydessä matemaattisiin taitoihin. Vaikka alle kouluikäisille matemaattisesti heikoille tyypilliset työmuistipuutteet vaikuttavat ryhmätasolla tarkasteltuna olevan aiemmissa tutkimuksissa raportoitujen tulosten (Andersson & Lyxell, 2007; Geary, ym., 2007; Swanson & Jerman, 2006) kaltaisesti yleisiä kattaen osittain sekä visuaalis-spatiaalisen että verbaalisen järjestelmän, tulokset viittaavat kuitenkin siihen, että yksilötasolla resurssiheikkoudet muodostavat pikemminkin hajanaisen joukon mahdollisia erilaisia puutteita kuin yhtenäisen yleisen työmuistiheikkouden. Työmuistivalmiuksissa ilmenevät erot sekä alle kouluikäisten että kouluikäisten matemaattisilta taidoiltaan heikkojen ja normaalisuoriutujien välillä näyttävät olevan kuitenkin jossain määrin yhteydessä kielellisiin taitoihin viitaten vaikeuksien tietynlaiseen kasautumiseen; niillä matemaattisesti heikoilla, joilla on myös kielellisiä vaikeuksia, on laajemmat työmuistiheikkoudet.

Vaikka työmuisti ja älykkyys ovat osittain päällekkäisiä käsitteitä (Engle, ym., 1999; Haavisto & Lehto, 2004; Neçka, 1992; Schweizer & Moosbrugger, 2004) ja älykkyuden on todettu ennustavan matematiikassa suoriutumista (esim. Floyd, ym., 2003; Kuusinen & Leskinen, 1986; Spinath, ym., 2006; Veenman & Spaans, 2005), yhteys visuaalis-spatiaalisten työmuistivalmiuksien ja (esi)matemaattisen suoriutumisen välillä ei vaikuta olevan selitettävissä yksinomaan älykkyuden avulla. Huolimatta siitä, että älykkyyttä pidetään yhtenä keskeisistä koulusaavutusten selittäjistä, joustava älykkyys ei yksin riitä selittämään oppimis- ja tiedonkäsittelypotentiaalın eroja matemaattisesti eri tavalla suoriutuvien yksilöiden välillä.

Visuaalis-spatiaalinen työmuisti ja lukukäsitteen hallinta

Työmuistin on arveltu olevan yksi lukukäsitteen kehittymisen ja hallinnan taustalla olevista resursseista (Case, 1996c; Gersten, Jordan ja Flojo, 2005) mutta harvat pienten lasten matemaattiseen suoriutumiseen ja työmuistiin pureutuneet tutkimukset ovat toistaiseksi keskittyneet lähinnä verbaalisiin työmuistivalmiuksiin osoittaen niiden olevan yhteydessä matemaattiseen suoriutumiseen (Alloway, et al., 2005; Gathercole et al., 2003; Gathercole et al., 2005; Passolunghi, et al., 2007). Tämän tutkimussarjan kahden ensimmäisen osatutkimuksen perusteella voidaan todeta, että myös visuaalis-spatiaaliset työmuistiresurssit ovat jossain määrin yhteydessä alle kouluikäisten lasten matemaattisiin taitoihin, erityisesti lukujonotaitoihin.

Ensimmäisessä osatutkimuksessa esikouluikäisten lasten passiivinen staattisen visuaalis-spatiaalisen informaation varastokapasiteetti oli yhteydessä lukujonotaitojen hallintaan ja aktiivinen prosessointikyky koko Lukukäsitetessä suoriutumiseen, mitä voidaan pitää ainakin kolmella tavalla odotusten mukaisena. Ensinnäkin esikouluiässä, yksidimensionaalisessa vaiheessa, lapselle on yleensä kehittynyt mentaalinen lukujono (ks. Case, 1996a; Okamoto

& Case, 1996) ja lukujonon ajatellaan kehittyneimmillään olevan visuaalinen mentaalinen jana, jossa pienet luvut ovat vasemmalla ja suuret oikealla (Dehaene, 1997; Zorzi, ym., 2002; Zorzi, ym., 2006). Lapsilla, joilla on sekä matemaattisia että visuaalis-spatiaalisia vaikeuksia, on havaittu olevan vaikeuksia toimia mentaalisella lukujonolla (Bachot, ym., 2005), mikä saattaa olla seurausta alun alkaen heikoista visuaalis-spatiaalisista resursseista. Toiseksi tulokset tukevat päätelmiä siitä, että pienet lapset käyttävät matemaattisten tehtävien ratkaisuun visuaalis-spatiaalisia resursseja, (Holmes & Adams, 2006; McKenzie, ym., 2003; Rasmussen & Bisanz, 2005) ja siitä, että keskeisten käsitteellisten lukurakenteiden kehityksen kautta tapahtuva lapsen kehittyvä ymmärrys lukumääristä ja luvuista (Case, 1996a; Case, 1996b) on riippuvainen työmuistiresursseista (Case, 1996c). On kuitenkin muistettava, että ensimmäisen osatutkimuksen lukukäsitteen hallinnan ja visuaalis-spatiaalisten työmuistivalmiuksien yhteyksiä kuvaavat korrelaatiokertoimet olivat kaiken kaikkiaan suhteellisen matalia indikoiden sitä, että suurin osa esimatemaattisten taitojen hallinnasta on selitettävissä muilla tekijöillä. Voidaan jopa todeta, että korrelaatiokertoimet olivat yllättäen matalia ottaen huomioon sen, miten riippuvaisia pienten lasten on osoitettu olevan visuaalis-spatiaalisista resursseista (ks. esim. Hitch, ym., 1988; Walker, ym., 1994).

Toisen osatutkimuksen tulokset osoittivat, että alle kouluikäiset matemaattisilta taidoiltaan heikot lapset olivat visuaalis-spatiaalisilta taidoiltaan heikompia kuin samanikäiset matemaattisilta taidoiltaan normaalisuoriutujat, mikä tukee ensimmäisen osatutkimuksen tuloksia siitä, että visuaalis-spatiaaliset työmuistivalmiudet ovat yhteydessä lukukäsitteen hallintaan. Alle kouluikäiset lapset, jotka kuuluivat lukukäsitteen hallinnan perusteella matemaattisten oppimisvaikeuksien riskiryhmään, olivat passiivista dynaamisen visuaalis-spatiaalisen informaation varastointia lukuunottamatta koko työmuistiprofililtaan heikompia kuin verrokkiryhmään kuuluvat lapset. Ryhmätasolla voidaan siis puhua yleisestä työmuistiheikkoudesta, mikä tukee viimeaikaisia tutkimustuloksia alakouluikäisten matemaattisesti heikkojen lasten työmuistiprofililista (Andersson & Lyxell, 2007; Geary, ym., 2007; Swanson & Jerman, 2006). Tulkintaa mutkistaa kuitenkin se, että esimatemaattisilta taidoiltaan heikkojen ryhmässä suoriutumiset eri työmuistitehtävissä eivät korreloineet keskenään tilastollisesti merkitsevästi, mikä viittaa siihen, että yksilötasolla työmuistiprofililit eivät ole yhtenäiset. Työmuistinäkökulmasta tulos tukee käsitystä siitä, että erilaiset työmuistiheikkoudet voivat olla itsenäisiä ja mahdollisesti modaaliteettispesifejä, eivät vain seurausta esimerkiksi keskusyksikkötoimintojen heikkoudesta, kuten Andersson ja Lyxell (2007) ovat esittäneet. Pienten lasten kohdalla on kuitenkin vaikea arvioida, miten asiaan vaikuttaa esimerkiksi se, että työmuistivalmiudet ovat vasta kehitysvaiheessa ja se, että eri työmuistikomponenttien kehitys on jossain määrin toisistaan riippumatonta (Gatherco-

le, ym., 2004) mutta toisaalta kuitenkin osittain riippuvaista keskusyksikkötoimintojen kehittymisestä (Alloway, ym., 2006; Gathercole, ym., 2004).

Matemaattisilta taidoiltaan heikot suoriutuivat verrokkiryhmää heikommin myös kielellisiä taitoja mittaavista testeistä sekä joustavaa älykkyyttä mittaavasta testistä (osatutkimus II) eli ryhmää kuvaa yleinen resurssiheikkouksien kasaantuminen. Ryhmien suorituseroja työmuistitehtävissä ei kuitenkaan voida selittää yksinomaan yksilöllisillä älykkyyseroilla. Työmuistitehtävien suorituserot säilyivät tilastollisesti merkitsevinä senkin jälkeen, kun älykkyyks oli vakioitu; alle kouluikäiset riskilapset suoriutuivat yhä verrokkiryhmää heikommin sekä visuaalis-spatiaalisissa että verbaalisissa ja sekä passiivisissä että aktiivisissa työmuistitehtävissä. Heillä oli siis keskimäärin heikompi lyhytkestoinen varastokapasiteetti ja heikompi prosessointikyky. Kun sekä älykkyyks että kielelliset taidot vakioitiin, matemaattisesti heikot suoriutuivat verrokkilapsia heikommin vain passiivisissa varastointitehtävissä. Se viittaa siihen, että ryhmien väliset suorituserot keskusyksikkötehtävissä ovat jossain määrin yhteydessä kielellisiin taitoihin. Tulos tukee esimerkiksi Siegelin ja Ryanin (1989) sekä Gearyn ja muiden (2007) havaintoja siitä, että laajemmat työmuistivaikeudet ovat yhteydessä laajempiin oppimisen ongelmiin. Se, että laajemmat työmuistin vaikeudet ovat havaittavissa jo ennen kouluikää vahvistaa käsitystä siitä, että myöhemmin kouluikässä havaitut työmuistivaikeudet tuskin ovat seurausta, ainakaan yksinomaan, koetuista oppimisen ongelmista.

Vaikka koko toisen osatutkimuksen aineiston tasolla vaikuttaa siltä, että visuaalis-spatiaaliset työmuistiresurssit ovat yhteydessä esimatemaattisiin taitoihin, osoittavat vertailtujen ryhmien sisäiset korrelaatiot, että yhteys on kaikkea muuta kuin yksiselitteinen. Normaalisuorittujilla visuaalis-spatiaaliset työmuistivalmiudet korreloivat hyvinkin selkeästi ($r = .42-.79$) sekä alkeellisten matemaattis-loogisten periaatteiden hallintaa että lukujonotaitoja mittaavissa tehtävissä suoriutumiseen kuvastaen ikäkaudelle tyypillistä (ks. esim. Hitch, ym., 1988; Walker, ym., 1994) taipumusta hyödyntää visuaalis-spatiaalisia resursseja. Matemaattisesti heikossa ryhmässä matemaattis-loogisten periaatteiden hallinta on puolestaan vahvasti yhteydessä kielellisiin taitoihin ja älykkyyteen ja vain lukujonotaidot korreloivat älykkyyden lisäksi visuaalis-spatiaaliin työmuistiresursseihin, lähinnä passiiviseen staattisen informaation varastokapasiteettiin ja aktiiviseen prosessointikykyyn. Koska lapset ovat eri-ikäisiä (4–6 v), selittyvät korrelaatiot pääasiassa ikäeroilla. Kun ikä vakioidaan, myös osa korrelaatioista häviää indikoiden luonnollista kehityksellistä suuntaa: vanhemmat lapset ovat työmuistivalmiuksiltaan nuorempia parempia ja selviävät myös esimatemaattisista tehtävistä paremmin. Tämä koskee erityisesti lukujonotaitoja. Heikkojen ryhmässä suoriutuminen suhdetaitoja mittaavissa tehtävissä on kuitenkin iästä riippumattomassa yhteydessä älykkyyteen ja kielellisiin taitoihin. Tämän aineiston perusteella on mahdotonta sanoa

varmasti, onko kyse kyvyttömyydestä ymmärtää loogis-matemaattisia suhteita vai kielellisiin vaikeuksiin liittyvistä ongelmista ymmärtää tehtäviä, jotka ovat verbaalisesti monimutkaisempia.

