



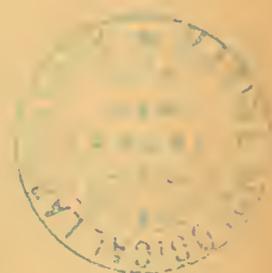






ACTA  
SOCIETATIS SCIENTIARUM  
FENNICÆ.

TOMUS XLVIII.



—>>>◊<<<—

HELSINGFORSIÆ.

Ex officina typographica Societatis litterariæ fennicæ.  
MCMXX.



TABLE  
DES  
ARTICLES CONTENUS DANS CE TOME.

No

1. Recherches sur les mouvements propres des étoiles dans la zone photographique de Helsingfors, par RAGNAR FURUHJELM. I. Clichés de 9<sup>h</sup> à 12<sup>h</sup>.
2. Gleichzeitige Registrierung des Pulses bei zwei verschiedenen Arterien, von CARL TIGERSTEDT. (Aus dem physiologischen Institut der Universität Helsingfors.)
3. Beitrag zur Kenntnis der Entwicklung des Gelenkknorpels, von YRJÖ KAJAVA. Mit 31 Abbildungen im Texte.
4. Ein neues Manometer, von CARL TIGERSTEDT. (Aus dem physiologischen Institut der Universität Helsingfors.)
5. Microplankton from the Finnish waters during the month of May 1912, by CAROLINE LEERGAARD.
6. Beiträge zur Kenntnis der Säugetiergametogenese, I. Die Spermatogenese von *Mus silvaticus* L., von HARRY FEDERLEY. Mit einer Tafel und einer Textfigur.
7. Über die numerische Ausführung der Uniformisierung, von P. J. MYRBERG.

29180





ACTA SOCIETATIS SCIENTIARUM FENNICÆ

TOM. XLVIII. N:o 1.

---

RECHERCHES  
SUR LES  
MOUVEMENTS PROPRES DES ÉTOILES  
DANS LA  
ZONE PHOTOGRAPHIQUE DE HELSINGFORS

PAR

**RAGNAR FURUHJELM**

---

I

Clichés de 9<sup>h</sup> à 12<sup>h</sup>

---



HELSINGFORS 1916,  
IMPRIMERIE DE LA SOCIÉTÉ DE LITTÉRATURE FINNOISE





## Préface.

Les présentes recherches sur les mouvements propres des étoiles dans la zone photographique de Helsingfors poursuivent un double but. D'une part mon intention a été de déterminer des valeurs des mouvements propres aussi exactes que possible, pour servir aux recherches purement astrométriques. D'autre part j'ai voulu recueillir des données statistiques pour servir de base à la discussion des nombreux problèmes d'astronomie stellaire qui se rattachent étroitement aux lois de la distribution des mouvements propres en grandeur et en direction. Les matériaux d'observation recueillis auparavant se rapportent surtout aux étoiles les plus brillantes. Pour que l'astronomie puisse se rapprocher de la solution des problèmes si importants et intéressants relatifs à la constitution de l'univers et aux mouvements qui s'y accomplissent, il faut étendre considérablement nos connaissances relatives aux mouvements des étoiles plus faibles; et c'est à cet accroissement de nos connaissances que j'ai voulu apporter une contribution.

La première partie traite de la *détermination* des mouvements propres. Dans la seconde j'ai rassemblé les résultats que j'ai trouvés par une étude statistique des observations. Comme le premier tome du travail, celui ici publié, n'embrasse que le huitième de la zone photographique de Helsingfors, mes conclusions ne peuvent bien entendu prétendre à une valeur générale, et, pour cette raison, je me suis borné à une étude assez courte des problèmes qui se posent. Si j'ai le temps et l'occasion de mener à bonne fin les recherches, j'espère pouvoir soumettre les problèmes en question à une discussion plus détaillée.

J'ai eu l'intention de remettre à une autre occasion l'étude de certaines questions qui sortent un peu de mon objet présent. Je signale ici spécialement une recherche que j'avais projetée sur les mouvements propres parallèles d'étoiles voisines. L'examen du catalogue des mouvements propres montre qu'il existe un grand nombre de semblables couples ou groupes d'étoiles.

Je tiens à exprimer ici ma reconnaissance à l'ancien directeur de l'Observatoire de Helsingfors, le professeur ANDERS DONNER, pour la bienveillance avec laquelle il a mis à ma

disposition les plaques photographiques de l'Observatoire. Je remercie mes amis les docteurs ROLF WITTING et FELIX IVERSEN dont le concours m'a été précieux pour la lecture des épreuves et pour un certain nombre de calculs numériques. Enfin je reconnais avec satisfaction le soin et l'exactitude avec lesquels le docteur J. POIROT et M<sup>me</sup> ELLEN WITTING ont traduit du suédois le texte du travail.

*L'auteur.*

## Première partie.

---

### I.

#### Introduction.

1. **Origine du travail.** Au Congrès du Comité permanent de la Carte du Ciel en 1909, M. A. DONNER proposa que les Observatoires participant à l'entreprise internationale et ayant déjà achevé leurs clichés du Catalogue, répétassent ces clichés afin de rendre possible une détermination des mouvements propres des étoiles. Le Congrès appuya la proposition en signalant l'intérêt que présenterait une telle répétition.

A l'Observatoire de Helsingfors, on avait sujet d'attendre de très bons résultats du travail ainsi projeté. La plupart des clichés du Catalogue de Helsingfors, étant pris de 1892 à 1896, se rapportaient à un intervalle de temps assez limité, offrant ainsi des matériaux très homogènes. De plus, les époques des clichés étant si éloignées, les mouvements propres avaient déjà dû atteindre des valeurs assez considérables. En prenant les clichés nouveaux par exemple de 1909 à 1913, on obtiendrait des intervalles de 17 ans en moyenne, tandis que l'intervalle de temps minimum fixé par le Congrès n'était que de 10 ans. Une recherche de l'auteur en 1908 sur les mouvements propres dans une des régions de Helsingfors, photographiée à deux époques séparées de 15 ans, autorisait à admettre qu'une telle reprise des clichés pouvait être exploitée avec avantage.

Ayant dressé un tableau des clichés du Catalogue, ordonnés d'après les époques des poses, l'Observatoire commença le nouveau travail photographique pendant l'automne de 1909.

Selon la résolution du Congrès, les plaques nouvelles furent faites autant que possible dans les mêmes conditions que les anciennes. Pour neutraliser l'influence de „l'erreur de l'angle horaire“ les nouveaux clichés furent pris approximativement sous le même angle horaire que ceux du Catalogue, la différence ne dépassant pas 20 minutes. D'ailleurs, on chercha à les prendre à la même date de l'année que les anciens afin d'éliminer l'influence des parallaxes: une différence de temps de plus d'un demi-mois est exceptionnelle. Un point essentiel était que les images des étoiles fussent à peu près de la même grandeur sur les deux épreuves à comparer. Les plaques nouvelles étant plus sensibles que les anciennes, la durée des poses

fut un peu diminuée, de manière cependant que le nombre des étoiles apparaissant ne fût pas réduit. La durée des trois poses des clichés du Catalogue était de 7<sup>m</sup>, 3<sup>m</sup> 30<sup>s</sup> et 22<sup>s</sup> ou de 6<sup>m</sup>, 3<sup>m</sup> et 20<sup>s</sup>; à la reprise elle fut en général de 5<sup>m</sup>, 2<sup>m</sup> 30<sup>s</sup> et 17<sup>s</sup>, dans quelques cas particuliers de 6<sup>m</sup>, 3<sup>m</sup> et 20<sup>s</sup>. Les plaques nouvelles, comme les anciennes de la maison SCHLEUSSNER, furent développées tout comme celles-ci dans de l'oxalate de fer. — Étant destinées à servir seulement à des mesures relatives, les plaques de la nouvelle série ne furent pas pourvues de réseau.

L'essentiel de cette entreprise photographique était achevé au printemps de 1913: il ne restait qu'un petit nombre de clichés à prendre l'automne et l'hiver suivants.

Pour la comparaison des deux séries de clichés, un stéréocomparateur, muni d'un microscope monoculaire („blink“-microscope), avait été commandé en 1909 à la maison ZEISS à Jéna; il fut effectué en septembre 1912. L'instrument, du modèle B, étant décrit en détail dans les catalogues de la maison ZEISS, je ne m'y arrête pas. L'instrument monté, j'essayai aussitôt quelques observations avec le microscope monoculaire afin de constater la certitude avec laquelle pouvaient être découverts les mouvements propres, ainsi que la précision qu'on pouvait atteindre en les mesurant. Il en résulta que, les deux clichés à comparer bien orientés entre eux, un examen même rapide des plaques permet la découverte d'un déplacement d'une seconde d'arc et que, par suite, en prenant un intervalle des 17 ans, des mouvements propres annuels de 0''.06 sont faciles à observer. Quelques mesures préliminaires montrèrent que l'erreur probable d'un mouvement propre annuel (en  $\alpha$  ou  $\delta$ ), calculée à l'aide de deux paires de clichés, ne dépasse pas en général  $\pm 0''.010$ . En ce qui concerne l'utilité du microscope monoculaire, j'aboutis donc à des résultats favorables, semblables à ceux qu'ont obtenu, entre autres, MM. VAN MAANEN et INNES.

2. **Plan du travail.** Vu les bons résultats qu'avaient donnés les observations préliminaires, je résolus d'entreprendre la détermination de tous les mouvements propres de la zone de Helsingfors, qui pouvaient être constatés immédiatement par un examen rapide des clichés. Je commençai par l'étude des régions dont les centres sont situés entre 9<sup>h</sup> et 12<sup>h</sup> de l'ascension droite, et dont les coordonnées rectilignes et équatoriales pour le Catalogue avaient été publiées en premier lieu.\* Le présent mémoire contient les déterminations des mouvements propres pour cette partie de la zone; j'ai l'intention de poursuivre le travail dans l'ordre suivi par la publication des positions du Catalogue.

3. **Méthode pour reconnaître les étoiles à mouvement propre sensible.** On appellera par la suite *A* les clichés du Catalogue proprement dit, *B* les clichés nouveaux. Voici comment furent reconnues les étoiles à mouvement propre sensible.

Une plaque *A* fut placée dans la case droite du stéréocomparateur, la plaque correspondante *B* dans la case gauche. A l'aide de la vis de précision que possède la lame gauche de l'instrument, la plaque *B* fut orientée avec exactitude relativement à *A*. La différence dans l'échelle des deux séries de clichés est si peu considérable qu'on peut, au moins dans une grande partie de la région, amener les images correspondantes des deux clichés à se confondre

\* *Catalogue photographique du ciel. Zone de Helsingfors.* Tome IV, 1903.

simultanément. L'orientation faite, la région fut étudiée quant à chaque étoile à l'aide d'une carte dressée pour les mesures du Catalogue. Les numéros de toutes les étoiles pour lesquelles un déplacement sensible pouvait être constaté, ainsi que ceux des étoiles pour lesquelles on ne faisait que soupçonner un mouvement propre, furent enregistrés dans un tableau provisoire, ceux-ci suivis d'un point d'interrogation. Toutes les régions appartenant au Tome IV des publications de l'Observatoire, ainsi que quelques autres, couvrant celles-là en partie, furent parcourues de cette manière. Puis les étoiles à mesurer furent définitivement annotées selon le procédé suivant. Chaque région particulière fut, quant aux résultats de l'examen mentionné, comparée à l'aide des cartes avec les régions contiguës la couvrant partiellement.\* Toutes les étoiles pour lesquelles un déplacement sûr avait été constaté, furent désignées pour être mesurées. Les étoiles dont les numéros étaient suivis d'un  $?$ , furent annotées seulement dans le cas où elles entraient au moins dans deux tableaux provisoires. Une exception ne fut faite que pour les régions marginales aux centres situés à  $40^\circ$  et  $46^\circ$  de déclinaison, où, dans les parties non couvertes par les régions avoisinantes, les étoiles désignées par un numéro suivi d'un  $?$ , furent aussi annotées.

## II.

### Les mesures et leur réduction.

1. **Méthode de mesure.** Les mesures furent exécutées selon la méthode suivante. Tout comme à l'examen des plaques, le cliché  $A$  fut placé dans la case droite,  $B$  dans la case gauche du stéréocomparateur, de manière que la direction  $x$  fût horizontale. A l'aide des fils verticaux du microscope, l'un fixe, l'autre mobile, les traits verticaux du cliché  $A$  furent orientés dans le sens exact du mouvement du microscope. Cela fait, le cliché  $B$  fut orienté relativement à  $A$ , en même temps que les images correspondantes des deux clichés furent amenées à se confondre à peu près.

Alors, les différences en  $x$  furent mesurées pour toutes les étoiles qui figurent dans le tableau définitif des mouvements propres, ainsi que pour quelques *étoiles de comparaison*. Pour chaque étoile, l'image de la plus longue pose sur le cliché  $A$  fut pointée par trois fois avec le fil vertical mobile. La moyenne des lectures respectives, faites sur la tête de la vis, fut annotée; elle est par la suite nommée  $a_1$ . Immédiatement après, l'image correspondante de  $B$  fut visée de la même manière; la moyenne est ici nommée  $b_1$ . — Quant aux deux autres images, la troisième, de la plus courte pose, n'apparaît sur les clichés que pour les étoiles les plus lumineuses, et la deuxième est extrêmement diffuse pour les étoiles les plus faibles: elles ne furent pas mesurées. Cette mesure n'aurait d'ailleurs fait que retarder considérablement le travail sans être d'une utilité équivalente.

Les étoiles de comparaison, destinées à la détermination des constantes des clichés, furent choisies parmi les étoiles faibles n'ayant pas montré de déplacement sensible à l'exa-

\* Quant à la situation réciproque des régions de la zone de Helsingfors voir la dissertation de l'auteur: *Sur la précision des déterminations photographiques des position des étoiles*. H:fors 1906.

men préliminaire des clichés. Dans chaque quadrant de la région j'en choisis deux, en tout donc huit. S'il résultait pour quelque étoile un écart trop grand des autres différences, cette étoile fut remplacée par une autre. Pour rendre possible une réduction au mouvement propre absolu, je mesurai encore les différences pour les étoiles appartenant au *Preliminary General Catalogue* de Boss.

Les différences de la coordonnée  $x$  mesurées, les deux cases furent tournées d'un angle de  $90^\circ$ . Maintenant les différences en  $y$  furent mesurées de la même manière que celles en  $x$ . Pour la mesure des deux coordonnées dans l'autre position, différente de la première de  $180^\circ$ , les cases furent encore tournées deux fois successivement d'un angle de  $90^\circ$ . Les moyennes des lectures faites dans ces positions sont appelées  $a_2$  resp.  $b_2$ .

Les mesures, commencées en août 1913, furent toutes effectuées par l'auteur et durèrent, avec quelques pauses, jusqu'en juillet 1915.

2. **Détermination de la valeur d'un tour de vis et des erreurs de la vis.** Des deux vis du micromètre double du „*blink*“-microscope, l'une seulement fut employée. La tête en est divisée en deuxcentièmes, qui à la mesure furent lus à un dixième près. Pour la détermination de la valeur d'un tour de la vis je mesurai la distance de deux traits du réseau en différentes parties d'un cliché. Des douze séries de mesures effectuées il résulta une moyenne de

$$1^R = 0.200056 \text{ mm.}$$

A l'exception d'un seul cas les déplacements sont  $< 0.3$  mm, ou, 1 mm du cliché répondant à  $1'$ ,  $< 0'.3$ . Dans cette recherche on pourra donc en général écrire

$$1^R = 0.2 \text{ mm; } 1^P = 0.001 \text{ mm,}$$

car l'erreur commise ne dépasse pas  $0^p.08 = 0''.005$ , étant bien d'ordinaire considérablement plus petite, et pourra par conséquent être négligée.

Les erreurs périodiques de la vis furent déterminées par la mesure de deux distances, l'une d'environ  $0^R.25$ , l'autre de  $0^R.50$ . Partant des lectures  $0^R.00$ ,  $0^R.05$ ,  $0^R.10$  . . . . je fis chaque fois aux deux bouts de la distance mesurée 6 à 7 pointages. Une série de mesures de  $0^R.0$  à  $0^R.5$  ou bien de  $0^R$  à  $1^R$  effectuée, je la refis immédiatement dans le sens inverse. De douze séries de mesures il résulta pour les constantes de l'expression

$$\alpha_1 \sin u + \beta_1 \cos u + \alpha_2 \sin 2u + \beta_2 \cos 2u$$

les valeurs suivantes:

$$\alpha_1 = -0^p.14 \pm 0.05$$

$$\beta_1 = -0^p.17 \pm 0.05$$

$$\alpha_2 = -0^p.09 \pm 0.04$$

$$\beta_2 = -0^p.03 \pm 0.04.$$

Il est évident que les constantes  $\alpha_2$  et  $\beta_2$  peuvent être négligées. Quant aux termes contenant  $\alpha_1$  et  $\beta_1$ , leur influence sur le déplacement d'une étoile atteint seulement dans quelques cas

$$\pm 0^p.4 = \pm 0''.024.$$

Les erreurs périodiques sont cependant partiellement éliminées en formant la moyenne des distances mesurées dans les deux positions des clichés. Il n'arrive donc que très rarement que leur influence monte à plus de

$$\pm 0^{\text{p}}.2 = \pm 0''.012.$$

Étant donné comme ici un intervalle de temps de 18 ans en moyenne, cela fait pour le mouvement propre annuel une quantité très petite,  $\pm 0''.0007$ , tombant beaucoup en deçà des limites des erreurs de mesure. Je n'ai donc pas trouvé l'application des corrections d'erreurs périodiques d'une utilité correspondant à l'augmentation de travail qu'elle causerait, et je les ai par conséquent négligées.

Les déplacements des étoiles étant  $< 0.3$  mm, je n'ai employé en général que deux tours de la vis. Il est par suite évident *à priori* que les *erreurs progressives* jouent un rôle très peu important. La mesure des intervalles de  $t$ , respectivement 5 révolutions montra qu'en effet l'influence desdites erreurs était tout au plus  $= \pm 0^{\text{p}}.1$  et par suite négligeable.

**3. Dépendance de la valeur d'un tour de la vis de la mise au point du microscope; l'influence des variations de température sur les mesures.** J'étudiai la relation de la valeur d'un tour de la vis à la mise au point plus ou moins exacte du microscope en mesurant le même intervalle de réseau par des mises au point quelque peu divergentes. Le plus grand écart de la valeur  $1^{\text{r}} = 0.2$  mm ainsi obtenu était de

$$0.000304,$$

correspondant, pour une différence de 0.3 mm, à  $0^{\text{p}}.46 = 0''.028$ , ce qui fait dans le mouvement propre annuel  $0''.0016$ , quantité pas tout-à-fait négligeable. Il est cependant à remarquer que cette valeur maximum du „run“ n'est atteinte que très rarement, la mise au point étant en général très exacte. De plus, l'erreur en question est en partie éliminée vu que la mise au point fut faite séparément pour chaque position des clichés. La plupart des déplacements étant d'ailleurs  $< 0.15$  mm, on voit que dans cette recherche le „run“ peut être admis  $= 0$ , ce qui évite une mesure assez pénible pour chaque région et différents intervalles de réseau.

Afin de diminuer, autant que possible, l'influence des variations de température, les mesures furent effectuées sans discontinuation pour la même position des clichés. La région examinée, les images pointées en premier lieu furent souvent mesurées de nouveau pour constater si les différences  $b_1 - a_1$  ou  $a_2 - b_2$  avaient changé. En quelques cas de petits écarts se présentèrent. Mais, comme ils allaient toujours dans le même sens, je pouvais, en grande partie, éliminer l'influence des variations de température en parcourant la région dans le même ordre pour les deux positions séparées de  $180^\circ$ . Pour le prouver, j'attribue par exemple à la différence  $b_1 - a_1$ , mesurée la dernière, une erreur  $\varepsilon_1$ , de sorte que

$$d = b_1 - a_1 - \varepsilon_1.$$

$d$  représentant la valeur juste. Pour la seconde position on obtient

$$-d = b_2 - a_2 - \varepsilon_2.$$

Si  $\varepsilon_2$  est presque égal à  $\varepsilon_1$ , „l'erreur de température“ est presque éliminée dans la moyenne. Je suis persuadé que cette erreur a très peu influencé les mesures, ce qui ressort d'ailleurs de la bonne concordance des résultats obtenus pour les deux positions différentes des clichés.

4. **Calcul des constantes du cliché B par rapport au cliché A.** Des différences mesurées,  $b_1 - a_1$  et  $a_2 - b_2$ , en  $x$  et en  $y$ , il faut calculer les quantités  $Ax$  et  $Ay$ , c. à d. les déplacements le long des axes des coordonnées du cliché A. Pour ce calcul on a besoin des constantes du cliché B relativement à A. Ces constantes furent déterminées à l'aide des 8 étoiles de comparaison, dont les mouvements propres étaient admis = 0. Je ne considérai que les termes du premier ordre par rapport à  $x$  et à  $y$ . L'addition des termes du second ordre aurait beaucoup augmenté le travail de calcul sans améliorer sensiblement les résultats. A ce sujet je renvoie à un mémoire de M. STRÖMGREN,\* où il montre comment, en prenant en considération les termes du second ordre dans les déterminations photographiques de parallaxes, on n'obtient pas de résultats sensiblement plus exacts que ceux obtenus en négligeant ces termes. En employant un „blink“-microscope on doit, il est vrai, tenir compte d'une source d'erreurs qui n'existe point pour la mesure habituelle de clichés photographiques. Il faut en effet remarquer que les deux clichés peuvent avoir une inclinaison l'un sur l'autre ainsi que sur le sens de mouvement des cases, ce qui causerait l'apparition de termes du second ordre par rapport à  $x$  et à  $y$ . Cette source d'erreurs se montra cependant peu importante, l'exactitude de la mise au point du microscope ne changeant en général pas avec la progression des mesures d'un côté du cliché à l'autre. J'estime donc amplement autorisée l'omission de ces termes.

Restent trois constantes; ce sont: 1:o) la correction relative de zéro,  $k$ ; 2:o) la constante  $\mu$ , agissant en  $x$  proportionnellement à  $x$  et en  $y$  proportionnellement à  $y$ , la „constante relative d'échelle“; 3:o) la constante  $r$ , agissant en  $x$  proportionnellement à  $y$  et en  $y$  proportionnellement à  $-x$ , la „constante relative d'orientation.“ Je déterminai toutes ces constantes séparément pour  $x$  et  $y$ , afin de rendre les résultats pour les deux coordonnées absolument indépendants les uns des autres. Les constantes furent aussi calculées à part pour les deux positions différentes; je fus ainsi à même de comparer les deux mesures et de corriger des erreurs possibles.

Chaque étoile de comparaison donne, par exemple pour la différence en  $x$  dans la position 1, une équation de condition de la forme:

$$k_x + \mu_x x + r_x y + b_1 - a_1 = 0.$$

Les trois constantes doivent donc être déterminées de 8 équations semblables. Celles-ci furent résolues, non par la méthode des moindres carrés, mais selon un procédé plus simple. En réunissant les équations pour les deux étoiles du même quadrant, j'obtins les quatre équations

\* ELIS STRÖMGREN: Parallaxen der „Selected Areas“. Astron. Nachr. N:o 4801.

tions suivantes, où  $|x|$  et  $|y|$  désignent les valeurs absolues des coordonnées et les indices se rapportent aux quadrants :

$$(I) \quad \begin{aligned} 1) & 2k_x + p_x \Sigma |x|_1 + r_x \Sigma |y|_1 + \Sigma (b_1 - a_1)_1 = 0, \\ 2) & 2k_x + p_x \Sigma |x|_2 - r_x \Sigma |y|_2 + \Sigma (b_1 - a_1)_2 = 0, \\ 3) & 2k_x - p_x \Sigma |x|_3 + r_x \Sigma |y|_3 + \Sigma (b_1 - a_1)_3 = 0, \\ 4) & 2k_x - p_x \Sigma |x|_4 - r_x \Sigma |y|_4 + \Sigma (b_1 - a_1)_4 = 0. \end{aligned}$$

De celles-ci furent déduites les égalités :

$$(II) \quad \begin{aligned} & 1) + 2) + 3) + 4) = 0, \\ & 1) + 2) - [3) + 4)] = 0, \\ & 1) + 3) - [2) + 4)] = 0. \end{aligned}$$

La constante  $k_x$  étant éliminée dans les deux équations dernières,  $p_x$  et  $r_x$  furent déduites de celles-ci, après quoi  $k_x$  fut calculée de la première équation.

Si les sommes  $\Sigma |x|_1, \Sigma |x|_2 \dots$  respectivement  $\Sigma |y|_1, \Sigma |y|_2 \dots$  sont égales, les équations (II) sont les mêmes qu'on obtiendrait selon la méthode des moindres carrés. Les étoiles de comparaison étant choisies de manière que ces sommes fussent presque égales, les résultats des déterminations des constantes ne doivent en effet pas s'écarter beaucoup de ceux que donnerait la méthode des moindres carrés, ce que prouve aussi l'examen de quelques cas extrêmes. La méthode expliquée ci-dessus menant beaucoup plus vite au but, je l'ai préférée au procédé habituel. Une méthode semblable, indiquée par M. DONNER, est d'ailleurs depuis longtemps suivie pour le calcul des constantes des clichés du Catalogue proprement dit.

Les quantités  $Ax$  et  $Ay$  pour les étoiles à mouvement propre furent enfin déterminées pour les deux positions d'équations de la forme

$$\begin{aligned} k_x + p_x x + r_x y + b_1 - a_1 &= Ax & \text{resp.} & & k'_x + p'_x x + r'_x y + a_2 - b_2 &= Ax \\ k_y + p_y y - r_y x + b_1 - a_1 &= Ay, & & & k'_y + p'_y y - r'_y x + a_2 - b_2 &= Ay. \end{aligned}$$

### III.

#### Résultats des mesures.

Les résultats des mesures sont donnés dans le tableau suivant. Pour chaque région, on trouve d'abord les époques des deux clichés,  $E$  et  $E'$ , et l'intervalle de temps,  $T$ . Suivent les constantes, les valeurs accentuées se rapportant à la position II. Le tableau est, pour chaque région, partagé en deux parties par une ligne horizontale épaisse; au dessus de celle-ci se trouvent les dates des étoiles à mouvement propre, au dessous celles des étoiles de comparaison. Les colonnes du tableau donnent :

1:0) les numéros des étoiles selon le *Catalogue photographique du ciel*, Zone de Helsingfors T. IV:

2:0 et 3:0) les valeurs approximatives des coordonnées  $x$  et  $y$  en mm selon le cliché A:

- 4:o) les grandeurs des étoiles de comparaison selon le *Catalogue photographique*, les grandeurs des étoiles à mouvement propre se trouvant par la suite dans le „Catalogue général“;  
 5:o) et 6:o) les différences  $b_1 - a_1$  et  $a_2 - b_2$  en  $x$ ; unité 0.01 mm;  
 7:o) et 8:o) les mêmes quantités en  $y$ ;  
 9:o) et 10:o) les moyennes de  $\Delta x$  et  $\Delta y$ , résultant des mesures dans les deux positions, pour les étoiles à mouvement propre: unité 0.01 mm.

## Tableau I.

## Résultats des mesures.

N:o.	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
<b>Région 379.</b>									
$E = 1893.28; E' = 1912.29; T = 19.00.$									
$k_x = -0.51; p_x = +0.0075; r_x = +0.0048; k'_x = +2.45; p'_x = +0.0168; r'_x = +0.0575.$									
$k_y = +0.32; p_y = +0.0111; r_y = +0.0027; k'_y = +1.53; p'_y = +0.0158; r'_y = +0.0044.$									
2	-62.1	+28.2	—	-2.00	-5.58	-1.24	-2.72	-2.70	-0.37
13	-54.8	+6.7	—	-0.98	-3.37	-3.04	-4.24	-1.66	-2.34
14	-52.2	-27.6	—	-1.56	-1.55	-0.06	-1.20	-2.08	+0.19
21	-35.0	+38.8	—	-1.51	-6.13	-1.14	-3.01	-2.06	-0.42
40	-25.3	+56.6	—	+5.17	-0.58	-3.94	-5.66	+4.71	-2.94
49	-22.6	+60.0	—	-3.39	-9.67	-6.20	-9.14	-3.79	-5.77
54	-21.3	-34.6	—	-0.54	-1.30	-1.07	-2.49	-1.29	-1.16
56	-20.0	-62.3	—	+3.80	+4.51	-1.43	-2.58	+2.94	-1.76
59	-19.1	-11.5	—	-0.05	-1.94	-8.06	-9.89	-0.61	-8.05
65	-10.5	+6.7	—	-2.21	-5.25	-0.92	-2.29	-2.68	-0.46
66	-15.0	-4.0	—	+2.86	+1.03	-1.09	-2.83	+2.61	-0.94
67	-14.9	-4.0	—	+4.27	+2.02	-1.13	-2.38	+3.81	-0.74
69	-12.9	-47.6	—	+0.59	+0.32	-14.99	-16.30	-0.22	-15.23
72	-6.9	+37.6	—	-2.40	-7.48	-3.61	-4.64	-2.88	-2.58
75	6.8	+16.2	—	+2.86	-1.22	-4.11	-5.76	+2.21	-3.68
102	+16.5	-28.2	—	1.04	-2.56	+0.87	-1.14	-1.51	+0.44
106	+15.9	-55.5	—	-3.42	-3.86	-10.00	-10.49	-4.20	-10.04
146	+56.4	-35.1	—	-2.17	-3.52	-0.28	-1.53	-2.28	-0.56
149	+61.6	-23.2	—	-1.98	-4.09	-2.19	-3.14	-2.04	-2.19
25	-39.0	+22.6	10.6	+0.23	-3.48	-0.91	-2.45	—	—
26	-37.3	+21.7	10.5	+0.54	-2.85	-0.61	-1.87	—	—
47	-27.5	-21.3	10.9	+0.65	-0.91	+0.30	-0.66	—	—
55	-20.8	-39.4	10.7	+0.65	+0.48	-0.22	-1.43	—	—
115	+29.7	+30.7	10.4	-0.19	-4.87	-0.65	-1.37	—	—
121	+31.7	+21.6	9.6	+0.13	-3.91	-0.23	-2.01	—	—
126	+35.9	-18.8	10.6	—	—	-0.23	-1.56	—	—
127	+37.8	-23.5	10.5	+0.05	-1.90	—	—	—	—
128	+38.4	-28.0	9.8	+0.03	-1.48	+0.13	-0.66	—	—

N:o	$x$ en mm		$y$ en mm		Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$							
<b>Région 380.</b>											
$E = 1893.29; E' = 1913.25; T = 19.96.$											
$k_x = -0.39; p_x = +0.0164; r_x = -0.0005; k'_x = -1.25; p'_x = +0.0251; r'_x = +0.0109.$											
$k_y = -1.23; p_y = +0.0171; r_y = +0.0020; k'_y = +0.06; p'_y = +0.0269; r'_y = +0.0122.$											
1	-63.7	+35.1	—	—	—	-1.63	-0.41	-4.33	-6.43	-2.98	-4.73
2	-65.4	+10.6	—	—	—	-14.01	-11.91	-7.75	-9.88	-15.08	-8.71
39	-20.2	-13.7	—	—	—	+1.17	+3.69	+0.81	-0.53	+1.12	-0.60
42	-22.5	-60.6	—	—	—	-3.56	-0.82	-2.63	-3.97	-3.79	-5.06
69	+20.6	-16.0	—	—	—	+0.20	+2.07	+0.19	-1.01	+0.66	-1.49
17	-41.6	+24.4	10.5	—	—	+0.36	+2.14	+0.50	-1.30	—	—
18	-43.9	+22.3	9.5	—	—	-0.13	+1.65	+0.27	-1.43	—	—
30	-32.7	-32.4	10.4	—	—	+0.17	+2.48	+2.15	+0.68	—	—
31	-32.1	-34.3	9.4	—	—	+0.50	+2.74	+2.06	+0.51	—	—
80	+31.1	-12.9	9.7	—	—	-1.15	+0.39	+1.01	-0.03	—	—
85	+39.9	-23.3	9.7	—	—	-1.23	+0.37	+1.49	+1.44	—	—
86	+40.2	+34.4	10.5	—	—	-0.69	+0.17	+0.91	-0.37	—	—
91	+47.9	+33.6	9.9	—	—	-1.08	-0.25	+1.30	-0.19	—	—
<b>Région 381.</b>											
$E = 1893.29. E' = 1913.26; T = 19.96.$											
$k_x = +0.70; p_x = +0.0220; r_x = -0.0043; k'_x = -3.45; p'_x = +0.0181; r'_x = +0.0655.$											
$k_y = -3.38; p_y = +0.0291; r_y = +0.0697; k'_y = -2.23; p'_y = +0.0258; r'_y = +0.0209.$											
14	-38.1	+58.7	—	—	—	-1.31	-1.41	-3.55	-2.39	-1.70	-2.43
33	-19.3	-9.1	—	—	—	-3.61	+1.34	-0.50	-0.32	-3.17	-2.58
53	-7.2	-38.8	—	—	—	-2.47	+4.52	+1.38	+0.65	-1.68	-2.53
73	+12.4	+0.8	—	—	—	-1.43	+2.57	+1.89	+0.32	-0.53	-2.24
78	+15.3	+32.3	—	—	—	-1.52	+0.32	+1.68	-0.31	-0.67	-1.93
79	+16.5	+31.6	—	—	—	+1.54	+3.39	+1.48	-0.60	+2.38	-2.24
81	+16.1	+14.8	—	—	—	-1.50	+1.40	+1.37	-0.50	-0.65	-2.69
116	+49.0	-49.6	—	—	—	-3.29	+5.17	+9.27	+5.45	-0.97	+0.97
125	+57.7	-4.8	—	—	—	-8.58	-3.90	+0.16	-4.10	-6.60	-7.52
127	+62.1	-13.6	—	—	—	-6.60	-1.72	+7.11	+2.73	-4.70	-1.07
15	-36.6	+39.2	9.8	—	—	+0.42	+1.48	-0.48	+0.40	—	—
23	-28.4	+41.6	9.4	—	—	-0.27	+1.15	+0.10	+0.52	—	—
34	-20.0	-33.3	9.0	—	—	-0.30	+6.19	+2.98	+3.06	—	—
35	-19.4	-39.6	9.5	—	—	-0.33	+6.32	+3.43	+2.56	—	—
76	+18.1	+43.2	10.3	—	—	-1.49	-0.10	+3.56	+1.35	—	—
77	+16.7	+38.6	10.4	—	—	—	—	+3.53	+1.83	—	—
84	+22.5	+40.3	9.0	—	—	-0.22	+0.96	—	—	—	—
94	+29.8	-44.7	10.3	—	—	-1.87	+5.67	+6.51	+3.94	—	—
100	+31.5	-26.8	10.6	—	—	-1.41	+4.66	+6.34	+3.55	—	—

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
<b>Région 382.</b>									
$E = 1893.29; E' = 1912.30; T = 19.01.$									
$k_x = -1.64; p_x = +0.0223; r_x = +0.0288; k'_x = -0.61; p'_x = +0.0280; r'_x = -0.0086.$									
$k_y = -1.36; p_y = +0.0073; r_y = +0.0187; k'_y = -2.08; p'_y = +0.0009; r'_y = +0.0288.$									
12	-35.8	+15.9	—	+2.61	+2.33	-0.02	+1.20	+0.60	-0.21
15	-37.5	-61.2	—	+1.18	-2.76	-1.29	-1.02	-3.47	-2.23
18	-31.2	+5.8	—	+2.56	+1.61	+0.49	+0.26	+0.23	-0.58
41	-9.0	+30.3	—	+2.97	+3.12	-2.15	-1.83	+2.00	-3.37
44	-8.9	-38.7	—	+2.48	-0.32	+2.06	+1.95	-0.66	+0.34
67	+7.0	-25.4	—	+0.53	-1.90	-0.05	+0.36	-1.88	-1.83
71	+14.9	-25.4	—	+4.38	+2.14	+1.32	+2.11	+2.25	-0.46
72	+14.9	-25.5	—	+4.38	+2.29	+2.13	+2.28	+2.33	+0.02
96	+42.1	+47.7	—	+1.25	+1.96	-5.62	-3.55	+2.02	-7.10
101	+54.6	-45.8	—	+1.02	-2.46	+2.07	+2.95	-0.93	-0.69
16	-31.8	+30.2	10.7	+1.11	+1.42	-0.11	+0.59	—	—
17	-30.5	+27.7	10.6	+1.42	+1.63	+0.43	+0.71	—	—
20	-33.3	-17.1	10.8	+3.33	+1.77	+1.39	+1.51	—	—
29	-24.6	-25.1	9.3	+2.93	+1.13	+1.37	+2.03	—	—
78	+17.9	-34.1	10.3	—	—	+1.54	+2.12	—	—
83	+24.8	-29.9	9.4	+1.71	-0.74	—	—	—	—
84	+23.3	-32.1	10.3	+1.81	-0.33	+1.63	+2.27	—	—
85	+25.8	+27.4	9.4	—	—	+2.44	+3.64	—	—
88	+32.6	+30.6	10.7	+0.10	+0.33	—	—	—	—
93	+37.5	+29.6	10.6	+0.35	-0.12	+1.86	+3.30	—	—
<b>Région 383.</b>									
$E = 1893.19; E' = 1911.21; T = 18.02.$									
$k_x = +0.97; p_x = +0.0092; r_x = +0.0375; k'_x = +0.10; p'_x = +0.0150; r'_x = -0.0580.$									
$k_y = -0.10; p_y = -0.0080; r_y = +0.0212; k'_y = -0.70; p'_y = -0.0096; r'_y = +0.0542.$									
3	-63.5	-22.0	—	-3.11	-4.56	-2.72	-4.15	-3.83	-1.14
5	-63.7	-43.4	—	+3.45	+0.41	-4.85	-7.15	+2.13	-3.51
126	+52.1	+32.2	—	-4.38	-1.16	+5.39	+7.88	-1.93	+4.09
127	+54.3	+13.9	—	-3.25	-1.48	+0.47	+2.68	-1.32	-0.89
129	+52.2	-19.9	—	-2.46	-4.63	-4.98	-2.43	-2.18	-5.80
—	-34.9	+44.4	—	-3.46	+2.06	+0.40	-0.18	-1.04	+0.73
20	-39.4	+29.7	10.7	-2.41	+1.46	-0.87	-1.62	—	—
26	-33.4	+33.0	9.0	—	—	-0.80	-1.03	—	—
30	-28.6	+32.4	10.9	-2.25	+2.12	—	—	—	—
35	-27.0	-29.4	10.4	+1.08	-1.02	-0.30	-0.02	—	—
36	-25.1	-38.5	9.8	+1.02	-1.48	-1.13	-1.35	—	—
107	+29.7	+36.9	10.7	-2.20	+1.90	+1.66	+4.03	—	—
113	+34.5	-20.6	9.5	-0.69	-2.13	+0.62	+2.16	—	—
116	+40.0	-31.6	9.9	-1.01	-3.06	-0.08	+2.08	—	—
118	+40.5	+21.0	10.8	-1.54	+1.06	+0.51	+2.45	—	—

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
<b>Région 384.</b>									
$E = 1893.28; E' = 1912.29; T = 19.00.$									
$k_x = -0.38; p_x = +0.0175; r_x = +0.0560; k'_x = +0.93; p'_x = +0.0243; r'_x = +0.0554.$									
$k_y = -0.08; p_y = +0.0267; r_y = -0.0257; k'_y = -0.50; p'_y = +0.0206; r'_y = -0.0364.$									
1	-62.1	+22.2	—	-1.14	-2.04	-0.89	+0.45	-1.38	-1.91
9	-41.8	+61.5	—	-2.41	-4.49	-1.29	-0.11	-0.62	-0.83
42	-6.1	+10.4	—	+0.52	-0.61	+0.25	+0.91	+0.68	+0.34
54	+3.4	+55.0	—	-7.15	-9.29	-6.70	-6.16	-4.81	-5.31
59	+7.7	+46.1	—	-5.04	-6.75	-1.42	-0.55	-2.89	+0.05
62	+5.9	+4.3	—	+0.43	-0.86	+0.31	+0.52	+0.42	+0.40
75	+24.3	+38.0	—	-2.92	-3.03	-1.76	-1.27	-0.07	-0.16
82	+32.2	+52.7	—	-3.00	-4.97	-3.01	+0.29	-0.10	-0.92
87	+37.2	+36.2	—	-3.36	-5.18	-0.28	-2.76	-1.20	+1.73
109	+55.7	+30.3	—	-2.60	-3.38	-1.55	-1.23	+0.13	+0.76
—	+5.8	+4.1	—	+1.73	+0.22	+2.51	+2.35	+1.60	+2.41

11	-44.0	-19.0	10.3	+1.94	+1.15	+1.48	+1.91	—	—
12	-39.1	+24.8	9.6	-0.45	-1.77	+0.57	+1.82	—	—
18	-32.5	-32.8	9.3	+3.17	+1.90	+1.67	+2.24	—	—
19	-25.2	+15.7	10.0	—	—	+0.52	+1.37	—	—
33	-18.8	+18.6	10.7	-0.32	-1.29	—	—	—	—
83	+33.6	+13.6	10.1	-0.47	-2.04	-1.93	-2.40	—	—
86	+30.3	-37.6	10.4	+1.81	-0.43	+0.43	+0.57	—	—
90	+36.1	-40.6	9.4	+2.08	+1.10	+0.44	+0.30	—	—
95	+42.9	+31.7	10.4	-2.52	-4.00	-1.42	-1.01	—	—

**Région 385.**

$E = 1893.26; E' = 1911.26; T = 18.00.$

$k_x = -0.65; p_x = +0.0354; r_x = +0.0734; k'_x = -1.78; p'_x = +0.0365; r'_x = -0.0167.$

$k_y = +1.30; p_y = +0.0225; r_y = -0.1182; k'_y = -3.71; p'_y = +0.0184; r'_y = -0.0219.$

2	-61.7	+21.8	—	-1.22	+2.25	+7.19	+6.11	-2.11	+1.57
18	-45.7	+34.9	—	-2.95	+0.74	+2.31	+3.04	-2.83	-1.01
28	+41.2	-59.0	—	+4.35	+0.32	+2.39	+3.66	-1.91	-2.27
29	-37.8	+34.8	—	+0.36	+4.47	+2.60	+4.22	+0.94	+0.26
30	-37.8	+34.7	—	+0.62	+5.24	+1.95	+3.38	+1.45	-0.48
33	-37.8	-27.6	—	+2.22	+0.66	+2.71	+3.99	-1.80	-1.07
34	-36.6	-28.3	—	+4.70	+2.96	+1.45	+3.19	+0.60	-2.03
36	-37.3	-45.1	—	+3.53	+0.56	+1.10	+3.16	-1.68	-2.61
50	-27.1	+2.0	—	+0.86	+2.29	-1.64	+1.14	-0.47	-3.30
89	+1.6	+13.8	—	-1.94	+0.53	-2.06	+2.39	-1.47	-0.64
96	+8.9	-6.1	—	-0.24	+0.18	-3.71	+1.85	-1.12	-1.64
126	+38.3	-31.7	—	+3.84	+1.90	-14.37	-4.98	+2.02	-8.84

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
130	+ 49.9	+ 20.8	—	- 5.35	- 2.97	- 10.33	- 0.25	- 3.14	- 2.57
140	+ 56.9	+ 11.7	—	+ 1.17	+ 3.15	- 10.20	+ 0.50	+ 3.15	- 1.83
—	- 38.3	+ 34.8	—	- 0.57	+ 3.24	+ 3.46	+ 5.13	- 0.16	+ 1.11
32	- 36.3	- 21.3	10.5	+ 4.39	+ 3.00	+ 3.21	+ 4.61	—	—
42	- 30.4	- 19.8	9.2	+ 2.72	+ 2.10	+ 2.69	+ 4.67	—	—
47	- 27.9	+ 30.2	9.6	- 0.57	+ 3.12	+ 1.68	+ 4.19	—	—
48	- 29.5	+ 28.0	10.5	- 0.79	+ 2.97	+ 1.51	+ 3.77	—	—
115	+ 27.9	+ 23.3	10.9	- 2.07	+ 1.06	- 5.60	+ 2.18	—	—
118	+ 34.4	- 26.8	10.1	+ 1.39	+ 0.38	- 5.21	+ 2.91	—	—
119	+ 30.5	- 30.8	10.9	+ 1.42	+ 0.05	—	—	—	—
122	+ 38.1	+ 34.5	10.7	- 2.78	+ 1.64	- 6.41	+ 2.38	—	—
135	+ 47.1	- 25.1	8.9	—	—	- 5.54	+ 4.04	—	—

## Région 386.

$$E = 1893.19; E' = 1911.15; T = 17.97.$$

$$k_x = -0.34; p_x = +0.0262; r_x = +0.0270; k'_x = -0.61; p'_x = +0.0248; r'_x = -0.0636.$$

$$k_y = -0.83; p_y = +0.0084; r_y = +0.0194; k'_y = +1.35; p'_y = +0.0068; r'_y = +0.0286.$$

18	- 51.4	- 23.1	—	+ 0.77	- 0.93	- 1.91	- 4.39	- 1.52	- 1.75
49	- 15.8	- 58.8	—	- 0.59	- 5.63	+ 2.34	+ 0.48	- 2.91	+ 1.60
58	- 5.4	+ 40.0	—	- 3.27	+ 0.60	- 5.90	- 8.76	- 2.67	- 6.64
62	- 7.3	- 17.1	—	+ 1.69	+ 0.23	- 0.52	- 2.58	+ 0.61	- 1.24
95	+ 26.7	+ 25.9	—	- 1.07	+ 2.13	+ 1.07	- 0.79	+ 0.26	- 0.04
98	+ 28.5	- 17.6	—	- 0.58	- 1.43	- 1.53	- 3.65	- 0.43	- 3.15
117	+ 43.4	- 13.8	—	- 2.50	- 3.30	+ 1.88	+ 0.41	- 2.01	+ 0.26
129	+ 57.5	+ 43.0	—	- 3.75	+ 1.04	- 0.32	- 1.67	- 1.14	- 1.79
135	+ 60.6	- 24.6	—	- 1.14	- 1.33	+ 0.01	- 1.59	+ 0.28	- 2.17
20	- 48.6	+ 35.6	9.5	- 0.07	+ 3.39	- 0.08	- 2.69	—	—
22	- 45.5	+ 31.2	10.3	+ 1.07	+ 4.15	- 0.68	- 2.99	—	—
34	- 33.4	- 31.5	9.8	+ 1.92	- 0.99	+ 0.82	- 1.63	—	—
35	- 30.6	- 43.3	10.6	+ 2.82	- 0.71	+ 0.27	- 2.58	—	—
107	+ 38.5	+ 33.8	9.3	- 1.31	+ 2.63	+ 1.50	- 0.54	—	—
112	+ 38.6	- 39.7	10.6	- 0.27	- 1.77	+ 1.84	+ 0.48	—	—
121	+ 46.7	+ 36.2	9.6	- 1.77	+ 1.19	+ 1.28	- 0.38	—	—
127	+ 52.7	- 26.6	9.6	- 0.01	- 3.75	+ 2.12	+ 0.05	—	—

## Région 387.

$$E = 1893.22; E' = 1913.19; T = 19.97.$$

$$k_x = -0.85; p_x = +0.0349; r_x = -0.0043; k'_x = -3.34; p'_x = +0.0312; r'_x = +0.0570.$$

$$k_y = -8.03; p_y = +0.0324; r_y = -0.1698; k'_y = -0.77; p'_y = +0.0310; r'_y = -0.0954.$$

46	- 4.9	- 28.2	—	- 1.41	+ 3.42	+ 13.85	+ 5.12	- 1.99	+ 4.01
47	- 2.9	- 46.6	—	- 0.60	+ 4.63	+ 7.88	- 0.45	- 1.40	- 2.26
67	+ 20.0	+ 18.1	—	+ 4.34	+ 5.54	- 0.38	- 2.65	+ 3.98	- 4.59
69	+ 17.8	- 17.2	—	- 4.82	- 0.85	- 0.74	- 3.22	- 4.79	- 6.26
93	+ 60.8	+ 8.7	—	- 0.71	+ 1.19	- 7.66	+ 2.70	+ 0.38	- 4.34

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
6	-51.1	+48.7	8.8	+3.05	+2.76	+16.05	-4.84	—	—
11	-47.5	+26.7	10.1	+2.92	+3.19	+11.73	-5.03	—	—
21	-38.5	-39.9	10.5	+1.66	+6.16	+15.20	-1.86	—	—
23	-38.1	-53.2	9.9	+1.78	+7.72	+16.46	-1.35	—	—
82	+41.1	+47.0	9.6	-0.70	-1.00	-0.63	+3.35	—	—
86	+42.6	-36.2	9.3	-1.01	+3.74	+2.30	+6.09	—	—
87	+47.6	+24.6	10.1	-0.91	+0.33	-1.13	+4.12	—	—
89	+47.8	-35.1	9.2	-0.23	+4.68	+1.16	+6.62	—	—

Région 388.

$E = 1893.23; E' = 1911.21; T = 17.98.$

$k_x = -1.47; p_x = +0.0064; r_x = +0.0254; k'_x = -0.22; p'_x = +0.0166; r'_x = +0.0113.$   
 $k_y = +2.81; p_y = +0.0077; r_y = +0.0010; k'_y = +0.01; p'_y = +0.0060; r'_y = +0.0114.$

5	-60.9	-49.4	—	+1.19	+0.72	-1.90	-2.30	-1.49	+0.26
10	-50.7	-4.9	—	-3.11	-3.83	-9.48	-8.75	-4.98	-6.66
14	-46.6	-13.8	—	-0.87	-1.91	-4.21	-3.65	-3.02	-1.62
28	-30.0	-22.1	—	+0.22	-0.34	-4.48	-2.59	-1.65	-1.64
32	-21.9	-7.7	—	+0.56	+1.77	-5.42	-3.66	-1.38	-2.72
38	-15.8	+28.4	—	+2.32	-0.84	-12.03	-10.25	+1.54	-9.20
40	-17.2	-24.2	—	-0.09	-1.44	-1.55	-0.03	-2.25	+0.81
51	-3.3	+27.7	—	-1.67	-1.91	-1.14	+1.35	-2.16	+1.77
55	-1.9	+3.3	—	-0.39	-1.36	-5.73	-3.24	-1.68	-3.01
65	+1.3	-30.3	—	+0.58	-1.33	-2.67	-0.49	-1.76	-0.40
—	-44.8	+54.4	—	-0.22	-0.12	-6.20	-6.82	-0.53	-3.78

8	-53.6	+56.6	9.7	-0.02	+0.58	-2.93	-1.62	—	—
9	-52.1	+28.6	9.4	+0.67	+0.03	-3.51	-2.84	—	—
18	-43.2	-31.4	9.8	+2.84	+1.81	-2.87	-1.96	—	—
25	-34.7	-34.3	10.6	+3.06	+1.29	-2.25	-1.33	—	—
82	+27.2	+32.8	9.8	+0.57	-0.48	-2.59	+1.23	—	—
92	+37.7	+22.8	10.6	+1.33	-0.16	-3.33	+0.67	—	—
95	+37.5	-41.3	9.3	+1.59	-0.52	-2.86	+1.89	—	—
103	+51.3	-33.2	9.2	+1.87	-0.29	-2.16	+2.67	—	—

Région 389.

$E = 1893.27; E' = 1911.26; T = 17.99.$

$k_x = +2.82; p_x = +0.0162; r_x = +0.0557; k'_x = +1.87; p'_x = +0.0043; r'_x = +0.0599.$   
 $k_y = -0.98; p_y = -0.0002; r_y = +0.0303; k'_y = -1.99; p'_y = -0.0019; r'_y = -0.0310.$

4	-51.0	-45.8	—	-0.27	-0.27	-1.35	+2.76	-1.09	-0.74
21	-22.7	+28.1	—	-1.99	-1.47	+0.08	+2.54	+2.00	-0.21
32	-7.6	+42.5	—	-3.78	-3.35	+1.02	+1.97	+1.16	-0.04
43	-2.6	-39.6	—	-3.96	-2.94	-1.33	+0.15	-3.42	-2.03
49	+4.2	-48.7	—	+2.44	+3.35	-0.87	-1.02	+2.47	-2.38
55	+16.3	+48.0	—	-6.35	-5.69	-0.94	-1.12	-0.73	-2.55

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
80	+ 48.8	- 9.4	—	- 6.61	- 5.86	+ 1.81	- 0.11	- 3.93	- 0.61
88	+ 62.7	+ 43.0	—	- 4.96	- 3.53	+ 2.18	+ 0.10	+ 1.23	- 0.37
91	+ 56.0	- 39.9	—	- 2.27	- 0.90	- 1.84	- 4.05	- 0.97	- 4.36
2	- 54.6	+ 28.5	10.4	- 3.95	- 3.98	- 1.01	+ 3.55	—	—
10	- 40.9	- 25.2	10.4	- 0.61	+ 0.38	+ 0.08	+ 3.43	—	—
15	- 31.9	- 40.8	10.2	+ 0.52	+ 1.29	- 0.07	+ 2.92	—	—
17	- 29.5	+ 26.4	10.9	- 4.10	- 3.83	+ 0.15	+ 2.92	—	—
63	+ 28.7	+ 42.3	10.9	- 5.70	- 4.05	+ 2.39	+ 1.68	—	—
75	+ 44.3	+ 28.0	10.2	- 4.34	- 3.07	+ 2.07	+ 0.40	—	—
78	+ 42.9	- 31.2	10.9	- 2.32	- 0.65	+ 2.47	+ 0.74	—	—
87	+ 50.8	- 45.9	8.8	- 1.26	- 0.01	+ 2.04	- 0.04	—	—

## Région 390.

$$E = 1893.19; E' = 1911.21; T = 18.02.$$

$$k_x = + 1.04; p_x = - 0.0165; r_x = + 0.0137; k'_x = + 0.42; p'_x = - 0.0129; r'_x = - 0.0089.$$

$$k_y = + 3.41; p_y = - 0.0008; r_y = + 0.0751; k'_y = - 0.20; p'_y = + 0.0028; r'_y = - 0.0335.$$

1	- 60.8	+ 32.4	—	- 3.74	- 2.38	- 3.59	+ 7.26	- 1.36	+ 4.73
3	- 62.1	- 19.7	—	- 1.76	- 2.12	- 15.75	- 4.08	- 0.34	- 7.04
6	- 59.1	+ 13.9	—	- 2.74	- 1.93	- 8.27	+ 1.73	- 0.70	- 0.42
22	- 38.0	+ 43.0	—	- 5.30	- 4.26	- 12.03	- 4.02	- 3.38	- 5.58
28	- 30.2	- 34.2	—	- 2.07	- 2.14	- 4.55	+ 2.55	- 1.01	+ 1.20
76	+ 0.8	- 17.5	—	+ 0.09	- 0.15	- 4.09	- 0.48	+ 0.64	- 0.71
84	+ 13.1	- 21.7	—	- 11.09	- 11.12	- 13.35	- 11.16	- 10.63	- 10.94
88	+ 19.8	+ 8.9	—	- 2.09	- 1.66	- 4.03	- 2.59	- 1.42	- 2.11
95	+ 23.7	- 4.8	—	- 0.08	- 0.03	- 1.97	- 1.30	+ 0.31	- 0.53
101	+ 29.6	- 24.8	—	- 12.38	- 11.95	- 2.91	- 2.23	- 11.93	- 1.60
102	+ 33.4	- 29.5	—	- 4.81	- 5.00	- 8.11	- 7.95	- 4.73	- 7.15
104	+ 36.2	- 41.7	—	+ 1.84	+ 1.43	- 2.05	- 1.87	+ 1.73	- 1.15
131	+ 62.7	- 54.8	—	- 2.63	- 1.30	- 0.94	- 4.43	- 2.28	- 2.44
9	- 50.2	+ 28.3	10.5	- 2.74	- 1.31	- 6.77	+ 2.42	—	—
18	- 45.6	- 21.8	9.8	- 0.51	- 0.53	- 7.30	+ 1.47	—	—
19	- 46.9	- 49.1	9.2	- 1.45	- 1.55	- 6.85	+ 1.59	—	—
26	- 34.7	+ 17.5	10.0	- 2.03	- 0.81	- 6.05	+ 1.30	—	—
104	+ 34.2	- 44.7	9.6	- 0.74	- 1.00	- 0.41	- 0.47	—	—
108	+ 41.8	+ 32.0	9.8	- 0.97	+ 0.44	- 0.63	- 1.54	—	—
110	+ 43.4	+ 21.3	10.8	+ 0.25	+ 0.87	- 0.10	- 1.64	—	—
113	+ 43.4	- 38.2	10.2	+ 0.41	- 0.16	- 0.31	- 0.86	—	—

## Région 391.

$$E = 1893.22; E' = 1911.24; T = 18.02.$$

$$k_x = - 1.23; p_x = + 0.0103; r_x = - 0.0356; k'_x = + 0.45; p'_x = + 0.0170; r'_x = + 0.0989.$$

$$k_y = + 0.26; p_y = + 0.0165; r_y = + 0.0938; k'_y = + 0.06; p'_y = + 0.0139; r'_y = - 0.0331.$$

9	- 53.3	+ 30.2	—	+ 2.10	- 3.82	- 5.63	+ 1.22	- 1.02	+ 0.03
31	- 35.5	- 42.0	—	+ 2.83	+ 6.63	- 6.10	- 1.45	+ 2.53	- 3.17

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_3$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
76	+ 5.2	-52.0	—	-1.57	+ 3.50	-2.52	-2.78	-1.00	-3.44
79	+15.0	-22.3	—	+2.47	+3.38	+0.15	-1.34	+2.03	-1.23
96	+37.3	+50.8	—	+3.96	-5.06	+4.47	-0.25	+1.18	+1.91
106	+50.6	-37.3	—	+1.46	+4.41	+3.97	-2.08	+2.05	-1.00
108	+56.8	+27.3	—	+1.58	-5.23	+4.18	-2.66	-0.57	-0.39

16	-46.7	+36.9	10.5	+3.32	-3.09	-5.45	+1.28	—	—
30	-38.6	-33.6	11.3	+0.62	+3.74	-3.16	+1.62	—	—
35	-27.7	+31.4	10.8	+2.29	-3.08	-3.84	+0.01	—	—
40	-27.5	-52.9	8.8	-0.50	+4.80	-1.46	+1.75	—	—
90	+29.5	+39.8	10.4	+1.86	-5.37	+2.44	-1.16	—	—
91	+27.6	+25.9	9.4	+2.42	-3.24	+1.97	-1.67	—	—
95	+32.9	-43.8	9.6	-0.34	+3.73	+3.88	-0.35	—	—
104	+40.8	-46.9	9.8	-1.24	+3.30	+3.35	-1.05	—	—

### Région 392.

$$E = 1893.26; E' = 1913.23; T = 19.97.$$

$$k_x = +2.08; p_x = +0.0312; r_x = +0.0056; k'_x = +0.98; p'_x = +0.0436; r'_x = +0.0635.$$

$$k_y = -0.69; p_y = +0.0043; r_y = +0.0198; k'_y = +0.93; p'_y = +0.0154; r'_y = +0.0085.$$

6	-56.1	+21.1	—	-5.58	-5.36	-4.11	-4.98	-5.31	-3.42
15	-49.5	+11.8	—	+0.79	+2.11	-3.84	-4.58	+1.54	-3.27
51	-4.3	+50.4	—	-5.20	-7.62	-2.50	-4.51	-3.30	-2.83
60	+2.4	+19.7	—	-2.30	-2.60	-5.44	-6.62	-0.15	-5.75
105	+44.4	-36.8	—	-2.20	+0.66	+2.51	+0.84	+1.15	+0.80
115	+58.4	+13.8	—	-3.12	-3.23	-3.88	-5.86	+1.02	-5.44
—	+22.0	-43.4	—	-2.61	+1.10	+1.97	+0.41	+0.10	+0.56

11	-52.6	-32.7	10.5	-0.77	+2.86	+0.17	-0.65	—	—
13	-49.0	+34.6	10.7	-0.95	-1.70	-0.92	-2.86	—	—
19	-36.4	+34.8	10.7	-1.14	-1.42	-0.02	-1.29	—	—
34	-25.0	-45.3	9.9	-0.33	+3.99	—	—	—	—
37	-19.1	-37.6	10.5	—	—	+0.41	-0.25	—	—
101	+43.3	+39.2	10.5	-2.88	-4.58	+2.24	-0.10	—	—
103	+43.4	-24.9	10.5	-3.57	-1.48	+2.13	+0.12	—	—
104	+40.4	-32.9	7.8	-3.08	-0.94	+0.83	-0.88	—	—
107	+49.6	+30.4	8.6	-4.37	-5.39	+1.00	-1.56	—	—

### Région 393.

$$E = 1893.19; E' = 1913.19; T = 20.01.$$

$$k_x = -1.00; p_x = +0.0066; r_x = +0.0016; k'_x = +1.16; p'_x = +0.0123; r'_x = +0.0078.$$

$$k_y = -0.83; p_y = +0.0210; r_y = +0.0086; k'_y = -1.56; p'_y = +0.0142; r'_y = +0.0533.$$

6	-57.1	+42.0	—	+4.40	+1.73	-2.12	-3.32	+2.80	-1.41
10	-55.4	-25.7	—	+2.22	-0.16	-1.62	-3.63	+0.47	-2.56
14	-44.9	-37.7	—	-8.47	-11.16	-13.14	-14.01	-9.98	-12.72
23	-28.4	+34.5	—	-10.55	-12.74	-1.91	-2.22	-11.67	-1.78
28	-24.7	+29.8	—	-2.85	-4.69	-7.72	-7.44	-3.78	-7.48

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
30	-21.6	-17.0	—	+3.00	+1.27	+0.40	+0.26	+1.94	-0.49
41	-11.7	-46.5	—	+1.59	-0.38	+1.70	+1.23	+0.36	-0.19
55	-3.5	-35.9	—	-0.19	-1.72	+0.31	+0.97	-1.08	-1.08
69	+13.0	-3.8	—	+5.44	+3.86	-3.46	-2.40	+4.83	-4.59
75	+16.1	-3.9	—	-1.65	-3.59	+1.13	+2.33	-2.40	-0.03
96	+43.9	-17.7	—	-4.95	-6.38	-5.59	-2.86	-5.25	-7.09
109	+61.3	-1.1	—	+0.23	-1.88	+0.41	+3.44	-0.17	-1.19
110	+62.5	-57.9	—	-2.62	-5.55	+2.96	+5.54	-3.68	+0.10
—	-23.1	+17.5	—	+3.29	+1.56	+0.39	+0.15	+2.37	+0.10
7	-59.5	+41.2	9.4	+1.88	-0.52	+0.64	-1.00	—	—
12	-49.2	+22.9	9.2	+1.39	-0.56	-0.83	-1.75	—	—
19	-37.1	-33.7	10.5	+0.84	-0.56	+0.52	-0.83	—	—
31	-22.6	-41.1	9.6	+1.00	-0.84	+1.75	+1.02	—	—
91	+33.6	+31.1	10.4	+0.78	-2.07	+0.02	+2.36	—	—
94	+36.0	-28.0	9.5	+0.69	-0.95	+2.09	+4.33	—	—
104	+51.8	+22.2	9.8	-0.09	-2.11	+0.81	+3.74	—	—
106	+50.4	-35.6	9.0	+1.50	-1.54	+2.08	+5.13	—	—

## Région 394.

$$E = 1893.22; E' = 1913.19; T = 19.97.$$

$$k_x = +0.13; p_x = +0.0221; r_x = +0.0125; k'_x = -0.10; p'_x = +0.0216; r'_x = +0.0275.$$

$$k_y = -2.07; p_y = +0.0301; r_y = -0.0011; k'_y = -0.84; p'_y = +0.0234; r'_y = +0.0346.$$

7	-49.9	+8.4	—	-0.69	+0.36	-2.13	-4.07	-1.07	-3.49
11	-39.7	+38.0	—	+3.20	+2.46	+0.32	-2.34	+2.74	-0.78
33	-4.3	+22.4	—	+2.69	+2.36	+0.35	-1.20	+2.89	-1.21
44	+5.7	-32.7	—	+0.28	+0.94	+1.31	-0.14	+0.09	-1.84
49	+18.0	+60.8	—	-1.47	-3.17	+0.67	-0.15	-0.69	+0.13
52	+15.5	-22.2	—	-0.60	-0.62	+1.38	+0.18	-0.70	-1.53
66	+32.3	-26.0	—	-3.85	-3.76	-0.15	-0.04	-3.61	-2.78
4	-55.9	+20.2	10.0	+1.11	+0.32	+2.65	-0.44	—	—
14	-33.3	+18.0	9.2	+0.42	+0.70	+1.66	-0.77	—	—
15	-34.1	-33.5	9.6	+0.75	+1.39	+2.67	-0.03	—	—
17	-27.4	-47.4	9.2	+1.05	+2.42	+2.74	+0.37	—	—
54	+23.3	+36.4	10.7	-0.83	-0.85	-0.34	-0.63	—	—
59	+29.7	+30.8	10.6	-1.76	-1.89	+1.16	+1.48	—	—
70	+37.6	-30.2	10.2	+0.27	+0.71	+3.94	+3.74	—	—
71	+37.4	-41.6	9.2	-0.98	-0.22	+3.51	+3.31	—	—

## Région 395.

$$E = 1893.22; E' = 1913.23; T = 20.01.$$

$$k_x = -0.33; p_x = +0.0211; r_x = -0.0005; k'_x = +0.58; p'_x = +0.0212; r'_x = +0.0071.$$

$$k_y = -0.38; p_y = +0.0051; r_y = -0.0095; k'_y = +2.20; p'_y = +0.0069; r'_y = +0.0348.$$

30	-31.7	+16.7	—	+2.19	+0.90	-1.75	-5.28	+1.05	-2.10
52	-16.8	-9.5	—	+1.55	+0.80	+0.45	-3.06	+0.91	-0.24

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$A_x$	$A_y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
64	- 9.2	+ 23.0	—	+ 2.58	+ 1.50	+ 0.01	- 2.81	+ 2.05	- 0.23
65	- 9.6	+ 15.3	—	- 1.91	- 2.27	- 3.50	- 6.30	- 2.12	- 3.77
74	+ 2.3	- 33.4	—	+ 0.04	+ 0.14	- 0.51	- 2.61	+ 0.15	- 0.88
89	+ 19.5	+ 7.1	—	- 5.27	- 5.85	- 1.21	- 2.53	5.00	- 1.16
91	+ 17.4	- 59.5	—	- 1.67	- 1.45	+ 1.58	- 0.22	- 1.26	+ 1.01
97	+ 26.7	+ 11.5	—	- 1.86	- 2.68	- 1.17	- 2.39	- 1.54	- 1.14
104	+ 28.3	- 56.5	—	- 2.05	- 2.37	- 3.15	- 4.91	- 1.67	- 3.82
112	+ 34.1	- 31.7	—	- 5.61	- 6.36	- 3.52	- 4.32	- 5.24	- 3.63
113	+ 36.4	+ 25.9	—	- 0.95	- 2.36	- 2.59	- 3.44	- 0.67	- 2.41
116	+ 44.7	+ 44.3	—	- 2.64	- 4.38	- 0.59	- 1.32	- 2.29	- 0.34
127	+ 62.4	+ 11.5	—	- 2.79	- 4.10	- 3.52	- 3.34	- 1.96	- 3.24

29	- 33.8	+ 39.5	10.8	+ 0.24	- 0.99	+ 0.21	- 3.96	—	—
32	- 30.5	- 47.8	10.0	+ 1.41	+ 0.84	+ 1.78	- 2.22	—	—
36	- 27.9	+ 46.5	9.5	+ 0.75	- 0.37	- 0.02	- 3.78	—	—
41	- 26.9	- 34.3	9.3	+ 1.44	+ 0.70	+ 0.66	- 3.01	—	—
107	+ 32.7	+ 35.9	10.8	+ 0.67	- 0.65	+ 0.18	- 1.29	—	—
108	+ 31.5	+ 26.8	10.8	- 0.31	- 1.42	+ 0.37	- 0.71	—	—
119	+ 48.1	- 32.6	10.3	- 1.29	- 1.58	+ 0.08	- 0.23	—	—
125	+ 50.6	- 29.7	10.3	- 1.18	- 2.14	- 0.65	- 0.92	—	—

### Région 396.

$$E = 1893.27; E' = 1911.26; T = 18.00.$$

$$k_x = - 0.69; p_x = + 0.0088; r_x = + 0.0098; k'_x = - 0.93; p'_x = + 0.0066; r'_x = + 0.0173.$$

$$k_y = + 1.65; p_y = + 0.0032; r_y = + 0.0200; k'_y = + 0.93; p'_y = - 0.0008; r'_y = - 0.0004.$$

7	- 56.6	- 9.3	—	- 1.29	- 1.91	- 3.14	- 0.85	- 2.97	- 0.16
13	- 50.4	- 40.1	—	+ 0.37	+ 0.78	- 7.04	- 4.81	- 1.17	- 4.19
14	- 45.6	+ 7.6	—	- 1.96	- 1.53	- 2.41	- 0.71	- 2.80	+ 0.18
15	- 40.9	+ 42.6	—	+ 1.66	+ 1.13	- 1.94	- 0.42	+ 0.85	+ 0.56
40	- 14.5	+ 31.7	—	- 6.11	- 6.17	- 0.67	+ 1.35	- 6.63	+ 1.81
51	- 0.9	+ 37.2	—	- 2.65	- 2.89	- 5.63	- 4.71	- 3.08	- 3.82
63	+ 5.6	- 46.9	—	+ 1.97	+ 2.24	- 6.71	- 6.08	+ 0.70	5.22
70	+ 17.3	+ 21.6	—	- 0.22	- 0.14	- 1.17	- 0.80	- 0.56	+ 0.16
75	+ 21.8	+ 2.4	—	+ 0.22	+ 0.45	- 4.79	- 4.36	- 0.28	- 3.50
76	+ 22.3	+ 1.2	—	+ 0.55	+ 0.63	- 2.12	- 1.82	- 0.03	- 0.89
77	+ 23.2	+ 2.7	—	+ 0.60	+ 0.54	- 1.86	- 1.45	- 0.02	- 0.59
87	+ 29.2	- 36.2	—	- 2.18	- 1.50	- 1.22	- 1.25	- 2.91	- 0.27
107	+ 43.7	- 47.4	—	- 1.13	- 0.53	- 2.16	- 2.21	- 1.91	- 1.38
109	+ 47.0	- 52.5	—	+ 0.40	+ 1.24	- 0.89	- 2.66	- 0.34	- 1.01
110	+ 47.1	- 52.9	—	- 0.77	- 0.89	- 0.63	- 1.30	- 2.00	0.20

16	- 43.3	+ 41.9	9.6	+ 0.40	+ 0.19	- 1.54	- 0.26	—	—
17	- 42.4	- 34.2	8.8	+ 1.14	+ 1.21	- 3.34	- 1.24	—	—
18	- 35.2	+ 32.3	9.3	+ 0.65	+ 0.51	- 1.81	- 0.26	—	—
25	- 30.4	- 43.0	10.3	+ 1.91	+ 2.86	- 2.91	- 1.91	—	—
89	+ 33.6	+ 36.5	8.9	+ 0.01	+ 0.27	- 2.36	- 1.79	—	—
90	+ 33.3	+ 32.3	9.7	+ 0.39	+ 0.34	- 1.56	- 1.30	—	—
92	+ 31.6	- 35.4	10.7	+ 0.36	+ 1.11	- 0.22	- 0.46	—	—
105	+ 43.5	- 32.0	9.5	+ 0.73	+ 1.03	+ 0.39	- 0.23	—	—

N:o	<i>x</i> en mm	<i>y</i> en mm	Gr.	Diff. en <i>x</i> Unité 0.01 mm		Diff. en <i>y</i> Unité 0.01 mm		<i>A x</i>	<i>A y</i>
				<i>b</i> <sub>1</sub> - <i>a</i> <sub>1</sub>	<i>a</i> <sub>2</sub> - <i>b</i> <sub>2</sub>	<i>b</i> <sub>1</sub> - <i>a</i> <sub>1</sub>	<i>a</i> <sub>2</sub> - <i>b</i> <sub>2</sub>		
<b>Région 397.</b>									
<i>E</i> = 1893.19; <i>E'</i> = 1911.21; <i>T</i> = 18.02.									
<i>k</i> <sub><i>x</i></sub> = + 0.31; <i>p</i> <sub><i>x</i></sub> = - 0.0059; <i>r</i> <sub><i>x</i></sub> = - 0.0398; <i>k'</i> <sub><i>x</i></sub> = + 0.42; <i>p'</i> <sub><i>x</i></sub> = - 0.0004; <i>r'</i> <sub><i>x</i></sub> = + 0.0047.									
<i>k</i> <sub><i>y</i></sub> = - 0.86; <i>p</i> <sub><i>y</i></sub> = - 0.0138; <i>r</i> <sub><i>y</i></sub> = - 0.0394; <i>k'</i> <sub><i>y</i></sub> = - 0.02; <i>p'</i> <sub><i>y</i></sub> = - 0.0150; <i>r'</i> <sub><i>y</i></sub> = + 0.0079.									
7	- 50.6	+ 27.7	—	+ 0.65	- 0.28	+ 0.82	- 1.93	+ 0.22	- 2.18
17	- 40.7	+ 38.1	—	+ 0.43	- 1.03	+ 1.30	- 1.16	- 0.47	- 1.56
35	- 23.9	+ 34.0	—	- 2.09	- 3.42	- 0.82	- 2.33	- 2.91	- 2.88
56	- 4.7	+ 20.9	—	+ 5.98	+ 4.89	- 5.89	- 7.40	+ 5.45	- 7.45
64	+ 4.7	- 61.8	—	- 2.65	+ 0.63	- 2.52	- 3.54	+ 0.42	- 2.51
90	+ 44.4	- 56.0	—	- 2.84	- 0.63	- 1.63	- 1.23	- 0.52	- 0.36
92	+ 49.6	+ 31.5	—	+ 2.47	+ 0.63	- 1.87	- 0.32	+ 1.21	- 1.20
107	+ 55.9	+ 1.4	—	- 2.15	- 2.98	- 1.17	+ 0.39	- 2.40	+ 0.03
109	+ 61.4	+ 56.2	—	+ 3.60	+ 0.00	- 1.85	+ 0.21	+ 0.98	- 1.10
111	+ 61.2	- 43.2	—	- 5.75	- 4.27	- 3.74	- 1.40	- 4.07	- 1.42
—	+ 22.8	+ 39.9	—	+ 1.57	- 1.49	- 0.39	- 0.57	- 0.37	- 1.12
22	- 39.2	+ 44.1	10.7	+ 0.78	- 0.65	+ 3.48	+ 0.99	—	—
25	- 30.4	+ 47.9	10.5	—	—	+ 2.84	+ 0.15	—	—
29	- 33.6	- 43.4	9.9	- 1.55	+ 0.39	+ 1.55	- 0.90	—	—
32	- 28.9	- 31.0	8.9	- 1.72	- 0.53	+ 1.00	- 0.95	—	—
34	- 23.4	+ 41.8	10.5	+ 0.97	- 1.02	—	—	—	—
85	+ 37.9	- 34.8	9.8	- 1.57	+ 0.05	- 0.86	- 0.21	—	—
88	+ 42.6	+ 27.8	10.5	+ 1.97	+ 0.14	- 0.30	+ 1.47	—	—
89	+ 41.8	- 38.5	10.3	- 2.18	- 0.90	- 0.98	+ 0.06	—	—
91	+ 47.6	+ 32.2	9.5	+ 1.02	- 0.85	- 1.32	- 0.11	—	—
<b>Région 398.</b>									
<i>E</i> = 1893.22; <i>E'</i> = 1911.24; <i>T</i> = 18.02.									
<i>k</i> <sub><i>x</i></sub> = + 0.51; <i>p</i> <sub><i>x</i></sub> = + 0.0089; <i>r</i> <sub><i>x</i></sub> = + 0.0227; <i>k'</i> <sub><i>x</i></sub> = + 0.53; <i>p'</i> <sub><i>x</i></sub> = + 0.0096; <i>r'</i> <sub><i>x</i></sub> = - 0.0036.									
<i>k</i> <sub><i>y</i></sub> = + 0.38; <i>p</i> <sub><i>y</i></sub> = + 0.0214; <i>r</i> <sub><i>y</i></sub> = + 0.0433; <i>k'</i> <sub><i>y</i></sub> = - 2.40; <i>p'</i> <sub><i>y</i></sub> = + 0.0206; <i>r'</i> <sub><i>y</i></sub> = - 0.1264.									
2	- 60.6	- 37.2	—	+ 3.29	+ 2.37	- 3.00	+ 10.07	+ 2.43	- 0.78
5	- 52.5	+ 27.1	—	- 0.03	+ 0.48	- 3.14	+ 8.05	+ 0.51	- 0.17
18	- 37.8	+ 0.8	—	- 0.66	- 0.66	- 1.70	+ 7.39	- 0.48	+ 0.28
28	- 26.9	+ 3.6	—	- 1.88	- 1.39	- 5.05	+ 2.10	- 1.33	- 3.53
35	- 20.6	+ 28.3	—	- 5.05	- 3.83	- 3.66	+ 2.20	- 3.84	- 2.00
74	+ 13.5	- 20.5	—	- 0.85	- 1.47	+ 1.07	+ 1.48	- 0.71	+ 0.40
97	+ 36.7	- 49.6	—	+ 2.15	+ 0.04	- 0.97	- 4.83	+ 1.48	- 3.42
103	+ 47.3	+ 35.5	—	+ 1.64	+ 1.92	+ 2.72	- 3.42	+ 3.07	+ 1.35
106	+ 51.9	+ 25.2	—	- 4.76	- 4.19	+ 0.78	- 5.70	- 3.23	- 0.78
108	+ 54.8	- 28.1	—	+ 2.27	+ 1.37	+ 2.40	- 4.12	+ 2.58	- 0.18
15	- 41.0	- 32.9	9.7	+ 0.73	+ 0.63	- 1.58	+ 8.17	—	—
19	- 32.3	+ 18.1	11.0	- 0.87	- 0.86	- 1.66	+ 6.61	—	—
34	- 22.5	+ 38.9	10.3	- 1.53	- 0.53	- 2.90	+ 3.61	—	—
39	- 23.2	- 48.3	10.1	+ 1.23	- 0.31	- 0.02	+ 6.73	—	—
85	+ 21.9	+ 40.3	10.4	- 0.22	- 1.90	+ 1.94	+ 0.76	—	—

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
88	+ 28.4	+ 30.6	10.6	- 0.55	+ 0.96	- 0.03	- 1.86	—	—
100	+ 40.9	+ 25.8	10.6	- 1.80	- 1.43	+ 1.26	- 2.94	—	—
102	+ 43.3	- 28.9	9.7	- 0.39	- 1.09	+ 1.40	- 3.10	—	—

### Région 399.

$$E = 1893.26; E' = 1911.26; T = 18.00.$$

$$k_x = + 0.24; p_x = + 0.0108; r_x = + 0.0094; k'_x = + 2.18; p'_x = + 0.0264; r'_x = + 0.0106.$$

$$k_y = + 0.06; p_y = - 0.0071; r_y = - 0.0051; k'_y = - 0.03; p'_y = + 0.0075; r'_y = + 0.0603.$$

5	- 62.9	- 36.5	—	+ 2.10	+ 0.87	+ 1.08	- 2.39	+ 1.17	+ 1.09
17	- 47.4	+ 13.6	—	+ 1.05	- 0.65	- 4.61	- 8.41	+ 0.67	- 5.18
29	- 30.3	+ 62.7	—	- 0.45	- 2.23	- 5.07	- 7.97	- 0.06	- 5.65
35	- 34.5	- 52.9	—	- 3.00	- 1.38	- 0.39	- 2.34	- 3.64	- 0.41
36	- 29.0	+ 62.9	—	- 0.52	- 2.43	- 0.19	- 2.81	- 0.17	- 0.67
37	- 29.9	+ 61.4	—	+ 0.12	- 2.35	- 2.17	- 5.18	+ 0.16	- 2.82
41	- 27.2	- 48.5	—	- 1.04	- 2.46	- 0.75	- 2.56	- 1.52	- 0.90
45	- 23.5	+ 23.9	—	- 2.60	- 4.23	- 1.17	- 2.87	- 2.40	- 1.35
56	- 17.2	- 34.3	—	- 0.02	- 1.83	- 2.66	- 3.12	- 0.37	- 2.41
65	- 9.2	+ 12.5	—	- 2.01	- 3.65	- 1.10	- 1.67	- 1.67	- 1.12
67	- 6.0	+ 7.4	—	- 0.12	- 1.83	- 0.04	- 0.61	+ 0.20	- 0.14
68	- 5.9	+ 7.0	—	- 1.15	- 2.95	- 0.50	- 0.82	- 0.87	- 0.48
69	- 8.7	- 16.1	—	- 1.82	- 3.97	- 1.05	- 1.53	- 2.00	- 1.04
85	+ 8.5	- 49.1	—	- 1.28	- 4.40	- 4.05	- 2.85	- 1.96	- 3.68
93	+ 13.0	- 16.0	—	+ 1.74	- 0.09	- 0.89	+ 0.14	+ 2.11	- 0.72
137	+ 49.9	+ 1.3	—	- 1.71	- 3.73	- 2.03	+ 1.37	- 0.58	- 1.69
144	+ 50.7	- 52.4	—	- 2.73	- 5.36	- 1.78	+ 2.54	- 2.42	- 1.00

18	- 48.0	- 27.8	10.7	+ 0.80	- 0.31	- 0.43	- 2.57	—	—
24	- 40.2	- 41.4	9.3	- 0.47	- 0.88	- 0.26	- 1.80	—	—
26	- 38.8	+ 27.6	10.9	- 0.22	- 1.83	- 0.13	- 2.90	—	—
31	- 31.4	+ 31.3	10.9	+ 0.73	- 1.47	+ 1.30	- 2.09	—	—
114	+ 25.2	+ 45.7	9.7	- 0.72	- 3.16	- 0.10	+ 1.05	—	—
119	+ 25.4	- 40.7	10.8	+ 0.16	- 2.97	- 0.33	+ 1.50	—	—
123	+ 30.8	- 35.3	10.7	+ 0.26	- 2.20	- 0.10	+ 2.15	—	—
134	+ 48.2	+ 37.4	10.2	- 2.12	- 3.87	- 0.33	+ 3.18	—	—

### Région 400.

$$E = 1893.19; E' = 1913.19; T = 20.01.$$

$$k_x = + 0.31; p_x = + 0.0124; r_x = - 0.0020; k'_x = + 0.20; p'_x = + 0.0165; r'_x = + 0.0619.$$

$$k_y = - 0.10; p_y = + 0.0125; r_y = + 0.0131; k'_y = - 0.57; p'_y = + 0.0071; r'_y = - 0.0199.$$

8	- 53.2	- 1.1	—	+ 0.66	+ 0.51	- 3.05	- 0.86	+ 0.03	- 2.48
20	- 38.3	- 40.3	—	+ 3.61	+ 6.55	- 1.70	+ 0.14	+ 3.58	- 1.64
33	- 22.8	- 58.2	—	- 2.94	+ 0.96	+ 1.34	+ 2.26	- 2.80	+ 0.82
41	- 13.3	+ 4.2	—	+ 0.02	- 0.63	+ 0.17	+ 1.18	- 0.11	+ 0.33
53	- 1.0	+ 61.5	—	- 1.68	- 5.97	+ 0.50	+ 0.85	- 1.74	+ 0.94
62	+ 3.6	+ 16.8	—	- 2.74	- 3.92	- 2.00	- 1.50	- 2.52	- 1.91
74	+ 24.3	+ 41.7	—	- 0.45	- 2.91	+ 0.03	- 0.19	+ 0.17	+ 0.07

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
76	+ 23.3	+ 0.6	—	+ 3.34	+ 3.07	- 2.29	- 2.47	+ 3.81	- 2.63
102	+ 52.7	+ 32.0	—	+ 0.01	- 2.80	+ 0.54	- 0.89	+ 0.58	- 0.01
110	+ 60.3	- 34.9	—	+ 2.29	+ 3.51	- 2.89	- 1.77	+ 2.98	- 4.30
11	- 47.5	+ 29.3	9.8	+ 0.40	- 1.21	- 0.81	+ 1.15	—	—
16	- 38.9	+ 34.9	10.1	+ 0.70	- 1.11	- 0.46	+ 1.80	—	—
19	- 37.9	- 32.8	10.9	- 0.67	+ 1.83	+ 0.00	+ 1.61	—	—
21	- 39.4	- 42.4	10.1	+ 0.33	+ 3.05	- 0.31	+ 1.06	—	—
84	+ 32.7	+ 28.9	9.3	- 0.79	- 2.39	- 0.03	- 0.56	—	—
90	+ 37.2	+ 39.5	9.0	—	—	- 0.16	- 0.72	—	—
93	+ 37.0	- 27.7	9.9	- 0.70	+ 1.05	+ 1.18	+ 0.44	—	—
91	+ 36.4	29.5	10.9	- 0.42	+ 1.51	+ 1.16	+ 0.20	—	—
101	+ 53.5	+ 35.4	9.5	- 1.29	- 4.06	—	—	—	—

## Région 401.

$$E = 1893.28; E' = 1911.26; T = 17.98.$$

$$k_x = + 0.85; p_x = + 0.0018; r_x = + 0.0012; k'_x = + 0.68; p'_x = - 0.0023; r'_x = + 0.0667.$$

$$k_y = - 0.65; p_y = + 0.0116; r_y = - 0.0129; k'_y = + 1.50; p'_y = + 0.0095; r'_y = + 0.0143.$$

9	- 11.1	+ 39.8	—	- 2.39	- 3.80	+ 0.79	- 2.28	- 0.91	+ 0.13
16	- 33.5	- 20.1	—	+ 0.07	+ 1.07	+ 1.03	- 2.52	+ 0.63	- 0.50
22	- 18.4	+ 10.3	—	+ 0.50	- 0.05	- 1.35	- 3.95	+ 1.36	- 2.10
36	- 6.8	- 28.9	—	+ 1.00	+ 2.76	+ 0.36	- 1.85	+ 1.62	- 0.62
41	+ 0.0	+ 31.5	—	+ 0.49	- 1.01	- 0.19	- 1.91	+ 1.62	- 0.29
51	- 0.9	- 59.0	—	- 2.15	+ 2.27	- 0.07	- 2.33	- 1.27	- 1.39
56	+ 5.3	- 4.4	—	+ 0.59	+ 1.09	- 1.30	- 3.17	+ 1.45	- 1.86
5	- 46.0	+ 46.7	7.7	- 1.27	- 4.23	+ 1.03	- 2.15	—	—
18	- 27.4	+ 31.8	10.8	- 0.67	- 2.48	+ 0.81	- 1.92	—	—
21	- 22.5	- 41.9	10.1	0.90	+ 1.77	+ 0.86	- 2.00	—	—
27	- 18.1	- 39.6	9.1	- 0.34	+ 2.16	+ 1.40	- 1.52	—	—
65	+ 23.7	+ 37.7	10.7	- 1.13	- 3.42	—	—	—	—
76	+ 27.0	- 42.7	9.8	- 1.00	+ 2.09	+ 0.95	- 0.64	—	—
77	+ 34.9	+ 44.4	8.3	- 0.98	- 3.34	- 0.48	- 1.66	—	—
81	+ 35.0	- 25.1	10.5	- 0.57	+ 1.29	+ 0.85	- 0.09	—	—
82	+ 38.0	+ 31.2	8.1	—	—	- 0.56	- 1.73	—	—

## Région 402.

$$E = 1893.23; E' = 1913.19; T = 19.96.$$

$$k_x = - 0.81; p_x = + 0.0244; r_x = - 0.0006; k'_x = - 0.30; p'_x = + 0.0318; r'_x = + 0.0011.$$

$$k_y = - 1.51; p_y = + 0.0322; r_y = + 0.0346; k'_y = - 0.87; p'_y = + 0.0317; r'_y = + 0.0459.$$

1	- 62.2	+ 14.6	—	- 0.50	- 0.53	- 3.90	- 5.18	- 2.81	- 1.80
6	- 45.4	+ 11.3	—	+ 0.39	+ 0.14	- 6.40	- 7.62	- 1.56	- 6.01
8	- 40.5	+ 44.3	—	+ 3.93	+ 3.60	- 1.89	- 3.02	+ 2.08	- 0.60
44	- 7.0	- 24.9	—	+ 2.75	+ 2.06	+ 0.80	+ 0.31	+ 1.64	- 1.15
45	- 3.3	+ 61.1	—	+ 0.36	- 0.52	- 2.93	- 4.33	- 0.71	- 2.73
47	- 3.3	+ 7.4	—	- 0.05	+ 0.07	- 1.07	- 0.90	- 0.63	- 1.81

N:o	<i>x</i> en mm	<i>y</i> en mm	Gr.	Diff. en <i>x</i> Unité 0.01 mm		Diff. en <i>y</i> Unité 0.01 mm		<i>Δx</i>	<i>Δy</i>
				<i>b</i> <sub>1</sub> - <i>a</i> <sub>1</sub>	<i>a</i> <sub>2</sub> - <i>b</i> <sub>2</sub>	<i>b</i> <sub>1</sub> - <i>a</i> <sub>1</sub>	<i>a</i> <sub>2</sub> - <i>b</i> <sub>2</sub>		
48	- 2.5	- 35.2	—	- 1.45	- 1.96	+ 0.61	+ 0.26	- 2.34	- 1.78
64	+ 12.2	+ 20.8	—	- 3.09	- 3.61	- 1.91	- 1.65	- 3.55	2.79
67	+ 12.9	+ 9.1	—	- 0.48	- 0.85	+ 2.28	+ 2.62	- 0.86	+ 1.03
75	+ 26.1	+ 20.8	—	- 2.23	- 2.99	+ 1.72	+ 1.49	- 2.42	+ 0.03
86	+ 32.9	- 34.8	—	- 2.64	+ 1.87	+ 0.52	+ 0.08	+ 2.61	- 3.32
88	+ 37.7	+ 19.6	—	- 4.09	- 5.21	+ 0.78	+ 0.70	- 4.14	- 1.34
95	+ 48.5	+ 27.2	—	- 0.90	- 1.70	+ 2.20	+ 2.08	- 0.49	- 0.13
13	- 38.2	+ 44.8	10.3	+ 1.04	+ 0.92	—	—	—	—
14	- 36.8	+ 41.3	10.3	+ 1.20	+ 0.71	- 0.11	- 1.26	—	—
18	- 38.6	- 30.8	9.6	+ 2.56	+ 1.57	—	—	—	—
19	- 37.4	- 35.5	10.4	—	—	+ 1.25	- 0.17	—	—
21	- 34.5	+ 26.5	10.7	—	—	- 0.59	- 1.08	—	—
27	- 28.6	- 41.3	9.1	+ 1.94	+ 2.50	+ 1.02	- 0.01	—	—
69	+ 15.9	+ 40.2	8.9	+ 0.59	- 0.07	+ 0.90	+ 0.43	—	—
83	+ 32.3	+ 24.2	10.9	+ 1.17	+ 0.32	+ 0.78	+ 0.16	—	—
90	+ 35.3	- 24.6	10.0	- 0.41	- 0.94	+ 4.09	+ 3.95	—	—
91	+ 35.1	- 38.7	9.5	- 0.96	- 1.89	+ 4.32	+ 4.36	—	—

Région 403.