Kaiken kaikkiaan voidaan todeta, että niillä lapsilla, jotka jo alle kouluikässä ovat matemaattisilta taidoiltaan heikkoja, on myös keskimäärin heikommat (visuaalis-spatiaaliset) työmuistivalmiudet. Vaikuttaa myös siltä, että resursierot eivät ole selitettävissä pelkästään älykkyyden kaltaisella yleisellä kognitiivisella kapasiteetilla, vaikka älykkyys itsessään olikin selkeästi yhteydessä lukukäsitteen hallintaan. Yhteys visuaalis-spatiaalisten työmuistiresurssien ja lukukäsitteen hallinnan välillä ei ole kuitenkaan yksiselitteinen. Vaikka esimerkiksi normaalisuoriutujien lukukäsitteen hallintaa mittaavissa tehtävissä suoriutuminen vaikuttaakin olevan vahvasti yhteydessä visuaalis-spatiaalisiin valmiuksiin, on hyvin mahdollista, että yhteys koko joukon tasolla kuvaa itseasiassa matemaattisesti heikkojen ryhmään kasautuvaa resurssiheikkoutta, joka ei silti välttämättä *suoranaisesti* liity matematiikkaan tai sen oppimiseen vaan oppimistilanteisiin yleensä. Toisaalta aiemmat tulokset (Holmes & Adams, 2006; McKenzie, ym., 2003; Rasmussen & Bisanz, 2005) ovat osoittaneet, että nuoremmat lapset (< 9 v) käyttävät matemaattisten tehtävien ratkaisuun visuaalis-spatiaalisia resursseja, mikä tukee käsitystä siitä, että visuaalis-spatiaalinen työmuistiheikkous ei todennäköisesti ole matemaattisen suoriutumisen kannalta merkityksellinen.

Visuaalis-spatiaaliset työmuistivalmiudet ja koulumatematiikka

Tutkimukset ovat osoittaneet, että sekä passiiviset (Gathercole & Pickering, 2000; Henry & MacLean, 2003) että aktiiviset (Jarvis & Gathercole, 2003) työmuistivalmiudet ovat yhteydessä kouluikäisten lasten ja nuorten matemaattiseen suoriutumiseen. Myös tässä tutkimussarjassa passiivinen staattisen visuaalis-spatiaalisen informaation varastointi, jota voidaan pitää melko alkeellisena visuaalis-spatiaalisen työmuistin toimintona (ks. Cornoldi & Vecchi, 2003), oli lähes kautta linjan yhteydessä matematiikassa suoriutumiseen, niin alle kouluikäisten kuin yläkouluikäistenkin joukossa. Se kuvastaa matemaattisilta taidoiltaan heikkojen yksilöiden paremmin suoriutuvia keskimäärin heikompaan kykyyn säilyttää hetkellisesti visuaalis-spatiaalisia muistijälkiä, jotka eivät vaadi aktiivista konstruointia (vrt. Kosslyn & Koenig, 1992). Staattista varastoa onkin esitetty paikaksi, jossa voidaan säilyttää kulloisenkin kognitiivisen tehtävän suorittamisen kannalta relevanttia ja *yksityiskohtaista* visuaalis-spatiaalista informaatiota silloinkin, kun itse tehtävän suoritus vaatii dynaamisen varaston puolella tapahtuvaa visuaalis-spatiaalista manipulointia (Hyun & Luck, 2007).

Passiivisten työmuistiresurssien lisäksi myös aktiiviset visuaalis-spatiaaliset työmuistivalmiudet olivat yhteydessä kouluikäisten matemaattisiin

taitoihin. On tosin huomattava, että osatutkimuksissa I, III ja IV aktiivista prosessointia mitattiin mentaalisisella rotaatiotehtävällä, joka ei ole tyypillinen työmuistiperinteestä nouseva keskusyksikkötoimintaa mittaava moniosainen jännetehtävä (complex span) vaan tehtävä, joka vaatii näkyvillä olevasta visuaalis-spatiaalisesta ärsykkeestä muodostetun mielikuvan käsittelyä. Mentaalisissa rotaatiotehtävissä suoriutumisen on kuitenkin arveltu hyödyntävän sekä työmuistin varastointi- että prosessointiresursseja (Lohman, 1996, 108) ja Cornoldi ja Vecchi (2003) luokittelevat mielikuvien käsittelyn varastotehtäviä enemmän valvontaa ja aktiivisuutta vaativien korkeamman tason visuaalis-spatiaalisten työmuistitoimintojen joukkoon. Tätä käsitystä tukevat myös viimeaikaiset tutkimustulokset (Hyun & Luck, 2007; Suchan, ym., 2006). Mentaalisen rotaatiotehtävän käyttäminen aktiivisen prosessoinnin mittarina on näin ollen työmuistiteoreettisesta näkökulmasta perusteltua.

Kolmannessa osatutkimuksessa sekä staattisen että dynaamisen visuaalis-spatiaalisen informaation varastointi että aktiivinen prosessointikyky olivat yhteydessä matemaattiseen suoriutumiseen. Niiden painoarvo matemaattisen suoriutumisen selittäjänä kuitenkin vaihteli (ks. Reuhkala, 2001); ainoa tilastollisesti merkitsevä matemaattisten taitojen selittäjä oli ensimmäisessä aineistossa staattinen varastointi ja toisessa aktiivinen prosessointikyky. Tämä näennäisen ristiriitainen tulos ei kuitenkaan välttämättä ole niin ristiriitainen kuin se ensituntumalta vaikuttaa. Käytetty analyysimenetelmä, askeltaen suoritettu regressioanalyysi, on kömpelö ja osin harhaanjohtavakin analyysiväline silloin, kun selittävät tekijät korreloivat keskenään. Se nostaa kyllä esiin sen muuttujan, jolla on eniten yhteistä selitettävän tekijän, tässä tapauksessa matemaattisten taitojen, kanssa mutta selittävien muuttujien omaselitysosuuksia ja keskinäisiä suhteita ei voida luotettavasti selvittää, koska ne ovat yhteydessä myös keskenään. Tästä johtuen ainoa tilastollisesti merkitsevä selittäjä on kyllä vahvin yksittäinen selittäjä mutta ei todellisuudessa välttämättä ainoa. Koska empiiriset tutkimukset osoittavat, että työmuistivalmiuksia todennäköisesti hyödynnetään eri tavalla erilaisissa tehtävätyypeissä (esim. Trbovich & LeFevre, 2003), on mahdollista, että tehtävätyyppierot matemaattisten taitojen mittareissa (tässä tapauksessa vuosittaiset matematiikan valtakunnalliset kokeet) vaikuttavat siihen, mitkä työmuistivalmiudet niiden kanssa kulloinkin ovat vahvimmin yhteydessä. Johtuen analyysiteknisistä tulkintaongelmista ainoat luotettavat indikaattorit ovat kokonaisselitysasteet. Osatutkimuksessa IIIa visuaalis-spatiaaliset työmuistivalmiudet selittivät 38 % matemaattisten taitojen vaihtelusta ja osatutkimuksessa IIIb yhdessä verbaalisten työmuistitaitojen kanssa 39 % matemaattisten taitojen vaihtelusta indikoiden sitä, että visuaalis-spatiaalisilla taidoilla on merkittävä rooli matemaattisissa taidoissa, vaikka tarkempia johtopäätöksiä eri kykyjen erityisasemasta ei voidakaan tehdä.

Neljännessä osatutkimuksessa älykkyys oli yksinään sängen vahva yläkouluikäisten matemaattisten taitojen selittäjä (osatutkimus IV), mikä aiempien tutkimusten (esim. Butcher, 1968; Deary, ym., 2007; Jensen, 1980; Kuusinen & Leskinen, 1986; Snow & Yalow, 1982) perusteella ei sinänsä ollut mikään yllättävä tulos. Joustava älykkyys selitti vahvimmin sekä matemaattista kokonaissuoriutumista että suoriutumista päässä lasku- ja geometrian tehtävissä ja se oli ainoa tilastollisesti merkitsevä selittäjä sanallisten tehtävien osalta. Huolimatta älykkyuden vahvasta roolista, staattisen visuaalis-spatiaalisen informaation varastokapasiteetti selitti sekä matematiikan kokonaissuoriutumista että päässä laskuissa suoriutumista tilastollisesti merkitsevästi (osatutkimus IV, jatkoanalyysit). Tätä voidaan pitää työmuistin kannalta merkittävänä tuloksena ensinnäkin siksi, että se osoittaa, että joustava älykkyys ei vahvuudesta huolimatta *yksinään* riitä selittämään tai ennustamaan matematiikassa suoriutumista. Toiseksi tulos osoittaa, että passiivinen varastointikapasiteetti, jonka merkitystä akateemisen suoriutumisen yhteydessä on joskus myös vähätelty (esim. Jarvis & Gathercole, 2003), saattaaakin olla työmuistinäkökulmasta katsottuna luultua merkityksellisempi. Tulos myös osoittaa, että yhteyttä visuaalis-spatiaalisten työmuistivalmiuksien ja matemaattisen suoriutumisen välillä ei voida selittää pelkillä joustavan älykkyuden kaltaisen yleisen päteilykapasiteetin eroilla.

Kuten on jo aiemmin mainittu, visuaalis-spatiaalisten muistitoimintojen ja visuaalis-spatiaalisen älykkyuden suhteiden tutkiminen on ongelmallista, koska ne ovat osittain päällekkäisiä käsitteitä. Yhteinen vaihtelu onkin selkeästi havaittavissa polkumallien epäsuorista efekteistä (osatutkimus IV; s. 41–45). Vaikka aktiivinen prosessointi, jota tässä mitattiin mentaalisen rotaatiotehtävällä, selitti matemaattista suoriutumista ainoastaan geometrian tehtävien osalta, sillä oli kuitenkin jokaisella alueella tilastollisesti merkitsevä selkeä epäsuora vaikutus joustavan älykkyuden kautta. Tämä ei ole sinänsä yllättävää ottaen huomioon, että mentaalisen rotaatiokyvyn kaltaisen aktiivisen visuaalis-spatiaalisen prosessoinnin ajatellaan hyödyntävän nimenomaan keskusyksikköresursseja (Cornoldi ja Vecchi (2003), jotka taas ovat selkeästi yhteydessä joustavaan älykkyYTEEN (Engle, ym., 1999; Haavisto & Lehto, 2004; Lohman, 1996; Schweizer & Moosbrugger, 2004). Tulos ei kuitenkaan tarkoita sitä, että mentaalisen rotaatiokyvyn kaltainen aktiivinen prosessointi olisi matemaattisen suoriutumisen kannalta merkityksetön. Todennäköisesti sekä mentaalisesa rotaatiotehtävissä että joustavaa älykkyyttä mittaavassa visuaalis-spatiaalisesa Ravenin matriisi-testissä tarvitaan samantyyppistä, vahvemmin yleisistä ohjausresursseista riippuvaista visuaalis-spatiaalista prosessointia.

Älykkyuden ja työmuistin suhde on teoreettisesti kovin kiinnostava mutta älykkyuden vakioiminen esimerkiksi korrelaatioanalyyseissa on kuitenkin työmuistinäkökulmasta ongelmallista, koska yhteisestä vaihtelusta (Engle,

ym., 1999; Haavisto & Lehto, 2004; Neçka, 1992; Schweizer & Moosbrugger, 2004) johtuen älykkyyden vakioiminen vakioi myös osan työmuistitoiminoista, mikä ei ole kovin tarkoituksenmukaista. Toisin sanoen analyyseissä, joissa älykkyys on vakioitu, työmuistin rooli jää todellista heikommaksi eli tulokset eivät anna riittävän *tarkkaa* kuvaa esimerkiksi matemaattisten taitojen hallintaan yhteydessä olevista tekijöistä. Erityisen ongelmallista älykkyyden vakioiminen on pienten lasten kohdalla, koska visuaalis-spatiaalisissa työmuistitehtävissä suoriutumisen on arveltu olevan pienillä lapsilla varhaisnuoria voimakkaammin yhteydessä keskusyksikkötoimintaan (Alloway, ym., 2006), joka puolestaan on vahvasti yhteydessä joustavaan älykkyyteen (Engle, ym., 1999; Haavisto & Lehto, 2004; Kane, ym., 2004; Schweizer & Moosbrugger, 2004). *Työmuistinäkökulmasta* on syytä suhtautua varauksella tuloksiin, joissa älykkyys on vakioitu. Vaikka älykkyyden ja työmuistin suhde on teoreettisesti mielenkiintoinen, ei abstrakti ominaisuuskimppu 'älykkyys' ole tehokkaiden interventioiden ja opetusmenetelmien kehittämisen kannalta välttämättä käytännöllinen. Oppimisympäristön kehittämisen kannalta olennaisempaa on tuntea mahdolliset spesifit tiedonkäsittelyn heikkoudet kuin vain se, että lapsi tai nuori 'ei ole älykäs'.

Kuten alle kouluikäiset lapset, myös yläkouluikäiset peruslaskutaidoiltaan heikot nuoret, olivat peruslaskutaidoiltaan keskimääräisiä ikätovereitaan heikompia visuaalis-spatiaalisilta työmuistitaidoiltaan. Tulokset tukevat pääpiirteissään aiempia tutkimustuloksia (Gathercole & Pickering, 2000; McLean & Hitch, 1999; van der Sluis, ym., 2005) ja käsitystä siitä, että visuaalis-spatiaaliset työmuistivalmiudet ovat yhteydessä matemaattisiin taitoihin. Viiden osatutkimuksen perusteella heikosti matematiikassa menestyviä yhdistää visuaalis-spatiaalisen työmuistin heikkous, joka pelkistä matematiikan vaikeuksista kärsivien ryhmässä on hyvin suppea vaikeuttaen vain visuaalisen informaation lyhytkestoista varastointia ja sekä matematiikan että lukemisen vaikeuksista kärsivien ryhmässä laajempi vaikeuttaen sekä passiivisissä staattisen visuaalis-spatiaalisen ja visuaalisen informaation varastointia että tyypillistä aktiivista keskusyksikköprosessointia vaativissa tehtävissä suoriutumista. Tulokset tukevat sekä toisen osatutkimuksen tuloksia että Siegelin ja Ryanin (1989) päätelmiä siitä, että laajemmat työmuistiheikkoudet ovat yhteydessä laajempiin oppimisen ongelmiin.

Oppilaat, joilla oli sekä matematiikan vaikeuksia että lukivaikeuksia, tekivät visuaalis-spatiaalista aktiivista keskusyksikköprosessointia vaativassa tehtävässä verrokkiryhmää enemmän intruusiovirheitä, jotka kuvastavat vaikeuksia estää epärelevantin, kerran jo aktivoitun mutta turhaksi muuttuneen informaation pääsy työmuistia kuormittamaan. Virheellinen vastaus luokiteltiin intruusiovirheeksi, mikäli se oli esiintynyt tehtäväsarjassa aiemmin eli se oli kertaalleen jo aktivoitu työmuistiin. Eniten aktivoitun informaation on

arveltu olevan altteinta kuormittamaan työmuistia ja vähemmän aktivoitua informaatiota hankalammin inhibitoitavissa (Cornoldi & Mammarella, 2006). Epärelevantin, aiemmin aktivoidun informaation tukahduttamiskyvyn on arveltu liittyvän olennaisesti informaation säilyvyyteen työmuistissa (Cornoldi & Mammarella, 2006) ja siten luonnollisesti hyviin työmuistivalmiuksiin (Rosen & Engle, 1997). Tukahduttamiskyvyn ongelmat eivät välttämättä ole niinkään visuaalis-spatiaalisia vaan saattavat heijastaa lähinnä modaliteetista riippumattomia tarkkaavaisuuden suuntaamiseen liittyviä keskusyksikköprosessoinnin heikkouksia, jotka tässä tapauksessa siis vaikuttavat olevan nimenomaan niiden nuorten ongelma, joilla on sekä matematiikan että lukemispuolen oppimisen ongelmia.

Yhteenvetona voidaan todeta, että sekä passiiviset että aktiiviset toiminnot vaikuttavat olevan yhteydessä kouluikäisten matemaattiseen suoriutumiseen. Oleelliselta kyvyltä matemaattisen suoriutumisen kannalta vaikuttaa paitsi kyky aktiivisesti manipuloida ja prosessoida visuaalis-spatiaalista informaatiota myös valmius säilöä lyhytkestoisesti staattista yksityiskohtaista tietoa käsiteltävien kohteiden visuaalis-spatiaalisista ominaisuuksista. Dynaamisen visuaalis-spatiaalisen informaation varastokapasiteetti ei sen sijaan tämän tutkimussarjan valossa vaikuta olevan kovinkaan vahvasti yhteydessä matematiikassa suoriutumiseen. Tämän voidaan todeta osoittavan paitsi sen, että yhteys visuaalis-spatiaalisen työmuistin ja matematiikassa suoriutumisen välillä riippuu käytetyistä työmuistitehtävistä, myös tukevan tuloksia siitä, että spatiaalisen ja visuaalisen informaation prosessointia toteuttaa ainakin kaksi toisistaan *jossain määrin* riippumatonta järjestelmää, staattinen ja dynaaminen (Logie & Pearson, 1997; Pazzaglia & Cornoldi, 1999; Pickering, ym., 2001). Vaikka staattinen ja dynaaminen varastointi korreloivatkin keskenään (n. .26–.45 osatutkimuksesta riippuen), yhteys ei ole niin voimakas, että voitaisiin todeta niiden olevan yhtä ja samaa. Pikemminkin korrelaatiot ovat hyvin tyypillisiä työmuistitehtävien välillä esiintyviä korrelaatioita, joiden arvellaan johtuvan tietyistä osittain jopa modaliteetista riippumattomista resursseista, joita tehtävissä hyödynnetään (ks. Kane, ym., 2004). On myös esitetty, että dynaaminen varasto ei tietynasteisesta riippumattomuudestaan huolimatta pysty toimimaan täysin yksin, vaan on aina jossain määrin riippuvainen staattisen informaation varastosta (Hyun & Luck, 2007), mikä selittäisi myös niiden välisen positiivisen korrelaation.

Tulokset osoittavat, että yhden tai kahdenkaan visuaalis-spatiaalisen mittarin avulla ei voida tehdä johtopäätöksiä matemaattisilta taidoiltaan heikkojen yksilöiden visuaalis-spatiaalisista (työmuisti)resursseista. Visuaalis-spatiaaliset heikkoudet saattavat tulla näkyviin vain tietyn tyyppisissä spesifeissä tehtävissä. Visuaalis-spatiaalisten kykyjen merkitystä esimerkiksi oppimisvaikeuslasten ja normaalien lasten erottelijana on vähätelty perustuen usein kuitenkin

sangen yksipuolisiin mittareihin (esim. Geary, ym., 2000; Swanson & Jerman, 2006). Työmuistiheikkoudet saattavat ilmetä lähes koko työmuistin alueella tai rajoittua tiettyihin erityisempiin valmiuksiin.

Matematiikan opetuksen ja erityisopetuksen visuaalis-spatiaaliset haasteet

Työmuistivalmiuksien on osoitettu ennustavan perustaitojen (mm. lukeminen, kirjoittaminen, matematiikka) kehittymistä ja toisaalta oppimisvaikeuksien ilmenemistä ensimmäisten kouluvuosien aikana (Alloway, ym., 2005; Gathercole et al., 2003; Gathercole, ym., 2005; Passolunghi, ym., 2007). Erityisesti suoriutuminen keskusyksikkötoimintaa vaativissa aktiivisissa prosessointitehtävissä, joissa suoriutuminen vaatii sekä samanaikaista lyhytkestoista varastointia että prosessointia, vaikuttaisi olevan merkityksellistä koulutaitojen kehittymisen kannalta. Aiemmat tutkimukset ovat keskittyneet lähinnä verbaalisiin työmuistitaitoihin mutta tämän tutkimuksen tulokset viittaavat siihen, että myös visuaalis-spatiaaliset työmuistivalmiudet mukaanluettuna sangen passiivinen kyky varastoida tietyn kognitiivisen tehtävän kannalta relevanttia informaatiota lyhytkestoisesti saattavat olla ainakin jossain määrin oleellisia matemaattisten taitojen kehittymisen kannalta.

Alle kouluikäiset lapset, joiden lukukäsitteen hallinta oli selvästi puutteellinen, olivat myös muulta kognitiiviselta kapasiteetiltaan keskimäärin heikompia kuin ne lapset, joiden lukukäsitteen hallinta oli keskimääräisellä tasolla. Tämä merkitsee alkuopetukselle monia haasteita: lapset ovat paitsi esimatemaattisilta taidoiltaan (esim. lukujonon ja alkeellisten matemaattis-logisten periaatteiden hallinta) muita jäljessä, myös taitojen hallinnan edellytyksenä olevien kognitiivisten resurssien osalta muita heikommassa asemassa eli heillä on alentunut tiedonkäsittelyvalmius. Verrattuna matemaattisilta taidoiltaan normaalisuoriutujiin matemaattisesti heikoilla on vähemmän aktiivista prosessointi- ja varastointitilaa 'on-line' ja toisaalta vähemmän resursseja tarvittavien proseduraalisten ja konseptuaalisten tietojen ja taitojen kehittymiselle, koska mm. resurssit (visuaalis-spatiaalisten) mentaalisten työmuistirepresentaatioiden muodostamiseen (Rittle-Johnson, ym., 2001) ovat heikkommat. Tiedonkäsittelyvalmiuksien heikkous liittyy nimenomaan *oppimiskoeputeen*, ei asioiden opittavuuteen sinänsä. Mikäli oppimisympäristö ottaa huomioon valmiuksien rajallisuuden, työmuistiheikkoudet eivät todennäköisesti estä asioiden oppimista sinänsä.

Todennäköisesti osa näistä lapsista tulee kouluvuosien aikana kärsimään joko matemaattisista oppimisvaikeuksista tai sekä matemaattisista oppimisvaikeuksista että luki- tai muista kielellisistä vaikeuksista, jotka usein esiintyvätkin samanaikaisesti (ks. suomalaisista tutkimuksista esim. Ahonen, Aro, Närhi & Räsänen, 1996; Räsänen & Ahonen, 1995). Riskilasten kielelliset valmiudet

olivat keskimäärin heikommat kuin verrokkilapsilla ja riskiryhmässä keskeisten matemaattis-logisten periaatteiden ymmärtämistä mittaavissa tehtävissä suoriutuminen oli voimakkaasti yhteydessä kielellisiin taitoihin. Työmuistiresurssierot keskusyksikkötoimintaa mittaavissa tehtävissä ryhmien välillä olivat myös yhteydessä kielellisiin taitoihin viitaten tietynlaiseen vaikeuksien kasaantumiseen. Ryhmien välillä ei ollut eroa vanhempien koulutustaustassa tai perhemuodossa, mitä voidaan pitää myönteisenä ja tasa-arvoisuutta kuvaavana asiana. Vanhempien koulutus ei näyttäisi ainakaan tässä aineistossa määräävän lapsen sijoittumista riskiryhmään (ks. kuitenkin esim. van Luit, ym., 2006).