$E = 1894.30; E' = 1913.27; T = 18.97.$

$k_x = - 0.33; p_x = + 0.0230; r_x = + 0.0018; k'_x = + 0.23; p'_x = + 0.0274; r'_x = + 0.0494.$   
 $k_y = + 0.23; p_y = + 0.0377; r_y = + 0.0077; k'_y = + 1.08; p'_y = + 0.0522; r'_y = + 0.0348.$

7	- 61.2	- 46.9	—	- 0.07	+ 1.34	- 0.45	- 2.61	- 2.16	- 1.68
14	- 58.1	- 52.1	—	+ 1.01	+ 1.80	+ 1.43	- 1.49	- 1.44	- 0.48
15	- 58.0	- 52.5	—	+ 0.69	+ 2.37	+ 1.54	- 0.95	- 1.32	- 0.17
45	- 25.4	+ 30.7	—	+ 0.54	- 1.37	- 1.88	- 4.18	- 0.32	- 0.45
81	- 1.1	- 24.5	—	- 0.37	+ 0.40	- 2.71	- 2.30	- 0.69	- 2.92
84	- 2.3	- 59.1	—	+ 0.52	+ 3.08	- 1.08	- 2.10	+ 0.18	- 3.54
86	+ 4.0	+ 29.2	—	+ 1.37	- 0.78	- 2.04	- 3.02	+ 1.09	- 0.65
101	+ 14.9	+ 21.4	—	- 0.30	- 1.78	- 3.13	- 3.58	- 0.16	- 2.05
110	+ 19.0	- 34.6	—	- 0.58	+ 1.19	- 3.54	- 2.62	- 0.15	- 4.38
129	+ 38.8	+ 56.2	—	+ 2.01	- 1.38	- 7.89	- 8.94	+ 2.68	- 6.06
139	+ 40.3	- 23.7	—	+ 0.01	+ 0.42	- 0.68	+ 0.37	+ 0.57	- 1.42
144	+ 51.3	+ 61.5	—	+ 1.56	- 2.30	- 8.51	- 9.32	+ 2.44	- 6.59
152	+ 59.9	+ 19.6	—	- 1.51	- 3.35	- 2.43	- 1.72	- 0.46	- 1.81
158	+ 61.5	- 11.4	—	- 3.76	- 4.29	- 0.18	+ 0.78	- 2.81	- 0.86
17	- 51.5	- 38.3	9.7	+ 1.30	+ 2.81	+ 1.23	- 0.47	—	—
22	- 45.0	- 28.6	8.8	+ 1.22	+ 2.56	+ 0.99	- 0.59	—	—
34	- 30.8	+ 40.6	8.1	—	—	- 2.34	- 4.21	—	—
35	- 32.5	+ 35.7	10.8	+ 1.01	- 1.19	—	—	—	—
53	- 24.2	+ 39.2	10.7	+ 1.31	- 1.31	- 2.44	- 4.99	—	—
123	+ 33.8	+ 32.1	9.6	- 0.54	- 2.44	—	—	—	—
127	+ 34.8	- 34.2	10.5	- 0.20	+ 0.63	+ 1.14	+ 1.64	—	—
132	+ 38.3	+ 32.8	10.4	- 1.05	- 3.32	- 0.97	- 1.19	—	—
135	+ 35.2	- 38.6	10.4	- 0.14	+ 0.70	+ 0.79	+ 1.46	—	—
136	+ 42.6	+ 23.5	10.8	—	—	- 0.09	- 0.15	—	—

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		

## Région 404.

$$E = 1893.19; E' = 1911.21; T = 18.02.$$

$$k_x = -1.61; p_x = +0.0018; r_x = +0.0237; k'_x = -2.92; p'_x = +0.0014; r'_x = +0.0445.$$

$$k_y = -2.15; p_y = 0.0000; r_y = +0.0226; k'_y = -3.37; p'_y = -0.0032; r'_y = +0.0746.$$

3	-63.3	+31.7	—	+2.18	+3.13	-0.38	-2.01	+1.37	-0.93
10	-57.8	+1.6	—	-0.19	+0.82	+0.69	-1.20	-1.98	-0.21
12	-50.9	+56.1	—	+1.52	+1.03	-0.70	-1.39	+0.84	-1.42
15	-53.9	-43.2	—	-0.18	+1.30	-1.22	-2.20	-3.26	-1.78
25	-32.8	-18.6	—	+1.46	+3.57	+1.05	+0.29	-0.44	-0.46
27	-34.4	-59.7	—	+5.41	+8.20	-1.65	-2.06	+2.45	-2.84
54	-4.6	-28.7	—	+1.78	+4.02	+1.30	+1.94	-0.36	-0.87
67	+9.4	-47.2	—	+0.17	+3.01	-0.12	+1.16	-2.27	-2.62
110	+50.4	-32.7	—	+2.79	+4.63	-1.86	+1.41	+0.41	-5.37
114	+56.7	-39.8	—	-5.09	-2.44	+3.37	+7.18	-7.29	-0.17
115	+56.4	-41.8	—	+1.84	+3.72	+2.93	+7.04	-0.82	-0.45
19	-43.6	-35.9	10.4	+2.61	+4.74	+1.90	+0.39	—	—
20	-35.6	+39.6	9.5	+0.31	+0.97	+1.08	+0.44	—	—
26	-32.6	-39.3	10.5	+3.20	+5.06	+0.77	+0.33	—	—
28	-29.1	+41.1	10.4	+0.43	+0.85	+1.66	+1.81	—	—
91	+28.0	-47.2	9.7	+2.32	+4.92	+2.53	+5.25	—	—
97	+37.4	-36.9	9.2	+2.10	+4.05	+3.14	+6.18	—	—
101	+41.1	+34.5	10.3	+1.23	+1.67	+3.10	+6.48	—	—
102	+42.3	+27.7	9.2	+1.04	+1.80	+3.18	+6.60	—	—

## Région 405.

$$E = 1893.22; E' = 1911.24; T = 18.02.$$

$$k_x = +0.70; p_x = +0.0212; r_x = +0.0486; k'_x = +0.12; p'_x = +0.0222; r'_x = +0.0292.$$

$$k_y = +0.59; p_y = +0.0172; r_y = +0.0307; k'_y = +0.05; p'_y = +0.0127; r'_y = +0.0446.$$

3	-57.2	+25.3	—	-4.70	-3.39	-2.88	-2.83	-3.89	0.00
5	-55.9	-28.1	—	+2.90	+2.99	-1.84	-2.56	+1.04	-0.19
35	-21.8	+25.2	—	+0.91	+2.23	-4.96	-4.60	+2.49	-3.26
75	+15.8	+30.7	—	-2.61	-1.75	-1.45	-0.75	-0.23	-0.91
81	+22.8	+10.4	—	+0.19	+1.32	-25.42	-24.38	+2.06	-25.28
91	+31.2	-29.3	—	-0.15	-0.16	-2.38	-1.57	-0.21	-3.26
93)									
94)	+39.9	+41.7	—	-3.32	-2.04	-3.20	-2.99	+0.22	-3.65
117	+60.0	-48.4	—	-0.24	-0.66	+2.84	+3.83	-0.62	+0.67
118	+63.4	-8.6	—	-3.72	-3.32	-0.11	+0.93	-2.07	-1.79
19	-38.0	-29.2	9.7	+1.24	+1.28	-1.95	-2.21	—	—
22	-32.0	+31.2	9.9	-1.40	-0.06	-1.84	-1.38	—	—
25	-32.1	-22.4	10.9	+1.25	+1.17	-0.77	-0.68	—	—
29	-29.0	+27.7	9.9	-1.47	-0.20	-1.95	-1.89	—	—
86	+27.7	-36.8	10.1	+0.67	+0.47	+0.69	+1.67	—	—

N:o	x en mm	y en mm	Gr.	Diff. en x Unité 0.01 mm		Diff. en y Unité 0.01 mm		Δx	Δy
				b <sub>1</sub> - a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub> - b <sub>2</sub>	b <sub>1</sub> - a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub> - b <sub>2</sub>		
87	+ 32.0	+ 43.9	10.5	- 3.29	- 2.13	- 0.41	+ 0.89	—	—
95	+ 38.9	+ 30.3	9.0	- 3.32	- 2.21	- 0.15	+ 0.92	—	—
97	+ 35.2	- 47.7	9.2	+ 0.79	+ 0.71	+ 1.79	+ 2.41	—	—

**Région 406.**

$E = 1893.26; E' = 1911.26; T = 18.00.$

$k_x = - 0.16; p_x = + 0.0048; r_x = - 0.0265; k'_x = + 0.12; p'_x = + 0.0136; r'_x = - 0.0366.$   
 $k_y = - 1.80; p_y = + 0.0057; r_y = + 0.0194; k'_y = + 0.82; p'_y = + 0.0066; r'_y = + 0.0886.$

7	- 55.7	+ 1.3	—	- 0.01	+ 1.20	- 1.08	- 7.90	+ 0.02	- 1.96
10	- 56.6	- 52.4	—	- 1.51	- 1.58	+ 0.93	- 5.36	- 0.43	+ 0.02
23	- 40.9	- 39.2	—	- 3.82	- 4.17	- 1.40	- 6.15	- 3.16	- 2.30
24	- 40.3	- 50.9	—	- 1.62	- 1.77	+ 2.14	- 3.37	- 0.48	+ 0.75
35	- 34.1	+ 25.5	—	+ 0.12	+ 0.60	- 2.48	- 7.54	- 0.77	- 3.50
39	- 27.0	- 39.5	—	- 2.75	- 2.56	+ 0.74	- 3.27	- 1.67	- 0.54
49	- 15.4	- 40.9	—	- 4.74	- 5.02	- 0.93	- 4.14	- 3.75	- 2.44
52	- 12.6	+ 36.0	—	+ 1.69	+ 2.19	- 0.26	- 3.95	+ 0.67	- 1.69
67	- 4.5	- 33.4	—	- 0.60	- 1.17	+ 1.35	- 1.53	+ 0.11	- 0.54
76	+ 8.8	+ 48.0	—	- 0.10	- 0.65	+ 1.02	- 1.29	- 1.83	- 0.80
98	+ 29.6	+ 59.9	—	- 0.50	- 0.92	+ 2.37	+ 0.67	- 2.35	- 0.19
104	+ 32.6	- 3.1	—	+ 3.15	+ 2.31	- 3.14	- 3.15	+ 3.10	- 5.41
106	+ 32.9	- 29.6	—	- 0.14	- 0.62	+ 2.69	+ 2.46	+ 0.83	+ 0.12
113	+ 45.0	- 26.7	—	- 1.07	- 1.71	- 0.09	+ 0.90	- 0.15	- 2.68
114	+ 45.3	+ 61.4	—	- 5.58	- 5.32	- 1.62	- 1.55	- 6.99	- 4.14
126	+ 56.3	+ 35.2	—	+ 2.49	+ 1.43	- 1.33	- 0.61	+ 1.35	- 4.28
129	+ 58.5	- 27.6	—	- 1.55	- 1.69	+ 1.74	+ 3.41	- 0.23	- 1.24
—	+ 12.7	- 18.0	—	+ 0.27	- 1.04	+ 2.71	- 0.60	+ 0.28	- 0.23

14	- 47.6	+ 28.5	10.5	+ 0.55	+ 1.14	+ 0.64	- 4.97	—	—
22	- 41.8	- 31.7	9.7	- 0.11	- 0.73	+ 1.21	- 4.18	—	—
32	- 39.6	- 43.6	10.3	—	—	+ 1.58	- 3.90	—	—
33	- 38.5	- 44.9	10.0	- 0.35	- 0.77	—	—	—	—
37	- 25.8	+ 43.0	10.0	+ 1.14	+ 1.77	+ 0.78	- 3.91	—	—
100	+ 28.4	+ 40.2	10.6	+ 1.30	+ 1.13	+ 1.99	+ 1.52	—	—
107	+ 34.0	- 43.9	10.6	- 1.43	- 2.42	+ 2.95	+ 2.90	—	—
112	+ 42.2	+ 38.5	10.2	+ 1.63	+ 1.00	+ 2.87	+ 2.86	—	—
123	+ 52.6	- 35.8	9.6	- 1.66	- 2.39	+ 2.44	+ 3.39	—	—

**Région 407.**

$E = 1893.19; E' = 1913.19; T = 20.01.$

$k_x = + 0.03; p_x = + 0.0034; r_x = - 0.0033; k'_x = + 0.07; p'_x = + 0.0096; r'_x = - 0.0182.$   
 $k_y = - 2.37; p_y = + 0.0216; r_y = - 0.0362; k'_y = - 0.60; p'_y = + 0.0179; r'_y = + 0.0383.$

3	- 61.7	+ 32.0	—	+ 1.16	+ 1.86	+ 2.90	- 3.05	+ 0.81	- 0.86
8	- 55.9	- 35.1	—	+ 3.18	+ 3.36	- 0.04	- 7.21	+ 3.33	- 5.74
12	- 48.0	+ 13.2	—	- 0.56	+ 0.31	+ 1.19	- 4.79	- 0.52	- 2.97
27	- 35.6	- 24.6	—	+ 0.24	- 0.22	+ 3.52	- 1.42	+ 0.09	- 0.88
40	- 49.5	+ 17.9	—	- 4.94	- 4.35	- 2.27	- 5.80	- 1.92	- 5.14

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
42	-16.5	-50.2	—	+1.54	+1.01	+4.96	+1.19	+1.75	+0.61
43	-17.9	-55.4	—	+7.00	+6.68	-3.03	-7.29	+7.37	-7.72
48	-14.2	-12.2	—	-0.87	-0.34	-0.61	-3.89	-0.52	-3.96
52	-6.7	+27.2	—	+0.61	+1.31	-3.68	-5.71	+0.67	-5.63
58	-0.6	+20.0	—	-6.43	-6.24	+1.50	+0.13	-6.50	-0.27
59	-0.9	+18.0	—	-0.03	+0.95	+2.63	+1.01	+0.31	+0.69
66	+6.4	+14.6	—	+0.70	+1.38	-1.64	-2.56	+0.97	-3.30
70	+10.6	+6.6	—	+0.71	+1.21	+1.62	+0.74	+1.01	-0.19
74	+14.7	-35.4	—	-2.22	-2.21	+2.15	+1.07	-1.69	-0.58
83	+24.5	+59.6	—	-0.90	-0.90	-0.02	-0.41	-1.33	-0.54
102	+47.1	+6.2	—	-0.15	-0.40	+0.77	+2.64	+0.01	+0.29
14	-42.8	+49.8	10.2	-0.21	+0.54	+3.23	-1.52	—	—
20	-42.2	-27.4	10.7	-0.02	-0.44	+4.16	-1.35	—	—
22	-39.7	+45.2	9.1	+0.03	+1.25	+2.99	-1.39	—	—
25	-38.4	-25.4	10.9	+0.76	+0.69	+4.11	-0.35	—	—
84	+21.5	+49.5	10.9	+0.68	+0.80	+0.23	-0.07	—	—
91	+29.6	+24.0	9.9	+0.03	+0.48	+0.52	+1.17	—	—
94	+33.1	-38.5	10.9	-0.64	-1.43	+1.99	+2.83	—	—
101	+41.9	-38.1	9.7	-0.63	-1.40	+2.21	+3.37	—	—

## Région 408.

$$E = 1893.22; E' = 1913.18; T = 19.96.$$

$$k_x = -0.42; p_x = +0.0309; r_x = -0.0004; k'_x = +1.68; p'_x = +0.0355; r'_x = -0.0672.$$

$$k_y = -1.37; p_y = +0.0274; r_y = +0.0723; k'_y = +0.15; p'_y = +0.0229; r'_y = +0.0496.$$

27	-24.3	+30.8	—	+0.62	+0.63	-1.58	-5.28	-0.59	-3.28
51	+4.2	+11.3	—	-0.68	-2.34	+4.30	-0.08	-1.12	+0.03
53	+8.2	+51.0	—	-0.68	+0.71	+4.79	-0.31	-0.81	+0.91
59	+15.7	-45.0	—	+2.12	-2.76	+4.08	-1.23	+2.35	-2.77
63	+24.0	-60.6	—	-0.93	-6.86	+6.45	+1.55	-0.42	-1.10
75	+40.6	+1.3	—	-0.20	-1.94	+0.80	-4.40	+0.86	-6.35
76	+40.9	-20.4	—	-4.25	-7.70	+0.96	-4.53	-3.30	-6.90
81	+58.1	+48.9	—	+1.16	+0.95	+7.90	+1.37	+1.96	+0.21
—	+14.2	-52.5	—	-1.19	-6.81	+8.31	+2.97	-1.12	+1.34
9	-46.5	+32.8	9.4	+1.49	+1.69	-0.54	-3.93	—	—
17	-36.0	+28.0	9.5	+1.44	+1.70	+0.96	-2.09	—	—
18	-39.8	-28.8	10.0	+1.93	-1.86	+1.89	-1.98	—	—
24	-27.9	-38.0	10.5	+1.45	-3.32	+4.49	+0.11	—	—
65	+25.4	+41.3	9.0	—	—	+5.53	+0.29	—	—
67	+34.6	+34.6	10.6	+0.19	+0.03	+6.17	+0.90	—	—
70	+35.4	-29.3	10.2	-0.71	-4.75	+8.12	+2.79	—	—
71	+37.8	-35.2	9.9	-1.22	-5.81	+6.98	+1.77	—	—
73	+41.1	+41.9	9.7	-1.18	-0.66	—	—	—	—

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
<b>Région 409.</b>									
$E = 1893.26; E' = 1911.26; T = 18.00.$									
$k_x = -0.65; p_x = +0.0092; r_x = +0.0197; k'_x = -0.15; p'_x = +0.0060; r'_x = -0.0270.$									
$k_y = -1.22; p_y = +0.0038; r_y = 0.0000; k'_y = -1.33; p'_y = +0.0059; r'_y = -0.0113.$									
4	-58.6	+27.2	—	-0.09	+1.06	+0.76	+1.17	0.45	-0.51
32	-38.5	-29.3	—	-0.81	-2.56	+1.10	+1.45	-2.27	-0.36
37	-31.8	-49.7	—	+2.37	-0.85	-24.37	-23.89	+0.30	-25.82
44	-21.2	+57.1	—	+2.48	+4.64	-4.32	+1.42	+2.78	-5.33
45	-21.2	+30.6	—	+0.24	+1.46	+1.10	-4.11	+0.17	+0.01
59]	-14.3	-18.7	—	+0.75	-0.84	-1.95	-1.78	-0.49	-3.31
60]									
67	-9.1	+33.2	—	-0.06	+1.06	-1.20	0.45	-0.09	1.98
77	+4.4	+32.2	—	-0.29	+0.94	0.52	0.60	-0.16	-1.65
103	+26.2	+7.9	—	0.62	-1.33	-0.31	-0.15	-1.20	-1.31
105	+33.8	+45.8	—	+0.14	+0.85	-4.70	-5.19	+0.18	-5.81
109	+37.4	-46.0	—	-3.67	-5.81	-0.56	-0.25	-4.69	-1.69
111	+42.8	+28.4	—	+1.00	+2.06	-1.11	-1.26	+1.35	-2.08
112	+42.6	+28.1	—	+1.86	+2.08	-1.12	-1.23	+1.79	-2.07
—	+3.3	+22.0	—	-0.81	-0.90	+10.33	+9.95	-1.32	+8.99
—	-41.3	+42.4	—	-0.68	+0.96	+0.04	+1.32	-0.72	-0.62

16	-46.8	+39.4	10.5	+0.36	+1.47	+1.31	+2.15	—	—
20	-43.7	+25.4	10.6	+0.37	+1.57	+0.93	+1.51	—	—
23	-40.7	-31.9	10.6	+1.67	-0.65	+1.30	+1.72	—	—
24	-42.9	-38.5	10.6	+1.92	-0.90	+1.36	+1.94	—	—
97	+24.2	+30.1	10.5	+0.24	+0.94	+1.40	+1.02	—	—
106	+34.5	-38.8	10.5	+0.81	-0.86	+1.34	+1.61	—	—
113	+41.6	+26.6	11.0	-0.53	+0.04	+0.77	+0.20	—	—
119	+48.4	-29.4	8.9	+0.95	-0.74	+1.41	+0.87	—	—

**Région 410.**

$E = 1893.27; E' = 1911.26; T = 18.00.$

$k_x = +1.32; p_x = +0.0170; r_x = +0.0014; k'_x = +0.69; p'_x = +0.0205; r'_x = +0.0486.$

$k_y = -3.14; p_y = -0.0062; r_y = +0.0348; k'_y = +0.87; p'_y = -0.0116; r'_y = -0.0157.$

7	-51.9	+61.4	—	-1.68	-3.49	+0.30	-0.60	-1.01	-1.33
18	-44.6	+19.2	—	-1.09	-1.00	-0.59	-2.19	-0.39	-2.27
20	-43.9	-11.8	—	-2.97	-1.72	+1.67	-0.87	-2.46	-0.21
38	-23.3	+21.4	—	-2.24	-2.54	+2.80	-0.17	-1.29	+0.21
39	-22.9	-0.2	—	-3.72	-2.77	+2.34	-0.25	-2.67	+0.13
52	-7.3	+1.0	—	-8.55	-7.73	-0.57	-4.32	-7.24	-3.52
56	-1.0	+34.3	—	-2.40	-3.32	+0.54	-3.33	-1.01	-2.83
60	-2.6	+8.2	—	-1.34	-1.54	+3.12	-0.54	-0.27	+0.10
69	+3.4	-25.4	—	+0.82	+2.78	-0.72	-5.24	+2.23	-3.92
75	+11.2	+62.5	—	-2.20	-5.04	+0.77	-3.03	-0.84	-2.93
88	+22.2	+29.3	—	+5.58	+1.82	+0.71	-3.94	+7.35	-3.20
93	+33.7	+52.9	—	-3.72	-6.05	+2.07	-3.44	1.93	2.61

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
102	+ 35.9	+ 61.0	—	- 1.06	- 3.61	+ 5.27	- 1.22	+ 0.87	0.00
111	+ 43.7	+ 7.3	—	- 2.03	- 1.83	+ 0.72	- 5.66	+ 0.07	- 4.08
112	+ 43.8	- 26.7	—	- 3.20	- 1.47	+ 1.56	- 4.64	- 1.18	- 2.85
114	+ 48.1	+ 1.2	—	- 4.23	- 3.52	+ 4.56	- 2.00	- 1.93	- 0.32
17	- 42.3	+ 42.7	10.5	—	—	+ 1.68	+ 0.11	—	—
21	- 36.8	+ 29.5	10.7	- 0.66	- 1.17	+ 2.32	+ 0.28	—	—
22	- 35.9	+ 28.3	10.4	- 1.10	- 1.72	—	—	—	—
27	- 34.9	- 30.2	9.0	- 1.15	+ 1.24	+ 1.42	- 0.97	—	—
28	- 31.7	- 37.5	10.5	- 0.01	+ 2.23	+ 2.09	- 0.56	—	—
94	+ 31.7	+ 34.6	10.5	- 2.26	- 3.09	+ 4.81	- 0.76	—	—
100	+ 32.2	- 40.7	10.5	- 2.44	- 0.22	+ 3.42	- 2.21	—	—
101	+ 32.7	- 43.7	10.5	- 1.46	+ 1.42	+ 4.62	- 1.48	—	—
106	+ 35.1	+ 37.6	9.7	- 1.36	- 2.98	+ 4.22	- 1.24	—	—

## Région 411.

$$E = 1893.19; E' = 1911.21; T = 18.02.$$

$$k_x = - 1.04; p_x = - 0.0035; r_x = - 0.0044; k'_x = - 1.09; p'_x = - 0.0070; r'_x = + 0.0695.$$

$$k_y = + 0.46; p_y = - 0.0078; r_y = + 0.0148; k'_y = + 0.68; p'_y = - 0.0039; r'_y = + 0.0143.$$

5	- 63.6	- 32.7	—	- 0.44	+ 2.15	- 5.21	- 5.70	- 0.94	- 3.76
11	- 57.6	- 39.9	—	- 6.65	- 3.84	- 0.21	- 0.57	- 7.30	+ 1.25
12	- 57.9	- 42.0	—	- 0.86	+ 2.75	- 0.53	- 0.34	- 1.18	+ 1.22
16	- 50.7	- 45.5	—	+ 1.29	+ 4.09	- 4.42	- 4.66	+ 0.41	2.96
17	- 46.6	- 53.5	—	+ 2.28	+ 6.17	- 0.88	- 0.41	+ 1.66	+ 0.92
20	- 40.0	+ 15.0	—	+ 2.17	- 0.20	- 2.13	- 3.62	+ 0.61	- 1.81
21	- 41.6	+ 7.5	—	- 0.97	- 2.28	- 0.40	- 0.25	- 2.22	+ 0.80
28	- 31.9	- 0.7	—	- 0.64	- 1.38	- 1.09	- 1.41	- 1.93	- 0.21
43	- 14.4	+ 61.0	—	+ 2.19	- 3.31	- 5.18	- 5.92	+ 0.43	- 5.13
44	- 14.4	+ 39.3	—	- 2.10	- 5.89	- 6.91	- 7.81	- 3.70	- 6.81
50	- 10.1	- 54.4	—	+ 1.45	+ 5.32	- 0.57	- 1.07	+ 0.60	+ 0.21
66	+ 6.2	+ 13.9	—	+ 4.97	+ 3.37	- 0.07	- 0.27	+ 3.53	+ 0.23
99	+ 62.2	+ 34.0	—	- 5.06	- 7.56	- 0.11	- 0.53	- 6.60	- 0.85
—	- 11.7	+ 15.0	—	- 4.44	- 6.16	- 2.47	- 2.61	- 5.82	- 1.89
18	- 42.4	+ 41.1	10.6	+ 1.01	- 1.73	- 1.30	- 1.94	—	—
19	- 43.2	+ 28.1	9.3	+ 0.37	- 2.40	- 0.42	- 0.98	—	—
25	- 36.1	- 41.6	10.4	+ 1.27	+ 4.10	- 1.49	- 1.11	—	—
35	- 27.3	- 36.4	10.2	+ 0.93	+ 3.96	- 0.90	- 0.83	—	—
86	+ 33.6	+ 46.8	9.9	+ 1.64	- 1.36	+ 0.55	+ 0.61	—	—
88	+ 37.4	+ 33.6	9.4	+ 1.73	- 0.65	+ 0.29	- 0.01	—	—
95	+ 45.0	- 18.9	10.6	+ 1.26	+ 2.74	- 0.02	- 0.40	—	—
98	+ 51.7	- 30.2	10.2	+ 0.25	+ 2.62	+ 0.09	- 0.38	—	—

N:o	<i>x</i> en mm	<i>y</i> en mm	Gr.	Diff. en <i>x</i> Unité 0.01 mm		Diff. en <i>y</i> Unité 0.01 mm		<i>A x</i>	<i>A y</i>
				<i>b</i> <sub>1</sub> - <i>a</i> <sub>1</sub>	<i>a</i> <sub>2</sub> - <i>b</i> <sub>2</sub>	<i>b</i> <sub>1</sub> - <i>a</i> <sub>1</sub>	<i>a</i> <sub>2</sub> - <i>b</i> <sub>2</sub>		
<b>Région 412.</b>									
<i>E</i> = 1893.22; <i>E'</i> = 1913.19; <i>T</i> = 19.97.									
<i>k</i> <sub><i>x</i></sub> = - 2.48; <i>p</i> <sub><i>x</i></sub> = + 0.0280; <i>r</i> <sub><i>x</i></sub> = + 0.0179; <i>k'</i> <sub><i>x</i></sub> = - 0.06; <i>p'</i> <sub><i>x</i></sub> = + 0.0395; <i>r'</i> <sub><i>x</i></sub> = + 0.0083.									
<i>k</i> <sub><i>y</i></sub> = - 0.32; <i>p</i> <sub><i>y</i></sub> = + 0.0215; <i>r</i> <sub><i>y</i></sub> = - 0.0100; <i>k'</i> <sub><i>y</i></sub> = + 0.86; <i>p'</i> <sub><i>y</i></sub> = + 0.0280; <i>r'</i> <sub><i>y</i></sub> = + 0.0362.									
11	- 51.5	- 48.7	—	+ 3.84	+ 1.03	+ 2.72	- 0.85	- 1.20	+ 0.67
14	- 46.8	- 9.1	—	+ 3.32	+ 0.92	+ 0.99	- 2.78	- 0.85	- 0.24
38	- 17.5	+ 13.8	—	- 0.98	- 3.36	- 1.36	- 3.82	- 3.85	- 1.75
41	- 15.2	- 59.3	—	+ 4.19	+ 1.56	- 3.31	- 5.33	+ 0.31	- 5.31
55	+ 0.5	+ 47.6	—	- 1.46	- 3.55	- 1.18	- 3.61	- 3.13	- 0.95
58	+ 3.0	- 11.9	—	+ 3.96	+ 1.37	- 1.33	- 2.41	+ 1.34	- 1.93
63	+ 9.4	+ 21.2	—	+ 4.05	+ 1.98	- 1.60	- 2.23	+ 2.34	- 1.24
99	+ 40.4	- 24.5	—	+ 0.88	- 2.74	- 0.18	+ 0.74	- 1.15	- 0.59
103	+ 50.9	- 22.2	—	+ 1.37	- 1.90	- 0.98	+ 0.29	- 0.10	- 1.29
—	+ 59.5	+ 52.5	—	+ 0.15	- 2.24	- 0.56	+ 1.19	+ 0.38	+ 1.11
18	- 38.4	+ 36.9	10.9	+ 3.06	+ 1.02	+ 0.29	- 3.44	—	—
19	- 39.8	+ 21.7	10.8	+ 4.10	+ 2.37	—	—	—	—
21	- 34.3	+ 49.3	10.3	—	—	- 0.27	- 2.81	—	—
24	- 32.8	- 39.2	10.0	+ 4.07	+ 2.16	+ 0.74	- 1.63	—	—
26	- 32.2	- 46.2	10.4	+ 3.20	+ 0.56	+ 1.86	- 0.56	—	—
80	+ 23.5	- 24.4	10.5	+ 2.37	- 0.66	+ 0.79	+ 0.87	—	—
81	+ 24.9	- 26.9	10.4	+ 3.21	- 0.04	+ 0.97	- 1.12	—	—
93	+ 35.4	+ 41.5	10.7	+ 0.37	- 2.11	- 1.21	- 0.85	—	—
94	+ 35.1	+ 30.0	9.9	+ 0.30	- 1.81	- 0.91	- 0.83	—	—
<b>Région 413.</b>									
<i>E</i> = 1893.28; <i>E'</i> = 1913.24; <i>T</i> = 19.96.									
<i>k</i> <sub><i>x</i></sub> = - 1.92; <i>p</i> <sub><i>x</i></sub> = + 0.0224; <i>r</i> <sub><i>x</i></sub> = + 0.0225; <i>k'</i> <sub><i>x</i></sub> = - 1.19; <i>p'</i> <sub><i>x</i></sub> = + 0.0300; <i>r'</i> <sub><i>x</i></sub> = + 0.0128.									
<i>k</i> <sub><i>y</i></sub> = + 0.48; <i>p</i> <sub><i>y</i></sub> = + 0.0083; <i>r</i> <sub><i>y</i></sub> = + 0.0157; <i>k'</i> <sub><i>y</i></sub> = + 2.59; <i>p'</i> <sub><i>y</i></sub> = + 0.0171; <i>r'</i> <sub><i>y</i></sub> = + 0.0467.									
3	- 62.6	- 26.3	—	+ 4.37	+ 3.41	- 3.50	- 6.31	+ 0.23	- 1.75
4	- 59.7	+ 61.7	—	- 6.53	- 5.66	- 6.49	- 10.79	- 8.12	- 4.45
11	- 49.5	+ 35.1	—	+ 4.54	+ 4.22	- 6.68	- 10.49	+ 2.14	- 5.06
13	- 49.1	- 27.6	—	+ 4.04	+ 2.92	- 1.77	- 5.03	+ 0.15	- 0.68
27	- 27.7	- 52.2	—	+ 3.78	+ 2.62	- 1.08	- 3.88	0.00	- 0.74
36	- 19.5	- 14.4	—	+ 2.69	+ 2.35	- 6.17	- 9.05	+ 0.20	- 5.65
40	- 10.7	- 32.0	—	+ 5.06	+ 4.26	- 1.72	- 3.54	+ 2.26	- 1.17
41	- 11.0	- 32.0	—	+ 5.22	+ 3.72	- 1.36	- 3.10	+ 2.06	- 0.76
44	- 9.0	+ 33.2	—	- 1.29	- 1.29	- 4.61	- 7.13	- 2.50	- 3.63
50	- 4.3	+ 61.0	—	- 1.83	- 1.20	- 2.10	- 5.14	- 2.11	- 1.17
65	+ 13.3	- 44.5	—	+ 4.06	+ 3.21	+ 0.29	- 1.41	+ 1.64	- 0.00
90	+ 43.5	- 30.9	—	+ 1.06	- 0.63	+ 0.26	+ 0.05	- 0.75	- 0.06
94	+ 48.4	+ 35.4	—	+ 4.44	+ 3.97	+ 0.13	- 1.20	+ 4.54	- 0.06
96	+ 49.6	- 18.3	—	+ 1.95	+ 1.34	+ 1.46	- 0.09	+ 1.06	+ 0.44
97	+ 47.9	- 35.0	—	+ 1.92	+ 0.55	- 2.61	- 3.60	+ 0.31	- 3.51
102	+ 60.6	+ 29.8	—	- 5.19	- 5.92	+ 0.03	- 0.35	- 4.99	- 0.13

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
20	-38.4	-41.6	9.6	+3.54	+2.81	-0.06	-2.68	—	—
23	-30.2	-48.3	9.4	+4.93	+3.31	-0.80	-3.49	—	—
25	-27.6	+32.3	10.6	+0.89	+0.74	-1.07	-4.71	—	—
29	-23.7	+41.1	9.0	+1.38	+1.71	-1.72	-4.77	—	—
78	+32.7	-32.2	10.7	+1.46	+0.23	+0.33	-0.93	—	—
79	+38.6	+23.5	10.1	+1.12	+0.21	-0.03	-0.94	—	—
81	+37.5	-36.5	10.3	+1.29	+0.40	-0.04	-0.45	—	—
83	+40.6	+37.3	10.2	+0.66	-0.44	+0.24	-0.92	—	—

## Région 414.

$$E = 1893.19; E' = 1911.22; T = 18.02.$$

$$k_x = 0.55; p_x = +0.0027; r_x = +0.0433; k'_x = -0.10; p'_x = -0.0074; r'_x = -0.0212.$$

$$k_y = 1.33; p_y = -0.0021; r_y = -0.0433; k'_y = +0.18; p'_y = -0.0027; r'_y = +0.0174.$$

29	-21.0	-25.5	—	-2.22	-4.53	-0.03	-2.45	-3.93	-2.01
34	-19.9	-37.0	—	-0.09	-3.54	-0.65	-3.34	-2.50	-2.71
53	+8.9	+60.7	—	-2.96	+0.80	+0.79	-0.35	-0.76	-0.41
54	+9.1	+57.3	—	+0.14	+3.76	+1.90	+0.35	+2.23	+0.49
61	+11.5	-33.6	—	+3.50	+0.81	+0.10	-0.68	+1.42	-0.57
78	+31.0	-38.0	—	+0.17	-2.62	-2.70	-2.34	-2.01	-2.58
2	-55.1	+40.3	8.8	-0.80	+0.44	+3.83	-1.59	—	—
8	-51.1	-36.3	9.4	+1.69	-1.81	+3.92	-0.40	—	—
14	-42.6	-29.9	10.2	+2.14	-0.08	+2.89	-0.98	—	—
15	-38.2	+38.8	9.6	-1.19	+0.73	+2.80	-0.97	—	—
75	+34.4	+40.0	10.3	-1.60	+0.92	-0.34	+0.76	—	—
80	+38.1	+27.0	9.9	-0.48	+1.24	+0.24	+1.11	—	—
81	+35.0	-34.3	10.5	+1.87	-0.26	-0.73	-0.27	—	—
82	+36.5	-35.7	10.5	+2.15	-0.51	-0.08	+0.19	—	—

## Région 415.

$$E = 1893.19; E' = 1911.22; T = 18.02.$$

$$k_x = +2.64; p_x = -0.0016; r_x = +0.0251; k'_x = +1.28; p'_x = -0.0003; r'_x = +0.0135.$$

$$k_y = +0.77; p_y = +0.0094; r_y = +0.0078; k'_y = +1.53; p'_y = +0.0006; r'_y = +0.0245.$$

5	-51.8	+48.8	—	-2.64	-0.94	-3.31	-4.05	+1.16	-1.45
40	-14.5	+35.7	—	-5.44	-3.30	-1.67	-2.71	-1.71	-0.62
47	-4.0	+37.9	—	-3.69	-1.97	-2.39	-3.15	-0.13	-1.36
51	+5.6	-26.3	—	-7.88	-6.76	-1.48	-2.56	-5.87	-1.09
55	+8.9	-59.5	—	2.11	-1.47	+0.02	1.19	-1.13	+0.12
56	+9.1	-62.9	—	+1.57	+1.82	+0.07	-0.76	+2.43	+0.34
59	+14.6	+0.7	—	-3.08	-1.87	-2.72	-3.31	-0.51	-2.09
65	+17.7	-28.1	—	-5.78	-3.89	-2.12	-3.01	-3.44	-1.84
80	+42.9	+60.2	—	-2.21	-0.61	-2.63	-2.59	+1.67	-1.84
86	+50.6	+48.6	—	-2.53	-0.56	-0.17	-0.05	+1.30	+0.47
87	+52.1	+25.0	—	-3.65	-1.69	-1.08	-0.79	-0.27	-0.50

N:o	<i>x</i> en mm	<i>y</i> en mm	Gr.	Diff. en <i>x</i> Unité 0.01 mm		Diff. en <i>y</i> Unité 0.01 mm		<i>A</i> <i>x</i>	<i>A</i> <i>y</i>
				<i>b</i> <sub>1</sub> - <i>a</i> <sub>1</sub>	<i>a</i> <sub>2</sub> - <i>b</i> <sub>2</sub>	<i>b</i> <sub>1</sub> - <i>a</i> <sub>1</sub>	<i>a</i> <sub>2</sub> - <i>b</i> <sub>2</sub>		
13	- 47.2	- 39.2	9.5	- 1.36	0.59	- 0.52	- 2.94	—	—
16	- 44.9	+ 41.8	9.9	- 4.14	- 2.20	- 1.34	- 2.47	—	—
23	- 31.4	+ 36.0	10.8	- 3.90	- 1.74	- 1.40	- 2.10	—	—
26	- 32.6	- 42.8	9.7	- 1.29	- 0.60	- 1.01	- 2.42	—	—
71	+ 34.1	+ 34.5	10.4	- 3.17	- 1.50	- 1.03	- 0.78	—	—
74	+ 30.5	- 29.9	10.7	- 1.69	- 0.70	+ 0.13	- 0.51	—	—
75	+ 31.4	- 40.6	10.7	- 2.40	- 1.19	- 0.39	- 0.60	—	—
85	+ 49.1	+ 55.7	9.2	- 3.54	- 1.97	- 0.85	- 0.69	—	—

Région 416.

$E = 1893.26; E' = 1911.26; T = 18.00.$

$k_x = - 0.31; p_x = + 0.0133; r_x = - 0.0168; k'_x = + 0.25; p'_x = + 0.0156; r'_x = + 0.0513.$

$k_y = - 2.14; p_y = + 0.0003; r_y = + 0.0441; k'_y = + 1.69; p'_y = + 0.0015; r'_y = + 0.0037.$

1	- 63.9	+ 28.8	—	+ 3.04	+ 0.04	- 2.31	- 3.31	+ 1.08	- 1.48
7	- 53.1	- 11.8	—	- 1.97	- 2.37	- 0.62	- 2.79	- 3.17	- 0.67
13	- 40.1	+ 15.9	—	+ 1.30	+ 0.53	+ 0.24	- 2.41	+ 0.58	- 0.34
15	- 44.6	- 38.1	—	+ 1.48	+ 3.78	+ 0.03	- 2.49	+ 1.29	- 0.42
40	- 9.7	+ 28.9	—	+ 0.57	- 1.42	+ 2.07	- 1.72	- 0.10	+ 0.21
41	- 5.3	+ 24.8	—	+ 0.83	- 1.03	- 1.04	- 4.71	+ 0.22	- 2.95
44	- 3.3	+ 41.5	—	+ 2.26	- 1.13	+ 2.75	- 1.02	+ 1.20	+ 0.75
57	+ 5.9	- 7.8	—	- 0.48	- 0.95	+ 2.45	- 1.64	- 0.79	+ 0.03
63	+ 19.5	+ 25.9	—	- 0.97	- 2.80	+ 3.82	- 1.35	- 1.19	+ 0.57
65	+ 15.8	- 17.5	—	- 0.78	- 0.39	+ 1.75	- 2.85	- 0.69	- 1.17
82	+ 43.2	- 60.1	—	- 0.59	+ 2.80	+ 1.52	- 3.56	+ 0.66	- 2.33
89	+ 59.2	- 21.6	—	- 0.61	+ 0.20	+ 3.88	- 1.39	+ 0.25	- 0.41
90	+ 57.6	- 25.0	—	- 2.54	- 1.85	+ 4.20	- 1.02	- 1.82	- 0.03
93	+ 63.5	- 18.2	—	- 1.17	- 0.27	+ 6.05	+ 0.25	- 0.14	+ 1.39
—	+ 43.2	+ 11.3	—	+ 0.03	- 1.04	+ 3.77	- 2.05	+ 0.28	- 0.39

10	- 46.6	- 30.7	10.4	+ 0.85	+ 2.44	+ 0.64	- 1.86	—	—
12	- 42.4	+ 36.1	9.2	+ 1.28	- 1.57	- 0.62	- 2.79	—	—
19	- 38.8	- 27.5	10.8	0.00	+ 1.42	+ 0.89	- 1.24	—	—
25	- 23.3	+ 36.0	9.9	+ 1.35	- 1.64	+ 1.01	- 1.46	—	—
70	+ 25.6	+ 48.4	9.0	+ 0.85	- 2.98	+ 3.61	- 1.68	—	—
76	+ 37.4	+ 46.7	8.9	+ 0.58	- 3.33	+ 4.41	- 1.11	—	—
77	+ 36.4	- 32.9	10.3	- 0.91	+ 0.19	+ 3.01	- 1.83	—	—
80	+ 43.7	- 41.7	8.9	- 0.86	+ 1.85	+ 3.85	- 1.66	—	—

Région 417.

$E = 1893.28; E' = 1913.24; T = 19.96.$

$k_x = - 2.26; p_x = + 0.0199; r_x = + 0.0197; k'_x = + 0.17; p'_x = + 0.0365; r'_x = + 0.0444.$

$k_y = - 2.54; p_y = + 0.0123; r_y = + 0.0304; k'_y = + 0.19; p'_y = + 0.0228; r'_y = + 0.0052.$

2	- 61.0	+ 7.6	—	+ 3.12	+ 0.56	- 4.33	- 4.58	- 0.68	- 4.41
3	- 61.9	- 26.4	—	+ 1.72	+ 0.02	- 1.18	- 1.67	- 2.76	- 1.96
6	- 56.7	+ 1.4	—	+ 0.37	- 0.96	+ 0.55	+ 0.14	- 2.89	+ 0.20

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$I_x$	$I_y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
16	-37.0	+41.6	—	-0.94	-3.95	-1.54	-3.88	-3.20	-2.50
25	-25.2	+29.0	—	+0.37	-2.53	+1.07	-0.92	-1.90	-0.14
30	-22.9	+15.7	—	+2.67	-0.34	+2.29	+0.52	-0.02	-0.61
31	-22.0	+14.4	—	-0.75	-3.74	+1.00	-1.25	-3.45	+0.87
55	-4.5	-25.2	—	+6.72	+5.24	+1.37	-0.49	+4.00	-1.09
59	+9.1	+22.8	—	+0.44	-2.76	+0.11	-3.35	-1.22	-2.56
60	+9.1	+22.8	—	+0.44	-2.76	+0.11	-3.35	-1.22	-2.56
63	+7.6	-30.9	—	-2.29	-4.13	+2.70	-0.01	-5.03	-0.50
73	+16.1	+16.9	—	-2.23	-5.20	+1.24	-1.80	-3.76	-1.44
88	+36.8	-42.2	—	-0.77	-2.99	+1.91	-1.23	-3.24	-2.23
99	+49.0	-27.1	—	-0.26	-2.45	+4.50	+0.94	-1.88	+0.20
107	+57.5	+30.1	—	+1.13	-2.33	+2.73	-1.40	+0.94	-1.00
17	-40.0	+27.6	10.4	+2.34	-0.18	+0.78	-1.14	—	—
20	-39.8	-27.3	10.6	+3.26	+2.40	+2.03	+0.67	—	—
23	-31.1	-23.9	10.8	+3.76	+2.12	+1.93	+0.40	—	—
26	-26.8	+25.5	9.1	+2.38	-0.08	+1.22	-1.14	—	—
87	+35.5	-36.7	8.8	+1.85	+0.35	+4.12	+0.78	—	—
90	+41.9	+42.7	9.7	+1.19	-3.14	+3.24	-0.71	—	—
93	+42.1	-37.8	9.6	+2.51	-0.22	+3.83	+0.30	—	—
97	+47.3	+26.2	9.7	+0.27	-3.52	+4.11	-0.13	—	—

**Région 418.**

$E = 1893.19; E' = 1911.21; T = 18.02.$

$k_x = +0.68; p_x = -0.0014; r_x = +0.0165; k'_x = -0.02; p'_x = +0.0049; r'_x = +0.0431.$   
 $k_y = -0.29; p_y = +0.0004; r_y = +0.0120; k'_y = +3.08; p'_y = +0.0042; r'_y = -0.0098.$

3	-50.4	+34.1	—	-8.43	-7.88	-0.41	-2.60	-6.90	+0.02
7	-47.6	+0.9	—	-2.28	-2.25	+0.92	-1.70	-1.99	+1.05
8	-47.4	-2.5	—	+1.12	+0.96	+1.41	-1.07	+1.21	+1.61
10	-41.1	+61.0	—	-4.30	-4.74	-2.03	-4.88	-2.44	-1.87
15	-38.4	+32.1	—	6.02	-6.44	-1.02	-2.18	-5.01	-0.59
40	-3.9	+6.3	—	-2.46	-2.08	+0.19	-3.52	-1.76	-0.25
49	+8.8	+17.3	—	+1.03	+1.40	+0.44	-3.49	+2.08	-0.10
55	+14.6	+4.0	—	+1.65	+2.22	+0.47	-4.55	+2.41	-0.65
57	+13.5	-54.6	—	+0.30	+2.25	+0.06	-3.87	0.00	-0.65
70	+33.1	+48.4	—	-3.79	-3.50	-1.81	-6.34	-1.81	-2.61
78	+42.2	+19.4	—	-3.45	-3.94	-0.21	-4.67	-2.71	-1.04
83	+52.6	+32.3	—	-2.20	-2.03	+0.16	-4.40	-0.73	-0.70
84	+52.6	+15.5	—	-0.32	-0.12	+1.02	-3.39	+0.66	+0.19
89	+57.5	+35.1	—	-4.44	-4.37	+0.23	-4.70	-2.93	-0.82
90	+59.0	+31.2	—	-3.53	-3.75	+0.60	-3.88	-2.28	-0.24
91	+58.8	+25.2	—	-3.30	-3.39	+0.59	-4.16	-2.15	-0.39
92	+57.5	+12.4	—	-1.77	-1.24	+0.93	-4.04	-0.71	-0.20
95	+56.8	-55.6	—	-2.01	-0.51	-1.51	-6.28	-2.49	-2.68

6	-49.9	+50.1	10.2	-2.98	-2.74	—	—	—	—
9	-48.5	-40.1	9.9	+0.46	+2.02	—	—	—	—
11	-40.6	+40.5	8.6	—	—	-0.98	-3.38	—	—

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
18	-32.4	-32.0	9.6	—	—	+0.11	-2.41	—	—
19	-25.5	+30.1	10.8	—	—	+0.66	-2.24	—	—
25	-23.3	-45.6	9.2	+0.56	+2.84	—	—	—	—
26	-16.1	+36.7	9.0	-0.95	-1.42	—	—	—	—
31	-18.9	-33.2	10.0	—	—	-0.04	-3.20	—	—
63	+24.3	+39.9	11.0	—	—	+1.01	-3.33	—	—
67	+26.6	+47.4	8.4	—	—	+0.22	-3.90	—	—
74	+34.3	-41.5	9.5	—	—	+0.29	-3.11	—	—
76	+39.9	-52.8	9.9	+0.07	+2.08	—	—	—	—
77	+44.1	+48.3	10.3	-0.92	-1.56	—	—	—	—
82	+45.7	-27.9	10.1	-1.02	+0.25	—	—	—	—
85	+54.4	-38.4	9.2	—	—	+1.31	-3.39	—	—
88	+58.2	+39.5	9.5	-0.67	-1.88	—	—	—	—

Région 419.

$E = 1893.22; E' = 1913.19; T = 19.97.$

$k_x = -1.79; p_x = +0.0245; r_x = -0.0099; k'_x = +0.71; p'_x = +0.0287; r'_x = -0.0337.$

$k_y = -0.45; p_y = +0.0184; r_y = +0.0349; k'_y = -0.69; p'_y = +0.0230; r'_y = +0.0119.$

3	-59.6	-21.9	—	+2.28	-0.62	-2.60	-0.78	-0.81	-1.31
7	-49.0	+52.6	—	+2.29	+1.49	-3.13	-2.11	-1.09	-0.95
12	-41.6	-59.4	—	+1.92	-1.67	-0.49	+1.01	-0.22	-0.56
35	-12.4	-0.2	—	+3.86	+0.84	-3.04	-2.11	+1.48	-2.85
41	-4.9	-12.0	—	+2.30	-0.32	+1.02	+0.88	+0.58	+0.24
42	-3.7	-35.6	—	+0.77	-2.49	+0.41	+0.85	-0.72	-0.59
44	+4.2	+38.0	—	+2.10	+0.61	-1.48	-1.42	+0.09	-1.33
45	+2.5	+34.6	—	+0.30	-1.09	-0.37	-0.28	-1.62	-0.23
52	+8.5	+41.3	—	+0.83	-0.65	+1.01	+1.02	-1.12	+1.10
62	+14.6	-32.4	—	-1.92	-5.17	-0.80	-0.66	-2.99	-2.31
63	+11.4	-46.5	—	+0.39	-3.93	+2.94	+2.89	-0.99	+1.11
74	+43.7	+10.1	—	+0.83	-2.11	+1.25	+1.00	-0.24	-0.26
76	+43.2	-48.8	—	+0.73	-4.01	+1.32	+0.71	+0.03	-1.57
80	+51.0	-52.6	—	-0.17	-4.64	+4.02	+3.99	-0.44	+1.15
81	+57.2	+62.9	—	+1.60	+0.55	+1.00	-0.36	+0.68	-0.28
82	+57.4	+62.9	—	+2.37	+0.68	+1.40	-0.91	+1.14	-0.36
89	+61.5	-35.2	—	+1.74	-2.66	+1.66	+0.38	+1.41	-1.72

11	-43.9	-35.4	10.6	+2.70	-0.63	-1.16	+0.48	—	—
13	-36.0	+20.1	9.7	+2.86	+1.46	-0.62	+0.20	—	—
16	-33.8	+41.2	9.3	+2.86	+1.02	-2.06	-0.75	—	—
18	-33.5	-41.8	10.4	+2.17	-1.01	+0.41	+1.45	—	—
65	+24.2	-17.9	9.2	+0.61	-2.33	+1.34	+1.37	—	—
66	+25.0	-30.5	7.1	+1.12	-2.31	+2.15	+2.03	—	—
71	+39.2	+26.9	10.7	+1.22	-1.07	+0.99	+0.02	—	—
73	+43.4	+49.8	9.6	+1.27	+0.02	+1.01	+0.27	—	—

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
<b>Région 420.</b>									
$E = 1894.30; E' = 1913.28; T = 18.98.$									
$k_x = -0.01; p_x = +0.0471; r_x = +0.0272; k'_x = +0.16; p'_x = +0.0436; r'_x = +0.0244.$									
$k_y = -1.60; p_y = +0.0248; r_y = +0.0086; k'_y = -0.37; p'_y = +0.0257; r'_y = -0.0134.$									
9	-62.8	-30.7	—	+3.54	+1.91	+2.27	+2.74	-0.84	+0.59
13	-55.8	+35.4	—	+5.04	+5.35	-0.43	-0.52	+3.65	-0.70
15	-56.3	-18.3	—	+3.58	+3.98	+2.07	+1.84	+0.83	+0.37
16	-58.5	-34.9	—	+3.99	+4.11	-1.27	-0.86	+0.57	-3.07
29	-43.8	+29.4	—	-3.59	-3.37	+0.33	-0.35	-4.63	-0.35
41	-33.7	-34.2	—	+1.52	+0.74	+2.93	+1.81	-1.20	+0.44
56	-14.8	+17.6	—	-1.75	-1.48	+0.19	-1.05	-1.76	-1.00
69	-2.4	+32.6	—	-0.62	-0.13	+1.90	+0.58	+0.44	+1.07
82	+4.7	-45.4	—	+3.20	+2.64	+2.77	+0.87	+2.03	-0.30
90	+14.5	+3.7	—	-7.58	-7.59	-1.47	-2.24	-6.76	-2.71
104	+24.5	-4.0	—	+1.33	+2.30	+2.28	-0.11	+2.89	+0.06
125	+49.2	+33.7	—	-3.13	-2.91	+0.72	-1.83	+0.16	-0.56
128	+49.4	-31.8	—	+0.33	+0.62	-0.47	-2.91	+1.97	-3.37
134	+55.4	-56.2	—	-1.62	-2.13	+6.99	+3.74	-0.73	+3.09
138	+63.5	+45.4	—	-4.15	-4.08	-4.43	-7.55	+0.01	-5.67
—	-10.2	-49.1	—	+3.54	+2.27	+2.46	+2.20	+1.25	+0.08

28	-41.8	+39.5	9.3	+0.87	+0.96	+0.45	+0.45	—	—
30	-42.7	+27.5	10.4	+1.07	+0.68	+0.53	-0.04	—	—
32	-41.1	-34.2	10.5	+3.34	+2.64	+1.85	+1.35	—	—
33	-42.1	-49.7	10.5	+3.15	+2.80	+2.56	+2.39	—	—
118	+38.2	-49.1	10.2	-1.07	-0.68	+3.92	+0.32	—	—
124	+48.7	+44.6	9.9	-2.78	-3.03	+0.44	-2.21	—	—
129	+47.0	-41.9	9.8	-0.69	-1.22	+2.44	+1.88	—	—
130	+50.2	+27.8	10.0	-3.57	-3.29	+1.66	-0.52	—	—

**Région 421.**

$$E = 1893.28; E' = 1913.24; T = 19.96.$$

$$k_x = -0.90; p_x = +0.0268; r_x = +0.0260; k'_x = -3.99; p'_x = +0.0276; r'_x = +0.0327.$$

$$k_y = -1.18; p_y = +0.0031; r_y = -0.0344; k'_y = +4.20; p'_y = +0.0066; r'_y = +0.0595.$$

10	-44.5	+5.0	—	+0.11	+2.71	+1.69	-7.33	-2.10	-0.72
13	-36.3	-15.8	—	-1.24	+1.63	+2.29	-7.02	-3.70	-0.47
15	-35.2	-54.8	—	+0.71	+3.73	+2.54	-6.25	-2.78	-0.17
34	-9.4	-54.3	—	+4.53	+7.66	+3.10	-3.30	+1.80	+1.26
36	-1.2	+3.7	—	-2.17	+0.90	+0.44	-4.70	-3.00	-0.59
37	-0.4	-28.3	—	+2.67	+5.84	+0.17	-5.52	+0.96	-1.30
52	+13.6	-16.4	—	-0.07	+2.77	-0.58	-4.46	-1.21	-1.26
53	+19.5	-52.1	—	-4.03	-1.06	-0.08	3.32	-5.98	-0.68
56	+27.6	+49.7	—	-4.87	-2.33	+0.75	-2.29	-3.83	+0.63
67	+36.4	+51.0	—	-1.85	+1.46	-0.31	-2.66	-0.15	-0.18
68	+38.6	+50.2	—	-3.99	-0.62	-0.86	-2.15	-2.22	-0.23
71	+39.7	-22.1	—	-3.20	+0.41	-3.44	-4.78	-3.40	-3.20

N:o	<i>x</i> en mm	<i>y</i> en mm	Gr.	Diff. en <i>x</i> Unité 0.01 mm		Diff. en <i>y</i> Unité 0.01 mm		<i>A<sub>x</sub></i>	<i>A<sub>y</sub></i>
				<i>b</i> <sub>1</sub> - <i>a</i> <sub>1</sub>	<i>a</i> <sub>2</sub> - <i>b</i> <sub>2</sub>	<i>b</i> <sub>1</sub> - <i>a</i> <sub>1</sub>	<i>a</i> <sub>2</sub> - <i>b</i> <sub>2</sub>		
77	+ 45.5	- 4.7	---	- 1.83	+ 1.79	- 2.44	- 3.84	- 1.36	- 2.20
81	+ 53.3	+ 24.6	---	- 2.35	+ 1.44	- 2.97	- 2.90	- 0.74	- 1.97
—	- 1.5	+ 3.5	---	- 1.62	+ 1.82	+ 0.88	- 4.13	- 2.28	- 0.03
—	+ 53.1	+ 23.2	---	- 0.76	+ 2.73	- 2.67	- 3.77	+ 0.66	- 2.26
8	- 41.2	+ 38.6	10.6	+ 0.97	+ 4.50	+ 2.73	- 6.42	---	---
14	- 37.6	- 29.5	8.8	+ 2.91	+ 5.92	+ 2.94	- 5.59	---	---
16	- 30.7	+ 43.8	10.7	+ 0.49	+ 3.10	+ 1.80	- 6.62	---	---
20	- 27.0	- 31.2	9.4	+ 2.34	+ 5.52	+ 1.87	- 6.46	---	---
61	+ 30.1	+ 31.6	10.6	- 0.52	+ 1.93	+ 0.26	- 2.53	---	---
62	+ 31.1	+ 25.6	9.0	- 0.66	+ 2.17	- 0.14	- 2.80	---	---
72	+ 41.4	- 34.3	9.4	+ 1.08	+ 4.62	- 0.76	- 1.77	---	---
73	+ 43.8	- 42.0	9.7	+ 0.29	+ 3.83	+ 0.38	- 0.87	---	---

Région 422.

$E = 1893.22; E' = 1913.19; T = 19.97.$

$k_x = - 1.00; p_x = + 0.0253; r_x = + 0.0178; k'_x = - 1.76; p'_x = + 0.0341; r'_x = + 0.0326.$

$k_y = + 0.07; p_y = + 0.0243; r_y = + 0.0196; k'_y = - 0.60; p'_y = + 0.0392; r'_y = + 0.0106.$

11	- 48.2	- 42.6	---	+ 4.56	+ 6.68	- 0.45	+ 1.19	+ 1.73	- 0.52
12	- 40.8	+ 27.9	---	- 0.86	- 0.11	- 5.70	- 4.24	- 2.37	- 3.74
13	- 44.2	+ 13.9	---	+ 1.61	+ 2.54	1.91	- 0.96	- 0.27	- 0.59
14	- 42.6	- 56.0	---	+ 6.76	+ 8.69	- 0.59	+ 1.28	+ 3.66	- 1.06
27	- 23.4	- 11.8	---	- 1.38	+ 0.05	- 3.42	- 2.22	- 3.03	- 3.10
30	- 12.5	+ 11.0	---	+ 1.16	+ 2.34	- 3.11	- 3.69	+ 0.27	- 3.12
32	- 14.8	- 41.0	---	- 0.80	+ 0.38	- 0.50	+ 0.48	- 3.06	- 1.35
36	- 4.7	+ 7.1	---	+ 1.22	+ 2.00	- 1.00	+ 0.05	+ 0.27	- 0.44
39	- 4.2	- 28.3	---	+ 1.63	+ 2.80	- 0.83	+ 0.08	0.00	- 1.48
40	- 4.5	- 45.1	---	+ 3.64	+ 4.90	+ 0.31	+ 1.35	+ 1.62	0.80
46	+ 0.8	- 25.6	---	- 1.30	+ 0.19	- 0.92	+ 0.23	- 2.55	- 1.43
47	+ 2.2	- 29.5	---	- 0.27	+ 0.97	- 0.82	+ 0.24	- 1.70	- 1.52
48	+ 1.9	- 35.5	---	+ 0.05	+ 1.18	- 0.41	+ 0.46	- 1.60	- 1.39
49	+ 0.4	- 48.3	---	+ 2.51	+ 3.65	+ 1.04	+ 2.06	+ 0.49	- 0.25
53	+ 6.1	+ 24.3	---	+ 2.54	+ 2.85	- 3.05	- 2.55	+ 2.10	- 2.38
56	+ 13.0	- 52.6	---	+ 3.55	+ 4.51	+ 0.51	+ 2.09	+ 1.71	- 0.83
75	+ 38.4	- 4.0	---	- 0.73	- 0.58	- 2.00	- 1.47	- 0.99	- 2.71
87	+ 55.8	- 50.7	---	+ 1.60	+ 1.08	+ 1.46	+ 2.03	+ 0.34	- 0.97
90	+ 60.8	+ 13.8	---	+ 0.84	+ 0.69	- 0.66	- 0.70	+ 1.54	- 1.42
—	- 61.5	- 53.5	---	+ 4.49	+ 6.32	+ 2.41	+ 2.95	+ 0.85	+ 1.64
—	- 60.0	+ 48.5	---	+ 3.49	+ 5.74	- 3.85	- 3.96	+ 2.67	- 1.72
—	+ 7.3	+ 12.7	---	- 7.04	- 7.06	- 14.26	- 13.44	- 7.89	- 13.81
17	- 30.9	+ 42.2	9.2	+ 0.91	+ 0.89	- 2.46	- 1.96	---	---
18	- 30.3	+ 29.6	7.0	+ 1.37	+ 2.47	- 1.90	- 1.15	---	---
21	- 32.3	- 20.3	10.8	+ 1.71	+ 3.22	+ 0.16	+ 1.20	---	---
22	- 33.7	- 47.3	10.2	+ 3.15	+ 4.67	+ 1.33	+ 2.82	---	---
66	+ 25.4	- 32.7	10.5	+ 1.21	+ 2.34	+ 0.68	+ 1.68	---	---
73	+ 35.6	+ 44.1	10.4	- 0.54	- 1.13	- 0.05	- 0.51	---	---
76	+ 38.5	- 24.0	9.4	+ 0.18	+ 0.95	+ 0.54	+ 1.58	---	---
78	+ 44.3	+ 41.5	10.5	- 1.02	- 0.96	+ 0.64	+ 0.07	---	---

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
<b>Région 423.</b>									
$E = 1893.28; E' = 1913.24; T = 19.96.$									
$k_x = -0.60; p_x = +0.0346; r_x = +0.0224; k'_x = +0.18; p'_x = +0.0314; r'_x = -0.0155.$									
$k_y = -0.62; p_y = +0.0151; r_y = +0.0117; k'_y = +1.06; p'_y = +0.0141; r'_y = +0.0152.$									
8	-50.2	-21.9	—	+3.00	+1.19	-1.02	-2.03	+0.15	-0.95
9	-51.9	-25.2	—	+1.14	-0.49	+0.47	-0.56	-1.68	+0.50
12	-45.8	-18.7	—	+1.41	+0.14	+1.68	+0.56	-1.01	+1.69
26	-29.6	+56.0	—	+1.36	+2.15	-0.78	-2.47	+0.76	-0.18
40	-11.2	-50.5	—	+3.68	+0.14	+1.50	+0.12	+1.15	+0.44
42	-5.3	+27.9	—	+2.53	+2.71	-3.23	-4.73	+2.33	-3.28
49	+0.3	+3.3	—	+0.31	-0.89	+0.31	-1.15	-0.48	-0.15
50	+3.3	+2.1	—	+1.47	+0.31	+0.16	-0.86	+0.79	-0.14
51	+3.5	+2.0	—	+1.10	-0.01	+0.14	-1.21	+0.45	-0.33
69	+30.3	+42.9	—	-5.68	-5.60	-1.41	-3.18	-4.70	-1.85
74	+35.9	-15.0	—	-0.23	-2.02	+1.40	+0.04	-0.20	+0.23
79	+49.2	-8.6	—	+1.74	+0.55	+2.78	+1.71	+2.52	+1.67
82	+60.0	-51.5	—	+0.53	-3.02	-1.26	-2.65	+0.35	-3.29

5	-52.5	+40.3	10.3	+1.17	+1.93	-0.47	-2.27	—	—
15	-43.8	+37.9	10.6	+1.14	+1.44	-0.42	-2.34	—	—
17	-40.6	-39.0	10.6	+3.12	+0.76	+0.27	-1.12	—	—
28	-26.8	-45.2	10.7	+2.76	+0.18	+1.27	-0.90	—	—
68	+25.5	-46.9	10.1	+0.42	-1.76	+1.57	-0.33	—	—
71	+32.9	-41.0	9.4	+0.25	-2.29	+1.86	+0.42	—	—
76	+44.9	+37.4	9.0	-1.79	-1.17	-0.08	-1.59	—	—
78	+46.0	+27.5	10.4	-1.15	-0.55	+1.22	-0.12	—	—

**Région 424.**

$$E = 1893.28; E' = 1913.24; T = 19.96.$$

$$k_x = -0.98; p_x = +0.0317; r_x = -0.0244; k'_x = +1.30; p'_x = +0.0344; r'_x = +0.0064.$$

$$k_y = -1.29; p_y = +0.0106; r_y = +0.0446; k'_y = +0.46; p'_y = +0.0187; r'_y = +0.0265.$$

9	-55.8	-26.0	—	+1.36	-0.71	+0.53	-0.14	-1.13	+1.38
17	-45.5	+30.9	—	+2.28	-0.85	-2.23	-4.28	-0.90	-1.59
21	-43.3	+22.7	—	+5.06	+1.81	-1.12	-3.02	+1.96	-0.61
27	-39.4	-55.2	—	-8.56	-9.35	-1.26	-2.56	-9.60	-1.73
39	-24.6	+11.6	—	+0.20	-3.29	-0.48	-1.76	-2.30	-0.49
41	-12.5	+39.4	—	+0.78	-2.98	-0.18	-2.21	-1.71	-0.58
51	-4.2	-25.7	—	+1.15	-0.35	+0.85	-0.82	+0.66	-0.62
57	+6.9	+23.3	—	-2.04	-5.45	-0.33	-2.65	-3.56	-1.80
58	+8.2	+6.4	—	+0.65	-2.02	+1.75	-0.05	-0.31	+0.23
67	+10.3	-14.2	—	+1.88	-0.11	-4.48	-7.09	+1.51	-6.77
69	+16.7	+32.4	—	-6.03	-9.87	-2.18	-5.05	-7.53	-4.14
80	+31.3	+47.6	—	-5.14	-9.12	+0.65	-1.96	-6.36	-1.49
85	+43.8	-29.4	—	+1.16	-0.46	+3.42	+0.99	+2.22	-0.19
87	+49.8	+13.8	—	-1.39	-3.78	+3.56	+0.76	-0.90	+0.18
91	+53.9	+26.4	—	+0.29	-2.54	+1.91	-1.08	+0.58	-1.53

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
—	+ 44.5	- 23.3	—	- 4.05	- 5.21	+ 3.39	+ 0.85	- 2.79	- 0.22
—	+ 55.9	- 40.4	—	- 4.93	- 6.38	+ 3.64	+ 1.42	- 3.28	- 0.46
19	- 44.4	+ 43.3	10.5	+ 2.79	- 0.79	- 0.64	- 2.62	—	—
20	- 43.7	+ 35.2	9.1	+ 2.98	- 0.30	- 1.37	- 2.53	—	—
30	- 32.0	- 34.2	9.3	+ 1.60	+ 0.78	+ 0.28	- 0.60	—	—
31	- 31.2	- 40.3	10.3	+ 1.45	+ 0.27	+ 0.10	- 0.18	—	—
72	+ 21.2	+ 31.1	10.6	+ 0.96	- 2.57	+ 1.69	- 0.42	—	—
78	+ 29.3	- 29.9	9.6	- 0.91	- 2.86	+ 2.95	+ 0.61	—	—
83	+ 39.9	+ 46.5	10.5	+ 1.86	- 1.62	+ 2.62	+ 0.09	—	—
—	+ 44.3	- 41.3	11	- 2.11	- 2.84	+ 3.83	+ 1.34	—	—

### Région 425.

$E = 1893.28; E' = 1912.29; T = 19.01.$

$k_x = - 0.04; p_x = - 0.0057; r_x = - 0.0248; k'_x = + 1.56; p'_x = + 0.0055; r'_x = - 0.0217.$

$k_y = + 0.70; p_y = - 0.0045; r_y = - 0.0161; k'_y = + 1.26; p'_y = + 0.0027; r'_y = + 0.0188.$

1	- 60.5	+ 32.4	—	+ 1.13	- 0.23	- 0.88	- 4.10	+ 0.46	- 1.45
2	- 61.0	+ 15.6	—	+ 1.42	+ 0.58	+ 0.07	- 2.75	+ 1.40	- 0.29
6	- 55.5	+ 35.1	—	- 1.44	- 2.20	- 0.45	- 3.12	- 1.87	- 0.76
7	- 56.2	+ 12.3	—	+ 0.34	- 0.73	+ 0.14	- 2.40	+ 0.28	- 0.08
10	- 58.8	- 55.6	—	- 3.92	- 4.74	- 0.93	- 4.20	- 2.26	- 1.45
12	- 54.2	+ 31.1	—	- 0.69	- 1.86	- 1.14	- 3.45	- 1.23	- 1.27
13	- 54.5	+ 25.1	—	- 1.84	- 3.07	- 0.60	- 3.61	- 2.27	- 1.07
21	- 43.6	+ 7.8	—	+ 0.64	- 0.55	- 0.93	- 3.12	+ 0.62	- 0.99
29	- 29.1	- 10.2	—	- 4.50	- 5.72	+ 0.57	- 0.47	- 4.11	+ 1.08
34	- 20.3	- 9.1	—	- 1.01	- 2.07	- 0.75	- 1.81	- 0.56	- 0.26
36	- 17.6	+ 56.1	—	- 0.39	- 1.73	- 3.68	- 4.90	- 1.60	- 3.33
39	- 18.2	- 9.9	—	- 1.97	- 3.34	- 1.03	- 1.82	- 1.66	- 0.41
49	- 0.8	+ 9.2	—	+ 0.07	- 1.48	- 0.96	- 1.63	- 0.16	- 0.32
50	- 3.9	- 35.8	—	- 2.04	- 3.57	- 3.38	- 4.04	- 1.21	- 2.69
51	- 4.2	- 37.2	—	- 2.18	- 3.82	- 3.74	- 4.16	- 1.37	- 2.93
80	+ 44.5	+ 22.3	—	- 7.02	- 8.75	- 1.29	- 0.39	- 7.64	+ 0.06
85	+ 47.3	- 59.4	—	- 1.47	- 3.68	+ 4.50	+ 4.61	- 0.44	+ 5.52
—	+ 46.5	+ 27.2	—	- 3.99	- 2.45	- 2.21	- 0.63	- 3.10	- 0.52
18	- 45.1	- 33.5	9.2	- 0.82	- 1.58	+ 0.42	- 1.27	—	—
19	- 40.8	+ 37.8	10.0	+ 1.08	- 0.36	+ 0.45	- 1.89	—	—
23	- 31.1	+ 31.7	10.5	- 0.37	- 1.62	- 0.24	- 2.05	—	—
30	- 27.0	- 28.3	10.7	- 0.36	- 1.75	- 1.07	- 2.58	—	—
70	+ 23.8	- 22.8	10.1	- 0.28	- 2.24	- 0.90	- 0.53	—	—
76	+ 36.9	+ 28.8	10.6	+ 1.64	- 0.74	- 1.42	- 1.14	—	—
79	+ 44.3	+ 33.1	9.3	+ 1.12	- 0.75	- 1.14	- 0.15	—	—
83	+ 41.8	- 52.4	9.9	- 1.80	- 3.63	- 1.76	- 0.42	—	—

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
<b>Région 426.</b>									
$E = 1894.30; E' = 1913.27; T = 18.97.$									
$k_x = + 0.42; p_x = + 0.0213; r_x = - 0.0616; k'_x = + 0.30; p'_x = + 0.0143; r'_x = - 0.0163.$									
$k_y = - 0.63; p_y = + 0.0111; r_y = - 0.0352; k'_y = + 1.38; p'_y = + 0.0101; r'_y = + 0.0384.$									
22	- 48.4	- 35.3	—	- 0.05	+ 1.83	+ 0.37	- 4.73	+ 1.76	- 2.10
42	- 17.2	+ 45.4	—	+ 2.26	- 0.17	+ 0.64	- 3.05	- 0.67	- 0.32
59	- 3.9	+ 51.6	—	+ 4.55	+ 2.12	+ 0.37	- 2.26	+ 1.61	- 0.02
68	+ 6.6	+ 8.8	—	- 0.18	- 2.02	- 2.82	- 3.56	- 0.96	- 2.73
69	+ 6.3	+ 8.6	—	- 0.64	- 1.63	- 3.36	- 4.89	- 1.00	- 3.66
75	+ 6.2	- 46.6	—	- 1.58	+ 0.64	0.00	- 1.70	+ 1.81	- 0.98
77	+ 11.8	+ 53.8	—	+ 0.90	- 0.98	- 0.93	- 2.32	- 1.56	- 0.69
89	+ 27.1	+ 44.0	—	1.28	- 3.05	0.12	- 1.10	3.03	+ 0.18
91	+ 25.2	- 9.0	—	- 0.14	+ 0.44	+ 0.66	+ 0.72	+ 1.16	+ 0.93
107	+ 46.7	+ 39.3	—	1.26	- 2.92	- 2.30	- 0.99	- 2.43	- 0.92
109	+ 49.8	- 6.7	—	1.30	- 0.93	0.33	+ 1.51	+ 0.39	+ 0.81
114	+ 47.4	- 50.8	—	- 4.20	- 1.41	- 1.36	+ 0.39	+ 0.38	- 0.72
23	- 43.8	- 27.9	9.4	- 1.80	- 0.61	+ 2.27	- 2.85	—	—
24	- 37.0	+ 46.7	10.6	+ 2.86	+ 0.42	+ 1.59	- 2.70	—	—
26	- 32.6	+ 48.9	10.1	+ 3.22	+ 0.78	+ 1.69	- 3.14	—	—
33	- 26.2	- 43.3	11.1	- 1.49	+ 0.61	+ 1.63	- 2.45	—	—
94	+ 26.9	- 35.7	9.6	- 3.10	- 1.26	+ 0.54	+ 1.12	—	—
98	+ 32.8	+ 42.9	9.1	+ 1.52	+ 0.11	- 1.34	- 0.77	—	—
99	+ 33.7	+ 31.6	9.3	+ 1.26	+ 0.31	- 1.19	- 0.75	—	—
106	+ 40.8	- 25.2	11.0	- 3.39	- 2.06	- 0.36	- 0.11	—	—
<b>Région 427.</b>									
$E = 1894.31; E' = 1913.29; T = 18.98.$									
$k_x = - 0.10; p_x = + 0.0340; r_x = + 0.0173; k'_x = + 0.55; p'_x = + 0.0351; r'_x = - 0.0161.$									
$k_y = + 2.02; p_y = + 0.0451; r_y = - 0.0009; k'_y = + 0.68; p'_y = + 0.0365; r'_y = + 0.0427.$									
2	- 57.4	+ 36.0	—	+ 3.10	+ 3.46	- 3.38	- 3.14	+ 1.54	+ 0.75
5	- 59.2	- 29.4	—	+ 5.18	+ 3.02	- 2.81	- 1.36	+ 2.26	- 2.19
8	- 50.8	- 55.1	—	+ 6.53	+ 2.26	+ 0.71	- 0.60	+ 2.83	+ 0.20
9	- 50.9	- 55.3	—	+ 5.32	+ 2.22	+ 0.41	- 0.51	+ 2.20	+ 0.10
10	- 53.9	- 54.1	—	+ 5.15	+ 1.72	+ 0.95	- 0.15	+ 1.76	+ 0.67
14	- 42.8	+ 47.3	—	+ 1.53	+ 2.83	- 10.89	- 11.02	+ 0.95	- 6.78
31	- 23.4	- 14.8	—	- 3.64	- 5.02	- 3.26	- 2.82	- 4.92	- 1.80
37	- 8.7	+ 37.7	—	- 3.07	- 2.47	- 4.50	- 3.39	- 2.83	- 0.87
38	- 9.5	+ 31.6	—	+ 1.31	+ 2.25	- 5.24	- 3.68	+ 1.70	- 1.62
47	+ 8.0	- 6.3	—	- 0.30	- 1.33	- 6.04	- 4.30	- 0.32	- 4.24
71	+ 38.8	+ 60.8	—	- 2.19	- 1.24	- 3.17	+ 0.44	- 0.11	+ 1.65
80	+ 51.9	+ 58.1	—	+ 0.32	+ 1.49	- 9.55	- 5.93	+ 2.95	- 5.10
86	+ 53.9	- 24.9	—	- 4.10	- 6.16	- 1.88	+ 2.29	- 3.04	- 0.58
92	+ 62.8	+ 28.0	—	- 1.74	- 1.81	- 6.18	- 1.80	+ 0.63	- 2.81
93	+ 62.3	+ 21.1	—	+ 0.75	+ 0.10	- 1.45	+ 0.55	+ 2.82	- 1.04
94	+ 62.1	+ 18.5	—	- 2.03	- 2.44	- 4.16	+ 0.27	+ 0.14	- 1.13
13	- 40.1	+ 48.1	10.3	- 0.04	+ 1.11	- 4.70	- 4.40	—	—
17	- 40.7	- 35.3	10.4	+ 3.01	+ 0.93	+ 0.26	- 0.61	—	—

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
26	-33.8	-49.2	9.2	+2.02	-0.06	+0.11	-0.11	—	—
27	-25.9	+51.7	10.3	-0.15	+1.05	-4.45	-4.23	—	—
62	+28.4	+42.5	9.2	1.66	1.11	-3.98	-0.77	—	—
67	+31.9	-41.4	10.4	-0.99	-3.00	-0.26	+1.87	—	—
72	+38.3	+43.8	9.2	-1.07	-0.22	-3.48	-0.18	—	—
73	+36.8	-32.6	9.7	-0.82	-2.52	-1.04	+1.83	—	—

Région 428.

$E = 1893.28; E' = 1913.32; T = 20.04.$

$k_x = -1.08; p_x = +0.0154; r_x = +0.0574; k'_x = +0.51; p'_x = +0.0225; r'_x = +0.0210.$

$k_y = -0.29; p_y = +0.0212; r_y = +0.0053; k'_y = +0.35; p'_y = +0.0286; r'_y = -0.0277.$

2	-60.7	+24.9	—	-0.29	-0.66	-2.43	-1.26	-0.93	-1.87
25	-36.2	-44.3	—	+3.76	+1.12	+2.27	+2.68	-0.26	+0.99
31	-27.7	-20.2	—	+2.34	+0.22	+0.31	+0.55	-0.32	-0.35
35	-18.0	-4.5	—	+3.87	+2.03	-0.33	-0.65	+2.14	-0.77
36	-16.6	-4.9	—	+4.01	+2.09	-2.18	-2.49	+2.26	-2.61
42	-8.7	+1.8	—	+3.88	+1.94	+5.17	+4.78	+2.53	+4.95
43	-9.8	+0.6	—	+3.10	+1.90	+5.90	+5.15	+2.05	+5.46
47	-7.1	-56.9	—	-0.15	-3.92	+4.27	+4.08	-4.68	+2.70
58	+13.2	+10.2	—	+2.29	+0.65	+0.52	-0.53	+1.83	+0.43
62	+13.1	-59.1	—	+5.33	+1.37	-0.97	-1.85	+0.99	-2.70
72	+30.9	-23.2	—	-3.40	-6.34	-0.20	-1.30	-5.47	-0.94
75	+46.8	+59.4	—	-3.46	-3.54	-3.53	-6.55	-0.57	-3.00
76	+50.2	+17.7	—	-1.82	-3.46	-2.51	-5.20	-1.28	-2.82

12	-50.8	-20.1	10.3	+2.77	+0.43	-0.38	+0.55	—	—
15	-45.0	+41.1	9.4	-0.30	-0.16	-0.76	-0.23	—	—
26	-32.8	+37.5	10.2	+0.27	+0.49	-0.21	+0.21	—	—
46	-7.8	-41.3	9.5	+2.69	-0.09	+1.41	+1.37	—	—
57	+14.4	+53.7	9.2	-2.94	-2.49	+0.18	-1.49	—	—
68	+21.1	-48.0	9.5	+3.74	+0.34	+1.85	+1.05	—	—
69	+26.8	-38.2	8.8	+3.75	+0.61	+1.34	+0.16	—	—
78	+56.8	+39.3	10.3	-2.45	-3.33	-1.73	-4.60	—	—

Région 429.