Peruslaskutaidoiltaan heikot yläkouluikäiset, peruskoulun viimeisen luokan oppilaat, olivat niin ikään visuaalis-spatiaalisilta työmuistitaidoiltaan heikompia kuin peruslaskutaidoiltaan normaalitasoiset ikätoverinsa. Verrattessaan matemaattisesti heikkojen koululaisten kognitiivisia resursseja sekä samanikäisiin normaalisuoriutujiin että nuorempiin samantasoisesti matematiikassa suoriutuviin McLean ja Hitch (1999) havaitsivat, että kognitiiviset puutteet, mm. visuaalis-spatiaalisen työmuistin heikkous, eivät ole vain seurausta matematiikan vaikeuksista vaan ennemminkin toisinpäin. Tämä vaikuttaa todennäköiseltä myös tämän aineiston perusteella: sekä esikouluikäisiä että kouluikäisiä matemaattisesti heikkoja yhdistää tietynlainen visuaalis-spatiaalisen työmuistin heikkous. On siis mahdollista ja jopa todennäköistä, että tietyt kognitiiviset heikkoudet säilyvät jossain määrin pysyvinä kouluvuosien aikana vaikeuttaen matematiikan oppimista. Ilman pitkäaikaistutkimusasetelmaa tämä on luonnollisesti hypoteettista.

(Erityis)pedagogiset mahdollisuudet

Työmuisti on varasto- ja toimintakapasiteetiltaan rajallinen eli se on jo perusluonteeltaan tiedonkäsittelyä rajoittava. Viimeaikaiset tutkimukset osoittavat, että lyhytkestoinen varstokapasiteetti on noin 3–5 yksikköä (Alvarez & Cavanagh, 2004; Halford, ym., 2007). Käytännön koulutyön kannalta ei ole kuitenkaan niinkään oleellista se, kuinka monta yksikköä informaatiota visuaalis-spatiaaliseen työmuistiin *teoriassa* mahtuu kerrallaan. Opettajan tai erityisopettajan työn kannalta on melko merkityksentöntä, onko työmuistin kapasiteetti keskimäärin neljä vai seitsemän yksikköä olkoonkin että se teoreettisesti on varsin mielenkiintoinen kysymys. Yksilöiden visuaalis-spatiaalinen työmuistikapasiteetti ja lähinnä sen heikkous sen sijaan saattavat olla merkityksellisiä. Visuaalis-spatiaalisen työmuistin heikkous saattaa olla yksi matematiikan oppimisvaikeuksien taustalla olevista kognitiiviset tekijöistä. Tämä ei tarkoita sitä, että visuaalis-spatiaalisen työmuistin heikkous olisi välttämättä matemaattisten oppimisvaikeuksien syy mutta se saattaa oppimisedellytyksiä kaventamalla entisestään vaikeuttaa matematiikan oppimista.

Puhuttaessa työmuistin kapasiteetista, puhutaan siis useimmiten itseasiassa lyhytkestoisesta varastokapasiteetista, joka on huomattavasti yksinkertaisemmin ja luotettavammin mitattavissa kuin varsinainen prosessointikapasiteetti. Yksilöiden väliset erot eivät ole yksinomaan absoluuttisessa kapasiteetissa (eli siinä, että toinen muistaa kaksi ja toinen kuusi yksikköä) vaan myös siinä tai ehkä jopa yksinomaan siinä, että toiset yksilöt pystyvät tehokkaammin pakkaamaan informaatiota tiiviimpään tilaan yhdistämällä pieniä asioita suuremmiksi kokonaisuuksiksi. Yhden muistiyksikön tai muistiviipaleen (chunk) informaatiomäärä ei nimittäin ole vakio vaan se voi sisältää tietoa useammasta erillisestä yksiköstä, mikäli nuo erilliset yksiköt on yhdistetty yhdeksi kokonaisuudeksi. Visuaalis-spatiaalisen työmuistin kapasiteetti on esimerkiksi vain noin neljä väriä tai neljä asentoa kerrallaan (mikäli nämä värit tai asennot esitetään erikseen) mutta informaatiota pystytään kuitenkin varastoimaan myös neljän samanaikaisesti esitetyn esineen väristä ja asennosta (Luck & Vogel, 1997). Mitä harjaantuneempi henkilö on käsittelemään tietynlaista informaatiota, sitä tehokkaammin hän pystyy säilömuistissa olevan tiedon avulla yhdistelemään erillisiä yksiköitä suuremmiksi kokonaisuuksiksi (ks. Kalakoski, 2006).

Toistaiseksi, tietääkseni, ei ole tutkittu, voidaanko visuaalis-spatiaalisen työmuistin kapasiteettia kasvattamalla välillisesti parantaa myös matematiikassa suoriutumista. Visuaalis-spatiaalisen työmuistin kapasiteettia voidaan tietyissä rajoissa kasvattaa (Lee, Lu & Ko, 2007), ja kokemuksen on osoitettu parantavan suoriutumista visuaalis-spatiaalista prosessointia vaativissa tehtävissä (Quaiser-Pohl & Lehmann, 2002). On sangen mahdollista, että niillä alle kouluikäisillä lapsilla tai koululaisilla, joilla on sekä havaittavia (esi)matematiikan vaikeuksia että visuaalis-spatiaalisia heikkouksia, visuaalis-spatiaalisesta harjoittelusta saattaisi olla hyötyä ajatellen matematiikassa suoriutumista. Vaikka visuaalis-spatiaalinen harjoittelu ei sinänsä kasvata konseptuaalista ja proseduraalista tieto- ja taitovaratonta, se kasvattaa käytössä olevia kognitiivisia tukiresursseja. Toisaalta, jos visuaalis-spatiaalisen työmuistin kapasiteetin kasvamisessa on itseasiassa kyse siitä, että yksilö oppii yhdistämään visuaalis-spatiaalista informaatiota tehokkaammin isommiksi kokonaisuuksiksi todennäköiseksi (ainakin osaksi) säilömuistiin tallentuneen informaation avulla (ks. Kalakoski, 2006), visuaalis-spatiaalisen harjoittelun pitäisi olla matematiikka-spesifiä synnyttääkseen nimenomaan matematiikkaa tukevia säilömuistirakenteita.

Jos visuaalis-spatiaalinen työmuisti ajatellaan mentaaliseksi työtilaksi, jossa tehtäviä, tehtävänosia, laskuvaiheita tai välituloksia voi mielessä varastoida ja käsitellä (ks. esim. Heathcote, 1994; Zago & Tzourio-Mazoyer, 2002), kapasiteetin puutteet merkitsevät vähemmän työtilaa näihin toimintoihin. Työtilan puute saattaa vaikeuttaa 1) tehtävän ratkaisua tässä ja nyt (on-line), 2) tiedon siirtymistä säilömuistiin tai 3) matemaattisen tiedon hakua säilömuistista (ks.

Service ja Lehto, 2002). Yksinkertaisin ratkaisu on korvata puuttuva tila konkreettisilla apuvälineillä, kuten kynällä ja paperilla. Tehtävän olennaiset osat ja niiden suhteet voidaan piirtää näkyviin ja opetuksessa voidaan rohkeammin soveltaa konkreettisia apuvälineitä sen sijaan, että tukeudutaan voimakkaasti pelkästään symboliseen matematiikkaan. Monimutkaiset tehtävät ja ohjeet voidaan pilkkoa pienempiin palasiin ja välivaiheet merkitä visuaalisesti näkyviin. Visuaalinen informaatio, jossa on paljon yksityiskohtia, vie Alvarezin ja Cavanaghin (2004) mukaan enemmän muistikapasiteettia kuin informaatio, jossa on vähemmän yksityiskohtia muistettavaksi.

Tämä(kään) asia ei ole kuitenkaan niin yksinkertainen. On nimittäin osoitettu, että oppilailta, joilla on matematiikan oppimisvaikeuksia, on myös usein vaikeuksia käsitellä visuaalis-spatiaalista informaatiota. He eivät hahmota välttämättä yhteyttä esimerkiksi esitettyjen kuvioiden ja niiden matemaattisten kohteiden välillä eli heidän on vaikea nähdä yhteyttä symbolisen matematiikan ja toisaalta konkreettien apujen välillä, ja matemaattisesti heikoilla on myös taipumus keskittyä kaikkeen visuaalisesti esitettyyn informaation sen sijaan, että he keskittyisivät olennaiseen (Booth & Thomas, 2000). Osa yksilöistä vaikuttaa myös spontaanimminkin muodostavan visuaalis-spatiaalisia mentaalisia malleja esimerkiksi kielellisestä materiaalista (Lohman, 1996), ja se näyttää olevan tyypillistä nimenomaan yksilöille, jotka menestyvät hyvin visuaalis-spatiaalisissa tehtävissä. Summa summarum: pelkkä kannustaminen matemaattisten tehtävien ja niiden osien piirtämiseen ja visuaalisten apujen käyttämiseen ei riitä silloin, kun kyseessä on visuaalis-spatiaalisilta taidoiltaan heikko oppilas. Oppilaat tarvitsevat myös järjestelmällistä ohjausta kuvien käyttöön ja ohjausta erityisesti siihen, *miten keskittyä olennaiseen*. Muuten on vaara, että ulkoisten apujen käyttö jää merkityksettömäksi.

Huolimatta siitä, että Aunio, Hannula ja Räsänen (2004) toteavat matemaattisten taitojen varhaisessa tukemisessa tehokkaimpien keinojen olevan yleensä nimenomaan matemaattisia, ei muiden taitoalueiden harjoitteita, tehokkaita *matemaattisia* opetus-, kuntoutus- tai interventiotapoja kehitettäessä on tarpeellista tietää vaikeuksien taustalla olevista kognitiivisista puutteista. Opetustapa voi olla samaan aikaan sekä visuaalis-spatiaalista työmuistia tukeva että matemaattinen. Kuten Demetriou ja muut (in press) toteavat: erityisten taitojen opettamisen lisäksi (esimerkiksi matematiikan taidot) on pyrittävä myös kasvattamaan yleistä oppimispotentiaalia, jonka ytimessä on mm. työmuistikapasiteetti. Suhde erityisten ja yleisten valmiuksien välillä on kaksisuuntainen, erityisten taitojen kehittäminen sinänsä voi kehittää yleistä intellektuaalista kapasiteettia ja yleisten prosessointiresurssien kehittäminen voi kehittää erityisiä taitoja.

Tutkimuksen rajoitukset ja tulevaisuuden haasteet

Tutkimus osoittaa varsin yhdenmukaisesti, että visuaalis-spatiaaliset työmuistivalmiudet ovat jossain määrin yhteydessä (esi)matematiikan hallintaan sekä alle kouluikäisillä lapsilla että yläkouluikäisillä nuorilla. Tämä tarkoittaa käytännössä sitä, että *osalla* matematiikassa heikosti suoriutuvista on selvästi keskimääräistä heikkommat visuaalis-spatiaaliset työmuistivalmiudet ja tämä heikkous saattaa olla yksi syy tai vaikeuksia lisäävä tekijä heikon matemaattisen suoriutumisen taustalla. Vaikka tulokset ilmentäisivätkin enemmän yleistä tiedonkäsittelyvalmiuksien heikkoutta kuin varsinaista spesifiä visuaalis-spatiaalisen työmuistin heikkoutta, merkitsee visuaalis-spatiaalisen työmuistin heikkous konkreettisesti vähemmän mentaalista prosessointitilaa, joka rajoittaa oppimista ja suoritustilanteita.

Huolimatta näennäisestä yhdenmukaisuudesta, osatutkimukset sisältävät myös ristiriitaisia tuloksia ja tuloksia, jotka herättävät enemmän kysymyksiä kuin tuottavat vastauksia, kuten usein on laita tutkimuksissa, jotka huolimatta näennäisestä pyrkimyksestä eräänlaiseen kausaaliseen selittämiseen kuitenkin toimivat relatiivisella ja ei-kokeellisella tasolla. Tutkimussarja tuottaa pikemminkin tulevaisuutta suuntaavan kuin tyhjentävän vastauksen siihen, miten visuaalis-spatiaaliset työmuistivalmiudet ovat yhteydessä matemaattiseen suoriutumiseen. Tutkimuksen rajoituksena voidaan pitää sitä, että se toimii kautta linjan hyvin yleisellä tasolla. Toisaalta lähestymistavan yleisyys on tutkimussarjan lähtökohdat huomioonottaen perusteltu: alkuvaiheessa aiheita käsitteleviä tutkimuksia ei juuri ollut ja siksi oli jossain määrin järkevää lähteä tarkastelemaan visuaalis-spatiaalisten työmuistivalmiuksien suhdetta nimenomaan matemaattiseen kokonaissuoriutumiseen. Työmuisti oli empiirissä tutkimuksissa pelkistetty pitkälti verbaalisiksi työmuistivalmiuksiksi huolimatta siitä, että visuaalis-spatiaalisen työmuistin oli *arveltu* toimivan tietynlaisena mentaalisen työtilana (esim. Heathcote, 1994; Ashcraft, 1996).

Tutkimussarjan yleisyydestä johtuen tulosten perusteella voidaan tehdä vain olettamuksia siitä, mitä visuaalis-spatiaalisten työmuistivalmiuksien ja matemaattisten taitojen yhteys teoriassa ja käytännössä tarkoittaa. Havaittu *yhteys* ei tarkkaan ottaen vielä osoita, että visuaalis-spatiaalinen työmuisti todella olisi matemaattisen suoriutumisen kannalta tärkeä. Ottaen kuitenkin huomioon ensinnäkin sen, että 'työmuistin' ajatellaan sisältävän kaiken¹¹ meneillään olevien kognitiivisten tehtävien suorittamisessa vaadittavan tiedon ja sen prosessoinnin (ks. esim. Service & Lehto, 2002), on hyvin todennäköistä, että tietynlaisissa tehtävissä tarvitaan myös nimenomaan lyhytkestoisia *visuaalis-spatiaalisia* varastointi- ja/tai prosessointitoimintoja. Kuten aiemmin todettiin, matematiikkahan sisältää paljon visuaalis-spatiaalista tai visuaalis-spatiaalisen

¹¹ 'Kaikki' tarkoittaa tässä yhteydessä kaikkea työmuistiin hetkellisesti mahtuvaa informaatiota, ei kaikkea tehtävän suorittamisen kannalta oleellista informaatiota.

koodauksen mahdollistavaa kielellistä informaatiota (Burr & Ross, 2008; Dehaene, 1997; Herrera, ym., painossa; Knops, ym., 2006). Toiseksi tutkimussarjan tulokset osoittavat, että passiivisen visuaalis-spatiaalisen informaation varastointi on yleisistä ohjausresursseista riippumattomassa yhteydessä matematiikassa suoriutumiseen viitaten siihen, että visuaalis-spatiaalisen työmuistin ja matemaattisten taitojen yhteys liittyy keskusyksikköresurssien lisäksi nimenomaan *visuaalis-spatiaalisuuteen* ja lyhytkestoiseen varastointiin.

Tämän tutkimussarjan pohjalta ei kuitenkaan voida esimerkiksi sanoa, minikätyyppisten tehtävien ratkaisu erityisesti tuntuu kuormittavan visuaalis-spatiaalisen työmuistin resursseja. Vaikka tehtävien esitysmuodon on mm. osoitettu vaikuttavan käytettäviin resursseihin: vertikaalisesti esitetyt tehtävät houkuttelevat visuaalis-spatiaalisten resurssien käyttöön (Trbovich & Le Fevre, 2003) ja toisaalta visuaalis-spatiaalista varastointia (Heathcote, 1994; Trbovich & Le Fevre, 2003) on osoitettu käytettävän mm päässä laskuja suoritettaessa, alue on vielä työmuistitutkimusmittakaavassa sangen tutkimaton. Soveltuvien opetus- ja interventiomenetelmien kehittämisen kannalta hyvin oleellista olisi jatkossa selvittää, mitkä matematiikan osa-alueet ja mitkä tehtävätyypit erityisesti aiheuttavat ongelmia visuaalis-spatiaalisilta *työmuistivalmiuksiltaan* heikoille lapsille.

Sekä alle kouluikäisiä että kouluikäisiä matemaattisilta taidoiltaan heikkoja yksilöitä vaikuttaa tämän tutkimussarjan perusteella yhdistävän visuaalis-spatiaalisen työmuistin heikkous. On todennäköistä, että tietyt kognitiiviset heikkoudet ovat suhteellisen pysyviä aiheuttaen tai pahentaen mm. matemaattisia oppimisvaikeuksia. Toisin sanoen, jos lapsi on paljon keskimääräistä heikompi työmuistivalmiuksiltaan alle kouluikässä, hän todennäköisesti on ikäisiään keskimääräistä heikompi myös myöhemmin kouluikässä. Ilman riittävää pitkittäistutkimusaineistoa se on kuitenkin vain 'hyvä, perusteltu arvaus'. Tämän empiirisen puutteen korjaamiseksi on käynnistetty pitkittäistutkimushanke, joka toivottavasti aikanaan tuottaa tietoa mm. siitä, ennustavatko alle kouluikäisenä mitatut työmuistivalmiudet matematiikan koulutaitojen kehittymistä ja toisaalta myös siitä, vaikuttaako visuaalis-spatiaalinen heikkous seuraavan matemaattisilta taidoiltaan heikkoja lapsia kouluikään.

Johtuen matemaattisten oppimisvaikeuksien luokittelu- ja määrittelyongelmista, tässä tutkimusprojektissa tarkastelun kohteeksi päädyttiin ottamaan ns. riskilapset ja –nuoret, jotka lukukäsitteen tai peruslaskutaitojen hallinnan perusteella vaikuttavat kärsivän jonkinlaisista matematiikan vaikeuksista. Tässä tutkimuksessa ei tietoisesti asetettu älykkyyskriteeriä, joka usein liitetään oppimisvaikeuden määritelmään (ks. esim. Geary, 2004) johtuen mahdollisista ongelmista, joita älykkyyskriteerin käyttöön liittyy (Siegel 1989; Siegel & Himel, 1998; Siegel, 2003) ja toisaalta myös siitä, että älykkyuden rajaaminen tietylle alueelle saattaisi vähätellä työmuistitaitojen merkitystä. Tavallaan

tutkimuksessa syyllystyään samaan kaoottisuuteen (Fuchs, Compton, Fuchs, Paulsen, Bryant, & Hamlett, 2005; Räsänen & Ahonen, 2004, 277) kuin matematiikan oppimisvaikeustutkimuksessa yleensä eli koska luokittelua ei ole tehty täsmällisten kriteerien mukaan, tulosten yleistäminen vaikeutuu. Myös yhden mittauskerran käyttöä seulontavälineenä voidaan helposti kritisoida, koska onhan mahdollista, että yksilö menestyy kerran satunnaisesti heikosti ja myöhempinä vuosia silti keskivertoa paremmin (ks. Geary, 2004). Viidennessä osatutkimuksessa seulonnan tulos sai kuitenkin tukea tiedoista, jotka koskivat oppilaiden aiemmin saamaa erityisopetusta tai tukiovetusta: heikoilla suorittujilla on ollut matematiikassa vaikeuksia jo aiemminkin (alakoulussa). Koska matemaattisten oppimisvaikeuksien määrittelykriteerin on todettu vaikuttavan mm. havaittaviin kognitiivisiin heikkouksiin (Murphy, ym., 2007), jatkossa olisi hyvä tarkastella *eri tavoin seulottujen* matematiikan oppimisvaikeusryhmien visuaalis-spatiaalisia työmuistivalmiuksia.

* * * * *

Työmuistiteoreettisesta näkökulmasta oleellista tässä vaiheessa on kysymys siitä, onko visuaalis-spatiaalinen työmuisti yksilöllisten matemaattisten suorituserojen ymmärtämisen kannalta hyödyllinen? Tulokset osoittavat, että on, ainakin jossain määrin. Tulos on kuitenkin täysin riippuvainen siitä, mitä itseasiassa on mitattu, kun on mitattu visuaalis-spatiaalista työmuistia. Reabilitteettikertoimet osoittavat, että pientenkin lasten työmuistivalmiuksia voidaan mitata sängen luotettavasti edellyttäen kuitenkin, että *työmuisti* on oikein operationalisoitu. Työmuistia mittaavat tehtävät pyrittiin muutamaa poikkeusta lukuunottamatta joko valitsemaan sellaisten tehtävien joukosta tai kehittämään sellaisten tehtävien pohjalta, joilla on vankka empiirinen perusta ja työmuistikentällä vallitseva kohtuullinen yksimielisyys siitä, mitä niiden oletetaan mittaavan. Voidaan siis todeta, että työmuistiteoreettisesta näkökulmasta tehtävät, tai ainakin suurin osa niistä, ovat mitanneet nimenomaan työmuistia tai niitä toimintoja, joiden me olemme sisältyvän käsitteen 'työmuisti' alle. Mikään kognitiivinen testi tai tehtävä ei kuitenkaan ole täysin puhdas (Kane, ym., 2004), ja se merkitsee sitä, että käytännössä aina testi mittaa myös jotain muuta kuin sitä, mitä sen pitäisi mitata. Työmuistitehtävät mittaavat aina viime kädessä tehtävässä vaadittavia resursseja, eivät absoluuttisia valmiuksia, mikä on syytä ottaa huomioon mietittäessä tulosten käytännön sovellusarvoa.