$E = 1893.28; E' = 1912.29; T = 19.01.$

$k_x = +0.32; p_x = +0.0122; r_x = -0.0240; k'_x = +0.12; p'_x = +0.0234; r'_x = +0.0212.$

$k_y = -2.15; p_y = +0.0005; r_y = +0.0455; k'_y = -1.03; p'_y = +0.0135; r'_y = +0.0220.$

5	-56.9	-50.4	—	-2.91	+0.66	-0.52	+0.81	-1.84	+0.12
7	-50.1	+13.9	—	+1.07	+0.54	-1.67	-1.14	+0.11	-1.20
19	-30.5	+51.2	—	+2.39	+0.43	+1.33	-0.12	+1.02	+0.40
38	-11.4	-38.0	—	-8.65	-6.41	+2.18	+1.41	-7.46	+0.32
40	-5.9	+53.2	—	+1.82	-0.91	+1.68	+0.22	+0.49	-0.06
44	-9.0	+9.1	—	+0.62	+0.84	-0.53	-1.37	+0.77	-2.17
62	+14.7	-1.9	—	-2.95	-1.83	+1.65	+0.93	-1.90	-0.81
78	+46.8	-60.8	—	-3.54	-1.15	+2.54	+1.07	-1.20	-1.79
83	+56.6	+21.6	—	-0.82	-2.18	+4.84	+1.82	-0.30	-0.02
—	-9.3	-33.1	—	-5.33	-3.73	+1.79	+1.69	-4.43	+0.22

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
16	-36.8	-32.8	10.8	-0.95	+1.00	+0.70	+1.07	—	—
20	-34.7	+30.4	10.4	+0.90	+0.37	+0.46	-0.31	—	—
23	-27.5	+40.4	10.0	+1.76	+0.26	+0.69	-0.59	—	—
29	-27.9	-33.0	10.0	-1.31	+0.76	+0.97	+1.11	—	—
65	+21.6	+23.3	9.5	-1.25	-2.41	+3.25	+1.34	—	—
75	+41.1	+31.0	9.2	+0.32	-1.36	+4.15	+2.01	—	—
77	+44.3	-25.5	9.7	-1.34	-1.07	+4.94	+2.52	—	—
82	+50.7	-34.4	10.6	-1.05	+0.80	+3.43	+1.80	—	—

## Région 430.

$$E = 1893.28; E' = 1911.26; T = 17.98.$$

$$k_x = +0.44; p_x = +0.0014; r_x = +0.0199; k'_x = +1.37; p'_x = +0.0077; r'_x = +0.0345.$$

$$k_y = +0.20; p_y = -0.0143; r_y = +0.0037; k'_y = +0.09; p'_y = -0.0040; r'_y = +0.0063.$$

4	-59.3	-8.2	—	+0.74	+0.99	+0.28	+0.42	+1.28	+0.86
12	-49.8	-51.3	—	+0.17	+0.49	-3.92	-2.51	-0.38	-2.35
15	-43.6	-6.1	—	-1.54	-1.42	-0.34	+0.43	-0.94	+0.46
27	-28.4	-16.2	—	-1.66	-2.48	-0.49	+0.26	-1.73	+0.32
43	-8.9	-21.2	—	-1.10	-1.88	-1.09	-0.38	-1.20	-0.35
51	+0.4	+32.5	—	-3.02	-4.99	+0.53	+0.17	-2.21	+0.20
62	+11.3	-35.3	—	-5.70	-4.36	-3.28	-1.36	-5.03	-1.91
63	+12.8	-52.0	—	+0.31	+0.11	-2.86	-1.68	-0.23	-1.71
72	+29.4	+33.6	—	+2.09	+0.20	-9.32	-9.66	+3.10	-9.80
75	+27.1	-27.0	—	-3.69	-5.26	-3.37	-2.80	-4.18	-2.82
—	-45.1	+51.9	—	-1.51	-2.35	-4.35	-4.37	+0.18	-4.46

9	-45.3	+42.9	9.4	-1.19	-2.71	+0.93	+0.26	—	—
16	-42.2	-23.7	9.9	+0.99	+0.64	-1.10	-0.97	—	—
18	-40.6	-42.1	9.9	+0.50	+0.94	-1.29	-0.81	—	—
19	-36.3	+31.0	10.0	-2.00	-3.37	+0.18	+0.16	—	—
76	+30.2	+57.8	9.6	—	—	+0.08	-0.18	—	—
77	+30.9	+51.5	10.0	-1.38	-2.93	+0.55	0.00	—	—
78	+30.7	+48.2	8.9	-0.62	-2.32	—	—	—	—
85	+39.4	-28.0	10.4	-0.35	-1.17	+0.07	+0.65	—	—
86	+38.8	-31.7	9.5	-0.41	-1.53	-0.28	+0.25	—	—

## Région 431.

$$E = 1893.28; E' = 1911.26; T = 17.98.$$

$$k_x = -1.59; p_x = -0.0167; r_x = +0.0317; k'_x = +1.54; p'_x = +0.0011; r'_x = +0.0324.$$

$$k_y = -0.75; p_y = -0.0025; r_y = -0.0035; k'_y = -1.37; p'_y = +0.0111; r'_y = +0.0170.$$

2	-61.6	-30.0	—	+4.64	+2.17	+0.39	+0.52	+2.90	+0.31
7	-54.2	+13.0	—	+0.34	-2.61	+0.23	0.00	-0.32	-0.52
9	-49.8	+25.4	—	+1.08	-1.34	-1.36	-1.36	+1.05	-1.97
18	-34.1	+31.5	—	+0.04	-2.91	+0.42	+0.48	-0.18	-0.24
19	-34.8	+31.3	—	-0.04	-3.32	-0.60	-0.67	-0.43	-1.32
31	-12.2	+43.1	—	-0.86	-3.36	+0.45	+1.00	-0.65	-0.06
35	-12.9	-1.6	—	+0.56	-2.44	+1.69	+2.28	-0.91	+1.00

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
43	- 2.4	+ 28.4	—	+ 1.46	- 1.32	+ 0.02	+ 0.25	+ 0.97	- 0.78
50	+ 0.3	- 4.6	—	+ 2.76	+ 0.04	- 4.72	- 4.12	+ 1.22	- 5.50
55	+ 10.0	- 41.8	—	+ 3.53	+ 0.83	- 0.50	+ 0.59	+ 0.74	- 1.26
56	+ 9.7	- 44.3	—	+ 1.46	- 1.45	- 0.86	+ 0.51	- 1.51	- 1.49
60	+ 10.9	- 16.7	—	- 0.69	- 3.65	+ 1.71	+ 2.59	- 2.81	+ 0.94
62	+ 14.7	- 28.9	—	- 0.09	- 2.74	- 0.33	+ 0.85	- 2.48	- 1.02
63	+ 10.6	- 34.8	—	+ 1.24	- 1.55	- 1.68	- 0.08	- 1.38	- 2.16
70	+ 25.2	+ 29.7	—	- 2.51	- 5.59	- 3.41	- 2.70	- 3.32	- 4.15
89	+ 55.2	- 49.8	—	+ 1.46	- 2.74	- 0.91	+ 0.86	- 2.69	- 1.67
—	- 60.7	- 23.9	—	+ 0.01	- 3.01	+ 0.52	+ 1.16	- 1.82	+ 0.08

12	- 40.6	- 35.7	9.5	+ 1.84	- 0.10	—	—	—	—
13	- 40.9	- 46.3	10.5	—	—	+ 0.33	+ 1.14	—	—
15	- 35.6	+ 38.9	9.6	- 0.87	- 3.66	—	—	—	—
16	- 35.8	- 29.1	10.4	+ 2.81	- 0.01	+ 0.92	+ 1.18	—	—
17	- 32.6	+ 49.8	10.1	- 0.60	- 2.98	+ 1.48	+ 1.74	—	—
20	- 33.4	+ 24.8	10.9	—	—	+ 0.77	+ 0.85	—	—
69	+ 26.1	+ 36.6	9.0	+ 0.92	- 2.86	+ 0.59	+ 1.46	—	—
71	+ 29.5	+ 26.3	10.5	+ 1.88	- 1.54	+ 0.55	+ 1.58	—	—
78	+ 42.4	- 14.8	10.2	+ 2.05	- 1.86	+ 0.64	+ 2.14	—	—
82	+ 48.7	- 35.0	9.9	+ 3.53	- 0.48	+ 0.75	+ 2.65	—	—

### Région 432.

$$E = 1893.28; E' = 1911.26; T = 17.98.$$

$$k_x = + 0.35; p_x = + 0.0016; r_x = + 0.0100; k'_x = - 0.44; p'_x = + 0.0074; r'_x = + 0.0340.$$

$$k_y = - 0.51; p_y = + 0.0049; r_y = - 0.0226; k'_y = + 1.25; p'_y = + 0.0012; r'_y = + 0.0435.$$

14	- 41.3	+ 58.5	—	- 4.48	- 4.79	- 0.67	- 4.90	- 3.58	- 1.80
29	- 19.8	- 6.4	—	- 0.53	+ 0.45	- 2.00	- 4.99	- 0.31	- 2.94
32	- 10.2	- 0.9	—	- 1.96	- 1.14	- 2.04	- 4.77	- 1.66	- 2.93
37	- 7.5	- 42.7	—	- 1.14	+ 0.44	- 1.86	- 4.30	- 1.37	- 2.76
47	+ 7.6	- 54.2	—	+ 2.39	+ 3.95	- 1.63	- 3.56	+ 1.97	- 2.47
48	+ 13.9	+ 44.4	—	- 4.02	- 4.35	- 4.41	- 5.76	- 3.19	- 4.72
51	+ 15.4	+ 60.3	—	- 2.26	- 3.71	- 0.18	- 0.62	- 1.64	0.00
67	+ 35.7	+ 4.3	—	+ 0.73	+ 0.94	- 2.43	- 2.07	+ 1.04	- 2.23
68	+ 35.7	+ 4.4	—	- 0.07	+ 0.28	- 2.65	- 2.51	+ 0.31	- 2.56
74	+ 41.1	+ 11.0	—	- 2.74	- 2.57	- 0.48	+ 0.27	- 2.27	- 0.13
75	+ 40.7	+ 2.6	—	- 4.20	- 3.57	- 2.91	- 2.90	- 3.68	- 2.95
79	+ 40.7	- 26.5	—	- 0.98	- 0.08	- 0.40	+ 0.22	- 0.97	- 0.22
83	+ 47.6	- 34.7	—	- 1.52	- 0.83	+ 1.59	+ 2.05	- 1.77	+ 1.59
88	+ 54.9	- 16.0	—	- 2.70	- 1.72	- 0.65	+ 0.28	- 2.35	- 0.44
—	- 44.6	- 49.6	—	+ 1.91	+ 3.83	+ 3.50	- 1.18	+ 1.53	+ 1.84

12	- 47.9	- 41.5	10.3	- 0.04	+ 2.12	+ 2.08	- 3.19	—	—
19	- 42.4	- 34.8	10.5	+ 0.41	+ 2.28	+ 1.22	- 3.32	—	—
20	- 35.9	+ 32.1	10.7	- 0.82	- 0.76	+ 1.08	- 3.00	—	—
22	- 34.0	+ 30.3	10.3	- 0.56	- 0.22	+ 1.34	- 2.46	—	—
71	+ 43.4	+ 40.8	9.9	- 0.43	- 0.35	- 1.03	+ 0.23	—	—

N:o 1.

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
77	+ 40.9	- 21.6	9.1	- 0.85	+ 0.25	- 0.14	+ 0.92		
78	+ 43.2	- 25.0	9.7	+ 0.31	+ 1.33	- 0.39	+ 0.46	—	—
81	+ 45.1	+ 27.2	10.2	- 0.92	- 1.45	- 0.42	+ 0.88	—	—

### Région 433.

$$E = 1894.28; E' = 1913.27; T = 18.99.$$

$$k_x = - 0.03; p_x = + 0.0045; r_x = + 0.0185; k'_x = - 0.16; p'_x = + 0.0111; r'_x = + 0.0003.$$

$$k_y = - 0.51; p_y = + 0.0085; r_y = + 0.0338; k'_y = + 0.40; p'_y = + 0.0122; r'_y = + 0.0043.$$

1	- 62.6	+ 39.6	—	- 2.46	- 0.89	- 1.47	- 1.51	- 1.88	+ 0.06
2	- 60.8	- 6.5	—	+ 1.47	+ 1.12	- 1.23	- 1.01	+ 0.67	- 0.08
5	- 64.6	- 50.6	—	+ 3.31	+ 1.85	- 3.47	- 3.13	+ 1.50	- 2.65
17	- 42.6	+ 25.1	—	- 5.09	- 4.39	- 3.24	- 3.50	- 4.93	- 2.35
18	- 41.3	+ 8.4	—	+ 0.37	+ 1.17	- 2.58	- 2.96	+ 0.43	- 1.95
20	- 41.0	- 61.9	—	+ 0.10	- 0.71	- 1.88	- 1.31	- 1.30	- 1.51
28	- 26.7	+ 33.2	—	- 3.91	- 3.18	- 3.05	- 3.65	- 3.54	- 2.55
49	+ 1.1	- 39.0	—	+ 1.15	+ 0.39	+ 0.69	+ 0.06	+ 0.31	- 0.10
56	+ 17.6	+ 45.1	—	- 1.25	- 0.49	+ 0.44	- 1.70	- 0.40	- 0.55
58	+ 17.7	+ 7.3	—	- 1.65	- 2.20	+ 0.53	- 1.55	- 1.81	- 0.83
60	+ 15.6	- 60.0	—	- 0.87	- 1.89	+ 1.93	+ 1.49	- 1.92	+ 0.73
70	+ 38.9	+ 33.3	—	- 3.01	- 2.59	- 3.50	- 5.81	- 2.27	- 5.10
78	+ 54.0	+ 15.4	—	+ 0.80	+ 1.00	+ 1.43	- 0.41	+ 1.36	- 0.41
—	+ 3.1	- 28.5	—	- 2.72	- 3.46	- 1.18	- 2.30	- 3.43	- 2.14
—	+ 41.0	- 41.4	—	+ 1.85	+ 0.55	+ 2.83	+ 0.92	+ 1.03	+ 0.60

16	- 44.4	+ 31.7	10.4	—	—	- 0.98	- 0.96	—	—
21	- 39.9	- 42.8	10.6	+ 1.17	+ 0.51	- 0.44	+ 0.28	—	—
24	- 34.0	+ 30.6	10.4	+ 0.12	+ 1.30	- 0.80	- 0.88	—	—
25	- 32.2	+ 25.2	10.5	- 0.14	+ 0.78	—	—	—	—
26	- 33.8	- 36.8	9.8	+ 0.04	- 0.39	- 0.72	- 0.46	—	—
66	+ 28.5	+ 31.8	10.2	- 0.97	- 0.83	+ 1.19	- 0.59	—	—
69	+ 32.8	- 41.2	10.3	+ 1.51	+ 0.71	+ 2.45	+ 0.60	—	—
71	+ 36.9	+ 26.3	9.3	- 0.99	- 0.63	+ 1.19	- 0.68	—	—
73	+ 36.3	- 37.8	10.6	+ 0.36	- 0.09	+ 1.95	- 0.08	—	—

### Région 434.

$$E = 1894.28; E' = 1913.24; T = 18.96.$$

$$k_x = - 2.15; p_x = + 0.0090; r_x = - 0.0188; k'_x = + 1.53; p'_x = + 0.0099; r'_x = - 0.0169.$$

$$k_y = + 0.11; p_y = + 0.0226; r_y = - 0.0034; k'_y = + 0.45; p'_y = + 0.0297; r'_y = + 0.0005.$$

8	- 51.8	+ 56.0	—	+ 5.19	+ 1.44	- 5.86	- 7.34	+ 1.51	- 4.93
12	- 52.5	- 27.0	—	+ 0.20	- 3.58	+ 0.90	+ 0.49	- 2.01	+ 0.19
20	- 41.9	+ 25.6	—	+ 1.94	- 1.67	- 3.40	- 3.91	- 1.02	- 2.76
21	- 42.6	+ 18.7	—	+ 4.12	- 0.25	- 1.17	- 1.79	+ 0.88	- 0.77
22	- 42.9	+ 16.2	—	+ 1.87	- 1.94	- 1.31	- 2.03	- 1.03	- 1.03
26	- 37.7	+ 31.5	—	+ 1.04	- 3.08	- 1.57	- 2.50	- 2.24	- 0.98
40	- 23.5	- 26.4	—	+ 3.52	- 0.01	- 9.22	- 9.70	+ 1.70	- 9.90
52	+ 2.5	+ 10.0	—	+ 0.72	- 2.65	- 1.84	- 2.49	- 1.43	- 1.61

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0,01 mm			Diff. en $y$ Unité 0,01 mm			$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2$	$b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2$	$b_2$		
56	+ 11.5	+ 28.0	—	+ 2.15	- 1.16	- 1.68	- 2.18	- 0.21	- 0.90		
66	+ 20.7	+ 45.5	—	+ 1.26	- 2.61	- 0.74	- 1.29	- 1.60	+ 0.48		
70	+ 23.8	- 6.2	—	+ 2.86	- 0.41	3.16	- 3.92	+ 1.25	- 3.38		
71	+ 22.1	- 14.0	—	+ 2.69	- 0.70	- 0.69	- 0.74	+ 1.14	- 0.77		
78	+ 34.4	+ 12.9	—	+ 0.19	- 4.31	- 0.78	1.42	- 2.27	- 0.43		
88	+ 53.5	+ 31.7	—	+ 0.15	- 4.04	- 0.77	- 0.94	- 2.32	+ 0.33		
—	- 41.3	+ 43.8	—	+ 0.62	- 4.12	+ 1.02	- 0.29	- 3.23	+ 1.73		
—	+ 22.0	- 55.7	—	+ 0.32	- 2.50	+ 0.12	+ 0.81	- 0.19	- 0.68		
15	- 45.7	+ 32.3	10.5	+ 2.79	- 0.66	0.90	- 1.49	—	—		
32	- 29.7	+ 48.5	9.0	+ 2.61	- 1.00	- 0.19	- 0.88	—	—		
33	- 29.3	- 34.2	10.2	+ 2.21	- 1.69	+ 0.22	- 0.32	—	—		
41	- 22.4	- 47.9	9.9	+ 2.10	- 1.54	+ 0.88	+ 0.86	—	—		
74	+ 28.0	+ 32.9	8.8	+ 2.49	- 1.12	- 1.22	- 1.68	—	—		
76	+ 30.9	+ 37.7	10.2	+ 3.69	- 0.61	- 1.50	+ 2.25	—	—		
81	+ 31.4	- 43.6	10.4	+ 0.61	- 2.84	+ 0.93	+ 1.42	—	—		
84	+ 39.2	- 41.0	9.9	+ 0.36	- 3.06	+ 1.22	+ 1.20	—	—		

Région 435.

$E = 1894.35; E' = 1913.33; T = 18.99.$

$k_x = - 0.43; p_x = + 0.0431; r_x = - 0.0201; k'_x = + 0.80; p'_x = + 0.0473; r'_x = - 0.0377.$

$k_y = - 0.12; p_y = + 0.0201; r_y = + 0.0085; k'_y = - 1.25; p'_y = + 0.0208; r'_y = + 0.0055.$

1	- 65.0	+ 17.2	—	+ 1.35	+ 0.51	- 2.99	- 2.41	- 2.32	- 2.57
7	- 50.0	+ 5.6	—	+ 4.29	+ 4.24	- 3.01	- 1.07	+ 2.02	- 2.25
18	- 44.1	- 3.1	—	+ 6.23	+ 5.62	- 2.62	- 1.14	+ 4.20	- 2.32
40	- 16.6	+ 62.2	—	- 2.21	- 1.62	- 6.09	- 4.69	- 4.28	- 4.69
44	- 16.7	+ 33.0	—	+ 0.55	+ 0.13	- 0.60	+ 0.37	- 1.18	- 0.01
45	- 16.8	+ 33.0	—	+ 0.75	+ 0.30	- 0.57	+ 0.80	- 0.99	+ 0.22
54	- 9.9	+ 24.8	—	- 0.04	0.29	+ 0.93	+ 2.34	- 1.14	+ 1.52
57	- 7.8	- 6.9	—	+ 2.56	+ 1.25	- 0.24	+ 1.46	+ 1.93	- 0.16
60	- 7.2	- 43.7	—	+ 0.02	- 1.38	- 0.57	+ 0.88	+ 0.44	- 1.37
63	- 2.6	+ 43.5	—	- 0.54	- 0.86	- 1.96	- 0.69	- 1.88	- 1.11
79	+ 19.4	- 9.7	—	- 3.36	- 4.79	- 0.90	+ 0.82	- 2.73	- 1.05
82	+ 21.0	- 18.0	—	+ 0.43	- 1.21	+ 0.27	+ 1.83	+ 1.26	- 0.15
83	+ 24.2	- 29.5	—	- 0.10	- 2.40	+ 0.23	+ 1.78	+ 0.87	- 0.45
85	+ 27.5	+ 43.2	—	+ 1.59	+ 1.19	- 1.87	- 1.37	+ 1.57	- 1.61
86	+ 27.5	+ 43.4	—	+ 1.75	+ 1.51	- 1.46	- 0.95	+ 1.80	- 1.19
91	+ 27.0	- 16.3	—	- 1.26	- 2.62	+ 3.45	+ 5.01	- 0.06	+ 3.02
95	+ 30.1	+ 4.2	—	+ 1.29	- 0.23	- 0.32	+ 0.85	+ 1.95	- 0.55
96	+ 34.2	+ 2.5	—	+ 0.58	- 0.69	- 0.16	+ 0.95	+ 1.60	- 0.48
102	+ 38.4	+ 15.9	—	+ 2.23	+ 0.91	- 2.21	- 0.87	+ 3.03	- 2.17
110	+ 49.5	+ 28.5	—	+ 2.64	+ 2.18	- 1.61	- 0.52	+ 4.01	- 1.51
111	+ 49.4	- 33.7	—	- 0.91	- 3.46	+ 1.15	+ 2.98	+ 1.21	+ 0.34
117	+ 59.0	+ 57.4	—	+ 2.62	+ 1.71	- 1.95	- 1.44	+ 3.36	- 1.62
—	+ 56.4	+ 23.5	—	+ 0.40	- 0.29	- 3.86	- 3.93	+ 2.11	- 4.49
17	- 40.3	+ 24.8	9.9	+ 2.76	+ 2.63	0.37	+ 1.05	—	—
20	- 41.0	- 37.1	9.7	+ 1.78	+ 0.05	+ 0.85	+ 1.91	—	—

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
23	+ 39.1	+ 48.4	9.7	+ 2.56	+ 2.22	1.54	- 0.24	—	—
31	- 27.6	- 31.0	10.9	+ 1.08	- 0.90	+ 0.20	+ 1.36	—	—
84	+ 26.0	+ 50.8	10.4	—	—	- 0.90	- 0.19	—	—
92	+ 26.8	- 34.1	9.4	- 1.31	- 3.12	+ 1.37	+ 2.66	—	—
93	+ 30.5	+ 47.7	10.4	- 0.08	- 0.50	- 0.34	+ 0.67	—	—
98	+ 34.8	- 32.1	9.2	- 2.25	- 3.94	+ 0.72	+ 1.83	—	—
100	+ 39.1	+ 41.3	10.9	+ 0.15	- 0.96	—	—	—	—

## Région 436.

$$E = 1894.35; E' = 1913.33; T = 18.99.$$

$$k_x = - 0.67; p_x = + 0.0136; r_x = - 0.0188; k'_x = - 1.17; p'_x = + 0.0210; r'_x = - 0.0079.$$

$$k_y = - 1.29; p_y = + 0.0095; r_y = + 0.0277; k'_y = + 0.53; p'_y = + 0.0156; r'_y = - 0.0330.$$

5	- 54.4	+ 21.6	—	+ 2.83	+ 2.49	- 0.20	+ 0.66	+ 0.51	- 0.02
12	- 40.2	+ 0.4	—	- 0.24	- 0.16	+ 1.49	+ 1.49	- 1.82	+ 1.00
13	42.0	- 15.5	—	- 2.02	- 1.66	- 4.51	- 4.03	- 3.28	- 4.96
31	- 20.6	55.8	—	+ 0.45	+ 2.17	- 1.43	- 1.33	+ 0.78	2.51
32	- 20.7	- 55.7	—	- 0.34	+ 1.23	- 1.58	- 1.48	- 0.08	- 2.66
37	- 15.7	- 57.6	—	- 4.42	- 3.05	- 1.70	- 2.69	- 4.15	- 3.34
39	- 14.6	+ 18.6	—	+ 2.59	+ 3.06	+ 0.94	- 0.29	+ 1.40	+ 0.14
71	+ 16.9	+ 42.4	—	+ 1.75	+ 1.83	- 0.42	- 3.43	+ 0.59	- 1.73
72	+ 17.5	+ 6.8	—	- 0.91	- 0.74	- 1.47	- 4.35	- 1.53	- 3.15
74	+ 16.2	- 46.2	—	- 0.79	+ 0.14	- 2.49	- 5.16	- 0.35	- 4.74
97	+ 35.9	+ 39.8	—	- 3.45	- 3.54	- 0.03	- 4.81	- 4.32	- 2.20
99	+ 35.1	- 1.3	—	- 2.22	- 2.07	- 0.87	- 4.68	- 2.44	- 3.07
102	+ 48.2	+ 14.9	—	+ 0.23	- 0.01	+ 0.50	- 4.38	- 0.17	- 2.00
103	+ 48.6	+ 10.7	—	- 0.46	- 0.39	+ 2.91	- 1.78	- 0.64	+ 0.44
107	+ 57.5	+ 8.0	—	- 0.34	- 0.29	- 2.02	- 7.14	- 0.34	- 4.70
—	- 52.3	+ 32.1	—	1.09	- 0.62	- 2.15	- 1.06	- 3.10	- 1.72
—	+ 59.9	- 62.9	—	0.09	+ 1.19	+ 4.21	- 1.01	+ 1.50	+ 0.59

15	- 44.5	- 33.0	10.3	—	—	+ 0.24	+ 0.99	—	—
17	- 39.4	+ 35.4	10.0	+ 2.27	+ 2.74	- 0.02	+ 0.41	—	—
24	- 27.4	+ 43.5	10.4	+ 1.63	+ 1.84	+ 0.39	- 0.06	—	—
29	- 21.7	- 41.9	9.3	+ 0.16	+ 1.19	—	—	—	—
30	- 24.7	- 41.9	10.1	+ 0.07	+ 1.24	+ 0.75	+ 0.96	—	—
82	+ 29.5	+ 34.2	9.9	+ 1.06	+ 0.88	+ 1.93	- 1.96	—	—
91	+ 34.3	+ 36.5	10.2	+ 0.58	+ 0.47	+ 1.37	- 2.75	—	—
93	+ 33.5	- 28.8	10.4	- 0.24	+ 0.40	+ 2.43	- 0.93	—	—
95	+ 31.4	- 38.2	9.2	- 0.39	+ 0.26	+ 2.97	- 0.79	—	—

## Région 437.

$$E = 1894.35; E' = 1913.33; T = 18.99.$$

$$k_x = + 0.76; p_x = + 0.0070; r_x = + 0.0059; k'_x = + 0.70; p'_x = + 0.0217; r'_x = + 0.0336.$$

$$k_y = - 0.84; p_y = + 0.0258; r_y = + 0.0055; k'_y = - 0.53; p'_y = + 0.0263; r'_y = + 0.0069.$$

19	- 36.8	- 14.7	—	+ 0.86	+ 2.01	+ 0.87	+ 0.12	+ 1.34	- 0.35
21	- 37.3	- 52.5	—	- 2.16	- 0.27	+ 0.99	+ 0.73	- 2.05	- 0.95

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
23	-31.3	+46.3	—	+1.01	-0.16	-1.86	-1.78	+1.62	-1.10
27	-29.4	+54.0	—	+1.42	-0.01	3.72	-1.56	+2.07	-3.24
37	-15.7	-26.8	—	-2.03	-1.29	-3.79	-3.88	-1.68	-5.11
47	-0.8	-44.9	—	+2.46	+3.14	+2.61	+2.08	+2.63	+0.49
62	+19.4	-31.8	—	-6.37	-5.71	+2.52	+2.42	-5.67	+0.83
72	+27.7	-43.9	—	-1.08	-0.79	+1.70	+1.63	-0.68	-0.33
73	+27.3	-43.1	—	+0.89	+1.88	+1.32	+0.83	+1.65	-0.90
75	+34.8	+31.7	—	-2.24	-3.45	+0.91	+0.29	-0.98	+0.52
79	+33.4	-20.7	—	-1.49	-1.54	+0.08	-0.65	0.72	-1.71
89	+40.5	-8.5	—	-2.55	3.35	-2.57	-2.80	-1.81	-3.84
97	+57.9	+48.7	—	-0.91	-2.65	+0.78	+0.05	+0.75	+0.64
103	+57.4	-33.1	—	-4.10	-4.76	+0.26	+0.25	-3.53	-1.65
106	+61.8	+22.7	—	-7.91	-10.08	-0.60	-1.15	-6.93	-1.35
—	-32.0	+4.6	—	+0.40	+0.55	-0.26	-0.75	+0.84	-0.87

16	-40.0	+32.2	10.9	-0.47	-0.86	-0.66	-0.77	—	—
18	-39.5	+26.7	9.4	-1.42	-1.78	0.36	-0.78	—	—
20	-38.7	-40.7	11.0	+0.07	+2.05	+1.43	+1.28	—	—
26	-31.5	-49.4	9.6	+0.02	+2.08	+2.95	+2.20	—	—
69	+29.1	+33.0	9.6	-0.77	-2.19	+0.36	-0.10	—	—
80	+33.3	-43.2	10.4	-0.60	-0.27	+1.24	+1.03	—	—
81	+39.1	+33.6	10.7	-1.03	-1.95	+0.74	+0.41	—	—
91	+42.0	-41.2	9.9	-1.52	-0.92	+2.28	+2.25	—	—

### Région 438.

$$E = 1894.28; E' = 1913.24; T = 18.96.$$

$$k_x = -1.21; p_x = +0.0138; r_x = -0.0201; k'_x = -1.04; p'_x = +0.0243; r'_x = +0.0470.$$

$$k_y = -0.44; p_y = +0.0276; r_y = +0.0285; k'_y = +1.52; p'_y = +0.0335; r'_y = +0.0140.$$

8	-50.4	-49.8	—	-0.08	+3.17	-2.02	-3.91	-1.21	-2.87
15	-46.0	+4.8	—	+2.05	+2.08	-2.61	-4.01	+0.13	-1.65
17	-41.1	-31.9	—	+1.17	+3.13	-2.46	-4.12	-0.18	-2.85
20	-31.7	-14.6	—	+0.30	+1.17	-0.91	-2.23	-1.19	-0.80
36	-18.5	-47.4	—	-1.23	+2.70	+0.10	-0.64	-1.38	-0.78
47	+0.9	-28.8	—	-0.81	+0.62	+0.13	-1.83	-1.59	-1.20
49	+5.3	+33.2	—	-1.20	-3.44	+1.06	-1.04	-2.90	+1.45
58	+16.7	+21.5	—	-0.77	-2.90	-0.69	-2.82	-2.35	0.91
66	+30.8	+27.0	—	-3.83	-6.34	-1.42	-3.84	-5.25	-1.92
67	+30.2	-2.0	—	-1.82	-2.10	+2.11	-0.20	-2.53	+0.79
74	+41.0	+22.2	—	-1.52	-3.56	-0.28	-2.30	-2.58	-0.94
76	+41.3	-21.3	—	-2.27	-1.43	+2.04	-0.68	-2.47	-0.31
81	+57.6	+3.9	—	-17.58	-18.21	-16.74	-19.70	-17.87	-18.78

13	-46.2	+34.5	9.6	+2.60	+0.27	-2.10	-3.39	—	—
19	-39.5	-50.5	10.2	+1.14	+4.64	+0.39	-1.10	—	—
22	-31.2	-48.4	10.5	+0.54	+4.34	+1.21	+0.55	—	—
25	-26.3	+43.6	9.6	+2.11	-0.64	-1.23	-3.45	—	—
62	+28.6	+43.6	9.3	+1.59	-1.93	+0.45	-2.22	—	—
69	+39.2	+26.0	9.9	+1.57	-0.38	+0.44	-2.04	—	—

N:o 1.

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
72	+ 36.5	- 21.7	10.4	+ 0.28	+ 0.93	+ 1.77	+ 0.17	—	—
77	+ 43.8	- 23.6	10.4	- 0.15	+ 0.79	+ 2.67	- 0.73	—	—

## Région 439.

$$E = 1894.31; E' = 1913.27; T = 18.97.$$

$$k_x = -0.38; p_x = +0.0229; r_x = +0.0084; k'_x = +1.01; p'_x = +0.0289; r'_x = +0.0223.$$

$$k_y = -0.73; p_y = +0.0140; r_y = +0.0056; k'_y = +0.01; p'_y = +0.0219; r'_y = +0.0366.$$

8	- 58.2	- 15.8	—	+ 0.14	- 0.95	0.99	- 2.89	- 1.83	- 1.35
23	- 39.8	+ 14.1	—	+ 0.23	- 0.94	- 5.17	- 7.23	- 0.85	- 5.46
37	- 28.2	- 16.6	—	+ 1.40	+ 0.86	- 0.78	- 2.80	+ 0.46	- 1.85
38	- 28.2	- 16.5	—	+ 1.33	+ 0.39	- 1.09	- 2.48	+ 0.19	- 1.84
42	- 20.3	+ 58.7	—	- 2.38	- 3.97	- 3.43	- 4.82	- 2.48	- 3.00
54	- 17.8	- 44.2	—	+ 1.50	+ 1.34	- 2.10	- 3.14	+ 0.59	- 3.40
61	- 6.4	- 31.8	—	+ 1.91	+ 1.45	- 0.79	- 1.71	+ 1.34	- 2.05
66	+ 3.6	- 3.1	—	+ 1.34	+ 0.15	- 0.29	- 0.38	+ 1.10	- 0.82
69	+ 0.4	36.9	—	- 0.12	- 0.35	- 3.84	- 3.90	- 0.47	- 4.90
89	+ 21.5	+ 33.3	—	+ 1.48	- 0.81	- 0.53	- 0.63	+ 1.71	- 0.79
93	+ 21.5	+ 14.0	—	- 2.67	- 4.82	- 0.37	- 0.37	- 2.66	- 0.93
94	+ 21.3	- 29.6	—	- 0.86	- 2.48	+ 1.25	+ 1.39	- 1.25	- 0.02
95	+ 23.3	- 51.4	—	+ 1.66	+ 0.60	+ 2.68	+ 2.43	+ 1.25	+ 0.78
97	+ 28.0	- 3.5	—	- 4.95	- 6.43	+ 0.21	+ 0.77	- 4.70	- 0.52
100	+ 26.9	- 41.1	—	- 1.25	- 2.60	+ 2.53	+ 2.74	- 1.54	+ 0.97
107	+ 44.6	+ 34.1	—	- 2.53	4.97	+ 0.33	+ 1.07	- 1.75	+ 0.01
112	+ 46.9	+ 28.3	—	- 2.97	- 5.09	- 0.66	+ 0.08	- 2.06	- 1.13
131	+ 61.2	- 28.6	—	- 0.26	- 1.63	+ 0.96	+ 2.57	+ 0.51	- 0.40
14	- 47.5	- 47.4	9.6	+ 1.77	+ 1.43	+ 0.76	- 1.31	—	—
15	- 42.8	+ 43.9	10.7	+ 0.68	- 1.23	+ 0.76	- 1.91	—	—
21	- 37.8	+ 49.8	8.9	+ 1.08	- 0.73	—	—	—	—
29	- 31.0	+ 19.8	9.9	—	—	+ 0.27	- 1.58	—	—
32	- 30.8	- 33.3	10.9	+ 1.53	+ 0.80	+ 0.09	- 1.10	—	—
90	+ 22.3	+ 27.0	11.4	- 0.30	- 2.32	- 0.18	- 0.20	—	—
91	+ 21.8	+ 20.3	11.2	- 0.28	- 1.85	- 0.07	- 0.53	—	—
106	+ 36.5	- 39.1	10.9	+ 0.01	- 1.15	—	—	—	—
111	+ 41.6	- 20.5	11.1	—	—	+ 1.84	+ 2.49	—	—
121	+ 48.1	- 35.1	10.3	- 0.63	- 1.84	+ 2.19	+ 3.26	—	—

## Région 440.

$$E = 1894.31; E' = 1913.27; T = 18.97.$$

$$k_x = -2.03; p_x = +0.0274; r_x = -0.0172; k'_x = -1.55; p'_x = +0.0399; r'_x = -0.0194.$$

$$k_y = -1.91; p_y = +0.0207; r_y = +0.0041; k'_y = +0.14; p'_y = +0.0255; r'_y = -0.0421.$$

3	- 55.3	+ 15.1	—	+ 4.57	+ 5.16	+ 1.42	+ 2.30	+ 0.93	+ 0.27
19	- 38.2	- 17.9	—	+ 2.83	+ 3.25	+ 0.87	+ 0.51	+ 0.29	- 1.33
20	- 38.0	- 53.5	—	+ 0.72	+ 0.80	+ 0.23	- 0.14	- 1.33	- 2.79
24	- 35.0	+ 28.1	—	- 2.48	- 2.46	+ 2.01	+ 1.49	- 5.95	+ 0.85
30	- 27.2	+ 16.6	—	+ 4.29	+ 3.65	+ 0.24	- 1.16	+ 0.95	- 1.48

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
31	-26.8	+15.9	—	+2.62	+1.98	+0.98	+0.17	-0.68	-0.45
39	-20.8	+39.0	—	+2.51	+2.13	-0.79	-1.91	-0.87	-1.73
43	-20.5	-61.8	—	-0.13	-0.80	-1.43	-2.76	-1.81	-4.80
47	-19.2	-20.7	—	-2.68	-2.77	+0.70	-0.49	-4.78	-1.62
50	-13.5	+51.1	—	+1.20	+0.61	-3.51	-5.58	-2.27	-4.50
54	-7.2	+45.7	—	+1.35	+0.92	+1.05	-0.78	-0.06	-1.94
55	-6.8	-49.9	—	+0.62	+0.24	+3.87	+2.26	-0.67	+0.90
62	+3.0	+26.3	—	+0.82	+0.62	-0.62	-2.56	-1.45	-1.81
67	+2.1	-52.7	—	+0.55	-0.13	-2.08	-4.09	-0.54	-5.14
79	+16.8	+53.4	—	+3.13	+2.36	-0.28	-3.69	+0.54	-1.31
96	+28.0	+30.8	—	+3.39	+3.21	-0.36	-4.23	+1.89	-1.93
98	+25.8	-34.1	—	+1.19	+0.22	+1.62	-1.26	+0.41	-1.00
116	+47.8	-34.4	—	+1.37	+0.01	+1.73	-2.40	+1.14	-1.11
127	+62.5	+53.3	—	+3.05	+1.42	-0.01	-4.98	+1.57	-0.96
—	+47.0	-43.8	—	-2.70	-3.92	+3.39	-1.33	-2.71	+0.02

22	-34.1	+47.0	8.9	+4.13	+4.15	+0.90	+0.46	—	—
23	-32.2	+29.3	8.8	+3.85	+3.60	+1.19	+0.24	—	—
25	-32.3	-34.8	10.8	+2.19	+2.08	+2.76	+2.28	—	—
34	-29.3	-38.9	11.1	+1.52	+1.53	+2.21	+1.76	—	—
95	+29.1	+32.0	11.0	+1.55	+0.81	+0.67	-3.07	—	—
103	+34.0	-30.8	8.9	+1.09	-0.12	+2.71	-0.62	—	—
110	+45.3	+37.7	9.9	+0.90	+0.16	+1.89	2.27	—	—
115	+48.8	-30.1	10.4	+0.44	-0.73	+2.83	-1.45	—	—

### Région 441.

$$E = 1894.30; E' = 1913.27; T = 18.96.$$

$$k_x = -3.22; p_x = +0.0526; r_x = -0.0209; k'_x = -1.08; p'_x = +0.0539; r'_x = -0.0160.$$

$$k_y = -1.51; p_y = +0.0540; r_y = +0.0535; k'_y = -1.10; p'_y = +0.0412; r'_y = +0.0385.$$

25	-21.7	+58.0	—	+3.21	+0.91	-0.17	-0.06	-2.31	+2.34
35	-18.2	-28.7	—	+2.26	+0.48	+1.41	+0.99	-1.22	-0.63
38	-10.9	+38.5	—	+0.10	-1.88	-0.81	-0.23	-4.33	+0.51
64	+4.7	-53.8	—	+0.52	-1.19	+5.96	+4.14	-1.24	+0.96
65	+5.8	+63.5	—	-15.05	-17.40	-19.71	-19.96	-19.24	-18.38
68	+5.1	-12.0	—	+4.00	+2.06	-0.16	-0.32	+1.37	-2.35
69	+8.6	-37.9	—	-3.49	-6.14	+4.67	+3.72	-5.81	+0.69
82	+21.9	-15.3	—	+3.30	+0.29	+1.54	+0.42	+1.09	-2.06
83	+22.9	-23.7	—	+0.21	-1.90	+2.34	+1.47	-1.34	-1.58
109	+47.3	+20.3	—	+1.00	-1.36	+1.04	+0.45	-0.18	-1.76
118	+59.8	+11.5	—	+0.77	-2.35	-2.49	-4.09	+0.03	-6.80

17	-32.9	+29.8	9.6	+4.90	+2.90	-1.13	-0.63	—	—
22	-27.1	+16.6	10.9	+5.20	+2.99	-0.86	-0.57	—	—
27	-23.8	-16.7	9.8	+4.76	+2.61	+0.82	+0.32	—	—
29	-24.0	-27.2	9.5	+3.73	+1.65	+1.30	+1.01	—	—
87	+27.5	+40.3	10.8	+2.71	+0.27	+0.41	+0.28	—	—
88	+29.4	+36.3	11.1	+2.81	+0.28	+0.79	+0.12	—	—
96	+30.9	-31.5	11.4	+0.17	1.55	+5.50	+4.14	—	—
98	+34.7	-36.0	10.9	+0.95	-1.14	+5.38	+4.18	—	—

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
<b>Région 442.</b>									
$E = 1894.31; E' = 1913.27; T = 18.97.$									
$k_x = + 0.29; p_x = + 0.0265; r_x = + 0.0010; k'_x = + 0.33; p'_x = + 0.0243; r'_x = - 0.0213.$									
$k_y = - 0.73; p_y = + 0.0250; r_y = - 0.0020; k'_y = - 0.64; p'_y = + 0.0198; r'_y = - 0.0020.$									
2	- 63.9	+ 28.9	—	+ 2.80	+ 2.80	- 1.87	- 1.75	+ 1.19	- 1.98
6	- 57.2	+ 23.7	—	+ 0.32	+ 0.92	- 5.54	- 5.21	- 0.76	- 5.64
8	53.5	+ 57.4	—	+ 2.91	+ 3.66	- 1.21	- 0.21	+ 1.67	- 0.21
31	- 30.8	+ 19.1	—	- 0.08	+ 0.14	+ 0.62	+ 0.76	- 0.64	+ 0.37
33	- 32.7	- 2.8	—	+ 0.14	+ 0.55	- 0.59	- 0.30	- 0.14	- 1.26
38	- 29.1	+ 56.7	—	- 3.54	- 2.68	- 0.06	- 0.02	- 4.11	+ 0.48
57	- 5.0	- 57.3	—	- 3.02	4.15	- 1.49	- 1.94	- 2.82	- 3.69
61	+ 3.8	+ 31.1	—	+ 0.87	+ 1.56	- 0.77	- 1.14	+ 1.30	- 0.93
71	+ 20.4	+ 42.9	—	- 3.61	- 3.36	+ 0.51	+ 0.46	- 3.09	+ 0.80
74	+ 26.8	+ 57.6	—	- 3.39	- 2.66	- 0.44	- 0.50	2.62	+ 0.18
75	+ 27.1	+ 57.3	—	- 0.09	+ 1.19	- 0.83	- 0.55	+ 0.97	- 0.04
85	+ 38.7	+ 44.6	—	- 2.59	- 1.64	- 3.14	- 2.70	- 1.27	- 2.52
87	+ 36.3	+ 14.2	—	- 5.12	- 5.04	- 3.81	- 3.54	- 3.99	- 3.97
89	+ 39.4	- 11.3	—	- 0.27	- 0.59	+ 1.26	+ 0.95	+ 0.99	+ 0.25
92	+ 43.8	- 4.3	—	- 2.07	- 2.76	- 0.71	- 0.52	- 0.95	- 1.31
96	+ 49.3	- 13.3	—	- 1.10	- 1.78	- 0.14	+ 0.25	+ 0.26	- 0.82
100	+ 51.4	+ 39.0	—	- 6.18	- 5.83	- 3.40	- 3.39	- 4.78	- 3.10
105	+ 56.5	+ 3.2	—	+ 0.70	+ 0.34	- 0.32	+ 0.17	+ 2.23	- 0.58
—	- 53.8	- 19.6	—	- 4.30	- 5.13	- 2.39	- 2.98	- 5.57	- 3.92
23	- 41.7	- 30.2	10.2	+ 0.77	- 0.27	+ 1.25	+ 1.13	—	—
24	- 36.2	+ 30.7	10.0	+ 0.09	+ 0.61	- 0.15	+ 0.02	—	—
30	- 30.8	+ 34.5	10.9	+ 0.53	+ 1.31	+ 0.32	+ 0.25	—	—
36	- 32.8	- 31.2	10.8	+ 1.19	+ 0.54	+ 1.70	+ 1.36	—	—
72	+ 22.7	+ 32.7	10.8	- 0.88	- 0.17	- 0.67	- 0.39	—	—
77	+ 25.3	- 37.5	9.8	- 1.09	- 2.01	+ 1.86	+ 1.38	—	—
80	+ 30.4	+ 42.4	9.7	- 0.68	+ 0.25	- 0.04	- 0.07	—	—
98	+ 45.6	- 36.0	10.2	- 1.81	- 2.37	+ 1.50	+ 1.36	—	—

**Région 443.**

$$E = 1894.31; E' = 1913.27; T = 18.97.$$

$$k_x = - 1.30; p_x = + 0.0139; r_x = 0.0005; k'_x = + 0.12; p'_x = + 0.0239; r'_x = + 0.0182.$$

$$k_y = - 0.98; p_y = + 0.0244; r_y = + 0.0046; k'_y = - 0.12; p'_y = + 0.0199; r'_y = - 0.0188.$$

1	- 62.6	+ 15.2	—	+ 1.10	- 0.72	- 0.10	+ 0.38	- 1.45	- 0.52
2	- 62.3	+ 11.0	—	+ 0.54	- 0.58	+ 2.63	+ 3.31	- 1.69	+ 2.22
6	- 53.4	+ 8.0	—	+ 1.66	+ 0.10	- 2.62	- 1.92	- 0.64	- 3.01
7	- 53.2	- 62.8	—	+ 4.02	+ 3.23	- 1.25	- 1.15	+ 1.47	- 3.52
17	- 35.0	- 46.0	—	- 0.95	- 1.24	+ 1.11	+ 0.75	- 2.76	- 0.89
26	- 34.7	- 26.7	—	+ 3.97	+ 3.30	+ 1.09	+ 0.99	+ 2.15	- 0.34
28	- 29.4	+ 26.3	—	+ 3.27	+ 1.59	- 0.57	- 0.45	+ 1.52	- 0.68
40	- 11.6	- 26.3	—	- 0.70	- 1.26	+ 1.57	+ 0.68	- 2.02	- 0.09
48	- 7.4	+ 25.6	—	+ 3.27	+ 1.57	+ 0.10	- 0.59	+ 1.92	- 0.28

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
51	- 8.4	+ 16.2	—	0.65	2.10	+ 0.79	- 0.24	1.98	+ 0.02
54	- 9.5	- 32.1	—	- 0.75	1.51	+ 0.19	- 0.69	- 2.18	- 1.58
75	+ 13.7	+ 39.0	—	+ 3.27	+ 1.35	- 0.68	- 1.99	+ 2.32	- 0.92
76	+ 13.4	+ 38.9	—	+ 2.41	+ 0.48	+ 0.07	- 1.61	+ 1.45	- 0.36
80	+ 17.8	- 10.9	—	+ 0.01	- 1.32	+ 1.35	+ 0.19	1.00	+ 0.10
93	+ 27.1	- 62.7	—	- 3.70	- 4.04	- 0.91	- 2.71	- 4.50	- 3.55
104	+ 37.4	+ 19.0	—	- 1.13	- 3.13	+ 1.12	0.96	- 1.84	+ 0.21
113	+ 40.3	+ 29.3	—	- 0.36	- 2.54	- 1.79	- 3.61	1.02	- 2.32
119	+ 53.2	+ 40.8	—	+ 0.47	- 2.16	+ 1.61	- 0.99	- 0.07	+ 1.04
127	+ 63.1	+ 17.7	—	- 1.85	- 4.28	- 0.10	- 2.61	- 2.30	- 1.06
18	- 37.9	- 49.4	10.7	+ 2.15	+ 2.11	+ 2.03	+ 1.50	—	—
22	- 34.8	+ 47.9	10.9	+ 1.10	- 0.58	+ 0.09	+ 0.54	—	—
23	- 34.3	+ 36.4	10.2	+ 1.91	- 0.02	- 0.22	- 0.12	—	—
27	- 32.1	- 42.6	10.9	+ 1.96	+ 1.48	+ 1.55	+ 1.32	—	—
91	+ 28.0	- 27.1	9.2	+ 0.30	- 0.69	+ 1.61	+ 0.12	—	—
95	+ 32.4	+ 32.0	10.1	—	—	+ 0.28	- 1.27	—	—
98	+ 31.1	- 22.9	10.6	+ 0.86	- 0.54	+ 2.13	+ 0.57	—	—
101	+ 36.2	+ 37.6	10.8	+ 1.40	- 1.34	- 0.01	- 1.72	—	—
102	+ 39.2	+ 22.2	10.8	+ 0.77	- 1.31	—	—	—	—

Région 444.

$E = 1894.31$ ;  $E' = 1913.27$ ;  $T = 18.97$ .

$k_x = + 0.78$ ;  $p_x = + 0.0204$ ;  $r_x = - 0.0071$ ;  $k'_x = + 0.08$ ;  $p'_x = + 0.0275$ ;  $r'_x = + 0.0171$ .

$k_y = - 3.12$ ;  $p_y = + 0.0207$ ;  $r_y = + 0.0095$ ;  $k'_y = - 0.10$ ;  $p'_y = + 0.0122$ ;  $r'_y = + 0.0165$ .

10	- 52.0	- 33.5	—	- 1.42	+ 0.65	+ 1.95	- 1.54	- 1.36	- 1.28
14	- 49.2	+ 48.2	—	+ 2.89	+ 2.46	+ 1.45	- 2.10	+ 2.17	- 0.50
15	- 46.1	+ 22.2	—	- 4.30	- 3.69	+ 0.65	- 3.09	- 4.56	- 1.86
18	- 50.2	+ 6.4	—	- 0.23	+ 0.55	+ 2.41	- 1.20	- 0.58	- 0.24
28	- 37.8	- 6.6	—	+ 0.83	+ 1.97	+ 2.19	- 1.12	+ 0.89	- 0.69
32	- 32.5	+ 44.7	—	+ 1.75	+ 1.23	+ 2.71	- 0.07	+ 1.36	+ 0.87
33	- 31.6	+ 36.3	—	- 1.41	- 1.56	+ 1.77	- 1.60	- 1.63	- 0.52
45	- 26.9	- 29.4	—	+ 1.43	+ 2.98	+ 1.18	- 1.90	+ 1.84	- 2.10
74	+ 1.4	- 9.7	—	- 0.26	+ 0.91	+ 6.37	+ 3.42	+ 0.74	+ 3.11
82	+ 7.9	- 7.3	—	+ 1.66	+ 2.95	+ 1.83	- 1.12	+ 2.89	- 1.48
84	+ 10.5	+ 9.9	—	- 0.42	+ 0.29	+ 0.68	- 2.04	+ 0.66	- 2.26
87	+ 20.0	+ 25.5	—	+ 1.41	+ 1.37	+ 2.45	+ 0.15	+ 2.43	- 0.15
88	+ 18.7	- 44.2	—	- 2.16	- 0.28	+ 1.54	- 1.77	- 0.57	- 2.69
89	+ 21.3	+ 62.7	—	- 0.61	- 1.02	+ 2.99	+ 0.38	+ 0.43	+ 0.83
101	+ 32.6	+ 23.4	—	- 4.08	- 4.27	+ 2.93	+ 0.04	- 2.84	- 0.16
115	+ 49.0	+ 60.1	—	+ 1.25	+ 0.45	+ 3.47	+ 1.53	+ 2.75	+ 1.23
119	+ 45.5	- 21.0	—	- 3.39	- 2.25	+ 3.80	+ 0.87	- 1.40	- 0.21
121	+ 58.5	+ 32.5	—	- 1.99	- 2.29	+ 5.08	+ 3.00	- 0.14	+ 2.20
124	+ 62.5	+ 29.2	—	- 3.42	- 3.60	+ 1.99	- 0.30	- 1.43	- 1.09
22	- 41.5	+ 26.1	11.0	- 0.71	- 0.02	+ 2.67	- 0.82	—	—
24	- 40.8	- 33.5	9.8	- 0.32	+ 1.43	+ 3.30	- 0.03	—	—
37	- 32.9	- 28.3	10.7	+ 0.46	+ 2.14	+ 3.21	- 0.07	—	—

N:o 1.

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
50	- 22.9	+ 25.4	10.6	+ 0.18	+ 0.10	+ 2.20	- 0.85	—	—
100	+ 32.3	+ 31.5	10.6	- 0.81	- 1.30	+ 2.60	+ 0.29	—	—
104	+ 31.3	- 32.0	10.1	- 2.06	- 0.79	+ 4.79	+ 1.44	—	—
105	+ 32.1	- 42.3	9.2	- 1.98	- 0.49	+ 3.90	+ 0.53	—	—
107	+ 39.1	+ 29.8	9.9	- 1.14	- 1.22	+ 2.74	+ 0.50	—	—

## Région 445.

$$E = 1894.28; E' = 1913.24; T = 18.96.$$

$$k_x = - 0.40; p_x = + 0.0239; r_x = + 0.0108; k'_x = + 1.35; p'_x = + 0.0361; r'_x = - 0.0383.$$

$$k_y = + 0.54; p_y = + 0.0148; r_y = - 0.0008; k'_y = - 0.86; p'_y = + 0.0094; r'_y = + 0.0065.$$

2	- 62.8	+ 22.6	—	- 0.04	0.65	1.89	1.78	- 2.07	- 1.54
4	- 63.9	- 20.8	—	- 0.90	- 2.97	- 1.10	- 0.92	- 3.46	- 1.24
8	- 46.8	+ 3.8	—	- 16.57	- 17.85	- 19.19	- 18.73	- 18.19	- 18.94
38	- 6.0	- 40.1	—	- 0.66	- 3.91	- 1.28	- 0.51	- 1.42	- 1.52
41	- 4.5	+ 10.3	—	+ 1.12	+ 0.07	- 1.48	0.59	+ 0.79	- 1.05
42	- 4.1	+ 5.1	—	- 2.54	- 3.53	- 2.48	- 1.81	- 2.75	- 2.22
54	+ 6.3	- 49.1	—	- 2.01	- 5.49	- 3.73	- 3.02	- 2.41	- 4.14
68	+ 21.8	- 57.3	—	+ 0.34	- 3.93	+ 1.47	+ 1.91	+ 0.12	+ 0.77
71	+ 34.1	+ 2.2	—	- 1.80	3.67	- 3.77	- 2.44	- 1.27	- 3.33
82	+ 41.6	- 48.6	—	- 3.60	- 7.18	- 3.25	- 2.24	- 3.00	- 3.61
84	+ 49.5	- 60.1	—	- 0.05	- 3.86	+ 1.97	+ 3.27	+ 0.83	+ 1.59
85	+ 51.6	+ 36.8	—	+ 0.98	+ 0.20	- 2.19	- 0.58	+ 2.10	- 1.25
9	- 48.8	- 27.5	9.9	+ 2.51	- 0.57	- 0.04	+ 0.35	—	—
14	- 41.6	- 40.9	10.0	+ 1.82	1.21	+ 0.42	+ 0.85	—	—
18	- 34.2	+ 29.5	10.3	+ 0.31	+ 0.73	- 0.87	- 0.11	—	—
24	- 24.5	+ 26.0	8.2	+ 0.66	+ 0.55	- 1.36	- 0.09	—	—
73	+ 34.8	- 30.8	9.6	—	—	- 0.40	+ 0.95	—	—
75	+ 35.1	+ 40.7	10.5	- 0.82	- 1.46	- 0.96	+ 0.44	—	—
76	+ 36.4	+ 15.2	10.4	- 0.06	- 1.40	- 0.62	+ 0.64	—	—
79	+ 38.5	27.7	9.7	- 0.54	- 3.88	—	—	—	—
80	+ 35.5	- 37.5	9.7	0.35	- 4.25	- 0.10	+ 0.85	—	—

## Région 446.

$$E = 1894.29; E' = 1913.25; T = 18.97.$$

$$k_x = - 0.62; p_x = - 0.0034; r_x = + 0.0298; k'_x = + 0.48; p'_x = + 0.0159; r'_x = + 0.0039.$$

$$k_y = - 0.96; p_y = + 0.0092; r_y = - 0.0038; k'_y = - 0.52; p'_y = + 0.0050; r'_y = - 0.0569.$$

11	- 53.0	- 28.5	—	+ 3.13	+ 1.22	+ 0.50	+ 2.13	+ 1.29	- 1.23
15	- 38.1	+ 49.6	—	- 2.00	1.75	+ 0.73	+ 2.32	- 1.35	- 0.01
20	- 36.2	- 17.0	—	- 1.56	- 2.67	+ 1.40	+ 3.18	- 2.70	+ 0.32
29	- 29.3	- 2.6	—	+ 1.84	+ 0.30	+ 0.61	+ 2.27	+ 0.77	- 0.20
30	- 29.6	- 2.4	—	- 2.02	- 2.80	+ 0.13	+ 1.94	- 2.70	- 0.61
37	- 20.7	- 45.9	—	- 2.91	- 5.35	- 2.94	- 2.10	- 5.10	- 4.21
40	- 17.9	- 15.5	—	- 0.15	- 1.58	- 1.35	- 1.18	- 1.30	- 2.66
47	- 5.2	- 21.3	—	- 3.59	- 4.70	- 1.99	- 1.97	- 4.60	- 3.03
49	- 0.6	- 57.2	—	+ 3.53	+ 0.86	+ 0.22	- 0.66	+ 1.16	- 1.38

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
61	+ 8.7	- 52.6	—	+ 0.51	- 2.35	+ 0.32	- 0.97	- 1.82	- 1.17
73	+ 22.5	- 2.0	—	+ 0.81	- 0.57	+ 3.48	+ 2.15	+ 0.15	+ 2.74
81	+ 34.1	- 29.0	—	+ 2.56	+ 0.21	+ 1.32	- 0.77	+ 1.04	+ 0.36
82	+ 33.5	- 54.8	—	+ 2.91	- 0.33	+ 1.59	- 1.22	+ 0.51	+ 0.08
89	+ 35.6	- 17.7	—	- 1.15	2.68	+ 2.26	- 0.22	2.06	+ 1.24
91	+ 40.5	- 33.2	—	- 1.97	4.47	+ 1.43	1.16	3.60	+ 0.38
99	+ 48.4	- 5.3	—	+ 1.84	0.11	+ 1.47	- 1.11	+ 0.99	+ 0.86
105	+ 51.8	- 53.5	—	- 1.31	- 5.45	+ 0.10	- 3.14	- 1.03	- 1.06
113	+ 62.5	- 58.3	—	+ 2.63	- 1.34	+ 1.58	- 3.37	- 0.02	- 0.15
—	+ 62.2	+ 9.3	—	+ 2.77	+ 1.33	- 2.32	- 5.90	+ 2.53	- 2.99
14	- 44.8	- 21.6	10.9	+ 1.00	+ 0.16	- 1.49	+ 3.69	—	—
21	- 32.1	+ 23.9	10.4	0.00	- 0.12	+ 0.90	+ 1.95	—	—
26	- 25.0	+ 37.3	10.6	- 0.38	0.27	+ 0.92	+ 1.78	—	—
35	- 20.1	- 25.1	8.8	+ 1.03	+ 0.19	+ 0.85	+ 1.52	—	—
70	+ 17.9	- 20.6	10.9	+ 1.78	- 0.50	+ 1.07	- 0.97	—	—
71	+ 17.7	34.7	10.4	+ 1.63	- 0.91	—	—	—	—
84	+ 35.9	+ 44.8	10.6	- 0.23	- 0.83	+ 0.13	- 1.73	—	—
85	+ 39.4	+ 36.4	9.9	—	—	+ 0.49	1.68	—	—
92	+ 40.7	- 48.7	10.7	—	—	+ 1.51	- 1.24	—	—
95	+ 49.8	+ 30.6	10.2	- 0.87	- 1.70	—	—	—	—

Région 447.

$E = 1895.24; E' = 1913.23; T = 17.99.$

$k_x = + 0.85; p_x = + 0.0173; r_x = + 0.0312; k'_x = - 0.08; p'_x = + 0.0209; r'_x = + 0.0772.$

$k_y = - 0.84; p_y = + 0.0446; r_y = + 0.0315; k'_y = + 2.81; p'_y = + 0.0398; r'_y = + 0.0149.$

3	- 63.6	- 34.3	—	+ 3.69	+ 5.25	+ 1.87	- 0.31	+ 1.78	+ 1.79
8	- 46.2	+ 53.0	—	+ 2.81	+ 1.14	- 3.94	- 6.43	+ 4.34	- 0.89
12	- 42.3	- 21.1	—	+ 2.87	+ 4.27	+ 0.60	- 1.74	+ 2.00	+ 0.50
13	- 42.6	- 21.2	—	+ 1.64	+ 3.78	+ 1.58	- 0.88	+ 1.13	+ 1.42
14	- 36.0	+ 15.9	—	- 0.29	- 0.32	- 2.47	- 5.03	+ 0.26	- 1.26
27	- 15.8	- 31.1	—	- 0.53	+ 1.84	- 0.31	- 3.49	- 0.94	- 1.86
28	- 18.8	- 41.4	—	- 0.75	+ 2.17	+ 2.39	- 0.68	- 1.51	+ 0.52
37	- 8.8	+ 38.7	—	- 2.66	- 3.11	- 0.58	- 3.74	- 0.56	+ 0.66
39	- 2.7	- 19.8	—	- 0.58	+ 1.13	+ 2.16	- 1.61	- 0.47	+ 0.49
43	+ 6.8	- 43.0	—	- 1.99	+ 0.60	+ 0.97	- 2.25	- 2.51	- 1.62
49	+ 19.3	- 21.4	—	- 5.16	- 3.39	+ 1.57	- 2.86	- 4.68	- 1.01
53	+ 33.0	- 6.1	—	- 2.85	1.97	+ 1.02	- 2.73	- 1.72	- 0.89
60	+ 48.2	+ 19.5	—	- 1.83	- 1.90	- 0.40	- 4.26	+ 0.50	- 1.64
63	+ 53.6	- 26.0	—	- 4.50	- 2.67	+ 3.28	- 1.52	- 3.58	- 0.47
64	+ 56.3	+ 0.9	—	- 4.00	- 3.64	- 0.58	- 5.36	- 2.31	- 3.25
66	+ 62.7	- 36.4	—	- 6.27	- 3.10	+ 3.28	- 1.43	- 5.08	- 1.08
20	- 20.3	+ 38.4	10.2	- 2.10	- 2.65	- 2.17	- 5.82	—	—
21	- 23.1	+ 27.9	10.0	- 1.32	- 2.04	—	—	—	—
24	- 23.7	- 28.3	10.1	+ 0.60	+ 3.05	+ 1.64	- 1.27	—	—
29	- 13.7	+ 37.3	8.8	—	—	- 1.43	- 4.47	—	—
35	- 14.3	- 29.6	8.3	+ 0.58	+ 3.03	+ 2.27	1.47	—	—

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
48	+ 16.6	+ 24.3	10.6	- 1.53	- 1.86	+ 1.12	- 2.71	—	—
52	+ 25.2	- 26.3	10.1	- 0.57	+ 1.26	+ 3.03	- 1.81	—	—
56	+ 36.8	- 34.0	9.9	- 0.72	- 1.62	+ 2.46	- 1.61	—	—
58	+ 42.5	+ 24.2	10.3	- 2.29	- 2.31	+ 1.10	2.82	—	—

## Région 448.

$$E = 1894.28; E' = 1913.24; T = 18.96.$$

$$k_x = - 1.00; p_x = + 0.0269; r_x = + 0.0252; k'_x = + 0.35; p'_x = + 0.0448; r'_x = + 0.0232.$$

$$k_y = + 0.46; p_y = + 0.0064; r_y = - 0.0018; k'_y = + 1.08; p'_y = + 0.0039; r'_y = - 0.0204.$$

4	- 58.7	+ 20.5	—	+ 0.14	- 0.40	- 1.45	- 1.08	- 2.06	- 1.04
11	- 46.5	+ 11.3	—	- 0.56	- 1.77	- 1.65	- 1.55	- 2.88	- 4.29
16	- 43.0	- 49.9	—	+ 3.87	+ 2.16	- 2.14	2.32	- 0.06	- 2.19
18	- 31.2	+ 2.8	—	+ 2.31	+ 1.24	+ 0.35	+ 0.11	+ 0.39	+ 0.66
22	- 33.1	- 34.4	—	+ 4.89	+ 3.55	+ 0.33	+ 0.02	+ 1.87	+ 0.40
31	- 20.6	- 36.8	—	- 0.77	- 1.78	+ 0.40	- 0.18	- 3.22	+ 0.46
32	- 18.0	+ 62.1	—	- 2.67	- 3.52	- 3.88	- 4.65	- 2.56	- 3.37
38	- 11.2	+ 11.2	—	- 1.75	- 2.93	- 4.56	- 4.76	- 2.79	- 3.96
44	- 3.5	- 0.4	—	+ 3.25	+ 2.23	+ 0.83	+ 0.08	+ 2.28	+ 1.18
51	+ 5.5	- 28.1	—	+ 1.95	+ 0.65	+ 3.02	+ 1.56	+ 0.49	+ 2.97
52	+ 9.5	- 31.6	—	+ 0.46	- 1.12	- 0.43	- 1.35	- 1.07	- 0.17
60	+ 20.0	- 1.4	—	- 0.65	- 2.39	+ 0.55	- 0.46	- 1.16	+ 1.03
62	+ 20.6	+ 35.4	—	+ 0.55	- 0.63	- 3.76	- 4.20	+ 1.22	- 2.79
68	+ 32.5	+ 10.1	—	+ 2.16	+ 0.78	- 2.38	- 3.26	+ 2.55	- 1.64
77	+ 57.3	+ 42.9	—	- 1.69	- 3.37	- 5.70	- 7.01	+ 0.24	- 4.73
79	+ 58.6	+ 11.3	—	+ 1.30	- 0.31	- 0.91	- 2.72	+ 2.54	- 0.33
80	+ 57.4	+ 1.2	—	- 1.07	- 2.61	- 0.13	- 1.57	- 0.08	+ 0.56
82	+ 61.2	- 21.8	—	- 3.43	- 4.90	0.43	- 2.12	- 2.82	+ 0.06
7	- 52.5	+ 28.4	10.2	+ 1.27	+ 0.86	- 0.31	+ 0.18	—	—
13	- 41.9	+ 35.8	9.4	+ 1.32	+ 1.10	1.08	- 0.80	—	—
19	- 30.2	- 20.0	9.2	+ 2.35	+ 1.46	- 0.11	- 0.32	—	—
29	- 21.6	- 25.0	10.2	+ 2.51	+ 1.30	- 0.19	- 0.47	—	—
61	+ 20.7	+ 42.7	9.6	- 0.24	- 2.37	- 0.80	- 1.60	—	—
63	+ 25.9	+ 42.6	10.0	- 0.83	- 2.32	- 0.52	- 1.70	—	—
67	+ 28.3	- 37.0	10.7	+ 0.55	- 1.51	- 0.34	- 1.64	—	—
72	+ 40.7	- 41.9	9.8	+ 1.24	- 0.51	- 0.43	- 1.75	—	—

## Région 449.

$$E = 1894.32; E' = 1913.32; T = 19.00.$$

$$k_x = - 0.14; p_x = + 0.0091; r_x = - 0.0235; k'_x = - 0.42; p'_x = + 0.0191; r'_x = + 0.0038.$$

$$k_y = - 1.36; p_y = + 0.0312; r_y = + 0.0073; k'_y = + 0.87; p'_y = + 0.0213; r'_y = - 0.0173.$$

2	- 62.9	+ 39.3	—	- 2.91	- 3.54	2.52	- 3.42	- 4.77	- 2.49
4	- 58.9	+ 3.5	—	+ 3.34	+ 3.39	+ 0.17	- 1.43	+ 2.22	- 1.08
12	- 49.5	+ 7.8	—	- 0.96	- 0.15	- 0.60	- 1.56	- 1.61	- 1.37
19	- 34.9	+ 58.3	—	+ 1.66	+ 0.66	+ 1.14	+ 0.10	- 0.19	+ 1.73
23	- 25.8	- 43.8	—	- 1.08	+ 0.68	+ 0.82	- 1.11	- 0.41	- 1.67

N:o	x en mm	y en mm	Gr.	Diff. en x Unité 0.01 mm		Diff. en y Unité 0.01 mm		Δx	Δy
				b <sub>1</sub> - a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub> - b <sub>2</sub>	b <sub>1</sub> - a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub> - b <sub>2</sub>		
27	-22.0	+42.1	—	0.73	1.23	+0.28	-1.35	-1.99	+0.22
28	-23.8	+31.1	—	+3.15	+2.74	+0.11	-1.61	+2.02	-0.30
29	-24.7	+5.3	—	+2.11	+2.67	-0.19	-1.59	+1.71	-1.12
32	-17.4	+26.8	—	-3.31	-3.22	+0.42	-0.91	-1.05	+0.11
37	-9.0	+54.6	—	+1.73	+0.32	-0.68	-2.74	+0.08	-0.57
40	-6.4	+6.4	—	-3.07	-2.63	-1.59	-3.98	-3.28	-2.89
44	-4.1	-58.1	—	-1.85	+0.06	+6.30	+3.38	-0.66	+3.05
47	+4.3	+1.4	—	-0.72	-0.01	+0.41	-1.21	0.60	-0.57
51	+9.1	+17.3	—	-0.23	-0.28	+1.47	-0.69	-0.58	+0.64
52	+14.9	+40.9	—	-0.01	-0.84	+0.61	-1.86	-0.90	+0.28
55	+11.7	+3.0	—	+2.41	+2.28	+0.81	-1.25	+2.20	-0.33
68	+30.6	+29.9	—	0.40	-1.10	+0.92	-0.89	-0.89	+0.71
—	+59.1	-22.7	—	-0.39	+0.44	+2.68	-2.20	+0.80	-0.30
—	+62.8	+34.5	—	-1.09	-2.09	-0.64	-4.07	-1.32	-1.38

8	-50.3	-40.3	9.2	-0.09	+1.94	+1.58	+0.15	—	—
10	-46.6	+44.4	9.2	+1.54	+0.98	+0.08	-0.36	—	—
11	-48.1	+41.1	10.0	—	—	+0.04	-0.84	—	—
15	-40.2	+25.6	10.3	+1.11	+0.88	—	—	—	—
22	-26.2	-25.5	9.1	-0.40	+0.99	+1.87	+0.10	—	—
64	+25.2	+31.3	10.2	+0.86	+0.33	+0.19	-2.52	—	—
72	+40.5	+21.7	10.2	+0.15	-0.57	+0.59	-2.22	—	—
73	+43.7	-35.4	9.4	-1.13	-0.36	+3.18	-0.65	—	—
74	+43.1	-47.7	9.6	-1.39	-0.52	+3.52	-0.11	—	—

Région 450.

$E = 1894.28; E' = 1913.24; T = 18.96.$

$k_x = +0.76; p_x = +0.0062; r_x = +0.0091; k'_x = +2.46; p'_x = +0.0113; r'_x = -0.0142.$

$k_y = -0.61; p_y = +0.0184; r_y = +0.0183; k'_y = +1.05; p'_y = +0.0144; r'_y = +0.0096.$

3	-57.6	+40.9	—	-0.94	-0.57	+0.14	-2.24	+0.16	+0.64
11	-48.4	+17.6	—	-2.85	-3.28	-1.51	-2.69	-1.99	-0.92
18	-35.6	+39.0	—	-5.17	-5.74	-1.37	-2.50	-4.31	-0.58
28	28.3	+10.3	—	+1.58	+0.18	-0.31	-1.70	+2.17	-0.22
29	-21.6	+54.0	—	-2.13	-2.12	-0.64	-2.10	-0.87	+0.04
46	-1.4	+33.9	—	-3.73	-4.44	+0.73	-0.83	-2.57	+0.74
50	+1.8	+60.7	—	3.41	-3.69	-2.62	-4.32	-2.07	-2.28
54	+7.5	+23.3	—	4.49	-5.58	-0.19	-1.76	-3.40	-0.47
60	+14.3	+29.5	—	+1.02	-0.71	-0.91	-2.89	+1.83	-1.40
62	+11.7	-38.4	—	+1.55	-1.03	+1.10	-1.02	+2.09	-0.53
64	+18.1	+50.7	—	+0.96	+0.15	-0.90	-2.76	+2.22	-1.03
71	+21.8	-42.9	—	-2.45	-5.25	+1.40	-0.73	-1.90	-0.45
75	+29.7	+30.4	—	-3.02	-1.34	+2.73	+0.84	-1.84	+2.09
90	+41.7	-4.8	—	-2.70	-5.21	+0.75	-0.90	-1.90	-0.51
100	+52.0	-23.1	—	-4.40	-7.10	+1.37	-0.80	-3.55	-0.60
104	+59.9	+3.9	—	-1.49	-3.41	+0.04	-1.97	-0.23	-1.52
107	+63.2	+6.3	—	-1.54	-3.71	+0.84	-1.34	-0.38	-0.81
—	-34.5	-62.1	—	+1.15	-2.05	+3.02	+1.71	+0.96	+2.05
—	+5.2	-51.4	—	+2.74	-0.08	-2.69	-4.73	+3.12	-4.41

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
13	-40.3	+30.0	9.7	-1.00	-1.86	-0.97	-2.21	—	—
17	-41.7	-40.3	9.9	-0.28	-2.57	—	—	—	—
24	-33.1	-29.7	9.4	-0.13	-2.30	+0.69	-0.57	—	—
26	-29.8	+34.0	10.0	-0.66	-1.10	+0.11	-1.38	—	—
37	-18.6	-46.0	10.0	—	—	+0.60	-1.05	—	—
82	+33.8	+34.8	9.3	-1.17	-2.51	+0.47	-1.25	—	—
89	+44.4	+38.3	9.1	-1.49	-2.52	+0.45	-1.27	—	—
91	+44.4	-25.8	9.3	-0.91	-3.30	+2.14	-0.11	—	—
96	+45.4	-29.3	9.6	-0.66	-3.65	+2.13	-0.22	—	—

## Région 451.

$$E = 1894.28; E' = 1913.24; T = 18.96.$$

$$k_x = +0.07; p_x = +0.0157; r_x = +0.0179; k'_x = -0.20; p'_x = +0.0228; r'_x = +0.0031.$$

$$k_y = -1.45; p_y = +0.0148; r_y = +0.0299; k'_y = -0.76; p'_y = +0.0178; r'_y = +0.0041.$$

1	-62.4	-20.7	—	-0.56	-0.41	-0.40	+0.38	-1.96	-0.39
2	-56.3	+60.2	—	+0.49	+2.60	-0.29	-0.44	+1.03	+0.46
4	-47.7	+32.4	—	-0.43	+0.39	+2.18	+2.12	-0.66	+2.39
8	-43.8	+28.9	—	-1.04	+0.20	+0.35	+0.47	-1.02	+0.52
15	-32.8	+58.9	—	-3.58	-2.39	+0.06	-0.18	-3.06	+0.35
26	-5.9	-40.8	—	+2.21	+1.71	+0.24	-0.56	+1.35	-1.83
28	+4.7	+61.0	—	-2.89	-1.64	+0.76	-0.21	-1.60	+0.08
31	+2.0	-59.5	—	-0.21	-0.71	-0.27	-1.20	-1.11	-2.84
32	+8.1	+37.8	—	-5.61	-4.06	+0.54	-0.23	-4.34	-0.47
43	+12.6	-56.2	—	-1.35	-2.21	+0.81	-0.18	-2.19	-1.92
55	+30.5	+31.9	—	-2.05	-1.43	-0.71	-2.30	-0.88	-2.61
56	+34.5	+27.6	—	-1.93	-1.16	+0.10	-1.30	-0.65	-1.84
59	+37.6	+43.5	—	-2.57	-1.90	+1.39	-0.44	-1.12	-0.56
61	+36.1	-34.0	—	+2.24	+1.74	+1.01	-0.35	+2.26	-1.94
66	+49.6	-1.1	—	-2.55	2.45	+2.68	+1.50	-1.62	+0.12
68	+50.2	-27.0	—	+1.14	+0.25	+2.38	+0.16	+1.31	-1.13
72	+63.8	-34.5	—	-3.16	-3.39	+2.86	+0.78	-2.48	-0.93

6	-46.8	-44.7	10.3	+1.30	+1.63	+0.40	+1.22	—	—
7	-43.0	+39.6	10.1	-0.45	+0.79	-1.01	-0.63	—	—
9	-40.1	+26.2	10.6	+0.32	+1.02	—	—	—	—
12	-39.9	+41.2	10.5	—	—	-0.06	-0.04	—	—
14	-37.3	-35.5	10.5	+1.44	+1.21	+1.46	+1.78	—	—
51	+29.0	+24.1	10.4	-0.93	-0.36	+2.24	+0.61	—	—
53	+27.1	-44.5	9.0	0.00	-0.49	+2.48	+0.90	—	—
54	+33.7	+48.6	10.3	-1.36	-0.62	+1.74	+0.27	—	—
58	+33.3	-30.6	10.6	+0.14	-0.53	+3.05	+1.79	—	—

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
<b>Région 452.</b>									
$E = 1894.28; E' = 1913.24; T = 18.96.$									
$k_x = -2.54; p_x = +0.0092; r_x = +0.0273; k'_x = +2.56; p'_x = +0.0200; r'_x = -0.0274.$									
$k_y = -0.10; p_y = +0.0173; r_y = -0.0055; k'_y = 0.08; p'_y = +0.0102; r'_y = -0.0055.$									
2	-56.9	-60.0	—	+5.77	-1.57	+0.97	+0.87	+1.28	-0.30
3	-51.7	+36.8	—	+4.08	+1.33	-0.90	-0.57	+1.95	-0.60
12	-39.1	+22.5	—	+2.90	-0.93	-0.24	+0.17	+0.42	-0.03
15	-32.2	-24.6	—	+4.40	-1.78	-2.44	-1.77	+0.85	-2.71
17	-33.5	-61.4	—	+2.01	-6.03	+1.46	+0.70	-2.49	-0.03
22	-23.7	+43.9	—	-6.22	-9.45	-2.57	-1.84	-8.17	-1.82
23	-20.8	-50.1	—	+5.79	-1.59	-0.92	1.03	+1.80	1.86
24	-19.7	+48.5	—	+1.67	-0.57	-5.28	-4.98	+0.27	-4.66
25	-18.9	+44.0	—	-6.18	-9.17	-2.16	-2.20	-7.94	-1.77
43	+4.6	-17.7	—	+2.62	-3.41	-4.96	-4.73	-0.32	-5.15
45	+4.0	-59.4	—	+2.88	-5.33	+1.53	+1.53	-1.15	+0.64
48	+5.3	-49.3	—	+5.63	-2.08	+0.92	+0.86	+1.86	+0.15
57	+16.0	-1.9	—	+4.30	-1.30	-5.83	-5.93	+1.74	-5.90
59	+20.5	+54.3	—	+2.96	+0.48	-0.66	-0.46	+2.02	+0.20
63	+32.3	+51.4	—	+1.30	-1.13	+0.13	+0.41	+0.56	+1.06
66	+31.1	+18.9	—	-0.38	-4.97	-1.65	-1.55	-2.21	-1.26
70	+37.9	+0.4	—	-0.12	-5.29	-0.38	-0.02	-2.14	-0.07
73	+40.9	+21.7	—	+3.41	-0.34	-1.75	-1.21	+2.14	-1.05
75	+42.5	-2.6	—	+1.50	-4.01	+0.19	+0.32	-0.62	+0.36
76	+48.3	+0.5	—	+0.01	-5.16	+0.42	+1.02	-1.86	+0.91
82	+50.5	-1.1	—	+3.70	-2.04	-0.35	+0.39	+1.57	+0.19
—	-64.4	-48.3	—	+0.13	-5.72	-0.86	-2.01	-3.72	-2.54

11	-35.5	+36.2	10.1	+1.78	-1.15	-0.09	-0.22	—	—
14	-32.1	-17.3	9.6	+3.50	-2.09	+0.43	+0.37	—	—
16	-33.7	-28.9	9.4	+3.65	-2.33	+0.89	+0.76	—	—
18	-28.8	+30.8	9.2	+1.85	-1.50	-0.46	-0.07	—	—
61	+24.3	-40.4	8.0	+3.24	-4.79	+0.72	+0.54	—	—
62	+27.4	+38.6	9.9	+1.43	-1.79	-0.21	-0.04	—	—
69	+38.1	+29.7	9.6	+1.40	-2.11	-1.17	-0.71	—	—
71	+36.6	-51.6	9.1	+3.58	-4.73	+0.78	+0.10	—	—

**Région 453.**

$E = 1894.29; E' = 1913.25; T = 18.97.$

$k_x = -1.18; p_x = +0.0088; r_x = -0.0099; k'_x = +0.66; p'_x = +0.0190; r'_x = +0.0122.$

$k_y = +0.27; p_y = +0.0080; r_y = +0.0038; k'_y = +0.28; p'_y = +0.0099; r'_y = -0.0011.$

5	-63.7	-53.3	—	-3.47	-3.32	-2.27	-2.06	-4.60	-2.28
14	-51.5	+9.2	—	+5.08	+2.91	-3.71	-3.89	+3.03	-3.37
16	-53.0	-58.4	—	+0.14	+1.63	-0.79	-1.18	-0.18	-1.16
21	-48.0	-42.5	—	+0.13	+0.42	+1.13	+1.31	-0.69	+1.17
23	-45.6	-56.9	—	+3.85	+3.90	+1.08	+1.14	+2.91	+0.93
25	-44.8	+22.2	—	+3.99	+1.94	-0.77	-0.77	+2.11	-0.23

N:o 1.

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm.		$I_x$	$I_y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
27	-41.9	-19.1	—	+0.08	-0.33	+0.87	+0.93	-0.99	+1.06
38	-34.8	+17.5	—	+0.19	-1.84	-0.64	-0.67	-1.55	-0.18
45	-26.3	-30.3	—	-0.83	-1.33	+0.37	+0.76	-1.74	+0.60
54	-14.3	+55.3	—	+0.95	-1.97	-1.63	-1.80	-0.91	-0.93
62	-4.3	+36.8	—	-1.31	-3.69	-1.76	-1.52	-2.78	-1.02
69	+4.0	+63.7	—	+2.66	-0.78	-2.97	-2.83	+0.81	-2.06
77	+5.9	-26.1	—	+0.27	-0.85	-1.35	-1.25	-0.50	-1.26
80	+14.6	-21.5	—	-1.14	-2.53	-0.15	-0.46	-1.91	-0.24
84	+16.9	+12.6	—	+0.01	-1.90	-0.91	-0.97	-0.95	-0.57
93	+23.4	-17.7	—	-1.43	-2.49	-2.01	-2.03	-1.91	-1.93
107	+39.7	-56.9	—	-7.05	-7.29	-0.54	-1.11	-6.94	-1.11
110	+43.7	+52.5	—	-0.52	-4.45	+0.07	+0.27	-2.08	+0.85
116	+45.9	+12.2	—	-1.73	-1.36	+0.10	+0.26	-2.65	+0.50
121	+52.7	+60.0	—	+1.46	-2.67	-0.76	0.57	0.07	+0.08
126	+58.1	+59.2	—	-0.47	-4.67	-3.76	-3.77	-1.96	-3.04
24	-41.2	+36.4	10.2	+1.49	-0.83	—	—	—	—
29	-35.5	+33.4	10.9	+2.03	-0.49	-1.04	-1.06	—	—
32	-38.1	-36.6	9.8	+1.40	+1.22	—	—	—	—
33	-35.8	-45.2	10.7	+0.99	+0.45	+0.17	+0.65	—	—
35	-31.8	+46.3	10.9	—	—	-0.64	-0.50	—	—
47	-27.9	-48.6	9.9	—	—	+0.03	+0.06	—	—
89	+24.1	+28.3	9.6	+1.38	-1.25	-0.18	-0.46	—	—
95	+23.7	-30.6	10.8	+0.42	-1.18	-0.03	-0.03	—	—
96	+25.0	+32.8	10.7	+1.34	-1.15	-0.43	-0.50	—	—
115	+43.1	-22.9	10.6	+0.62	-1.36	-0.08	-0.36	—	—

## Région 454.

$$E = 1894.35; E' = 1913.32; T = 18.97.$$

$$k_x = -1.41; p_x = +0.0125; r_x = +0.0100; k'_x = +0.09; p'_x = +0.0276; r'_x = +0.0187.$$

$$k_y = +0.44; p_y = +0.0186; r_y = +0.0023; k'_y = +0.38; p'_y = +0.0040; r'_y = -0.0025.$$

1	61.1	+19.9	—	+2.24	+1.13	-2.02	-1.08	+0.08	-0.92
2	-57.2	-25.7	—	-0.55	-1.19	+1.38	+0.68	-3.05	+1.14
5	-53.5	+1.1	—	-0.31	-1.31	-1.76	-2.17	-2.53	-1.55
11	-48.4	-36.5	—	-0.99	-1.51	+0.49	-0.05	-3.41	+0.21
15	-42.9	+4.2	—	-0.61	-2.33	-1.44	-1.84	-2.93	-1.18
16	-41.5	-30.3	—	+3.80	+2.76	-1.30	-0.86	+1.35	-1.01
19	-37.4	-9.2	—	+3.76	+2.90	-0.52	-0.88	+1.79	-0.39
26	-26.1	-29.6	—	-0.16	-0.67	+2.95	+2.48	-2.02	+2.78
36	-19.1	+26.0	—	+3.18	+1.92	-1.65	-1.61	+1.88	-0.93
44	-5.0	+58.4	—	-1.29	-3.14	-0.43	-0.58	-2.14	+0.56
45	-4.8	+32.8	—	+1.70	+0.20	-1.47	-0.96	+0.66	-0.43
48	+3.7	-56.7	—	+1.46	+0.34	+0.75	-0.37	-0.50	-0.04
50	+8.7	+25.0	—	-1.29	-2.78	-0.85	-0.79	-2.16	-0.12
54	+7.1	-54.3	—	+1.50	+0.23	+1.01	0.02	-0.43	+0.29
65	+28.3	+29.4	—	-0.84	-2.55	-2.08	-2.30	-1.37	-1.44
71	+35.4	+46.8	—	-0.64	-2.38	-0.79	-0.65	-0.78	+0.22
72	+35.2	+43.5	—	+1.35	-1.11	-1.43	-0.20	+0.79	+0.09
75	+41.2	+4.8	—	-0.77	-3.01	-0.59	-0.77	-1.65	-0.21

N:o	<i>x</i> en mm	<i>y</i> en mm	Gr.	Diff. en <i>x</i> Unité 0.01 mm		Diff. en <i>y</i> Unité 0.01 mm		<i>Δx</i>	<i>Δy</i>
				<i>b</i> <sub>1</sub> - <i>a</i> <sub>1</sub>	<i>a</i> <sub>2</sub> - <i>b</i> <sub>2</sub>	<i>b</i> <sub>1</sub> - <i>a</i> <sub>1</sub>	<i>a</i> <sub>2</sub> - <i>b</i> <sub>2</sub>		
84	+ 54.2	+ 21.3	—	- 1.24	- 3.82	- 1.73	1.88	- 1.79	- 1.14
86	+ 52.4	- 60.3	—	- 0.11	- 1.90	+ 2.86	+ 2.48	- 1.47	+ 2.40
90	+ 55.5	+ 1.0	—	+ 2.57	+ 0.58	+ 0.35	+ 0.41	+ 2.04	+ 0.80
91	+ 57.8	- 61.1	—	- 1.62	- 3.14	+ 0.60	- 0.73	- 2.90	- 0.34
93	+ 60.4	+ 13.3	—	+ 2.74	+ 0.83	- 6.27	- 6.49	+ 2.53	- 5.81
94	+ 61.4	- 27.0	—	+ 0.61	- 1.54	- 2.10	- 2.69	- 0.26	- 2.28
—	+ 20.0	+ 62.5	—	- 1.28	- 3.43	- 2.45	- 1.40	- 1.71	- 0.81

13	- 41.7	+ 35.8	10.1	+ 0.99	+ 0.31	- 2.04	- 1.05	—	—
17	- 41.7	- 31.2	10.4	+ 2.77	+ 1.62	+ 0.73	+ 0.27	—	—
31	- 21.8	+ 29.4	10.6	+ 1.24	+ 0.09	- 1.16	- 0.56	—	—
33	- 21.9	- 25.3	9.2	+ 2.14	+ 1.24	+ 0.26	+ 0.11	—	—
61	+ 22.5	+ 35.8	10.0	+ 1.23	- 1.27	- 0.83	- 0.45	—	—
66	+ 26.3	- 48.2	10.1	+ 1.51	+ 0.28	- 0.03	- 0.56	—	—
74	+ 43.2	+ 27.0	9.7	+ 0.87	- 1.67	- 0.10	+ 0.02	—	—
76	+ 44.0	- 16.2	8.6	—	—	- 0.46	- 0.87	—	—
77	+ 44.8	- 41.3	9.8	+ 0.59	- 0.71	—	—	—	—

Région 455.

$E = 1895.24; E' = 1913.23; T = 17.99.$

$k_x = + 1.43; p_x = + 0.0367; r_x = + 0.0246; k'_x = + 0.21; p'_x = + 0.0387; r'_x = - 0.0002.$

$k_y = - 1.03; p_y = + 0.0284; r_y = + 0.0208; k'_y = + 0.71; p'_y = + 0.0118; r'_y = + 0.0240.$

3	- 51.2	+ 42.9	—	- 1.80	+ 0.11	- 5.54	- 6.57	- 1.28	- 4.20
4	- 50.9	+ 11.2	—	+ 0.02	+ 1.35	- 0.55	- 2.54	- 0.27	- 0.34
5	- 52.4	+ 1.2	—	- 1.05	- 0.11	+ 0.43	- 1.43	- 1.72	+ 0.53
6	- 49.4	22.0	—	- 4.04	- 3.46	+ 1.01	- 1.75	- 5.06	+ 0.14
13	- 39.5	+ 58.4	—	+ 0.20	+ 3.03	- 6.76	- 7.40	+ 1.66	- 5.18
18	- 27.1	- 28.3	—	- 0.30	+ 0.42	- 1.41	- 3.65	- 0.48	- 2.65
22	- 23.1	- 32.7	—	- 1.10	- 0.08	- 0.58	- 2.69	- 1.03	- 1.94
25	- 19.8	- 16.8	—	- 1.81	- 0.58	+ 0.37	- 1.60	- 1.33	- 0.67
27	- 13.0	+ 57.4	—	- 2.80	- 0.45	- 0.87	- 2.54	- 0.59	- 0.42
29	- 7.2	+ 60.4	—	- 2.62	- 0.69	- 0.93	- 1.61	- 0.36	- 0.06
30	- 5.0	+ 58.8	—	- 0.99	+ 0.88	- 1.97	- 3.12	+ 1.30	- 1.41
35	- 8.5	- 61.9	—	- 0.87	- 1.80	+ 3.80	+ 0.65	- 1.59	+ 1.01
50	+ 11.9	+ 26.0	—	- 1.87	- 0.13	- 2.82	- 3.78	+ 0.58	- 3.20
53	+ 15.1	+ 49.1	—	- 4.67	- 2.77	- 1.50	- 2.86	- 1.73	- 1.69
54	+ 20.0	+ 36.5	—	- 1.83	- 0.27	- 0.50	- 1.59	+ 0.96	- 0.92
55	+ 19.4	+ 37.1	—	- 1.57	+ 0.33	+ 0.19	- 1.18	+ 1.38	- 0.34
62	+ 23.0	- 43.0	—	- 3.97	- 3.75	+ 1.53	- 1.10	- 2.70	- 1.32
64	+ 26.0	- 2.1	—	- 3.06	- 2.17	+ 0.10	- 1.46	- 0.84	- 1.46
66	+ 33.3	+ 18.5	—	- 3.20	- 1.74	+ 0.94	- 0.56	- 0.16	- 0.34
77	+ 50.4	+ 40.4	—	- 6.36	- 4.23	- 2.05	- 3.10	- 2.08	- 3.05
—	- 17.5	+ 60.4	—	- 4.43	- 2.13	- 0.92	2.19	- 2.38	0.12
—	+ 16.5	- 57.8	—	- 1.34	- 1.08	+ 0.40	- 2.02	- 0.47	- 2.50
—	+ 54.9	- 10.7	—	- 4.52	- 3.66	+ 0.06	- 1.69	- 1.33	- 2.42

N:o 1.



N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
20	- 24.0	+ 33.2	8.7	- 1.17	+ 0.91	- 0.69	- 1.82	—	—
63	+ 28.7	+ 41.9	10.1	- 3.80	- 1.47	+ 0.80	- 0.12	—	—
65	+ 29.0	- 54.3	9.4	- 1.41	- 1.42	+ 3.78	+ 1.04	—	—
68	+ 39.1	+ 49.4	9.1	- 3.77	- 1.60	—	—	—	—
69	+ 36.3	+ 15.5	9.7	—	—	+ 0.61	- 0.67	—	—
71	+ 38.6	- 53.1	8.7	- 1.32	- 1.58	+ 3.12	+ 0.67	—	—

## Région 456.

$$E = 1894.29; E' = 1913.25; T = 18.97.$$

$$k_x = -1.06; p_x = +0.0006; r_x = -0.0093; k'_x = -0.09; p'_x = +0.0146; r'_x = -0.0108.$$

$$k_y = +0.46; p_y = +0.0103; r_y = -0.0205; k'_y = +0.10; p'_y = +0.0019; r'_y = -0.0219.$$

1	- 60.5	- 12.4	—	- 1.20	- 0.92	+ 0.39	+ 1.31	- 1.97	- 0.22
2	- 56.5	- 22.8	—	+ 1.87	+ 1.04	+ 2.26	+ 2.80	+ 0.68	+ 1.47
6	- 51.2	+ 34.3	—	+ 0.24	- 0.23	- 0.44	+ 0.36	- 1.30	- 0.63
15	- 49.9	- 50.0	—	- 0.39	- 1.34	+ 2.13	+ 2.21	- 1.32	+ 1.08
18	- 42.5	+ 38.7	—	- 0.67	- 0.98	- 0.55	- 0.01	- 2.11	- 0.66
25	- 33.6	+ 42.4	—	- 0.95	- 1.38	- 1.97	- 0.86	- 2.42	- 1.59
29	- 34.9	- 14.1	—	+ 2.73	+ 2.21	- 1.10	- 1.10	+ 1.77	- 1.65
33	- 20.6	- 16.9	—	+ 2.74	+ 1.98	+ 1.43	+ 1.82	+ 1.80	+ 1.37
34	- 17.9	+ 3.0	—	- 5.24	- 5.66	- 1.14	- 0.19	- 6.19	- 0.74
45	- 13.7	- 48.4	—	- 1.70	- 2.66	- 2.25	- 2.02	- 2.37	- 2.44
55	+ 0.7	- 59.3	—	- 5.56	- 6.66	+ 1.40	+ 1.14	- 6.08	+ 1.20
62	+ 14.4	+ 63.0	—	- 0.85	- 1.90	- 4.73	- 3.58	- 2.47	- 3.18
64	+ 13.6	+ 30.5	—	- 0.13	- 0.85	- 3.31	- 2.43	- 1.26	- 2.11
67	+ 13.9	- 11.5	—	- 1.20	- 2.38	- 1.04	- 0.58	- 2.14	- 0.31
73	+ 23.4	+ 1.0	—	+ 0.56	- 0.61	- 2.02	- 1.40	- 0.43	- 0.93
82	+ 30.2	- 24.8	—	- 0.86	- 2.18	+ 0.16	+ 0.76	- 1.61	+ 1.22
87	+ 44.2	+ 58.2	—	- 7.95	- 10.64	- 1.18	- 0.10	- 10.11	+ 0.93
91	+ 46.6	- 36.3	—	+ 0.05	- 1.41	- 3.26	- 3.06	- 0.53	- 2.11
92	+ 53.2	+ 60.2	—	+ 1.03	0.00	- 4.65	- 3.91	- 0.26	- 2.50
94	+ 52.7	+ 15.9	—	- 0.59	- 1.57	- 1.99	- 1.19	- 1.41	- 0.10
96	+ 58.9	- 27.7	—	- 3.15	- 4.07	- 0.91	- 0.02	- 3.45	+ 0.89
100	+ 60.8	- 14.7	—	- 1.34	- 2.73	- 2.69	- 2.31	- 1.99	- 1.02
—	+ 4.6	+ 14.2	—	+ 2.89	+ 2.18	- 3.53	- 2.61	+ 1.55	- 2.42
26	- 33.5	+ 36.3	9.8	+ 1.07	+ 0.63	- 0.25	+ 0.26	—	—
27	- 33.4	+ 29.5	10.6	+ 1.43	+ 0.80	+ 0.23	+ 0.76	—	—
31	- 33.6	- 39.6	9.7	+ 1.18	+ 0.63	+ 0.53	+ 0.82	—	—
37	- 18.1	- 37.3	9.5	+ 0.52	- 0.07	+ 0.20	+ 0.38	—	—
75	+ 24.5	- 25.8	10.4	+ 0.83	- 0.45	- 0.66	- 0.55	—	—
77	+ 28.3	- 29.6	9.8	+ 1.69	+ 0.36	- 1.27	- 0.55	—	—
78	+ 27.3	- 45.4	10.1	+ 0.33	- 1.33	- 0.39	- 0.77	—	—
80	+ 32.5	+ 41.2	9.6	+ 1.32	+ 0.14	- 1.82	- 0.99	—	—

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_3$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		

**Région 457.**

$E = 1894.29; E' = 1913.25; T = 18.97.$

$k_x = +0.94; p_x = +0.0137; r_x = +0.0214; k'_x = 1.03; p'_x = +0.0296; r'_x = +0.0339.$

$k_y = -2.72; p_y = +0.0110; r_y = -0.0038; k'_y = -0.27; p'_y = +0.0028; r'_y = +0.0042.$

3	-60.1	-22.8	—	-3.56	-0.70	+1.18	+0.96	-4.10	+0.93
12	-51.1	+3.9	—	-0.87	+1.58	+2.12	-0.60	-0.69	-0.70
19	-48.0	+6.2	—	-0.57	+2.04	+2.87	+1.13	-0.18	+0.56
30	-39.2	-47.4	—	-0.12	+2.72	+3.12	-0.28	-0.90	-0.39
61	-11.9	-7.8	—	-3.70	-0.81	+4.86	+1.89	-2.77	+1.82
65	-10.2	-48.1	—	-2.17	+0.79	+3.67	+1.21	-2.28	+0.61
71	2.7	-0.4	—	1.42	+0.98	+3.55	+1.38	0.33	+0.97
73	+1.2	+60.8	—	+0.18	+1.31	-2.54	+0.23	+2.40	+0.30
75	+2.7	-1.3	—	-3.64	-1.23	+0.38	-2.36	-2.45	-2.49
77	+6.7	+32.8	—	-0.29	+1.09	-1.11	-2.84	+1.40	-3.24
87	+14.8	-57.2	—	1.93	+0.42	-0.04	-2.80	-2.06	-3.31
88	+18.1	+49.5	—	-1.02	+0.25	+0.97	0.80	+1.33	-1.07
90	+16.5	+25.7	—	-23.10	-21.66	-6.70	-8.84	-21.35	-9.09
91	+19.1	+18.7	—	-0.29	+1.15	+3.78	+1.30	+1.31	+1.17
93	+16.9	-6.7	—	-3.56	-1.50	+0.55	-2.33	-2.39	-2.43
99	+27.7	+52.1	—	-2.52	-1.60	+0.14	-1.79	-0.06	-1.96
106	+31.3	+7.1	—	-0.78	+0.18	+2.32	+0.23	+0.53	-0.17
112	+39.1	-28.7	—	+6.42	+8.19	+3.58	+1.59	+7.32	+0.88
117	+44.7	-62.0	—	-9.54	-6.91	+3.79	+1.68	-9.02	+0.80
119	+45.1	+42.0	—	-5.26	-4.16	+0.61	-0.96	-2.62	-1.39
120	+49.2	+8.7	—	-2.24	-0.64	+1.61	+0.07	-0.18	-0.60
123	+54.6	+25.9	—	-5.62	-4.52	+0.88	-0.64	-3.21	-1.21
125	+50.3	-7.3	—	-2.41	-1.09	+1.30	0.16	0.91	-0.98
126	+51.7	-20.1	—	-1.99	-0.32	+2.18	+0.50	-0.63	-0.30
127	+53.7	-59.9	—	-0.78	+1.13	+0.81	-1.24	-0.36	-2.14
133	+62.2	+42.0	—	-4.30	-3.80	+0.63	-0.33	-1.59	-1.06

29	-38.9	-42.0	10.8	+0.65	+3.72	+3.44	+0.29	—	—
31	-31.1	+29.5	10.2	-1.29	+0.79	+2.68	0.00	—	—
33	-32.0	+24.1	11.0	-0.98	+1.34	+2.35	+0.06	—	—
38	-30.6	-42.3	9.9	+0.32	+3.25	+3.24	+0.28	—	—
105	+34.0	+39.6	9.9	-2.24	-1.11	+2.15	+0.26	—	—
108	+35.7	+34.7	10.0	-2.09	-1.41	+2.26	+0.44	—	—
113	+36.5	-44.2	9.3	-0.28	+1.68	+2.91	+0.59	—	—
122	+45.2	-36.7	10.5	-1.09	+0.71	+3.05	+0.45	—	—

**Région 458.**

$E = 1894.29; E' = 1913.25; T = 18.97.$

$k_x = -0.73; p_x = +0.0116; r_x = +0.0697; k'_x = +1.65; p'_x = +0.0291; r'_x = +0.0087.$

$k_y = -0.14; p_y = +0.0216; r_y = +0.0147; k'_y = +0.89; p'_y = +0.0156; r'_y = +0.0121.$

5	-58.8	-1.8	—	-0.26	-2.70	-0.41	-1.27	-1.29	+0.28
7	-58.8	-27.4	—	+3.37	+0.28	-0.54	-0.93	+0.01	-0.08
12	-45.5	-35.3	—	+1.38	-2.17	-0.33	-0.93	-2.24	-0.30

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
27	-33.8	+ 2.1	—	-1.20	-2.29	-1.65	-1.95	-1.88	-0.93
32	-27.1	+ 16.8	—	2.77	-3.36	-1.58	-1.89	-2.49	-0.68
34	-25.7	-31.2	—	+2.33	-1.36	-0.57	-2.17	-0.80	-1.23
36	-23.8	+57.7	—	-4.23	-2.47	-1.96	-2.30	-1.11	-0.36
44	18.5	-13.8	—	+1.37	-1.67	+0.55	-0.48	-0.60	+0.39
45	-18.8	-17.1	—	+3.62	+0.49	+0.22	-0.26	+1.46	+0.29
54	-13.1	-55.8	—	+3.84	-2.08	+0.94	-0.74	-1.11	-0.39
69	+ 5.0	+48.9	—	-5.30	-4.25	-1.12	-1.66	-2.29	-0.17
72	+ 0.0	-39.5	—	+2.32	-2.78	+0.30	-1.03	-1.31	-0.72
75	+ 1.1	-59.8	—	+7.61	+0.85	+2.07	+0.69	+2.36	+0.63
81	+ 6.2	-47.5	—	+6.51	+0.83	-3.97	-5.22	+2.39	-5.19
88	+17.5	+28.1	—	-3.54	-4.23	+0.21	-0.85	-1.97	+0.34
89	+19.4	+25.9	—	-1.02	-2.04	+1.22	+0.16	+0.34	+1.28
104	+38.7	+21.3	—	2.99	-4.50	0.08	-0.82	1.66	-0.20
117	+46.4	-17.5	—	-2.86	-7.00	-2.01	-2.95	-4.21	-3.05
119	+52.8	-19.4	—	-0.83	-4.94	-0.83	-1.78	-2.11	-2.00
120	+51.6	-32.7	—	-1.11	-6.39	-2.55	-3.99	-3.52	-4.19
—	-28.4	+16.2	—	-1.28	-1.81	-0.19	-0.94	-2.03	+0.49
10	-46.1	+28.8	10.2	-0.81	-0.73	-1.12	-2.13	—	—
13	-42.5	+38.5	10.3	-1.67	-1.23	-1.16	-1.84	—	—
19	-44.6	-36.1	9.7	+3.73	-0.01	+0.20	-0.83	—	—
24	-38.1	-35.7	8.0	+3.97	+0.40	+0.22	-0.75	—	—
100	+27.2	-21.6	10.1	+1.68	-2.90	+1.14	-0.25	—	—
107	+36.9	-22.7	9.6	+1.84	-2.54	+1.23	-0.15	—	—
111	+43.7	+34.5	10.4	—	—	+0.18	-0.69	—	—
114	+47.6	+22.6	10.5	-1.24	-2.88	+0.01	-0.77	—	—
118	+53.9	+32.2	10.1	-2.02	-3.19	—	—	—	—

## Région 459.

$$E = 1894.30; E' = 1913.27; T = 18.97.$$

$$k_x = -2.72; p_x = +0.0446; r_x = -0.0074; k'_x = -0.14; p'_x = +0.0199; r'_x = -0.0031.$$

$$k_y = -2.55; p_y = +0.0523; r_y = +0.0155; k'_y = -0.64; p'_y = +0.0548; r'_y = +0.0041.$$

4	-62.7	+22.3	—	+7.16	+4.99	-0.84	-1.19	+1.87	-1.06
5	-61.8	2.0	—	+3.46	+1.66	+0.14	-0.39	-1.47	-1.47
6	-55.9	+ 1.0	—	+3.56	+1.31	+1.67	+1.33	-1.36	+0.27
12	-53.7	- 0.7	—	+6.63	+4.93	+1.52	+0.75	+2.08	-0.19
31	-37.3	-33.7	—	+3.94	+2.24	-1.04	-2.27	+0.26	-4.84
35	-33.8	10.6	—	+2.25	+0.66	+0.10	-1.06	-1.35	-2.45
41	-29.1	-23.3	—	+4.95	+3.06	+1.13	+0.20	+1.46	-2.01
42	-29.7	-22.7	—	+5.25	+3.54	+1.28	+0.20	+1.83	-1.90
51	-23.6	-62.0	—	-0.09	-2.36	+4.71	+2.41	-3.32	-1.22
57	-16.1	-41.5	—	+0.75	-1.54	+5.78	+3.71	-2.28	+1.02
72	- 2.5	+61.6	—	+0.93	-1.28	-0.07	-2.53	-2.03	+0.42
74	- 1.0	+17.7	—	+1.42	-0.47	-1.06	-3.05	-1.08	-2.69
81	+ 1.3	-19.9	—	-1.04	-3.37	+0.99	-0.90	-3.47	-2.62
91	+14.5	+41.8	—	-0.46	-2.71	+1.23	-1.26	-2.62	+0.55
92	+12.4	+26.7	—	+1.37	-1.17	-2.66	-5.65	-0.94	-4.39
99	+17.9	+24.1	—	-1.36	-3.62	-0.09	-2.23	-3.29	-1.57

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
107	+ 23.3	- 43.2	—	+ 2.51	+ 0.54	+ 5.04	2.61	+ 1.30	- 0.21
113	+ 30.6	+ 42.0	—	+ 1.43	- 1.34	+ 1.32	- 1.47	- 0.32	+ 0.41
116	+ 36.8	+ 34.6	—	+ 1.80	- 0.89	+ 0.89	- 1.76	+ 0.39	- 0.38
126	+ 42.5	+ 6.6	—	- 1.22	- 3.97	+ 1.05	- 1.61	- 2.26	- 1.76
127	+ 43.2	- 18.1	—	+ 1.31	- 1.29	+ 0.24	- 3.03	+ 0.50	- 4.20
133	+ 47.3	+ 4.1	—	+ 1.00	- 0.94	+ 1.03	- 1.42	+ 0.57	- 1.84
136	+ 45.2	- 40.5	—	- 2.26	- 3.67	- 0.83	- 3.93	- 2.26	- 6.40
137	+ 54.1	- 33.0	—	+ 0.48	- 2.06	+ 3.95	+ 0.49	+ 0.23	- 1.45
139	+ 51.1	- 51.2	—	- 1.45	- 4.13	+ 4.56	+ 0.92	- 1.79	- 1.89
142	+ 59.1	+ 13.1	—	+ 2.40	+ 0.28	+ 1.34	- 2.73	+ 2.33	- 1.92
147	+ 57.1	- 54.5	—	- 2.68	- 4.62	+ 6.63	+ 3.55	- 2.38	+ 0.24
21	- 43.3	+ 23.3	10.2	+ 5.29	+ 2.78	+ 1.01	- 0.38	—	—
33	- 34.7	+ 32.2	10.8	+ 5.46	+ 2.72	+ 1.39	+ 0.13	—	—
37	- 31.2	- 33.1	10.1	+ 3.39	+ 1.17	+ 2.83	+ 1.62	—	—
44	- 29.0	- 35.5	10.9	+ 2.81	+ 0.77	+ 3.52	+ 2.46	—	—
115	+ 38.3	+ 36.0	10.1	+ 0.17	- 2.47	+ 0.67	- 1.97	—	—
128	+ 41.5	- 40.9	9.8	+ 0.61	- 1.95	+ 5.92	+ 3.18	—	—
132	+ 48.0	+ 27.4	9.8	+ 0.46	- 2.50	+ 1.05	- 1.79	—	—
138	+ 52.7	- 41.4	10.1	+ 1.43	- 1.58	+ 6.35	+ 3.41	—	—

Région 460.

$E = 1894.31; E' = 1913.29; T = 18.98.$

$k_x = + 0.15; p_x = + 0.0449; r_x = - 0.0295; k'_x = + 1.01; p'_x = + 0.0586; r'_x = - 0.0314.$

$k_y = - 1.62; p_y = + 0.0415; r_y = + 0.0146; k'_y = - 0.02; p'_y = + 0.0302; r'_y = - 0.0120.$

3	- 59.8	+ 59.6	—	+ 2.53	+ 2.69	- 0.84	+ 0.04	- 1.71	+ 0.99
4	- 54.4	+ 58.7	—	- 0.23	- 0.05	- 3.56	- 3.29	- 4.15	- 2.07
11	- 40.3	+ 53.1	—	- 0.16	+ 0.08	- 3.04	- 3.34	- 3.16	- 2.05
12	- 42.9	+ 2.7	—	- 1.02	- 1.01	- 2.22	- 2.38	- 2.73	- 2.96
14	- 44.0	- 29.8	—	- 0.36	- 1.07	+ 0.39	- 0.03	- 1.50	- 1.65
22	- 34.6	- 59.4	—	- 0.97	- 2.01	+ 2.32	+ 1.96	- 0.89	- 0.76
32	- 18.3	+ 30.8	—	+ 8.65	+ 8.00	+ 1.48	+ 0.53	+ 7.02	+ 1.31
35	- 13.1	- 2.5	—	- 10.37	- 10.24	+ 4.12	+ 2.75	- 10.33	+ 2.54
37	- 6.8	+ 52.2	—	+ 0.82	+ 0.57	- 1.52	- 2.51	- 0.67	- 0.95
38	- 5.6	+ 39.4	—	+ 0.83	+ 0.32	+ 0.44	- 0.90	- 0.33	+ 0.37
41	- 5.1	- 44.8	—	- 1.30	- 2.50	+ 3.68	+ 1.53	- 0.22	+ 0.18
43	- 4.1	- 0.5	—	0.00	- 0.36	- 0.91	- 1.65	+ 0.20	- 2.11
48	+ 12.3	+ 24.6	—	+ 1.63	+ 0.68	+ 1.36	+ 0.15	+ 1.62	+ 0.80
53	+ 18.6	- 35.6	—	- 2.89	- 4.22	+ 2.65	+ 0.52	- 0.92	- 0.54
61	+ 31.3	+ 57.0	—	- 0.38	- 1.36	- 1.13	- 3.64	- 0.40	- 1.20
65	+ 40.9	+ 52.1	—	+ 1.98	+ 0.64	- 0.96	- 3.77	+ 2.42	- 1.37
66	+ 44.6	+ 13.0	—	- 3.58	- 5.24	+ 1.64	- 0.99	- 1.92	- 0.08
67	+ 44.5	+ 12.5	—	- 0.38	- 1.95	+ 2.46	- 0.53	+ 1.34	+ 0.53
71	+ 42.0	- 27.2	—	- 8.71	- 10.19	- 0.28	- 2.92	- 5.87	- 3.45
73	+ 48.8	+ 26.3	—	- 0.67	- 1.72	+ 1.13	- 1.48	+ 1.10	- 0.11
80	+ 63.4	- 39.5	—	- 6.91	- 9.14	+ 2.87	- 0.60	- 2.95	- 1.18
5	- 54.0	+ 18.9	9.9	—	—	- 0.27	- 0.19	—	—
8	- 48.5	+ 39.6	8.8	+ 2.60	+ 2.33	- 0.39	- 0.24	—	—

N:o 1.

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
15	-44.7	-39.5	8.5	+0.65	+0.11	+2.00	+0.81	—	—
20	-30.9	+29.4	10.5	+2.23	+2.25	—	—	—	—
27	-29.3	-30.9	9.3	+0.78	+0.20	+3.06	+2.17	—	—
55	+22.1	+22.9	10.9	-0.96	-2.24	+0.75	-1.29	—	—
70	+42.2	-20.9	9.2	-3.49	-5.11	+2.79	-0.14	—	—
72	+46.1	+28.5	9.7	-0.40	-1.96	+1.32	-1.13	—	—
75	+48.7	-30.5	10.4	-2.88	-4.06	+3.94	+0.71	—	—

## Région 461.

$$E = 1894.311; E' = 1913.288; T = 18.977.$$

$$k_x = +0.09; p_x = +0.0188; r_x = +0.0196; k'_x = +1.45; p'_x = +0.0385; r'_x = +0.0221.$$

$$k_y = -1.56; p_y = +0.0255; r_y = +0.0212; k'_y = -0.64; p'_y = +0.0233; r'_y = +0.0107.$$

6	-55.2	+21.2	—	-0.71	-1.34	+0.36	-0.25	-1.39	+0.35
9	-59.1	-60.3	—	+1.38	+1.04	+2.29	+1.84	-0.97	+0.43
12	-54.4	+0.9	—	+3.36	+2.07	+2.34	+1.63	+1.95	+1.77
13	-53.7	-61.3	—	-0.99	-1.46	0.28	0.47	-3.27	-2.11
17	49.2	+13.0	—	+2.64	+2.02	-3.93	-4.49	+1.96	-4.21
19	-49.3	27.2	—	+1.28	+1.10	-1.64	-1.87	-0.02	-2.72
21	-37.7	-10.7	—	+1.92	+1.26	+0.68	+0.37	+1.05	-0.23
23	-39.6	-34.4	—	-20.47	-21.17	-7.04	-7.53	-21.89	-8.59
24	-37.1	-41.4	—	+1.94	+1.23	+3.43	+2.89	+0.43	+1.64
25	-36.5	42.2	—	+1.70	+1.27	+1.72	+1.11	+0.32	-0.13
32	-28.0	-8.1	—	+1.26	-0.24	-0.21	-0.60	+0.30	-1.26
39	-25.0	-53.2	—	+1.68	+0.55	+2.75	+1.73	+0.06	+0.24
46	-10.8	-18.5	—	-2.89	-3.55	+0.95	-0.27	-3.14	-1.03
48	-8.5	+42.4	—	-3.63	-5.25	-2.82	-3.51	-2.98	-3.09
52	-7.0	-51.9	—	+0.49	-0.30	+2.85	+1.76	-0.42	+0.05
53	-2.1	+40.3	—	-1.16	-2.61	-2.13	-2.77	-0.33	-2.53
54	-3.5	+27.1	—	-3.42	-4.60	-3.46	-3.97	-2.77	-4.10
56	-1.5	-34.7	—	-2.41	-4.09	+1.45	+0.08	-3.25	-1.15
64	+8.8	-13.5	—	0.04	-1.05	+2.64	+1.74	+0.20	+0.62
65	+9.7	-14.0	—	+1.04	-0.33	+1.37	+0.18	+1.11	-0.82
66	+6.3	-18.7	—	-1.78	-3.03	+1.42	-0.09	-1.84	-0.99
68	+8.7	-55.5	—	+3.31	+1.15	+0.40	-1.60	+2.08	-3.19
73	+17.3	+61.4	—	+3.76	+1.43	-0.88	-2.47	+5.14	-1.55
75	+19.4	+50.5	—	-1.66	-3.68	+0.39	-0.62	-0.29	-0.29
80	+23.5	+42.5	—	-2.05	-4.63	+0.97	-1.17	-1.01	-0.54
93	+33.3	-51.5	—	+1.40	-0.79	+1.48	+0.04	+0.95	-2.13
96	+37.2	-7.4	—	+0.95	-0.84	+1.57	+0.58	+1.74	-0.80
100	+41.4	+17.1	—	-2.79	-4.71	+0.94	+0.06	-1.43	-0.84
102	+44.1	-46.5	—	-4.99	-7.23	-2.02	-3.36	-5.04	-5.62
111	+59.9	+63.0	—	-144.64	-146.33	+27.69	+27.10	-141.68	+26.88
112	+61.8	-49.5	—	-6.18	-8.77	+2.10	+0.35	-5.96	-2.06
26	-32.7	+37.4	10.3	+0.15	-1.15	+0.26	-0.47	—	—
27	-30.4	+36.1	10.5	-0.93	-1.37	-0.39	-1.15	—	—
33	-29.2	-31.4	10.1	+1.55	+0.95	+2.21	+1.64	—	—
47	-14.4	-50.3	10.0	+1.04	+0.07	+2.09	+1.60	—	—
89	+29.4	+44.0	9.6	-1.24	-3.41	+1.37	+0.42	—	—

N <sup>o</sup>	<i>x</i> en mm	<i>y</i> en mm	Gr.	Diff. en <i>x</i> Unité 0.01 mm				Diff. en <i>y</i> Unité 0.01 mm		<i>I x</i>	<i>I y</i>
				<i>b</i> <sub>1</sub>	<i>a</i> <sub>1</sub>	<i>a</i> <sub>2</sub>	<i>b</i> <sub>2</sub>	<i>b</i> <sub>1</sub> - <i>a</i> <sub>1</sub>	<i>a</i> <sub>2</sub> - <i>b</i> <sub>2</sub>		
92	+ 32.9	- 36.1	8.9	- 0.53	- 2.39	+ 3.18	+ 1.59	—	—	—	—
97	+ 38.3	- 35.5	9.2	+ 0.07	- 2.09	+ 3.23	+ 1.60	—	—	—	—
104	+ 45.3	+ 45.4	9.8	1.76	- 3.91	+ 1.08	+ 0.09	—	—	—	—

Région 462.

*E* = 1894.303; *E'* = 1913.268; *T* = 18.965.

*k*<sub>*x*</sub> = + 2.78; *p*<sub>*x*</sub> = + 0.0211; *r*<sub>*x*</sub> = - 0.0128; *k'*<sub>*x*</sub> = + 3.69; *p'*<sub>*x*</sub> = + 0.0283; *r'*<sub>*x*</sub> = - 0.0015.

*k*<sub>*y*</sub> = + 1.53; *p*<sub>*y*</sub> = + 0.0509; *r*<sub>*y*</sub> = - 0.0088; *k'*<sub>*y*</sub> = + 3.29; *p'*<sub>*y*</sub> = + 0.0429; *r'*<sub>*y*</sub> = - 0.0253.

11	- 51.1	+ 40.2	—	- 3.26	- 1.50	- 3.69	- 3.89	- 2.19	- 0.36
19	- 47.9	- 11.0	—	- 2.23	- 2.65	+ 0.24	- 0.23	- 0.31	+ 1.08
28	- 35.8	- 32.0	—	- 1.98	- 2.30	+ 0.41	- 0.25	+ 0.44	+ 0.37
33	- 33.9	- 34.2	—	- 0.04	- 0.80	+ 1.57	+ 0.47	+ 2.22	+ 1.24
36	- 29.4	+ 16.6	—	+ 0.91	+ 0.03	- 1.91	- 2.69	+ 2.86	+ 0.38
53	- 14.7	- 39.1	—	- 2.33	- 2.22	+ 0.39	- 0.82	+ 0.87	+ 0.11
56	- 9.1	+ 41.4	—	0.00	- 1.28	- 4.70	- 6.18	+ 2.07	- 1.24
58	- 7.4	+ 19.0	—	- 3.86	- 4.95	- 9.03	- 10.07	- 1.49	- 6.37
64	- 1.6	+ 8.3	—	- 3.40	- 3.97	- 4.65	- 5.60	- 0.55	- 2.35
69	+ 1.5	+ 26.4	—	- 1.12	- 1.84	- 2.72	- 4.17	+ 1.60	+ 0.22
71	+ 4.3	+ 4.9	—	- 4.51	- 4.91	- 1.74	- 2.85	- 1.40	+ 0.42
86	+ 13.6	- 6.1	—	- 2.57	- 3.14	- 1.75	- 3.26	+ 0.76	- 0.12
91	+ 16.6	- 44.6	—	- 4.89	- 5.26	- 3.54	- 5.11	- 1.11	- 3.72
92	+ 18.1	- 59.0	—	+ 1.82	+ 0.88	- 1.02	3.68	+ 5.45	- 2.39
105	+ 32.6	+ 1.4	—	- 0.46	- 1.52	- 2.39	- 4.39	+ 3.04	- 0.36
108	+ 32.5	- 7.8	—	- 8.46	- 8.85	- 4.41	- 5.81	- 4.57	- 2.51
119	+ 41.4	+ 55.8	—	- 2.32	- 3.62	- 3.27	- 5.64	+ 0.97	+ 1.27
121	+ 40.6	+ 42.0	—	- 1.58	- 3.02	3.01	- 5.17	+ 1.70	+ 0.98
136	+ 51.6	+ 33.6	—	+ 1.63	+ 0.33	- 8.49	- 11.23	+ 5.30	- 4.99
140	+ 54.9	- 9.2	—	- 3.77	- 5.31	- 0.57	- 3.60	+ 0.10	+ 0.83
142	+ 54.9	- 54.8	—	- 10.69	- 10.42	- 1.20	- 4.08	- 5.65	- 1.86
146	+ 60.7	- 57.4	—	- 146.75	147.28	+ 27.33	+ 23.67	- 141.96	+ 26.25
15	- 49.5	+ 31.6	10.7	- 2.35	- 3.21	- 3.02	- 3.60	—	—
16	- 48.5	+ 21.7	10.7	—	—	- 3.31	- 3.84	—	—
21	- 48.3	- 53.5	9.4	- 1.47	- 1.37	+ 2.14	+ 0.56	—	—
26	- 35.6	+ 51.1	10.3	- 1.99	- 3.20	—	—	—	—
29	- 37.8	- 46.0	10.2	- 1.91	- 2.14	+ 2.04	+ 0.38	—	—
101	+ 28.6	+ 39.7	11.2	- 2.19	- 3.86	- 2.80	- 4.79	—	—
110	+ 34.4	- 32.5	11.2	- 4.87	- 5.50	- 0.63	- 3.00	—	—
122	+ 41.7	+ 35.4	10.6	- 2.23	- 3.82	3.28	- 5.72	—	—
125	+ 40.6	- 40.2	9.4	- 4.85	- 5.68	- 0.81	- 3.42	—	—

Région 463.

*E* = 1894.32; *E'* = 1913.32; *T* = 19.00.

*k*<sub>*x*</sub> = - 1.23; *p*<sub>*x*</sub> = + 0.0122; *r*<sub>*x*</sub> = + 0.0023; *k'*<sub>*x*</sub> = + 0.82; *p'*<sub>*x*</sub> = + 0.0158; *r'*<sub>*x*</sub> = - 0.0126.

*k*<sub>*y*</sub> = + 0.01; *p*<sub>*y*</sub> = + 0.0020; *r*<sub>*y*</sub> = + 0.0244; *k'*<sub>*y*</sub> = + 0.18; *p'*<sub>*y*</sub> = - 0.0091; *r'*<sub>*y*</sub> = + 0.0237.

1	- 60.5	+ 60.4	—	+ 0.87	- 0.25	- 4.77	- 4.25	- 1.05	- 3.17
3	- 62.4	+ 16.1	—	+ 0.62	- 0.62	- 0.79	- 0.73	- 1.16	+ 0.77

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$I x$	$I y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
5	-55.1	-14.6	—	+ 0.25	- 1.81	- 1.45	- 1.21	1.68	+ 0.14
6	-57.4	-27.7	—	- 0.47	- 2.16	+ 1.14	+ 0.48	- 2.18	+ 2.38
16	-34.9	+25.0	—	+ 0.15	- 0.14	- 1.06	- 1.34	- 0.82	- 0.35
35	-15.0	+32.9	—	- 4.36	- 5.82	- 3.39	- 3.24	- 5.67	- 2.97
46	- 2.5	- 46.3	—	+ 0.58	- 1.66	+ 1.92	+ 0.50	- 0.54	+ 1.53
50	+ 6.1	+ 20.2	—	- 0.90	- 1.90	- 0.27	- 0.03	- 1.62	- 0.27
54	+ 17.3	+ 57.9	—	- 0.25	- 0.47	0.35	- 0.10	- 0.62	- 0.75
59	+ 21.1	- 10.1	—	- 1.14	- 3.15	- 0.87	- 1.06	- 2.00	- 1.34
62	+ 26.8	+ 44.8	—	- 1.69	- 2.89	+ 1.13	+ 2.11	- 2.35	+ 0.91
63	+ 28.4	+ 39.2	—	+ 2.15	+ 1.33	- 1.06	- 0.23	+ 1.73	- 1.37
67	+ 32.9	+ 25.8	—	- 0.99	- 2.31	+ 0.02	+ 0.33	- 1.53	- 0.61
72	+ 37.6	- 15.2	—	+ 2.59	+ 0.35	+ 1.13	+ 1.17	+ 1.87	+ 0.39
73	+ 42.7	+ 17.6	—	+ 2.70	+ 0.64	- 1.26	- 1.17	+ 1.97	- 2.20
75	+ 54.1	+ 51.3	—	- 2.22	- 3.73	+ 0.68	+ 0.84	- 2.69	- 0.63
77	+ 53.0	- 3.1	—	- 4.20	- 6.53	+ 5.05	+ 4.77	- 4.80	+ 3.74
85	+ 55.9	- 47.3	—	- 2.18	- 5.37	+ 3.15	+ 2.74	- 2.95	+ 1.87
10	- 46.2	+ 48.6	10.6	+ 1.84	+ 0.44	- 1.44	- 0.87	—	—
12	- 41.5	+ 44.8	10.4	+ 1.46	+ 0.40	- 1.86	- 1.56	—	—
14	- 38.4	- 20.7	9.6	+ 1.59	- 0.81	- 0.69	- 0.76	—	—
29	- 16.1	- 45.4	10.2	+ 1.71	- 0.71	+ 0.42	- 0.63	—	—
57	+ 22.9	+ 28.7	10.6	+ 1.13	- 0.77	—	—	—	—
69	+ 34.9	- 43.9	10.2	+ 0.76	- 2.15	+ 0.70	- 0.09	—	—
74	+ 46.4	+ 30.2	9.4	+ 0.39	- 1.13	+ 1.67	+ 2.19	—	—
75	+ 50.8	+ 36.5	9.5	—	—	+ 1.48	+ 1.20	—	—
79	+ 54.9	- 30.9	10.2	+ 0.77	- 1.94	+ 0.66	+ 0.33	—	—

## Région 464.

$$E = 1894.32; E' = 1913.32; T = 19.00.$$

$$k_x = - 1.70; p_x = + 0.0166; r_x = + 0.0122; k'_x = + 1.20; p'_x = + 0.0190; r'_x = - 0.0144.$$

$$k_y = - 0.43; p_y = + 0.0128; r_y = - 0.0086; k'_y = + 2.46; p'_y = + 0.0074; r'_y = - 0.0354.$$

2	- 62.9	+ 9.0	—	- 0.41	- 2.56	- 0.60	- 0.80	- 2.86	- 0.97
3	- 62.3	- 7.0	—	- 0.71	- 2.69	+ 0.20	- 0.17	- 3.05	- 0.41
4	- 61.3	- 19.8	—	- 0.17	- 2.91	+ 1.29	+ 1.18	- 2.85	+ 0.70
5	- 60.5	- 59.7	—	+ 1.33	- 2.44	- 1.19	- 1.58	- 1.81	- 2.30
7	- 57.1	+ 26.0	—	- 1.24	- 3.54	- 1.09	- 1.79	- 3.68	- 1.42
14	- 45.5	+ 46.5	—	+ 1.75	+ 0.87	- 1.03	- 1.67	+ 0.20	- 0.86
15	- 46.4	+ 47.1	—	+ 1.47	+ 0.01	+ 1.04	- 0.35	- 0.38	+ 0.81
16	- 49.0	- 41.9	—	- 0.65	- 1.90	- 1.25	- 2.43	- 2.44	- 1.47
18	- 47.2	+ 5.0	—	+ 4.53	+ 2.00	- 1.92	- 3.47	+ 2.17	- 2.67
23	- 43.7	- 35.0	—	+ 2.73	- 0.95	+ 1.55	- 0.04	- 0.10	+ 0.45
34	- 22.6	+ 8.6	—	+ 3.28	+ 1.04	- 0.99	- 3.27	+ 1.49	- 1.52
35	- 24.1	- 2.9	—	+ 0.26	- 2.54	- 0.67	- 2.84	- 1.82	- 1.30
36	- 17.9	+ 52.6	—	+ 2.71	+ 1.44	- 1.21	- 3.51	+ 1.44	- 1.20
39	- 11.7	+ 13.4	—	- 2.71	- 5.43	- 4.69	- 7.83	- 4.54	- 5.36
42	- 14.5	- 8.0	—	+ 3.62	- 0.01	- 0.90	- 3.43	+ 1.30	- 1.54
43	- 11.6	- 47.1	—	- 0.15	- 4.85	- 0.46	- 3.30	- 2.90	- 1.59
44	- 11.7	- 47.7	—	+ 3.13	- 1.12	+ 0.80	2.59	+ 0.60	- 0.61
48	- 7.1	- 33.9	—	+ 2.89	- 0.61	- 0.27	- 3.46	+ 0.80	- 1.34

N:o	x en mm	y en mm	Gr.	Diff. en x Unité 0 01 mm		Diff. en y Unité 0.01 mm		Δx	Δy
				b <sub>1</sub> - a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub> - b <sub>2</sub>	b <sub>1</sub> - a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub> - b <sub>2</sub>		
52	+ 5.9	+ 10.1	--	- 3.05	- 5.63	- 0.93	- 3.75	- 4.50	- 1.09
55	+ 20.4	+ 34.4	--	+ 1.99	+ 0.23	- 0.21	- 3.98	+ 1.18	- 0.28
56	+ 19.7	+ 34.8	--	+ 2.33	+ 0.99	- 0.20	- 3.85	+ 1.72	- 0.22
63	+ 17.4	- 62.3	--	+ 0.81	- 3.73	+ 1.46	- 1.91	- 1.33	+ 0.54
64	+ 21.7	+ 56.1	--	- 0.11	- 1.31	- 0.88	- 4.69	- 0.64	- 0.72
69	+ 20.8	- 26.5	--	+ 2.21	- 1.61	+ 0.21	- 3.70	+ 0.45	- 0.51
76	+ 38.2	- 16.7	--	- 1.68	- 5.25	- 0.94	- 4.89	- 3.01	- 1.22
77	+ 37.9	- 27.4	--	- 0.63	- 4.35	+ 0.65	- 3.56	- 2.03	+ 0.12
78	+ 37.5	- 43.1	--	- 1.04	- 4.82	+ 1.49	- 2.32	- 2.47	+ 0.99
84	+ 45.2	+ 27.9	--	- 4.33	- 6.11	- 5.07	- 9.07	- 4.69	- 4.77
88	+ 55.5	+ 58.5	--	+ 1.35	- 0.34	+ 0.63	- 4.30	+ 1.17	+ 0.99
90	+ 62.6	+ 52.7	--	- 5.14	- 6.89	- 4.19	- 8.37	- 5.21	- 3.35
20	- 40.2	+ 41.0	10.2	+ 2.33	+ 0.50	+ 0.56	- 1.02	--	--
21	- 42.1	+ 22.3	10.2	+ 2.06	+ 0.04	+ 0.51	- 1.26	--	--
28	- 34.0	- 18.0	10.4	+ 2.41	- 0.76	+ 1.21	- 0.72	--	--
30	- 34.6	- 38.4	9.8	+ 2.41	- 1.61	+ 0.66	- 1.54	--	--
72	+ 27.4	- 38.7	9.3	+ 2.07	- 1.79	+ 0.99	- 2.79	--	--
74	+ 31.6	- 32.8	10.8	+ 1.62	- 2.29	+ 0.58	- 3.50	--	--
75	+ 38.8	+ 42.9	10.3	+ 0.18	- 1.32	- 1.21	- 4.82	--	--
82	+ 47.0	+ 40.5	10.4	+ 0.37	- 1.97	- 0.03	- 3.94	--	--

Région 465.

$E = 1895.291; E' = 1910.295; T = 15.004.$

$k_x = - 1.45; p_x = - 0.0063; r_x = + 0.0401; k'_x = + 0.91; p'_x = + 0.0171; r'_x = + 0.0338.$

$k_y = - 3.25; p_y = + 0.0003; r_y = - 0.0048; k'_y = + 1.07; p'_y = + 0.0053; r'_y = - 0.0158.$

1	- 63.3	- 17.0	--	- 1.96	- 3.83	+ 1.71	- 1.75	- 4.13	- 1.81
2	- 56.9	- 19.1	--	+ 1.95	- 0.21	+ 2.64	- 0.58	- 0.41	- 0.70
3	- 58.6	- 32.4	--	- 0.88	- 1.53	- 0.20	- 3.57	- 2.99	- 3.67
10	- 40.6	+ 54.5	--	- 0.61	- 2.73	+ 4.28	- 0.74	- 0.14	+ 0.42
15	- 38.3	+ 16.0	--	- 2.40	- 3.91	+ 0.55	- 2.92	- 3.04	- 2.63
16	- 37.1	+ 1.5	--	+ 4.18	+ 2.33	+ 3.14	- 0.89	+ 2.84	- 0.34
18	- 35.2	- 9.4	--	+ 0.30	- 1.10	+ 3.13	- 1.13	- 1.21	- 0.48
24	- 31.3	- 17.5	--	+ 0.53	- 1.36	+ 3.12	- 0.70	- 1.50	- 0.25
31	- 21.4	+ 61.7	--	+ 1.90	- 0.70	+ 4.24	- 0.54	+ 2.49	+ 0.71
32	- 21.7	+ 52.4	--	- 4.50	- 6.03	+ 0.69	- 3.57	- 3.71	- 2.60
43	- 13.9	- 43.2	--	+ 1.04	- 1.06	+ 2.18	- 1.78	- 1.95	- 1.15
53	- 0.3	+ 5.0	--	- 1.83	- 4.30	+ 2.35	- 2.21	- 3.15	- 1.00
55	+ 0.7	+ 50.6	--	+ 0.94	- 1.48	+ 2.53	- 2.19	+ 1.33	- 0.77
58	+ 5.4	+ 2.4	--	- 108.10	- 111.01	+ 25.64	+ 22.47	- 109.70	+ 23.03
74	+ 29.3	- 47.7	--	+ 4.50	+ 1.30	+ 1.76	- 2.56	+ 1.03	- 1.32
81	+ 41.7	+ 8.2	--	+ 1.74	- 1.79	+ 3.03	- 1.92	+ 0.23	- 0.08
82	+ 43.8	- 4.2	--	+ 0.02	- 3.52	+ 1.36	- 3.32	- 1.94	- 1.63
83	+ 43.4	- 14.8	--	+ 1.15	- 2.60	+ 0.99	- 3.93	- 1.30	- 2.15
92	+ 54.9	- 61.8	--	+ 6.17	+ 2.29	+ 2.82	- 2.96	+ 1.97	- 0.77
--	+ 35.7	- 48.5	--	+ 1.76	- 1.63	+ 1.67	- 3.74	- 1.80	- 1.89

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
13	-42.6	-28.0	10.5	+2.56	+1.14	+3.37	-0.20	—	—
14	-39.3	+39.0	10.1	-0.33	-1.84	+3.85	-0.19	—	—
22	-30.3	+47.1	9.9	-0.49	-1.99	+2.85	-1.37	—	—
25	-31.4	-28.3	10.7	+1.97	+0.49	+3.61	-0.41	—	—
71	+21.7	-31.4	10.5	+3.09	-0.67	+3.33	-0.93	—	—
72	+23.2	-41.6	9.7	+3.20	+0.26	+2.87	-1.60	—	—
76	+37.4	+41.9	10.0	-0.62	-3.25	+3.72	1.03	—	—
77	+40.0	+29.2	9.1	+0.99	-2.03	+2.50	-2.64	—	—

## Région 466.

$$E = 1895.32; E' = 1913.28; T = 17.97.$$

$$k_x = -2.15; p_x = +0.0284; r_x = -0.0092; k'_x = +2.60; p'_x = +0.0458; r'_x = -0.0314.$$

$$k_y = +0.50; p_y = +0.0280; r_y = +0.0546; k'_y = +0.25; p'_y = +0.0341; r'_y = -0.0130.$$

2	-62.1	+7.0	—	-1.13	-3.36	-5.04	-0.68	-4.46	-0.97
3	-62.2	-17.8	—	+3.22	-0.83	-5.75	-1.78	-0.53	-2.65
4	-61.0	-40.2	—	-0.01	-4.78	-9.12	-5.46	-3.61	-6.89
7	-57.5	+4.4	—	+3.09	-0.66	-4.47	-0.23	-0.78	-0.64
8	-55.4	-51.0	—	+1.58	-3.02	-3.85	-0.17	-1.51	-2.07
9	-51.9	-33.0	—	+3.92	-1.75	-2.90	+1.03	+0.05	-0.50
12	-45.3	+13.0	—	+5.57	+0.96	-4.93	-1.78	+1.54	-1.64
15	-49.5	-54.6	—	+1.90	-2.38	0.91	+3.13	-0.75	+0.82
25	-33.3	+45.5	—	+1.38	-1.73	-3.55	-1.34	-2.11	+0.03
34	-21.2	-58.5	—	+5.22	+0.33	-1.52	+0.92	+3.40	-1.30
41	11.4	-4.3	—	+1.38	-2.66	-1.81	0.00	-0.74	-0.43
43	-12.5	-18.2	—	+2.39	-1.97	-1.37	-0.43	+0.34	-0.83
45	-0.6	+34.2	—	+3.44	-0.85	-1.17	1.33	+0.80	+0.20
54	+14.6	+13.9	—	-1.09	-5.91	+1.24	+0.13	-3.02	+1.18
68	+42.8	-57.4	—	-0.76	-7.12	+1.75	-0.94	-0.96	-1.89
71	+54.8	+43.7	—	-2.42	7.08	+2.42	1.55	-3.37	+1.02
—	-1.7	-26.8	—	+7.26	+1.76	-6.26	-6.54	+5.21	-6.82
18	-36.9	+36.2	9.8	+3.17	-0.48	-3.29	-1.02	—	—
28	-30.9	-22.9	10.2	+2.83	-1.29	-1.88	+0.44	—	—
29	-31.6	-41.6	9.0	+2.66	-2.30	-0.95	+1.99	—	—
36	-18.7	+40.1	10.0	+3.41	-0.56	-2.68	-1.29	—	—
60	+23.0	-25.8	10.3	+0.61	6.34	+1.51	+0.44	—	—
61	+28.3	+26.1	10.4	+1.34	-2.71	+0.31	-1.55	—	—
63	+33.7	+24.0	10.2	+1.66	-2.98	+0.44	-1.53	—	—
65	+37.4	+33.3	9.1	+1.43	4.27	+2.65	+0.35	—	—

## Région 467.

$$E = 1895.29; E' = 1913.26; T = 17.96.$$

$$k_x = -1.97; p_x = +0.0162; r_x = -0.0045; k'_x = -0.34; p'_x = +0.0276; r'_x = +0.0335.$$

$$k_y = -1.66; p_y = +0.0222; r_y = -0.0045; k'_y = -0.87; p'_y = +0.0088; r'_y = -0.0218.$$

1	-63.0	+26.7	—	+4.07	+1.91	-0.34	+0.32	+0.84	-1.69
5	-50.7	-39.6	—	+0.78	+1.09	+2.09	+1.44	-1.90	-0.78
12	-35.0	+33.7	—	+3.43	+1.42	-0.32	+0.07	+0.99	-1.32

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm			Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$l_x$	$l_y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$			
15	-39.0	-2.0	—	+2.49	+1.38	+1.37	+1.16	0.10	-0.54	
27	29.7	15.2	—	-0.21	-0.53	+3.57	+3.05	-2.39	+1.42	
28	-28.2	20.9	—	+1.08	+3.17	+1.28	+0.69	+1.54	-0.97	
33	-23.9	-34.3	—	+0.75	+0.90	+1.69	+0.99	-1.35	0.69	
35	-17.4	+43.3	—	+0.14	2.45	-1.72	-0.96	-2.06	-2.16	
36	-17.9	+32.6	—	+1.28	-0.78	+0.32	+0.81	-0.82	-0.43	
37	-18.6	+16.9	—	+1.49	-0.59	+1.16	+1.14	-0.86	-0.17	
47	-2.3	+9.1	—	+1.02	+1.23	+2.23	+1.29	+0.29	+0.32	
71	+29.4	-16.7	—	+2.83	+1.62	+2.04	+0.91	+1.47	+0.33	
72	+29.2	-16.2	—	+0.97	-0.30	+1.97	+0.71	-0.41	+0.21	
77	+39.2	-7.3	—	-1.84	-4.64	+3.60	+1.82	-3.64	+1.85	
78	+35.2	-10.4	—	-2.24	-4.22	+1.61	+0.58	-3.76	+0.13	
79	+39.6	-28.4	—	-6.46	-8.69	-1.66	-3.86	-8.27	-3.94	
84	+47.9	-24.1	—	+0.69	-0.53	+1.67	+0.41	-0.37	+0.03	
89	+59.0	+37.6	—	+0.15	-4.16	0.45	-1.76	-1.32	-1.01	
—	-14.2	-42.7	—	+5.04	+3.49	+0.32	-0.26	+2.18	-2.08	
13	-36.2	+27.1	9.6	+2.73	+0.65	+1.21	+1.72	—	—	
17	-38.1	-33.8	10.1	+2.64	+2.37	+2.52	+1.71	—	—	
19	-33.7	+33.5	10.8	+2.52	+0.18	+0.59	+1.61	—	—	
22	-31.7	-10.5	10.4	+2.17	+2.48	+3.24	+1.62	—	—	
67	+24.2	-10.4	9.5	+0.96	+0.80	+2.38	+1.08	—	—	
68	+26.6	+45.9	10.3	+1.28	-2.61	+0.54	-0.72	—	—	
74	+30.8	-26.9	9.6	+1.70	+0.86	+1.69	+0.65	—	—	
80	+43.1	+42.8	10.1	+2.01	-1.85	+0.97	0.43	—	—	

Région 468.

$E = 1895.184; E' = 1913.150; T = 17.966.$

$k_x = -0.27; p_x = +0.0218; r_x = +0.0231; k'_x = +1.42; p'_x = +0.0515; r'_x = -0.0076.$

$k_y = +0.23; p_y = +0.0148; r_y = +0.0134; k'_y = -0.38; p'_y = +0.0257; r'_y = -0.0063.$

9	-50.0	-49.8	—	-2.02	-4.78	1.40	+1.08	-5.04	-1.07
10	-48.3	+62.7	—	-133.28	-131.57	+29.11	+30.73	-133.13	+31.29
16	-35.2	-25.7	—	+2.57	+0.96	-0.58	+1.00	+0.85	-0.26
17	-35.9	-25.3	—	+3.54	+1.38	-0.39	+1.27	+1.52	-0.02
26	-33.6	-4.0	—	+0.15	-0.76	-0.92	+0.55	-0.99	-0.22
29	-25.2	+12.3	—	+1.66	+0.96	-1.16	-0.16	+1.05	-0.39
35	-18.8	+11.5	—	-1.90	-2.67	-0.84	+0.63	-2.31	+0.12
38	-10.0	+55.6	—	-3.06	-3.68	-0.43	-1.10	-2.73	+0.32
39	-10.5	+45.0	—	2.28	-3.09	-2.47	1.87	-2.14	-1.29
44	-10.5	-32.5	—	-3.31	-6.29	-4.56	-4.08	-4.86	-5.02
57	+5.0	+12.5	—	-2.49	-3.62	-0.80	-0.39	-2.20	-0.44
59	+0.3	-2.1	—	+2.28	0.00	+1.65	+2.18	+1.72	+1.80
63	+7.2	-8.1	—	-2.77	-5.18	-2.33	-2.41	-3.20	-2.63
65	+9.4	-38.0	—	-6.04	-10.35	+0.76	+1.55	-7.57	+0.27
67	+13.5	+22.9	—	-3.26	-5.46	-8.47	-8.28	-3.11	-8.03
68	+11.4	+22.0	—	-3.13	-5.37	-7.48	-8.22	-3.08	-7.51
74	+21.1	+15.4	—	+1.73	-0.06	-0.15	-0.51	+2.30	-0.16
92	+45.2	+52.9	—	-0.33	-1.52	-3.58	-5.87	+1.72	-3.89
97	+52.7	+32.2	—	-2.53	-5.29	-1.29	-2.18	-1.16	-1.34

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
98	+ 50.7	+ 18.2	—	- 1.34	- 4.35	+ 1.09	+ 0.34	- 0.27	+ 0.83
102	+ 58.4	+ 19.1	—	- 3.26	- 5.05	- 1.20	- 2.28	- 1.29	- 1.63
103	+ 58.1	- 0.0	—	- 4.26	- 7.69	+ 0.08	- 0.57	- 3.27	- 0.52
106	+ 55.6	- 6.7	—	- 1.02	- 3.71	+ 0.63	- 0.06	+ 0.19	- 0.12
—	+ 8.9	+ 58.4	—	- 18.09	- 18.82	- 14.71	- 14.90	- 17.10	- 13.73
11	- 41.7	+ 44.1	9.1	+ 0.17	+ 0.85	- 1.55	- 0.73	—	—
18	- 37.4	- 40.2	9.8	+ 1.56	+ 0.01	+ 0.07	+ 1.89	—	—
21	- 32.5	+ 28.8	10.5	+ 0.25	+ 0.18	- 0.74	+ 0.35	—	—
28	- 33.8	- 33.5	10.9	+ 2.29	+ 0.76	- 0.64	+ 0.94	—	—
77	+ 23.1	- 23.5	9.9	+ 0.04	- 3.25	+ 0.59	+ 0.91	—	—
81	+ 29.3	+ 23.2	9.1	- 1.01	- 2.88	- 0.51	- 0.66	—	—
83	+ 30.4	+ 37.0	10.7	- 1.09	- 2.07	- 0.29	- 0.79	—	—
95	+ 48.1	- 27.4	9.8	+ 0.07	- 4.14	+ 0.90	+ 0.99	—	—

## Région 469.

$$E = 1899.308; E' = 1913.307; T = 13.999.$$

$$k_x = - 2.78; p_x = + 0.0393; r_x = - 0.0048; k'_x = + 1.38; p'_x = + 0.0566; r'_x = - 0.0082.$$

$$k_y = + 2.27; p_y = + 0.0408; r_y = + 0.0219; k'_y = + 0.16; p'_y = + 0.0317; r'_y = + 0.0202.$$

1	- 63.7	+ 56.6	—	+ 3.09	- 1.03	- 6.74	- 4.34	- 3.09	- 0.93
5	- 52.5	- 8.9	—	+ 4.75	+ 0.91	- 3.39	- 0.80	- 0.33	- 0.09
6	- 54.3	- 54.5	—	+ 2.23	- 2.78	- 2.47	- 1.16	- 3.22	- 1.43
8	- 48.9	- 57.2	—	- 97.99	- 102.20	+ 21.62	+ 24.47	- 102.77	+ 23.22
32	- 10.5	+ 2.6	—	+ 1.92	- 2.40	- 3.08	- 1.30	- 1.45	- 0.66
34	- 12.2	- 52.0	—	+ 3.24	- 1.02	+ 0.42	+ 2.00	+ 0.16	+ 0.80
48	+ 21.7	+ 38.9	—	+ 2.37	- 1.56	- 3.49	- 0.72	+ 0.49	+ 0.06
52	+ 29.2	+ 19.5	—	+ 2.41	- 2.32	- 1.93	+ 0.32	+ 0.62	+ 0.50
53	+ 26.2	- 49.2	—	- 1.33	- 5.74	+ 0.49	+ 1.63	- 2.66	- 0.06
61	+ 44.0	- 16.5	—	+ 1.31	- 3.01	- 0.19	+ 2.30	+ 0.67	+ 0.75
64	+ 49.1	+ 48.3	—	- 0.37	- 6.13	- 4.59	- 1.99	- 1.91	- 1.36
65	+ 46.6	+ 40.0	—	+ 0.42	- 4.61	- 1.10	+ 0.84	- 0.82	+ 1.55
66	+ 47.5	+ 36.9	—	+ 0.43	- 4.35	- 3.35	- 1.30	- 0.62	- 0.77
68	+ 53.3	+ 60.3	—	- 2.43	- 7.64	- 2.50	+ 0.02	- 3.57	+ 1.03
—	+ 56.5	- 14.9	—	+ 0.68	- 4.99	+ 1.26	+ 3.66	- 0.05	+ 1.94
13	- 36.4	- 34.9	9.6	+ 3.94	- 0.09	- 1.90	+ 0.11	—	—
15	- 32.1	- 38.7	10.1	+ 4.09	+ 0.63	- 1.63	+ 0.42	—	—
20	- 28.9	+ 53.0	10.0	+ 3.75	- 0.24	- 4.77	- 2.70	—	—
26	- 15.4	+ 26.8	8.9	+ 3.81	+ 0.62	- 3.51	+ 0.95	—	—
54	+ 31.0	+ 49.0	9.6	+ 1.84	- 2.98	- 3.56	- 0.80	—	—
55	+ 38.0	- 36.2	9.9	+ 1.00	- 3.92	+ 0.14	+ 1.82	—	—
59	+ 42.2	+ 21.8	10.1	+ 1.31	- 3.31	- 2.76	- 0.38	—	—
62	+ 43.1	- 36.6	8.8	+ 0.90	- 4.05	+ 0.54	+ 1.89	—	—

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$l_x$	$l_y$
				$b_1$	$a_1$	$a_2$	$b_2$		

**Région 470.**

$E = 1895.31; E' = 1913.32; T = 18.01.$

$k_x = -1.17; p_x = +0.0086; r_x = -0.0015; k'_x = +1.92; p'_x = +0.0248; r'_x = -0.0220.$

$k_y = -0.02; p_y = +0.0231; r_y = -0.0097; k'_y = -0.55; p'_y = +0.0311; r'_y = +0.0586.$

1	-60.2	-47.2	-	+0.39	-3.22	+5.03	+0.64	-1.99	+2.74
2	-59.2	+51.5	-	+2.67	+0.43	-0.62	-4.78	+0.33	-0.14
12	-31.3	-6.0	-	-0.44	-2.78	+1.21	-0.28	-1.69	+0.78
13	-32.4	-18.2	-	-0.92	-3.64	+1.08	-0.58	-2.23	+0.26
16	-27.5	+43.5	-	+2.92	+0.90	+0.07	1.76	+1.31	+0.71
17	-27.7	+43.9	-	+0.71	-0.68	-0.16	-1.93	-0.59	+0.53
20	-17.5	+31.6	-	-7.22	-10.01	-3.59	-4.61	-8.90	-3.10
23	-13.4	-6.1	-	+3.50	-0.23	+0.69	+0.32	+1.85	+0.38
24	-12.4	-42.6	-	+3.14	-0.77	-0.71	-0.77	+1.85	-1.88
26	-9.2	+35.8	-	+2.25	-0.05	-0.88	-0.83	+0.90	+0.05
41	+23.9	+2.4	-	+2.12	-1.09	-3.71	-1.67	+1.26	-3.49
43	+20.9	-36.7	-	-0.04	-3.85	-0.45	+2.26	-0.78	-0.88
46	+27.3	-54.6	-	-1.13	-6.24	+3.19	+5.47	-2.21	+1.89
50	+50.5	+36.1	-	-0.50	-3.61	-1.74	+1.88	-1.26	-0.47
—	-61.7	-2.8	-	-2.08	-3.48	+4.87	+1.85	-3.40	+4.51
—	-21.6	+49.7	-	-2.06	-4.65	-0.01	-1.33	-3.92	+0.92
—	-17.6	+52.8	-	-3.05	-5.16	+0.92	+0.13	-4.64	+2.10
11	-33.1	+19.8	9.6	+1.76	-0.72	-0.18	-1.99	—	—
18	-26.2	+33.2	9.7	+1.71	-0.16	-0.65	-2.42	—	—
21	-18.2	-24.2	10.4	+1.05	-1.97	+0.85	+0.37	—	—
22	-17.9	-47.0	10.5	+0.93	-2.86	+1.39	+1.21	—	—
42	+23.0	-29.8	10.2	+1.93	-2.39	+1.67	+3.81	—	—
44	+28.0	+37.2	10.1	+1.12	-1.58	-0.17	+1.76	—	—
47	+38.6	+28.6	9.6	+0.18	-2.78	-1.75	+1.58	—	—
54	+56.5	-48.0	9.3	+0.16	-4.82	-0.81	+3.98	—	—

**Région 471.**

$E = 1895.32; E' = 1913.31; T = 17.98.$

$k_x = -2.14; p_x = +0.0304; r_x = +0.0214; k'_x = -1.18; p'_x = +0.0324; r'_x = +0.0556.$

$k_y = -0.02; p_y = +0.0236; r_y = +0.0040; k'_y = +1.06; p'_y = +0.0290; r'_y = -0.0083.$

6	-54.6	+58.5	—	+4.26	+0.52	+0.80	-0.22	+1.26	+2.23
8	-47.8	+52.5	—	-1.77	-4.63	-2.91	-4.17	-4.34	-1.74
9	-46.0	+22.5	—	-4.77	-6.94	+0.12	-0.73	-8.09	+0.70
37	+3.3	+59.8	—	-2.22	-5.62	-1.11	-2.72	-3.17	+0.18
39	+0.6	+53.2	—	+0.65	-2.47	-1.28	-2.55	-0.50	0.00
42	+2.3	-22.9	—	+1.97	+2.46	+0.05	1.01	-0.25	-0.55
45	+7.1	-55.6	—	+1.90	+3.71	+1.25	+0.12	-0.77	-0.24
55	+18.4	-32.9	—	+2.73	+3.01	+0.82	-0.36	+0.52	-0.07
62	+28.8	-26.0	—	-3.44	-3.92	+0.84	-0.21	-5.44	+0.21
63	+27.2	-37.0	—	+3.39	+3.43	+1.55	+0.48	+1.18	+0.62
64	+25.2	-44.3	—	+4.07	+4.70	+1.70	+0.34	+1.81	+0.43

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$I_x$	$I_y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
65	+ 32.4	+ 52.0	—	+ 2.97	— 0.21	— 1.52	— 3.98	+ 2.73	— 0.79
67	+ 32.8	— 29.1	—	+ 2.22	+ 2.25	+ 2.20	+ 0.75	+ 0.48	+ 1.30
77	+ 50.5	— 8.1	—	+ 0.75	+ 0.02	— 0.53	— 2.00	0.00	— 0.84
80	+ 58.0	+ 23.1	—	+ 1.19	— 0.91	+ 1.32	— 0.52	+ 1.18	+ 1.65
12	— 46.1	— 26.2	9.9	+ 4.68	+ 4.57	+ 0.07	+ 0.01	—	—
14	— 41.3	— 42.1	8.3	+ 4.52	+ 4.96	+ 1.03	+ 0.75	—	—
16	— 32.5	+ 50.7	9.9	+ 1.85	— 0.84	— 1.39	— 2.46	—	—
17	— 32.1	+ 36.8	10.0	+ 1.74	— 0.10	— 0.70	— 1.83	—	—
59	+ 27.4	+ 26.0	10.7	+ 0.85	— 1.20	— 0.39	— 1.62	—	—
66	+ 30.5	— 25.4	10.7	+ 0.95	+ 0.79	+ 1.24	— 0.25	—	—
71	+ 40.9	+ 36.0	9.8	+ 0.83	— 1.57	— 0.95	— 2.70	—	—
73	+ 41.6	— 31.4	10.2	+ 1.57	+ 1.87	+ 0.62	— 0.99	—	—

## Région 472.

$$E = 1895.29; E' = 1913.26; T = 17.97.$$

$$k_x = -0.32; p_x = +0.0022; r_x = -0.0056; k'_x = +1.76; p'_x = +0.0223; r'_x = +0.0258.$$

$$k_y = -0.45; p_y = +0.0219; r_y = +0.0237; k'_y = +1.01; p'_y = +0.0175; r'_y = -0.0184.$$

3	— 64.2	— 3.8	—	— 1.79	— 3.71	— 1.57	— 0.83	— 2.85	— 0.82
4	— 64.9	— 14.4	—	— 0.67	— 2.06	— 1.39	— 0.75	— 1.58	— 0.90
11	— 54.9	— 61.7	—	+ 3.20	+ 2.13	+ 1.91	+ 1.87	+ 2.09	+ 1.10
15	— 45.3	— 1.3	—	— 17.85	— 20.02	— 13.41	— 13.17	— 18.78	— 12.91
17	— 41.2	— 36.9	—	— 2.55	— 3.64	— 6.91	— 7.84	— 3.25	— 7.71
18	— 43.3	— 37.7	—	— 2.62	— 3.03	— 7.08	— 7.71	— 3.02	— 7.74
22	— 27.5	+ 10.9	—	— 2.66	— 4.00	— 1.02	— 1.29	— 2.83	— 0.59
35	— 9.3	+ 43.3	—	+ 1.45	— 1.83	— 0.25	— 1.23	+ 0.85	+ 0.42
37	9.1	— 7.4	—	+ 2.21	+ 0.23	— 3.00	— 5.23	+ 1.75	— 3.95
41	— 1.9	— 28.2	—	— 1.12	— 2.85	— 0.99	— 2.13	— 1.57	— 1.82
42	— 4.1	— 42.2	—	+ 0.04	— 1.03	+ 1.96	— 0.10	— 0.25	+ 0.39
43	+ 3.3	+ 44.8	—	+ 2.13	— 1.32	+ 0.04	— 1.48	+ 1.62	+ 0.43
49	+ 3.7	— 41.4	—	— 0.59	— 2.13	— 0.04	— 2.09	— 1.01	— 1.61
50	+ 3.0	— 60.5	—	— 3.02	— 3.17	+ 2.05	+ 0.10	— 2.94	+ 0.15
60	+ 18.6	+ 33.0	—	— 0.95	— 5.06	+ 0.40	— 1.78	— 1.72	+ 0.19
63	+ 19.6	— 38.9	—	— 1.77	— 3.15	+ 2.21	— 0.35	— 1.89	+ 0.39
71	+ 28.5	— 44.7	—	+ 0.32	— 1.35	+ 3.09	+ 0.15	+ 0.10	+ 0.94
84	+ 54.3	— 3.0	—	— 0.18	— 3.21	+ 2.46	— 1.20	— 0.34	+ 0.70
16	— 41.9	+ 46.1	10.3	+ 0.03	— 2.41	— 1.06	— 0.59	—	—
20	— 38.0	— 40.2	10.8	+ 0.45	+ 0.33	+ 0.23	+ 0.30	—	—
24	— 25.5	— 36.8	9.5	+ 0.52	— 0.16	+ 0.35	— 0.18	—	—
29	— 15.5	+ 23.7	10.4	+ 0.51	— 1.92	— 0.41	— 1.21	—	—
65	+ 23.7	+ 31.2	10.5	+ 1.06	— 2.85	—	—	—	—
68	+ 26.5	+ 21.1	10.7	+ 0.39	— 2.85	+ 0.42	— 2.14	—	—
72	+ 32.8	+ 23.3	9.7	—	—	+ 0.41	— 2.13	—	—
77	+ 35.6	— 26.0	8.9	— 0.17	— 2.24	+ 2.03	— 1.28	—	—
78	+ 38.7	— 31.0	10.7	— 0.29	— 1.76	+ 2.39	— 0.72	—	—

N:o	x en mm	y en mm	Gr.	Diff. en x Unité 0.01 mm		Diff. en y Unité 0.01 mm		Ix	Iy
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		

Région 473.

$E = 1895.32; E' = 1913.28; T = 17.97.$

$k_x = -1.58; p_x = +0.0210; r_x = -0.0039; k'_x = -0.28; p'_x = +0.0378; r'_x = -0.0217.$   
 $k_y = -0.74; p_y = +0.0196; r_y = +0.0514; k'_y = +1.15; p'_y = +0.0319; r'_y = -0.0050.$

6	-47.9	+43.6	—	+0.74	+0.32	-1.39	-1.58	-2.37	+0.95
10	-30.4	-21.2	—	+4.51	+2.49	-0.50	-0.91	+1.94	-0.34
11	-25.9	+46.3	—	+0.53	+0.58	-2.56	-3.04	-1.72	-0.80
15	-23.2	+40.7	—	+4.16	+2.39	+0.22	-0.25	+2.18	-0.32
19	-8.7	+20.8	—	-1.12	-2.26	-0.68	-2.16	-3.14	-0.47
23	-5.5	-20.5	—	+1.73	+0.48	+2.80	+1.06	+0.27	+1.73
24	-9.8	-19.4	—	-0.84	-2.29	+1.65	+0.45	-2.53	+0.98
27	-2.9	-12.2	—	+1.10	-0.21	-0.38	-1.99	-0.41	-1.22
28	-4.7	-23.5	—	+1.12	-0.92	-1.10	-2.38	-0.67	-2.03
31	+1.4	-0.3	—	-1.51	-2.62	+1.70	+0.07	-2.95	+1.05
34	+13.5	-32.7	—	+0.56	-1.43	+1.93	-0.77	-0.55	-0.36
38	+17.3	+1.0	—	+2.07	+0.73	+4.08	+1.32	+0.96	+2.53
39	+15.5	-41.2	—	+1.69	+0.06	+2.88	+0.42	+0.93	+0.43
40	+19.1	-46.0	—	+0.45	-1.96	+2.59	-0.03	-0.53	-0.14
41	+21.0	+56.6	—	-0.24	-1.14	-4.47	-8.39	-1.73	-5.25
43	+24.8	-27.8	—	-0.82	-3.11	+1.75	-0.58	-1.81	-0.50
45	+30.2	+25.3	—	-2.48	-3.87	-4.83	-9.14	-3.54	-6.82
53	+53.5	-9.4	—	+2.23	-0.01	+4.23	-0.43	+1.87	+0.62
54	+52.9	-10.5	—	+0.95	-0.94	+4.03	-0.99	+0.76	+0.22
56	+54.2	-27.9	—	-1.92	-5.40	+5.36	+0.79	-2.63	+1.30
57	+52.9	-26.9	—	-0.59	-2.97	+3.16	-0.86	-0.81	-0.57
—	+27.8	-42.3	—	+1.15	-1.35	+2.50	+0.37	+0.32	-0.09

8	-37.9	+24.1	10.7	+2.06	+1.45	-0.52	-0.53	—	—
14	-21.0	-11.2	10.0	+2.08	+0.64	-0.46	-0.99	—	—
16	-10.2	-38.5	10.3	+2.44	+1.07	+0.63	-0.82	—	—
18	-5.9	+27.1	10.7	+1.30	+1.31	-0.60	-1.93	—	—
36	+18.6	+33.4	10.8	+1.53	+1.37	+0.94	-3.21	—	—
42	+22.6	+32.5	10.7	+1.92	+0.12	+0.69	-2.65	—	—
51	+49.9	-24.3	9.7	-0.13	-2.84	+3.63	-0.47	—	—
55	+52.8	-21.9	10.1	+0.03	-2.05	+4.69	+0.39	—	—

Région 474.

$E = 1895.32; E' = 1913.29; T = 17.97.$

$k_x = +0.30; p_x = +0.0225; r_x = +0.0270; k'_x = +0.79; p'_x = +0.0402; r'_x = +0.0298.$   
 $k_y = +0.55; p_y = +0.0367; r_y = +0.0315; k'_y = +0.29; p'_y = +0.0323; r'_y = +0.0274.$

4	-53.7	+37.7	—	+0.44	+0.68	-3.30	-2.40	+0.49	+0.45
6	-49.4	+5.0	—	-0.34	+0.22	-2.86	-2.54	-0.92	-0.65
15	-37.8	+27.5	—	+0.78	+0.82	-2.14	-1.66	+0.94	+0.58
16	-31.2	+16.0	—	+1.71	+1.70	-1.70	-1.45	+1.73	+0.31
17	-34.1	-57.5	—	+2.13	+2.93	-2.99	-2.63	+0.37	-3.37
19	-27.4	+34.3	—	-6.51	-6.53	-1.78	-1.43	-5.86	+0.80
20	-29.1	+23.3	—	+0.26	+0.50	-1.96	-2.05	+0.67	+0.08

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
23	-23.3	+31.1	—	+0.38	-0.06	-1.05	-0.56	+0.86	+1.37
29	-5.4	+51.8	—	-1.43	-2.04	-3.32	-3.80	+0.11	-1.19
31	-6.9	-24.2	—	-1.15	-0.91	-0.98	-0.59	-1.39	-0.99
40	+12.8	-1.0	—	+0.66	+0.64	-2.54	-2.18	+1.56	-2.35
43	+10.3	-49.8	—	-1.47	-1.47	+2.75	+1.88	-2.01	+0.71
46	+19.8	+23.0	—	-0.03	-0.42	-1.93	-1.77	+1.60	-1.22
47	+19.2	+10.6	—	-2.13	-3.78	+0.94	+0.56	-1.50	+0.97
48	+16.3	-2.4	—	-2.69	-3.43	+1.53	+1.07	-2.06	+1.15
53	+25.7	-16.4	—	-1.76	-2.75	-0.20	-0.05	-1.37	-1.02
55	+31.2	-15.3	—	-0.55	-0.88	+0.37	+0.23	+0.37	-0.72
—	+26.1	-15.8	—	-2.16	-2.84	-0.33	+0.52	-1.58	-0.80
—	+52.3	-26.5	—	-3.53	-5.03	+2.15	+2.24	-2.85	+0.16
12	-41.1	34.7	9.0	+1.07	+1.29	-0.84	-0.73	—	—
14	-35.4	+30.9	9.2	-0.01	+0.01	-2.38	-2.27	—	—
18	-25.7	+34.9	10.7	-0.54	-0.77	-3.30	-2.14	—	—
22	-29.4	-22.7	10.1	+1.03	+1.35	-0.12	+0.12	—	—
49	+17.3	-31.5	9.0	+0.32	-0.85	+1.13	+1.13	—	—
51	+22.2	-29.0	10.5	+0.28	-0.20	+1.00	+1.29	—	—
54	+31.3	+31.2	9.3	-2.42	-3.83	-0.72	-0.58	—	—
57	+36.4	+24.7	9.4	-1.66	-2.46	-0.05	+0.10	—	—

## Région 475.

$$E = 1895.18; E' = 1913.15; T = 17.97.$$

$$k_x = -1.08; p_x = +0.0328; r_x = -0.0032; k'_x = +0.19; p'_x = +0.0381; r'_x = +0.0063.$$

$$k_y = -1.15; p_y = +0.0269; r_y = +0.0070; k'_y = -1.10; p'_y = +0.0271; r'_y = +0.0076.$$

1	-62.7	+53.2	—	+4.78	+3.00	-4.08	-3.52	+1.30	-3.03
5	-55.7	+32.3	—	+0.43	-0.05	-1.43	-1.18	-2.18	-1.15
6	-58.2	+18.4	—	+3.09	+1.44	+0.75	+0.83	-0.21	+0.58
9	-50.4	+19.0	—	+1.11	+0.61	-1.34	-1.14	-1.34	-1.49
10	-51.3	-0.0	—	-0.64	-1.58	+0.49	+1.03	-3.37	+0.01
13	-54.1	-6.6	—	+2.55	+1.79	+0.64	+1.01	0.20	-0.08
26	-34.5	+21.3	—	+0.27	-0.53	0.00	+0.53	-1.76	-0.03
32	-25.7	+15.4	—	+3.11	+1.83	+0.32	+0.41	+1.14	-0.15
39	-22.3	-8.2	—	+5.05	+3.64	-0.46	+0.54	+3.10	-1.14
66	+0.8	+56.7	—	+2.17	-0.17	-0.86	-1.21	+0.67	-0.63
72	+2.8	-37.6	—	+1.77	+0.77	+3.31	+3.12	+0.86	+1.05
80	+17.9	+17.2	—	+2.96	+0.60	+0.24	+0.91	+1.99	-0.22
82	+17.1	-41.3	—	+0.83	+0.20	+2.34	-1.89	+0.61	-0.25
90	+25.7	+61.9	—	+0.29	-2.92	-1.98	-2.18	-0.75	-1.72
92	+27.0	-17.6	—	-0.06	-1.65	+1.55	+1.60	-0.36	-0.22
95	+35.4	+40.4	—	-3.78	-6.78	-2.13	-2.59	-4.41	-2.65
110	+48.7	-56.6	—	-2.13	-2.83	+2.59	-0.84	-1.28	-0.16
115	+53.0	-21.3	—	+3.48	+2.49	-1.48	+3.09	-4.39	-3.24
117	+56.0	+11.0	—	-2.11	-4.14	+3.83	+4.29	-1.57	+2.82
120	+63.3	+46.5	—	-0.91	-2.78	+0.92	+1.90	+0.02	+1.08
121	+61.6	+29.7	—	-0.21	-2.14	-0.76	-0.08	+0.61	-1.19

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm			Diff. en $y$ Unité 0.01 mm				$l_x$	$l_y$
				$b_1 - a_1$	$a_2$	$b_2$	$b_1$	$a_1$	$a_2$	$b_2$		
29	-33.9	-40.9	8.5	+2.14	+1.06		+1.80	+1.85		—	—	
34	-27.7	-34.2	10.6	+1.70	+0.90		+2.02	+1.79		—	—	
38	-23.0	+49.3	8.6	+1.90	+0.69		-0.32	-0.54		—	—	
42	-18.2	+34.0	8.7	+1.99	+0.45		+0.18	+0.31		—	—	
99	+37.5	-25.5	10.6	-0.35	-1.36		+2.23	+2.14		—	—	
100	+38.6	-30.4	9.1	-0.04	-1.09		+2.19	+2.29		—	—	
103	+43.2	+31.9	9.8	-0.66	-2.59		+0.19	+0.29		—	—	
106	+47.5	+42.1	8.7	-0.02	-2.20		+0.69	+0.47		—	—	

Région 476.