Lähteet

- Ackerman, P. L., Beier, M. E., & Boyle, M. O. (2005). Working memory and intelligence: The same or different constructs? *Psychological Bulletin*, 131, 30–60.
- Ahonen, T., Aro, M., Närhi, V., & Räsänen, P. (1996). Oppimisvaikeuksien diagnostiikka: mitä MBD:n jälkeen? *Psykologia*, 31, 316–323.
- Alloway, T. P., Gathercole, S. E., Adams, A-M., Willis, C., Eaglen, R., & Lamont, E. (2005). Working memory and phonological awareness as predictors of progress towards early learning goals at school entry. *British Journal of Developmental Psychology*, 23, 417–426.
- Alloway, T. P., Gathercole, S. E., & Pickering, S. J. (2006). Verbal and visuospatial short-term and working memory in children: Are they separable? *Child Development*, 77, 1698–1716.
- Alvarez, G. A., & Cavanagh, P. (2004). The capacity of visual short-term memory is set both by visual information load and by number of objects. *Psychological Science*, 15, 106–111.
- Anderson, M. (1998). Mental retardation, general intelligence and modularity. *Learning and Individual Differences*, 10, 159–178.
- Anderson, M. (2001). Annotation: Conceptions of intelligence. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 42, 287–298.
- Anderson, M., & Miller, K. L. (2000). Modularity, mental retardation and speed of processing. *Developmental Science*, 1:2, 239–245.
- Andersson, U., & Lyxell, B. (2007). Working memory deficit in children with mathematical difficulties: A general or specific deficit? *Journal of Experimental Child Psychology*, 96, 197–228.
- Ashcraft, M. H. (1996). Cognitive psychology and simple arithmetic: A review and summary of new directions. In B. Butterworth (Ed.), *Mathematical cognition*, 1 (pp. 3–34). Hove, UK: Psychology Press.
- Atkinson, R. C., & Shiffrin, R. M. (1968). Human memory: A proposed system and its control processes. In K. W. Spence & J. T. Spence (Eds), *The Psychology of learning and motivation: Advances in research and theory* 2. New York: Academic Press, 92–122.
- Aunio, P., Hannula, M. M., & Räsänen, P. (2004). Matemaattisten taitojen varhaiskehitys. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.), *Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.
- Bachot, J., Gevers, W., Fias, W., & Roeyers, H. (2005). Number sense in children with visuospatial disabilities: orientation of the mental number line. *Psychology Science*, 47, 172–183.
- Baddeley, A. D. (1986). *Working memory*. Oxford: Oxford University Press.
- Baddeley, A. D. (1996). Exploring the central executive. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 49, 5–28.
- Baddeley, A. (1997). *Human memory: Theory and practice*. (Rev. ed.) Hove, UK: Psychology Press.

- Baddeley, A. (2000). The episodic buffer: a new component of working memory? *Trends in Cognitive Sciences*, 4, 417–423.
- Baddeley, A. D., & Hitch, G. (1974). Working memory. In G. A. Bower (Ed.), *The Psychology of learning and motivation* 8. New York: Academic Press, 47–89.
- Baddeley, A. D., & Lieberman, K. (1980). Spatial working memory. In R. S. Nickerson (Ed.), *Attention and performance VIII*. New Jersey: Lawrence Erlbaum, 521–539.
- Baddeley, A. D., & Logie, R. H. (1999). Working memory: The multiple-component model. In A. Miyake & P. Shah (Eds), *Models of working memory*, (pp. 28–61).
- Battista, M. T. (1990). Spatial visualization and gender differences in high school geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, 47–60.
- Bayliss, D. M., Jarrold, C., Baddeley, A. D., Gunn, D. M., & Leigh, E. (2005). Mapping the developmental constraints on working memory span performance. *Developmental Psychology*, 41, 579–597.
- Benton, A. L. (1978). *Visuaalinen muistitesti. Kliiniset ja kokeelliset sovellukset*. [The Visual Retention Test. Clinical and Experimental Applications, 4th Ed.]. Helsinki: Psykologien kustannus.
- Blair, C. (2006). How similar are fluid cognition and general intelligence? A developmental neuroscience perspective on fluid cognition as an aspect of human cognitive ability. *Behavioral and Brain Sciences*, 29, 109–160.
- Booth, R. D. L., & Thomas, M. O. J. (2000). Visualization in mathematics learning: Arithmetic problem-solving and student difficulties. *Journal of Mathematical Behavior*, 18, 169–190.
- Brandimonte, M. A., Hitch, G. J., & Bishop, D. V. M. (1992). Influence of Short-term memory codes on visual image processing: Evidence from image transformation tasks. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, 18, 157–165.
- Bull, R., & Johnston, R. S. (1997). Children's arithmetical difficulties: Contributions from processing speed, item identification, and short-term memory. *Journal of Experimental Child Psychology*, 65, 1–24.
- Bull, R., Johnston, R. S., & Roy, J. A. (1999). Exploring the roles of the visuo-spatial sketch pad and central executive in children's arithmetical skills: Views from cognition and developmental neuropsychology. *Developmental Neuropsychology*, 15, 421–442.
- Burr, D., & Ross, J. (2008). A visual sense of number. *Current Biology*, 18, 425–428.
- Butcher, H. J. (1968). *Human Intelligence. Its Nature and Assessment*. London: Methuen.
- Canobi, K. H. (2004). Individual differences in children's addition and subtraction knowledge. *Cognitive Development*, 19, 81–93.
- Carpenter, P. A., Just, M. A., & Shell, P. (1990). What one intelligence test measures: A theoretical account of the processing in the Raven Progressive Matrices Test. *Psychological Review*, 97, 404–431.
- Case, R. (1996a). Introduction: Reconceptualizing the nature of children's conceptual structures and their development in middle childhood. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 61, 1–26.

- Case, R. (1996b). Modeling the dynamic interplay between general and specific change in children's conceptual understanding. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 61, 156–188.
- Case, R. (1996c). Summary and conclusion. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 61, 189–214.
- Case, R., Okamoto, Y., Henderson, B., McKeough, A., & Bleiker, C. (1996). Exploring the macrostructure of children's central conceptual structures in the domains of number and narrative. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 61, 59–82.
- Casey, M. B., Nuttall, R. L., & Pezaris, E. (1997). Mediators of gender differences in mathematics college entrance test scores: A comparison of spatial skills with internalized beliefs and anxieties. *Developmental Psychology*, 33, 669–680.
- Cattell, R. B. (1971). *Abilities: Their growth, structure, and action*. Boston: Houghton Mifflin.
- Chuah, Y. M. L., & Maybery, M. T. (1999). Verbal and spatial short-term memory: Common sources of developmental change? *Journal of Experimental Child Psychology*, 73, 7–44.
- Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In Douglas A Grouws (Ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan Publishing Company.
- Colom, R., Escorial, S., Shih, P. C., & Privado, J. (2007). Fluid intelligence, memory span, and temperament difficulties predict academic performance of young adolescents. *Personality and Individual Differences*, 42, 1503–1514.
- Conway, A. R. A., Cowan, N., Bunting, M. F., Theriault, D. J., & Minkoff, S. R. B. (2002). A latent variable analysis of working memory capacity, short-term memory capacity, processing speed, and general fluid intelligence. *Intelligence*, 30, 163–183.
- Conway, A. R. A., Kane, M. J., & Engle, R. W. (2003). Working memory capacity and its relation to general intelligence. *Trends in Cognitive Sciences*, 7, 547–552.
- Cornoldi, C., & Mammarella, N. (2006). Intrusions errors in visuospatial working memory performance. *Memory*, 14, 176–188.
- Cornoldi, C. & Vecchi, T. (2003). *Visuo-Spatial Working Memory and Individual Differences. Essays in Cognitive Psychology*. Hove: Psychology Press.
- Cramer, D. (2003). *Advanced Quantitative Data Analysis*. Philadelphia: Open University Press.
- Daneman, M., & Carpenter, P. A. (1980). Individual differences in working memory and reading. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, 19, 450–466.
- Deary, I. J., Strand, S., Smith, P., & Fernandes, C. (2007). Intelligence and educational achievement. *Intelligence*, 35, 13–21.
- Dehaene, S. (1997). *The Number Sense. How the Mind Creates Mathematics*. New York: Oxford University Press.
- Della Sala, S., Gray, C., Baddeley, A., & Wilson, L. (1997). *Visual Patterns Test. A Test of Short-Term Visual Recall*. Suffolk, UK: Thames Valley Test Company.

- Demetriou, A., Spanoudis, G., & Mouyi, A. (painossa). A Three-level Model of the Developing Mind: Functional and Neuronal Substantiation and Educational Implications. In M. Ferrari and L. Vuletic (Eds), *The Developmental Relations between Mind, Brain, and Education: Essays in honor of Robbie Case*. New York: Springer
- De Rammelaere, S., Stuyven, E., & Vandierendonck, A. (1999). The contribution of working memory resources in the verification of simple mental arithmetic sums. *Psychological Research*, 62, 72–77.
- De Rammelaere, S., Stuyven, E., & Vandierendonck, A. (2001). Verifying simple arithmetic sums and products: Are the phonological loop and the central executive involved? *Memory & Cognition*, 29, 267–273.
- Desoete, A., Roeyers, H., & De Clercq, A. (2004). Children with mathematics learning disabilities in Belgium. *Journal of Learning Disabilities*, 37, 50–61.
- DeStefano, D., & LeFevre, J.-A. (2004). The role of working memory in mental arithmetic. *European Journal of Cognitive Psychology*, 16, 353–386.
- Di Fabio, A., & Busoni, L. (2007). Fluid intelligence, personality traits and scholastic success: Empirical evidence in a sample of Italian high school students. *Personality and Individual Differences*, 43, 2095–2104.
- DiSimoni, F. (1978). *The Token test for children*. Austin: Pro-Ed.
- Duff, S. C., & Logie, R. H. (2001). Processing and storage in working memory span. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 54, 31–48.
- Engle, R. W., Tuholski, S. W., Laughlin, J. E., & Conway, A. R. A. (1999). Working memory, short-term memory, and general fluid intelligence: A latent-variable approach. *Journal of Experimental Psychology: General*, 128, 309–331.
- Eysenck, M. W., & Keane, M. T. (1995). *Cognitive psychology. A student's handbook*. 3. painos. Hove, U. K: Psychology Press.
- Floyd, R. G., Evans, J. J., & McGrew, K. S. (2003). Relations between measures of Cattell-Horn-Carroll (CHC) cognitive abilities and mathematics achievement across the school-age years. *Psychology in the Schools*, 40, 155–171.
- Fry, A. F., & Hale, S. (1996). Processing speed, working memory, and fluid intelligence: Evidence for a developmental cascade. *Psychological Science*, 7, 237–241.
- Fuchs, L. S., Compton, D. L., Fuchs, D., Paulsen, K., Bryant, J. D., & Hamlett, C. L. (2005). The prevention, identification, and cognitive determinants of math difficulty. *Journal of Educational Psychology*, 97, 493–513.
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Compton, D. L., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Capizzi, A. M., Schatschneider, C., & Fletcher, J. M. (2006). The cognitive correlates of third-grade skill in arithmetic, algorithmic computation, and arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, 98, 29–43.
- Fuson, K. (1988). *Children's counting and concept of number*. New York: Springer Verlag.
- Gathercole, S. E., Brown, L., & Pickering, S. J. (2003). Working memory assessments at school entry as longitudinal predictors of National Curriculum attainment levels. *Educational and Child Psychology*, 20, 109–122.
- Gathercole, S. E., & Pickering, S. J. (2000). Working memory deficits in children with low achievements in the national curriculum at 7 years of age. *British Journal of Educational Psychology*, 70, 177–194.

- Gathercole, S. E., Pickering, S. J., Ambridge, B., & Wearing, H. (2004). The structure of working memory from 4 to 15 years of age. *Developmental Psychology*, 40, 177–190.
- Gathercole, S. E., Tiffany, C., Briscoe, J., Thorn, A., & ALSPAC team. (2005). Developmental consequences of poor phonological short-term memory function in childhood: a longitudinal study. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 46, 598–611.
- Gathercole, S. E., Willis, C. S., Baddeley, A. D., & Emslie, H. (1994). The Children's Test of Nonword Repetition: A test of phonological working memory. *Memory*, 2, 103–127.
- Geary D. C. (1994). *Children's mathematical development: Research and practical applications*. Washington, DC: American Psychological Association.
- Geary, D. C. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 37, 4–15.
- Geary, D. C. (2007). An evolutionary perspective on learning disability in mathematics. *Developmental Neuropsychology*, 32, 471–519.
- Geary, D. C., Hamson, C. O., & Hoard, M. K. (2000). Numerical and arithmetical cognition: A longitudinal study of process and concept deficits in children with learning disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 77, 236–263.
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J., Nugent, L., & Numtee, C. (2007). Cognitive mechanisms underlying achievement deficits in children with mathematical learning disability. *Child development*, 78, 1343–1359.
- Gelman, R., & Gallistel, C. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, UK: Harvard University Press.
- Gersten, R., Jordan, N. C., & Flojo, J. R. (2005). Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 38(4) 293–304.
- Grossberg, S., & Repin, D. V. A. (2003). Neural model of how the brain represents and compares multi-digit numbers: spatial and categorical processes. *Neural Networks*, 16, 1107–1140.
- Gyselinck, V., De Beni, R., Pazzaglia, F., Meneghetti, C., & Mondoloni, A. (2007). Working memory components and imagery instructions in the elaboration of a spatial mental model. *Psychological Research*, 71, 373–382.
- Haavisto, M.-L., & Lehto J. E. (2004). Fluid/spatial and crystallized intelligence in relation to domain-specific working memory: A latent-variable approach. *Learning and Individual Differences*, 15, 1–21.
- Halford, G. S., Cowan, N., & Andrews, G. (2007). Separating cognitive capacity from knowledge: a new hypothesis. *Trends in Cognitive Sciences*, 11, 236–242.
- Hanich, L. B., Jordan, N. C., Kaplan, D., & Dick, J. (2001). Performance across different areas of mathematical cognition in children with learning difficulties. *Journal of Educational Psychology*, 93, 615–626.
- Hannula, M. M. (2005). *Spontaneous Focusing on Numerosity in the Development of Early Mathematical Skills*. Turku: Turun yliopisto.
- Hannula, M. M., & Lehtinen, E. (2005). Spontaneous focusing on numerosity and mathematical skills of young children. *Learning and Instruction*, 15, 237–256.

- Healy, A. F., & Nairne, J. S. (1985). Short-term memory processes in counting. *Cognitive Psychology*, 17, 417–444.
- Heathcote, D. (1994). The role of visuo-spatial working memory in mental addition of multi-digit addends. *Current Psychology*, 13, 207–245.
- Hegarty, M., & Kozhevnikov, M. (1999). Types of visual-spatial representations and mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology*, 91, 684–689.
- Henry, L. A., & MacLean, M. (2003). Relationships between working memory, expressive vocabulary and arithmetical reasoning in children with and without intellectual disabilities. *Educational and Child Psychology*, 20, 51–64.
- Herrera, A., Macizo, P., & Semenza, C. (painossa). The role of working memory in the association between number magnitude and space. *Acta Psychologica*.
- Hitch, G. J. (1978). The role of short-term working memory in mental arithmetic. *Cognitive Psychology*, 10, 302–323.
- Hitch, G. J., Halliday, S., Schaafstal, A. M., & Schraagen, J. M. C. (1988). Visual working memory in young children. *Memory and Cognition*, 16, 120–132.
- Hitch, G. J., Woodin, M. E., & Baker, S. (1989). Visual and phonological components of working memory in children. *Memory and Cognition*, 17, 175–185.
- Holmes, J., & Adams, J. W. (2006). Working memory and children's mathematical skills: Implications for mathematical development and mathematics curricula. *Educational Psychology*, 26, 339–366.
- Horn, J. L. (1968). Organization of abilities and the development of intelligence. *Psychological Review*, 75, 242–259.
- Hyun, J.-S., & Luck, S. J. (2007). Visual working memory as the substrate for mental rotation. *Psychonomic Bulletin & Review*, 14, 154–158.
- Hänninen, S. (2006). *Oppimisvalmiudet ja niihin vaikuttavat tekijät työttömällä työnhakijoilla*. Tampere, Finland: University of Tampere. [in Finnish].
- Ikäheimo, H., Putkonen, H. & Voutilainen, E. (1988). *MAKEKO; Matematiikan keskeisen oppiaineksen kokeet luokille 1–9*. Helsinki: Opperi. [in Finnish]
- Imbo, I., & Vandierendonck, A. (2007). The role of phonological and executive working memory resources in simple arithmetic strategies. *European Journal of Cognitive Psychology*, 19, 910–933.
- Jarvis, H., & Gathercole, S. (2003). Verbal and non-verbal working memory and achievements on National Curriculum tests at 11 and 14 years of age. *Educational and Child Psychology*, 20, 123–140.
- Jensen, A. J. (1980). *Bias in Mental Testing*. London: Methuen.
- Johnson, B., & Christensen, L. (2004). *Educational Research. Quantitative, Qualitative, and Mixed Approaches*. Boston: Allyn & Bacon.
- Jordan, N. C., Hanich, L. B., & Kaplan, D. (2003). A longitudinal study of mathematical competencies in children with specific mathematics difficulties versus children with comorbid mathematics and reading difficulties. *Child Development*, 74, 834–850.
- Jordan, N.C., Kaplan, D., Locuniak M. N., & Ramineni, C. (2007). Predicting first-grade math achievement from developmental number sense trajectories. *Learning Disabilities Research & Practice*, 22, 36–46.
- Kalakoski, V. (2006). *Constructing Skilled Images*. Helsinki: Yliopistopaino.

- Kane, M. J., Hambrick, D. Z., Tuholski, S. W., Wilhelm, O., Payne, T. W., & Engle, R. W. (2004). The generality of working memory capacity: A latent-variable approach to verbal and visuospatial memory span and reasoning. *Journal of Experimental Psychology: General*, 133, 189–217.
- Kane, M. J., Poole, B. J., Tuholski, S. W., & Engle, E. W. (2006). Working memory capacity and the top-down control of visual search: Exploring the boundaries of “executive attention”. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 32, 749–777.
- Kaplan, E., Goodglass, H., Weintraub, S., & Segal, O. (1983). *Boston naming test*. Baltimore: Waverly.
- Knops, A., Nuerk, H.-C., Fimm, B., Vohn, R., & Willmes, K. (2006). A special role for numbers in working memory? An fMRI study. *Neuroimage*, 29, 1–14.
- Kosslyn, S. M. (1983). *Ghosts in the mind's machine. Creating and using images in the brain*. New York: W. W. Norton & Company.
- Kosslyn, S. M., & Koenig, O. (1992). *Wet Mind. The New Cognitive Neuroscience*. New York: The Free Press.
- Kosslyn, S. M., Margolis, J. A., Barrett, A. M., Goldknopf, E. J., & Daly, P. F. (1990). Age differences in imagery abilities. *Child development*, 61, 995–1010.
- Kuusinen, J., & Leskinen, E. (1986) Intelligence and school achievement. *Psykologia*, 21, 243–248. [in Finnish with English summary]
- Kyllonen, P. C., & Christal, R. E. (1990). Reasoning ability is (little more than) working-memory capacity?! *Intelligence*, 14, 389–433.
- Kyttälä, M. (2008). Visuospatial working memory in adolescents with poor performance in mathematics: Variation depending on reading skills. *Educational Psychology*, 28, 273–289.
- Kyttälä, M., Aunio, P., & Hautamäki, J. (käsi­kirjoitus). *Working Memory, Language Skills and Non-Verbal Intelligence in Children at Risk for Mathematical Difficulties*. Käsi­kirjoitus arvioitavana.
- Kyttälä, M., & Lehto, J. E. (2008). Some factors underlying mathematical performance: The role of visuospatial working memory and non-verbal intelligence. *European Journal of Psychology of Education* 23, 77–94.
- Lahti, P., & Mynttinen, S. (2000). *Hiljainen lukeminen [Silent reading]*. Helsinki, Finland: University of Helsinki, Department of Teacher Education, Special Education Section: [unpublished seminar work, in Finnish].
- Laine, M., Koivuselkä-Sallinen, P., Hänninen, R. & Niemi, J. (1997). *Bostonin nimen­tätesti [Boston naming test]*. Helsinki, Finland: Psykologien kustannus.
- La Pointe, L. B., & Engle, R. W. (1990). Simple and complex word spans as measures of working memory capacity. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, 16, 1118–1133.
- Lee, K., & Kang, S. (2002). Arithmetic operation and working memory: differential suppression in dual tasks. *Cognition*, 83, B63–B68.
- Lee, Y., Lu, M, & Ko, H. (2007). Effects of skill training on working memory capacity. *Learning and Instruction*, 17, 336–344.
- LeFevre, J.-O., Greenham, S. L., & Waheed, N. (1993). The development of procedural and conceptual knowledge in computational estimation. *Cognition and Instruction*, 11, 95–132.

- LeFevre, J.-A., Smith-Chant, B. L., Fast, L., Skwarchuk, S.-L., Sargla, E., Arnup, J. S., Penner-Wilger, M., Bisanz, J., & Kamawar, D. (2006). *Journal of Experimental Child Psychology*, 93, 285–303.
- Lehto, J. E. (1996). Are executive function tests dependent on working memory capacity? *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 49A, 29–50.
- Lehto, J. E., Juujärvi, P., Kooistra, L., & Pulkkinen, L. (2003). Dimensions of executive functioning: Evidence from children. *British Journal of Developmental Psychology*, 21, 59–80.
- Leino, A.-L., & Leino, J. (1995). *Kasvatustieteen perusteet*. 5. painos. Helsinki: Kirjayhtymä.
- Lemaire, P., Abdi, H., & Fayol, M. (1996). The role of working memory resources in simple cognitive arithmetic. *European Journal of Cognitive Psychology*, 8, 73–103.
- Logie, R. H. (1993). Working memory in everyday cognition. In G. M. Davies & R. H. Logie (Eds.), *Memory in everyday life* (pp. 173–218). Amsterdam: North-Holland.
- Logie, R. H., & Baddeley, A. D. (1987). Cognitive processes in counting. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 13, 310–326.
- Logie, R. H., & Marchetti, C. (1991). Visuo-spatial working memory: Visual, spatial or central executive? In R. H. Logie ja M. Denis (Eds.), *Mental images in human cognition* (pp. 105–115). Amsterdam: North-Holland.
- Logie, R. H., & Pearson, D. G. (1997). The inner eye and the inner scribe of visuo-spatial working memory: Evidence from developmental fractionation. *European Journal of Cognitive Psychology*, 9, 241–257.
- Logie, R. H., Zucco, G. M., & Baddeley, A. D. (1990). Interference with visual short-term memory. *Acta Psychologica*, 75, 55–74.
- Lohman, D. F. (1996). Spatial ability and g. In I. Dennis & P. Tapsfield (Eds), *Human Abilities: Their Nature and Measurement*. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- Loring-Meier, S., & Halpern, D. F. (1999). Sex differences in visuospatial working memory: Components of cognitive processing. *Psychonomic Bulletin & Review*, 6, 464–471.
- Luck, S. J., & Vogel, E. K. (1997). The capacity of visual working memory for features and conjunctions. *Nature*, 390, 279–281.
- Lyytinen, S., & Lehto, J. E. (1998). Hierarchy-rating as a measure of text macroprocessing: Relationship with working memory and school achievement. *Educational Psychology*, 18, 157–169.
- Mackintosh, N. J., & Bennett, E. S. (2003). The fractionation of working memory maps onto different components of intelligence. *Intelligence*, 31, 519–531.
- Maybery, M. T., & Do, N. (2003). Relationships between facets of working memory and performance on a curriculum-based mathematics test in children. *Educational and Child Psychology*, 20, 77–92.
- Mammarella, I. C., & Cornoldi, C. (2005). Difficulties in the control of irrelevant visuospatial information in children with visuospatial learning disabilities. *Acta Psychologica*, 118, 211–228.