$E = 1895.32; E' = 1913.32; T = 18.00.$

$k_x = -1.08; p_x = +0.0508; r_x = +0.0109; k'_x = +0.43; p'_x = +0.0706; r'_x = +0.0457.$

$k_y = -0.63; p_y = +0.0251; r_y = -0.0021; k'_y = +0.18; p'_y = +0.0261; r'_y = +0.0077.$

5	-55.0	+48.4	—	+0.27	-3.15	-1.14	-3.36	-3.73	-1.09
6	-57.7	+40.1	—	+0.50	-1.50	+2.30	+0.18	-3.19	+2.20
7	-56.9	+37.0	—	-0.51	-2.40	-1.95	-2.83	4.19	-1.50
9	-50.5	+60.2	—	-2.01	-5.53	+1.18	-0.35	-5.46	+1.87
10	-49.5	-14.9	—	+2.92	+2.00	+0.74	-0.90	-1.28	-0.54
18	-38.9	+27.6	—	-0.25	-2.14	-0.42	-1.77	-3.10	-0.50
19	-37.0	+19.1	—	+1.26	0.00	+1.50	-0.38	-1.40	+0.92
20	-34.5	+61.2	—	+1.08	-1.29	+2.58	+0.72	-0.79	+3.09
21	-33.5	+14.2	—	+0.01	-1.51	+0.42	-1.17	-2.72	-0.14
23	-34.4	-26.9	—	-0.09	+0.42	+1.54	-0.22	-3.01	-0.16
26	-27.6	+32.3	—	-1.21	-3.75	-0.62	-1.69	-3.56	-0.48
32	-20.6	+12.5	—	+3.55	+1.43	-0.55	-1.45	+1.27	-0.84
47	+1.5	+50.3	—	+1.18	-2.02	+0.15	-0.76	+0.77	+0.75
48	+0.8	+49.2	—	+1.40	-2.42	+0.37	-0.55	+0.61	+0.93
50	+0.6	+32.8	—	-0.32	-3.23	-0.60	-2.06	-1.13	-0.71
51	+1.9	+31.7	—	-0.79	-3.54	+1.04	-0.40	-1.47	+0.90
64	+14.2	+45.9	—	+1.97	-1.83	-2.03	-2.56	+1.90	-1.38
71	+25.0	+38.8	—	+1.29	-2.03	-0.19	-0.55	+1.92	+0.32
73	+24.7	7.9	—	1.51	3.24	-0.61	-1.30	-1.43	-1.45
78	+25.7	-58.2	—	+0.98	+0.65	-0.06	-0.17	+0.40	-1.90
88	+47.5	+30.8	—	-0.78	-4.46	-1.67	-1.93	+0.81	-1.37
90	+51.3	+14.1	—	-0.16	-2.85	+0.33	+0.39	+1.68	+0.35
92	+55.9	+15.9	—	-3.47	-6.56	+0.20	+0.36	-1.49	+0.30

28	-29.2	-28.8	10.4	+3.18	+3.40	+1.69	+0.25	—	—
29	-26.7	-39.0	10.6	+2.10	+2.35	+1.24	+0.40	—	—
31	-24.8	+17.8	10.7	+1.53	-0.03	+0.40	-0.64	—	—
39	-12.7	+32.2	11.1	+2.44	-0.04	-0.16	-0.99	—	—
68	+19.7	+24.1	9.3	-0.51	-3.75	0.26	-0.98	—	—
72	+24.4	+31.3	11.0	-0.63	-3.19	-0.11	-0.81	—	—
74	+23.5	-37.1	11.0	+0.57	-0.30	+1.45	+0.96	—	—
80	+32.4	-45.1	10.9	+0.10	-0.33	+1.91	+1.58	—	—

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
<b>Région 477.</b>									
$E = 1895.31; E' = 1913.28; T = 17.97.$									
$k_x = -1.71; p_x = +0.0271; r_x = +0.0135; k'_x = -0.07; p'_x = +0.0351; r'_x = -0.0104.$									
$k_y = -1.07; p_y = +0.0359; r_y = -0.0050; k'_y = -1.39; p'_y = +0.0337; r'_y = +0.0040.$									
1	-64.2	+36.2	—	+1.59	+1.21	+0.31	+0.04	-1.43	+0.17
10	-47.3	+10.3	—	+1.37	+0.32	+1.92	+1.88	-1.50	+1.00
15	-44.1	+59.1	—	+2.44	+2.33	-2.19	-2.04	+0.21	-1.31
16	-40.6	+57.7	—	-1.59	-1.05	+0.32	+0.18	-3.38	+1.00
26	-31.5	+43.5	—	-0.16	-0.48	0.17	-0.04	-2.12	+0.16
28	-25.9	+44.6	—	+1.47	+0.63	+0.67	+0.33	-0.57	+0.80
31	-22.2	-31.5	—	+5.13	+2.24	+2.23	+2.09	+2.05	-0.17
39	-5.0	+33.1	—	-1.54	-2.78	-0.38	-0.19	-3.15	-0.36
49	+14.0	+19.6	—	+0.46	-0.64	-2.18	-1.71	-0.51	-2.49
50	+13.7	+19.8	—	+0.21	-1.22	-2.02	-1.79	-0.94	-2.43
53	+18.2	-52.3	—	+7.48	+4.20	-0.89	+0.70	+5.43	-3.13
54	+24.8	+43.2	—	-0.84	-1.80	+0.66	+1.15	-1.37	+1.18
55	+25.3	+45.6	—	-3.05	-4.68	-6.22	-6.95	-3.89	-6.21
65	+30.4	+13.4	—	-1.59	-3.00	+0.67	+1.14	-2.22	+0.15
74	+42.3	-6.7	—	+0.22	-1.84	+0.04	+0.87	-0.39	-0.99
9	-45.5	+23.0	9.3	—	—	+0.10	+0.11	—	—
13	-45.9	-35.7	10.7	—	—	+2.25	+2.20	—	—
18	-40.0	+28.6	9.5	+1.77	+1.18	—	—	—	—
20	-35.1	+31.0	10.6	+1.67	+1.19	0.00	+0.18	—	—
23	-39.6	-31.7	10.8	+3.94	+2.08	+3.25	+2.85	—	—
24	-35.2	-49.8	9.7	+3.78	+0.85	—	—	—	—
60	+26.0	-17.2	10.2	+0.33	-2.48	+1.91	+2.35	—	—
61	+28.7	-53.3	9.7	+1.36	-1.06	+1.98	+2.69	—	—
63	+34.1	+40.2	10.2	+0.67	-0.56	-0.20	+0.39	—	—
64	+30.4	+26.8	10.2	+1.29	+0.15	+0.11	+0.73	—	—

**Région 478.**

$$E = 1896.30; E' = 1913.27; T = 16.97.$$

$$k_x = 1.58; p_x = +0.0314; r_x = -0.0421; k'_x = -1.64; p'_x = +0.0423; r'_x = +0.0087.$$

$$k_y = 0.00; p_y = +0.0325; r_y = +0.0302; k'_y = +1.17; p'_y = +0.0409; r'_y = -0.0219.$$

4	-61.1	-8.0	—	+1.37	+3.08	-4.10	-1.07	-1.50	-2.04
7	-52.6	+22.9	—	+4.33	+3.81	-1.76	-0.84	+0.14	+0.32
14	-40.2	-62.6	—	-1.62	+1.96	-0.54	+0.24	-1.87	-1.69
15	-43.7	-61.2	—	+2.32	+5.86	-2.59	-0.27	+1.89	-2.91
16	-38.4	+19.0	—	+3.10	+3.08	-2.07	-1.92	-0.25	-0.55
20	-36.3	-37.3	—	+2.58	+4.85	-1.39	-0.08	+1.39	-1.36
21	-37.2	-49.6	—	-0.70	+2.66	+0.59	+2.00	-1.17	+0.21
25	-28.1	+42.5	—	+2.17	+0.54	1.44	-1.25	-2.00	+0.91
43	-7.0	+3.3	—	+1.27	+1.72	-0.27	-0.88	-0.43	+0.16
44	-2.2	+38.5	—	+6.08	+4.25	-3.65	-4.87	+2.83	-2.25
50	+11.6	+19.6	—	+3.46	+2.17	-3.59	-5.53	+1.30	-3.30
51	+19.1	+62.3	—	+0.48	2.28	-2.91	-5.98	-2.84	-1.65

N:o	x en mm	y en mm	Gr.	Diff. en x Unité 0.01 mm		Diff. en y Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
69	+ 39.2	+ 14.4	—	- 1.38	- 2.19	+ 1.41	- 2.28	- 2.19	+ 0.52
75	+ 41.4	- 28.4	—	+ 2.29	+ 3.28	- 0.53	- 3.87	+ 3.17	- 2.82
79	+ 48.0	- 57.1	—	+ 1.19	+ 2.54	+ 2.72	- 1.76	+ 2.97	- 1.23
84	+ 54.1	- 11.4	—	- 0.58	- 1.10	+ 1.69	- 2.24	- 0.26	- 0.33
85	+ 57.6	+ 37.3	—	+ 1.69	- 0.58	+ 1.66	- 2.52	+ 0.44	+ 1.28
92	+ 61.0	- 9.3	—	+ 1.70	+ 1.29	- 1.27	- 4.20	+ 2.29	- 2.74
94	+ 60.7	- 25.5	—	- 2.65	- 2.16	+ 3.42	- 0.78	- 1.35	+ 0.72

11	- 49.2	+ 23.0	10.4	+ 4.43	+ 3.48	- 1.92	- 1.11	—	—
23	- 34.7	+ 28.9	10.6	+ 4.34	+ 2.61	- 2.06	- 1.80	—	—
30	- 24.7	- 29.2	9.1	+ 0.30	+ 2.66	- 0.03	+ 0.63	—	—
38	- 19.8	- 35.8	9.2	+ 0.75	+ 3.34	+ 0.55	+ 0.94	—	—
57	+ 21.6	+ 36.7	10.1	+ 2.13	+ 0.58	- 0.59	- 3.27	—	—
61	+ 29.8	+ 28.6	9.6	+ 1.39	+ 0.24	- 0.23	- 2.58	—	—
66	+ 30.4	- 32.2	9.7	- 0.37	+ 0.44	+ 1.82	- 0.94	—	—
68	+ 31.8	- 38.8	9.9	- 0.62	+ 0.54	+ 2.62	- 0.15	—	—

### Région 479.

$$E = 1895.29; E' = 1910.29; T = 15.00.$$

$$k_x = - 0.99; p_x = - 0.0040; r_x = + 0.0031; k'_x = + 0.16; p'_x = + 0.0084; r'_x = + 0.0357.$$

$$k_y = + 0.38; p_y = - 0.0029; r_y = + 0.0509; k'_y = + 0.44; p'_y = + 0.0031; r'_y = + 0.0059.$$

6	- 54.4	- 2.8	—	+ 1.50	+ 0.28	- 3.01	- 0.64	+ 0.30	+ 0.13
22	- 29.7	+ 52.3	—	- 0.29	- 2.85	- 3.16	- 2.47	- 1.03	- 1.55
23	- 29.5	+ 2.1	—	+ 1.12	- 0.22	- 2.40	- 1.01	+ 0.01	- 0.46
25	- 20.1	- 19.6	—	- 1.68	- 2.27	- 2.88	- 2.06	- 2.81	- 1.49
48	+ 0.1	- 49.4	—	+ 0.35	+ 0.69	+ 1.50	+ 1.88	- 0.85	+ 2.09
52	+ 9.1	+ 31.5	—	+ 2.92	+ 0.41	- 0.05	- 1.60	+ 1.88	- 0.66
54	+ 7.9	- 13.9	—	+ 2.21	+ 1.09	+ 0.61	+ 0.34	+ 0.98	+ 0.66
55	+ 6.0	- 30.7	—	+ 1.72	+ 0.93	- 1.06	- 1.05	+ 0.32	- 0.82
69	+ 17.9	- 57.8	—	+ 0.16	+ 0.10	- 0.45	- 1.19	- 1.36	- 0.92
82	+ 32.0	+ 31.4	—	+ 2.74	+ 0.24	- 0.75	- 2.64	+ 1.75	- 2.19
90	+ 32.7	- 38.2	—	- 0.07	- 0.08	+ 1.36	+ 1.16	- 1.16	+ 0.74
94	+ 36.7	- 39.2	—	+ 0.83	+ 0.69	- 1.22	- 2.00	- 0.33	- 2.25
98	+ 43.7	+ 11.0	—	+ 1.88	- 0.47	+ 0.47	- 1.09	+ 0.60	- 1.14
100	+ 42.5	+ 0.3	—	- 0.11	- 2.06	+ 1.25	- 0.73	- 1.40	- 0.53
101	+ 40.0	- 52.6	—	- 0.54	- 1.45	+ 0.82	+ 0.32	- 2.34	- 0.16
106	+ 54.2	+ 8.0	—	- 4.42	- 7.38	+ 3.87	+ 1.63	- 6.04	+ 1.62
107	+ 54.7	- 16.3	—	+ 0.44	- 0.97	+ 4.01	+ 1.56	- 0.87	+ 1.64
110	+ 59.1	- 36.2	—	+ 0.14	- 0.62	+ 2.25	+ 0.32	- 1.22	+ 0.01

10	- 47.6	+ 35.1	9.2	+ 0.95	- 0.70	- 2.80	- 1.13	—	—
15	- 37.8	- 26.0	10.4	+ 0.62	+ 0.34	- 2.34	- 0.47	—	—
16	- 31.3	+ 23.2	11.0	+ 0.64	- 0.43	- 2.07	- 0.87	—	—
18	- 33.0	- 32.4	9.5	+ 1.16	+ 1.39	- 1.94	- 0.16	—	—
76	+ 27.1	+ 26.7	9.1	+ 1.35	- 1.09	+ 1.31	- 0.31	—	—
80	+ 27.4	- 30.0	10.4	+ 1.39	+ 1.09	+ 0.58	- 0.85	—	—
84	+ 31.5	+ 23.4	10.6	+ 0.60	- 2.14	+ 1.31	+ 0.10	—	—
89	+ 32.4	- 31.0	10.5	+ 1.12	+ 0.87	+ 1.26	+ 0.04	—	—

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
<b>Région 480.</b>									
$E = 1895.32; E' = 1913.28; T = 17.97.$									
$k_x = +1.02; p_x = +0.0300; r_x = +0.0306; k'_x = +1.05; p'_x = +0.0349; r'_x = +0.0257.$									
$k_y = -0.84; p_y = +0.0356; r_y = +0.0151; k'_y = -0.75; p'_y = +0.0297; r'_y = +0.0153.$									
5	-51.5	-9.6	—	+0.93	+2.00	+0.81	+0.79	+0.55	+0.47
6	-52.2	-10.6	—	+0.86	+0.85	+0.27	+0.96	-0.10	+0.27
8	-51.4	-28.1	—	+0.46	+0.60	+2.66	+2.19	-0.89	+1.50
9	-52.7	-27.0	—	-0.21	+0.76	+0.69	+0.70	-1.16	-0.17
13	-38.9	-14.1	—	+1.64	+1.90	-1.34	-0.98	+1.14	-1.82
16	-28.2	-21.4	—	+2.19	+2.22	+1.74	+1.49	+1.72	+0.55
26	-5.9	-29.8	—	+0.44	+0.37	-0.25	-0.41	+0.40	-2.01
27	-2.2	-46.5	—	+1.42	+1.49	+2.25	+2.14	+1.11	-0.09
28	+2.3	-44.8	—	-2.22	-2.23	+1.53	+2.19	-2.37	-0.43
36	+22.3	+50.7	—	-1.84	-1.86	-3.82	-4.28	+1.33	-3.53
37	+22.7	+17.2	—	-2.18	-2.59	+0.93	+0.78	-0.13	+0.27
41	+28.5	+62.2	—	-1.73	-1.45	+0.39	+0.34	+2.12	+1.16
42	+29.2	-14.9	—	-0.77	-0.98	+2.17	+1.92	+0.69	+0.32
44	+26.0	-34.4	—	+0.33	+0.08	+1.41	+1.54	+1.12	-0.83
45	+26.3	-53.2	—	-3.04	-3.55	+2.42	+2.09	-2.90	-0.67
48	+39.8	+36.0	—	-5.47	-6.26	+0.30	+0.52	-2.52	+0.18
52	+35.4	-17.3	—	-2.96	-4.17	+3.62	+3.51	-1.86	+1.67
58	+48.9	+11.7	—	-1.71	-2.72	+0.56	+0.84	+0.74	-0.45

7	-52.7	-22.0	10.1	+0.89	+0.88	+1.49	+0.73	—	—
17	-28.0	-37.7	7.5	+0.76	+0.80	+1.07	+1.51	—	—
20	-23.6	+20.1	10.2	-1.06	-0.73	—	—	—	—
21	-17.6	+25.4	10.4	-0.60	-0.54	-0.38	-0.65	—	—
23	-14.9	+22.2	10.1	—	—	-0.11	+0.05	—	—
33	+11.1	-44.3	9.3	+0.59	+0.18	+2.60	+2.12	—	—
43	+25.9	-26.4	8.9	-1.03	-1.18	+2.16	+1.86	—	—
56	+46.3	+48.7	7.7	-4.15	-3.85	-0.35	+0.18	—	—
57	+45.7	+40.6	10.1	-3.94	-4.33	+0.22	+0.28	—	—

**Région 481.**

$E = 1895.32; E' = 1913.31; T = 17.99.$

$k_x = -0.75; p_x = +0.0180; r_x = +0.0257; k'_x = +0.95; p'_x = +0.0241; r'_x = +0.0068.$

$k_y = -0.04; p_y = +0.0122; r_y = +0.0298; k'_y = -0.65; p'_y = +0.0136; r'_y = +0.0407.$

11	-31.5	-14.2	—	-1.41	-2.84	-6.42	-6.84	-2.92	-6.04
12	-32.0	-16.6	—	+0.70	-0.54	+0.21	+0.23	-0.76	+0.78
18	-26.9	-46.6	—	+0.05	-1.78	+0.06	+0.61	-2.09	+0.33
24	-15.1	+31.8	—	+2.07	+0.89	-2.94	-2.72	+1.78	-2.23
31	-9.0	+3.0	—	+2.77	+1.74	-1.50	-0.59	+2.21	-1.03
35	-2.2	+48.6	—	-0.79	-2.12	-2.16	-1.65	-0.61	-1.54
37	+4.7	+50.6	—	+2.75	+2.59	-4.19	-3.99	+3.68	-3.94
38	+4.2	+34.4	—	-2.31	-3.17	-0.44	+0.51	-1.99	-0.01
43	+14.1	+3.2	—	-3.82	-5.53	-0.16	+0.58	-4.23	-0.59

N:o	x en mm	y en mm	Gr.	Diff. en x Unité 0.01 mm		Diff. en y Unité 0.01 mm		Δx	Δy
				b <sub>1</sub> - a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub> - b <sub>2</sub>	b <sub>1</sub> - a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub> - b <sub>2</sub>		
47	+ 17.0	+ 59.5	—	- 2.23	- 3.01	+ 1.22	+ 1.86	- 1.19	+ 1.36
58	+ 49.0	- 16.4	—	12.52	- 15.02	- 13.57	- 11.18	- 12.90	- 14.65
59	+ 50.8	+ 47.2	—	- 1.82	- 3.39	+ 0.45	+ 2.17	- 0.67	- 0.21
—	- 43.1	- 40.1	—	+ 2.19	+ 0.43	- 3.61	- 3.48	- 0.15	- 2.89
—	+ 21.2	- 48.8	—	- 3.10	- 4.37	+ 4.82	+ 5.20	- 3.98	+ 3.29
13	- 31.7	- 36.6	10.7	+ 2.93	+ 0.75	- 0.91	- 0.69	—	—
14	- 26.2	+ 28.1	9.9	+ 0.13	- 0.87	- 1.02	- 0.59	—	—
17	- 26.6	- 33.1	10.5	+ 2.12	- 0.06	- 0.21	+ 0.52	—	—
19	- 24.9	+ 21.5	10.0	+ 0.30	- 0.84	- 0.72	- 0.82	—	—
44	+ 13.1	- 21.1	8.3	+ 1.64	- 0.67	+ 0.31	+ 1.30	—	—
48	+ 28.1	+ 40.6	9.4	- 0.44	- 1.53	0.00	+ 1.20	—	—
50	+ 28.4	+ 15.5	10.0	+ 0.19	- 1.40	+ 0.76	+ 1.59	—	—
56	+ 32.8	- 53.0	10.1	+ 0.22	- 2.54	+ 2.35	+ 2.92	—	—

**Région 482.**

$E = 1895.32; E' = 1913.31; T = 17.98.$

$k_x = - 1.08; p_x = + 0.0264; r_x = + 0.0263; k'_x = + 1.04; p'_x = + 0.0415; r'_x = + 0.0224.$

$k_y = - 0.08; p_y = + 0.0218; r_y = - 0.0162; k'_y = + 1.11; p'_y = + 0.0164; r'_y = + 0.0015.$

6	- 53.8	+ 11.3	—	- 0.44	- 1.66	+ 4.38	+ 2.36	- 2.62	+ 3.71
9	- 45.5	+ 46.6	—	+ 0.38	- 0.89	+ 0.51	- 1.10	- 0.68	+ 0.77
10	- 47.7	+ 29.8	—	+ 1.08	- 0.49	- 0.55	- 2.50	- 0.62	- 0.79
16	- 36.1	+ 2.6	—	- 0.35	- 2.58	- 0.16	- 2.96	- 2.64	- 1.26
31	- 21.1	+ 22.0	—	- 0.96	- 2.25	+ 0.70	- 0.94	- 1.81	+ 0.66
36	- 17.1	+ 20.9	—	- 0.17	- 1.99	- 1.84	- 2.78	- 1.17	- 1.52
38	- 16.8	- 45.6	—	+ 1.11	- 0.55	+ 2.04	+ 0.31	- 1.42	+ 0.70
39	- 10.7	+ 60.3	—	- 2.67	- 4.59	- 1.77	- 3.17	- 2.54	- 0.88
40	- 14.0	+ 7.4	—	- 1.21	- 3.06	+ 0.28	- 1.39	- 2.45	0.00
41	- 11.3	+ 5.9	—	+ 0.35	- 1.71	- 2.01	- 3.81	- 0.94	- 2.36
48	+ 1.3	+ 43.5	—	- 1.78	- 3.78	+ 0.94	+ 0.39	- 1.70	+ 2.02
52	+ 2.0	- 23.0	—	+ 2.01	+ 0.62	+ 0.22	- 0.99	+ 0.80	- 0.29
56	+ 5.4	+ 23.5	—	- 1.48	- 3.74	- 0.83	- 2.57	- 1.87	- 0.69
61	+ 7.9	- 53.3	—	+ 1.99	- 0.22	+ 1.86	+ 0.16	- 0.16	+ 0.57
68	+ 16.9	- 60.7	—	+ 1.77	- 0.89	+ 2.44	+ 1.80	- 0.48	+ 1.59
70	+ 27.7	+ 27.7	—	- 2.13	- 5.86	- 1.98	- 2.88	- 2.40	- 1.18
75	+ 25.1	- 33.5	—	- 0.45	- 2.91	+ 0.79	- 0.36	- 1.66	+ 0.27
80	+ 34.8	- 6.4	—	- 0.30	- 2.92	- 1.50	- 2.34	- 0.60	- 1.27
84	+ 35.9	+ 21.3	—	- 2.86	- 5.83	- 1.28	- 2.28	- 2.62	- 0.59
86	+ 41.6	+ 54.7	—	- 1.13	- 3.93	- 5.02	- 4.80	+ 0.20	- 3.04
90	+ 48.2	+ 50.7	—	- 1.66	- 4.56	- 2.08	- 2.32	- 0.26	- 0.36
94	+ 53.5	- 48.3	—	+ 0.29	- 2.49	+ 0.05	+ 0.06	- 0.48	+ 0.04
—	- 57.8	- 21.1	—	+ 6.33	+ 4.16	- 0.16	- 2.87	+ 2.75	- 1.83
—	- 44.2	- 40.1	—	+ 4.32	+ 1.91	- 2.07	- 4.06	+ 0.62	- 3.64

20	- 34.0	- 23.0	10.2	+ 2.73	+ 0.74	+ 1.16	- 0.93	—	—
24	- 26.2	+ 30.2	10.5	+ 1.01	- 0.55	- 0.48	- 1.84	—	—
27	- 26.0	- 31.3	10.0	+ 2.68	+ 0.88	+ 1.52	- 0.56	—	—
30	- 21.2	+ 29.1	10.6	+ 0.60	- 0.90	- 0.24	- 1.37	—	—
76	+ 25.7	- 44.7	9.7	+ 1.24	- 1.29	+ 0.26	- 0.59	—	—

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
78	+ 34.8	+ 31.9	10.8	- 0.32	- 2.82	- 1.47	- 0.95	—	—
83	+ 30.7	- 45.2	9.6	+ 1.54	- 1.12	+ 0.59	- 0.02	—	—
92	+ 46.8	+ 21.2	10.3	- 0.84	- 3.83	- 0.49	- 2.08	—	—

## Région 483.

$$E = 1895.32; E' = 1913.29; T = 17.97.$$

$$k_x = -0.28; p_x = +0.0250; r_x = +0.0275; k'_x = +0.61; p'_x = +0.0383; r'_x = +0.0244.$$

$$k_y = -1.26; p_y = +0.0223; r_y = +0.0593; k'_y = +0.40; p'_y = +0.0267; r'_y = +0.0033.$$

2	- 58.4	+ 31.1	—	- 0.18	+ 0.17	- 4.13	- 2.74	- 0.88	- 1.28
3	- 55.0	+ 14.4	—	+ 2.18	+ 2.14	- 2.60	- 0.78	+ 0.95	- 0.05
4	- 50.4	+ 16.0	—	- 1.32	- 1.14	- 1.33	0.00	- 2.24	+ 0.88
16	- 43.9	- 28.3	—	+ 3.54	+ 3.74	- 1.13	- 0.27	+ 1.68	- 0.45
28	- 26.6	+ 26.0	—	+ 0.47	+ 0.18	- 1.68	- 2.04	+ 0.32	- 0.82
30	- 26.6	+ 7.2	—	- 3.02	- 3.37	- 1.01	- 0.42	- 3.68	- 0.13
31	- 27.0	- 1.3	—	- 1.22	- 1.57	- 0.70	- 0.45	- 2.12	- 0.19
36	- 23.1	+ 45.5	—	+ 0.30	- 0.48	- 0.44	- 1.06	+ 0.51	+ 0.65
38	- 20.8	- 10.9	—	+ 0.97	+ 0.09	+ 1.01	+ 0.58	- 0.25	+ 0.75
40	- 21.0	- 28.8	—	+ 3.33	+ 2.71	- 2.28	- 2.94	+ 1.77	- 3.08
44	- 17.0	+ 43.0	—	- 2.65	- 3.03	+ 1.61	+ 1.30	- 2.10	+ 2.61
53	- 10.9	- 60.0	—	- 0.04	- 1.09	+ 0.34	- 0.34	- 2.30	- 1.55
57	- 9.6	- 49.3	—	+ 2.15	+ 1.39	- 0.17	- 1.03	+ 0.35	- 1.94
59	- 2.1	- 4.4	—	- 0.74	- 1.97	- 2.49	- 4.14	- 1.37	- 3.79
62	+ 0.9	- 52.4	—	- 6.07	- 7.56	+ 4.16	+ 2.33	- 7.98	+ 1.50
65	+ 5.4	- 1.5	—	+ 0.86	+ 0.16	+ 0.86	- 1.08	+ 0.81	- 0.74
67	+ 14.1	+ 52.4	—	- 2.23	- 2.96	+ 0.05	- 2.96	- 0.62	- 1.04
74	+ 25.5	+ 5.7	—	- 1.36	- 2.86	+ 2.24	- 0.96	- 0.98	- 0.44
78	+ 32.7	+ 0.6	—	+ 0.63	- 0.50	+ 2.87	- 0.09	+ 1.28	- 0.05
84	+ 42.9	- 25.5	—	- 1.38	- 3.14	+ 3.89	+ 0.53	- 1.40	- 0.18
89	+ 49.7	- 49.0	—	+ 1.48	- 0.96	+ 4.69	+ 0.26	+ 0.72	- 0.71
—	+ 5.6	- 41.9	—	- 5.29	- 5.88	+ 2.97	+ 1.07	- 6.33	+ 0.39
17	- 37.2	+ 30.6	11.0	- 0.11	- 0.06	- 1.14	- 0.91	—	—
18	- 39.0	- 32.5	10.5	+ 2.71	+ 2.03	- 0.65	- 0.05	—	—
24	- 33.5	- 33.8	11.0	+ 2.19	+ 1.55	+ 0.04	+ 0.65	—	—
27	- 26.6	+ 34.0	8.9	- 0.23	- 0.72	- 1.25	- 1.70	—	—
71	+ 24.9	- 29.2	9.9	+ 0.24	- 1.09	+ 4.04	+ 0.50	—	—
72	+ 29.5	+ 49.5	10.4	- 1.09	- 2.38	+ 1.30	- 2.59	—	—
77	+ 31.5	+ 9.8	10.5	- 0.80	- 2.22	+ 3.19	+ 0.28	—	—
85	+ 40.2	- 26.0	10.5	- 0.50	- 1.69	+ 3.88	+ 0.51	—	—

## Région 484.

$$E = 1895.31; E' = 1913.28; T = 17.97.$$

$$k_x = -2.34; p_x = +0.0372; r_x = +0.0182; k'_x = -1.58; p'_x = +0.0525; r'_x = +0.0253.$$

$$k_y = +0.72; p_y = +0.0320; r_y = -0.0097; k'_y = +1.92; p'_y = +0.0354; r'_y = +0.0653.$$

4	- 42.7	+ 63.4	—	- 3.21	- 2.68	- 1.34	- 5.59	- 5.44	+ 1.18
11	- 36.4	+ 11.3	—	- 1.25	- 1.29	+ 1.82	- 1.31	- 4.61	+ 2.97

N:o	x en mm	y en mm	Gr.	Diff. en x Unité 0.01 mm		Diff. en y Unité 0.01 mm		Δx	Δy
				b <sub>1</sub> - a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub> - b <sub>2</sub>	b <sub>1</sub> - a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub> - b <sub>2</sub>		
13	-36.7	-29.6	—	+1.69	+1.74	-0.17	-3.31	-2.54	-0.40
17	-33.0	-22.4	—	+7.75	+7.70	-2.64	-5.30	+3.79	-2.49
19	-26.7	-7.6	—	+4.58	+4.25	-0.03	-2.63	+1.09	+0.47
20	-25.2	-35.3	—	+7.69	+7.42	-4.19	-7.06	+3.70	-4.79
28	-8.1	+43.3	—	-11.40	-11.86	-15.46	-17.92	-13.01	-13.69
31	-6.3	-24.6	—	+4.31	+3.60	-0.72	-1.92	+1.18	-0.65
33	-3.2	-47.2	—	+3.44	+3.46	+0.76	+0.09	+0.32	+0.24
42	+14.6	-14.8	—	+15.81	+15.72	-11.71	-12.26	+14.14	-11.56
43	+13.7	-51.1	—	+2.22	+2.28	-1.39	-1.66	-0.20	-2.31
46	+21.1	+60.5	—	-1.05	-2.65	-1.15	-1.99	-1.55	+1.20
51	+27.4	+41.9	—	+2.60	+1.16	-1.55	-1.47	+2.06	+0.46
52	+33.8	+30.3	—	-1.14	-3.09	-1.84	-0.74	-1.90	+0.11
53	+31.1	+9.0	—	+0.82	-0.35	-0.83	-0.59	-0.13	+0.05
57	+34.8	-41.6	—	+1.90	+1.27	+0.12	+1.47	+0.28	-0.25
60	+36.5	-21.9	—	+2.53	+1.79	-2.71	-1.49	+1.36	-2.53
66	+45.6	-22.3	—	+1.73	+0.96	-0.15	+1.91	+0.94	+0.18
67	+51.7	+58.2	—	-1.52	-4.45	-4.31	-2.24	-1.36	-1.43
69	+54.6	-41.2	—	+1.09	+0.76	-2.60	+0.69	+0.52	-2.54
5	-44.0	+39.1	8.6	+2.83	+1.17	-1.14	-5.85	—	—
12	-36.4	-21.1	9.4	+4.10	+3.84	+0.51	-3.43	—	—
23	-24.5	-43.1	10.7	+4.69	+4.40	+0.63	-1.82	—	—
24	-18.8	+53.9	10.2	+1.84	+2.68	-2.59	-5.66	—	—
47	+22.0	+42.2	10.5	+0.86	-0.86	-1.99	-1.31	—	—
55	+30.5	-22.3	10.8	+1.37	+0.42	-0.24	+0.36	—	—
56	+31.4	-33.9	10.1	+1.37	+0.66	+0.06	+1.55	—	—
58	+35.9	+37.7	10.1	+0.89	-0.79	-2.63	-1.28	—	—

### Région 485.

$E = 1895.32; E' = 1913.29; T = 17.97.$

$k_x = -0.57; p_x = +0.0183; r_x = -0.0096; k'_x = +0.34; p'_x = +0.0355; r'_x = -0.0009.$

$k_y = +0.28; p_y = +0.0255; r_y = +0.0107; k'_y = +0.91; p'_y = +0.0385; r'_y = +0.0380.$

6	-58.4	-11.0	—	+0.33	+1.20	-1.10	-2.90	-0.86	-0.33
8	-53.5	+37.5	—	+4.00	+2.50	-1.19	-4.61	+1.50	+0.19
11	-51.4	-9.1	—	+4.21	+4.34	-2.12	-4.41	+2.83	-1.71
12	-52.2	-25.3	—	-0.72	-0.56	-0.16	-1.48	-2.03	+0.24
16	-47.9	+7.1	—	+1.35	+0.45	-0.23	-2.89	-0.54	+0.42
19	-42.7	-56.7	—	-3.81	-3.50	+0.70	-0.54	-4.62	-0.10
20	-39.1	-0.4	—	+0.15	+0.08	+2.32	+0.46	-1.05	+2.92
21	-30.5	+26.7	—	-0.43	-0.56	-0.64	-2.90	-1.57	+0.42
34	-20.4	+53.6	—	+0.86	+0.05	-2.83	-5.27	-0.48	-1.24
42	-5.4	-13.2	—	-0.64	-1.62	-0.28	-1.31	-1.32	-0.49
46	-2.3	+11.4	—	+0.07	-1.07	-0.40	-1.31	-0.73	+0.16
53	+9.5	+13.0	—	+1.08	-0.42	-0.58	-1.09	+0.40	-0.05
60	+11.5	+52.0	—	-0.93	-2.61	-1.74	-2.92	-1.85	-0.35
64	+18.0	+35.6	—	+2.41	+1.11	-2.46	-3.23	+1.94	-1.54
70	+20.9	-20.6	—	+1.25	-0.02	+0.75	+1.11	+1.17	+0.36
73	+21.0	-59.6	—	-2.66	-4.30	+1.83	+2.06	-2.72	+0.12
74	+27.6	+23.2	—	+3.06	+1.16	-5.99	-6.31	+2.62	-5.49

N:o 1.

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
80	+ 35.4	- 2.0	—	- 2.02	- 3.77	+ 0.49	+ 0.88	- 2.04	+ 0.35
82	+ 35.4	- 43.8	—	+ 0.14	- 0.95	- 0.54	+ 0.23	+ 0.66	- 1.83
83	+ 40.5	+ 52.5	—	- 3.20	- 5.11	+ 13.21	+ 12.30	- 3.45	+ 14.04
85	+ 40.8	- 15.8	—	- 2.10	- 3.71	- 0.65	- 0.15	- 1.84	- 1.30
86	+ 40.7	- 18.0	—	- 2.68	- 4.13	- 0.67	+ 0.37	- 2.33	- 1.12
88	+ 42.4	- 44.9	—	- 0.49	- 1.87	- 1.78	- 0.86	+ 0.08	- 3.19
93	+ 54.3	+ 17.4	—	- 3.33	- 5.96	- 2.93	- 1.97	- 3.39	- 2.62
94	+ 51.7	- 62.0	—	- 4.88	- 6.34	+ 0.28	+ 1.96	- 4.00	- 1.52
96	+ 55.5	- 18.6	—	- 0.56	- 1.88	+ 0.79	+ 1.81	+ 0.26	- 0.05
97	+ 56.8	- 35.4	—	- 0.05	- 1.49	+ 0.70	+ 2.11	+ 0.83	- 0.51
99	+ 60.6	- 16.3	—	- 1.63	- 3.08	- 0.57	+ 0.39	- 0.75	- 1.49
—	+ 55.7	+ 55.9	—	+ 2.23	- 0.51	- 1.81	- 0.22	+ 1.95	+ 0.01
—	+ 54.5	+ 17.0	—	- 0.58	- 2.74	- 1.69	- 0.43	- 0.39	- 1.25
—	+ 56.6	- 35.6	—	- 1.87	- 3.94	- 0.43	+ 1.42	- 1.31	- 1.43
14	- 47.0	+ 25.4	10.4	+ 1.49	+ 0.84	- 0.68	- 3.70	—	—
22	- 31.2	+ 19.9	8.7	+ 1.70	+ 1.44	- 1.03	- 2.52	—	—
30	- 28.2	- 19.5	9.5	—	—	- 0.24	- 1.18	—	—
31	- 29.4	- 31.1	9.7	+ 0.91	+ 0.84	- 0.48	- 1.20	—	—
32	- 28.2	- 44.6	9.8	+ 0.36	+ 0.28	—	—	—	—
76	+ 31.6	- 22.0	9.0	- 0.42	- 1.64	+ 0.80	+ 1.35	—	—
79	+ 38.5	+ 28.0	9.9	+ 0.11	- 1.81	- 1.26	- 0.95	—	—
87	+ 42.1	- 30.5	10.9	- 0.11	- 1.56	+ 1.60	+ 1.96	—	—
90	+ 49.2	+ 46.1	9.6	- 0.06	- 2.09	- 1.09	- 0.71	—	—

## Région 486.

$$E = 1895.29; E' = 1910.29; T = 15.00.$$

$$k_x = - 2.93; p_x = + 0.0100; r_x = + 0.0605; k'_x = + 1.95; p'_x = + 0.0169; r'_x = - 0.0204.$$

$$k_y = - 0.73; p_y = - 0.0014; r_y = - 0.0760; k'_y = + 2.45; p'_y = + 0.0007; r'_y = - 0.0054.$$

3	- 63.9	+ 11.3	—	+ 2.95	- 0.29	+ 4.55	- 3.18	+ 0.20	- 1.06
4	- 65.4	+ 0.6	—	+ 0.85	- 2.53	+ 5.78	- 2.07	- 2.19	+ 0.05
9	- 53.5	+ 8.0	—	- 4.46	- 8.10	+ 7.11	+ 0.36	- 7.33	+ 2.41
10	- 53.7	- 16.4	—	+ 3.38	- 2.87	+ 6.91	+ 0.16	- 1.29	+ 2.21
11	- 48.2	+ 58.8	—	- 0.56	- 0.06	+ 5.36	- 1.63	- 0.26	+ 0.74
14	- 50.0	- 36.4	—	+ 3.44	- 3.63	+ 3.96	- 2.20	- 1.99	- 0.28
23	- 27.5	- 32.5	—	+ 2.43	- 4.32	+ 1.90	- 2.91	- 2.46	- 0.75
24	- 20.8	+ 60.6	—	+ 0.56	+ 0.66	+ 3.57	- 1.52	+ 1.05	+ 1.02
26	- 19.5	- 39.1	—	+ 4.01	- 5.39	+ 3.70	- 0.90	3.23	+ 1.47
29	- 11.0	+ 34.3	—	- 0.15	- 2.01	+ 1.41	- 2.16	- 1.03	+ 0.02
33	- 13.2	- 5.7	—	+ 4.32	- 1.12	- 0.32	- 4.27	+ 0.82	- 1.96
37	- 6.6	- 9.8	—	+ 3.52	- 1.89	+ 2.16	- 1.24	+ 0.04	+ 1.05
40	- 4.7	+ 10.7	—	+ 3.03	- 0.75	+ 0.50	- 2.58	+ 0.80	- 0.37
45	+ 10.8	- 44.4	—	+ 8.13	- 0.82	- 0.90	- 3.04	+ 2.42	- 0.65
54	+ 27.9	+ 47.3	—	- 1.56	- 3.74	- 0.21	- 2.48	- 1.81	+ 0.63
55	+ 26.9	- 31.6	—	+ 6.33	- 1.70	- 0.60	- 2.11	+ 1.55	+ 0.61
60	+ 32.0	+ 10.8	—	- 1.07	- 5.56	- 2.22	- 3.37	- 3.16	- 0.64
62	+ 39.9	+ 51.7	—	- 5.15	- 6.91	- 0.23	- 0.94	- 4.94	+ 1.88
65	+ 39.2	- 27.2	—	+ 5.49	- 2.42	- 3.70	- 3.90	+ 1.02	- 1.33
70	+ 41.8	+ 39.3	—	- 1.01	- 4.05	- 2.80	- 3.05	- 1.66	- 0.37

N:o	x en mm	y en mm	Gr.	Diff. en x Unité 0.01 mm		Diff. en y Unité 0.01 mm		Ax	Ay
				b <sub>1</sub> - a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub> - b <sub>2</sub>	b <sub>1</sub> - a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub> - b <sub>2</sub>		
71	+ 40.2	+ 28.3	—	+ 3.62	+ 0.19	- 2.10	- 2.67	+ 2.52	+ 0.10
77	+ 58.3	+ 51.2	—	- 1.06	- 2.10	- 4.13	- 2.53	- 0.25	- 0.11
—	- 48.7	+ 18.4	—	- 4.64	- 7.38	+ 4.87	- 2.03	- 6.79	+ 0.29
18	- 42.0	- 20.7	10.7	+ 4.50	- 1.29	+ 3.62	- 2.28	—	—
20	- 36.2	+ 46.3	9.1	+ 1.02	- 0.38	+ 3.46	- 2.35	—	—
22	- 29.2	+ 30.8	9.9	+ 0.88	- 1.38	+ 3.61	- 1.59	—	—
25	- 20.3	- 28.4	10.8	+ 4.91	- 2.01	+ 1.98	- 2.88	—	—
53	+ 21.4	- 31.2	9.9	+ 4.05	- 3.76	- 0.42	- 2.14	—	—
57	+ 30.1	+ 45.8	9.3	+ 0.23	- 1.49	- 1.93	- 2.94	—	—
58	+ 33.7	+ 38.7	8.5	- 0.16	- 1.21	- 1.87	- 2.99	—	—
61	+ 31.6	- 25.9	10.0	+ 4.79	- 2.75	- 1.70	- 2.34	—	—

### Région 487.

$$E = 1895.32; E' = 1913.32; T = 18.00.$$

$$k_x = + 0.88; p_x = + 0.0246; r_x = - 0.0051; k'_x = - 1.10; p'_x = + 0.0348; r'_x = + 0.0418.$$

$$k_y = - 0.32; p_y = + 0.0131; r_y = + 0.0146; k'_y = - 0.56; p'_y = + 0.0190; r'_y = + 0.0394.$$

1	- 61.7	+ 39.3	—	+ 1.27	+ 1.53	- 0.83	- 1.56	+ 0.17	+ 0.66
2	- 63.4	+ 36.5	—	- 3.28	- 2.50	- 0.70	- 1.58	- 4.21	+ 0.72
9	- 55.0	+ 11.9	—	- 1.05	+ 0.96	- 0.66	- 1.60	- 1.56	+ 0.11
14	- 47.8	- 61.5	—	- 0.17	+ 5.86	+ 1.17	- 1.33	+ 0.18	- 0.22
17	- 43.2	+ 31.8	—	- 2.79	- 1.59	- 1.81	- 2.68	- 2.99	- 1.01
23	- 35.9	+ 17.0	—	- 1.94	- 0.06	- 1.80	- 2.77	- 1.86	- 1.49
24	- 38.2	- 7.7	—	- 2.18	+ 0.59	- 0.77	- 1.08	- 2.18	- 0.46
27	- 27.5	- 54.5	—	- 1.94	+ 3.04	+ 1.07	+ 0.81	- 1.38	+ 0.36
31	- 20.4	- 59.7	—	+ 0.24	+ 5.40	+ 1.96	+ 1.90	+ 1.00	+ 1.08
41	+ 6.6	+ 9.8	—	+ 0.53	+ 2.20	- 0.03	+ 0.50	+ 1.63	- 0.22
44	+ 19.2	+ 41.8	—	+ 2.65	+ 2.75	- 1.65	- 0.83	+ 3.93	- 1.53
47	+ 26.0	- 8.6	—	- 4.92	- 2.22	- 0.43	+ 0.66	- 3.07	- 1.16
50	+ 37.1	+ 41.5	—	- 2.49	- 2.81	+ 0.39	+ 1.08	- 0.90	- 0.04
55	+ 36.6	- 20.3	—	- 18.91	- 16.90	+ 0.94	+ 2.90	- 17.30	+ 0.16
56	+ 36.4	- 20.4	—	- 18.95	- 15.62	+ 0.89	+ 2.54	- 16.68	- 0.03
65	+ 47.0	- 17.2	—	- 0.56	+ 1.77	+ 0.81	+ 2.79	+ 1.58	- 0.19
66	+ 46.6	- 55.6	—	- 1.86	+ 2.20	+ 0.95	+ 2.66	+ 0.42	- 0.79
67	+ 56.2	+ 41.9	—	- 3.72	- 4.27	- 0.10	+ 1.28	- 1.66	- 0.69
68	+ 56.9	- 16.8	—	- 3.27	- 0.93	+ 1.54	+ 3.06	- 0.82	+ 0.05
—	+ 59.8	+ 21.6	—	- 1.70	- 1.31	- 3.38	- 1.57	+ 0.55	- 4.18
13	- 46.0	- 42.7	9.4	+ 0.45	+ 4.34	- 0.06	- 0.92	—	—
21	- 36.6	+ 33.6	10.2	- 0.04	+ 1.01	- 0.58	- 1.35	—	—
26	- 25.0	+ 37.0	10.0	- 0.58	- 0.15	- 0.56	- 1.43	—	—
35	- 18.7	- 41.6	9.0	- 0.29	+ 4.17	+ 0.88	+ 1.22	—	—
45	+ 22.0	+ 27.0	9.7	- 0.96	- 0.76	+ 0.32	+ 1.09	—	—
51	+ 39.3	+ 26.5	10.4	- 1.28	- 0.88	+ 0.52	+ 1.55	—	—
57	+ 39.5	- 36.4	10.2	- 2.67	+ 0.83	+ 1.14	+ 2.39	—	—
59	+ 35.5	- 36.9	9.7	- 2.05	+ 1.28	+ 1.60	+ 2.95	—	—

N:o	<i>x</i> en mm	<i>y</i> en mm	Gr.	Diff. en <i>x</i> Unité 0.01 mm		Diff. en <i>y</i> Unité 0.01 mm		<i>Δx</i>	<i>Δy</i>
				<i>b</i> <sub>1</sub> - <i>a</i> <sub>1</sub>	<i>a</i> <sub>2</sub> - <i>b</i> <sub>2</sub>	<i>b</i> <sub>1</sub> - <i>a</i> <sub>1</sub>	<i>a</i> <sub>2</sub> - <i>b</i> <sub>2</sub>		
<b>Région 488.</b>									
<i>E</i> = 1895.32; <i>E'</i> = 1913.31; <i>T</i> = 17.99.									
<i>k</i> <sub><i>x</i></sub> = + 0.72; <i>p</i> <sub><i>x</i></sub> = + 0.0031; <i>r</i> <sub><i>x</i></sub> = + 0.0063; <i>k'</i> <sub><i>x</i></sub> = - 2.64; <i>p'</i> <sub><i>x</i></sub> = + 0.0242; <i>r'</i> <sub><i>x</i></sub> = + 0.0807.									
<i>k</i> <sub><i>y</i></sub> = + 0.09; <i>p</i> <sub><i>y</i></sub> = + 0.0028; <i>r</i> <sub><i>y</i></sub> = + 0.0246; <i>k'</i> <sub><i>y</i></sub> = + 0.62; <i>p'</i> <sub><i>y</i></sub> = + 0.0100; <i>r'</i> <sub><i>y</i></sub> = - 0.0120.									
1	- 61.3	+ 47.4	—	- 1.62	- 0.54	- 2.68	- 0.92	- 0.81	- 0.76
3	- 64.9	- 16.1	—	- 12.57	- 6.53	- 15.44	- 14.05	- 12.09	- 14.08
14	- 35.0	+ 39.7	—	+ 1.07	+ 1.39	- 1.46	- 0.70	+ 1.51	- 0.25
16	- 35.5	+ 0.7	—	- 2.94	+ 1.22	- 0.81	- 0.01	- 2.27	+ 0.17
23	- 29.5	- 18.0	—	+ 0.83	+ 6.72	- 0.86	+ 0.37	+ 1.63	+ 0.18
24	- 26.3	- 51.0	—	- 0.85	+ 6.61	+ 0.31	+ 1.09	- 0.66	+ 0.89
26	- 20.3	+ 58.0	—	- 2.62	- 3.18	- 0.43	- 0.83	- 1.61	+ 0.22
28	- 20.9	+ 16.2	—	+ 0.73	+ 3.42	- 2.95	- 2.47	+ 1.53	- 2.12
30	- 23.2	- 29.7	—	- 3.00	+ 3.08	+ 0.53	+ 1.26	- 2.53	+ 1.20
31	- 15.1	+ 44.2	—	- 2.53	- 2.16	- 2.08	- 2.26	- 1.59	- 1.44
32	- 15.2	+ 42.0	—	- 3.01	- 2.37	- 2.67	- 2.75	- 2.03	- 1.99
36	- 13.9	+ 15.1	—	+ 0.20	+ 3.18	- 4.24	- 4.97	+ 1.20	- 4.07
40	- 0.4	+ 41.2	—	- 0.23	+ 0.05	+ 0.13	- 0.62	+ 0.73	+ 0.38
42	- 4.9	- 2.1	—	- 3.15	+ 0.82	- 1.62	- 2.01	- 2.28	- 1.44
43	+ 4.6	+ 43.4	—	- 1.92	- 1.47	- 1.44	- 2.81	- 0.71	- 1.52
44	+ 0.6	+ 24.3	—	+ 0.74	+ 2.70	- 1.22	- 1.48	+ 1.82	- 0.84
45	+ 0.4	+ 24.2	—	- 0.82	+ 1.17	- 1.76	- 2.37	+ 0.27	- 1.56
50	+ 10.2	+ 35.1	—	- 1.41	- 0.94	- 0.39	- 1.80	- 0.47	- 0.58
52	+ 14.9	- 52.4	—	- 1.58	+ 5.02	+ 2.54	+ 1.31	- 1.31	+ 1.85
53	+ 16.4	+ 47.7	—	+ 0.50	+ 0.58	- 1.36	- 3.60	+ 1.88	- 1.92
59	+ 24.9	- 51.9	—	- 4.85	+ 1.62	+ 1.96	+ 1.21	- 4.49	+ 1.45
60	+ 24.5	- 52.9	—	- 5.91	+ 0.88	+ 2.47	+ 1.23	- 5.44	+ 1.71
61	+ 24.5	- 62.6	—	- 1.93	+ 5.30	+ 2.59	+ 1.26	- 1.66	+ 1.72
—	+ 45.6	+ 6.2	—	- 3.49	- 1.04	- 5.93	- 8.28	- 2.33	- 6.99
17	- 35.8	- 44.6	10.3	- 0.28	+ 6.61	- 0.59	+ 0.77	—	—
21	- 25.1	+ 19.9	9.4	- 0.90	+ 0.96	- 1.34	- 1.26	—	—
27	- 24.3	+ 38.1	9.0	- 0.53	+ 1.09	- 0.49	- 0.52	—	—
29	- 21.0	- 22.3	10.1	- 0.79	+ 5.20	- 0.52	- 0.12	—	—
55	+ 24.4	+ 36.4	9.6	- 1.23	- 0.81	+ 0.06	- 1.24	—	—
63	+ 27.8	- 39.5	10.6	- 0.40	+ 5.24	+ 0.51	- 1.13	—	—
67	+ 34.1	- 27.5	10.4	- 0.59	+ 4.22	+ 0.75	- 0.73	—	—
77	+ 51.1	+ 45.2	9.7	- 1.19	- 2.57	+ 1.68	- 1.17	—	—
<b>Région 489.</b>									
<i>E</i> = 1895.31; <i>E'</i> = 1910.29; <i>T</i> = 14.98.									
<i>k</i> <sub><i>x</i></sub> = + 1.40; <i>p</i> <sub><i>x</i></sub> = + 0.0013; <i>r</i> <sub><i>x</i></sub> = + 0.0320; <i>k'</i> <sub><i>x</i></sub> = - 0.58; <i>p'</i> <sub><i>x</i></sub> = + 0.0090; <i>r'</i> <sub><i>x</i></sub> = + 0.0386.									
<i>k</i> <sub><i>y</i></sub> = - 2.18; <i>p</i> <sub><i>y</i></sub> = + 0.0013; <i>r</i> <sub><i>y</i></sub> = + 0.0361; <i>k'</i> <sub><i>y</i></sub> = + 0.06; <i>p'</i> <sub><i>y</i></sub> = + 0.0071; <i>r'</i> <sub><i>y</i></sub> = + 0.0216.									
1	- 60.2	+ 50.8	—	- 1.36	+ 1.33	+ 1.47	- 1.01	+ 1.88	+ 1.12
5	- 57.9	- 48.3	—	- 0.01	+ 2.20	- 0.33	- 1.41	- 0.50	- 0.46
10	- 46.1	- 47.0	—	- 0.02	+ 3.54	+ 1.17	- 0.99	+ 0.28	+ 0.16
11	- 43.3	+ 16.0	—	+ 0.15	+ 3.04	+ 0.03	- 1.80	+ 2.34	- 0.63

N:o	<i>x</i> en mm	<i>y</i> en mm	Gr.	Diff. en <i>x</i> Unité 0.01 mm		Diff. en <i>y</i> Unité 0.01 mm		<i>Δx</i>	<i>Δy</i>
				<i>b</i> <sub>1</sub> - <i>a</i> <sub>1</sub>	<i>a</i> <sub>2</sub> - <i>b</i> <sub>2</sub>	<i>b</i> <sub>1</sub> - <i>a</i> <sub>1</sub>	<i>a</i> <sub>2</sub> - <i>b</i> <sub>2</sub>		
15	-43.5	-8.0	—	-3.37	-0.47	+0.64	-1.63	-2.02	-0.33
18	-37.3	-24.5	—	+0.57	+3.52	-0.82	-2.13	+1.39	-1.55
27	-27.0	+28.5	—	-0.94	+1.28	+1.52	-0.94	+1.44	+0.12
28	-27.9	-37.0	—	+0.89	+3.88	-3.44	-4.62	+1.34	-4.44
32	-20.5	-62.4	—	-0.72	+2.25	+1.91	+0.23	-1.13	+0.34
38	-14.6	+32.8	—	-1.74	+0.35	+0.29	-2.10	+0.80	-1.40
39	-14.6	-7.9	—	-3.83	-1.20	+13.15	+12.00	-2.45	+11.90
47	-1.1	-43.6	—	+0.15	+2.09	+1.23	-0.16	-0.01	-0.68
48	-1.2	-43.2	—	-1.74	-0.03	-0.29	-2.15	-2.00	-2.43
49	+0.7	-4.8	—	-0.22	+2.11	+1.59	-0.07	+1.19	-0.34
55	+12.5	+47.3	—	-3.40	-2.00	+2.86	+0.51	-0.55	+0.46
62	+20.5	+13.9	—	-2.00	-0.34	+2.98	+0.07	-0.16	-0.06
67	+26.8	+23.9	—	-2.34	-0.79	+1.76	-1.36	-0.18	-1.53
76	+36.9	-43.5	—	-0.05	+2.19	+3.23	+1.16	+0.13	-0.11
83	+56.2	+51.6	—	-2.20	-0.78	+2.53	-0.31	+1.03	-1.35
84	+57.8	-28.2	—	-2.70	-0.84	+3.70	+1.18	-2.05	-0.41
21	-32.6	+40.1	10.4	-2.44	-0.55	+1.25	-0.97	—	—
22	-32.6	+29.0	10.1	-2.46	-0.79	+1.13	-0.88	—	—
25	-34.4	-45.6	9.4	-0.37	+2.38	+1.14	-0.03	—	—
31	-24.4	-34.9	10.9	+0.19	+2.85	+0.71	-0.97	—	—
69	+29.8	-39.8	10.8	-0.10	+1.71	+3.97	+1.22	—	—
71	+31.0	+39.1	10.3	-2.82	-1.19	+2.92	-0.06	—	—
73	+33.6	-12.0	10.5	-1.10	+0.46	+3.22	+0.56	—	—
74	+39.3	+34.5	10.9	-2.45	-0.70	+3.39	+0.76	—	—

### Région 490.

$E = 1895.32; E' = 1913.32; T = 18.00.$

$k_x = +0.07; p_x = +0.0237; r_x = -0.0204; k'_x = +1.74; p'_x = +0.0509; r'_x = +0.0459.$

$k_y = -0.67; p_y = +0.0166; r_y = -0.0268; k'_y = +1.14; p'_y = +0.0418; r'_y = -0.0304.$

2	-64.2	-25.1	—	-0.37	+0.17	+2.63	+1.65	-1.91	-0.19
3	-58.1	-48.8	—	+1.76	+3.49	+2.92	+1.46	+0.74	-0.66
8	-25.1	-12.6	—	-2.13	-2.16	+2.63	+0.66	-2.33	+0.79
12	-21.5	-49.2	—	-4.76	-2.23	+0.95	-1.15	-4.02	-1.92
14	-16.0	+39.9	—	-16.83	-20.40	+1.12	-1.88	-17.79	+0.56
15	-16.1	+39.8	—	-17.07	-20.77	+0.89	-1.87	-18.10	+0.44
27	-13.0	-8.5	—	-6.49	-7.49	+3.37	+1.65	-6.68	+2.12
28	-11.2	-20.9	—	-2.42	-2.00	+1.42	-0.13	-1.99	-0.05
29	-13.0	-31.8	—	+1.87	+2.10	+1.31	+0.29	+2.00	-0.27
32	-5.5	+42.8	—	+0.93	-3.07	-0.34	-2.77	+0.17	-0.23
33	-6.5	+4.5	—	+0.46	-1.09	+0.64	-1.07	+0.41	-0.03
37	+4.4	+43.1	—	-1.73	-5.49	-0.12	-2.72	-1.99	+0.20
40	+5.4	-9.2	—	-0.98	-1.99	+0.53	-1.01	-0.49	-0.12
46	+24.3	+11.6	—	2.56	-5.37	-0.30	-2.23	-2.00	0.00
48	+21.1	-16.3	—	-2.21	-3.56	-0.11	-2.69	-1.40	-1.03
49	+20.3	-18.1	—	-0.57	-1.51	+0.53	-1.57	+0.39	-0.23
53	+34.2	-52.9	—	-2.56	-1.96	-0.56	-1.98	-0.75	-1.60
59	+42.5	+3.0	—	-6.03	-9.11	+0.95	-0.98	-5.04	+1.52

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
61	+ 49.0	- 3.7	—	- 1.94	- 3.64	- 2.04	- 4.38	- 0.10	- 1.68
62	+ 52.5	- 28.2	—	- 4.50	- 5.47	+ 2.10	+ 0.76	- 2.48	+ 2.34
65	+ 63.2	- 28.8	—	- 1.53	- 2.58	+ 0.45	- 0.91	+ 0.84	+ 0.97
6	- 30.8	- 30.8	8.9	0.00	+ 1.04	+ 2.08	+ 0.85	—	—
9	- 23.5	+ 21.8	10.4	+ 0.71	- 1.47	+ 0.57	- 1.69	—	—
17	- 17.3	+ 23.3	9.6	+ 0.74	- 2.09	+ 0.89	- 0.81	—	—
19	- 16.4	- 38.7	10.6	- 0.17	+ 1.17	+ 1.91	+ 0.76	—	—
50	+ 24.3	- 39.3	8.0	- 2.07	- 1.47	- 0.06	- 0.53	—	—
51	+ 34.3	+ 16.7	10.9	+ 0.47	- 3.35	- 1.11	- 4.02	—	—
54	+ 38.2	+ 45.5	9.9	- 0.80	- 6.58	- 0.29	- 3.51	—	—
58	+ 36.5	- 15.7	10.6	- 0.93	- 2.66	+ 0.46	- 0.87	—	—

## Région 491.

$$E = 1895.31; E' = 1913.28; T = 17.97.$$

$$k_x = -0.12; p_x = +0.0539; r_x = +0.0375; k'_x = -0.09; p'_x = +0.0608; r'_x = +0.0509.$$

$$k_y = -0.60; p_y = +0.0190; r_y = +0.0486; k'_y = +3.58; p'_y = +0.0273; r'_y = +0.0205.$$

1	- 61.6	+ 58.5	—	- 3.57	- 4.15	- 3.31	- 6.16	- 4.91	+ 0.23
3	- 63.4	- 8.9	—	+ 0.56	+ 1.02	- 0.83	- 2.29	- 3.34	+ 1.91
4	- 61.6	- 40.9	—	+ 3.47	+ 4.02	- 2.37	- 4.92	- 1.70	- 0.98
8	42.5	+ 8.0	—	+ 0.03	+ 0.13	0.48	- 3.42	- 2.10	+ 1.19
13	- 32.5	+ 8.2	—	- 3.31	- 3.56	- 0.27	- 3.35	- 5.04	+ 0.99
14	- 32.9	+ 7.2	—	- 2.87	- 2.55	- 0.52	- 3.45	- 4.38	+ 0.81
15	- 33.1	- 2.4	—	+ 0.04	+ 0.16	- 0.34	- 3.49	- 2.00	+ 0.66
16	- 30.3	- 14.8	—	- 2.26	- 1.76	+ 1.94	- 1.16	- 4.50	+ 2.58
19	- 28.9	- 49.9	—	+ 0.71	+ 1.39	- 0.95	- 4.00	- 2.94	- 1.14
27	- 16.3	- 10.0	—	+ 2.45	+ 2.01	+ 0.10	- 3.01	+ 0.74	+ 0.36
37	- 0.6	- 36.1	—	+ 1.18	+ 2.09	+ 0.04	- 3.81	- 0.10	- 1.21
45	+ 7.2	- 36.4	—	+ 1.62	+ 1.84	+ 1.34	- 2.50	+ 0.43	- 0.18
49	+ 12.3	- 7.1	—	+ 1.74	+ 1.76	+ 0.71	- 3.80	+ 2.04	- 0.64
51	+ 17.0	+ 38.4	—	- 2.61	- 2.96	- 2.19	- 6.97	- 0.22	- 2.79
57	+ 25.8	+ 29.0	—	0.23	- 1.17	+ 0.63	- 4.18	+ 1.95	- 0.50
58	+ 32.3	+ 42.1	—	- 2.67	- 3.70	+ 0.67	- 4.33	+ 0.42	- 0.48
60	+ 40.0	+ 10.4	—	- 3.33	- 4.24	+ 2.38	- 3.24	- 1.14	- 0.08
64	+ 46.9	- 27.5	—	+ 0.07	- 0.35	+ 1.90	- 3.87	+ 1.23	1.75
65	+ 52.5	+ 57.8	—	- 5.41	- 6.51	+ 1.29	- 4.60	- 0.50	- 0.64
69	+ 57.8	- 39.1	—	- 3.83	- 3.82	+ 3.04	- 2.61	- 2.34	- 1.19
17	- 29.5	+ 20.7	10.5	+ 0.73	+ 0.59	- 1.17	- 4.74	—	—
22	- 23.0	+ 32.6	10.5	+ 0.07	- 0.25	- 1.70	- 5.59	—	—
23	- 21.5	20.2	10.7	+ 2.23	+ 2.57	- 0.08	- 3.03	—	—
28	- 18.7	- 25.6	10.8	+ 2.18	+ 2.73	+ 0.69	- 3.05	—	—
39	+ 9.5	+ 38.2	10.4	- 1.64	- 2.19	+ 0.64	- 3.89	—	—
53	+ 20.2	+ 36.7	10.5	- 2.24	- 2.90	+ 1.07	- 4.05	—	—
55	+ 23.2	- 34.9	10.4	+ 0.32	+ 0.40	+ 2.74	- 1.97	—	—
61	+ 38.4	- 37.1	9.5	- 0.97	- 0.63	+ 2.32	- 2.60	—	—

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		

### Région 492.

$E = 1895.32; E' = 1913.32; T = 18.00.$

$k_x = -0.08; p_x = +0.0263; r_x = +0.0253; k'_x = -0.50; p'_x = +0.0342; r'_x = +0.0298.$

$k_y = +0.65; p_y = +0.0176; r_y = +0.0629; k'_y = +0.60; p'_y = +0.0150; r'_y = -0.0015.$

4	-61.8	-61.7	—	+0.82	+1.87	-4.24	+0.46	-2.51	-0.37
6	-56.8	+17.6	—	-1.93	-0.53	-6.36	-2.37	-2.75	-1.71
9	-55.9	-35.3	—	+4.82	+5.39	-3.03	+0.27	+2.16	-0.39
10	-56.1	-35.4	—	+2.55	+3.91	-4.27	-0.10	+0.27	-0.41
11	-54.4	+56.0	—	+0.67	+1.50	-5.16	-0.68	+0.66	+0.28
12	-51.7	+16.3	—	+0.75	+1.36	4.17	-1.29	-1.25	-0.78
16	-46.2	-24.7	—	+1.51	+2.11	-2.36	+0.52	-0.55	+0.72
22	-39.8	-12.2	—	+2.96	+3.62	-3.95	-0.99	+1.46	-0.82
35	-18.7	+16.8	—	+0.58	+1.22	-2.77	-1.36	+0.51	-0.59
38	-9.4	+20.9	—	+1.30	+1.77	-1.70	-1.25	+1.54	-0.22
45	+2.4	+31.8	—	-1.88	-1.64	-0.74	-0.87	-1.10	+0.26
51	+7.3	-8.7	—	-1.01	-0.62	0.00	-0.22	-1.11	+0.15
56	+16.3	+54.2	—	-1.52	-1.78	-3.36	-4.18	+0.05	-2.77
60	+23.3	+47.8	—	-2.56	-2.65	+0.26	-1.81	-0.87	-0.07
62	+24.3	+13.6	—	-3.96	-4.16	+1.08	-0.52	-3.24	+0.38
68	+34.6	+50.6	—	-5.09	-5.64	-1.08	-4.03	-3.21	-2.17
69	+32.1	+4.4	—	+0.30	+0.18	-1.19	-3.87	+1.04	-2.81
78	+37.4	-48.3	—	+1.53	+1.76	+2.35	-0.70	+1.15	-0.48
87	+52.3	-62.3	—	-0.82	-0.64	+5.34	+1.85	-1.15	+1.60
88	+57.2	+31.7	—	-3.36	-4.42	+1.78	-2.29	-1.58	-0.87
—	-56.7	+17.2	—	+2.23	+4.18	-4.85	+0.02	+1.67	+0.23
—	-11.1	-54.1	—	-0.44	-0.34	-7.32	-7.67	-2.50	-7.41

26	-32.0	-23.5	9.6	+1.86	+2.31	-1.58	+0.25	—	—
28	-25.8	+20.5	10.8	+0.19	+0.74	-2.27	-0.13	—	—
32	-29.0	-32.6	8.5	+1.27	+2.00	-2.28	-0.63	—	—
34	-21.6	+18.2	10.5	-0.45	+0.29	-3.51	-1.91	—	—
61	+24.6	+35.7	10.8	-1.33	-1.29	+0.61	-1.08	—	—
74	+35.4	+39.3	10.1	-2.04	-2.44	+0.82	-1.44	—	—
76	+38.1	-26.6	10.5	+0.09	+0.36	+1.88	-0.47	—	—
79	+39.7	-51.3	9.8	+0.06	+0.76	+2.79	+0.44	—	—

### Région 493.

$E = 1895.29; E' = 1910.29; T = 15.00.$

$k_x = +0.29; p_x = +0.0002; r_x = +0.0480; k'_x = 1.20; p'_x = +0.0115; r'_x = 0.0575.$

$k_y = -1.34; p_y = -0.0040; r_y = +0.0402; k'_y = +0.37; p'_y = +0.0037; r'_y = -0.0022.$

4	-47.6	+51.3	—	-3.77	+3.53	-1.15	-0.63	-1.10	-0.48
9	-41.8	-12.3	—	-1.65	-1.27	-0.43	-0.50	-2.10	-0.15
18	-32.1	+43.9	—	-4.36	+2.78	-1.43	-2.16	-1.66	-1.68
19	-33.0	+42.2	—	-2.76	+4.01	-1.00	-1.65	-0.22	-1.18
21	-27.8	-35.9	—	+0.12	-1.84	-1.27	-1.62	-1.28	-1.39
30	-19.6	+7.2	—	-1.65	+1.00	-1.23	-2.22	-0.93	-1.83
33	-10.4	+62.9	—	-7.70	+0.50	+2.21	+0.60	-4.41	+1.11

N:o 1.

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
38	- 4.0	+ 56.1	—	- 3.93	+ 4.02	- 0.26	- 2.19	- 0.70	- 1.64
39	- 0.9	+ 31.6	—	- 4.11	+ 1.13	+ 1.50	- 0.22	- 2.10	+ 0.17
40	+ 2.0	- 8.6	—	- 0.32	+ 0.65	+ 0.60	- 0.57	- 0.23	- 0.51
43	+ 9.8	+ 30.8	—	- 1.65	+ 3.38	+ 1.42	- 0.69	+ 0.30	- 0.31
52	+ 24.0	+ 47.7	—	- 4.37	+ 1.59	+ 3.68	+ 0.24	- 1.93	+ 1.01
57	+ 25.9	- 43.6	—	+ 1.38	- 1.55	+ 2.13	- 0.02	- 0.17	+ 0.08
70	+ 52.9	- 43.0	—	- 0.52	- 3.57	+ 1.82	- 1.49	- 1.98	- 1.32
71	+ 52.5	- 46.9	—	+ 0.16	- 3.76	+ 3.20	+ 0.44	- 1.72	+ 0.34
72	+ 57.9	+ 13.5	—	- 0.29	+ 2.50	+ 3.08	- 1.31	+ 0.92	- 0.70
74	+ 59.9	- 12.2	—	+ 0.04	- 2.20	+ 2.19	- 1.93	- 0.16	- 1.49
—	+ 43.3	- 27.1	—	- 0.72	- 0.26	+ 4.60	+ 1.98	- 1.53	+ 1.99
10	- 41.8	- 29.9	10.1	+ 2.07	+ 0.59	- 0.76	- 0.60	—	—
12	- 36.8	+ 46.0	9.6	- 2.95	+ 3.97	+ 0.59	+ 0.54	—	—
25	- 15.9	+ 44.3	10.0	—	—	+ 0.83	- 0.44	—	—
27	- 16.6	+ 44.4	10.7	- 2.82	+ 3.69	—	—	—	—
31	- 20.0	- 18.7	10.5	+ 0.56	+ 0.31	+ 0.12	- 0.89	—	—
49	+ 19.6	+ 38.9	10.6	- 2.06	+ 3.07	+ 2.35	- 0.98	—	—
59	+ 32.3	+ 18.5	11.0	- 0.42	+ 2.58	+ 2.12	- 1.16	—	—
65	+ 35.5	- 24.9	9.7	+ 0.75	- 0.42	+ 2.87	- 0.14	—	—
66	+ 37.6	- 31.9	9.2	+ 0.53	- 1.84	+ 3.04	+ 0.51	—	—

## Région 494.

$$E = 1899.31; E' = 1913.31; T = 14.00.$$

$$k_x = -2.19; p_x = +0.0555; r_x = +0.0175; k'_x = -2.36; p'_x = +0.0612; r'_x = +0.0130.$$

$$k_y = +1.40; p_y = +0.0443; r_y = +0.0316; k'_y = -1.56; p'_y = +0.0411; r'_y = +0.0668.$$

5	- 58.2	- 16.7	—	+ 5.35	+ 5.15	- 1.99	- 1.63	- 0.67	+ 0.26
6	- 59.8	- 55.0	—	+ 6.95	+ 6.22	- 0.39	- 0.30	- 0.02	+ 0.16
8	- 47.1	+ 42.2	—	+ 3.44	+ 2.43	- 4.07	- 2.97	- 1.44	+ 0.57
9	- 48.3	- 16.6	—	+ 2.77	+ 4.18	- 2.30	- 1.26	- 1.87	- 0.19
11	- 44.1	+ 21.8	—	+ 5.45	+ 5.92	- 5.62	- 4.61	+ 1.16	- 2.09
14	- 28.9	- 48.4	—	+ 3.03	+ 2.76	- 0.12	+ 1.58	- 1.80	0.00
26	- 10.8	- 57.3	—	- 0.34	- 0.22	+ 1.10	+ 2.59	4.05	- 0.15
30	+ 2.5	+ 9.8	—	+ 1.99	+ 2.38	- 1.02	+ 1.93	+ 0.20	+ 0.67
31	+ 2.3	+ 9.6	—	+ 2.05	+ 2.27	- 1.35	+ 1.88	+ 0.16	+ 0.48
44	+ 26.7	+ 14.6	—	+ 1.94	+ 2.39	- 1.02	+ 2.58	+ 1.67	+ 0.02
54	+ 41.4	- 14.0	—	- 0.25	- 0.30	+ 1.48	+ 5.85	- 0.35	+ 0.95
55	+ 43.6	- 42.0	—	+ 1.75	+ 0.54	+ 1.32	+ 5.70	+ 0.77	- 0.51
16	- 22.0	+ 46.5	10.7	+ 1.82	+ 2.50	- 4.98	- 2.49	—	—
19	- 19.2	+ 17.1	10.5	+ 2.57	+ 2.91	- 2.42	- 0.39	—	—
20	- 18.8	- 43.5	10.7	+ 4.51	+ 4.65	- 0.27	+ 1.91	—	—
25	- 13.2	- 31.7	10.9	+ 4.13	+ 4.02	+ 0.27	+ 2.78	—	—
45	+ 32.1	+ 45.9	9.2	+ 0.06	+ 0.38	- 2.29	+ 2.18	—	—
50	+ 39.6	- 26.5	9.8	- 0.04	+ 0.04	+ 0.76	+ 5.64	—	—
51	+ 38.5	- 38.7	10.5	+ 0.04	- 0.27	+ 1.31	+ 4.75	—	—
52	+ 40.2	+ 26.7	8.9	+ 0.22	- 0.03	- 0.97	+ 3.41	—	—

N:o	x en mm	y en mm	Gr.	Diff. en x Unité 0.01 mm		Diff. en y Unité 0.01 mm		Ax	Ay
				b <sub>1</sub> - a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub> - b <sub>2</sub>	b <sub>1</sub> - a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub> - b <sub>2</sub>		
<b>Région 495.</b>									
$E = 1895.32; E' = 1913.32; T = 18.00.$									
$k_x = -0.37; p_x = +0.0014; r_x = +0.0114; k'_x = +1.12; p'_x = +0.0174; r'_x = +0.0204.$									
$k_y = -0.93; p_y = +0.0123; r_y = +0.0525; k'_y = +0.56; p'_y = +0.0066; r'_y = 0.0291.$									
18	-40.0	-21.5	—	+0.47	+0.12	-3.28	-1.16	-0.10	-2.13
21	-31.3	-31.0	—	+2.76	+2.55	-0.32	+0.85	+2.20	+0.15
28	-24.6	-18.0	—	+0.48	+0.03	+0.54	+0.78	+0.07	+0.59
31	18.9	+11.6	—	+0.93	-0.26	1.27	-0.87	+0.69	-0.93
35	-17.4	-49.8	—	+0.01	-0.26	+1.38	+2.05	-0.73	+1.26
41	-4.2	-2.6	—	-0.19	-1.50	+1.57	+0.08	-0.55	+0.66
49	+12.0	+9.9	—	-0.94	-2.49	-0.26	-2.50	-1.05	-1.60
62	+28.0	-18.7	—	-1.72	-3.59	-0.91	-1.65	-2.27	-3.47
63	+30.2	+59.0	—	-3.84	-6.19	-0.73	-4.84	-3.38	-2.76
67	+32.7	-19.8	—	-0.92	-2.12	+2.55	-1.39	-1.11	-0.17
70	+41.2	+28.3	—	-1.38	-3.34	+0.51	-4.76	-1.09	-2.50
74	+55.7	+18.4	—	-2.27	-5.07	+4.16	-1.47	-2.40	+0.68
12	-48.5	-22.9	8.8	+1.17	+0.36	-1.39	+1.19	—	—
17	-36.7	-23.2	10.4	+0.09	-0.45	-0.95	+0.68	—	—
20	-34.8	+28.7	9.2	+0.29	-1.12	-0.77	+0.40	—	—
26	-20.2	+34.7	9.4	+0.30	-1.17	-0.73	-0.53	—	—
56	+20.8	+34.3	10.2	-0.42	-2.51	+1.26	-1.44	—	—
58	+26.4	+33.2	10.6	-0.16	-2.20	+1.95	-1.30	—	—
61	+28.4	-16.0	10.5	+0.19	-1.47	—	—	—	—
65	+31.7	-8.6	8.9	—	—	+2.43	-1.75	—	—
66	+32.3	-15.1	10.4	+1.00	-0.91	+3.38	-1.27	—	—
<b>Région 496.</b>									
$E = 1895.31; E' = 1910.29; T = 14.98.$									
$k_x = +0.14; p_x = +0.0009; r_x = +0.0223; k'_x = +1.12; p'_x = +0.0151; r'_x = +0.0291.$									
$k_y = -1.61; p_y = +0.0047; r_y = -0.0050; k'_y = -2.38; p'_y = +0.0033; r'_y = +0.0008.$									
4	-52.3	+51.8	—	-1.05	-1.76	+2.19	+1.94	+0.14	+0.16
6	-53.0	-28.0	—	+0.15	-0.48	+2.44	+3.47	-0.68	+0.73
10	-38.8	-5.7	—	+0.26	-0.20	+0.20	+0.82	+0.20	-1.59
15	-31.8	-12.3	—	-0.27	-0.46	+1.30	+2.29	-0.30	-0.31
17	-28.9	+16.5	—	+0.39	-0.21	+1.34	+1.57	+0.91	-0.53
23	-20.5	-9.6	—	-1.81	-2.15	+0.67	+1.53	-1.76	-0.97
32	-11.3	+32.8	—	-2.35	-3.95	+3.09	+3.17	-1.76	+1.24
35	-1.9	+16.6	—	-1.35	-2.43	+0.55	+0.90	-0.84	-1.21
36	-2.3	+12.8	—	-0.99	-1.81	+1.66	+1.90	-0.45	-0.17
42	+1.8	-28.9	—	-0.70	-1.19	+1.58	+2.55	-1.04	-0.04
46	+5.5	+47.3	—	-1.00	-2.86	-1.15	-0.75	-0.04	-2.71
52	+19.7	-1.6	—	-0.28	-1.82	+1.20	+1.89	-0.30	-0.42
62	+29.9	-61.1	—	-1.28	-2.25	+0.41	+0.94	-2.47	-1.50
70	+35.8	-18.2	—	+0.28	-1.66	+0.31	+0.92	+0.22	-1.38
78	+56.1	-50.3	—	-1.03	-0.73	-0.30	+0.95	-1.56	-1.75
—	-31.3	-46.5	—	-1.36	-1.13	+2.61	+3.54	-2.07	+0.83

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
7	-46.7	-31.9	10.7	+1.84	+2.08	+2.25	+2.71	—	—
9	-37.3	+37.7	9.6	-1.59	-1.88	+1.38	+2.43	—	—
13	-31.9	+48.6	9.9	-1.33	-2.79	+1.66	+1.79	—	—
31	-19.8	-20.9	9.8	-0.12	-0.82	+1.66	+2.39	—	—
51	+16.2	+42.6	10.8	—	—	+1.58	+2.85	—	—
53	+23.8	+25.3	10.6	-0.16	-2.08	+1.23	+1.93	—	—
63	+33.6	+48.2	10.7	-1.07	-2.25	—	—	—	—
71	+38.6	-29.9	10.8	+0.08	-1.23	+1.17	+2.07	—	—
72	+36.0	-51.2	8.9	+0.62	-0.70	+1.94	+2.82	—	—

## Région 497.

$$E = 1895.33; E' = 1913.32; T = 17.99.$$

$$k_x = 0.45; p_x = +0.0096; r_x = +0.0392; k'_x = -0.50; p'_x = +0.0307; r'_x = -0.0220.$$

$$k_y = -2.30; p_y = +0.0031; r_y = -0.0751; k'_y = +0.10; p'_y = +0.0198; r'_y = -0.0197.$$

1	-63.3	+3.3	—	-3.06	-2.05	+7.37	+1.62	-4.27	+0.43
2	-57.0	-3.6	—	+2.82	+4.26	+3.62	-2.21	+1.88	-3.13
3	-51.3	-28.1	—	+0.42	-0.28	+7.57	+2.06	-1.71	+0.81
7	-43.6	-29.1	—	+3.02	+2.02	+6.47	+1.20	+0.91	+0.33
16	-29.2	-12.4	—	+0.12	+0.27	+5.51	+1.25	-0.98	+0.75
22	-8.6	+17.8	—	+0.37	+2.16	+2.32	-0.86	+0.77	-0.57
28	+4.2	-47.2	—	+3.17	-0.12	+1.84	-0.43	+0.73	-0.74
32	+10.0	-16.3	—	+2.10	+0.57	+2.51	+0.07	+0.92	+0.47
33	+10.6	-17.1	—	+2.12	+0.07	+1.83	-0.25	+0.69	0.00
39	+18.1	+11.5	—	+0.35	+0.54	+0.81	-1.03	+0.43	-0.21
41	+18.5	-51.1	—	-1.53	-5.23	+0.09	-0.91	3.92	-1.22
42	+23.7	+56.9	—	0.61	+2.45	-0.82	-3.03	+1.41	-1.24
52	+32.1	-50.2	—	+2.55	-1.57	-0.07	-0.33	+0.23	-0.36
53	+10.0	+17.7	—	-0.28	+0.43	-0.72	-1.28	+0.55	0.00
56	+40.9	+11.5	—	-2.68	-2.84	-2.39	-3.11	-2.31	-1.77
—	-10.4	+45.8	—	-3.17	+0.98	+2.02	+0.41	-1.38	+0.16
—	+15.1	+56.5	—	-2.60	+2.05	-0.29	-2.10	+0.03	-0.92
—	+17.5	+61.4	—	-1.54	+3.04	+1.31	-0.11	+1.16	+1.04
—	+14.6	-19.9	—	+2.62	+1.68	+2.78	+3.06	+2.39	+3.70
5	-44.5	+23.0	10.0	-0.29	+1.99	+5.49	-0.20	—	—
8	-36.6	+47.7	9.2	-1.15	+2.61	+3.69	-1.40	—	—
11	-38.5	-14.8	10.9	+1.26	+1.18	+6.09	+1.88	—	—
12	-33.6	-21.2	10.5	+2.09	+1.71	+5.34	+1.68	—	—
51	+33.0	+26.4	10.3	-1.09	-0.60	-0.40	-1.50	—	—
54	+35.6	-45.5	10.0	+0.43	-3.28	-1.31	-1.63	—	—
55	+14.0	+47.0	9.9	-1.29	+1.31	+0.26	-0.06	—	—
59	+54.6	-20.8	10.1	+1.86	-0.39	-1.91	-0.64	—	—

N:o	<i>x</i> en mm	<i>y</i> en mm	Gr.	Diff. en <i>x</i> Unité 0.01 mm		Diff. en <i>y</i> Unité 0.01 mm		<i>Δx</i>	<i>Δy</i>
				<i>b</i> <sub>1</sub> - <i>a</i> <sub>1</sub>	<i>a</i> <sub>2</sub> - <i>b</i> <sub>2</sub>	<i>b</i> <sub>1</sub> - <i>a</i> <sub>1</sub>	<i>a</i> <sub>2</sub> - <i>b</i> <sub>2</sub>		
<b>Région 498.</b>									
<i>E</i> = 1895.31; <i>E'</i> = 1913.28; <i>T</i> = 17.97.									
<i>k</i> <sub><i>x</i></sub> = - 0.21; <i>p</i> <sub><i>x</i></sub> = + 0.0432; <i>r</i> <sub><i>x</i></sub> = + 0.0106; <i>k'</i> <sub><i>x</i></sub> = + 1.28; <i>p'</i> <sub><i>x</i></sub> = + 0.0443; <i>r'</i> <sub><i>x</i></sub> = - 0.0095.									
<i>k</i> <sub><i>y</i></sub> = + 0.44; <i>p</i> <sub><i>y</i></sub> = + 0.0341; <i>r</i> <sub><i>y</i></sub> = - 0.0166; <i>k'</i> <sub><i>y</i></sub> = + 3.38; <i>p'</i> <sub><i>y</i></sub> = + 0.0360; <i>r'</i> <sub><i>y</i></sub> = + 0.0196.									
1	- 61.2	+ 58.2	—	+ 0.58	- 0.55	- 1.62	- 6.54	- 1.54	- 0.04
4	- 58.5	- 38.8	—	- 1.06	- 2.72	- 0.15	- 5.44	- 4.30	- 2.15
9	- 32.1	- 22.8	—	+ 1.23	- 0.80	+ 0.41	- 3.86	- 0.88	- 0.56
12	- 29.2	+ 41.6	—	- 1.60	- 3.12	- 4.93	- 9.15	- 2.68	- 3.62
16	- 24.5	+ 40.4	—	- 0.79	- 1.84	- 1.55	- 5.25	- 1.45	- 0.04
29	- 3.9	- 24.9	—	+ 1.95	+ 0.09	- 1.11	- 3.66	+ 1.13	- 1.34
36	+ 1.9	- 41.3	—	+ 3.23	+ 1.74	- 0.57	- 3.61	+ 2.68	- 1.63
38	+ 5.0	- 30.0	—	+ 1.18	- 0.39	- 0.63	- 3.62	+ 0.84	- 1.27
45	+ 23.7	+ 54.3	—	- 4.13	- 5.93	- 4.23	- 7.04	- 2.91	- 1.86
51	+ 25.2	- 38.9	—	+ 0.65	- 1.18	+ 0.28	- 2.17	+ 0.98	- 0.43
52	+ 33.4	+ 61.7	—	+ 1.17	- 1.04	- 3.57	- 5.00	+ 2.68	- 0.26
57	+ 37.3	- 7.4	—	+ 0.61	- 1.18	- 1.45	- 2.77	+ 1.80	- 0.51
62	+ 52.5	- 31.8	—	+ 0.03	- 2.53	- 0.36	- 1.28	+ 1.26	- 0.10
64	+ 57.5	- 35.6	—	- 4.40	- 5.94	+ 1.36	+ 0.11	- 2.48	+ 1.31
5	- 50.7	- 31.8	9.9	+ 2.82	+ 0.53	+ 2.21	- 2.34	—	—
10	- 25.3	+ 51.7	9.1	+ 0.51	- 0.56	- 1.80	- 6.10	—	—
11	- 28.8	+ 44.3	10.7	+ 0.61	- 0.50	- 1.90	- 5.80	—	—
14	- 27.4	- 26.2	11.1	+ 2.20	+ 0.88	+ 0.63	- 3.24	—	—
39	+ 5.1	- 47.1	10.9	- 0.31	- 1.25	- 0.61	- 3.66	—	—
40	+ 11.2	+ 49.9	10.0	- 0.99	- 2.34	- 2.72	- 5.13	—	—
55	+ 31.2	- 11.7	10.0	- 0.84	- 2.34	+ 0.68	- 0.90	—	—
59	+ 48.8	+ 42.1	9.0	- 1.53	- 3.79	- 1.85	- 3.14	—	—
<b>Région 499.</b>									
<i>E</i> = 1895.32; <i>E'</i> = 1913.32; <i>T</i> = 18.00.									
<i>k</i> <sub><i>x</i></sub> = + 0.55; <i>p</i> <sub><i>x</i></sub> = + 0.0289; <i>r</i> <sub><i>x</i></sub> = - 0.0097; <i>k'</i> <sub><i>x</i></sub> = + 1.12; <i>p'</i> <sub><i>x</i></sub> = + 0.0358; <i>r'</i> <sub><i>x</i></sub> = + 0.0407.									
<i>k</i> <sub><i>y</i></sub> = - 2.75; <i>p</i> <sub><i>y</i></sub> = + 0.0315; <i>r</i> <sub><i>y</i></sub> = + 0.0126; <i>k'</i> <sub><i>y</i></sub> = - 1.96; <i>p'</i> <sub><i>y</i></sub> = + 0.0335; <i>r'</i> <sub><i>y</i></sub> = - 0.0192.									
5	- 53.6	+ 31.8	—	+ 0.21	- 1.39	+ 0.43	+ 1.39	- 1.00	- 0.58
11	- 44.9	- 49.7	—	- 0.85	+ 1.48	+ 2.73	+ 2.99	- 1.07	- 1.25
12	- 35.3	+ 58.9	—	+ 0.38	- 2.31	+ 0.82	+ 1.09	- 0.35	+ 0.39
23	- 26.0	- 0.8	—	- 2.90	- 3.14	- 0.14	+ 0.28	- 3.03	- 2.40
26	- 19.5	+ 42.0	—	+ 1.05	- 1.46	- 0.69	- 0.53	+ 0.65	- 1.66
30	- 15.4	- 31.6	—	- 1.51	- 0.02	+ 0.60	+ 0.69	- 0.92	- 2.79
41	- 1.0	- 41.8	—	- 3.14	- 1.29	+ 5.04	+ 4.31	- 2.06	+ 0.95
43	+ 0.4	+ 9.7	—	- 1.82	- 2.67	+ 0.14	- 0.83	- 1.24	- 2.38
48	+ 6.2	+ 17.8	—	- 9.30	- 11.04	- 0.07	- 1.27	- 8.86	2.42
51	+ 9.8	- 47.6	—	- 1.87	+ 0.40	+ 2.41	+ 1.49	- 0.32	- 1.91
54	+ 16.7	+ 62.7	—	- 0.51	- 4.91	+ 1.55	- 0.20	- 0.36	+ 0.41
60	+ 25.4	+ 48.7	—	- 0.44	- 3.70	- 0.42	- 1.87	+ 0.34	- 1.83
62	+ 28.8	- 10.5	—	- 3.78	- 3.90	+ 3.79	+ 2.30	- 2.21	+ 0.41
63	+ 25.2	- 31.1	—	- 3.23	- 2.50	+ 4.10	+ 2.32	- 1.70	- 0.07

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
70	+ 33.4	- 58.4	—	- 1.79	+ 0.89	+ 4.93	+ 3.27	+ 0.56	- 0.04
71	+ 35.4	+ 23.6	—	- 2.88	- 4.76	+ 1.88	- 0.25	- 1.47	- 0.66
14	- 37.4	- 35.0	10.6	+ 0.83	+ 2.32	+ 3.48	+ 3.80	—	—
16	- 31.4	+ 17.7	10.8	- 0.24	- 1.09	+ 1.26	+ 1.22	—	—
19	- 31.2	- 44.2	10.8	- 0.15	+ 0.98	+ 3.67	+ 4.14	—	—
27	- 16.9	+ 30.3	10.8	+ 0.43	- 1.23	+ 2.11	+ 1.96	—	—
64	+ 25.8	- 38.4	11.1	- 2.43	- 0.59	+ 3.94	+ 2.63	—	—
67	+ 30.0	- 30.1	9.9	- 1.52	- 0.72	+ 4.41	+ 2.45	—	—
75	+ 44.2	+ 38.5	9.1	- 1.79	- 4.83	+ 1.98	- 0.52	—	—
77	+ 45.1	+ 26.0	10.5	- 0.71	- 3.38	+ 2.62	+ 0.62	—	—

## Région 500.

$$E = 1895.29; E' = 1910.29; T = 15.00.$$

$$k_x = -0.02; p_x = +0.0063; r_x = +0.0034; k'_x = -0.83; p'_x = +0.0053; r'_x = +0.0675.$$

$$k_y = -0.33; p_y = -0.0020; r_y = +0.0164; k'_y = -1.50; p'_y = -0.0015; r'_y = -0.0016.$$

4	- 56.3	- 43.0	—	- 0.95	+ 3.18	- 1.40	+ 1.83	- 1.16	- 0.21
5	- 58.6	- 46.8	—	- 0.35	+ 4.10	+ 0.91	+ 3.70	- 0.55	+ 1.90
8	- 49.6	+ 13.3	—	+ 1.61	+ 1.79	- 0.89	+ 1.17	+ 1.46	- 0.43
9	- 48.4	- 12.4	—	+ 0.33	+ 1.44	- 1.47	+ 0.37	- 0.26	- 1.09
10	- 43.3	+ 44.1	—	- 0.61	- 2.38	+ 1.36	+ 3.02	- 0.60	+ 1.51
11	- 42.8	+ 43.3	—	+ 1.56	- 0.74	- 0.47	+ 0.91	+ 1.27	- 0.45
20	- 35.3	+ 9.2	—	- 1.35	1.90	- 1.77	- 0.27	- 1.93	- 1.69
28	- 35.0	- 61.5	—	+ 1.17	+ 6.16	+ 1.11	+ 3.16	+ 0.85	+ 1.58
32	- 21.8	+ 9.9	—	+ 1.87	+ 2.14	- 0.32	+ 1.07	+ 1.80	- 0.39
47	- 8.8	+ 40.0	—	+ 2.69	+ 0.40	+ 3.35	+ 4.53	+ 2.48	+ 3.02
64	+ 17.0	- 57.7	—	+ 0.35	+ 5.14	+ 0.61	+ 2.00	+ 0.37	+ 0.37
65	+ 23.0	- 4.7	—	+ 1.10	+ 2.38	- 0.03	+ 1.12	+ 1.27	- 0.53
73	+ 33.6	- 14.3	—	+ 3.43	+ 4.20	- 0.86	- 0.23	+ 3.08	- 1.68
86	+ 63.2	+ 21.4	—	+ 0.22	- 1.25	+ 0.87	+ 1.42	+ 0.18	- 0.27
13	- 42.6	+ 36.8	10.9	- 0.19	- 1.74	- 0.50	+ 1.22	—	—
17	- 40.5	- 30.6	9.0	+ 0.16	+ 3.21	+ 0.44	+ 2.65	—	—
43	- 11.5	+ 37.8	10.9	+ 0.28	- 1.90	- 0.51	+ 1.18	—	—
46	- 13.5	- 38.6	11.4	+ 0.50	+ 3.95	+ 0.12	+ 1.14	—	—
60	+ 11.5	+ 30.9	11.1	- 0.27	- 0.73	+ 0.82	+ 1.60	—	—
66	+ 20.5	- 35.8	10.7	- 0.23	+ 2.78	+ 0.26	+ 1.07	—	—
69	+ 28.0	- 26.4	10.7	+ 0.13	+ 2.27	+ 0.14	+ 0.96	—	—
72	+ 34.6	+ 14.8	11.1	- 0.09	- 0.40	+ 1.61	+ 2.20	—	—

## Région 501.

$$E = 1899.31; E' = 1913.32; T = 14.01.$$

$$k_x = -2.07; p_x = +0.0425; r_x = +0.0098; k'_x = +0.60; p'_x = +0.0482; r'_x = +0.0486.$$

$$k_y = -1.30; p_y = +0.0428; r_y = +0.0076; k'_y = -0.72; p'_y = +0.0467; r'_y = -0.0055.$$

2	- 62.2	- 41.5	—	+ 6.23	+ 4.63	+ 2.19	+ 4.68	+ 0.66	+ 0.63
7	- 40.1	+ 59.5	—	+ 4.10	- 0.14	- 2.54	- 3.56	+ 1.16	- 1.35
11	- 35.1	+ 1.7	—	+ 3.37	+ 0.43	+ 0.53	+ 0.91	- 0.37	- 0.17

N:o	x en mm	y en mm	Gr.	Diff. en x Unité 0.01 mm		Diff. en y Unité 0.01 mm		Ax	Ay
				b <sub>1</sub> - a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub> - b <sub>2</sub>	b <sub>1</sub> - a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub> - b <sub>2</sub>		
12	-37.7	-3.2	—	+2.68	+0.24	+0.97	+0.27	-1.08	-0.49
14	-35.5	-48.2	—	+4.46	+3.87	+2.79	+3.79	+0.41	+0.16
19	-29.1	-3.0	—	+5.21	+2.07	+0.39	+0.38	+1.49	-0.73
31	-13.6	-42.4	—	+3.53	+3.45	+2.33	+2.16	+0.89	-0.49
32	-12.7	-48.6	—	+1.31	+0.54	+1.71	+1.68	-1.80	-1.47
33	-7.5	+55.1	—	+1.17	-3.61	-4.85	-6.57	-0.68	-4.24
39	-0.3	+61.9	—	+3.39	-1.17	1.30	-3.28	+2.17	-0.53
40	-1.2	+62.3	—	+3.31	-1.35	-0.69	-3.14	+2.01	-0.13
45	+9.4	+6.3	—	+1.89	-0.71	+0.65	-0.11	+0.46	-0.47
62	+28.1	+4.3	—	+1.32	-1.42	+1.39	+0.27	+0.61	-0.02
63	+27.3	-8.8	—	+1.78	-1.10	+0.64	-0.35	+0.58	-1.29
68	+32.9	-43.0	—	+1.31	-0.17	+5.96	+4.14	+0.07	+2.08
72	+45.8	+28.8	—	+0.56	-3.47	+1.46	-0.48	+0.73	+0.71
77	+59.6	-27.8	—	-1.97	-5.06	+4.26	+2.25	-2.36	+0.94
—	+9.1	+9.2	—	+0.30	-2.12	+2.28	+1.16	-0.96	+1.11
16	-26.3	+22.0	10.7	—	—	+0.32	-0.49	—	—
20	-26.4	-44.3	10.2	+2.85	+1.86	+2.53	+2.98	—	—
24	-20.4	-33.6	10.4	+3.16	+2.17	+2.81	+2.65	—	—
27	-18.8	+29.8	10.7	+2.85	-0.93	—	—	—	—
28	-19.5	+29.0	9.5	+3.24	-0.45	0.00	-0.48	—	—
61	+22.3	-40.3	10.2	+1.32	+0.20	+3.39	+2.77	—	—
67	+32.4	+20.1	10.6	+0.23	-3.52	+0.35	-0.36	—	—
71	+40.9	-37.6	9.7	+1.80	+0.17	+3.27	+1.68	—	—
73	+48.4	+22.7	10.4	-0.83	-4.47	+0.79	-0.36	—	—

Région 502.

$E = 1895.32; E' = 1913.29; T = 17.97.$

$k_x = -3.08; p_x = +0.0303; r_x = +0.0095; k'_x = -0.25; p'_x = +0.0459; r'_x = +0.0232.$

$k_y = -2.20; p_y = +0.0305; r_y = +0.0238; k'_y = +0.48; p'_y = +0.0297; r'_y = -0.0068.$

2	-56.9	+18.7	—	+2.30	-0.05	+1.20	-0.14	-2.41	+0.71
9	-46.1	+12.7	—	+4.18	+1.78	+0.08	-2.14	-0.24	-1.11
19	-30.5	+29.0	—	+1.79	-0.70	+1.27	-0.92	-1.80	+0.44
20	-32.5	-5.7	—	-0.42	-1.97	-0.57	-3.00	-4.18	-2.54
22	-26.6	+49.5	—	+0.78	-2.08	+0.59	-1.11	-2.52	+0.59
27	-22.7	+1.6	—	+4.81	+2.34	+0.94	-1.36	+1.07	-0.82
46	+16.0	+47.4	—	+0.54	-3.73	-0.47	-4.38	-1.88	-1.99
47	+18.1	-51.3	—	+4.28	+2.69	+1.63	-2.16	+1.67	-2.88
58	+32.3	+21.5	—	+2.16	-1.33	+1.75	-1.01	+0.33	-0.11
59	+31.7	+21.5	—	+3.93	+0.28	+1.31	-2.19	+2.00	-0.91
64	+38.5	+27.2	—	+2.65	-1.44	+2.76	-1.19	+0.85	+0.41
66	+37.5	-2.3	—	+3.06	-0.15	+2.18	-0.91	+1.18	-0.61
68	+36.8	-56.2	—	+1.99	-0.06	+3.28	+0.17	-0.21	-1.14
70	+45.3	+59.1	—	+0.16	-3.91	+2.46	-1.78	-0.84	+0.87
73	+63.5	+42.9	—	-0.79	-6.58	+2.37	-1.40	-2.23	+0.37
14	-39.7	-27.4	10.4	+3.94	+2.03	+2.29	+0.37	—	—
15	-35.8	-48.6	9.9	+5.08	+3.47	+2.45	+1.02	—	—
18	-31.0	+35.1	10.2	+3.67	+0.82	+0.37	-1.20	—	—

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
23	-25.7	+29.9	10.0	+3.71	+1.01	+0.86	-0.89	—	—
50	+24.9	-33.5	10.5	+2.38	-0.51	+4.39	+0.63	—	—
51	+22.1	-37.2	10.5	+3.15	+0.73	+3.45	+0.62	—	—
56	+30.9	+46.0	9.3	+1.90	-2.51	+1.57	-2.43	—	—
63	+40.0	+42.0	10.1	+1.14	-2.52	+1.67	-2.04	—	—

### Région 503.

$$E = 1895.31; E' = 1910.29; T = 14.98.$$

$$k_x = -1.22; p_x = +0.0041; r_x = -0.0292; k'_x = -0.08; p'_x = +0.0102; r'_x = +0.0293.$$

$$k_y = +0.76; p_y = +0.0141; r_y = +0.0659; k'_y = +2.63; p'_y = +0.0214; r'_y = +0.1081.$$

5	-54.9	-50.7	—	-0.69	+1.18	-3.95	-8.27	-0.80	-0.53
12	-37.9	+2.2	—	+0.74	-0.76	-2.61	-6.37	-0.93	+0.54
13	-31.4	+55.1	—	+3.15	-0.88	-2.91	-7.08	+0.26	+0.41
19	-29.4	-12.0	—	+1.52	+0.79	-3.76	-6.45	+0.29	-1.06
20	-20.9	+45.4	—	+5.17	+1.43	-3.37	-6.25	+2.50	-0.49
24	-19.7	-37.1	—	-1.94	-0.17	-2.29	-4.32	-1.85	-0.55
36	+1.7	+11.3	—	+1.12	-0.66	-0.12	2.01	-0.40	+0.68
44	+9.4	-26.5	—	-0.01	+0.49	+0.73	-0.90	-0.34	+0.32
53	+22.3	+35.8	—	-6.38	-9.99	+2.32	+1.65	-8.67	+2.37
56	+26.3	+39.2	—	-6.45	-10.67	-11.67	-13.01	-9.01	-12.23
58	+25.5	-7.0	—	-3.34	-4.18	-2.14	-3.34	-4.23	-3.39
68	+49.6	+54.3	—	+0.57	-3.30	+3.05	+3.14	-1.66	+1.44
70	+45.2	-61.4	—	-1.82	-0.64	+3.50	+3.32	-1.55	+0.08
8	-42.7	-14.1	10.2	-0.13	+0.09	-2.99	-6.73	—	—
11	-35.7	+34.0	10.5	—	—	-3.84	-7.60	—	—
16	-26.7	+33.3	10.4	+3.15	-0.59	-3.39	-6.64	—	—
21	-22.4	+41.1	10.9	+2.76	-0.41	—	—	—	—
25	-19.3	-48.3	9.7	-0.11	+2.00	-1.11	-3.09	—	—
60	+31.1	+47.2	8.5	+1.86	-2.34	+1.06	+0.42	—	—
62	+37.3	35.5	10.3	+0.85	+0.81	+1.89	+1.37	—	—
65	+42.7	+28.8	10.5	+1.38	-1.01	+1.84	+1.47	—	—
67	+42.4	-24.6	9.8	+0.60	+0.82	+2.05	+2.48	—	—

### Région 504.

$$E = 1895.33; E' = 1913.32; T = 17.99.$$

$$k_x = -0.95; p_x = +0.0354; r_x = 0.0000; k'_x = -2.18; p'_x = +0.0391; r'_x = +0.0525.$$

$$k_y = -1.02; p_y = +0.0192; r_y = -0.0316; k'_y = -2.12; p'_y = +0.0381; r'_y = -0.0130.$$

1	-65.0	+12.1	—	-0.20	+1.07	+1.02	+0.61	-3.23	-1.86
7	-35.8	+57.8	—	-1.94	-2.82	+0.88	+0.18	-3.76	-0.18
13	-24.3	+51.3	—	+1.79	+1.07	-0.38	-1.04	+0.30	-1.36
15	-19.2	+17.0	—	+0.27	+0.95	+4.83	+4.95	-1.22	+3.38
23	+7.6	+31.9	—	-0.62	-1.06	+0.05	+0.89	-1.28	-0.01
25	+9.5	-39.1	—	+1.73	+5.41	+0.62	+2.10	+1.33	-1.12

N:o	$x$ en mm	$y$ en mm	Gr.	Diff. en $x$ Unité 0.01 mm		Diff. en $y$ Unité 0.01 mm		$\Delta x$	$\Delta y$
				$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$	$b_1 - a_1$	$a_2 - b_2$		
34	+ 33.2	- 13.1	—	+ 0.03	+ 1.85	+ 0.98	+ 2.17	+ 0.26	+ 0.51
38	+ 40.1	+ 25.3	—	- 0.44	- 0.22	- 1.59	+ 0.08	+ 0.26	- 0.70
39	+ 44.1	+ 0.7	—	+ 0.80	+ 1.59	- 0.46	+ 1.56	+ 1.29	- 0.02
41	+ 46.7	- 30.3	—	- 4.33	- 1.21	+ 1.15	+ 3.55	- 3.39	+ 0.96
49	+ 63.8	- 3.4	—	- 0.69	+ 0.44	1.09	+ 1.51	+ 0.60	- 0.03
50	+ 60.6	- 21.1	—	+ 1.05	+ 3.12	- 4.85	- 2.05	+ 2.22	- 4.27
5	- 52.5	- 21.8	10.8	+ 2.19	+ 4.38	+ 3.11	+ 4.09	—	—
9	- 38.9	+ 36.5	9.7	+ 1.90	+ 1.83	+ 1.89	+ 1.38	—	—
11	- 28.3	+ 36.5	10.7	+ 2.56	+ 1.72	+ 0.95	+ 0.81	—	—
24	+ 5.7	- 31.5	10.7	+ 1.19	+ 4.37	+ 1.41	+ 3.04	—	—
35	+ 34.6	- 39.7	10.7	- 0.49	+ 3.02	+ 0.50	+ 3.09	—	—
40	+ 47.3	+ 10.9	10.8	- 0.57	- 0.47	- 0.52	+ 1.77	—	—
43	+ 50.5	+ 30.5	9.8	- 1.17	- 1.57	- 1.41	- 0.24	—	—
44	+ 52.8	- 33.6	9.6	- 0.52	+ 2.17	+ 0.26	+ 2.66	—	—

## IV.

## Calcul des mouvements propres annuels en partant des résultats des mesures.

1. **Calcul des mouvements propres pour chaque région séparément.** Les quantités  $\Delta x$  et  $\Delta y$ , ou les déplacements le long de l'axe des  $x$  resp. des  $y$  du réseau sur le cliché  $A$  doivent d'abord être corrigés pour les constantes du cliché  $A$ . Ces constantes sont déjà calculées pour le Catalogue du ciel, et se trouvent publiées dans *Cat. phot. Z. Hels. T. IV*. Si on désigne les constantes d'échelle du cliché  $A$  par  $p_x$  et  $p_y$ , les constantes d'orientation par  $r_x$  et  $r_y$ , ou  $a$ , pour déterminer  $\Delta X$  et  $\Delta Y$ , e. à d. les changements des coordonnées idéales, les équations suivantes :

$$(1) \quad \begin{aligned} \Delta X &= \Delta x + p_x \Delta x + r_x \Delta y \\ \Delta Y &= \Delta y + p_y \Delta y - r_y \Delta x, \end{aligned}$$

où  $\Delta X$  et  $\Delta Y$  sont exprimées dans l'unité 0.01, quand  $\Delta x$  et  $\Delta y$  sont donnés dans l'unité 0.01 mm.

Il s'agit ensuite de tirer de  $\Delta X$  et  $\Delta Y$  les changements correspondants en ascension droite et en déclinaison  $\Delta \alpha$  et  $\Delta \delta$ . Pour tirer  $\alpha$  et  $\delta$  de  $X$  et  $Y$  on a les développements en série :

N:o 1.

$$\alpha - \alpha_0 = X \sec \delta_0 + XY \sec \delta_0 \operatorname{tg} \delta_0 - \frac{1}{3} X^3 \sec^3 \delta_0 + XY^2 \sec \delta_0 \operatorname{tg}^2 \delta_0 + \dots$$

$$\delta - \delta_0 = Y - \frac{1}{2} X^2 \operatorname{tg} \delta_0 - \frac{1}{2} X^2 Y \sec^2 \delta_0 - \frac{1}{3} Y^3 + \dots$$

où  $\alpha_0$  et  $\delta_0$  désignent les coordonnées du centre de la plaque. On tire de ces équations

$$(2) \quad \begin{aligned} \mathcal{J}\alpha &= \mathcal{J}X \sec \delta_0 + X\mathcal{J}Y \sec \delta_0 \operatorname{tg} \delta_0 + Y\mathcal{J}X \sec \delta_0 \operatorname{tg} \delta_0 - X^2 \mathcal{J}X \sec^3 \delta_0 \\ &\quad + Y^2 \mathcal{J}X \sec \delta_0 \operatorname{tg}^2 \delta_0 + 2XY\mathcal{J}Y \sec \delta_0 \operatorname{tg}^2 \delta_0 + \dots \\ \mathcal{J}\delta &= \mathcal{J}Y - X\mathcal{J}X \operatorname{tg} \delta_0 - \frac{1}{2} X^2 \mathcal{J}Y \sec^2 \delta_0 - XY\mathcal{J}X \sec^2 \delta_0 - Y^2 \mathcal{J}Y + \dots \end{aligned}$$

Les termes exclus sont au moins de l'ordre de grandeur  $(X^2)$  ou  $(X^3 \mathcal{J}X)$ . Je vais maintenant rechercher quels sont ceux des termes exprimés ci-dessus qui peuvent être négligés dans les calculs, et j'envisagerai d'abord les termes de l'ordre  $(X^2 \mathcal{J}X)$ . Celui de ces termes qui peut atteindre la valeur la plus grande est

$$2XY\mathcal{J}Y \sec \delta_0 \operatorname{tg}^2 \delta_0.$$

Dans les recherches présentes on a partout

$$|X| \text{ et } |Y| < 65'; \quad \delta_0 < 47^\circ 5'; \quad \sec \delta_0 \operatorname{tg}^2 \delta_0 < 1.7;$$

et, à l'exception d'un seul cas,

$$|\mathcal{J}Y| < 0'.3.$$

On obtient donc

$$|2XY\mathcal{J}Y \sec \delta_0 \operatorname{tg}^2 \delta_0| < 0'.00037 = 0''.022.$$

Pour un intervalle de 18 ans on commet donc en négligeant ce terme une erreur dans le mouvement propre annuel qui atteint tout au plus  $0''.0012$ . Il faut cependant remarquer que  $X$  et  $Y$  sont en général de beaucoup inférieurs à la limite indiquée ci-dessus, et que, quand ils sont grands, les mesures elles aussi sont incertaines. En outre la plupart des déplacements sont bien plus petits que  $0'.3$ ; je me suis donc regardé comme autorisé à négliger tous les termes des développements (2) qui sont de l'ordre de grandeur  $(X^2 \mathcal{J}X)$ . Les termes de l'ordre  $(X \mathcal{J}X)$ , par contre, ne sont pas toujours négligeables, comme on peut aisément le constater. Pour le calcul de  $\mathcal{J}\alpha$  et  $\mathcal{J}\delta$  j'ai ainsi obtenu les équations suivantes:

$$(3) \quad \begin{aligned} \mathcal{J}\alpha &= \mathcal{J}X \sec \delta_0 + X\mathcal{J}Y \sec \delta_0 \operatorname{tg} \delta_0 + Y\mathcal{J}X \sec \delta_0 \operatorname{tg} \delta_0, \\ \mathcal{J}\delta &= \mathcal{J}Y - X\mathcal{J}X \operatorname{tg} \delta_0. \end{aligned}$$

Afin de pouvoir déduire les déplacements totaux ainsi que les angles de position j'ai en outre calculé les quantités  $\mathcal{J}\alpha \cos \delta$ .

En partant de l'égalité approximative

$$\delta = \delta_0 + Y,$$

on trouve

$$\Delta X \sec \delta_0 \cos \delta = \Delta X \frac{\cos(\delta_0 + Y)}{\cos \delta_0} = \Delta X - Y \Delta X \operatorname{tg} \delta_0,$$

$$X \Delta Y \sec \delta_0 \operatorname{tg} \delta_0 \cos \delta = X \Delta Y \operatorname{tg} \delta_0,$$

$$Y \Delta X \sec \delta_0 \operatorname{tg} \delta_0 \cos \delta = Y \Delta X \operatorname{tg} \delta_0,$$

aux termes près de l'ordre ( $X^2 \Delta X$ ).

Pour  $\Delta \alpha \cos \delta$  on arrive donc à l'équation

$$(4) \quad \Delta \alpha \cos \delta = \Delta X + X \Delta Y \operatorname{tg} \delta_0.$$

Les composantes annuelles du mouvement propre s'obtiennent enfin des égalités

$$(5) \quad \mu_\alpha = \frac{\Delta \alpha}{T}; \quad \mu_\delta = \frac{\Delta \delta}{T},$$

où  $T$  est l'intervalle de temps. Les constantes de la plaque  $A$  étant calculées pour l'équinoxe moyen 1900.0, les mouvements propres se rapportent par suite à cette époque.

Dans la pratique des calculs ci-dessus j'ai employé le procédé suivant. Des constantes  $p_x$  et  $p_y$  j'ai d'abord séparé la partie principale,  $-0.002$ , après quoi j'ai calculé les corrections

$$(a) \quad \begin{aligned} (p_x + 0.002) \Delta x + r_x \Delta y, \\ (p_y + 0.002) \Delta y - r_y \Delta x. \end{aligned}$$

Dans la plupart des cas ces termes sont très petits. Puis j'ai déterminé les expressions

$$(b) \quad X \Delta Y \operatorname{tg} \delta_0, \quad Y \Delta X \operatorname{tg} \delta_0, \quad -X \Delta X \operatorname{tg} \delta_0.$$

Pour faciliter le calcul de ces quantités, j'ai construit, pour chaque degré en déclinaison, un tableau avec les arguments  $X$  ou  $Y$  et  $\Delta X$  ou  $\Delta Y$ . Etant donné la faible valeur de ces termes, on peut, au lieu des coordonnées idéales et de leurs changements, employer comme arguments les quantités correspondantes sans corrections. En employant les corrections (a) et (b) j'ai obtenu les quantités suivantes:

$$\begin{aligned} \Delta x + (p_x + 0.002) \Delta x + r_x \Delta y + X \Delta Y \operatorname{tg} \delta_0 + Y \Delta X \operatorname{tg} \delta_0 \\ \Delta x + (p_x + 0.002) \Delta x + r_x \Delta y + X \Delta Y \operatorname{tg} \delta_0 \\ \Delta y + (p_y + 0.002) \Delta y - r_y \Delta x - X \Delta X \operatorname{tg} \delta_0, \end{aligned}$$

toutes exprimées dans l'unité 0'.01, et que j'appellerai momentanément  $L$ ,  $M$  et  $N$ . En dernier lieu j'ai calculé les quantités  $\mu_\alpha$ ,  $\mu_\alpha \cos \delta$  et  $\mu_\delta$  d'après les équations

$$\begin{aligned} \mu_\alpha &= \frac{0.04 \times 0.998 \sec \delta_0 L}{T} \\ \mu_\alpha \cos \delta &= \frac{0.6 \times 0.998 M}{T} \\ \mu_\delta &= \frac{0.6 \times 0.998 N}{T}. \end{aligned}$$

La quantité  $\mu_a$  a été ainsi exprimée en secondes de temps, les deux autres en secondes d'arc. Le facteur 0.998 a été introduit parce qu'on avait laissé de côté dans les calculs précédents la partie principale de la constante d'échelle, — 0.002.

2. **Formation des moyennes des résultats de régions différentes.** Les régions étant disposées par rapport les unes aux autres de telle façon que chaque région empiète en partie sur les domaines avoisinants, chaque étoile apparaît en règle générale dans deux régions au moins. Je me permets de renvoyer encore à cet égard à mon travail précité, où sont décrites plus en détail les positions relatives des régions\*). Les exceptions à cette règle sont:

1:0 une partie des étoiles situées aux limites de la zone, c. à d. entre  $39^\circ$  et  $40^\circ$  ou  $46^\circ$  et  $47^\circ$  de déclinaison, où manquent les raccords avec les régions situées plus au sud, resp. plus au nord;

2:0 certaines étoiles faibles, qui, dans une ou plusieurs des régions auxquelles elles appartiennent, n'ont pas apparu sur les plaques.

On remarquera en outre à cette occasion que, pour la plupart des étoiles dont les ascensions droites tombent entre  $8^h54^m$  et  $9^h$  et entre  $11^h55^m$  et  $12^h$ , on n'a qu'une détermination du mouvement propre, parce que les régions avoisinantes, situées hors de la section maintenant traitée de la zone, n'ont jusqu'ici pas été mises en œuvre.

Pour toutes les étoiles figurant dans deux ou plusieurs régions il s'est agi de former la moyenne des différentes déterminations particulières du mouvement propre. Il a été nécessaire à cet égard d'attribuer aux différentes déterminations des poids différents en tenant compte des circonstances suivantes:

1:0 la précision des mesures dépend de la position des étoiles sur la plaque;

2:0 l'intervalle entre l'époque de la plaque nouvelle et celle de l'ancienne n'est pas le même pour toutes les régions.

La précision des déterminations des positions dans la zone de Helsingfors, d'après la position des étoiles sur la plaque a été déjà étudiée par moi dans le travail que je viens de citer, où ont été construites des courbes pour déterminer le poids des positions\*\*). Mais, comme il ne va pas de soi que les mesures de mouvements propres doivent suivre la même loi, j'ai jugé nécessaire de faire une recherche spéciale à ce sujet, en me basant sur les matériaux présents relatifs aux mouvements propres. J'ai donc déterminé l'erreur probable d'une détermination du mouvement propre au voisinage de certains points de la plaque; ces points sont les mêmes que ceux choisis dans mon étude précédente. Partant des erreurs probables j'ai ensuite calculé les poids en adoptant le poids 1 pour les points  $x = \pm 27'.5$ ,  $y = \pm 30'$  et  $x = \pm 30'$ ,  $y = \pm 27'.5$ . Les résultats de ce calcul, pour les ascensions droites, sont donnés dans le tableau ci-dessous, où les nombres entre parenthèses sont ceux obtenus auparavant pour les déterminations des positions. Les nombres correspondants pour les déclinaisons s'obtiennent en changeant simplement de place les coordonnées  $x$  et  $y$ .

\*) V. *Sur la précision etc.*

\*\*) V. *op. cit.* p. 71.

$$\begin{array}{r}
 y = \pm 10' \quad \pm 30' \quad \pm 50' \\
 \phantom{y =} \quad 0.49 \quad 0.53 \quad 0.37 \\
 x = \pm 55' \quad (0.62) \quad (0.43) \quad (0.33) \\
 \\
 \phantom{y =} \quad 0.40 \quad 0.26 \quad 0.23 \\
 x = \pm 60' \quad (0.28) \quad (0.24) \quad (0.18) \\
 \\
 x = \pm 10' \quad \pm 30' \quad \pm 50' \\
 \phantom{x =} \quad 0.70 \quad 0.57 \quad 0.36 \\
 y = \pm 55' \quad (0.96) \quad (0.67) \quad (0.33) \\
 \\
 \phantom{x =} \quad 0.98 \quad 0.40 \quad 0.30 \\
 y = \pm 60' \quad (0.71) \quad (0.45) \quad (0.20)
 \end{array}$$

L'accord entre les deux séries est en général bon. Si, en quelque point, la différence entre la valeur nouvelle et l'ancienne est assez importante, le point immédiatement voisin montre un écart en sens inverse. Si on prend les moyennes des nombres correspondants dans la même colonne verticale, on obtient les nombres suivants:

$$\begin{array}{r}
 y = \pm 10' \quad \pm 30' \quad \pm 50' \\
 \phantom{y =} \quad 0.44 \quad 0.40 \quad 0.30 \\
 x = \pm 57.5 \quad (0.45) \quad (0.34) \quad (0.26)
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 x = \pm 10' \quad \pm 30' \quad \pm 50' \\
 \phantom{x =} \quad 0.84 \quad 0.48 \quad 0.33 \\
 y = \pm 57.5 \quad (0.84) \quad (0.56) \quad (0.26).
 \end{array}$$

Si on arrondissait ces nombres en dixièmes, l'accord serait à peu près complet. J'ai par suite jugé que j'avais le droit, pour les déterminations de poids, d'employer les courbes que j'ai obtenues auparavant, surtout que ces courbes se basent sur des matériaux bien plus abondants que ceux dont j'ai disposé maintenant. Comme cependant, pour les points où  $x$  et  $y$  sont grands, les nombres nouveaux sont, en général un peu plus élevés que les anciens, j'ai, en employant les courbes au voisinage des coins de la plaque, utilisé dans les cas douteux le poids le plus élevé. Je désignerai dans la suite par  $P_\varrho$  le poids dépendant de la position de l'étoile sur la plaque.

Le poids des déterminations de mouvements propres d'après l'intervalle de temps écoulé entre les photographies ressort des considérations suivantes. Admettons qu'une étoile figure dans deux régions,  $R$  et  $R'$ , avec les intervalles de temps  $T$  et  $T'$ , et qu'elle soit située de telle manière que  $P_\varrho$  soit le même pour les deux régions. Sur  $R$  on a mesuré un déplacement  $\Delta$ , sur  $R'$  un autre déplacement  $\Delta'$ ; appelons  $\mu$  et  $\mu'$  les déplacements annuels correspondants. En désignant l'erreur probable par  $r$ , on a

$$r(\Delta') = r(\Delta),$$

d'où

$$r(\mu) \cdot T = r(\mu') \cdot T'.$$

Si on appelle  $P_t$  et  $P'_t$  les poids de  $\mu$  et  $\mu'$  en tant qu'ils dépendent des intervalles de temps, on obtient

$$\frac{P_t}{P'_t} = \frac{r^2(\mu')}{r^2(\mu)} = \frac{T^2}{T'^2}.$$



Les quantités  $P_t$  sont donc proportionnelles aux carrés des intervalles de temps. Comme unité pour  $P_t$ , j'ai choisi la valeur correspondant à l'intervalle de 18 années, qui est le plus fréquent dans le présent travail.

Le poids définitif d'une détermination du mouvement propre est donné par le produit

$$P = P_q \times P_t.$$

Pour le calcul de cette quantité, j'ai dressé un tableau avec les arguments  $P_q$  et  $T^*$ ).

3. **Réduction au mouvement propre absolu.** Les mouvements propres tirés de  $\Delta x$  et  $\Delta y$  sont *relatifs*, c. à d. rapportés au système des étoiles de comparaison. Pour rendre possible une réduction au mouvement propre absolu j'ai, comme il a été dit plus haut, fait entrer dans mes mesures toutes les étoiles de la section ici traitée de la zone qui rentrent dans le *Preliminary General Catalogue* de Boss, qu'elles aient ou non un mouvement propre notable. Ces étoiles sont au nombre de 40. Les valeurs du mouvement propre ressortant de mes calculs ont été comparés à celles déterminées par Boss, et les résultats de la comparaison sont réunis dans le tableau ci-dessous. Le tableau indique 1:o) le numéro du catalogue de Boss; 2:o) la classe de grandeur d'après Boss; 3:o) et 4:o) les ascensions droites et déclinaisons approximatives pour 1900.0; 5:o) et 6:o) les composantes  $\mu_\alpha$  et  $\mu_\delta$  du mouvement propre d'après Boss; 7:o) et 8:o) les mêmes quantités d'après mes déterminations; 9:o) et 10:o) les différences entre les valeurs de Boss et les miennes en unités de la dernière décimale, et enfin 11:o) et 12:o) les poids des différences Boss—Hels.; on indiquera plus loin comment ces poids ont été déterminés.

## Tableau II.

### Comparaison entre Boss et Helsingfors.

N:o	Gr.	$\alpha$	$\delta$	Boss		Helsingfors		Boss—Hels.		Poids	
				$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$
		h m s	° ' "	s	"	s	"				
2413	4.0	8 54 9	42 10.8	-0.0388	-0.261	-0.0403	-0.269	+15	+8	0.3	0.5
2465	5.4	9 7 16	43 37.8	-0.0021	-0.047	-0.0025	-0.029	+4	-18	1.9	2.0
2530	5.6	9 22 7	46 2.4	-0.0003	-0.136	-0.0006	-0.128	+3	-8	1.3	1.2
2531	8.1	9 22 9	46 1.1	-0.0012	-0.053	+0.0001	-0.040	-13	-13	1.1	1.1
2570	5.0	9 28 50	40 3.9	-0.0027	0.000	-0.0006	+0.004	-21	-4	1.2	1.4
2584	5.4	9 32 7	40 41.3	-0.0017	-0.007	-0.0004	-0.006	-13	-1	1.8	2.1
2597	7.6	9 35 11	39 24.5	+0.0066	-0.147	+0.0083	-0.155	-17	+8	0.7	1.2
2601	5.6	9 35 49	40 12.8	-0.0051	-0.049	-0.0037	-0.088	-14	+39	1.7	2.0
2620	7.2	9 40 19	45 34.8	+0.0056	-0.143	+0.0062	-0.142	-6	-1	1.9	2.5
2626	5.3	9 42 8	46 29.2	+0.0213	-0.099	+0.0236	-0.108	-23	+9	1.0	1.0
2633	7.0	9 44 6	40 5.9	+0.0012	-0.007	+0.0008	+0.008	+4	-15	1.7	1.7

\* Les résultats pour la région 462, où on a observé que les traits du réseau sont un peu sinueux, n'ont reçu que la moitié du poids qui leur serait revenu d'après le raisonnement précédent.

N:o	Gr.	$\alpha$	$\delta$	Boss		Helsingfors		Boss-Hels.		Poids	
				$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$
		h m s	° ' "	s	"	s	"				
2665	5.2	9 51 34	41 31.9	- 0.0102	- 0.037	- 0.0125	0.041	+ 23	+ 4	1.8	1.9
2701	6.7	10 4 57	41 9.2	- 0.0011	- 0.012	- 0.0009	- 0.012	- 2	0	1.3	1.5
2729	3.4	10 11 4	43 24.8	- 0.0149	- 0.045	- 0.0148	- 0.070	- 4	+ 25	2.0	2.1
2736	7.0	10 12 47	44 33.4	+ 0.0054	0.305	+ 0.0073	- 0.320	- 19	+ 15	1.7	1.9
2744	7.0	10 15 5	42 21.1	- 0.0001	+ 0.001	+ 0.0007	- 0.002	- 8	+ 3	1.7	2.5
2750	6.0	10 16 14	41 44.3	- 0.0109	- 0.150	- 0.0093	- 0.158	- 16	+ 8	1.7	1.8
2751	3.1	10 16 23	42 0.1	- 0.0073	+ 0.020	- 0.0052	+ 0.024	- 21	- 4	2.3	1.7
2773	6.2	10 21 33	42 6.7	- 0.0046	- 0.088	- 0.0041	- 0.095	- 5	+ 7	1.3	1.5
2787	6.0	10 24 16	39 26.2	- 0.0009	- 0.004	+ 0.0033	+ 0.010	- 42	- 14	0.7	0.9
2802	4.9	10 27 24	40 56.4	- 0.0125	- 0.007	- 0.0124	- 0.006	- 1	- 1	1.1	1.2
2853	5.3	10 37 41	46 43.8	- 0.0271	- 0.074	- 0.0250	- 0.060	- 21	- 14	1.0	1.1
2857	7.7	10 38 9	46 43.9	- 0.0268	- 0.071	- 0.0244	- 0.057	- 24	- 14	0.9	1.0
2900	4.9	10 48 14	43 43.4	+ 0.0042	- 0.035	+ 0.0032	+ 0.006	+ 10	- 41	2.0	2.1
2912	6.3	10 50 32	42 32.7	+ 0.0010	- 0.100	+ 0.0016	- 0.089	- 6	- 11	1.5	2.3
2920	5.3	10 53 52	40 57.9	- 0.0280	+ 0.050	- 0.0282	+ 0.067	+ 2	- 17	1.5	1.4
2922	5.7	10 54 30	46 3.7	+ 0.0014	+ 0.005	+ 0.0006	- 0.041	+ 8	+ 46	1.1	1.6
2924	6.3	10 54 41	43 27.1	- 0.0099	- 0.142	- 0.0092	- 0.133	- 7	- 9	1.6	2.0
2926	5.2	10 55 14	39 45.0	- 0.0057	- 0.031	- 0.0050	- 0.010	- 7	- 21	0.9	1.5
2958	3.0	11 4 3	45 2.5	+ 0.0055	- 0.038	- 0.0047	- 0.040	- 8	+ 2	1.0	0.9
2995	5.1	11 17 21	44 1.9	- 0.0027	- 0.024	- 0.0002	- 0.040	- 25	+ 16	1.5	1.3
3023	5.4	11 23 41	39 53.3	- 0.0044	+ 0.009	- 0.0012	- 0.033	- 32	+ 42	0.9	1.0
3028	6.0	11 25 7	43 43.3	- 0.0048	+ 0.071	- 0.0047	+ 0.072	- 1	- 1	1.6	2.1
3063	5.7	11 33 1	44 10.8	0.0134	- 0.052	- 0.0121	- 0.047	- 13	- 5	1.5	1.5
3069	6.7	11 33 29	45 39.7	- 0.0555	+ 0.019	- 0.0552	+ 0.014	- 3	+ 5	1.6	1.8
3083	7.0	11 38 20	42 16.7	+ 0.0021	- 0.021	+ 0.0011	- 0.014	+ 10	- 7	1.4	1.4
3120	6.8	11 49 54	47 2.0	+ 0.0006	- 0.007	+ 0.0084	- 0.006	- 78	- 1	0.4	0.2
3122	7.1	11 49 59	47 1.6	+ 0.0015	- 0.019	+ 0.0091	- 0.023	- 76	+ 4	0.4	0.2
3143	5.2	11 57 2	43 36.0	- 0.0291	+ 0.063	- 0.0318	+ 0.098	+ 27	- 35	0.6	0.7
3145	7.0	11 57 25	43 39.3	- 0.0325	- 0.520	- 0.0336	- 0.486	+ 11	- 34	0.6	0.6

L'examen de ce tableau montre que l'accord entre les valeurs de Boss et les miennes est en général très satisfaisant: on ne constate généralement d'écarts notables que là où les poids ont une faible valeur. Je n'aborderai cependant que plus bas la discussion de la précision de mes valeurs: je ne traiterai ici que des erreurs systématiques.

Je discuterai d'abord les différences en *ascension droite*. Pour examiner si ces différences montrent une dépendance par rapport à la déclinaison des étoiles, j'ai réuni en un groupe les étoiles dont la déclinaison est comprise entre 39° et 41°, en un autre groupe celles dont la déclinaison est comprise entre 41° et 43° etc, et j'ai formé pour chaque groupe les moyennes des différences en tenant compte de leur poids. J'ai trouvé en procédant ainsi les valeurs suivantes:

Déclinaison . . . . .	40°	42°	44°	46°
Différence moyenne . . . . .	- 11.5	- 3.6	- 3.6	- 13.1
Poids . . . . .	12.2	13.3	15.0	11.7.

Les deux valeurs extrêmes s'écartent, comme on le voit, des valeurs intermédiaires, qui au contraire s'accordent entre elles. Mais admettre en partant de là des corrections différentes pour les différentes déclinaisons ne conduirait, à mon avis, qu'à des résultats illusoires, parce que l'erreur probable des différences moyennes est d'environ  $\pm 3$ , et que les écarts en question tombent par suite à peu près entre les limites de ces erreurs. En laissant de côté une seule étoile, le nombre obtenu pour  $42^\circ$  deviendrait  $-8.0$ . Si on forme les moyennes des deux premières différences moyennes et des deux dernières, on obtient des nombres presque identiques

$$\begin{array}{cc} 41^\circ & 45^\circ \\ -7.3 & -7.7 \end{array}$$

J'ai en outre ordonné les différences d'après les ascensions droites en sept groupes, de sorte que tous les groupes ont reçu à peu près le même poids. Les moyennes et les poids de ces groupes ont les valeurs suivantes:

Ascension droite	Différence moyenne	Poids	Erreur restante
9 <sup>h m</sup> 20.7	- 6.2	7.6	+ 1.3
40.0	- 9.0	7.0	- 1.5
10 5.2	+ 0.7	6.8	+ 8.2
17.0	- 13.7	7.0	- 6.2
40.4	- 8.6	7.2	- 1.1
11 2.7	- 9.4	8.5	- 1.9
37.7	- 6.3	8.1	+ 1.2

L'erreur probable d'une différence moyenne est ici d'environ  $\pm 4$ . On trouve aussitôt qu'on ne peut apercevoir de dépendance de l'ascension droite. La moyenne de toutes les différences est de

$$-7.5.$$

Les quantités dont les diverses différences moyennes s'écartent de cette moyenne figurent sous la rubrique „erreur restante“, et on voit qu'elles ont toutes un caractère absolument accidentel.

Je passe maintenant aux différences en *déclinaison*. Si on les ordonne de la manière ci-dessus indiquée par déclinaisons, on obtient les résultats suivants:

Déclinaison . . . . .	40°	42°	44°	46°
Différence moyenne	+ 1.9	+ 0.1	- 5.7	+ 3.0
Poids . . . . .	14.4	15.1	16.3	12.6

Comme l'erreur probable est d'environ  $\pm 3$ , on voit de suite que la différence moyenne peut être regardée comme constante pour les différentes déclinaisons. Si d'autre part on groupe les différences d'après les ascensions droites, on trouve les nombres suivants:

Ascension droite	Différence moyenne	Poids	Erreur restante
h m 9 20.5	— 7.7	8.3	— 7.3
39.5	+ 8.2	8.4	+ 8.6
10 5.3	+ 12.0	7.4	+ 12.4
17.8	+ 1.5	8.4	+ 1.9
40.5	— 18.2	9.1	— 17.8
11 2.8	+ 10.7	8.3	+ 11.1
36.5	— 6.5	8.5	— 6.1

L'erreur probable d'une différence moyenne est d'environ  $\pm 4.5$ , la moyenne de toutes les différences — 0.4. On remarque une faible marche d'après l'ascension droite, les nombres négatifs étant prédominants dans les ascensions droites élevées, les nombres positifs pour les ascensions droites plus petites. Cependant, en tenant compte de la forte variation de ces nombres, j'ai jugé que le mieux était de regarder ici aussi la différence moyenne comme constante. Il est bon de noter d'ailleurs que la grande valeur négative — 18.2 est fortement influencée par la différence pour une seule étoile. Comme la moyenne des différences. — 0.4, tombe entièrement entre les limites des erreurs, j'ai cru pouvoir admettre, pour la correction des mouvements propres en déclinaison, la valeur 0.

D'après le raisonnement ci-dessus on aurait donc les corrections suivantes pour obtenir le mouvement propre absolu

$$\Delta\mu_{\alpha} = -0.0007.5; \Delta\mu_{\delta} = 0.$$

Avant d'admettre ces chiffres comme définitifs, j'ai pourtant effectué encore une recherche pour en contrôler l'exactitude.

On pourrait penser que la comparaison avec les mouvement propres de Boss donne pour les différences systématiques des valeurs qui ne s'appliquent qu'aux étoiles les plus brillantes, comme le sont la plupart des étoiles de Boss. Il serait donc très important de pouvoir établir aussi pour les étoiles plus faibles des comparaisons avec des déterminations antérieures de mouvements propres. Mais la plupart des catalogues exacts de mouvements propres se rapportent presque exclusivement à des étoiles assez brillantes. Seuls les catalogues publiés par PORTER renferment un si grand nombre d'étoiles faibles qui se retrouvent dans la zone de Helsingfors qu'une comparaison offre de l'utilité.

Ceux des catalogues de PORTER dont je me suis servi à cet effet sont:

1:o) *A Catalogue of 2000 Stars for the Epoch 1890* (Cinc. Publ. N:o 13), que j'appellerai brièvement *Porter I*.

2:o) *A Catalogue of 2030 Stars for the Epoch 1895* (Cinc. Publ. N:o 14), que j'appellerai *Porter II*.

Les résultats de la comparaison avec PORTER sont indiqués dans le tableau ci-dessous, dont les colonnes contiennent: 1:o) le numéro dans le catalogue de PORTER; 2:o) la grandeur d'après PORTER; 3:o) et 4:o) les valeurs approximatives de  $\alpha$  et  $\delta$  pour 1900.0; 5:o) et 6:o)  $\mu_{\alpha}$  et  $\dot{\mu}_{\delta}$  selon PORTER; 7:o) et 8:o) les mêmes valeurs selon mes déterminations; 9:o) et 10:o) les différences

entre les déterminations de PORTER et les miennes, et 11:0) le numéro du catalogue. Comme les erreurs probables des valeurs de PORTER me sont inconnues, j'ai donné à toutes les différences le même poids. Je ferai ici remarquer qu'aucune des étoiles ci-dessous ne figure au catalogue de BOSS.

## Tableau III.

## Comparaison entre Porter et Helsingfors.

N:o	Gr.	$\alpha$	$\delta$	Porter		Helsingfors		Porter—Hels.		Cat. N:o
				$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	
		h m s	° ' "	s	"	s	"			
864	7	9 16 8	40 38.2	-0.0345	-0.392	-0.0286	-0.371	-59	-21	I
889	8	37 7	43 10.4	+0.0024	-0.798	+0.0038	-0.848	-14	+50	I
994	8.5	11 0 33	44 2.3	-0.4046	+0.968	-0.4089	+0.929	+43	+39	I
1003	8	6 4	43 22.1	-0.0140	-0.240	-0.0092	-0.254	-48	+14	I
1004	7	6 15	43 22.9	-0.0144	-0.231	-0.0095	-0.263	-49	+32	I
1008	8	8 26	40 31.5	-0.0260	-0.120	-0.0251	-0.116	-9	-4	I
1043	7.5	27 51	39 24.9	+0.0093	-0.168	+0.0107	-0.158	-14	-10	I
636	8	8 58 14	43 51.3	-0.0126	-0.095	-0.0088	-0.078	-38	-17	II
684	8.5	9 22 50	41 34.0	-0.0168	-0.094	-0.0092	-0.089	-76	-5	II
686	9	23 9	43 28.2	-0.014	-0.03	0.0132	-0.089	-8	+59	II
698	8.5	29 48	43 24.8	-0.0130	0.000	-0.0085	-0.031	-45	+31	II
717	9	39 57	40 19.9	-0.0220	0.000	-0.0187	+0.004	-33	-4	II
723	9	43 41	42 1.0	0.0000	-0.164	+0.0015	-0.180	-15	+16	II
784	8.5	10 11 7	39 1.0	0.0000	-0.088	+0.0025	-0.081	-25	-7	II
891	6.5	11 17 15	40 43.4	-0.0093	0.000	-0.0050	-0.014	-43	+14	II
924	8	33 41	42 52.2	-0.011	+0.395	-0.0096	+0.474	-14	-79	II
931	7.5	39 1	45 2.7	-0.0265	+0.055	-0.0158	+0.033	-107	+22	II
957	7	52 6	40 54.1	-0.0174	-0.059	-0.0105	-0.077	-69	+18	II

En moyenne on trouve pour *Porter I* les écarts

$$\text{Porter I—Hels.} \quad \begin{array}{cc} \text{en } \mu_\alpha & \text{en } \mu_\delta \\ -0^s.0021 & +0''.014 \end{array}$$

et pour *Porter II*

$$\text{Porter II—Hels.} \quad \begin{array}{cc} \text{en } \mu_\alpha & \text{en } \mu_\delta \\ -0^s.0043 & +0''.004. \end{array}$$

On voit donc que les écarts Porter—Hels. sont beaucoup plus grands que les écarts précédemment trouvés Boss—Hels. Mais il y a des différences systématiques assez importantes entre les déterminations de BOSS et de PORTER. Pour les trouver j'ai formé les moyennes des différences Boss—Porter pour toutes les étoiles de BOSS dans la zone de Helsingfors entre 9<sup>h</sup> et 12<sup>h</sup> qui entrent dans les catalogues de PORTER. Il y en a pour Porter I 11 et pour Porter II 7. Les résultats sont:

	en $\mu_\alpha$	en $\mu_\delta$
Boss—Porter I	+ 0 <sup>s</sup> .0036	— 0 <sup>''</sup> .006
Boss—Porter II	+ 0 <sup>s</sup> .0012	— 0 <sup>''</sup> .006.

Si on ajoute ces nombres aux nombres précédemment obtenus on trouve, pour les étoiles faibles ici envisagées

	en $\mu_\alpha$	en $\mu_\delta$
pour Porter I Boss—Hels.	+ 0 <sup>s</sup> .0015	+ 0 <sup>''</sup> .008
„ Porter II Boss—Hels.	— 0 <sup>s</sup> .0031	— 0 <sup>''</sup> .002

ou en moyenne

	en $\mu_\alpha$	en $\mu_\delta$
Boss—Hels.	— 0 <sup>s</sup> .0008	+ 0 <sup>''</sup> .003

soit presque identiquement les mêmes nombres que l'on a trouvés ci-dessus par la comparaison directe avec les déterminations de Boss. J'écris donc maintenant définitivement, pour la réduction au mouvement propre absolu:

$$\Delta\mu_\alpha = -0^s.00075; \Delta\mu_\delta = 0.$$

La valeur de  $\Delta\mu_\alpha$  doit être regardée comme valable pour 43°; pour 39° on a  $\Delta\mu_\alpha = -0^s.0008$  et pour 46° — 0<sup>s</sup>.0007. La quantité  $\Delta\mu_\alpha \cos \delta$  est partout = — 0<sup>''</sup>.008.

Il faut maintenant examiner brièvement comment on peut s'expliquer l'origine de cette erreur systématique en  $\mu_\alpha$ . L'idée qui se présente le plus naturellement est que les positions des étoiles de comparaison ont subi un changement systématique résultant du mouvement du système solaire. Pour calculer le déplacement parallactique annuel en raison de ce mouvement on a les formules

$$(1) \quad \begin{aligned} \cos \delta \, d\alpha &= \frac{k}{15} \pi \cos D \sin (\alpha - A), \\ d\delta &= k\pi [\sin \delta \cos D \cos (\alpha - A) - \cos \delta \sin D] \end{aligned}$$

où  $A$  et  $D$  sont les coordonnées de l'apex du système solaire,  $\pi$  une parallaxe moyenne pour les étoiles employées et  $k$  la constante suivante

$$k = \frac{365.24 \times 86,400}{149,500,000} \times V.$$

où  $V$  est la vitesse du système solaire.

La grandeur moyenne des étoiles de comparaison est assez constante pour toute la section de la zone, et égale à 10<sup>m</sup>.0. Pour cette grandeur on a, d'après KAPTEYN\*) la parallaxe moyenne 0<sup>''</sup>.0044. Si on admet  $A = 270^\circ$ ,  $D = +30^\circ$  et  $V = 18$  km/s., les formules (1) donnent pour  $d\alpha$  et  $d\delta$  les valeurs suivantes:

\*) J. C. KAPTEYN: On the mean parallax of stars of determined proper motion and magnitude (Gron. Publ. N:o 8).

$\alpha$	9 <sup>h</sup>	10 <sup>h</sup>	11 <sup>h</sup>	12 <sup>h</sup>
$d\alpha$	$-0^s.0009$	$-0^s.0011$	$-0^s.0013$	$-0^s.0013$
$d\delta$	$-0''.013$	$-0''.011$	$-0''.009$	$-0''.006$

ou en moyenne

$$d\alpha = -0^s.0012; d\delta = -0''.010.$$

La valeur de  $d\alpha$  ne diffère pas beaucoup de la réduction ci-dessus déterminée pour le mouvement propre  $\Delta\mu_\alpha = -0^s.0007.5$ ; pour les déclinaisons au contraire l'écart est plus grand. Les différences systématiques Boss—Hels. ne peuvent donc pas s'expliquer complètement par les mouvements propres parallactiques des étoiles de comparaison. C'est aussi ce qui semble naturel, parce que, dans une partie aussi limitée du ciel que celle ici envisagée, l'influence du mouvement du système solaire sur les mouvements des étoiles peut en partie être compensée par d'autres déplacements de nature systématique.

## V.

### Catalogue général des mouvements propres.

Le catalogue ci-dessous renferme les résultats définitifs de mes déterminations des mouvements propres. Les différentes colonnes donnent:

- 1:o) le numéro courant du catalogue;
- 2:o) la grandeur d'après *Cat. phot. Z. Hels.*; si une étoile appartient à deux ou plusieurs régions, on a pris la moyenne des différentes déterminations;
- 3:o) et 4:o) l'ascension droite et la déclinaison pour 1900.0 d'après *Cat. phot. Z. Hels.\**); pour les étoiles figurant dans plus d'une région on a formé les moyennes des valeurs différentes en tenant compte des poids;
- 5:o) l'époque de  $\alpha$  et  $\delta$ ;  $E$  de  $\delta$  au dessous de  $E$  de  $\alpha$ , si elles diffèrent l'une de l'autre.
- 6:o) et 7:o) les valeurs relatives de  $\mu_\alpha$  et  $\mu_\delta$  pour les diverses régions. Pour les étoiles appartenant à plus d'une région on indique les valeurs particulières en caractères ordinaires, les moyennes en caractères italiques;
- 8:o) le numéro de la région et le numéro de l'étoile dans la région;
- 9:o) les poids de  $\mu_\alpha$  et  $\mu_\delta$  resp. la somme de ces poids;
- 10:o) le mouvement propre absolu  $\mu(\text{abs.})$ , c. à d. le mouvement propre total calculé en tenant compte de la réduction au mouvement propre absolu;
- 11:o) l'angle de position  $P$ , calculé selon l'équation

$$\text{tg } P = \frac{(\mu_\alpha + \Delta\mu_\alpha) \cos \delta}{\mu_\delta}$$

\*) Pour les étoiles qui n'ont pas été mesurées pour le *Cat. phot.* on ne donne que les coordonnées approximatives.

Tableau IV.

Catalogue général des étoiles à mouvement propre.

N:o	Gr.	$\alpha$			$\delta$			$E$	$\mu_{\alpha}$	$\mu_{\delta}$	Région N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$
		1900.0	1900.0	1890+	1900.0	1900.0	1890+							
1	4	h m s	° ' "											
		8 54 9.39	42 10 46.3	3.29	-0.0403	-0.269	380 2	0.3 0.5	0.529	239.5				
2	9.1	16.95	42 35 14.1	3.29	-0.0079	-0.143	380 1	0.3 0.4	0.172	213.6				
3	9.4	34.28	40 27 47.7	3.28	-0.0075	-0.013	379 2	0.2 0.5	0.094	262.0				
4	3.8	55 14.26	40 6 25.8	3.28	-0.0045	0.074	379 13	0.8 1.1	0.095	218.6				
5	10.0	29.67	39 32 13.2	3.28	-0.0057	+0.005	379 14	0.8 1.0	0.074	273.9				
6	8.8	56 27.62	44 58 47.7	3.29	-0.0048	-0.073	381 14	0.4 0.5						
					-0.0103	-0.072	382 15	0.2 0.4						
					-0.0066	-0.073		0.6 0.9	0.107	226.9				
7	10.9	32.21	46 15 42.7	3.29	+0.0018	-0.007	382 12	1.1 1.1	0.013	122				
8	10.1	55.93	40 38 40.6	3.28	-0.0057	-0.014	379 21	1.1 1.1	0.074	259.2				
9	9.9	59.28	46 5 39.6	3.29	+0.0007	-0.018	382 18	1.1 1.1	0.018	183				
10	8.7	57 46.10	40 56 30.8	3.28	+0.0132	-0.092	379 40	0.8 0.5	0.168	123.1				
11	8.8	58 0.69	40 59 55.7	3.29	-0.0105	-0.182	379 49	0.7 0.3						
					-0.0100	-0.152	380 42	0.8 0.4						
					-0.0102	-0.165		1.5 0.7	0.206	217.0				
12	9.6	9.90	39 25 32.9	3.28	-0.0035	-0.037	379 54	1.1 1.1	0.061	232.4				
13	8.9	12.66	41 46 49.1	3.29	+0.0030	-0.018	380 39	1.2 1.2	0.032	125				
14	6.5	14.22	43 51 16.1	3.29	-0.0088	-0.078	381 33	1.2 1.2	0.129	232.9				
15	9.3	17.54	38 57 52.9	3.28	+0.0080	-0.055	379 56	0.5 0.4	0.101	122.7				
16	10.9	20.88	39 48 36.6	3.28	-0.0016	-0.253	379 59	1.1 1.1	0.254	185.9				
17	8.8	42.20	39 56 5.6	3.28	+0.0072	-0.029	379 66	1.1 1.1	0.080	111.4				
18	8.8	42.50	39 56 7.4	3.28	+0.0104	-0.023	379 67	1.1 1.1	0.114	101.6				
19	10.2	53.52	39 12 36.0	3.28	-0.0005	-0.480	379 69	1.1 1.1	0.480	181.7				
20	10.6	59 5.46	40 6 47.6	3.28	-0.0073	-0.015	379 65	1.1 1.1	0.093	260.7				
21	9.5	6.74	46 30 17.8	3.29	+0.0061	-0.106	382 11	1.1 1.1	0.119	152.5				
22	9.8	8.80	45 21 26.8	3.28	-0.0020	+0.011	382 44	1.1 1.1						
					-0.0067	+0.051	385 2	0.3 0.5						
					-0.0030	+0.023		1.4 1.6	0.045	300				
23	10.4	20.96	43 21 32.5	3.29	-0.0046	-0.076	381 53	1.2 1.2						
					-0.0039	-0.059	384 1	0.4 0.6						
					-0.0044	-0.070		1.6 1.8	0.090	219.2				
24	9.8	23.88	40 37 39.9	3.26	-0.0080	-0.082	379 72	1.1 1.1						
				3.25	-0.0111	-0.040	383 3	0.3 0.5						
					-0.0084	-0.069		1.4 1.6	0.125	236.5				
25	9.1	24.40	40 16 16.2	3.26	+0.0061	-0.116	379 75	1.1 1.1						
					+0.0063	-0.115	383 5	0.2 0.3						
					+0.0061	-0.116		1.3 1.1	0.132	151.9				
26	8.8	9 0 38.92	45 34 40.5	3.28	-0.0057	-0.057	382 67	1.1 1.1						
					-0.0089	-0.035	385 18	0.8 0.9						
					-0.0070	-0.047		1.9 2.0	0.095	240.2				
27	9.6	1 10.29	44 1 2.9	3.28	-0.0015	-0.067	381 73	1.2 1.2						
					-0.0018	-0.026	384 9	0.4 0.3						
					-0.0058	-0.076	385 28	0.3 0.3						
					-0.0022	-0.062		1.9 1.8	0.070	207.3				

$\Delta \mu_{\alpha} = -0.0007.5$  à  $43^{\circ}$ .

N:o	Gr.	$\alpha$ 1900.0	$\delta$ 1900.0	$E$ 1890+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région N:o	Poids	$\mu(\text{abs.})$	$P$
		h m s	° ' "		s	"			"	°
28	11	9 1 21.1	45 34 43	3.26	-0.0005	+0.037	385 —	1.0 1.0	0.040	339
29	10.5	21.99	39 4 41.3	3.28	-0.0113	-0.315	379 106	1.0 0.7	0.344	203.8
30	10.0	24.09	45 34 35.4	3.28	+0.0070	+0.001	382 72	1.1 1.1		
					+0.0046	-0.016	385 30	1.0 1.0		
					+0.0059	-0.007		2.1 2.1	0.054	97.5
31	9.4	24.10	45 34 42.6	3.28	+0.0067	-0.015	382 71	1.1 1.1		
					+0.0030	+0.009	385 29	1.0 1.0		
					+0.0049	-0.004		2.1 2.1	0.043	95
32	9.9	25.72	39 31 56.7	3.28	-0.0041	+0.014	379 102	1.1 1.1	0.057	284.3
33	10.4	27.69	44 32 28.6	3.28	-0.0019	-0.058	381 78	1.2 1.2		
					-0.0056	-0.036	385 33	1.0 1.0		
					-0.0036	-0.048		2.2 2.2	0.066	223.8
34	10.2	31.19	44 15 0.0	3.28	-0.0018	-0.081	381 81	1.0 1.0		
					-0.0051	-0.087	385 36	0.9 0.9		
					-0.0034	-0.084		1.9 1.9	0.096	208.2
35	10.2	34.33	44 31 45.9	3.28	+0.0067	-0.068	381 79	1.2 1.2		
					+0.0019	-0.067	385 34	1.0 1.0		
					+0.0045	-0.068		2.2 2.2	0.079	149.5
36	11.0	51.10	41 44 18.7	3.24	+0.0018	-0.045	380 69	1.2 1.2		
					-0.0031	+0.024	383 —	0.9 0.9		
					-0.0003	-0.015		2.1 2.1	0.019	219
37	11.2	2 26.53	45 2 6.7	3.26	-0.0014	-0.110	385 50	1.0 1.0	0.112	191.8
38	10.7	4 4.43	46 47 23.2	3.29	+0.0059	-0.224	382 96	0.8 0.7	0.230	166.7
39	9.5	28.38	43 10 18.4	3.28	-0.0027	+0.030	381 116	0.5 0.5		
					+0.0020	+0.010	384 42	1.1 1.1		
					-0.0045	+0.008	388 5	0.2 0.3		
					0.0000	+0.015		1.8 1.9	0.017	332
40	9.3	51.49	39 24 45.5	3.28	-0.0062	-0.017	379 146	0.5 0.6	0.082	258.0
41	7.0	5 8.70	45 13 57.5	3.27	-0.0028	-0.021	382 101	0.4 0.5		
					-0.0046	-0.022	385 89	1.0 1.0		
					-0.0034	-0.025	389 4	0.5 0.5		
					-0.0039	-0.022		1.9 2.0	0.055	246.3
42	9.2	19.30	39 36 33.3	3.22	-0.0056	-0.068	379 149	0.4 0.6		
					-0.0043	-0.059	386 18	0.6 0.9		
					-0.0048	-0.063		1.0 1.5	0.090	225.5
43	9.3	21.08	43 54 47.7	3.26	-0.0183	-0.221	381 125	0.5 1.1		
					-0.0140	-0.167	384 54	1.1 0.8		
					-0.0151	-0.224	388 10	1.0 1.0		
					-0.0152	-0.207		2.6 2.9	0.270	220.0
44	11	33.6	43 4 1	3.28	+0.0046	+0.076	384 —	1.0 1.0	0.087	28.6
45	10.8	34.06	43 4 12.2	3.28	+0.0012	+0.013	384 62	1.1 1.1	0.014	21
46	9.4	44.38	43 45 56.9	3.26	-0.0130	-0.029	381 127	0.4 0.6		
					-0.0084	+0.002	384 59	1.1 1.1		
					-0.0092	-0.055	388 14	1.0 1.0		
					-0.0095	-0.026		2.5 2.7	0.114	256.8
47	10.6	49.60	44 54 1.0	3.25	-0.0035	-0.054	385 96	1.0 1.0		
					-0.0015	-0.126	388 —	0.4 0.4		
					-0.0029	-0.075		1.4 1.4	0.086	207.5
48	3.0	7 16.00	43 37 48.7	3.26	-0.0002	-0.005	384 75	1.1 1.1		
					-0.0050	-0.055	388 28	1.0 1.0		
					-0.0027	-0.029		2.1 2.1	0.048	233

$$A \mu_\alpha = -0.0007.5 \text{ à } 43^\circ.$$

N:o	Gr.	$\alpha$			$\delta$			$E$ 1890+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu(\text{abs.})$	$P$
		h	m	s	o	'	"							
49	9.4	9	7	46.32	46	27	56.5	3.27	+ 0.0061	- 0.007	389 21	1.0 1.0	0.060	96.8
50	7.8	8	0	0.32	43	52	20.2	3.25	- 0.0003	- 0.029	384 82	0.9 0.7		
									- 0.0012	- 0.091	388 32	1.0 1.0		
									- 0.0024	- 0.065		1.9 1.7	0.073	207.6
51	9.5	26.82	43	35	52.3	3.26			- 0.0034	+ 0.055	384 87	1.1 1.1		
									- 0.0069	+ 0.027	388 40	1.0 1.0		
									- 0.0051	+ 0.042		2.1 2.1	0.076	303.7
52	8.6	33.38	44	28	18.0	3.24			+ 0.0059	- 0.294	385 126	1.0 1.0		
									+ 0.0049	- 0.306	388 38	1.0 1.0		
									+ 0.0051	- 0.300		2.0 2.0	0.304	170.5
53	6.7	39.84	39	1	15.1	3.19			- 0.0083	+ 0.053	386 49	0.7 0.3	0.118	296.8
54	10.0	13.70	46	42	22.1	3.27			+ 0.0038	- 0.001	389 32	1.0 1.0	0.031	92
55	10.0	23.33	39	42	52.4	3.19			+ 0.0018	- 0.041	386 62	1.0 1.0	0.043	162
56	9.4	32.54	40	39	53.2	3.19			- 0.0066	- 0.192	383 129	0.9 1.0		
									- 0.0078	- 0.221	386 58	1.0 1.0		
									- 0.0007	- 0.234	390 3	0.3 0.5		
									- 0.0063	- 0.212		2.2 2.5	0.227	200.7
57	9.1	35.64	41	31	51.2	3.20			- 0.0055	+ 0.137	383 126	0.7 0.8		
									- 0.0053	+ 0.120	387 46	1.2 1.2		
									- 0.0042	+ 0.157	390 1	0.2 0.3		
									- 0.0053	+ 0.131		2.1 2.3	0.147	332.9
58	8.3	43.10	45	20	29.2	3.26			- 0.0100	- 0.084	385 130	0.9 1.0		
									- 0.0108	- 0.067	389 43	1.0 1.0		
									- 0.0149	- 0.105	392 6	0.6 1.1		
									- 0.0115	- 0.086		2.5 3.1	0.155	236.3
59	10.9	43.53	44	27	43.0	3.23			- 0.0067	+ 0.059	388 51	1.0 1.0	0.099	306.4
60	7.1	46.17	41	13	30.6	3.20			- 0.0039	- 0.029	383 127	0.8 1.0		
									- 0.0037	- 0.068	387 47	1.2 1.2		
									- 0.0020	- 0.014	390 6	0.3 0.7		
									- 0.0035	- 0.042		2.3 2.9	0.064	228.8
61	11.0	51.42	44	3	22.1	3.23			- 0.0052	- 0.100	388 55	1.0 1.0	0.119	212.6
62	9.4	10	8.53	43	29	46.1	3.23		+ 0.0004	+ 0.024	384 109	0.5 0.8		
									- 0.0054	- 0.013	388 65	1.0 1.0		
									- 0.0031	+ 0.001	391 9	0.5 0.7		
									- 0.0034	+ 0.003		2.0 2.5	0.044	274
63	9.4	21.62	45	11	20.5	3.26			+ 0.0100	- 0.063	385 140	0.6 0.9		
									+ 0.0078	- 0.079	389 49	1.0 1.0		
									+ 0.0045	- 0.097	392 15	1.1 1.2		
									+ 0.0069	- 0.081		2.7 3.1	0.104	141.3
64	10.4	11	33.46	46	47	50.8	3.27		- 0.0024	- 0.084	389 55	1.0 1.0	0.090	200.9
65	9.8	36.65	41	42	43.4	3.20			- 0.0129	- 0.187	387 69	1.2 1.2		
									- 0.0099	- 0.186	390 22	0.9 0.9		
									- 0.0116	- 0.187		2.1 2.1	0.232	216.4
66	9.2	49.71	42	17	59.0	3.22			+ 0.0107	- 0.138	387 67	1.2 1.2		
									+ 0.0076	- 0.104	391 31	1.0 1.0		
									+ 0.0093	- 0.123		2.2 2.2	0.157	142.0
67	9.2	12	21.18	40	25	43.0	3.19		+ 0.0008	- 0.001	386 95	1.0 1.0		
									- 0.0030	+ 0.039	390 28	1.0 1.0		
									- 0.0011	+ 0.019		2.0 2.0	0.028	312
68	9.3	28.78	39	42	19.0	3.19			- 0.0013	- 0.105	386 98	1.0 1.0	0.107	192.4
69	10.2	13	46.58	39	45	54.4	3.19		- 0.0058	+ 0.008	386 117	1.0 1.0	0.075	276.1

$$\Delta \mu_\alpha = -0.0007.5 \text{ à } 43^\circ.$$

N:o	Gr.	$\alpha$ 1900.0	$\delta$ 1900.0	$E$ 1890+	$\mu_a$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$
		h m s	° ' "		s	"			"	°
70	10.7	9 14 37.28	45 50 12.4	3.27	-0.0125	-0.018	389 80	1.0 1.0	0.125	250.8
					-0.0094	-0.085	392 51	1.2 1.2		
					-0.0095	-0.007	396 7	0.6 0.9		
					-0.0105	-0.041		2.8 3.1		
71	6.2	15 3.88	40 42 29.2	3.19	-0.0034	-0.059	386 129	0.4 0.5	0.039	159
					+0.0019	-0.024	390 76	1.0 1.0		
					+0.0074	-0.042	393 6	0.4 0.5		
					+0.0019	-0.037		1.8 2.0		
72	9.3	14.76	39 34 56.4	3.19	+0.0007	-0.072	386 135	0.3 0.5	0.075	176.9
					+0.0012	-0.076	393 10	0.6 1.0		
					+0.0010	-0.075		0.9 1.5		
73	8.2	15.49	45 19 38.8	3.27	-0.0033	-0.145	389 91	0.4 0.5	0.160	189.3
					-0.0004	-0.172	392 60	1.2 1.2		
					-0.0035	-0.140	396 13	0.5 0.6		
74	10.5	29.30	42 8 7.4	3.22	-0.0017	-0.158		2.1 2.3	0.120	196.0
					+0.0009	-0.130	387 93	0.4 0.8		
					-0.0030	-0.114	391 76	1.0 1.0		
					-0.0028	-0.105	394 7	1.2 1.2		
75	10.7	38.91	46 7 14.5	3.27	-0.0023	-0.115		2.6 3.0	0.101	273.8
					-0.0090	+0.005	396 14	1.0 1.0		
76	9.1	16 2.85	46 42 17.3	3.27	+0.0040	-0.013	389 88	0.2 0.2	0.026	59
					+0.0027	+0.019	396 15	0.9 0.9		
					+0.0029	+0.013		1.1 1.1		
77	7.8	8.42	40 38 14.5	3.19	-0.0311	-0.362	390 84	1.0 1.0	0.499	222.0
					-0.0261	-0.381	393 14	1.0 1.0		
					-0.0286	-0.371		2.0 2.0		
78	8.0	22.58	42 37 45.8	3.22	+0.0061	-0.041	391 79	1.0 1.0	0.074	114.8
					+0.0075	-0.023	394 11	1.2 1.2		
					+0.0069	-0.031		2.2 2.2		
79	10.6	44.74	41 8 43.9	3.19	-0.0042	-0.070	390 88	1.0 1.0	0.090	218.7
					+0.0003	+0.017	392 —	1.2 1.2		
80	11.3	17 4.64	44 16 35.8	3.24	+0.0030	-0.062	395 30	1.2 1.2	0.024	158
					+0.0016	-0.022		2.4 2.4		
					+0.0009	-0.018	390 95	1.0 1.0		
81	11.1	4.96	40 55 7.5	3.19	-0.0348	-0.049	390 101	1.0 1.0	0.015	174
					-0.0306	-0.053	393 23	1.2 1.2		
					-0.0325	-0.051		2.2 2.2		
82	9.3	34.98	40 35 5.3	3.19	-0.0140	-0.236	390 102	1.0 1.0	0.382	262.4
					-0.0100	-0.223	393 28	1.2 1.2		
					-0.0118	-0.229		2.2 2.2		
83	9.8	54.55	40 30 21.8	3.19	+0.0050	-0.039	390 —	1.0 1.0	0.269	211.8
					+0.0062	+0.003	393 —	1.2 1.2		
					+0.0057	-0.016		2.2 2.2		
84	11	18 9.0	40 18 8	3.19	+0.0056	-0.015	393 30	1.2 1.2	0.959	105.7
					+0.0037	+0.063	391 96	0.7 0.6		
85	10.4	10.11	39 43 40.6	3.19	+0.0025	-0.007	395 52	1.2 1.2	0.052	106.7
					+0.0029	+0.016		1.9 1.8		
					-0.0214	+0.059	396 40	1.0 1.0		
86	9.8	28.23	43 50 31.5	3.22	+0.0009	-0.006	393 41	1.2 1.2	0.029	56
					-0.0059	-0.113	395 65	1.2 1.2		
87	8.9	36.83	46 31 37.4	3.27	-0.0214	+0.059	396 40	1.0 1.0	0.236	284.4
					+0.0009	-0.006	393 41	1.2 1.2		
88	9.5	19 0.50	39 14 13.6	3.19	-0.0059	-0.113	395 65	1.2 1.2	0.007	153
					-0.0059	-0.113	395 65	1.2 1.2		
89	10.8	7.84	44 15 18.2	3.22	-0.0059	-0.113	395 65	1.2 1.2	0.133	212.1

$$\Delta \mu_a = -0.0007.5 \text{ à } 43^\circ.$$

N:o	Gr.	$\alpha$ 1900.0	$\delta$ 1900.0	$E$ 1890+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$
		h m s	° ' "		s	"			"	°
90	9.7	9 19 10.10	44 23 0.0	3.24	+ 0.0032	+ 0.024	392 105	1.2 1.2		
					+ 0.0057	- 0.007	395 64	1.2 1.2		
					+ 0.0036	+ 0.037	399 5	0.2 0.3		
					+ 0.0044	+ 0.012		2.6 2.7	0.042	73
91	8.1	34.60	42 22 26.7	3.22	+ 0.0061	- 0.034	391 106	0.6 0.6		
					+ 0.0078	- 0.036	394 33	1.2 1.2		
					+ 0.0073	- 0.024	398 2	0.3 0.4		
					+ 0.0072	- 0.034		2.1 2.2	0.081	115.0
92	9.2	43.08	39 24 42.3	3.19	- 0.0028	- 0.032	393 55	1.2 1.2	0.052	232.0
93	9.2	55.99	46 37 10.7	3.27	- 0.0099	- 0.127	396 51	1.0 1.0	0.168	220.9
94	8.8	20 13.98	43 26 44.6	3.22	- 0.0018	- 0.013	391 108	0.4 0.7		
					+ 0.0004	- 0.046	395 74	1.2 1.2		
					+ 0.0016	- 0.006	398 5	0.7 0.8		
					+ 0.0004	- 0.026		2.3 2.7	0.026	189
95	9.8	26.51	40 4 44.9	3.19	- 0.0067	- 0.080	390 131	0.2 0.2	0.117	226.7
96	7.8	28.04	41 27 28.5	3.21	+ 0.0002	- 0.055	394 44	1.2 1.2		
					+ 0.0007	- 0.072	397 7	0.9 0.8		
					+ 0.0004	- 0.062		2.1 2.0	0.062	182.7
97	9.0	32.90	45 13 13.5	3.26	+ 0.0026	- 0.163	392 115	0.4 0.9		
					+ 0.0022	- 0.173	396 63	1.0 1.0		
					+ 0.0023	- 0.172	399 17	1.0 1.0		
					+ 0.0023	- 0.170		2.4 2.9	0.171	174.3
98	9.4	21 10.27	39 56 34.0	3.19	+ 0.0124	- 0.139	393 69	1.2 1.2	0.194	135.8
99	6.7	20.63	41 37 54.9	3.20	- 0.0019	- 0.046	394 52	1.2 1.2		
					- 0.0014	- 0.052	397 17	1.0 1.0		
					- 0.0017	- 0.049		2.2 2.2	0.056	208.9
100	10.0	26.30	39 56 29.0	3.19	- 0.0062	- 0.000	393 75	1.2 1.2	0.080	270.0
101	10.1	36.08	43 0 39.8	3.22	- 0.0019	+ 0.004	394 49	0.8 0.4		
					- 0.0034	+ 0.030	395 91	0.8 0.4		
					- 0.0015	+ 0.009	398 18	1.0 1.0		
					- 0.0022	+ 0.013		2.6 1.8	0.035	292
102	8.2	41.32	46 21 34.7	3.27	- 0.0018	+ 0.005	396 70	1.0 1.0	0.028	280
103	10.2	49.57	44 7 4.3	3.24	- 0.0139	- 0.034	395 89	1.0 1.0		
					- 0.0112	- 0.015	399 35	0.7 0.6		
					- 0.0128	- 0.027		1.7 1.6	0.148	259.5
104	5.2	22 6.96	46 2 24.4	3.27	- 0.0009	- 0.116	396 75	1.0 1.0		
					- 0.0000	- 0.188	399 29	0.4 0.2		
					- 0.0006	- 0.128		1.4 1.2	0.129	186.7
105	7.1	9.37	46 1 7.6	3.27	- 0.0001	- 0.029	396 76	1.0 1.0		
					+ 0.0006	- 0.094	399 37	0.4 0.2		
					+ 0.0001	- 0.040		1.4 1.2	0.041	191
106	10.0	14.86	46 2 37.7	3.27	- 0.0001	- 0.020	396 77	1.0 1.0		
					- 0.0005	- 0.022	399 36	0.4 0.2		
					- 0.0002	- 0.021		1.4 1.2	0.023	205
107	9.4	29.90	44 11 26.7	3.24	- 0.0013	- 0.034	395 97	1.2 1.2		
					- 0.0047	- 0.030	399 41	1.0 1.0		
					- 0.0045	- 0.032		2.2 2.2	0.065	240.3
108	9.8	35.40	43 3 32.5	3.22	- 0.0046	- 0.114	395 104	0.9 0.5		
					- 0.0040	- 0.118	398 28	1.0 1.0		
					- 0.0043	- 0.117		1.9 1.5	0.129	204.6

$\Delta \mu_\alpha = -0.0007.5$  à  $43^\circ$ .

N:o	Gr.	$\alpha$ 1900.0	$\delta$ 1900.0	$E$ 1890+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$
		h m s	° ' "		"	"			"	°
109	10.8	9 22 47.59	45 23 46.9	3.27	-0.0092	-0.008	396 87	1.0 1.0		
					-0.0075	-0.046	399 45	1.0 1.0		
					-0.0084	-0.027		2.0 2.0	0.100	254.3
110	8.6	50.20	41 33 57.7	3.21	-0.0097	-0.083	394 66	1.2 1.2		
					-0.0086	-0.096	397 35	1.0 1.0		
					-0.0092	-0.089		2.2 2.2	0.142	231.3
111	8.6	23 8.94	43 28 14.7	3.22	-0.0145	-0.107	395 112	1.2 1.2		
					-0.0117	-0.067	398 35	1.0 1.0		
					-0.0132	-0.089		2.2 2.2	0.176	239.7
112	9.8	25.02	44 25 42.8	3.24	-0.0019	-0.072	395 113	1.2 1.2		
					-0.0011	-0.080	399 56	1.0 1.0		
					-0.0015	-0.076		2.2 2.2	0.080	197.5
113	10.5	49.69	39 42 14.2	3.19	-0.0140	-0.209	393 96	1.2 1.2	0.269	219.0
114	6.2	24 9.20	45 12 29.6	3.37	-0.0062	-0.045	396 107	0.7 0.7		
					-0.0053	-0.037	399 65	1.0 1.0		
					-0.0064	-0.054	403 7	0.3 0.3		
					-0.0057	-0.042		2.0 2.0	0.081	238.7
115	9.5	12.48	44 43 57.6	3.24	-0.0064	-0.009	395 116	0.9 0.9		
					-0.0062	-0.035	399 69	1.0 1.0		
					-0.0078	-0.056	402 1	0.3 0.3		
					-0.0065	-0.027		2.2 2.2	0.083	250.9
116	8.3	27.25	45 7 20.5	3.39	-0.0011	-0.033	396 109	0.4 0.4		
					+0.0006	-0.004	399 67	1.0 1.0		
					-0.0043	-0.016	403 14	0.2 0.3		
					-0.0004	-0.013		1.6 1.7	0.018	223
117	8.5	28.01	45 6 58.0	3.39	-0.0063	-0.006	396 110	0.4 0.4		
					-0.0028	-0.016	399 68	1.0 1.0		
					-0.0039	-0.006	403 15	0.2 0.3		
					-0.0038	-0.012		1.6 1.7	0.050	256
118	10.7	32.99	41 20 57.5	3.19	+0.0161	-0.248	397 56	1.0 1.0	0.302	145.1
119	8.2	25 21.52	39 1 44.3	3.19	-0.0094	+0.006	393 10	0.2 0.2	0.118	272.9
120	9.4	22.20	39 58 23.3	3.19	-0.0004	-0.035	393 109	0.4 0.7		
					+0.0012	-0.083	397 64	0.6 0.3		
					+0.0002	-0.074	400 8	1.1 1.2		
					+0.0004	-0.063		2.1 2.2	0.063	183.6
121	7.1	48.95	44 10 58.3	3.24	-0.0056	-0.096	395 127	0.3 0.6		
					-0.0061	-0.122	399 85	1.0 1.0		
					-0.0041	-0.181	402 6	1.2 1.2		
					-0.0051	-0.142		2.5 2.8	0.155	203.9
122	10.2	26 14.51	44 44 1.0	3.25	+0.0066	-0.024	399 93	1.0 1.0		
					+0.0059	-0.018	402 8	1.1 1.0		
					+0.0062	-0.021		2.1 2.0	0.062	109.9
123	9.1	15.45	42 39 31.9	3.25	-0.0021	+0.013	398 74	1.0 1.0		
					-0.0027	+0.004	401 9	1.0 1.0		
					-0.0024	+0.008		2.0 2.0	0.035	283
124	9.1	41.48	39 19 25.2	3.19	+0.0093	-0.048	400 20	1.2 1.2	0.111	115.7
125	11.1	59.81	41 39 51.9	3.28	-0.0011	-0.037	397	1.0 1.0		
					+0.0019	-0.017	401 16	1.0 1.0		
					+0.0004	-0.027		2.0 2.0	0.027	188
126	9.9	27 28.21	46 30 27.5	4.30	-0.0010	-0.014	403 45	1.1 1.1	0.023	232
127	9.0	28 1.66	39 1 37.3	3.19	-0.0072	+0.024	400 33	0.9 0.4	0.095	284.6

$$A \mu_\alpha = -0.0007.5 \text{ à } 43^\circ.$$

N:o	Gr.	$\alpha$ 1900.0	$\delta$ 1900.0	$E$ 1890+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$
		h m s	° ' "		s	"			"	°
128	10.4	9 28 19.57	42 10 19.3	3.26	+ 0.0043 + 0.0041 + 0.0042	- 0.114 - 0.070 - 0.086	398 97 401 22	0.7 0.6 1.0 1.0 1.7 1.6	0.094	155.6
129	4.6	49.70	40 3 56.4	3.19	- 0.0015 - 0.0003 - 0.0006	- 0.012 + 0.010 + 0.001	397 90 400 41	0.4 0.4 1.2 1.2 1.6 1.6	0.017	284
130	8.9	29 22.22	41 31 12.2	3.29	+ 0.0035 + 0.0048 + 0.0041	- 0.041 - 0.021 - 0.030	397 92 401 36 404 3	0.7 0.8 1.0 1.0 0.2 0.3	0.050	127
131	10.9	22.97	43 35 9.4	3.23	+ 0.0093 + 0.0045 + 0.0064	+ 0.043 - 0.035 - 0.002	398 103 402 44	0.8 0.9 1.2 1.2 2.0 2.1	0.063	91.8
132	9.0	43.15	45 0 55.3	3.49	- 0.0019 - 0.0020 + 0.0006	- 0.056 - 0.082 - 0.112	399 137 402 45 403 84	1.0 1.0 0.9 0.4 0.8 0.4	0.073	193.5
133	9.0	43.52	44 7 19.2	3.24	+ 0.0002 - 0.0009 - 0.0075	- 0.065 - 0.071 - 0.032	406 7 399 144	0.7 1.0 3.4 2.8 0.4 0.4	0.057	223.6
134	8.4	47.61	43 24 48.0	3.22	- 0.0018 - 0.0013 - 0.0029	- 0.054 + 0.001 - 0.041	402 47 406 10	1.2 1.2 0.3 0.3 1.9 1.9	0.106	252.9
135	11.3	49.85	45 35 23.4	4.30	- 0.0085 - 0.0021	- 0.031 - 0.091	405 3 403 81	2.5 2.9 1.0 1.0	0.096	198.3
136	10.0	53.90	41 1 9.9	3.22 3.20	- 0.0070 - 0.0046 - 0.0037	+ 0.002 + 0.028 - 0.046	397 107 400 53 401 51	0.7 1.0 0.9 0.4 0.8 0.4	0.066	232.9
137	9.4	58.78	42 31 32.5	3.25	- 0.0058 - 0.0051 + 0.0077	- 0.008 - 0.005 - 0.007	404 10 398 108	0.5 1.0 2.9 2.8 0.5 0.7	0.050	99
138	9.2	30 17.91	40 16 35.8	3.19	+ 0.0049 + 0.0030 + 0.0052	- 0.010 - 0.006 - 0.008	401 41 405 5	1.0 1.0 0.5 0.7 2.0 2.4	0.114	240.5
139	9.6	19.21	46 29 4.2	4.30	- 0.0119 - 0.0066 - 0.0094	- 0.045 - 0.057 - 0.060	397 111 400 62 404 15	0.3 0.3 1.2 1.2 0.4 0.3	0.033	128.9
140	9.0	27.08	41 55 41.8	3.25	- 0.0080 + 0.0033 + 0.0043	- 0.056 - 0.021 - 0.062	403 86 397 109 401 56	1.9 1.8 1.1 1.1 1.0 1.0	0.066	148.5
141	9.1	31 9.80	41 20 41.6	3.24	+ 0.0025 + 0.0037 + 0.0037	+ 0.047 - 0.056 - 0.056	404 12	0.3 0.2 1.5 1.4	0.139	234.9
142	9.2	13.66	44 9 3.0	3.24	- 0.0100 - 0.0097 - 0.0099	- 0.083 - 0.077 - 0.080	402 64 406 23	1.2 1.2 0.9 0.9 2.1 2.1	0.042	313
					- 0.0024 - 0.0015 - 0.0021	+ 0.031 + 0.025 + 0.029	402 67 406 24	1.2 1.2 0.6 0.5 1.8 1.7		

$\Delta \mu_\alpha = - 0.0007.5$  à  $43^\circ$ .