- McKenzie, B., Bull, R., & Gray, C. (2003). The effects of phonological and visuospatial interference on children's arithmetical performance. *Educational and Child Psychology*, 20, 93–108.
- McLean, J. F., & Hitch, G. J. (1999). Working memory impairments in children with specific arithmetic learning difficulties. *Journal of Experimental Child Psychology*, 74, 240–260.
- Metsämuuronen, J. (2003). *Tutkimuksen tekemisen perusteet ihmistieteissä*. 2. painos. Jyväskylä: Gummerus.
- Milner, B. (1971). Interhemispheric differences in the localization of psychological processes in man. *British Medical Bulletin: Cognitive Psychology*, 27, 272–277.
- Miyake, A., Friedman, N. P., Emerson, M. J., Witzki, A. H., Howerter, A., & Wager, T. D. (2000). The unity and diversity of executive functions and their contributions to complex 'Frontal Lobe' tasks: A latent variable analysis. *Cognitive Psychology*, 41, 49–100.
- Miyake, A., Friedman, N. P., Rettinger, D. A., Shah, P., & Hegarty, M. (2001). How are visuospatial working memory, executive functioning, and spatial abilities related? A latent variable analysis. *Journal of Experimental Psychology: General*, 130, 621–640.
- Miyake, A., & Shah, P. (Eds.) (1999a). *Models of working memory: Mechanisms of active maintenance and executive control*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Miyake, A., & Shah, P. (1999b). Toward Unified Theories of Working Memory. Emerging General Consensus, Unresolved Theoretical Issues, and Future Research Directions. In A. Miyake & P. Shah (Eds), *Models of Working Memory. Mechanisms of Active Maintenance and Executive Control*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Murphy, M. M., Mazzocco, M. M. M., Hanich, L. B., & Early, M. C. (2007). Cognitive Characteristics of children with mathematics learning disability (MLD) vary as a function of the cutoff criterion used to define MLD. *Journal of Learning Disabilities*, 40, 458–478.
- Nečka, E. (1992). Cognitive analysis of intelligence: The significance of working memory processes. *Personality and Individual Differences*, 9, 1031–1046.
- Nummenmaa, T., Konttinen, R., Kuusinen, J. & Leskinen, E. (1996). *Tutkimusaineiston analyysi*. Porvoo: WSOY.
- Okamoto, Y., & Case, R. (1996). Exploring the microstructure of children's central conceptual structures in the domain of number. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 61, 27–58.
- Paivio, A. (1969). Mental imagery in associative learning and memory. *Psychological Review*, 76, 241–263.
- Paivio, A. (1971). *Imagery and verbal processes*. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Paivio, A. (1986). *Mental representations. A dual coding approach*. New York: Oxford University Press.

- Passolunghi, M. C., Vercelloni, B., & Schadee, H. (2007). The precursors of mathematics learning: Working memory, phonological ability and numerical competence. *Cognitive Development*, 22, 165–184.
- Pazzaglia, F., & Cornoldi, C. (1999). The role of distinct components of visuo-spatial working memory in the processing of texts. *Memory*, 7, 19–41.
- Pickering, S. J., Gathercole, S. E., Hall, M., & Lloyd, S. A. (2001). Development of memory for pattern and path: Further evidence for the fractionation of visuo-spatial memory. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 54, 397–420.
- Phillips, W. A., & Christie, D. F. M. (1977). Interference with visualization. *Quarterly Journal of Experimental Psychology* 29, 637–650.
- Quaiser-Pohl, C., & Lehmann, W. (2002). Girls' spatial abilities: Charting the contributions of experiences and attitudes in different academic groups. *British Journal of Educational Psychology*, 72, 245–260.
- Rasmussen, C., & Bisanz, J. (2005). Representation and working memory in early arithmetic. *Journal of Experimental Child Psychology*, 91, 137–157.
- Raven, J. C., Court, J. H., & Raven, J. (1992). *Standard Progressive Matrices*. Oxford: Oxford Psychologists Press.
- Resnick, L. B. (1989). Developing mathematical knowledge. *American Psychologist*, 44, 162–169.
- Reuhkala, M. (2001). Mathematical skills in ninth-graders: Relationship with visuo-spatial abilities and working memory. *Educational Psychology*, 21, 387–399.
- Rittle-Johnson, B., Siegler, R. S., & Alibali, M. W. (2001). Developing conceptual understanding and procedural skill in mathematics: An iterative process. *Journal of Educational Psychology*, 93, 346–362.
- Rosen, V. M., & Engle, R. W. (1997). The role of working memory capacity in retrieval. *Journal of Experimental Psychology: General*, 126, 211–227.
- Räsänen, P., & Ahonen, T. (1995) Arithmetic disabilities with and without reading difficulties: A comparison of arithmetic errors. *Developmental Neuropsychology*, 11, 275 – 295.
- Räsänen, P. & Ahonen, T. (2004). Oppimisvaikeudet matematiikassa – neuropsykologinen näkökulma. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.), *Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.
- Räsänen, P. & Leino, L. (2005). *KTLT, Laskutaidon testi luokka-asteille 7–9*. Jyväskylä: NMI. [in Finnish]
- Saarinen, P., Ruoppila, I. & Korhakangas, M. (1991). Kasvatuspsykologian kysymyksiä. 2. painos. Helsinki: Helsingin yliopisto, Lahden tutkimus- ja koulutuskeskus.
- Schweizer, K., & Moosbrugger, H. (2004). Attention and working memory as predictors of intelligence. *Intelligence*, 32, 329–347.
- Service, E. & Lehto, J. E. (2002). Muisti ja oppimisvaikeudet. Teoksessa H. Lyytinen, T. Ahonen, T. Korhonen, M. Korkman & T. Riita (toim.), *Oppimisvaikeudet. Neuropsykologinen näkökulma*. Helsinki: WSOY.
- Shah, P., & Miyake, A. (1996). The separability of working memory resources for spatial thinking and language processing: An individual differences approach. *Journal of Experimental Psychology: General*, 125, 4–27.

- Shalev, R. S., Auerbach, J., Manor, O., & Gross-Tsur, V. (2000). Developmental dyscalculia: prevalence and prognosis. *European Child and Adolescent Psychiatry*, 9, 58–64.
- Shalev, R. S., Manor, O., & Gross-Tsur, V. (1997). Neuropsychological aspects of developmental dyscalculia. *Mathematical Cognition*, 3, 105–120.
- Shepard, R. N., & Metzler, J. (1971). Mental rotation of three-dimensional objects. *Science*, 171, 701–703.
- Siegel, L. S. (1989). IQ is irrelevant to the definition of learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 22, 469–478.
- Siegel, L. S. (1994). Working memory and reading: A life-span perspective. *International Journal of Behavioral Development* 17, 109–124.
- Siegel, L. S. (2003). IQ-discrepancy definitions and the diagnosis of LD: Introduction to the special issue. *Journal of Learning Disabilities*, 36, 2–3.
- Siegel, L. S., & Himel, N. (1998). Socioeconomic status, age and the classification of dyslexics and poor readers: The dangers of using IQ scores in the definition of reading disability. *Dyslexia*, 4, 90–104.
- Siegel, L. S. & Ryan, E. B. (1989). The development of working memory in normally achieving and subtypes of learning disabled children. *Child Development*, 60, 973–980.
- Snow, R. E., & Yalow, E. (1982). Education and intelligence. In R. J. Sternberg (Ed.), *Handbook of Human Intelligence* (pp. 493–585). Cambridge: Cambridge University Press.
- Spinath, B., Spinath, F. M., Harlaar, N., & Plomin, R. (2006). Predicting school achievement from general cognitive ability, self-perceived ability, and intrinsic value. *Intelligence*, 34, 363–374.
- Suchan, B., Botko, R., Gizewski, E., Forsting, M., & Daum, I. (2006). Neural substrates of manipulation in visuospatial working memory. *Neuroscience*, 139, 351–357.
- Swanson, H. L. (1993). Working memory in learning disability subgroups. *Journal of Experimental Child Psychology*, 56, 87–114.
- Swanson, H. L., & Beebe-Frankenberger, M. (2004). The relationship between working memory and mathematical problem solving in children at risk and not at risk for serious math difficulties. *Journal of Educational Psychology*, 96, 471–491.
- Swanson, H. L., & Jerman, O. (2006). Math disabilities: A selective meta-analysis of the literature. *Review of Educational Research*, 76, 249–274.
- Tabachnick, B. G., & Fidell, L. S. (2001). *Using Multivariate Statistics* (4th ed.). Boston: Allyn and Bacon.
- Trbovich, P. L., & LeFevre, J.-A. (2003). Phonological and visual working memory in mental addition. *Memory & Cognition*, 31, 738–745.
- Ullman, J. B. (2001). Structural equation modeling. In B. G. Tabachnick & L. S. Fidell: *Using Multivariate Statistics* (4. painos). Boston: Allyn & Bacon.
- Vandenberg, S. G., & Kuse, A. R. (1978). Mental rotations, a group test of three-dimensional spatial visualization. *Perceptual and Motor Skills*, 47, 599–604.
- Van der Sluis, S., van der Leij, A., & de Jong, P. F. (2005). Working memory in Dutch children with reading- and arithmetic-related LD. *Journal of Learning Disabilities*, 38, 207–221.

- Van Garderen, D. (2006). Spatial visualization, visual imagery, and mathematical problem solving of students with varying abilities. *Journal of Learning Disabilities*, 39, 496–506.
- Van Luit, J. H. E., Van de Rijt, B. A. M., & Aunio, P. (2006). *Lukukäsitetesti. Käsikirja*. Helsinki: Psykologien kustannus.
- Veenman, M. V. J., & Spaans, M. A. (2005). Relation between intellectual and meta-cognitive skills: Age and task differences. *Learning and Individual Differences*, 15, 159–176.
- Vilenius-Tuohimaa, P. & Kyttälä, M. (käsikirjoitus valmisteilla). Psykologis-sosiaaliset tekijät yläkouluikäisten tyttöjen matematiikan oppimisvaikeuksien taustalla.
- Walker, P., Hitch, G. J., Doyle, A., & Porter, T. (1994). The development of short-term visual memory in young children. *International Journal of Behavioral Development*, 17, 73–89.
- Watson, D. G., & Humphreys, G. W. (1999). The magic number four and temporo-parietal damage: Neurological impairments in counting targets amongst distractors. *Cognitive Neuropsychology*, 16, 609–629.
- Watson, D. G., Maylor, E. A., & Bruce, L. A. M. (2005). The efficiency of feature-based subitization and counting. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 31, 1449–1462.
- Wechsler, D. (1999). Wechsler Intelligence Scale for Children. Kolmas painos. Suomenkielinen painos. Helsinki: Psykologien kustannus.
- Wilson, J. T. L., Scott, J. H., & Power, G. (1987). Developmental differences in the span of visual memory for pattern. *British Journal of Developmental Psychology* 5, 249–255.
- Wilson, K. M., & Swanson, L. (2001). Are mathematics disabilities due to a fdomain-general or a domain-specific working memory deficit? *Journal of Learning Disabilities*, 34, 237–248.
- Zago, L., & Tzourio-Mazoyer, N. (2002). Distinguishing visuospatial working memory and complex mental calculation areas within the parietal lobes. *Neuroscience Letters*, 331, 45–49.
- Zorzi, M., Priftis, K., Meneghello, F., Marenzi, R., & Umiltà, C. (2006). The spatial representation of numerical and non-numerical sequences: Evidence from neglect. *Neuropsychologia*, 44, 1061–1067.
- Zorzi, M., Priftis, K., & Umiltà, C. (2002). Neglect disrupts the mental number line. *Nature*, 417, 138.

Alkuperäiset tutkimukset