N:o	Gr.	$\alpha$ 1900.0	$\delta$ 1900.0	$E$ 1890+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu(\text{abs.})$	$P$
		h m s	° ' "		s	"			"	°
143	7.2	9 31 22.24	46 21 14.7	4.30	-0.0005	-0.065	403 101	1.1 1.1	0.065	191.3
144	8.8	43.87	45 25 19.4	3.78	-0.0005	-0.138	403 110	1.1 1.1		
					-0.0023	-0.117	406 35	1.0 1.0		
					-0.0014	-0.128		2.1 2.1	0.130	189.8
145	8.9	32 0.28	40 0 20.3	3.19	+0.0098	-0.080	400 76	1.2 1.2		
					+0.0071	-0.094	404 27	0.5 0.3		
					+0.0090	-0.083		1.7 1.5	0.127	130.8
146	5.0	7.33	40 41 20.6	3.19	+0.0004	+0.002	400 74	1.2 1.2		
					-0.0013	-0.016	404 25	1.0 1.0		
					-0.0004	-0.006		2.2 2.2	0.013	243
147	8.9	27.49	44 20 37.4	3.24	-0.0068	+0.002	402 75	1.2 1.2		
					-0.0052	-0.018	406 39	1.0 1.0		
					-0.0061	-0.007		2.2 2.2	0.073	264.5
148	7.8	33 2.00	43 25 6.2	3.22	+0.0071	-0.100	402 86	1.2 1.2		
					+0.0076	-0.108	105 35	1.0 1.0		
					+0.0073	-0.104		2.2 2.2	0.126	145.3
149	9.1	32.01	44 19 16.8	3.24	-0.0116	0.039	402 88	1.2 1.2		
					-0.0116	-0.082	406 49	1.0 1.0		
					-0.0116	-0.059		2.2 2.2	0.145	245.9
150	8.7	42.59	46 55 44.9	4.30	+0.0081	-0.192	403 129	0.6 0.1	0.206	158.9
151	9.1	46.18	45 36 0.6	3.78	+0.0017	-0.045	403 139	1.1 1.1		
					+0.0022	-0.056	406 52	1.0 1.0		
					+0.0019	-0.049		2.1 2.1	0.051	166.2
152	6.6	34 33.05	44 26 43.9	3.23	-0.0014	-0.004	402 95	1.1 1.2		
					+0.0003	-0.018	405 67	1.0 1.0		
					-0.0014	-0.017	409 1	0.4 0.6		
					-0.0007	-0.012		2.5 2.8	0.019	231
153	9.0	35.74	10 31 21.1	3.19	+0.0015	-0.000	400 102	0.7 1.1		
					-0.0011	-0.029	404 54	1.0 1.0		
					+0.0022	-0.026	407 3	0.3 0.5		
					+0.0003	-0.016		2.0 2.6	0.017	194
154	9.6	55.77	17 0 51.1	3.79	+0.0072	-0.209	403 144	0.2 0.2		
					-0.0032	-0.045	410 7	0.2 0.2		
					+0.0020	-0.127		0.4 0.1	0.128	174.6
155	6.3	35 10.77	39 24 28.6	3.19	+0.0075	-0.130	400 110	0.3 0.5		
					+0.0088	-0.170	407 8	0.5 0.8		
					+0.0083	-0.155		0.8 1.3	0.179	150.2
156	8.8	41.81	46 18 54.5	3.51	-0.0015	-0.057	403 152	0.4 0.7		
				3.66	-0.0012	-0.076	410 18	1.0 1.0		
					-0.0013	-0.068		1.4 1.7	0.071	197.2
157	9.2	48.38	15 48 0.1	3.40	-0.0085	-0.027	403 158	0.4 0.7		
				3.50	-0.0058	-0.027	406 76	1.0 1.0		
					-0.0078	-0.008	110 20	1.0 1.0		
					-0.0071	-0.020		2.4 2.7	0.084	256.3
158	6.0	18.81	40 12 50.8	3.19	-0.0066	-0.087	404 67	1.0 1.0		
					-0.0013	-0.089	407 12	1.2 1.2		
					-0.0037	-0.088		2.2 2.2	0.101	209.6
159	11	36 9.2	44 42 6	3.26	+0.0009	-0.008	406 —	1.0 1.0		
					-0.0022	-0.021	409 —	0.8 0.8		
					-0.0005	-0.014		1.8 1.8	0.019	223

$$A \mu_\alpha = -0.0007.5 \text{ à } 43^\circ.$$

N:o	Gr.	$\alpha$ 1900.0	$\delta$ 1900.0	$E$ 1890+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$
		h m s	° ' "		"	"			"	°
160	8.0	9 36 28.68	43 30 37.5	3.24	-0.0007	-0.030	405 75	1.0 1.0		
					-0.0069	-0.013	409 32	1.0 1.0		
					-0.0038	-0.022		2.0 2.0	0.055	216.3
161	10.4	54.77	39 35 14.1	3.19	+0.0003	-0.027	407 27	1.2 1.2	0.028	191
162	8.6	37 6.86	43 10 21.4	3.24	+0.0058	-0.840	405 81	1.0 1.0		
					+0.0016	-0.859	409 37	0.9 0.7		
					+0.0038	-0.848		1.9 1.7	0.849	177.8
163	10.1	45.21	46 21 22.1	3.27	-0.0041	+0.007	410 38	1.0 1.0	0.052	277.7
164	9.7	48.16	45 59 48.8	3.27	-0.0075	-0.006	406 98	0.5 0.2		
					-0.0085	+0.004	410 39	1.0 1.0		
					-0.0082	+0.002		1.5 1.2	0.093	271.2
165	6.0	50.55	42.30 39.4	3.22	-0.0007	-0.108	405 91	1.0 1.0		
					-0.0015	-0.098	408 27	1.2 1.2		
					-0.0011	-0.103		2.2 2.2	0.105	191.5
166	9.8	38 1.65	44 56 55.3	3.26	+0.0095	-0.181	406 104	1.0 1.0		
					+0.0088	-0.177	409 44	0.7 0.4		
					+0.0093	-0.180		1.7 1.4	0.201	153.4
167	9.3	38 2.10	44 30 28.4	3.26	+0.0026	+0.004	406 106	1.0 1.0		
					+0.0005	+0.001	409 45	1.0 1.0		
					+0.0015	+0.002		2.0 2.0	0.009	78
168	11.0	17.67	40 17 45.9	3.19	-0.0128	-0.154	407 40	1.2 1.2	0.218	225.0
169	9.8	27.54	39 4 34.3	3.19	+0.0190	-0.230	407 43	1.1 0.7	0.313	137.2
170	10.2	34.47	39 9 46.1	3.19	+0.0045	+0.019	407 42	1.2 1.1	0.018	67
171	8.5	41.77	43 41 23.4	3.24	+0.0006	-0.121	405 93	0.9 0.9		
172	8.4	42.14	23.4		-0.0015	-0.110	409 59	1.0 1.0		
					-0.0005	-0.115		1.9 1.9	0.116	186.9
173	11.0	45.98	39 47 41.2	3.19	-0.0013	-0.118	407 48	1.2 1.2	0.120	191.0
174	9.6	39 10.06	44 33 12.8	3.26	-0.0006	-0.089	406 113	1.0 1.0		
					-0.0002	-0.066	409 67	1.0 1.0		
					+0.0007	-0.053	413 3	0.3 0.5		
					-0.0003	-0.073		2.3 2.5	0.074	188.6
175	8.9	18.07	46 1 3.3	3.27	-0.0225	-0.135	406 114	0.2 0.2		
					-0.0231	-0.117	410 52	1.0 1.0		
					-0.0231	-0.137	413 4	0.2 0.2		
					-0.0231	-0.122		1.4 1.4	0.277	243.9
176	9.1	24.37	40 27 3.2	3.19	+0.0010	-0.179	404 110	0.7 0.9		
					+0.0018	-0.168	407 52	1.2 1.2		
					-0.0026	-0.125	411 5	0.2 0.3		
					+0.0011	-0.167		2.1 2.4	0.167	178.3
177	10.7	41.74	46 8 12.9	3.27	-0.0009	+0.003	410 60	1.0 1.0	0.017	280
178	10.3	53.82	46 34 19.7	3.27	-0.0033	-0.094	410 56	1.0 1.0	0.103	203.6
179	7.2	55.00	40 17 51.6	3.19	-0.0024	-0.014	404 115	0.3 0.4		
					+0.0008	+0.021	407 59	1.0 1.0		
					-0.0035	+0.040	411 12	0.3 0.4		
					-0.0006	+0.017		1.6 1.8	0.022	320
180	8.5	56.52	40 19 53.8	3.19	-0.0212	-0.002	404 114	0.4 0.5		
					-0.0170	-0.008	407 58	1.2 1.2		
					-0.0212	+0.038	411 11	0.4 0.5		
					-0.0187	+0.004		2.0 2.2	0.221	271.0

\* Mesurées ensemble.

$$\Delta \mu_\alpha = -0.0007.5 \text{ à } 43^\circ.$$

N:o	Gr.	$\alpha$			$E$	$\mu$		Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$
		1900.0	$\delta$ 1900.0	1890+		$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$				
		h m s	° ' "		s	"					
181	6.7	9 40 18.87	45 34 45.0	3.27	+ 0.0040	- 0.143	406 126	0.4 0.6			
					+ 0.0070	- 0.131	410 69	1.0 1.0			
					+ 0.0063	- 0.151	413 11	0.7 1.1			
					+ 0.0062	- 0.142		2.1 2.7	0.153	158.1	
182	11	19.4	44 21 59	3.26	- 0.0041	+ 0.299	409 —	1.0 1.0	0.303	350.0	
183	8.9	24.82	42 11 12.8	3.22	- 0.0018	+ 0.022	405 117	0.2 0.2			
					- 0.0030	+ 0.001	408 51	1.2 1.2			
					- 0.0033	+ 0.020	412 11	0.5 0.5			
					- 0.0030	+ 0.008		1.9 1.9	0.042	281	
184	9.3	25.66	44 32 8.2	3.27	- 0.0008	- 0.041	406 129	0.4 0.6			
					- 0.0005	- 0.055	409 77	1.0 1.0			
					+ 0.0005	- 0.021	413 13	1.0 1.2			
					- 0.0001	- 0.037		2.4 2.8	0.038	195	
185	8.7	32.86	40 14 29.4	3.19	+ 0.0025	- 0.098	407 66	1.2 1.2			
					+ 0.0013	- 0.098	411 16	0.5 0.5			
					+ 0.0021	- 0.098		1.7 1.7	0.099	170.2	
186	8.9	47.04	42 50 49.1	3.22	- 0.0063	- 0.058	405 118	0.2 0.4			
					- 0.0022	+ 0.028	408 53	1.2 1.1			
					- 0.0023	- 0.008	412 14	1.2 1.2			
					- 0.0026	- 0.001		2.6 2.7	0.036	268	
187	9.7	54.80	40 6 30.3	3.19	+ 0.0026	- 0.006	407 70	1.2 1.2			
					+ 0.0048	+ 0.031	411 17	0.4 0.4			
					+ 0.0032	+ 0.003		1.6 1.6	0.028	84	
188	8.8	41 5.44	47 2 24.3	3.27	- 0.0028	- 0.097	410 75	0.5 0.2	0.103	200.3	
189	10.0	15.49	39 24 31.0	3.19	- 0.0043	- 0.018	407 71	1.2 1.2	0.061	252.8	
190	10.7	17.35	41 7 24.9	3.19	- 0.0030	+ 0.041	108 —	1.2 1.1			
					- 0.0066	+ 0.026	411 21	1.0 1.0			
					- 0.0046	+ 0.034		2.2 2.1	0.069	299.5	
191	10.0	25.51	41 14 59.2	3.20	+ 0.0062	- 0.083	408 59	1.2 1.2			
					+ 0.0019	- 0.060	411 21	1.0 1.0			
					+ 0.0043	- 0.073		2.2 2.2	0.083	151.3	
192	3.9	42 8.46	46 29 14.1	3.27	+ 0.0236	- 0.108	410 88	1.0 1.0	0.259	114.6	
193	8.6	9.26	40 59 22.0	3.20	- 0.0035	- 0.016	407 83	0.7 0.4			
					- 0.0011	- 0.033	408 63	0.7 0.4			
					- 0.0056	- 0.008	411 28	1.0 1.0			
					- 0.0037	- 0.015		2.4 1.8	0.052	253.3	
194	7.2	26.54	44 7 48.2	3.27	- 0.0037	- 0.043	409 103	1.0 1.0			
					+ 0.0000	- 0.022	413 27	1.2 0.9			
					- 0.0020	- 0.033		2.2 1.9	0.044	221	
195	9.3	43 11.06	44 45 33.1	3.27	+ 0.0004	- 0.193	409 105	1.0 0.9			
					+ 0.0006	- 0.169	413 36	1.2 1.2			
					+ 0.0005	- 0.179		2.2 2.1	0.179	180.6	
196	8.7	16.70	46 52 41.1	3.27	- 0.0063	- 0.086	410 93	0.7 0.5	0.113	220.3	
197	9.1	25.85	43 13 54.2	3.24	- 0.0143	- 0.054	409 109	0.9 0.8			
					- 0.0105	- 0.053	412 38	1.1 1.1			
					- 0.0122	- 0.053		2.0 1.9	0.152	249.5	
198	9.1	30.15	47 0 41.5	3.27	+ 0.0029	- 0.001	410 102	0.3 0.2	0.021	93	
199	9.0	40.56	42 1 1.3	3.21	+ 0.0021	- 0.190	408 75	1.2 1.2			
					+ 0.0013	- 0.170	411 43	0.6 0.3			
					+ 0.0009	- 0.159	412 41	0.9 0.4			
					+ 0.0015	- 0.180		2.7 1.9	0.180	176.8	

$\int \mu_\alpha = -0.0007,5$  à  $43^\circ$ .

N:o	Gr.	$\alpha$			$\delta$			$E$ 1890+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu(\text{abs.})$	$P$
		h	m	s	°	'	"							
200	9.0	9 43 40.84	41 39 26.2	3.20	— 0.0090	— 0.206	408 76	1.2 1.2						
					— 0.0109	— 0.226	411 44	1.0 1.0						
					— 0.0099	— 0.215		2.2 2.2				0.216	208.9	
201	11	55.8	41 15 9	3.19	— 0.0171	— 0.063	411 —	1.0 1.0				0.211	252.6	
202	10.8	59.30	44 28 4.5	3.27	+ 0.0055	— 0.070	409 112	1.0 1.0						
					+ 0.0058	— 0.023	413 41	1.2 1.2						
					+ 0.0057	— 0.044		2.2 2.2				0.069	129.7	
203	7.8	44 0.61	44 28 4.3	3.27	+ 0.0041	— 0.070	409 111	1.0 1.0						
					+ 0.0063	— 0.035	413 40	1.2 1.2						
					+ 0.0034	— 0.048	416 1	0.2 0.3						
					+ 0.0051	— 0.050		2.4 2.5				0.069	136.2	
204	8.0	5.52	40 5 51.2	3.19	+ 0.0000	+ 0.009	407 102	1.2 1.2						
					+ 0.0018	+ 0.007	411 50	1.0 0.7						
					+ 0.0008	+ 0.008		2.2 1.9				0.008	7	
205	6.8	9.46	45 33 9.1	3.28	— 0.0039	— 0.095	410 112	1.0 1.0						
					— 0.0071	— 0.109	413 44	1.2 1.2						
					— 0.0078	— 0.060	417 3	0.3 0.6						
					— 0.0059	— 0.094		2.5 2.8				0.117	216.3	
206	8.7	11.16	46 7 6.2	3.27	+ 0.0001	— 0.136	410 111	1.0 1.0						
					— 0.0017	— 0.132	417 2	0.4 0.7						
					— 0.0004	— 0.134		1.4 1.7				0.135	185.1	
207	7.5	36.24	46 0 55.7	3.28	— 0.0062	— 0.009	410 114	1.0 1.0						
					— 0.0059	— 0.036	413 50	0.9 0.4						
					— 0.0083	+ 0.005	417 6	0.7 1.2						
					— 0.0067	— 0.007		2.6 2.6				0.078	264.9	
208	9.0	45 4.53	43 47 44.0	3.24	— 0.0087	— 0.029	412 55	1.2 1.2						
					— 0.0097	— 0.024	416 7	0.8 1.0						
					— 0.0091	— 0.027		2.0 2.2				0.109	255.7	
209	9.2	18.26	42 48 20.3	3.21	+ 0.0054	+ 0.006	408 81	0.3 0.3						
					+ 0.0037	— 0.058	412 58	1.2 1.2						
					+ 0.0035	— 0.048	415 5	0.4 0.4						
					+ 0.0038	— 0.046		1.9 1.9				0.058	142.7	
210	10.8	30.93	41 14 7.2	3.19	+ 0.0104	+ 0.008	411 66	1.0 1.0				0.109	85.8	
211	10.0	53.55	43 21 20.0	3.24	+ 0.0064	— 0.038	412 63	1.2 1.2						
					+ 0.0040	— 0.014	416 15	0.8 0.9						
					+ 0.0054	— 0.028		2.0 2.1				0.057	119.2	
212	9.4	46 14.49	44 15 35.8	3.27	+ 0.0046	— 0.001	413 65	1.2 1.2						
					+ 0.0018	— 0.011	416 13	1.0 1.0						
					+ 0.0033	— 0.006		2.2 2.2				0.028	102	
213	10.0	27.24	46 41 19.8	3.28	— 0.0092	— 0.076	417 16	1.2 1.2				0.128	233.6	
214	10.8	47 36.40	46 28 51.4	3.28	— 0.0055	— 0.005	417 25	1.2 1.2				0.065	265.6	
215	9.4	50.23	46 15 40.3	3.28	— 0.0001	+ 0.028	417 30	1.2 1.2				0.029	342	
216	10.9	55.69	46 14 22.6	3.28	— 0.0100	— 0.020	417 31	1.2 1.2				0.114	259.9	
217	9.8	48 10.33	39 34 36.3	3.19	— 0.0113	— 0.067	414 29	1.0 1.0				0.153	244.1	
218	8.9	16.41	39 23 7.6	3.19	— 0.0071	— 0.090	414 34	1.0 1.0				0.128	225.3	
219	9.6	41.38	42 35 39.4	3 21	— 0.0031	— 0.018	412 99	1.2 1.2						
					— 0.0051	— 0.021	415 40	1.0 1.0						
					— 0.0040	— 0.019		2.2 2.2				0.056	250.3	

$\Delta \mu_\alpha = -0.0007.5$  à  $43^\circ$ .

N:o	Gr.	$\alpha$ 1900.0	$\delta$ 1900.0	$E$ 1890+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$
		h m s	° ' "		s	"			"	°
220	10.0	9 49 3.79	44 28 50.3	3.33 3.44	-0.0021 -0.0003 -0.0025 -0.0014	-0.002 +0.007 +0.018 +0.005	413 90 416 40 420 9	1.2 1.2 1.0 1.0 0.2 0.5 2.4 2.7	0.024	282
221	9.0	28.41	44 24 45.7	3.42 3.48	+0.0007 +0.0007 +0.0018 +0.0008	-0.105 -0.098 -0.096 -0.100	413 97 416 41 420 16	0.9 1.1 1.0 1.0 0.3 0.6 2.2 2.7	0.100	179.4
222	9.8	36.77	45 34 56.2	3.49 3.52	+0.0129 +0.0114 +0.0110 +0.0119	-0.004 -0.033 -0.020 -0.018	413 94 417 55 420 13	0.9 1.1 1.0 1.0 0.5 0.7 2.4 2.8	0.118	98.7
223	9.2	37.99	42 37 48.5	3.21	-0.0003 -0.0004 -0.0022 -0.0006	-0.039 -0.045 -0.040 -0.041	412 103 415 47 419 3	1.1 1.2 1.0 1.0 0.4 0.6 2.5 2.8	0.044	200
224	10.3	39.42	44 41 23.7	3.48 59	+0.0030 +0.0037 +0.0024 +0.0031	+0.013 +0.025 +0.012 +0.016	413 96 416 44 420 15	1.1 1.2 1.0 1.0 0.6 1.0 2.7 3.2	0.030	57
225	9.7	50 29.55	41 33 42.6	3.19	-0.0195 -0.0174 -0.0202 -0.0186	-0.025 -0.036 -0.002 -0.022	411 99 415 54 418 3	0.2 0.3 1.0 1.0 0.6 0.8 1.8 2.1	0.219	264.2
226	10.0	30.84	43 52 14.4	3.25	-0.0024 -0.0030 -0.0026	+0.001 -0.029 -0.009	416 57 419 7	1.0 1.0 0.6 0.5 1.6 1.5	0.038	256
227	11	31.0	43 52 12	3.22	+0.0011	+0.033	412 —	0.3 0.3	0.033	7
228	9.8	45.78	45 29 11.4	3.75 3.70	-0.0142 -0.0143 -0.0139 -0.0141	-0.001 -0.015 -0.013 -0.012	413 102 417 63 420 29	0.3 0.5 1.2 1.2 1.1 1.1 2.6 2.8	0.157	265.6
229	9.2	46.52	41 0 38.4	3.19	-0.0022 -0.0033 -0.0059 -0.0029	-0.014 +0.004 +0.034 +0.019	414 53 415 55 418 7	0.7 0.3 0.7 0.3 1.0 1.0 2.4 1.6	0.047	294
230	9.5	47.83	40 57 12.5	3.19	+0.0065 +0.0071 +0.0035 +0.0054	+0.016 +0.011 +0.054 +0.036	414 54 415 56 418 8	0.9 0.5 0.6 0.3 1.0 1.0 2.5 1.8	0.064	55.8
231	9.0	54.60	46 22 46.6	3.28	-0.0035	-0.077	417 60	1.2 1.2	0.089	210.3
232	10.2	51 14.30	39 26 30.1	3.19	+0.0041	-0.020	414 61	1.0 1.0	0.044	117
233	9.5	18.07	42 0 40.0	3.20	-0.0016 -0.0072 -0.0006 -0.0025	-0.069 -0.063 -0.017 -0.061	415 59 418 10 419 12	1.0 1.0 0.3 0.2 0.3 0.2 1.6 1.4	0.070	209.9
234	11.0	25.28	43 42 29.7	3.26	-0.0021	-0.039	416 65	1.0 1.0	0.050	218
235	4.2	33.88	41 31 55.6	3.19	-0.0102 -0.0148 -0.0125 -0.0109	-0.060 -0.021 -0.041 -0.043	415 65 418 15	1.0 1.0 1.0 1.0 2.0 2.0 1.2 1.2	0.153	254.5
236	10.2	35.36	46 16 53.3	3.28	-0.0109	-0.043	417 73	1.2 1.2	0.128	250.4

$$\Delta \mu_\alpha = -0.0007.5 \text{ à } 43^\circ.$$

N <sup>o</sup>	Gr.	$\alpha$			$E$	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N <sup>o</sup>	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$
		1900.0	$\delta$	1900.0							
		h m s	° ' "		s	"					
237	9.2	9 51 47.21	44 25 47.9	3.78	-0.0037	+0.019	416 63	1.0 1.0			
					-0.0036	+0.014	420 41	1.1 1.1			
					-0.0036	+0.016		2.1 2.1	0.049	289	
238	8.8	52 39.18	39 22 1.7	3.19	-0.0059	-0.085	414 78	1.0 1.0	0.114	221.8	
239	10.0	53 31.26	45 17.41.4	3.79	-0.0092	-0.066	417 88	1.2 1.2			
					-0.0053	-0.032	420 56	1.1 1.1			
					-0.0073	-0.050		2.3 2.3	0.099	238.5	
240	8.9	54.04	42 59 49.8	3.22	+0.0050	-0.062	415 80	0.3 0.3			
					+0.0019	-0.078	416 82	0.3 0.3			
					+0.0041	-0.085	419 35	1.1 1.1			
					+0.0039	-0.080		1.7 1.7	0.087	156.4	
241	11	58.7	44 11 3	3.78	+0.0008	-0.013	416 —	1.0 1.0			
				3.75	+0.0037	+0.003	420 —	1.1 1.0			
					+0.0023	-0.005		2.1 2.1	0.018	106	
242	10.2	54 34.93	42 48 7.1	3.21	+0.0040	+0.015	415 86	0.4 0.4			
					+0.0016	+0.007	419 41	1.2 1.2			
					+0.0073	-0.050	422 —	0.2 0.3			
					+0.0023	+0.000		1.8 1.9	0.017	90	
243	10.4	37.91	41 6 18.4	3.19	-0.0052	-0.008	418 40	1.0 1.0			
					+0.0022	+0.050	422 —	0.2 0.2			
					-0.0041	+0.002		1.2 1.2	0.055	272.1	
244	9.4	41.59	42 24 31.5	3.21	-0.0008	-0.017	415 87	0.9 1.0			
					-0.0020	-0.018	419 42	1.2 1.2			
					-0.0015	-0.018		2.1 2.2	0.030	233	
245	9.8	41.61	45 32 38.5	3.72	-0.0054	+0.007	417 99	1.1 1.2			
				.64	+0.0013	+0.034	420 69	1.1 1.1			
					-0.0033	+0.011	424 9	0.5 1.0			
					-0.0023	+0.026		2.7 3.3	0.041	309	
246	8.8	55 15.84	43 34 37.3	3.25	-0.0056	-0.000	416 90	0.4 0.6			
					-0.0043	-0.007	419 45	1.2 1.2			
					-0.0046	+0.015	423 9	1.1 1.2			
					-0.0046	+0.003		2.7 3.0	0.059	272.1	
247	11.2	21.67	44 14 45.6	4.30	+0.0060	-0.010	420 82	1.1 1.1	0.057	100.1	
248	9.2	25.00	43 38 0.7	3.25	+0.0007	-0.014	416 89	0.4 0.6			
					+0.0002	-0.040	419 44	1.2 1.2			
					+0.0005	-0.029	423 8	1.1 1.2			
					+0.0004	-0.030		2.7 3.0	0.030	188	
249	9.8	35.93	46 29 37.1	3.28	+0.0027	-0.031	417 107	0.5 0.7			
					-0.0026	-0.048	424 17	1.2 1.2			
					-0.0010	-0.042		1.7 1.9	0.046	204	
250	10.3	45.56	41 17 13.9	3.20	+0.0061	-0.004	418 49	1.0 1.0			
					+0.0046	-0.015	422 11	0.6 0.7			
					+0.0055	-0.009		1.6 1.7	0.056	99.3	
251	9.4	48.99	43 41 15.6	3.25	-0.0003	+0.046	416 93	0.2 0.3			
					-0.0031	+0.033	419 52	1.2 1.2			
					-0.0029	+0.050	423 12	1.2 1.2			
					-0.0028	+0.041		2.6 2.7	0.056	317.2	
252	10.9	49.11	46 21 23.8	3.28	+0.0057	-0.018	424 21	1.2 1.2	0.054	109.4	
253	9.3	56 2.64	42 13 38.5	3.22	-0.0027	+0.033	419 63	1.2 1.2			
					-0.0007	-0.018	422 13	1.2 1.2			
					-0.0017	+0.008		2.4 2.4	0.028	286	

$$A\mu_\alpha = -0.00075 \text{ à } 43^\circ.$$

N:o	Gr.	$\alpha$ 1900.0	$\delta$ 1900.0	$E$ 1890+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$
		h m s	° ' "		"	"			"	°
254	10.0	9 56 8.98	40 5 27.9	3.24	+ 0.0000	- 0.022	418 57	1.0 0.6		
					- 0.0055	- 0.022	421 10	1.2 1.2		
					- 0.0025	- 0.022		2.2 1.8	0.043	239
255	10.4	15.92	41 3 57.6	3.20	+ 0.0071	- 0.022	418 55	1.0 1.0		
					+ 0.0097	- 0.030	422 14	0.5 0.4		
					+ 0.0078	- 0.024		1.5 1.4	0.085	106.3
256	8.8	17.27	15 3 45.1	3.96	- 0.0201	- 0.084	420 90	1.1 1.1		
				4.01	- 0.0271	- 0.056	424 27	0.6 0.5		
					- 0.0226	- 0.075		1.7 1.6	0.258	253.1
257	10.2	20.31	42 27 43.5	3.22	- 0.0081	- 0.069	419 62	1.2 1.2		
					- 0.0063	- 0.113	422 12	1.2 1.2		
					- 0.0072	- 0.091		2.4 2.4	0.127	224.0
258	7.8	52.16	39 44 40.6	3.28	- 0.0096	- 0.015	421 13	1.2 1.2	0.120	262.6
259	8.4	58.27	39 5 46.0	3.28	- 0.0072	- 0.006	421 15	0.7 0.5	0.091	266.3
260	10.4	57 13.86	44 56 0.4	3.92	+ 0.0086	+ 0.001	420 104	1.1 1.1		
				4.02	+ 0.0022	- 0.005	423 26	0.7 0.5		
					+ 0.0061	- 0.001		1.8 1.6	0.057	91.0
261	10.7	38.05	46 10 32.3	3.28	- 0.0067	- 0.015	424 39	1.2 1.2	0.078	259.0
262	10.6	55.80	41 18 12.0	3.21	- 0.0055	- 0.086	418 70	0.9 0.7		
					- 0.0081	- 0.094	422 27	1.2 1.2		
					- 0.0071	- 0.091		2.1 1.9	0.125	223.1
263	9.2	58 43.11	41 19 9.8	3.21	- 0.0080	- 0.034	418 78	1.0 1.0		
					- 0.0082	- 0.041	422 32	1.2 1.2		
					- 0.0081	- 0.038		2.2 2.2	0.106	249.0
264	10.4	47.09	46 38 20.8	3.28	- 0.0059	- 0.018	424 41	1.2 1.2	0.062	253.0
265	8.6	51.06	42 11 3.1	3.22	+ 0.0001	- 0.047	419 76	0.7 0.6		
					+ 0.0008	- 0.094	422 30	1.2 1.2		
					+ 0.0005	- 0.078		1.9 1.8	0.078	181.5
266	10.3	59 0.93	43 9 52.0	3.25	- 0.0007	- 0.008	419 74	1.2 1.2		
					+ 0.0032	+ 0.014	423 40	1.2 1.1		
					+ 0.0012	+ 0.003		2.4 2.3	0.007	64
267	9.5	10.89	39 6 14.2	3.28	+ 0.0046	+ 0.038	421 34	1.2 1.1	0.060	50.5
268	9.9	31.70	44 28 5.3	3.79	+ 0.0057	- 0.107	420 128	0.8 1.0		
				3.88	+ 0.0066	- 0.098	423 42	1.2 1.2		
					+ 0.0067	- 0.068	427 5	0.3 0.6		
					+ 0.0063	- 0.095		2.3 2.8	0.112	148.1
269	9.9	35.86	45 33 24.6	3.81	+ 0.0004	- 0.017	420 125	0.8 1.0		
				3.88	+ 0.0019	- 0.019	424 51	1.2 1.2		
					+ 0.0046	+ 0.025	427 2	0.5 0.6		
					+ 0.0020	- 0.009		2.5 2.8	0.016	125
270	9.2	36.01	42 7 12.8	3.22	- 0.0011	+ 0.035	419 80	0.4 0.4		
					+ 0.0007	- 0.013	422 36	1.2 1.2		
					+ 0.0002	- 0.001		1.6 1.6	0.005	259
271	9.5	37.71	41 15 4.1	3.22	+ 0.0020	+ 0.006	418 84	0.9 1.0		
					+ 0.0043	- 0.024	422 40	1.2 1.2		
					+ 0.0039	- 0.008	425 2	0.4 0.6		
					+ 0.0034	- 0.010		2.5 2.8	0.032	108
272	6.7	39.16	41 31 51.4	3.23	- 0.0022	- 0.023	418 83	0.6 0.9		
					+ 0.0000	- 0.044	422 39	1.2 1.2		
					+ 0.0014	- 0.046	425 1	0.3 0.6		
					- 0.0004	- 0.037		2.1 2.7	0.039	198

$\Delta \mu_\alpha = -0.0007.5$  à  $43^\circ$ .

N:o	Gr.	$\alpha$ 1900.0	$\delta$ 1900.0	$E$ 1890+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu(\text{abs.})$	$P$
		h m s	° ' "		s	"			"	°
273	11	9 59 53.2	10 3 55	3.28	-0.0060	-0.001	421 —	1.2 1.2	0.076	269.2
271	6.1	54.86	10 4 6.5	3.27	-0.0073	-0.088	418 95	0.2 0.2		
					-0.0078	-0.017	421 36	1.2 1.2		
					-0.0061	-0.047	425 10	0.2 0.2		
					-0.0075	-0.030		1.6 1.6	0.100	252.5
275	11.0	58.23	39 32 11.6	3.28	+0.0025	-0.039	421 37	1.2 1.2	0.044	153
276	8.7	10 0 3.16	44 3 35.2	3.57	-0.0020	+0.097	420 134	0.2 0.2		
					-0.0013	-0.005	423 49	1.2 1.2		
					+0.0051	+0.022	427 10	0.2 0.2		
					-0.0006	+0.011		1.6 1.6	0.019	306
277	9.0	3.78	41 11 55.4	3.23	-0.0021	-0.006	418 92	0.4 0.9		
					+0.0013	-0.008	422 49	1.2 1.2		
					+0.0008	-0.003	425 7	0.4 1.0		
					+0.0005	-0.006		2.0 3.1	0.006	198
278	8.1	5.69	41 34 36.4	3.23	-0.0087	-0.026	418 89	0.4 0.5		
					-0.0068	-0.043	422 46	1.2 1.2		
					-0.0052	-0.025	425 6	0.4 0.7		
					-0.0069	-0.034		2.0 2.4	0.093	248.6
279	8.1	11.74	41 24 42.0	3.23	-0.0064	-0.012	418 91	0.3 0.5		
					-0.0043	-0.042	422 48	1.2 1.2		
					-0.0063	-0.035	425 13	0.6 1.0		
					-0.0052	-0.034		2.1 2.7	0.074	242.8
280	9.3	13.17	41 30 39.8	3.23	-0.0067	-0.007	418 90	0.3 0.5		
					-0.0045	-0.046	422 47	1.2 1.2		
					-0.0034	-0.041	425 12	0.6 0.9		
					-0.0045	-0.037		2.1 2.6	0.070	237.9
281	9.3	19.86	44 2 22.1	3.50	+0.0019	-0.009	419 81	0.2 0.2		
					+0.0022	-0.004	423 50	1.2 1.2		
					+0.0064	+0.004	427 9	0.3 0.3		
					+0.0029	-0.003		1.7 1.7	0.024	97
282	8.7	20.71	44 2 17.9	3.50	+0.0032	-0.011	419 82	0.2 0.2		
					+0.0013	-0.010	423 51	1.2 1.2		
					+0.0083	+0.007	427 8	0.3 0.3		
					+0.0028	-0.007		1.7 1.7	0.023	108
283	8.7	34.02	42 24 24.0	3.58 3.66	+0.0037	-0.052	419 89	0.3 0.4		
					+0.0057	-0.071	422 53	1.2 1.2		
					+0.0051	-0.065	426 22	0.7 1.0		
					+0.0052	-0.066		2.2 2.6	0.083	142.9
284	8.8	39.48	46 22 18.4	3.28	-0.0103	-0.054	424 57	1.2 1.2	0.127	244.8
285	11	40.5	42 12 49	3.22	-0.0214	-0.414	422 —	1.2 1.2	0.481	210.6
286	11.0	46.88	46 5 29.9	3.28	-0.0009	+0.007	424 58	1.2 1.2	0.019	291
287	9.5	58.50	45 44 50.8	3.74 3.77	-0.0003	-0.179	420 138	0.1 0.2		
					+0.0043	-0.203	424 67	1.2 1.2		
					+0.0031	-0.213	427 14	0.8 0.8		
					+0.0036	-0.204		2.1 2.2	0.206	171.6
288	10.3	1 10.61	41 7 35.6	3.25	+0.0045	-0.025	422 56	1.2 1.1		
					+0.0018	-0.031	425 21	1.1 1.1		
					+0.0032	-0.028		2.3 2.2	0.040	135
289	10.4	11.09	39 43 56.4	3.28	-0.0032	-0.038	421 52	1.2 1.2	0.059	229.8
290	9.4	36.31	46 31 19.9	3.28	-0.0219	-0.123	424 69	1.2 1.2	0.264	242.3
291	8.7	39.62	39 8 14.5	3.28	-0.0155	-0.019	421 53	1.2 1.0	0.188	264.2

$$A \mu_\alpha = -0.0007.5 \text{ à } 43^\circ.$$

N:o	Gr.	$\alpha$			$\delta$			$E$ 1890+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu(\text{abs.})$	$P$						
		h	m	s	°	'	"													
292	9.8	10	2	28.13	40	49	47.2	3.28	−0.0101	+0.021	421	56	1.2	1.0	0.133	281.7				
									−0.0114	+0.033	425	29	1.1	1.1						
									−0.0107	+0.027			2.3	2.1						
293	9.2		51.48	44	43	4.0	3.79	−0.0133	−0.055	423	69	1.2	1.2	0.166	250.3					
								−0.0145	−0.057	427	31	1.1	1.1							
								−0.0139	−0.056			2.3	2.3							
294	8.6	3	1.83	16	46	27.5	3.28	−0.0186	−0.043	424	80	1.2	1.1	0.204	257.8					
295	10.1		14.53	40	50	53.9	3.28	−0.0004	−0.006	421	67	0.9	0.7	0.021	251					
								−0.0016	−0.008	425	34	1.1	1.1							
								−0.0011	−0.007			2.0	1.8							
296	10.0		20.17	43	45	12.6	3.79	−0.0006	+0.007	423	74	1.2	1.2	0.021	265					
								−0.0020	−0.011	426	42	1.1	1.1							
								−0.0013	−0.002			2.3	2.3							
297	10.4		25.94	40	50	7.6	3.28	−0.0059	−0.006	421	68	0.7	0.6	0.067	260.5					
								−0.0046	−0.013	425	39	1.1	1.1							
								−0.0051	−0.011			1.8	1.7							
298	9.4		26.16	39	37	55.4	3.28	−0.0090	−0.094	421	71	1.2	1.2	0.145	229.7					
299	9.1		27.16	41	55	56.9	3.71	−0.0027	−0.081	420	75	1.2	1.2	0.101	208.3					
								−0.0045	−0.105	425	36	1.0	0.6							
								−0.0035	−0.089			2.2	1.8							
300	9.9		57.76	39	55	12.8	3.28	−0.0037	−0.065	421	77	1.2	1.2	0.082	217.6					
301	9.2	4	9.25	45	29	27.5	3.75	+0.0063	−0.007	424	85	1.2	1.2	0.061	114.1					
302	10.6		13.67	45	35	33.1	4.31	+0.0051	−0.051	427	38	1.1	1.1	0.092	261.9					
								−0.0092	−0.009	431	2	0.2	0.4							
								+0.0060	−0.025			2.5	2.7							
303	9.3		33.76	43	51	26.6	3.74	−0.0080	−0.006	424	—	1.2	1.2	0.059	62.5					
								−0.0085	−0.028	427	37	1.1	1.1							
								−0.0057	+0.002	431	—	0.3	0.5							
304	11.0		39.99	40	22	55.4	3.28	−0.0079	−0.013			2.6	2.8	0.082	194.9					
								+0.0071	+0.049	423	79	1.1	1.2							
								+0.0047	−0.001	426	59	1.1	1.0							
305	8.9		41.27	40	24	17.0	3.28	+0.0039	+0.030	430	4	0.4	0.7	0.079	209.5					
								+0.0056	+0.027			2.6	2.9							
								+0.0016	−0.068	421	—	1.0	1.2							
306	9.1		47.11	46	12	29.5	3.28	−0.0038	−0.092	425	51	1.1	1.1	0.022	236					
								−0.0012	−0.079			2.1	2.3							
								−0.0021	−0.059	421	81	0.9	1.1							
307	6.9		57.44	41	9	11.8	3.27	−0.0033	−0.085	425	50	1.1	1.1	0.058	160.9					
								−0.0024	−0.056	428	2	0.3	0.6							
								−0.0027	−0.069			2.3	2.8							
308	9.6	5	11.48	46	24	56.8	3.28	−0.0026	+0.006	424	87	1.1	1.2	0.108	263.1					
								−0.0010	−0.018	431	7	0.7	1.0							
								−0.0020	−0.005			1.8	2.2							
309	10.4		16.64	15	18	22.9	4.31	+0.0009	−0.030	422	87	0.4	0.4	0.029	260					
								−0.0004	−0.010	425	49	1.1	1.1							
								−0.0051	+0.003	429	5	0.3	0.3							
								−0.0009	−0.012			1.8	1.8	0.058	160.9					
								+0.0016	−0.046	424	91	0.7	1.1							
								+0.0035	−0.065	431	9	0.8	1.0							
								+0.0026	−0.055			1.5	2.1	0.108	263.1					
								−0.0094	−0.013	424	—	0.4	0.5							

$\Delta \mu_\alpha = -0.0007.5$  à 43.

N:o	Gr.	$\alpha$			$\delta$			$E$ 1890+	$\mu_{\alpha}$	$\mu_{\delta}$	Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$				
		h	m	s	°	'	"											
310	8.0	10	5	28.97	42	13	30.1	3.74	+ 0.0041	- 0.043	422	90	0.4	0.7	0.045	145		
									+ 0.0051	- 0.031	426	75	1.1	1.1				
									+ 0.0004	- 0.038	429	7	1.0	1.1				
									+ 0.0031	- 0.037			2.5	2.9				
311	9.3			30.10	43	8	32.4	3.92	+ 0.0008	- 0.099	423	82	0.3	0.3	0.108	195.6		
									- 0.0029	- 0.115	426	69	1.1	1.1				
									- 0.0011	- 0.078	430	12	0.4	0.4				
									- 0.0019	- 0.104			1.8	1.8				
312	11.3			31.47	43	8	45.5	4.30	- 0.0028	- 0.086	426	68	1.1	1.1	0.094	204.4		
313	10.5			48.22	44	51	34.9	4.31	+ 0.0010	- 0.134	427	47	1.1	1.1	0.139	185.4		
314	10.2	6	0.86	43	53	40.7	3.79	+ 0.0007	- 0.148	430	—	0.5	0.5					
								- 0.0005	- 0.138			1.6	1.6					
								- 0.0046	- 0.022	426	77	1.1	0.9					
								- 0.0029	+ 0.015	430	15	1.0	1.0					
315	9.3			38.10	46	30	58.7	3.28	- 0.0038	- 0.003			2.1	1.9	0.049	266		
									- 0.0013	- 0.045	431	19	1.0	1.0	0.050	206		
									- 0.0006	- 0.008	431	18	1.0	1.0	0.016	240		
									- 0.0007	+ 0.029	428	25	1.2	1.2	0.033	331		
316	10.6			42.03	46	31	16.7	3.28	+ 0.0033	+ 0.029	426	91	1.1	1.1	0.035	51		
									+ 0.0029	+ 0.013	429	19	1.0	0.8				
									+ 0.0031	+ 0.022			2.1	1.9				
									- 0.0088	+ 0.006	426	89	1.1	1.1				
317	8.7			52.97	39	15	37.6	3.28	- 0.0053	+ 0.011	430	27	1.0	1.0	0.085	275.4		
									- 0.0071	+ 0.008			2.1	2.1				
									- 0.0008	- 0.011	428	31	1.2	1.2	0.022	239		
									+ 0.0056	- 0.023	428	35	1.2	1.2	0.061	112.3		
318	10.4	7	12.68	42	50	56.5	3.82	3.88	- 0.0059	- 0.077	428	36	1.2	1.2	0.098	142.1		
									+ 0.0029	+ 0.013	429	19	1.0	0.8				
									+ 0.0031	+ 0.022			2.1	1.9				
									- 0.0003	+ 0.052	427	71	0.4	0.3				
319	10.8			25.17	43	43	48.2	3.79	- 0.0029	+ 0.033	431	35	1.0	1.0	0.048	320		
									- 0.0022	+ 0.037			1.4	1.3				
									- 0.0021	- 0.002	431	31	1.0	1.0			0.030	266
									- 0.0214	+ 0.005	425	80	1.1	1.1				
320	10.3			36.06	39	39	42.3	3.28	- 0.0208	+ 0.010	429	38	1.1	1.1	0.246	271.9		
									- 0.0211	+ 0.008			2.2	2.2				
									+ 0.0053	+ 0.163	428	43	1.2	1.2				
									+ 0.0040	+ 0.165			1.5	1.4				
321	9.4	8	25.98	39	55	25.4	3.28	3.28	+ 0.0087	- 0.015	425	—	1.0	1.1	0.169	13.0		
									- 0.0124	+ 0.007	429	—	1.1	1.1				
									- 0.0106	- 0.004			2.1	2.2				
									+ 0.0010	- 0.023	426	114	0.5	0.5				
322	9.2			33.23	39	54	59.8	3.28	+ 0.0022	- 0.068	429	44	1.1	1.1	0.058	165.0		
									+ 0.0044	- 0.083	433	5	0.1	0.1				
									+ 0.0020	- 0.056			1.7	1.7				
									- 0.0071	- 0.028	426	107	0.8	0.8				
323	9.4			45.95	45	58	18.4	3.52	- 0.0055	+ 0.003	433	1	0.2	0.3	0.067	256.2		
									- 0.0029	+ 0.033			2.0	2.1				
									- 0.0022	+ 0.037			1.4	1.3				
									- 0.0021	- 0.002	431	31	1.0	1.0				
324	10.7			48.95	46	42	58.0	3.28	+ 0.0065	+ 0.148	428	42	1.2	1.2	0.162	24.7		
									- 0.0214	+ 0.005	425	80	1.1	1.1				
									- 0.0208	+ 0.010	429	38	1.1	1.1				
									- 0.0211	+ 0.008			2.2	2.2				
325	10.5			58.41	41	22	0.8	3.28	- 0.0120	+ 0.080	428	47	1.1	0.7	0.168	298.4		
									- 0.0010	+ 0.174	425	85	0.3	0.2				
									+ 0.0053	+ 0.163	428	43	1.2	1.2				
									+ 0.0040	+ 0.165			1.5	1.4				
326	9.8	9	8.38	40	0	30.5	3.28	3.28	- 0.0087	- 0.015	425	—	1.0	1.1	0.127	268.2		
									- 0.0124	+ 0.007	429	—	1.1	1.1				
									- 0.0106	- 0.004			2.1	2.2				
									+ 0.0010	- 0.023	426	114	0.5	0.5				
327	11			9.5	41	26	54	3.28	+ 0.0022	- 0.068	429	44	1.1	1.1	0.058	165.0		
									+ 0.0044	- 0.083	433	5	0.1	0.1				
									+ 0.0020	- 0.056			1.7	1.7				
									- 0.0071	- 0.028	426	107	0.8	0.8				
328	9.4			10.71	42	8	59.5	3.62	- 0.0055	+ 0.003	433	1	0.2	0.3	0.067	256.2		
									- 0.0029	+ 0.033			2.0	2.1				
									- 0.0022	+ 0.037			1.4	1.3				
									- 0.0021	- 0.002	431	31	1.0	1.0				
329	9.8			13.00	43	38	56.4	3.76	+ 0.0065	+ 0.148	428	42	1.2	1.2	0.162	24.7		
									- 0.0214	+ 0.005	425	80	1.1	1.1				
									- 0.0208	+ 0.010	429	38	1.1	1.1				
									- 0.0211	+ 0.008			2.2	2.2				
330	10.6			13.86	40	1	45.6	3.28	- 0.0120	+ 0.080	428	47	1.1	0.7	0.168	298.4		
									- 0.0010	+ 0.174	425	85	0.3	0.2				
									+ 0.0053	+ 0.163	428	43	1.2	1.2				
									+ 0.0040	+ 0.165			1.5	1.4				
331	9.4			23.12	39	3	9.5	3.28	- 0.0087	- 0.015	425	—	1.0	1.1	0.127	268.2		
									- 0.0124	+ 0.007	429	—	1.1	1.1				
									- 0.0106	- 0.004			2.1	2.2				
									+ 0.0010	- 0.023	426	114	0.5	0.5				

$\Delta \mu_{\alpha} = - 0.0007.5$  à  $43^{\circ}$ .

N:o	Gr.	$\alpha$			$\delta$			$E$	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$							
		1900.0	h	m	s	1900.0	°								'	"	1890+				
332	10.2	10	9	27.07	42	52	59.5	3.83	+ 0.0012	+ 0.025	426 109	1.0 1.1	0.011	41							
								3.98	+ 0.0014	- 0.002	429 40	1.1 0.9									
									+ 0.0019	- 0.003	433 2	0.3 0.8									
									+ 0.0014	+ 0.008		2.4 2.8									
333	8.2			45.92	46	28	19.8	3.28	+ 0.0031	- 0.026	431 43	1.0 1.0	0.035	137							
334	9.2	10	1.36	45	55	24.6	3.57	+ 0.0087	- 0.162	427 80	0.3 0.2	0.181	166.0								
								+ 0.0039	- 0.183	431 50	1.0 1.0										
								+ 0.0048	- 0.155	434 8	0.3 0.2										
								+ 0.0050	- 0.176		1.6 1.4										
335	8.2		4.59	41	32	31.0	3.88	- 0.0090	- 0.017	427 86	0.8 0.9	0.085	269.3								
							3.90	- 0.0069	+ 0.007	430 51	1.0 1.0										
								- 0.0059	+ 0.005	434 12	0.8 0.9										
								- 0.0072	- 0.001		2.6 2.8										
336	9.0		55.14	45	15	43.6	3.83	+ 0.0004	- 0.036	427 94	0.2 0.5	0.058	226.4								
							3.87	- 0.0048	- 0.050	431 56	1.0 1.0										
								- 0.0030	- 0.032	434 22	1.1 1.1										
								- 0.0032	- 0.040		2.3 2.6										
337	9.6		56.87	45	18	15.9	3.83	+ 0.0084	- 0.034	427 93	0.2 0.5	0.041	144								
							3.87	+ 0.0023	- 0.042	431 55	1.0 1.0										
								+ 0.0027	- 0.024	434 21	1.1 1.1										
								+ 0.0031	- 0.033		2.3 2.6										
338	9.5	11	0.38	45	25	12.6	3.83	+ 0.0017	- 0.089	427 92	0.2 0.5	0.092	206.6								
							3.87	- 0.0044	- 0.072	431 63	1.0 1.0										
								- 0.0030	- 0.087	434 20	1.1 1.1										
								- 0.0032	- 0.082		2.3 2.6										
339	11.0		2.09	45	43	20.5	3.28	- 0.0089	+ 0.032	431 60	1.0 1.0	0.113	291.8								
								- 0.0098	+ 0.053	434 —	0.9 0.9										
								- 0.0093	+ 0.042		1.9 1.9										
								- 0.0154	- 0.063	430 62	1.0 1.0										
340	3.2		4.35	43	24	50.4	3.78	- 0.0142	- 0.076	433 17	1.1 1.1	0.182	247.4								
								- 0.0148	- 0.070		2.1 2.1										
								+ 0.0025	- 0.081	428 62	0.9 0.4										
								+ 0.0048	+ 0.013	428 58	1.2 1.2										
341	8.7		6.76	39	1	0.4	3.28	+ 0.0044	+ 0.062	432 —	0.5 0.5	0.053	59.6								
							342	10.8		8.19	40			10	8.4	3.28	+ 0.0047	+ 0.027		1.7 1.7	
																		- 0.0007	- 0.057	430 63	1.0 0.9
																		+ 0.0013	- 0.061	433 18	1.1 1.1
	+ 0.0003	- 0.059		2.1 2.0																	
343	8.3		12.24	43	8	10.8	3.78	- 0.0054	- 0.025	429 62	1.1 1.1	0.059	183.9								
							3.81	- 0.0106	- 0.061	432 14	0.4 0.3										
								- 0.0036	- 0.048	433 20	0.2 0.2										
								- 0.0064	- 0.035		1.7 1.6										
344	7.5		18.22	41	58	0.0	3.40	- 0.0078	- 0.033	431 62	1.0 1.0	0.090	249.2								
							3.41	- 0.0067	- 0.032	434 26	1.1 1.1										
								- 0.0072	- 0.032		2.1 2.1										
								- 0.0108	- 0.137	431 70	1.0 1.0										
345	7.7		23.75	45	31	4.9	3.78	- 0.0102	- 0.081	433 28	1.1 1.1	0.159	236.8								
								- 0.0114	- 0.087		2.1 2.1										
								- 0.0078	- 0.033	431 62	1.0 1.0										
								- 0.0067	- 0.032	434 26	1.1 1.1										
346	9.5	12	25.70	16	29	30.2	3.28	- 0.0102	- 0.081	433 28	1.1 1.1	0.174	261.1								
							347	6.4		31.39	43			33	2.8	3.78	- 0.0128	- 0.093	430 75	1.0 1.0	
																		- 0.0102	- 0.081	433 28	1.1 1.1
																		- 0.0114	- 0.087		2.1 2.1
	- 0.0142	- 0.027	428 72	1.2 1.2																	

$\Delta \mu_\alpha = - 0.0007.5$  à  $43^\circ$ .

N:o	Gr.	$\alpha$			$\delta$			$E$ 1890+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu(\text{abs.})$	$P$
		1900.0	h m s	o ' "	1900.0	o ' "	1890+							
349	6.0	10 12 16.82	41 33 26.8	3.78	+ 0.0091	- 0.327	430 72	1.0 1.0						
					+ 0.0053	- 0.311	431 40	1.1 1.1						
					+ 0.0073	- 0.319		2.1 2.1	0.326	167.8				
350	10.8	13 16.09	40 53 30.5	3.28	- 0.0009	- 0.098	432 29	1.0 1.0	0.100	190.4				
351	8.6	14 6.60	40 58 59.6	3.28	- 0.0016	- 0.089	428 75	0.3 0.2						
					- 0.0034	- 0.056	429 78	0.2 0.2						
					- 0.0049	- 0.098	432 32	1.0 1.0						
					- 0.0040	- 0.091		1.5 1.4	0.105	210.2				
352	10.5	21.95	40 17 19.2	3.33 3.38	- 0.0034	- 0.084	428 76	1.1 1.2						
					- 0.0040	- 0.092	432 37	1.0 1.0						
					- 0.0063	- 0.082	435 1	0.1 0.2						
					- 0.0038	- 0.087		2.2 2.4	0.101	210.4				
353	5.4	15 4.51	42 21 7.0	4.10 4.00	- 0.0009	- 0.001	429 83	0.5 0.9						
					+ 0.0009	- 0.003	433 49	1.1 1.1						
					+ 0.0014	- 0.001	436 5	0.7 1.0						
					+ 0.0004	- 0.002		2.3 3.0	0.004	236				
354	8.7	12.75	45 9 52.1	4.10	- 0.0085	- 0.054	431 89	0.3 0.3						
					- 0.0043	- 0.051	434 52	1.1 1.1						
					- 0.0035	- 0.091	438 8	0.4 0.4						
					- 0.0048	- 0.060		1.8 1.8	0.083	224.0				
355	11	15.3	42 31 36	4.31	- 0.0098	- 0.067	433 —	1.1 1.1						
					- 0.0088	- 0.055	436 —	0.8 0.9						
					- 0.0094	- 0.062		1.9 2.0	0.127	240.8				
					+ 0.0005	- 0.052	438 15	1.1 1.1	0.052	183.3				
356	9.5	33.31	46 4 26.3	4.28	+ 0.0057	- 0.082	432 47	1.0 0.9						
357	10.3	40.98	40 5 55.0	3.79 3.84	+ 0.0056	- 0.071	435 7	1.0 1.1						
					+ 0.0057	- 0.076		2.0 2.0	0.095	143.1				
					- 0.0006	- 0.028	434 56	1.1 1.1						
358	9.3	16 4.08	45 27 49.1	4.28	- 0.0004	- 0.090	438 17	1.1 1.1						
					- 0.0005	- 0.059		2.2 2.2	0.061	193.4				
					+ 0.0116	- 0.073	435 18	1.1 1.1	0.144	120.3				
					- 0.0095	- 0.157	432 48	1.0 1.0						
359	10.5	11.94	39 57 18.7	4.35	- 0.0091	- 0.158	436 13	1.1 1.1						
360	5.4	14.17	41 44 15.2	3.81	- 0.0093	- 0.158		2.1 2.1	0.194	215.3				
					- 0.0049	0.000	432 51	0.6 0.3						
					- 0.0054	+ 0.023	433 60	0.7 0.3						
361	4.3	22.55	42 0 8.7	4.04	- 0.0052	+ 0.031	436 12	1.1 1.1						
					- 0.0052	+ 0.024		2.4 1.7	0.069	290.3				
					- 0.0052	- 0.026	433 58	1.1 1.1						
					- 0.0059	- 0.031	437 21	0.8 0.6						
362	6.7	34.97	43 7 17.3	4.31 4.30	- 0.0055	- 0.028		1.9 1.7	0.074	247.6				
					- 0.0012	- 0.017	433 56	1.1 1.1						
					+ 0.0039	- 0.011	437 19	1.1 1.1						
					+ 0.0014	- 0.014		2.2 2.2	0.016	153				
363	10.8	35.59	43 45 3.0	4.31	- 0.0048	+ 0.015	434 66	1.1 1.1						
					- 0.0036	- 0.025	438 20	1.1 1.1						
					- 0.0042	- 0.005		2.2 2.2	0.052	264.5				
364	9.0	56.60	45 45 16.9	4.28	- 0.0006	- 0.022	434 —	0.9 0.6						
					+ 0.0025	- 0.027	437 —	1.1 1.1						
					+ 0.0011	- 0.025		2.0 1.7	0.025	171				

$\Delta \mu_\alpha = - 0.0007.5 \text{ à } 43.$

N:o	Gr.	$\alpha$			$\delta$			$E$ 1890+	$\mu_a$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$
		h	m	s	°	'	"							
366	8.7	10	17	2.69	44	45	55.9	4.31	+ 0.0034	— 0.025	434 71	1.1 1.1	"	"
									+ 0.0048	— 0.034	437 23	1.1 1.0		
									+ 0.0041	— 0.029		2.2 2.1	0.045	130
367	8.4		12	9.5	41	53	41.2	4.31	+ 0.0037	— 0.107	434 70	1.1 1.1		
								4.30	+ 0.0062	— 0.102	437 27	0.8 0.6		
									+ 0.0047	— 0.105		1.9 1.7	0.113	158.2
368	8.5	18	9	3.4	41	4	17.7	3.79	+ 0.0009	— 0.085	432 68	1.0 1.0		
								3.64	— 0.0002	— 0.084	436 32	1.0 0.6		
									+ 0.0004	— 0.085		2.0 1.6	0.085	182.7
369	10.7		9	6.6	41	4	12.8	3.79	+ 0.0030	— 0.075	432 67	1.0 1.0		
								3.64	+ 0.0022	— 0.079	436 31	1.0 0.6		
									+ 0.0026	— 0.076		2.0 1.6	0.079	163.9
370	10.6		13	4.1	45	12	37.5	4.28	— 0.0068	— 0.014	434 78	1.1 1.1		
									— 0.0041	— 0.025	438 36	1.1 1.1		
									— 0.0055	— 0.019		2.2 2.2	0.069	253.9
371	10.2		32	3.6	43	33	5.8	4.31	— 0.0067	— 0.160	433 70	1.1 1.1		
									— 0.0048	— 0.161	437 37	1.1 1.1		
									— 0.0058	— 0.160		2.2 2.2	0.175	203.6
372	10.5		34	7.9	40	33	21.2	4.35	— 0.0029	— 0.007	432 79	1.0 1.0		
									— 0.0027	+ 0.007	435 45	1.1 1.1		
									— 0.0028	0.000		2.1 2.1	0.040	270
373	10.1		34	9.2	40	33	24.5	4.35	— 0.0029	— 0.007	432 79	1.0 1.0		
									— 0.0033	0.000	435 44	1.1 1.1		
									— 0.0031	— 0.003		2.1 2.1	0.043	266
374	9.2		35	9.5	41	2	28.5	3.88	— 0.0109	— 0.097	432 75	1.0 1.0		
								3.68	— 0.0119	— 0.148	435 40	0.6 0.2		
									— 0.0115	— 0.106	436 37	0.9 0.5		
									— 0.0114	— 0.106		2.5 1.7	0.173	232.3
375	9.3		38	5.3	41	10	51.6	3.28	— 0.0067	— 0.004	432 74	1.0 1.0	0.084	267.3
376	11.1		39	5.1	42	18	30.1	4.35	+ 0.0030	+ 0.018	433 —	1.0 1.0		
									+ 0.0040	+ 0.005	436 39	1.1 1.1		
									+ 0.0035	+ 0.011		2.1 2.1	0.033	70
377	9.0	19	10	5.4	40	25	8.6	3.87	— 0.0051	+ 0.053	432 83	0.8 0.9		
								3.84	— 0.0031	+ 0.048	435 54	1.1 1.1		
									— 0.0039	+ 0.050		1.9 2.0	0.073	313.3
378	10.9		20	9.4	39	53	34.6	4.35	+ 0.0053	— 0.005	435 57	1.1 1.1	0.053	95.4
379	10.4		23	3.9	39	16	45.4	4.35	+ 0.0012	— 0.044	435 60	1.1 1.1	0.044	172
380	9.3		49	5.7	40	43	46.5	4.06	— 0.0069	— 0.014	432 88	0.5 0.9		
								3.97	— 0.0053	— 0.035	435 63	1.1 1.1		
									— 0.0050	— 0.044	439 8	0.4 0.8		
									— 0.0056	— 0.031		2.0 2.8	0.078	246.7
381	8.8		54	6.0	43	15	3.6	4.32	+ 0.0039	— 0.014	433 78	0.8 1.0		
								4.30	+ 0.0076	+ 0.016	437 47	1.1 1.1		
									+ 0.0027	+ 0.009	440 3	0.7 1.0		
									+ 0.0051	+ 0.004		2.6 3.1	0.048	85
382	9.4	20	3	2.9	45	31	11.1	4.28	— 0.0069	+ 0.012	434 88	0.7 0.8		
									— 0.0048	— 0.038	438 47	1.1 1.1		
									— 0.0056	— 0.017		1.8 1.9	0.069	255.8
383	8.5		28	9.5	46	33	5.0	4.28	— 0.0089	+ 0.046	438 49	1.1 1.1	0.109	294.9

$\Delta \mu_a = -0.0007.5$  à  $43^\circ$ .

N:o	Gr.	$\alpha$ 1900.0	$\delta$ 1900.0	$E$ 1890+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$
		h m s	° ' "		s	"			"	°
381	8.8	10 21 25.06	41 13 53.8	1.33	-0.0010	-0.149	436 71	1.1 1.1		
					-0.0022	-0.172	439 23	1.1 1.1		
					-0.0016	-0.160		2.2 2.2	0.162	189.2
385	10.6	30.09	42 42 15.6	1.33	+0.0017	-0.054	436 71	1.1 1.1		
					+0.0009	-0.042	410 19	1.1 1.1		
					+0.0013	-0.048		2.2 2.2	0.048	173
386	5.0	32.83	42 6 41.1	1.33	-0.0041	-0.099	436 72	1.1 1.1		
					-0.0037	-0.088	410 20	0.7 0.6		
					-0.0041	-0.095		1.8 1.7	0.169	209.2
387	9.1	34.79	46 21 21.5	1.28	-0.0072	-0.029	438 58	1.1 1.1	0.087	250.5
388	6.8	42.59	39 50 33.7	1.35	-0.0075	-0.033	435 79	1.1 1.1	0.100	250.7
389	9.3	45.61	43 28 10.4	1.33	-0.0164	+0.027	437 62	1.1 1.1		
					-0.0172	+0.025	410 24	1.1 1.1		
					-0.0168	+0.026		2.2 2.2	0.194	277.7
390	10.3	50.16	39 12 18.5	1.35	+0.0035	-0.005	435 82	1.1 1.1	0.032	99
391	8.8	22 6.30	39 30 45.1	1.35	+0.0024	-0.015	435 83	1.1 1.1	0.024	128
392	9.2	21.79	39 43 53.2	1.35	-0.0001	+0.095	435 91	1.1 1.1	0.096	354.0
393	8.8	27.80	40 43 18.3	4.33	+0.0013	-0.051	435 85	1.1 1.1		
					+0.0013	-0.059	439 37	1.1 1.1		
					+0.0028	-0.055		2.2 2.2	0.060	156.4
394	9.8	27.84	40 43 26.7	4.33	+0.0050	-0.037	435 86	1.1 1.1		
					+0.0006	-0.058	439 38	1.1 1.1		
					+0.0028	-0.048		2.2 2.2	0.054	153.5
395	11.2	28.65	43 16 47.8	4.33	+0.0048	-0.029	437 73	1.1 1.1		
					+0.0028	-0.047	440 30	1.1 1.1		
					+0.0038	-0.038		2.2 2.2	0.050	139
396	9.2	31.22	43 16 4.4	4.33	-0.0020	-0.011	437 72	1.1 1.1		
					-0.0020	-0.014	440 31	1.1 1.1		
					-0.0020	-0.012		2.2 2.2	0.032	248
397	10.9	39.19	40 4 15.9	4.35	+0.0053	-0.018	435 95	1.1 1.1	0.057	108.4
398	9.7	51.55	45 57 51.6	4.28	-0.0077	+0.025	438 67	1.1 1.1		
					-0.0070	+0.073	441 25	0.7 0.4		
					-0.0071	+0.038		1.8 1.5	0.093	294.1
399	10.7	56.34	46 26 48.4	4.28	0.0161	-0.059	438 66	1.1 1.1	0.181	251.3
400	10.3	23 0.05	40 2 36.3	4.35	+0.0044	-0.016	435 96	1.1 1.1	0.046	110
401	10.8	3.55	43 39 8.4	4.33	-0.0021	-0.054	437 79	1.1 1.1		
					-0.0025	-0.055	440 39	1.1 1.1		
					-0.0023	-0.054		2.2 2.2	0.063	211.4
402	9.3	7.04	41 58 32.8	4.33	-0.0070	-0.096	436 99	1.1 1.1		
				4.31	-0.0070	-0.095	439 42	0.7 0.3		
					-0.0051	-0.152	440 43	0.6 0.2		
					-0.0065	-0.103		2.1 1.6	0.131	218.2
403	9.7	13.20	42 39 35.6	4.33	-0.0124	-0.069	436 97	1.1 1.1		
					-0.0136	-0.052	440 47	1.1 1.1		
					-0.0130	-0.060		2.2 2.2	0.163	248.5
404	8.9	13.54	44 31 24.2	1.32	-0.0029	+0.017	437 75	1.1 1.1		
					-0.0036	-0.020	441 35	1.1 1.1		
					-0.0032	-0.002		2.2 2.2	0.043	267
405	9.0	23.28	40 15 50.7	4.33	+0.0083	-0.070	435 102	1.1 1.1		
					+0.0017	-0.107	439 54	1.1 1.1		
					+0.0050	-0.088		2.2 2.2	0.101	150.4

$\Delta \mu_\alpha = -0.0007.5 \text{ à } 43^\circ.$



N:o	Gr.	$\alpha$ 1900.0	$\delta$ 1900.0	$E$ 1890+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$
		h m s	° ' "		s	"			"	°
406	8.8	10 23 43.32	43 51 16.5	4.33	-0.0054	-0.120	437 89	1.1 1.1		
					-0.0066	-0.143	440 50	1.1 1.0		
					-0.0060	-0.131		2.2 2.1	0.150	209.5
407	8.8	53.96	15 38 28.8	4.29	-0.0075	-0.009	438 76	1.1 1.1		
					-0.0130	+0.016	441 38	1.1 1.1		
					-0.0101	-0.041	445 4	0.2 0.3		
					-0.0103	-0.002		2.4 2.5	0.115	269.0
108	6.6	55.08	46 21 51.8	4.28	-0.0079	-0.029	438 74	1.1 1.1		
					-0.0062	-0.050	445 2	0.2 0.4		
					-0.0076	-0.035		1.3 1.5	0.094	248.1
109	4.7	24 16.10	39 26 13.6	4.35	+0.0033	+0.010	435 111	0.8 1.0	0.032	72
410	9.7	18.38	42 14 36.6	4.32	-0.0006	-0.064	436 102	1.0 1.1		
					-0.0002	-0.061	440 54	1.1 1.1		
					-0.0041	-0.017	443 1	0.2 0.5		
					-0.0007	-0.054		2.3 2.7	0.056	195.5
411	9.6	20.15	12 10 27.2	4.32	-0.0018	+0.014	436 103	1.0 1.1		
					-0.0019	+0.029	440 55	1.1 1.0		
					-0.0049	+0.070	443 2	0.3 0.6		
					-0.0022	+0.032		2.4 2.7	0.046	314
412	8.5	22.58	10 28 17.0	4.32	+0.0110	-0.050	435 110	0.9 1.0		
					+0.0037	-0.065	439 61	1.1 1.1		
					+0.0034	-0.062	442 2	0.1 0.2		
					+0.0068	-0.058		2.1 2.3	0.091	129.7
413	10.9	58.16	10 23 11.0	4.31	+0.0056	-0.143	435 —	0.4 0.9		
					-0.0013	-0.154	439 69	1.1 1.1		
					-0.0019	-0.178	442 6	0.4 0.9		
					0.0000	-0.158		1.9 2.9	0.158	182.9
414	9.4	25 8.34	42 7 37.3	4.32	-0.0012	-0.148	436 107	0.6 1.0		
					-0.0016	-0.162	440 67	1.1 1.0		
					-0.0017	-0.095	443 6	1.0 1.1		
					-0.0015	-0.134		2.7 3.1	0.136	190.6
415	9.6	11.48	43 26 27.2	4.32	-0.0103	-0.051	437 103	0.5 0.7		
					-0.0012	-0.057	440 62	1.1 1.1		
					-0.0039	-0.041	444 10	0.7 0.9		
					-0.0054	-0.050		2.3 2.7	0.084	233.3
416	8.4	15.24	40 56 53.8	4.31	+0.0092	-0.053	435 117	0.2 0.2		
					+0.0042	+0.018	436 —	0.1 0.1		
					+0.0031	-0.026	439 66	1.1 1.1		
					+0.0046	-0.006	442 8	0.2 0.2		
					+0.0042	-0.110	443 7	0.1 0.1		
					+0.0041	-0.029		1.7 1.7	0.049	127
417	11	19.4	39 35 3	4.31	-0.0149	-0.130	442 —	0.6 1.0	0.222	234.2
418	9.1	22.00	44 6 20.4	4.30	-0.0037	+0.030	441 64	1.1 0.8		
					-0.0017	-0.008	444 18	1.0 1.1		
					-0.0027	+0.008		2.1 1.9	0.038	282
419	8.7	24.59	44 48 4.7	4.31	+0.0023	+0.020	437 97	0.3 0.3		
					+0.0041	-0.074	441 68	1.1 1.1		
					+0.0064	-0.015	444 14	0.4 0.4		
					+0.0043	-0.045		1.8 1.8	0.059	139.8

$\Delta \mu_\alpha = -0.0007.5$  à  $43^\circ$ .

N:o	Gr.	$\alpha$			$\delta$			$E$ 1890+	$\mu_{\alpha}$	$\mu_{\delta}$	Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$
		h	m	s	°	'	"							
420	8,8	10 25 29.35	46 3 23.2	4.28	-0.0553	-0.584	438 81	0.5 1.0						
					-0.0585	-0.580	441 65	0.6 0.2						
					-0.0543	-0.607	445 8	1.1 1.1						
					-0.0557	-0.595		2.2 2.3				0.837	221.7	
421	10.3	43.80	44 22 9.6	4.34	-0.0201	-0.039	437 106	0.2 0.5						
					-0.0170	+0.023	441 69	1.1 1.1						
					-0.0133	-0.060	444 15	1.1 1.1						
					-0.0156	-0.022		2.1 2.7				0.177	262.9	
422	9.7	26 31.52	43 53 30.5	4.31	+0.0016	-0.042	440 79	1.1 0.8						
					+0.0026	-0.022	444 28	1.1 1.1						
					+0.0021	-0.030		2.2 1.9				0.034	154	
423	10.1	48.41	40 30 26.7	4.31	-0.0035	-0.001	439 94	1.1 1.1				0.048	269	
424	9.6	50.26	41 13 57.2	4.31	-0.0075	-0.029	439 93	1.1 1.1						
					-0.0077	-0.029	443 17	1.1 1.0						
					-0.0076	-0.029		2.2 2.1				0.097	252.7	
425	9.6	51.14	41 33 13.3	4.31	+0.0048	-0.025	439 89	1.1 1.1						
					+0.0061	-0.010	443 26	1.1 1.1						
					+0.0054	-0.018		2.2 2.2				0.056	108.8	
426	9.8	58.22	40 8 40.4	4.31	+0.0035	+0.024	439 95	1.0 0.8				0.040	53	
427	10.7	59.16	44 44 42.6	4.30	+0.0032	-0.065	441 82	1.1 1.1						
					+0.0040	+0.028	444 32	1.1 1.1						
					+0.0036	-0.018		2.2 2.2				0.035	121	
428	9.4	27 4.32	44 36 21.2	4.30	-0.0040	-0.050	441 83	1.1 1.1						
					-0.0048	-0.017	444 33	1.1 1.1						
					-0.0044	-0.034		2.2 2.2				0.065	238.3	
429	10.9	7.57	39 57 3.4	4.31	-0.0004	-0.040	442 33	1.1 1.1				0.042	197	
430	9.6	16.74	42 26 7.7	4.31	+0.0012	-0.032	440 98	1.1 1.1						
					+0.0043	-0.021	443 28	1.1 1.1						
					+0.0028	-0.026		2.2 2.2				0.034	140	
431	10.4	16.91	40 18 57.5	4.31	-0.0042	+0.031	439 100	1.1 1.1						
					-0.0018	+0.012	442 31	1.1 1.1						
					-0.0030	+0.022		2.2 2.2				0.047	298	
432	4.0	24.13	40 56 25.1	4.31	-0.0131	-0.015	439 97	1.1 1.1						
					-0.0114	+0.014	442 38	0.7 0.5						
					-0.0124	-0.006		1.8 1.6				0.149	267.7	
433	8.5	32.49	43 30 49.7	4.31	+0.0054	-0.062	440 96	1.1 1.1						
					+0.0054	-0.066	444 45	1.1 1.1						
					+0.0054	-0.064		2.2 2.2				0.081	112.0	
434	10.4	28 54.21	41 33 46.8	4.31	-0.0049	+0.001	439 107	1.0 1.1						
					-0.0057	-0.003	443 40	1.1 1.1						
					-0.0053	-0.001		2.1 2.2				0.067	269.1	
435	10.6	29 5.90	41 27 57.1	4.31	-0.0058	-0.035	439 112	1.0 1.1						
					-0.0061	-0.050	443 54	1.1 1.1						
					-0.0060	-0.042		2.1 2.2				0.086	240.8	
436	10.6	10.72	42 16 9.5	4.31	-0.0077	+0.002	440 —	0.7 0.7						
					-0.0056	+0.001	443 51	1.1 1.1						
					-0.0064	+0.001		1.8 1.8				0.079	270.8	
437	7.7	15.85	42 25 33.2	4.41	+0.0032	-0.036	440 116	0.8 0.9						
				4.40	+0.0055	-0.008	443 48	1.1 1.1						
					+0.0052	+0.061	447 3	0.2 0.3						
					+0.0046	-0.010		2.1 2.3				0.044	103	

$\Delta \mu_{\alpha} = -0.0007.5$  à  $43^{\circ}$ .

N:o	Gr.	$\alpha$			$E$	$\mu_a$	$\mu_d$	Région et N:o	Poids	$\mu(\text{abs.})$	$P$	
		1900.0	1900.0									1890+
		h m s	° ' "			s	"			"	°	
438	8.8	10 29 24.63	45	19	55.2	4.29	- 0.0006	- 0.055	441 109	1.1 1.1	0.061	220.3
							- 0.0042	- 0.048	445 38	1.1 1.1		
							- 0.0061	- 0.031	448 4	0.4 0.8		
							- 0.0030	- 0.017		2.6 3.0		
439	9.7	32.41	39	2	50.3	4.31	- 0.0076	- 0.116	112 57	1.0 0.5	0.151	219.9
440	6.4	32.83	46	10	14.6	4.28	+ 0.0024	- 0.033	145 41	1.1 1.1	0.037	153
441	10.6	31.93	46	5	0.9	4.28	- 0.0083	- 0.070	445 42	1.1 1.1	0.117	233.3
442	10.7	30 8.32	43	50	28.4	4.31	+ 0.0022	+ 0.098	444 74	1.1 1.1	0.099	9.3
443	10.4	17.69	40	31	2.0	4.30	+ 0.0014	- 0.013	439 131	0.2 0.4	0.043	136
							+ 0.0036	- 0.030	442 61	1.1 1.1		
							+ 0.0036	- 0.039	446 11	0.7 0.9		
							+ 0.0034	- 0.031		2.0 2.4		
444	10.4	31.68	45	10	57.3	4.28	- 0.0003	- 0.214	441 118	0.3 0.8	0.176	207.1
							- 0.0072	- 0.131	445 51	1.1 1.0		
							- 0.0084	- 0.136	448 11	1.1 1.1		
							- 0.0069	- 0.156		2.5 2.9		
445	9.0	44.35	43	52	19.0	4.60	+ 0.0045	- 0.031	440 127	0.1 0.1	0.104	113.1
							+ 0.0084	- 0.047	444 82	1.1 1.1		
							+ 0.0131	- 0.028	447 8	0.5 0.4		
							+ 0.0096	- 0.041		1.7 1.6		
446	9.2	59.25	41	10	0.4	4.30	+ 0.0019	- 0.071	444 84	1.1 1.1	0.070	175.9
							- 0.0001	0.069	448 16	0.6 0.5		
							+ 0.0042	- 0.070		1.7 1.6		
							+ 0.0042	- 0.012	443 76	1.1 1.1		
447	9.2	31 8.61	42	38	50.0	4.77	+ 0.0034	+ 0.048	447 13	1.0 1.0	0.038	63
							+ 0.0038	+ 0.017		2.1 2.1		
							+ 0.0066	- 0.029	443 75	1.1 1.1		
							+ 0.0080	+ 0.017	447 12	1.0 1.0		
448	8.7	10.00	42	38	59.5	4.77	+ 0.0063	- 0.007		2.1 2.1	0.062	96.4
							- 0.0028	+ 0.001	443 80	1.1 1.1		
							- 0.0038	- 0.001	446 15	0.7 0.7		
							- 0.0032	+ 0.002		1.8 1.8		
449	9.5	31.64	41	49	8.7	4.30	- 0.0017	- 0.085	444 88	1.1 1.1	0.044	273
							+ 0.0008	- 0.042	447 14	1.0 1.0		
							- 0.0005	- 0.065		2.1 2.1		
							- 0.0005	+ 0.025	442 71	1.1 1.1		
451	10.8	45.17	40	42	15.0	4.30	- 0.0075	+ 0.010	446 20	1.1 1.1	0.101	280.3
							- 0.0080	+ 0.018		2.2 2.2		
							+ 0.0072	- 0.005	444 87	1.1 1.1		
							+ 0.0055	+ 0.013	448 22	1.1 1.1		
452	9.8	53.07	44	25	31.8	4.29	+ 0.0064	+ 0.004		2.2 2.2	0.060	86.2
							+ 0.0013	+ 0.026	444 89	0.3 0.2		
							+ 0.0004	+ 0.024	445 68	0.9 0.4		
							+ 0.0012	+ 0.021	448 18	1.1 1.1		
453	10.4	32 2.05	45	2	40.1	4.28	+ 0.0009	+ 0.022		2.3 1.7	0.022	3
							+ 0.0073	+ 0.006	442 74	0.7 0.4		
							- 0.0126	- 0.111	443 93	0.4 0.2		
							- 0.0075	- 0.020	446 30	1.1 1.1		
454	7.1	19.75	10	57	24.0	4.30	- 0.0084	- 0.025		2.2 1.7	0.108	256.6

$$\Delta \mu_a = -0.0007.5 \text{ à } 13^\circ.$$

N:o	Gr.	$\alpha$			$\delta$		$E$ 1890+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu(\text{abs.})$	$P$
		h	m	s	°	'							
455	10.3	10 32 20.95	40 57	8.0	4.29	+ 0.0027	- 0.002	442 75	0.7 0.4				
						+ 0.0021	- 0.006	446 29	1.1 1.1				
						+ 0.0023	- 0.005		1.8 1.5	0.020	105		
456	9.3	33 3.29	44 23	17.1	4.29	- 0.0084	- 0.004	444 101	1.1 1.1				
						- 0.0095	+ 0.014	448 31	1.1 1.1				
						- 0.0089	+ 0.005		2.2 2.2	0.101	272.8		
457	10.8	7.92	40 14	3.3	4.30	- 0.0111	- 0.124	442 87	1.1 1.1				
						- 0.0140	- 0.131	446 37	1.1 1.1				
						- 0.0126	- 0.129		2.2 2.2	0.199	229.5		
458	9.3	11.38	46 1	56.2	4.28	- 0.0039	- 0.105	445 71	1.1 1.1				
						- 0.0077	- 0.107	448 32	0.5 0.2				
						- 0.0051	- 0.105		1.6 1.3	0.121	210.2		
459	9.4	17.78	42 18	50.4	4.77	- 0.0052	+ 0.006	443 104	1.1 1.1				
						- 0.0045	+ 0.017	447 28	1.0 1.0				
						- 0.0049	+ 0.011		2.1 2.1	0.063	280.1		
460	9.1	21.76	40 11	21.5	4.29	- 0.0036	- 0.079	442 85	0.9 0.9				
						- 0.0036	- 0.084	446 40	1.1 1.1				
						- 0.0036	- 0.082		2.0 2.0	0.096	210.9		
461	9.2	22.85	39 48	32.4	4.31	+ 0.0027	+ 0.007	442 89	1.1 1.1	0.024	73		
462	9.4	34.06	42 29	6.9	4.77	- 0.0030	- 0.073	443 113	1.1 1.1				
						- 0.0028	- 0.062	447 27	1.0 1.0				
						- 0.0029	- 0.068		2.1 2.1	0.079	210.5		
463	10.5	46.04	39 55	31.2	4.31	- 0.0026	- 0.041	442 92	1.1 1.1	0.056	222.8		
464	9.8	54.12	45 11	10.2	4.28	- 0.0091	- 0.113	445 82	0.7 0.6				
						- 0.0083	- 0.125	448 38	1.1 1.1				
						- 0.0110	- 0.083	452 —	0.1 0.1				
						- 0.0087	- 0.119		1.9 1.8	0.155	220.0		
465	10.3	31 11.68	43 38	19.9	4.73	- 0.0041	- 0.006	444 119	1.1 1.1				
					4.69	- 0.0017	+ 0.022	447 37	1.0 1.0				
						- 0.0057	- 0.013	451 1	0.2 0.4				
						- 0.0032	+ 0.004		2.3 2.5	0.042	275		
466	9.6	11.30	39 46	29.2	4.31	+ 0.0007	- 0.026	442 96	1.0 1.1	0.026	180		
467	8.7	28.59	40 38	35.3	4.30	- 0.0133	- 0.096	442 100	0.6 0.7				
						- 0.0127	- 0.096	446 47	1.1 1.1				
						- 0.0131	- 0.081	449 2	0.2 0.2				
						- 0.0129	- 0.094		1.9 2.0	0.182	238.9		
468	9.8	38.49	44 59	39.2	4.28	+ 0.0082	+ 0.037	444 115	0.2 0.2				
						+ 0.0025	+ 0.050	445 84	0.2 0.2				
						+ 0.0068	+ 0.037	448 41	1.1 1.1				
						+ 0.0030	+ 0.015	451 2	0.1 0.1				
						+ 0.0038	- 0.009	452 2	0.1 0.1				
						+ 0.0061	+ 0.035		1.7 1.7	0.066	58.0		
469	7.7	41.99	42 40	24.8	4.85	- 0.0002	+ 0.033	443 119	0.4 0.6				
					4.82	- 0.0014	+ 0.016	447 39	1.0 1.0				
						+ 0.0004	+ 0.020	450 3	0.3 0.4				
						- 0.0008	+ 0.022		1.7 2.0	0.028	322		
470	10.2	52.90	40 2	51.7	4.30	+ 0.0061	- 0.020	442 105	0.6 1.0				
					4.31	+ 0.0032	- 0.044	446 49	1.0 0.6				
						+ 0.0061	- 0.033	449 4	0.4 0.8				
						+ 0.0046	- 0.030		2.0 2.1	0.051	123.7		

$\Delta \mu_\alpha = - 0.0007.5$  à  $43^\circ$ .

N:o	Gr.	$\alpha$ 1900.0	$\delta$ 1900.0	$E$ 1890+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$
		h m s	° ' "		s	"			"	°
471	9.3	10 34 58.18	46 36 18.6	4.28	+ 0.0064	- 0.041	445 85	0.6 0.8		
					+ 0.0060	0.018	452 3	0.6 0.8		
					+ 0.0062	- 0.030		1.2 1.6	0.064	118.2
472	9.1	35 29.19	41 32 0.0	4.28	- 0.0003	+ 0.070	444 121	0.3 0.6		
					+ 0.0015	+ 0.094	448 51	1.1 1.1		
					- 0.0020	+ 0.075	451 4	0.9 1.1		
					- 0.0001	+ 0.081		2.3 2.8	0.082	353.0
473	10.1	36.26	42 17 15.6	4.74	- 0.0066	- 0.033	443 127	0.2 0.4		
				1.70	- 0.0075	- 0.054	147 43	1.0 1.0		
					- 0.0056	- 0.030	450 11	1.0 1.1		
					- 0.0066	- 0.040		2.2 2.5	0.090	243.7
474	8.9	41.47	40 7 21.5	4.30	- 0.0050	- 0.037	446 61	1.1 1.0		
					- 0.0044	- 0.044	449 12	1.0 1.1		
					- 0.0047	- 0.041		2.1 2.1	0.074	236.1
475	9.4	51.25	44 28 33.0	4.28	- 0.0043	- 0.034	444 124	0.2 0.4		
					- 0.0031	- 0.005	448 52	1.1 1.1		
					- 0.0030	+ 0.016	451 8	1.1 1.1		
					- 0.0032	- 0.001		2.4 2.6	0.043	269
476	8.6	36 12.48	46 22 11.2	4.28	+ 0.0013	- 0.001	452 12	1.1 1.1	0.005	101
477	10.2	44.13	42 38 49.2	1.76	- 0.0141	- 0.033	447 49	1.0 1.0		
					- 0.0123	- 0.019	450 18	1.1 1.1		
					- 0.0132	- 0.026		2.1 2.1	0.156	260.4
478	10.0	50.93	44 58 37.6	4.28	- 0.0034	+ 0.033	448 60	1.1 1.1		
					- 0.0091	+ 0.010	451 15	0.6 0.3		
					- 0.0074	- 0.002	452 17	0.5 0.3		
					- 0.0063	+ 0.023		2.2 1.7	0.077	287.3
479	10.1	55.24	40 57 54.0	4.30	+ 0.0005	+ 0.086	446 73	1.1 1.1		
					- 0.0006	+ 0.054	449 19	0.5 0.4		
					+ 0.0026	+ 0.065	450 —	0.3 0.2		
					+ 0.0005	+ 0.076		1.9 1.7 <sup>9</sup>	0.076	358.5
480	10.4	55.71	45 35 20.2	4.28	+ 0.0036	- 0.088	448 62	1.1 1.1		
					+ 0.0026	- 0.085	452 15	1.1 1.1		
					+ 0.0031	- 0.086		2.2 2.2	0.090	163.8
481	10.8	37 24.95	42 10 11.1	4.28	+ 0.0062	- 0.006	450 28	1.1 1.1	0.061	95.6
482	6.3	40.60	46 43 46.0	4.28	- 0.0250	- 0.060	452 22	1.1 1.1	0.272	257.3
483	10.1	47.30	39 16 6.5	4.32	- 0.0011	- 0.053	449 23	1.1 1.1	0.057	201.6
484	10.6	50.86	40 5 3.8	4.31	+ 0.0014	+ 0.003	446 82	0.7 0.4		
					+ 0.0047	- 0.035	449 29	1.1 1.1		
					+ 0.0034	- 0.025		1.8 1.5	0.040	129
485	10.3	54.93	40 30 49.4	4.30	+ 0.0029	+ 0.011	446 81	1.1 1.1		
					+ 0.0056	- 0.009	449 28	1.1 1.1		
					+ 0.0042	+ 0.001		2.2 2.2	0.040	89
486	8.0	59.51	42 53 54.3	4.78	- 0.0052	- 0.029	447 53	1.0 1.0		
				4.88	- 0.0025	+ 0.001	450 29	1.0 0.7		
					- 0.0038	- 0.017		2.0 1.7	0.053	251.2
487	9.6	38 2.09	45 9 58.7	4.28	+ 0.0075	- 0.052	448 68	1.1 1.1		
					+ 0.0054	- 0.058	452 23	1.1 1.0		
					+ 0.0064	- 0.055		2.2 2.1	0.081	132.5
488	9.5	3.64	40 12 5.5	4.30	- 0.0057	+ 0.040	446 89	1.1 1.1		
					- 0.0055	+ 0.007	449 27	1.1 1.1		
					- 0.0056	+ 0.024		2.2 2.2	0.076	288.4

$$A \mu_\alpha = -0.0007.5 \text{ à } 43^\circ.$$

N:o	Gr.	$\alpha$			$\delta$			$E$ 1890+	$\mu_a$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$
		h	m	s	°	'	"							
489	8.5	10 38	3.81	46 48	26.8	4.28	+ 0.0009	- 0.147	452 24	1.1 1.0		0.147	172.8	
490	7.4		8.64	46 43	56.8	4.28	- 0.0241	- 0.057	452 25	1.1 1.1		0.264	257.6	
491	7.6		28.37	40 26	37.4	4.30	- 0.0099	+ 0.013	446 91	1.1 1.1				
							- 0.0112	+ 0.003	449 32	1.1 1.1				
							- 0.0106	+ 0.008		2.2 2.2		0.128	273.6	
492	7.8	39 11.89		40 54	23.6	4.31	+ 0.0028	+ 0.027	446 99	1.0 1.1				
						4.30	+ 0.0002	- 0.018	449 37	1.1 0.8				
							+ 0.0014	+ 0.008		2.1 1.9		0.012	48	
493	9.0		24.12	43 19.17.2		4.70	+ 0.0015	- 0.055	447 60	0.9 1.0				
						4.68	+ 0.0039	- 0.057	451 26	1.1 1.1				
							+ 0.0003	- 0.029	454 1	0.3 0.6				
							+ 0.0025	- 0.050		2.3 2.7		0.053	159.2	
494	9.1		26.55	40 6 15.8		4.31	- 0.0111	- 0.032	446 105	0.4 0.4				
							- 0.0090	- 0.091	449 40	1.1 1.1				
							- 0.0126	- 0.074	453 5	0.1 0.1				
							- 0.0098	- 0.075		1.6 1.6		0.141	238.0	
495	8.9		39.01	39 1 56.7		4.32	- 0.0018	+ 0.096	449 44	1.0 0.4		0.100	343.2	
496	8.6		49.86	42 33 52.1		4.55	- 0.0108	- 0.014	447 63	0.5 0.9				
						4.63	- 0.0074	+ 0.023	450 46	1.1 1.1				
							- 0.0087	+ 0.035	454 2	0.4 0.8				
							- 0.0085	+ 0.015		2.0 2.8		0.103	278.4	
497	8.6	40 7.14		43 0 39.5		4.47	- 0.0072	- 0.107	447 64	0.5 1.0				
						68	- 0.0059	- 0.072	450 50	0.8 0.4				
							- 0.0032	- 0.090	451 31	0.8 0.4				
							- 0.0072	- 0.050	454 5	1.0 1.1				
							- 0.0058	- 0.078		3.1 2.9		0.106	222.7	
498	6.8		22.15	40 1 15.8		4.31	- 0.0001	- 0.005	446 113	0.1 0.1				
							- 0.0016	- 0.018	449 47	1.1 1.1				
							- 0.0005	- 0.036	453 16	0.2 0.2				
							- 0.0013	- 0.020		1.1 1.4		0.032	231	
499	9.4		22.50	45 0 52.4		4.59	- 0.0002	+ 0.017	448 80	0.5 1.0				
						4.65	- 0.0048	+ 0.003	451 28	0.8 0.4				
							- 0.0031	+ 0.020	452 45	0.8 0.4				
							- 0.0054	+ 0.017	455 5	1.0 1.1				
							- 0.0039	+ 0.015		3.1 2.9		0.051	287.0	
500	10.8		25.40	41 8 46.9		4.29	+ 0.0069	- 0.095	446 -	0.3 0.6				
							+ 0.0087	- 0.139	450 -	1.1 1.0				
							+ 0.0086	- 0.105	453 14	1.0 1.1				
							+ 0.0084	- 0.115		2.1 2.7		0.144	142.6	
501	9.8		25.46	45 42 29.3		4.55	+ 0.0005	- 0.149	448 77	0.4 0.5				
						4.57	- 0.0010	- 0.162	452 43	1.1 1.1				
							- 0.0038	- 0.140	455 3	0.5 0.6				
							- 0.0014	- 0.153		2.0 2.2		0.155	188.6	
502	10.3		29.96	45 10 54.1		4.67	+ 0.0076	- 0.012	448 79	0.4 0.8				
						4.65	+ 0.0056	+ 0.005	452 48	1.1 1.0				
							- 0.0009	- 0.011	455 4	0.9 1.0				
							+ 0.0035	- 0.006		2.4 2.8		0.030	102	
503	9.6		38.33	42 23 17.6		4.41	- 0.0153	- 0.033	447 66	0.2 0.3				
						4.40	- 0.0097	- 0.015	450 54	1.1 1.1				
							- 0.0097	+ 0.005	454 11	0.7 0.9				
							- 0.0103	- 0.010		2.0 2.3		0.122	265.3	

$\Delta \mu_a = - 0.0007.5$  à  $43^\circ$ .

N:o	Gr.	$\alpha$ 1900.0	$\delta$ 1900.0	$E$ 1890+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu(\text{abs.})$	$P$
		h m s	° ' "		s	"			"	°
504	7.4	10 40 41.43	44 37 47.9	4.66	-0.0083	+0.004	448 82	0.2 0.5		
					-0.0128	-0.015	451 32	1.1 1.1		
					-0.0157	+0.002	455 6	1.0 1.0		
					-0.0137	-0.005		2.3 2.6	0.154	268.1
505	10.1	47.72	40 17 12.9	4.31	-0.0016	+0.020	449 51	1.1 1.1		
					-0.0020	+0.037	453 21	0.6 0.7		
					-0.0017	+0.027		1.7 1.8	0.039	314
506	9.0	59.93	44 21 47.0	4.28	+0.0059	-0.017	450 62	1.1 1.1		
					+0.0059	-0.007	453 25	1.1 1.1		
					+0.0059	-0.012		2.2 2.2	0.059	101.7
507	10.1	41 0.84	40 2 56.1	4.31	+0.0060	-0.010	449 55	1.1 1.1		
					+0.0080	+0.031	453 23	0.4 0.3		
					+0.0065	-0.001		1.5 1.4	0.067	90.9
508	10.0	5.08	43 3 56.0	4.32	-0.0063	-0.060	451 43	1.0 0.6		
				4.33	-0.0084	-0.039	454 15	1.0 1.0		
					-0.0074	-0.047		2.0 1.6	0.101	242.1
509	10.4	15.22	42 29 30.4	4.31	+0.0052	-0.044	450 60	1.1 1.1		
					+0.0039	-0.032	454 16	1.1 1.1		
					+0.0046	-0.038		2.2 2.2	0.057	132.1
510	9.8	18.19	40 40 41.0	4.30	-0.0025	+0.009	449 52	1.1 1.1		
					-0.0028	+0.033	453 27	1.1 1.1		
					-0.0026	+0.021		2.2 2.2	0.043	299
511	9.6	31.25	45 58 9.9	4.55	+0.0052	-0.186	452 57	1.1 1.1		
				4.50	+0.0055	-0.172	455 13	0.4 0.3		
					+0.0053	-0.183		1.5 1.4	0.189	165.6
512	9.7	35.91	42 50 36.7	4.31	+0.0063	-0.033	450 64	1.1 1.0		
					+0.0051	-0.012	454 19	1.1 1.1		
					+0.0057	-0.022		2.2 2.1	0.059	111.8
513	10.5	53.72	41 17 11.3	4.28	-0.0053	-0.014	450 71	1.1 1.1		
					-0.0044	-0.006	453 38	1.1 1.1		
					-0.0048	-0.010		2.2 2.2	0.063	260.8
514	9.6	58.26	46 54 14.6	4.28	+0.0062	+0.006	452 59	1.1 0.7	0.056	83.9
515	10.2	42 38.47	42 30 19.9	4.31	-0.0052	+0.066	450 75	1.1 1.1		
					-0.0058	+0.087	454 26	1.1 1.1		
					-0.0055	+0.076		2.2 2.2	0.103	317.8
516	10.6	40.61	40 29 38.2	4.30	-0.0025	+0.023	449 68	1.1 1.1		
					-0.0048	+0.018	453 45	1.1 1.1		
					-0.0036	+0.020		2.2 2.2	0.054	291.8
517	10.1	46.85	44 31 48.1	4.76	-0.0027	-0.082	451 55	1.1 1.1		
					-0.0014	-0.088	455 18	1.0 1.0		
					-0.0021	-0.085		2.1 2.1	0.090	199.5
518	9.0	59.10	46 18 52.5	4.28	-0.0068	-0.040	452 66	1.1 1.1	0.088	242.9
519	9.6	43 7.13	46 51 17.2	4.28	+0.0018	+0.033	452 63	0.9 0.7	0.034	17
520	7.5	9.21	44 27 25.9	4.76	-0.0020	-0.058	451 56	1.1 1.1		
					-0.0032	-0.065	455 22	1.0 1.0		
					-0.0026	-0.061		2.1 2.1	0.070	209.9
521	10.6	14.51	43 25 56.3	4.31	+0.0065	-0.062	450 61	1.1 1.1		
					+0.0055	-0.029	454 36	1.1 1.1		
					+0.0060	-0.046		2.2 2.2	0.073	128.9

$\Delta \mu_\alpha = -0.0007.5 \text{ à } 43^\circ.$

N:o	Gr.	$\alpha$			$\delta$			$E$ 1890+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$
		h	m	s	°	'	"							
522	9.3	10 43 27.25	44 43 17.1	4.78	s	"								
					-0.0033	-0.017	451 59	1.0 1.0						
					-0.0041	-0.023	455 25	1.0 1.0						
523	9.5	37.12	46 0 22.0	4.28	-0.0037	-0.020		2.0 2.0	0.052	247.4				
					-0.0065	-0.002	452 70	1.1 1.1						
					-0.0076	-0.004	455 —	0.6 0.3						
524	7.2	41.72	41 55 7.6	4.28	-0.0069	-0.002		1.7 1.4	0.079	268.5				
					-0.0054	-0.015	450 90	1.1 1.1						
					-0.0026	-0.030	453 54	1.0 0.8						
525	9.2	55.37	46 21 34.6	4.29	-0.0041	-0.021		2.1 1.9	0.057	248.4				
					+0.0065	-0.034	452 73	1.1 1.1						
					+0.0059	-0.033	459 4	0.2 0.6						
526	9.4	44 3 27	45 57 19.2	4.68 4.49	+0.0064	-0.034		1.3 1.7	0.067	120.3				
					-0.0019	+0.012	452 75	1.1 1.1						
					-0.0019	-0.014	455 27	1.0 0.5						
527	10.0	31.25	43 58 18.2	4.48 4.38	-0.0043	-0.047	459 5	0.3 0.6						
					-0.0022	-0.010		2.4 2.2	0.034	253				
					-0.0047	+0.004	451 66	1.1 1.1						
528	8.6	32.88	43 32 47.7	4.31	-0.0062	+0.018	454 41	0.9 0.4						
					-0.0049	+0.033	455 35	0.6 0.2						
					-0.0038	+0.008	458 5	0.4 0.9						
529	10.4	35.42	41 36 42.2	4.29	-0.0051	+0.010		3.0 2.6	0.064	279.0				
					+0.0038	-0.036	451 68	0.8 1.0						
					+0.0019	-0.014	454 45	1.1 1.1						
530	9.9	36.90	46 0 22.8	4.57 4.41	+0.0003	-0.003	458 7	0.4 0.6						
					+0.0023	-0.020		2.3 2.7	0.026	141				
					-0.0100	-0.019	450 100	0.9 1.1						
531	10.8	44 44.66	39 47 7.6	4.29	-0.0078	-0.033	453 62	1.1 1.1						
					-0.0116	+0.027	457 3	0.3 0.7						
					-0.0092	-0.013		2.3 2.9	0.111	263.3				
532	10.1	49.46	45 58 45.5	4.59 4.41	-0.0056	+0.030	452 76	1.1 1.1						
					-0.0012	-0.002	455 29	0.7 0.3						
					-0.0041	+0.008	459 6	0.8 1.1						
533	10.6	45 6.17	39 36 53.4	4.29	-0.0040	+0.016		2.6 2.5	0.052	282.1				
					+0.0048	+0.005	456 1	0.3 0.7	0.071	263.5				
					+0.0041	-0.047	452 82	1.0 1.1						
534	9.5	19.57	42 3 29.8	4.31 4.30	+0.0063	-0.005	455 30	0.8 0.4						
					+0.0051	-0.007	459 12	0.9 1.1						
					+0.0022	-0.009	449 —	0.3 0.7						
535	10.2	29.62	40 33 54.9	4.29	+0.0018	+0.046	456 2	0.4 0.9						
					+0.0020	+0.022		0.7 1.6	0.027	34				
					-0.0007	-0.048	450 104	0.4 0.8						
535	10.2	29.62	40 33 54.9	4.29	+0.0023	-0.065	453 69	0.5 0.2						
					-0.0014	-0.001	454 48	1.1 0.6						
					-0.0019	-0.022	457 12	1.0 1.1						
535	10.2	29.62	40 33 54.9	4.29	-0.0009	-0.028		3.0 2.7	0.033	213				
					-0.0037	-0.043	449 —	0.2 0.3						
					-0.0014	-0.040	453 77	1.1 1.1						
535	10.2	29.62	40 33 54.9	4.29	-0.0036	-0.021	456 6	0.7 0.8						
					-0.0024	-0.034		2.0 2.2	0.049	226				

$$\Delta \mu_\alpha = -0.0007.5 \text{ à } 43^\circ.$$

N:o	Gr.	$\alpha$			$\delta$			$E$ 1890+	$\mu_a$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$
		h	m	s	°	'	"							
536	8.4	10 45	37.75	42	5 51.9	4.32	— 0.0011	— 0.025	450 107	0.2 0.4				
							— 0.0012	+ 0.009	454 54	1.1 0.8				
							— 0.0005	+ 0.017	457 19	1.1 1.1				
							— 0.0009	+ 0.007		2.4 2.3	0.019	291		
537	10.2		41.97	39	9 48.4	4.29	— 0.0036	+ 0.034	456 15	0.4 0.4	0.060	304.2		
538	8.9		46.93	43	25 2.4	4.32	— 0.0072	— 0.028	451 72	0.2 0.2				
							— 0.0062	— 0.004	454 50	1.1 1.1				
							— 0.0065	— 0.010	457 12	0.9 1.0				
							— 0.0064	— 0.009		2.2 2.3	0.079	263.4		
539	8.6	46	15.32	10	38 25.4	4.29	— 0.0053	— 0.007	453 80	1.1 1.1				
							— 0.0058	— 0.022	456 18	1.0 1.0				
							— 0.0055	— 0.014		2.1 2.1	0.072	258.8		
							+ 0.0018	— 0.106	455 50	1.0 1.0				
540	9.8		26.11	45	26 1.5	4.77	+ 0.0010	— 0.152	459 31	1.1 1.1				
							+ 0.0014	— 0.130		2.1 2.1	0.130	177.7		
							— 0.0027	— 0.018	453 84	1.1 1.1				
							— 0.0025	— 0.013	457 30	0.8 0.8				
541	10.4		28.24	41	12 28.3	4.29	— 0.0026	— 0.016		1.9 1.9	0.040	247.		
							— 0.0055	— 0.056	455 53	1.0 0.9				
							— 0.0040	— 0.078	459 35	1.1 1.1				
							— 0.0047	— 0.068		2.1 2.0	0.088	220.0		
542	8.3	46	41.66	45	49 6.9	4.77	— 0.0050	— 0.025	454 —	0.5 0.3				
							— 0.0015	— 0.083	455 —	0.8 0.4				
							— 0.0055	— 0.030	458 27	1.1 1.1				
							— 0.0041	— 0.041		2.4 1.8	0.066	231.7		
544	9.2		57.59	39	45 46.1	4.29	+ 0.0049	— 0.051	456 29	1.1 1.1	0.070	136.7		
545	7.2	47	1.71	40	42 13.0	4.29	— 0.0054	— 0.061	453 93	1.1 1.1				
							— 0.0067	— 0.051	456 25	1.1 1.1				
							— 0.0060	— 0.056		2.2 2.2	0.094	233.6		
							+ 0.0044	— 0.012	455 55	1.0 1.0				
546	9.5		8.99	45	37 6.0	4.77	+ 0.0056	— 0.059	459 42	1.1 1.1				
							+ 0.0050	— 0.037		2.1 2.1	0.058	130.0		
							+ 0.0030	— 0.031	455 54	1.0 1.0				
							+ 0.0044	— 0.063	459 41	1.1 1.1				
547	10.4		12.13	45	36 30.2	4.77	+ 0.0037	— 0.048		2.1 2.1	0.057	147.2		
							— 0.0060	+ 0.015	458 —	1.1 1.1	0.074	281.8		
							— 0.0084	— 0.043	455 62	1.0 1.0				
							— 0.0073	— 0.022	458 32	1.1 1.1				
548	11		19.8	44	16 32	4.29	— 0.0078	— 0.032		2.1 2.1	0.097	250.8		
							— 0.0040	— 0.045	454 65	1.1 1.1				
							— 0.0023	— 0.039	458 34	1.1 1.1				
							— 0.0032	— 0.042		2.2 2.2	0.059	225.0		
549	8.6		26.92	44	17 9.5	4.76	— 0.0027	— 0.048	455 64	1.0 1.0				
							— 0.0033	— 0.012	458 36	0.8 0.4				
							— 0.0098	— 0.039	459 51	0.4 0.2				
							— 0.0042	— 0.038		2.2 1.6	0.064	233.8		
550	9.2		35.20	43	29 16.1	4.32	+ 0.0049	+ 0.044	456 33	1.1 1.1	0.065	47.5		
551	9.9		45.21	44	57 58.5	4.74	+ 0.0023	+ 0.003	454 72	1.1 1.1				
							+ 0.0042	+ 0.009	458 45	1.1 1.1				
							+ 0.0023	+ 0.003		2.2 2.2	0.029	78		
							+ 0.0032	+ 0.006						

$\Delta \mu_a = -0.0007.5$  à  $43^\circ$ .

N:o	Gr.	$\alpha$			$\delta$			$E$ 1890+	$\mu_{\alpha}$	$\mu_{\delta}$	Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$
		h	m	s	°	'	"							
554	9.4	10 48 15.12	13 46 38.1	4.32	-0.0023	+0.007	454 71	1.0 0.9						
					-0.0018	+0.012	458 44	1.1 1.1						
					-0.0020	+0.010		2.1 2.0				0.032	288	
555	9.1	25.44	40 2 59.4	4.29	-0.0191	-0.033	453 107	0.5 0.1						
					-0.0170	-0.024	456 34	1.1 1.1						
					-0.0177	-0.026		1.6 1.5				0.212	263.0	
556	10.0	27.08	45 18 27.3	4.77	-0.0005	-0.011	455 66	1.0 1.0						
					-0.0069	+0.032	459 57	1.1 1.1						
					-0.0039	+0.012		2.1 2.1				0.050	284	
557	8.6	44.74	43 4 39.0	4.32	-0.0048	-0.006	454 75	1.1 1.1						
				4.33	-0.0032	-0.012	458 54	1.0 0.6						
					-0.0040	-0.008		2.1 1.7				0.053	261.3	
558	9.1	48.14	39 11 40.7	4.29	-0.0064	-0.077	456 45	1.1 1.0				0.112	226.8	
559	7.0	52.60	41 52 10.6	4.29	-0.0059	+0.028	453 110	0.5 0.4						
					-0.0078	+0.057	457 61	1.1 1.1						
					-0.0072	+0.049		1.6 1.5				0.101	299.1	
560	9.4	49 2.05	41 11 55.0	4.29	-0.0074	+0.017	453 116	1.1 1.1						
					-0.0064	+0.019	457 65	1.1 1.0						
					-0.0069	+0.018		2.2 2.1				0.088	281.8	
561	7.8	41.41	41 59 31.6	4.30	-0.0002	+0.003	453 121	0.2 0.2						
					-0.0041	+0.076	454 86	0.2 0.2						
					-0.0009	+0.031	457 71	1.0 1.0						
					-0.0049	+0.031	460 3	0.1 0.1						
					-0.0028	+0.014	461 9	0.1 0.1						
					-0.0016	+0.032		1.6 1.6				0.041	321	
562	9.4	43.20	47 1 22.1	4.30	-0.0063	+0.013	459 72	0.7 0.3				0.073	280.2	
563	10.7	52.26	46 17 35.7	4.30	-0.0033	-0.085	459 74	1.1 1.1				0.095	206.3	
564	9.1	56.70	43 20 55.6	4.31	-0.0052	-0.035	454 84	0.6 1.0						
				4.32	-0.0038	-0.023	458 72	1.1 1.1						
					-0.0040	+0.011	461 6	0.6 1.0						
					-0.0042	-0.016		2.3 3.1				0.056	253.5	
565	8.7	50 2.38	43 0 40.9	4.31	+0.0059	+0.025	454 90	0.8 1.1						
				4.32	+0.0069	+0.009	457 73	0.8 0.3						
					+0.0068	+0.019	458 75	0.8 0.3						
					+0.0055	+0.057	461 12	0.8 1.1						
					+0.0063	+0.035		3.2 2.8				0.070	60.1	
566	9.8	2.66	39 0 50.9	4.29	-0.0164	+0.038	456 55	0.8 0.3				0.204	280.7	
567	9.8	5.86	45 40 5.2	4.54	-0.0067	-0.101	455 77	0.5 0.6						
				4.56	-0.0105	-0.083	459 81	1.1 1.1						
					-0.0066	-0.012	462 11	0.3 0.3						
					-0.0089	-0.078		1.9 2.0				0.128	232.3	
568	8.9	10.42	41 58 41.1	4.30	-0.0057	-0.095	453 126	0.1 0.1						
					-0.0082	-0.010	454 91	0.1 0.1						
					-0.0070	-0.079	457 75	1.1 1.1						
					-0.0116	-0.066	460 4	0.2 0.2						
					-0.0092	-0.068	461 13	0.1 0.1						
					-0.0077	-0.073		1.6 1.6				0.118	231.8	
569	11	22.9	40 44 8	4.29	+0.0043	-0.076	456 —	1.1 1.1				0.086	151.6	

$\Delta \mu = -0.0007.5$  à  $43^{\circ}$ .

N:o	Gr.	$\alpha$ 1900.0	$\delta$ 1900.0	$E$ 1890+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$
		h m s	° ' "		s	"			"	°
570	10.6	10 50 27.05	44 49 6.6	4.30	-0.0043	-0.020	455 —	0.7 0.9	"	"
					-0.0068	-0.005	458 69	1.1 1.0		
					-0.0010	+0.034	462 19	0.5 0.5		
					-0.0046	-0.025		2.3 2.4	0.062	246.3
571	9.4	30.24	43 12 52.9	4.31	+0.0070	-0.184	454 93	0.4 0.7		
					+0.0068	-0.164	458 81	1.1 1.1		
					+0.0058	-0.132	461 17	1.0 1.1		
					+0.0064	-0.157		2.5 2.9	0.169	158.5
572	6.0	32.32	42 32 40.1	4.30	-0.0009	-0.072	454 94	0.3 0.6		
				4.31	+0.0039	-0.102	457 77	1.1 1.1		
					+0.0000	-0.086	461 19	0.9 1.1		
					+0.0017	-0.089		2.3 2.8	0.090	172.3
573	9.0	51 9.85	40 30 28.4	4.30	-0.0035	-0.066	456 64	1.1 1.1		
					-0.0041	-0.053	460 14	1.0 1.1		
					-0.0038	-0.060		2.1 2.2	0.079	219.9
574	10.8	10.16	46 26 33.9	4.30	-0.0029	-0.139	459 92	1.1 1.1	0.144	195.7
575	11.0	11.01	39 48 32.2	4.29	-0.0059	-0.009	456 67	1.1 1.1	0.076	263.2
576	9.3	14.54	41 2 52.5	4.30	-0.0069	-0.100	456 62	0.3 0.2		
					-0.0058	-0.104	457 87	0.7 0.5		
					-0.0076	-0.094	460 12	1.1 1.1		
					-0.0069	-0.097		2.1 1.8	0.129	221.3
577	9.4	22.42	46 41 35.0	4.30	-0.0080	+0.017	459 91	1.1 1.1	0.092	280.7
578	9.0	25.10	42 25 36.8	4.30	-0.0610	-0.284	457 90	1.1 1.1		
					-0.0621	-0.277	461 23	1.1 1.1		
					-0.0615	-0.281		2.2 2.2	0.745	247.8
579	6.8	26.77	41 53 13.0	4.30	-0.0068	-0.076	457 93	1.1 1.1		
					-0.0089	-0.066	460 11	0.6 0.5		
					-0.0075	-0.073		1.7 1.6	0.117	231.6
580	9.6	34.30	42 49 18.9	4.30	+0.0038	-0.034	457 88	1.1 1.0		
					+0.0030	-0.007	461 21	1.1 1.1		
					+0.0034	-0.020		2.2 2.1	0.035	125
581	8.0	36.30	44 28 15.2	4.29	-0.0058	+0.012	458 88	1.1 1.1		
					+0.0013	+0.012	462 28	0.5 0.5		
					-0.0036	+0.012		1.6 1.6	0.048	285
582	8.8	38.93	42 18 37.9	4.30	+0.0038	+0.036	457 91	1.1 1.1		
					+0.0012	+0.052	461 24	1.1 1.1		
					+0.0025	+0.044		2.2 2.2	0.048	24
583	9.6	41.92	42 17 51.2	4.31	+0.0009	-0.004	461 25	1.1 1.1	0.004	153
584	9.6	42.03	46 23 58.5	4.30	-0.0100	-0.049	459 99	1.1 1.1	0.121	246.2
585	9.6	46.95	44 26 3.1	4.29	+0.0011	+0.041	458 89	1.1 1.1		
					+0.0065	+0.040	462 33	0.5 0.5		
					+0.0028	+0.041		1.6 1.6	0.047	28
586	9.8	52 0.53	40 0 57.7	4.30	-0.0012	-0.030	456 73	1.1 1.1		
					-0.0024	-0.024	460 22	0.4 0.3		
					-0.0015	-0.029		1.5 1.4	0.039	222
587	9.2	10.63	45 16 45.3	4.30	+0.0039	-0.007	459 107	1.1 1.1		
					+0.0085	+0.013	462 36	0.5 0.5		
					+0.0053	+0.000		1.6 1.6	0.048	90
588	10.6	26.68	42 51 55.5	4.30	-0.0002	-0.062	457 99	1.0 0.8		
					+0.0009	-0.040	461 32	1.1 1.1		
					+0.0004	-0.049		2.1 1.9	0.049	185

$$J \mu_\alpha = -0.0007.5 \text{ à } 43^\circ.$$

N:o	Gr.	$\alpha$			$E$ 1896+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$
		h	m	s							
589	8.8	10 52 35.15	39 35 8.8	4.29	-0.0044	+0.039	456 82	1.1 1.1	0.071	303.5	
590	9.5	44.48	42 6 56.3	4.30	+0.0015	-0.006	457 106	1.1 1.1			
					+0.0002	+0.007	461 39	0.9 0.8			
					+0.0009	-0.001		2.0 1.9	0.002	117	
591	9.9	56.31	46 41 41.8	4.30	-0.0009	+0.013	459 113	1.1 1.1	0.022	306	
592	7.8	53 24.85	41 31 5.9	4.30	+0.0206	+0.025	457 112	1.1 1.1			
					+0.0197	+0.042	460 32	1.1 1.1			
					+0.0202	+0.034		2.2 2.2	0.221	81.1	
593	10.0	31.61	46 34 16.8	4.30	+0.0012	-0.012	459 116	1.1 1.1	0.013	162	
594	9.2	34.12	44 21 13.6	4.29	-0.0049	-0.006	458 104	1.1 1.1			
					+0.0026	+0.004	462 53	0.5 0.5			
					-0.0026	-0.003		1.6 1.6	0.035	265	
595	5.0	52.33	40 57 51.5	4.30	-0.0282	+0.033	456 87	0.3 0.2			
					-0.0251	+0.028	457 117	0.2 0.2			
					-0.0288	+0.080	460 35	1.1 1.1			
					-0.0282	+0.067		1.6 1.5	0.334	281.6	
596	9.5	59.66	39 23 33.6	4.29	-0.0015	-0.066	456 91	0.8 0.9	0.071	200.8	
597	8.6	54 0.75	42 41 37.5	4.30	-0.0076	-0.043	457 119	0.8 0.8			
					-0.0090	-0.033	461 46	1.1 1.1			
					-0.0084	-0.037		1.9 1.9	0.107	249.7	
598	10.0	2.96	46 6 18.5	4.47	-0.0069	-0.055	459 126	1.1 1.1			
				4.63	-0.0142	-0.035	466 2	0.2 0.5			
					-0.0080	-0.049		1.3 1.6	0.104	242.0	
599	10.0	5.41	45 41 34.5	4.39	+0.0014	-0.133	459 127	1.1 1.1			
				4.47	+0.0062	-0.039	462 56	0.5 0.5			
					-0.0015	-0.088	466 3	0.2 0.4			
					+0.0026	-0.100		1.8 2.0	0.101	170.3	
600	10.1	13.40	43 42 25.0	4.39	-0.0124	-0.094	458 117	1.1 1.1			
				4.46	-0.0087	-0.097	461 48	1.1 1.1			
					-0.0150	-0.076	465 1	0.2 0.3			
					-0.0109	-0.093		2.4 2.5	0.157	233.8	
601	9.4	14.96	45 19 16.5	4.41	-0.0070	-0.201	459 136	0.8 0.9			
				4.40	-0.0045	-0.201	462 58	0.5 0.5			
					-0.0110	-0.231	466 4	0.2 0.2			
					-0.0067	-0.205		1.5 1.6	0.220	201.1	
602	9.4	20.99	42 8 19.2	4.30	-0.0005	-0.019	457 120	1.0 1.1			
					-0.0013	+0.002	461 52	1.1 1.0			
					-0.0080	-0.032	464 2	0.2 0.5			
					-0.0015	-0.013		2.3 2.6	0.028	242	
603	8.7	26.09	41 52 23.4	4.30	-0.0026	-0.031	457 125	0.9 1.1			
					-0.0019	-0.030	460 37	1.1 0.9			
					-0.0086	-0.015	464 3	0.3 0.6			
					-0.0030	-0.027		2.3 2.6	0.050	237	
604	6.2	30.25	46 3 44.4	4.64	+0.0016	-0.058	459 133	1.1 1.1			
				4.81	-0.0025	-0.022	466 7	0.5 1.0			
					+0.0003	-0.041		1.6 2.1	0.041	186	
605	9.5	32.39	41 39 35.4	4.30	-0.0018	-0.009	457 126	0.9 1.1			
					-0.0009	+0.012	460 38	1.1 1.1			
					-0.0080	+0.021	464 4	0.3 0.6			
					-0.0022	+0.006		2.3 2.8	0.034	280	

$\Delta \mu_\alpha = -0.0007.5 \text{ à } 43^\circ.$

N:o	Gr.	$\alpha$			$\delta$			$E$ 1890+	$\mu_a$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu(\text{abs.})$	$P$
		h	m	s	°	'	"							
606	10.3	10 54	34.36	40 15	33.4	4.30	-0.0039	-0.003	456 94	0.9 1.1	0.033	279		
							-0.0006	+0.006	460 41	1.1 1.1				
							-0.0032	+0.024	463 3	0.2 0.4				
607	9.2	40.22	40 59	49.2	4.31	-0.0022	+0.005		2.2 2.6	0.071	189.7			
						-0.0008	-0.079	456 92	0.2 0.2					
						-0.0011	-0.067	457 127	0.2 0.2					
						+0.0006	-0.066	460 43	1.1 1.1					
						-0.0028	-0.100	463 1	0.1 0.1					
						-0.0049	-0.073	464 5	0.1 0.1					
608	5.3	40.68	43 27	5.7	4.45	-0.0104	-0.130	458 120	0.8 0.9	0.171	219.1			
					4.55	-0.0080	-0.129	461 54	1.1 1.1					
					-0.0107	-0.148	465 3	0.2 0.4						
					-0.0092	-0.133		2.1 2.4						
					-0.0055	-0.059	459 139	0.4 0.4						
609	9.4	47.74	45 8	30.4	4.48	-0.0017	-0.074	462 64	0.5 0.5	0.083	213.8			
						-0.0046	-0.070	466 8	0.3 0.3					
						-0.0037	-0.068		1.2 1.2					
						-0.0062	-0.062	458 119	0.9 1.1					
610	9.9	48.68	43 40	20.7	4.30	-0.0010	-0.080	461 53	1.1 1.1	0.072	214.8			
						-0.0015	-0.029	464 2	0.4 0.9					
						-0.0030	-0.059		2.4 3.1					
						-0.0092	-0.036	457 123	0.6 0.9					
						-0.0092	-0.036	461 56	1.1 1.1					
611	9.8	51.18	42 25	26.1	4.31	-0.0104	-0.046	464 7	0.4 0.8	0.119	250.8			
					4.30	-0.0094	-0.039		2.1 2.8					
					-0.0093	+0.030	456 96	0.4 0.6						
					-0.0060	+0.074	463 6	0.4 0.7						
612	9.8	55 3.65	39 31	56.7	4.31	-0.0076	+0.054		0.8 1.3	0.111	299.1			
						+0.0006	-0.046	459 137	0.5 0.7					
						+0.0048	+0.007	462 69	0.5 0.5					
						+0.0002	-0.017	466 9	0.6 0.7					
						+0.0018	-0.021		1.6 1.9					
613	9.5	5.89	45 26	35.3	4.57	-0.0055	-0.031	456 100	0.4 0.7	0.024	152			
					4.61	-0.0046	+0.004	463 5	0.6 1.0					
					-0.0050	-0.010		1.0 1.7						
614	4.8	14.40	39 44	57.1	4.30	-0.0071	+0.009	459 147	0.2 0.2	0.066	261.3			
						-0.0042	+0.014	462 71	0.5 0.5					
						-0.0024	+0.027	466 15	0.3 0.3					
						-0.0042	+0.017		1.0 1.0					
						-0.0046	-0.033	457 133	0.2 0.2					
615	9.8	21.42	45 5	6.5	4.50	-0.0053	-0.031	461 66	1.1 1.1	0.056	287.8			
						-0.0069	-0.047	464 16	0.6 0.7					
						-0.0057	-0.037		1.9 2.0					
						+0.0070	-0.062	459 142	0.3 0.8					
616	9.5	33.64	42 41	22.6	4.31	+0.0050	-0.054	466 12	1.0 1.0	0.080	242.5			
						+0.0055	-0.058		1.3 1.8					
						+0.0024	+0.027	466 15	0.3 0.3					
617	8.6	39.30	46 12	30.9	5.08	+0.0059	-0.101	461 68	1.0 0.7	0.076	139.8			
					4.90	+0.0062	-0.083	464 18	1.1 1.1					
					+0.0055	-0.058		1.3 1.8						
					+0.0059	-0.101	461 68	1.0 0.7						
					+0.0062	-0.083	464 18	1.1 1.1						
618	8.9	45.87	42 4	38.1	4.32	+0.0061	-0.090		2.1 1.8	0.108	146.7			

$$A \mu_a = -0.0007.5 \text{ à } 13'$$

N:o	Gr.	$\alpha$			$E$	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu(\text{abs.})$	$P$
		1900.0	1900.0								
		h m s	° ' "		s	"					
619	10.2	10 55 47.33	42 46 35.1	4.32	+ 0.0006	+ 0.020	461 64	1.1 1.1	0.023	340	
					- 0.0011	+ 0.025	464 15	0.6 0.6			
620	10.4	52.37	42 46 3.8	4.32	0.0000	+ 0.022		1.7 1.7	0.031	147	
					+ 0.0032	- 0.026	461 65	1.1 1.1			
					+ 0.0006	- 0.027	464 14	0.6 0.6			
621	10.0	56 7.76	41 24 45.1	4.32	+ 0.0023	- 0.026		1.7 1.7	0.026	40	
					+ 0.0046	+ 0.025	460 48	1.1 1.1			
622	8.2	13.27	44 54 4.9	4.63	- 0.0003	+ 0.014	464 23	1.0 1.0	0.006	51	
					+ 0.0023	+ 0.020		2.1 2.1			
					+ 0.0006	- 0.004	462 86	0.5 0.5			
623	8.2	28.79	44 15 41.7	4.80	- 0.0006	+ 0.017	465 10	0.3 0.3	0.145	220.3	
					+ 0.0012	+ 0.004		0.8 0.8			
					- 0.0033	- 0.117	462 91	0.5 0.5			
624	8.1	36.52	44 1 16.8	4.75	- 0.0112	- 0.107	465 15	0.7 0.7	0.139	102.8	
					- 0.0079	- 0.111		1.2 1.2			
					+ 0.0150	- 0.050	461 73	0.6 0.2			
625	10.6	38.29	40 24 41.4	4.31	+ 0.0159	- 0.077	462 92	0.4 0.2	0.042	246	
					+ 0.0105	- 0.013	465 16	0.7 0.7			
					+ 0.0134	- 0.031		1.7 1.1			
626	8.7	46.80	46 45 6.1	5.32	- 0.0026	- 0.017	460 53	1.1 1.1	0.078	270.7	
					- 0.0068	+ 0.001	466 25	0.9 0.8			
627	9.1	47.89	43 50 23.9	4.80	- 0.0009	- 0.009	461 75	1.1 0.9	0.035	248	
					- 0.0044	- 0.019	465 18	0.7 0.7			
					- 0.0023	- 0.013		1.8 1.6			
628	10.5	57.63	40 24 46.4	4.32	- 0.0023	- 0.012	463 16	1.1 1.1	0.036	251	
					- 0.0029	- 0.017	461 80	1.1 1.1			
629	9.0	57 9.91	43 42 19.4	4.80	- 0.0055	- 0.011	465 24	0.7 0.7	0.053	253.6	
					- 0.0039	- 0.015		1.8 1.8			
					- 0.0012	- 0.038	460 61	0.7 0.4			
630	8.7	50.80	41 56 57.8	4.32	- 0.0051	- 0.042	464 35	1.1 1.1	0.063	229.5	
					- 0.0036	- 0.041		1.8 1.5			
					+ 0.0026	- 0.067	461 93	0.9 0.7			
631	9.4	58.30	42 8 25.7	4.32	+ 0.0042	- 0.047	464 34	1.1 1.1	0.063	150.6	
					+ 0.0035	- 0.055		2.0 1.8			
					- 0.0136	- 0.077	462 108	0.5 0.5			
632	7.6	59.89	44 52 13.2	4.80	- 0.0138	- 0.105	465 32	0.7 0.6	0.179	239.1	
					- 0.0137	- 0.092		1.2 1.1			
					- 0.0090	- 0.013	462 105	0.5 0.5			
633	9.1	58 1.33	45 1 26.9	4.85	+ 0.0093	+ 0.029	465 31	0.4 0.2	0.097	98.3	
					+ 0.0107	- 0.043	466 34	0.7 0.3			
					+ 0.0098	- 0.014		1.6 1.0			
634	9.1	22.02	42 52 24.4	4.32	+ 0.0049	- 0.026	461 96	1.1 1.1	0.052	126.5	
					+ 0.0041	- 0.038	464 36	1.1 0.9			
					+ 0.0045	- 0.031		2.2 2.0			
635	10.4	41.98	40 32 45.4	4.32	- 0.0163	- 0.106	460 71	1.1 1.1	0.215	242.2	
					- 0.0156	- 0.094	463 35	1.1 1.1			
					- 0.0160	- 0.100		2.2 2.2			
636	8.6	42.03	41 51 55.1	4.32	+ 0.0068	- 0.044	460 65	0.6 0.5	0.065	136.2	
					+ 0.0037	- 0.048	464 42	1.1 1.1			
					+ 0.0048	- 0.047		1.7 1.6			

$\Delta \mu_\alpha = - 0.0007.5 \text{ à } 43^\circ.$

N:o	Gr.	$\alpha$			$\delta$			$E$ 1890+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poits	$\mu$ (abs.)	$P$
		h	m	s	°	'	"							
637	8.8	10	58	47.00	43	16	46.9	4.80	-0.0042 -0.0071 -0.0053	-0.026 -0.047 -0.034	461 100 465 43	1.1 1.1 0.7 0.7 1.8 1.8	0.074	242.7
638	8.5	19.54	45	41	47.6	4.87	+0.0051 +0.0011 +0.0022	+0.030 -0.028 -0.011	462 121 466 43	0.4 0.4 1.0 1.0 1.4 1.4	0.019	126		
639	9.5	55.64	45	55	38.0	5.03	+0.0030 -0.0024 -0.0015	+0.040 -0.015 -0.006	462 119 466 41	0.2 0.2 1.0 1.0 1.2 1.2	0.024	255		
640	9.8	56.77	42	13	18.9	4.32	-0.0145 -0.0128 -0.0134	-0.175 -0.169 -0.171	461 102 464 39	0.6 0.6 1.1 1.1 1.7 1.7	0.232	222.6		
641	10.6	58.22	41	12	20.4	4.32	+0.0038 +0.0017 +0.0028	+0.016 -0.020 -0.001	460 67 464 44	1.1 1.1 1.1 1.0 2.2 2.1	0.023	92		
642	10.8	58.59	41	12	52.1	4.32	-0.0054 -0.0081 -0.0067	-0.002 -0.051 -0.025	460 66 464 43	1.1 1.1 1.1 1.0 2.2 2.1	0.088	253.4		
643	9.4	59	22	22.22	41	26	5.0	4.42 4.41	+0.0031 +0.0023 +0.0026	-0.004 -0.042 -0.056	460 73 464 48 467 1	0.8 1.0 1.1 1.1 0.2 0.3	0.035	143
644	10.4	17.78	39	13	44.5	4.32	+0.0026 +0.0165 +0.0163	+0.007 -0.160 -0.227	466 45	1.0 1.0 0.3 0.4 1.0 1.0	0.020	70		
645	10.8	51.42	45	33	16.4	4.30	+0.0156 +0.0165 +0.0163	-0.048 -0.160 -0.208	463 46	1.1 1.1 1.0 1.0 1.3 1.4	0.054	332.5		
646	10.1	57.39	46	34	2.8	5.32	+0.0026 +0.0007	+0.007	466 45	1.0 1.0	0.020	70		
647	8.8	11 0 0.92	44	4	59.1	5.72	-0.0167 -0.0117 -0.0127 -0.0124	-0.055 -0.040 -0.064 -0.044	462 142 465 53 469 6	0.1 0.1 0.7 0.7 0.1 0.1 0.9 0.9	0.147	252.5		
648	8.1	6.22	44	50	28.2	6.30 6.40	+0.0004 +0.0050 -0.0013 +0.0017	+0.026 -0.031 -0.004 -0.003	462 140 465 55 469 5	0.4 0.5 0.6 0.5 0.5 0.6 1.5 1.6	0.010	107		
649	9.2	31.88	42	10	0.1	4.54	-0.0170 -0.0127 -0.0150 -0.0137	-0.062 -0.034 -0.038 -0.038	461 112 464 52 468 9	0.2 0.2 1.1 1.1 0.4 0.4 1.7 1.7	0.165	256.7		
650	8.7	32.37	44	2	20.8	5.60 5.46	-0.4130 -0.4140 -0.4060 -0.4121 -0.4089 -0.4089	+0.932 +0.915 +0.919 +0.975 +0.921 +0.929	461 111 462 146 465 58 468 10 469 8	0.2 0.2 0.1 0.1 0.7 0.7 0.2 0.2 0.1 0.1 1.3 1.3	4.513	281.9		
651	7.7	32.73	40	20	7.2	4.60 4.64	-0.0082 -0.0045 -0.0055 -0.0052	-0.035 -0.008 -0.027 -0.017	460 80 463 50 467 5	0.2 0.2 1.1 1.1 0.5 0.6 1.8 1.9	0.069	255.8		
652	9.1	1 25.21	46	13	47.8	5.32	-0.0097 +0.040	+0.040	466 54	1.0 1.0	0.116	290.1		

$\mu_\alpha = -0.0007.5$  à  $43^\circ$ .

N:o	Gr.	$\alpha$			$\delta$			$E$ 1890+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$
		h	m	s	°	'	"							
653	9.1	11	1 32.06	40 57 44.4	4.74	-0.0017	-0.024	463 54	0.9 0.4	0.030	240			
						4.97	-0.0037	+0.017	461 63					0.6 0.2
							-0.0003	-0.018	467 15					1.0 1.0
654	9.3		46.76	42 34 37.8	4.75	-0.0011	-0.015		2.5 1.6	0.045	95			
							+0.0049	-0.007	464 56					1.1 1.1
							+0.0046	-0.001	468 17					1.0 1.0
655	9.7		50.12	39 49 52.6	1.32	+0.0048	-0.001		2.1 2.1	0.082	239.4			
							-0.0055	-0.012	463 59					1.1 1.1
656	9.8		50.29	42 34 13.5	4.75	+0.0034	-0.009	461 55	1.1 1.1	0.027	110			
							+0.0026	-0.008	468 16					1.0 1.0
							+0.0030	-0.009						2.1 2.1
657	10.4		1 50.91	41 33 27.3	4.81	+0.0013	-0.017	464 69	1.1 1.1	0.033	153			
							+0.0030	-0.043	467 12					1.0 1.0
							+0.0021	-0.029						2.1 2.1
658	9.3		58.06	42 55 54.0	4.80	-0.0018	-0.023	464 64	0.9 0.6	0.038	248			
						4.89	-0.0030	-0.008	468 26					1.0 1.0
							-0.0024	-0.014						1.9 1.6
659	10.4		2 21.87	40 44 38.8	4.81	-0.0065	+0.030	463 62	1.1 1.1	0.093	294.1			
							-0.0070	+0.047	467 27					1.0 1.0
							-0.0068	+0.038						2.1 2.1
660	9.4		29.93	40 39 2.2	4.81	+0.0048	-0.044	463 63	1.1 1.1	0.059	130.2			
							+0.0045	-0.032	467 28					1.0 1.0
							+0.0047	-0.038						2.1 2.1
661	8.4		43.32	43 12 16.9	5.21	+0.0037	-0.053	465 74	0.7 0.6	0.040	134			
							+0.0032	-0.013	468 29					1.0 1.0
							+0.0034	-0.028						1.7 1.6
662	9.8		53.12	40 25 38.5	4.81	-0.0042	-0.019	463 67	1.1 1.1	0.059	249.1			
							-0.0039	-0.023	467 33					1.0 1.0
							-0.0041	-0.021						2.1 2.1
663	10.1		3 16.10	39 44 41.4	4.32	+0.0051	+0.012	463 72	1.1 1.1	0.052	76.8			
							-0.0066	-0.075	465 —					0.6 0.4
664	10.8		18.31	43 11 29.4	5.18	-0.0070	+0.003	468 35	1.0 1.0	0.085	257.1			
							-0.0068	-0.019						1.6 1.4
							-0.0069	+0.032	464 78					1.0 1.0
665	9.8		19.38	41 16 47.3	4.83	-0.0026	-0.006	467 37	1.0 1.0	0.061	282.2			
							-0.0048	+0.013						2.0 2.0
							-0.0057	+0.004	464 77					1.1 1.1
666	9.9		22.45	41 32 26.0	4.81	-0.0024	-0.015	467 36	1.0 1.0	0.054	264.7			
							-0.0041	-0.005						2.1 2.1
							-0.0085	-0.038	464 76					1.1 1.1
667	8.5		24.56	41 43 7.0	4.81	-0.0061	-0.072	467 35	1.0 1.0	0.106	239.2			
							-0.0074	-0.054						2.1 2.1
							+0.0053	-0.070	463 73					1.1 1.1
668	10.9		43.97	40 17 22.4	4.32	+0.0064	-0.069	467 —	1.0 1.0	0.092	139.9			
							+0.0058	-0.070						2.1 2.1
							+0.0009	-0.003	465 81					0.7 0.7
669	9.8		54.70	44 8 0.9	7.30	+0.0006	+0.034	469 34	0.6 0.5	0.012	0			
						7.08	+0.0008	+0.012						1.3 1.2
							-0.0031	-0.062	466 68					0.4 0.3
670	4.0	4	2 2.74	45 2 28.6	8.17	-0.0058	-0.029	469 32	0.6 0.6	0.071	235.6			
						8.39	-0.0047	-0.040						1.0 0.9

$\Delta \mu_\alpha = -0.0007.5$  à  $43^\circ$ .

N:o	Gr.	$\alpha$ 1900.0			$\delta$ 1900.0			$E$ 1890+	$\mu$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$		
		h	m	s	°	'	"	s	"							
671	7.2	11	4	2.81	43	44	59.6	5.24	-0.0049	-0.085	465	83	0.7	0.7	0.090	231.3
									-0.0065	-0.043	468	39	1.0	1.0		
									-0.0048	-0.031	472	4	0.2	0.3		
									-0.0057	-0.056			1.9	2.0		
672	8.0			4.32	42	27	36.6	4.77	-0.0133	-0.149	464	84	1.0	1.1	0.227	225.9
								4.75	-0.0145	-0.168	468	44	1.0	1.0		
									-0.0139	-0.158			2.0	2.1		
673	9.4			5.28	43	55	32.7	5.24	-0.0072	-0.064	465	82	0.7	0.7	0.099	252.3
								5.25	-0.0084	+0.011	468	38	0.9	0.6		
									-0.0087	-0.030	472	3	0.2	0.3		
674	10.3			36.80	39	56	34.7	4.32	-0.0130	+0.119	463	77	0.9	1.1	0.197	310.9
									-0.0100	+0.148	470	—	0.3	0.6		
									-0.0122	+0.129			1.2	1.7		
675	9.6			45.91	40	50	53.5	5.10	-0.0075	-0.019	463	75	0.3	0.3	0.018	280
									+0.0008	+0.011	467	47	1.0	1.0		
									+0.0010	-0.004	470	2	0.2	0.2		
									-0.0008	+0.003			1.5	1.5		
676	9.0			48.47	39	12	25.0	4.72	-0.0079	+0.060	463	85	0.3	0.4	0.116	309.0
								4.65	-0.0058	+0.090	470	1	0.2	0.3		
677	7.5	5	2.54	42	58	1.1	5.10		+0.0034	+0.031	464	88	0.2	0.2	0.069	43.2
									+0.0071	-0.032	465	92	0.1	0.1		
									+0.0052	+0.060	468	59	1.0	1.0		
									+0.0037	+0.075	471	6	0.2	0.2		
									+0.0063	+0.038	472	11	0.2	0.2		
									+0.0051	+0.050			1.7	1.7		
678	9.5			19.86	46	43	9.4	5.32	-0.0108	+0.036	466	71	0.4	0.4	0.107	287.9
									-0.0077	+0.031	473	6	0.5	0.5		
									-0.0091	+0.033			0.9	0.9		
679	10.8			28.41	43	12	36.1	5.18	-0.0067	-0.015	468	57	1.0	1.0	0.083	259.6
680	8.4			40.46	42	52	3.9	5.16	-0.0150	-0.103	464	90	0.2	0.2	0.154	238.0
									-0.0097	-0.087	468	63	1.0	1.0		
									-0.0130	-0.059	471	8	0.4	0.4		
									-0.0112	-0.082			1.6	1.6		
681	11.1			50.19	45	58	24.0	5.29	-0.0529	-0.457	468	—	0.7	0.3	0.753	233.8
									-0.0574	-0.440	472	15	1.0	1.0		
									-0.0555	-0.444			1.7	1.3		
682	9.4			52.18	42	22	10.0	5.25	-0.0227	+0.010	468	65	1.0	1.0	0.268	273.2
									-0.0243	+0.020	471	9	0.9	1.0		
									-0.0235	+0.015			1.9	2.0		
683	8.0	6	3.89	43	22	3.9	5.23		-0.0094	-0.250	468	68	1.0	1.0	0.276	203.0
									-0.0089	-0.259	472	18	0.9	0.9		
									-0.0092	-0.254			1.9	1.9		
684	7.2			15.31	43	22	56.2	5.24	-0.0095	-0.267	468	67	1.0	1.0	0.286	203.1
									-0.0096	-0.258	472	17	1.0	1.0		
									-0.0095	-0.263			2.0	2.0		
685	10.9			56.53	43	15	26.4	5.18	+0.0070	-0.006	468	74	1.0	1.0	0.069	95.0
686	9.1	7	5.22	45	38	42.9	7.31		+0.0020	+0.003	469	48	0.6	0.6	0.040	98
									+0.0063	-0.011	473	10	1.0	1.0		
									+0.0047	-0.006			1.6	1.6		

$$I\mu_\alpha = -0.0007.5 \text{ à } 43^\circ.$$

N:o	Gr.	$\alpha$			$\delta$			$E$ 1890+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$
		h	m	s	°	'	"							
687	9.2	11	7	9.97	39	41	38.0	5.31	-0.0064	+0.008	470 13	1.0 1.0	0.082	275.6
688	9.1			15.52	39	53	52.8	5.31	-0.0049	+0.026	470 12	1.0 1.0	0.070	291.8
689	7.8			27.95	46	46	1.3	5.32	-0.0056	-0.027	473 11	1.0 0.9	0.070	247.7
690	10.6			28.19	44	10	49.6	7.19	-0.0106	-0.002	469 53	0.6 0.5		
								7.07	-0.0087	-0.021	472 22	1.0 1.0		
									-0.0094	-0.015		1.6 1.5	0.111	262.2
691	9.7			31.93	40	43	42.6	5.30	-0.0012	+0.007	467 72	1.0 1.0		
									-0.0017	+0.018	470 17	1.0 1.0		
									-0.0014	+0.012		2.0 2.0	0.028	295
692	9.7			33.13	40	43	17.1	5.30	+0.0043	+0.011	467 71	1.0 1.0		
									+0.0038	+0.024	470 16	1.0 1.0		
									+0.0040	+0.018		2.0 2.0	0.042	65
693	10.0			47.46	45	19	16.2	7.31	+0.0025	+0.021	469 52	0.6 0.6		
									+0.0069	-0.011	473 15	1.0 1.0		
									+0.0052	+0.001		1.6 1.6	0.047	89
694	10.7	8	3	7.6	40	49	28.9	5.29	-0.0110	+0.006	467 78	1.0 1.0		
									-0.0115	+0.030	470 —	1.0 0.8		
									-0.0112	+0.017		2.0 1.8	0.136	277.2
695	10.4			24.79	40	52	35.7	5.29	-0.0106	+0.062	467 77	1.0 1.0		
									-0.0136	+0.069	470 —	1.0 0.8		
									-0.0121	+0.065		2.0 1.8	0.159	294.2
696	8.1			26.24	40	31	31.7	5.30	-0.0243	-0.129	467 79	1.0 1.0		
									-0.0259	-0.104	470 20	1.0 1.0		
									-0.0251	-0.116		2.0 2.0	0.316	248.5
697	10.8			48.74	39	53	50.7	5.31	+0.0053	+0.013	470 23	1.0 1.0	0.055	76.5
698	10.6			54.45	39	17	24.8	5.31	+0.0053	-0.062	470 24	1.0 1.0	0.082	139.0
699	10.7	9	3	3.6	45	40	34.1	5.32	-0.0080	+0.032	473 24	1.0 1.0	0.098	289.0
700	8.8			8.75	46	20	43.8	5.32	-0.0101	-0.016	473 19	1.0 1.0	0.114	261.9
701	10.8			9.09	44	43	16.1	7.30	+0.0027	+0.031	469 61	0.6 0.6		
									+0.0026	+0.014	472 35	1.0 1.0		
									-0.0102	+0.027	476 —	0.2 0.5		
									+0.0012	+0.022		1.8 2.1	0.023	15
702	9.2			9.64	40	35	40.4	5.30	-0.0011	+0.001	467 84	0.8 1.0		
									+0.0026	+0.002	470 26	1.0 1.0		
									+0.0010	+0.002		1.8 2.0	0.004	56
703	7.2			11.12	43	52	38.2	5.25	+0.0052	-0.130	468 92	0.5 0.4		
								5.26	+0.0054	-0.131	472 37	1.0 1.0		
									+0.0042	-0.100	475 1	0.2 0.2		
									+0.0052	-0.127		1.7 1.6	0.136	159.3
704	9.9			27.79	45	39	33.0	6.58	-0.0033	+0.066	469 65	0.4 0.4		
								6.65	+0.0009	+0.057	473 23	1.0 1.0		
									-0.0102	+0.072	476 6	0.4 0.4		
									-0.0025	+0.062		1.8 1.8	0.071	331.2
705	7.7			32.50	45	36	28.5	6.71	-0.0026	-0.032	469 66	0.4 0.5		
									-0.0021	-0.068	473 28	1.0 1.0		
									-0.0132	-0.052	476 7	0.4 0.5		
									-0.0047	-0.055		1.8 2.0	0.079	226.0
706	9.3			39.30	43	17	58.2	5.23	-0.0008	+0.028	468 98	0.8 1.0		
								5.22	-0.0008	+0.013	472 42	1.0 1.0		
									-0.0007	+0.019	475 6	0.4 0.7		
									-0.0008	+0.020		2.2 2.7	0.026	321

$$\Delta \mu_\alpha = -0.0007.5 \text{ à } 13^\circ.$$

N:o	Gr.	$\alpha$			$\delta$			$E$ 1899+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$
		h	m	s	°	'	"							
707	8.6	11	9	42.40	45	47	50.2	6.42	-0.0079	-0.057	469 64	0.3 0.3	0.070	232.0
									-0.0013	-0.041	473 27	1.0 1.0		
									-0.0118	-0.038	476 5	0.3 0.4		
									-0.0045	-0.047		1.6 1.7		
708	9.6		51.39	43	31	53.8	5.24	-0.0036	-0.045	468 97	0.5 0.7	0.079	230.7	
								5.23	-0.0048	-0.061	472 41			1.0 1.0
								-0.0066	-0.039	475 5	0.4 0.6			
709	8.1	10	3.97	42	53	5.6	5.24	-0.0048	-0.050		1.9 2.3	0.015	259	
								5.22	+0.0006	-0.004	468 106			0.7 0.9
								-0.0015	0.000	471 39	1.0 0.7			
710	8.4		7.18	45	59	43.8	5.89	-0.0006	-0.003	475 13	0.7 0.9	0.129	288.0	
								-0.0146	+0.046	469 68	0.1 0.1			
								-0.0094	+0.035	473 31	1.0 1.0			
711	9.4		13.00	41	37	8.2	5.31	-0.0175	+0.059	476 9	0.2 0.2	0.021	234	
								-0.0110	+0.040		1.3 1.3			
								-0.0040	-0.033	467 89	0.3 0.4			
712	7.6		18.42	42	59	41.3	5.25	-0.0008	-0.018	470 42	1.0 1.0	0.114	267.5	
								5.21	+0.0014	+0.016	474 4			0.4 0.5
								-0.0099	-0.016	468 103	0.4 0.9			
								-0.0096	+0.006	471 37	0.7 0.3			
713	10.8		19.57	44	44	44.4	5.31	-0.0089	+0.005	472 50	0.7 0.3	0.015	4	
								-0.0102	-0.001	475 10	0.9 1.0			
								-0.0097	-0.005		2.7 2.5			
								-0.0001	+0.083	469	0.3 0.5			
714	8.9		21.71	43	18	43.7	5.23	+0.0051	+0.014	472 43	1.0 1.0	0.070	222.1	
								5.22	-0.0040	-0.019	476 10			0.8 1.0
								-0.0031	-0.053	472 49	1.0 1.0			
								-0.0040	-0.050	475 9	0.8 1.0			
715	8.0		38.25	41	4	34.5	5.32	-0.0036	-0.052		2.2 2.7	0.039	246	
								-0.0023	-0.008	471 45	0.8 0.7			
								-0.0027	-0.022	474 6	0.9 1.0			
716	10.6	11	15.93	45	27	17.3	5.32	-0.0025	-0.016		1.7 1.7	0.070	257.5	
								-0.0018	-0.012	473 34	1.0 1.0			
								-0.0098	-0.018	476 18	1.0 1.0			
717	9.4		27.28	45	18	51.1	5.32	-0.0058	-0.015		2.0 2.0	0.027	325	
								+0.0029	+0.014	473 39	1.0 1.0			
								-0.0044	+0.030	476 19	1.0 1.0			
718	8.7		38.58	41	27	8.8	5.32	-0.0007	+0.022		2.0 2.0	0.018	63	
								+0.0015	-0.003	471 55	1.0 1.0			
								+0.0028	+0.019	474 15	1.0 1.0			
719	9.0		38.69	46	0	56.3	5.32	+0.0022	+0.008		2.0 2.0	0.088	7.2	
								+0.0031	+0.084	473 38	1.0 1.0			
								-0.0026	+0.102	476 20	0.3 0.2			
720	10.6		45.14	14	33	0.7	5.31	+0.0018	+0.087		1.3 1.2	0.086	270.7	
								-0.0054	+0.007	472 60	1.0 1.0			
								-0.0094	-0.006	476 23	1.0 1.0			
								-0.0074	+0.001		2.0 2.0			

$\mu_\alpha = -0.0007.5$  à  $43^\circ$ .

N:o	Gr.	$\alpha$			$\delta$			$E$ 1890+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu(\text{abs.})$	$P$
		h	m	s	°	'	"							
721	9.0	11 11	46.56	39 23 22.6	5.31	-0.0023	-0.029	470 43	1.0 1.0	0.045	229			
722	8.4		47.61	45 13 59.0	5.32	-0.0017	-0.004	473 40	1.0 0.9					
						-0.0085	-0.006	476 21	1.0 1.0					
						-0.0051	-0.005		2.0 1.9	0.062	265.4			
723	8.6		49.19	43 21 10.4	5.24	-0.0058	+0.013	472 63	1.0 1.0					
						-0.0054	-0.002	475 26	1.0 1.0					
						-0.0056	+0.006		2.0 2.0	0.068	275.5			
724	10.2	12	1.45	16 56 25.1	5.32	-0.0056	-0.174	473 41	0.8 0.4	0.186	200.8			
725	9.0		2.79	40 2 22.1	5.31	+0.0036	-0.116	470 41	1.0 1.0					
						+0.0012	-0.112	474 17	0.5 0.4					
						+0.0028	-0.115		1.5 1.4	0.117	167.8			
726	8.5		14.34	41 15 45.5	5.32	+0.0054	+0.014	471 64	1.0 1.0					
						+0.0051	+0.011	474 16	1.0 1.0					
						+0.0052	+0.012		2.0 2.0	0.052	76.8			
727	8.7		18.87	39 5 26.2	5.31	-0.0063	+0.063	470 46	0.8 0.5	0.103	308.0			
728	9.0		20.44	45 32 7.2	5.32	-0.0058	-0.016	473 43	1.0 1.0					
						-0.0112	-0.017	476 26	1.0 1.0					
						-0.0085	-0.016		2.0 2.0	0.098	260.6			
729	7.7		25.15	41 23 0.9	5.32	+0.0035	+0.021	471 63	1.0 1.0					
						+0.0020	+0.003	474 20	1.0 1.0					
						+0.0028	+0.012		2.0 2.0	0.026	62			
730	9.8	12	33.92	41 33 58.6	5.32	-0.0161	+0.008	471 62	1.0 1.0					
						-0.0174	+0.026	474 19	1.0 1.0					
						-0.0168	+0.017		2.0 2.0	0.197	272.7			
731	11		36.9	45 17 40	5.32	+0.0010	-0.003	473 -	1.0 1.0	0.004	135			
732	10.6		37.62	43 15 20.5	5.24	+0.0003	+0.031	472 71	1.0 0.9					
						+0.0035	-0.005	475 32	1.0 1.0					
						+0.0019	+0.012		2.0 1.9	0.018	47			
733	8.6		53.76	46 25 8.0	5.32	-0.0116	-0.226	473 45	1.0 1.0	0.260	209.5			
734	9.8		55.56	41 30 50.6		+0.0015	+0.043	471 67	1.0 1.0					
						+0.0025	+0.046	474 23	1.0 1.0					
						+0.0020	+0.044		2.0 2.0	0.046	18			
735	7.1		57.17	42 51 49.4	5.24	+0.0082	-0.027	471 65	0.8 0.6					
					5.23	+0.0094	-0.037	475 39	1.0 1.0					
						+0.0089	-0.033		1.8 1.6	0.096	110.1			
736	10.9	13	0.69	45 12 26.3	5.32	+0.0040	-0.028	476 32	1.0 1.0	0.043	131			
737	9.0	14	23.67	40 35 44.1	5.31	-0.0037	-0.016	470 50	0.6 0.7					
						-0.0041	-0.033	474 31	1.0 1.0					
						-0.0042	+0.005	477 1	0.2 0.2					
						-0.0040	-0.023		1.8 1.9	0.058	246.5			
738	8.6		30.99	41 51 35.2	5.46	0.0000	-0.028	471 77	0.8 1.0					
					5.53	+0.0003	-0.039	474 29	1.0 0.8					
						-0.0046	-0.073	478 4	0.3 0.5					
						-0.0005	-0.042		2.1 2.3	0.044	198			
739	6.5	15	0.74	45 32 47.6	5.32	-0.0026	-0.018	473 57	0.7 0.8					
						-0.0036	-0.024	476 50	1.0 1.0					
						-0.0037	-0.006	480 9	0.7 0.8					
						-0.0034	-0.017		2.4 2.6	0.047	249			

$A \mu_\alpha = -0.0007.5 \text{ à } 43^\circ.$

N:o	Gr.	$\alpha$ 1900.0			$\delta$ 1900.0			$E$ 1890+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu(\text{abs.})$	$P$
		h	m	s	°	'	"							
740	10.4	11	15	1.88	45	49	8.0	5.32	+ 0.0024	+ 0.007	473 54	0.8 1.0		
									+ 0.0019	+ 0.031	476 48	1.0 0.9		
									- 0.0003	+ 0.009	480 6	0.8 1.0		
									+ 0.0014	+ 0.015		2.6 2.9	0.017	25
741	8.7	2.65	43	56	41.8			5.25	- 0.0010	+ 0.023	472 84	0.7 0.9		
								5.27	+ 0.0021	- 0.021	475 66	0.9 0.5		
									+ 0.0011	+ 0.005	479 6	0.5 0.6		
									+ 0.0008	+ 0.007		2.1 2.0	0.007	8
742	10.5	5.70	45	50	12.5			5.32	+ 0.0060	+ 0.020	473 53	0.7 1.0		
									+ 0.0024	+ 0.025	476 47	1.0 0.9		
									+ 0.0018	+ 0.016	480 5	0.8 1.0		
									+ 0.0032	+ 0.020		2.5 2.9	0.033	52
743	10.5	8.08	45	31	43.2			5.32	- 0.0083	+ 0.044	473 56	0.6 0.7		
									- 0.0047	+ 0.030	476 51	1.0 1.0		
									- 0.0029	+ 0.050	480 7	0.7 0.8		
									- 0.0051	+ 0.040		2.3 2.5	0.073	303.3
744	8.5	14.06	42	22	35.5			5.59	+ 0.0036	+ 0.054	471 80	0.4 0.7		
								5.61	+ 0.0026	+ 0.035	475 72	1.0 1.0		
									+ 0.0004	+ 0.011	478 7	0.6 0.8		
									+ 0.0021	+ 0.033		2.0 2.5	0.036	24
745	9.6	54.12	40	10	10.1			5.31	- 0.0059	+ 0.024	474 43	1.0 0.8		
									- 0.0044	+ 0.033	477 10	0.9 1.0		
									- 0.0052	+ 0.029		1.9 1.8	0.073	293.3
746	6.7	16 7.74	40	58	50.8			5.46	+ 0.0046	- 0.078	474 40	1.0 1.0		
									+ 0.0007	- 0.043	477 15	0.3 0.3		
									+ 0.0060	- 0.101	478 15	0.2 0.2		
									+ 0.0040	- 0.074		1.5 1.5	0.083	153.5
747	10.4	18.68	45	45	50.6			5.32	+ 0.0060	- 0.046	476 64	1.0 1.0		
									+ 0.0037	- 0.060	480 13	1.0 1.0		
									+ 0.0048	- 0.053		2.0 2.0	0.068	140.9
748	10.4	26.54	40	57	28.0			5.43	- 0.0061	+ 0.038	474 48	1.0 1.0		
								5.45	- 0.0100	+ 0.032	477 16	0.5 0.3		
									- 0.0058	- 0.061	478 14	0.2 0.2		
									- 0.0072	+ 0.024		1.7 1.5	0.092	285.1
749	9.7	30.99	42	18	55.5			5.74	+ 0.0018	- 0.008	475 82	1.0 1.0		
									- 0.0008	- 0.019	478 16	0.9 0.9		
									+ 0.0006	- 0.013		1.9 1.9	0.013	184
750	11.2	36.60	43	17	17.0			5.18	+ 0.0061	- 0.008	475 80	1.0 1.0	0.059	97.8
751	10.0	41.72	41	10	28.2			5.72	- 0.0044	+ 0.033	474 47	1.0 1.0		
								5.69	- 0.0037	+ 0.007	478 21	0.6 0.6		
									- 0.0041	+ 0.023		1.6 1.6	0.059	293.1
752	8.8	45.59	41	22	46.4			5.81	+ 0.0047	- 0.041	474 46	1.0 1.0		
									+ 0.0044	- 0.048	478 20	0.9 0.9		
									+ 0.0046	- 0.044		1.9 1.9	0.062	135.7
753	6.0	17 15.29	40	43	26.7			5.31	- 0.0040	- 0.033	474 53	1.0 1.0		
									- 0.0062	+ 0.005	477 26	0.9 1.0		
									- 0.0050	- 0.014		1.9 2.0	0.068	258.0
754	9.0	16.53	44	52	3.2			5.31	- 0.0045	- 0.048	476 73	1.0 1.0		
									- 0.0038	- 0.062	479 22	0.6 0.5		
									- 0.0042	- 0.053		1.6 1.5	0.075	225.0
755	11	17.7	40	44	4			5.32	- 0.0046	- 0.026	474 —	1.0 1.0	0.066	246.9

$$\Delta \mu_\alpha = -0.0007.5 \text{ à } 43^\circ.$$

N:o	Gr.	$\alpha$			$\delta$			$E$ 1890+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$
		h	m	s	°	'	"							
756	10.4	11 17 19.98	45 38 41.1	5.32	+ 0.0061	+ 0.011	476 71	1.0 1.0						
					+ 0.0055	+ 0.019	480 16	1.0 1.0						
					+ 0.0058	+ 0.015		2.0 2.0				0.051	73.9	
757	5.5	20.57	44 1 53.2	5.27	- 0.0023	- 0.057	475 90	0.5 0.3						
				5.28	+ 0.0012	- 0.063	476 78	0.6 0.4						
					0.0000	- 0.019	479 23	0.7 0.7						
					- 0.0002	- 0.039		1.8 1.4				0.040	194	
758	11.0	25.53	42 42 27.4	5.74	- 0.0011	- 0.007	475 92	1.0 1.0						
					- 0.0064	+ 0.031	478 25	0.9 0.9						
					- 0.0036	+ 0.011		1.9 1.9				0.049	283	
759	8.5	44.42	40 44 31.3	5.31	+ 0.0011	- 0.024	474 55	1.0 1.0						
					- 0.0017	+ 0.026	477 28	1.0 0.9						
					- 0.0003	0.000		2.0 1.9				0.012	270	
760	11.0	18 6.70	39 28 39.2	5.31	+ 0.0059	- 0.005	477 31	1.0 1.0				0.060	94.8	
761	8.2	13.59	43 40 17.8	5.24	- 0.0136	- 0.087	475 95	1.0 1.0						
					- 0.0103	- 0.060	479 25	0.7 0.7						
					- 0.0122	- 0.076		1.7 1.7				0.159	241.5	
762	9.1	19 20.55	42 3 23.7	6.04	- 0.0038	- 0.005	475 110	0.3 0.2						
				6.11	- 0.0014	+ 0.006	478 43	0.9 0.9						
					- 0.0020	+ 0.004		1.2 1.1				0.030	278	
763	9.3	27.77	45 30 29.3	5.32	+ 0.0025	- 0.046	476 88	0.8 0.9						
					+ 0.0013	- 0.067	480 26	1.0 1.0						
					- 0.0027	- 0.042	483 2	0.4 0.6						
					+ 0.0010	- 0.053		2.2 2.5				0.053	176.8	
764	10.5	34.97	40 33 13.1	5.31	- 0.0083	+ 0.007	474 —	0.7 0.9						
					- 0.0092	- 0.012	477 39	1.0 1.0						
					- 0.0088	- 0.003		1.7 1.9				0.109	268.4	
765	10.9	46.40	42 38 33.8	5.84	+ 0.0131	- 0.110	475 115	0.7 1.0						
				5.74	+ 0.0090	- 0.080	478 44	0.9 0.9						
					+ 0.0084	- 0.059	482 —	0.5 0.7						
					+ 0.0102	- 0.086		2.1 2.6				0.136	129.3	
766	9.0	48.52	45 13 48.0	5.32	+ 0.0053	+ 0.011	476 90	0.8 1.0						
					+ 0.0035	- 0.003	480 27	1.0 1.0						
					+ 0.0030	- 0.001	483 3	0.6 0.9						
					+ 0.0040	+ 0.002		2.4 2.9				0.034	87	
767	7.7	20 5.08	43 10 43.8	5.27	- 0.0046	+ 0.095	475 117	0.6 0.9						
					- 0.0031	+ 0.083	479 48	0.7 0.6						
					- 0.0081	+ 0.122	482 6	0.7 1.0						
					- 0.0053	+ 0.103		2.0 2.5				0.122	327.3	
768	10.6	14.52	45 15 31.0	5.32	- 0.0047	+ 0.011	476 92	0.5 0.8						
					- 0.0075	- 0.015	480 28	1.0 1.0						
					- 0.0071	+ 0.028	483 4	0.8 1.0						
					- 0.0068	+ 0.008		2.3 2.8				0.079	275.8	
769	10.0	27.26	43 29 20.3	5.29	+ 0.0018	- 0.040	475 121	0.2 0.5						
				5.28	+ 0.0012	- 0.033	479 55	0.7 0.7						
					- 0.0019	- 0.027	482 10	0.8 1.0						
					- 0.0002	- 0.032		1.7 2.2				0.034	197	
770	9.5	48.32	43 46 4.4	5.29	+ 0.0001	+ 0.036	475 120	0.2 0.2						
					+ 0.0036	+ 0.027	479 54	0.7 0.7						
					- 0.0021	+ 0.026	482 9	0.6 0.6						
					+ 0.0009	+ 0.028		1.5 1.5				0.028	2	

$\Delta \mu_\alpha = - 0.0007,5$  à  $43^\circ$ .

N:o	Gr.	$\alpha$			$E$ 1890+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu(\text{abs.})$	$P$			
		h	m	s								°	'	"
771	10.6	11	20	55.14	44	31	25.1	5.30	+ 0.0070 + 0.0053 + 0.0060	- 0.027 - 0.015 - 0.020	479 52 483 16	0.7 0.7 0.9 1.0 1.6 1.7	0.060	109.7
772	10.8	21	1	1.19	42	19	40.3	6.30	+ 0.0041 + 0.0020 + 0.0032	- 0.117 - 0.121 - 0.119	478 50 482 —	0.9 0.9 0.7 0.7 1.6 1.6	0.122	167.2
773	11.0		12.68		40	19	52.8	5.31	- 0.0028	- 0.081	477 50	1.0 1.0	0.090	206.2
774	10.6		14.64		40	19	43.0	5.31	- 0.0015 - 0.0003 - 0.0010	- 0.083 - 0.096 - 0.088	477 49 481 —	1.0 1.0 0.7 0.7 1.7 1.7	0.090	192.8
775	8.4		34.88		39	7	53.7	5.31	+ 0.0155	- 0.105	477 53	1.0 0.8	0.202	121.2
776	10.2		42.58		43	2	18.9	5.53 5.44	- 0.0092 - 0.0050 - 0.0080	- 0.058 - 0.037 - 0.043	478 51 479 69 482 16	0.5 0.2 0.5 0.3 1.0 1.0		
									- 0.0076	- 0.044		2.0 1.5	0.101	244.2
777	7.5	22	10.58		46	50	44.4	5.32	+ 0.0042	- 0.118	480 36	1.0 0.7	0.123	163.4
778	10.4		11.71		40	43	14.9	5.31	- 0.0040 - 0.0023 - 0.0032	+ 0.039 + 0.026 + 0.032	477 54 481 12	1.0 1.0 1.0 1.0 2.0 2.0	0.054	306.1
779	9.9		11.97		46	17	19.6	5.32	- 0.0004	+ 0.009	480 37	1.0 1.0	0.015	308
780	9.1		14.28		40	45	37.7	5.31	- 0.0115 - 0.0084 - 0.0100	- 0.206 - 0.202 - 0.204	477 55 481 11	1.0 1.0 1.0 1.0 2.0 2.0	0.237	210.7
781	10.3		27.94		44	58	34.9	5.32	- 0.0067	- 0.007	483 31	1.0 1.0	0.079	265.0
782	7.4		29.36		45	25	46.0	5.32	+ 0.0035 + 0.0010 + 0.0022	- 0.028 - 0.027 - 0.028	480 44 483 28	1.0 1.0 1.0 1.0 2.0 2.0	0.032	150
783	6.4		30.05		45	6	59.2	5.32	- 0.0091 - 0.0116 - 0.0105	- 0.022 - 0.006 - 0.012	480 45 483 30	0.8 0.6 1.0 1.0 1.8 1.6	0.120	264.2
784	10.0		40.02		40	13	24.4	5.31	- 0.0065 - 0.0061 - 0.0063	+ 0.006 + 0.011 + 0.008	477 65 481 18	1.0 1.0 1.0 0.9 2.0 1.9	0.080	275.7
785	9.6		47.77		47	2	8.2	5.32	+ 0.0069	+ 0.036	480 41	0.3 0.2	0.073	60.3
786	9.4		48.30		45	15	14.4	5.32	+ 0.0022 + 0.0016 + 0.0019	+ 0.011 + 0.022 + 0.016	480 42 483 36	1.0 1.0 1.0 1.0 2.0 2.0	0.020	37
787	7.6	23	3.20		44	31	11.0	5.31	+ 0.0065 + 0.0056 + 0.0060	- 0.088 - 0.102 - 0.096	479 82 483 40	0.7 0.7 1.0 1.0 1.7 1.7	0.111	149.7
788	11.1		3.62		44	49	0.2	5.32	- 0.0008	+ 0.025	483 38	1.0 1.0	0.030	327
789	8.2		3.85		43	21	47.5	5.31	- 0.0042 - 0.0055 - 0.0050	+ 0.030 + 0.022 + 0.025	479 90 482 31	0.7 0.7 1.0 1.0 1.7 1.7	0.067	292.0
790	8.4		23.30		45	42	48.3	5.32	- 0.0059 - 0.0067 - 0.0063	+ 0.056 + 0.086 + 0.071	480 52 483 44	1.0 1.0 1.0 1.0 2.0 2.0	0.103	313.8
791	8.0		25.78		43	20	44.1	5.31	- 0.0013 - 0.0035 - 0.0026	- 0.090 - 0.051 - 0.067	479 94 482 36	0.7 0.7 1.0 1.0 1.7 1.7	0.076	208.7

$\Delta \mu_\alpha = -0.0007.5$  à  $43^\circ$ .

N:o	Gr.	$\alpha$			$\delta$			$E$ 1890+	$\mu_{\alpha}$	$\mu_{\delta}$	Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$	
		h	m	s	°	'	"								s
792	10.0	11	23	29.47	42	11	21.0	5.81	-0.0069	+0.019	478 69	0.9 0.9	0.072	286.9	
									-0.0043	+0.023	482 38	1.0 1.0			
									0.0055	+0.021		1.9 1.9			
793	10.5		39.53		41	31	41.2	5.81	+0.0099	-0.100	478 75	0.9 0.9	0.115	138.5	
									+0.0053	-0.074	481 24	1.0 1.0			
									+0.0075	-0.086		1.9 1.9			
794	1.0		41.15		39	53	16.1	5.31	-0.0012	-0.033	477 71	1.0 1.0	0.039	212	
795	10.4		43.30		43	7	18.9	5.31	-0.0085	-0.005	479 101	0.1 0.3	0.093	268.8	
									-0.0074	-0.001	482 40	1.0 1.0			
									-0.0077	-0.002		1.4 1.3			
796	8.4		52.10		46	35	55.7	5.32	-0.0081	+0.007	480 48	1.0 1.0	0.101	275.1	
									-0.0136	+0.021	487 2	0.2 0.2			
									-0.0090	+0.009		1.2 1.2			
797	10.9		58.06		43	5	51.2	5.32	-0.0028	-0.078	482 41	1.0 1.0	0.087	206.6	
798	8.5	24	0.21		44	0	4.7	5.31	-0.0052	-0.021	479 100	0.7 0.7	0.085	252.2	
									-0.0078	-0.030	482 39	0.6 0.3			
									-0.0071	-0.052	483 53	0.6 0.3			
799	9.8		1.36		16	38	47.4	5.32	-0.0067	-0.026	486 4	0.1 0.2	0.022	355	
									+0.0005	+0.022	487 1	0.2 0.3			
									+0.0022	-0.046	479 98	0.7 0.7			
800	8.4		7.39		14	10	43.9	5.30	+0.0011	-0.065	483 57	1.0 0.9	0.056	171.7	
									+0.0008	-0.042	486 3	0.1 0.2			
									+0.0015	-0.055		1.8 1.8			
801	10.2		12.74		41	2	57.2	5.55	+0.0092	-0.045	478 79	0.3 0.2	0.081	116.2	
									5.48	+0.0065	-0.034	481 31			1.0 1.0
									+0.0071	-0.036		1.3 1.2			
802	10.3		43.22		46	11	31.3	5.32	+0.0023	-0.016	480 58	0.9 1.0	0.016	240	
									-0.0050	+0.003	487 9	0.6 0.8			
									-0.0006	-0.008		1.5 1.8			
803	9.5		48.09		41	48	28.0	5.66	-0.0009	-0.012	478 84	0.7 0.8	0.037	225	
									5.63	-0.0018	-0.051	481 35			1.0 0.9
									-0.0025	-0.012	485 6	0.4 0.8			
804	10.6		48.48		44	55	34.6	5.32	-0.0016	-0.026		2.1 2.5	0.137	203.2	
									-0.0043	-0.126	483 59	1.0 1.0			
									-0.0223	+0.068	479 106	0.5 0.6			
805	6.8	25	5.87		44	7	39.9	5.30	-0.0247	+0.050	483 62	1.0 0.8	0.280	284.0	
									-0.0273	+0.092	486 9	0.4 0.6			
									-0.0246	+0.068		1.9 2.0			
806	5.8		6.68		43	43	19.7	5.30	-0.0031	+0.066	479 107	0.4 0.6	0.093	320.7	
									-0.0052	+0.067	482 48	1.0 1.0			
									-0.0049	+0.087	486 10	0.4 0.6			
807	9.9		10.72		42	36	58.7	5.48	-0.0047	+0.072		1.8 2.2	0.025	72	
									5.55	+0.0015	+0.045	478 85			0.3 0.5
									+0.0024	-0.010	482 52	1.0 1.0			
808	10.0		22.57		41	34	21.1	5.42	+0.0045	+0.007	485 8	0.5 0.6	0.073	276.3	
									5.52	+0.0028	+0.008				1.8 2.1
									-0.0042	+0.026	478 94	0.2 0.5			
									-0.0059	-0.001	481 38	1.0 1.0			
									-0.0060	+0.007	485 12	0.7 0.9			
									-0.0058	+0.008		1.9 2.4			

$\Delta \mu_{\alpha} = -0.0007,5$  à  $43^{\circ}$ .

N:o	Gr.	$\alpha$ 1900.0	$\delta$ 1900.0	$E$ 1890+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$
		h m s	° ' "		s	"			"	°
809	6.0	11 25 25.40	41 50 28.5	5.45	+ 0.0071	- 0.098	178 92	0.3 0.6		
				5.56	+ 0.0110	- 0.131	481 37	1.0 0.9		
					+ 0.0085	- 0.056	485 11	0.9 1.0		
					+ 0.0094	- 0.093		2.2 2.5	0.135	133.3
810	8.3	29.42	43 23 26.7	5.31	- 0.0045	+ 0.001	479 110	0.2 0.1		
				5.30	- 0.0057	- 0.023	482 56	1.0 1.0		
					- 0.0073	- 0.013	486 14	0.4 0.5		
					- 0.0060	- 0.015		1.6 1.9	0.075	258.4
811	10.1	30.82	44 58 25.7	5.32	+ 0.0025	- 0.025	483 65	1.0 1.0		
					- 0.0010	+ 0.029	486 11	0.2 0.2		
					+ 0.0006	- 0.007	487 14	0.2 0.2		
					+ 0.0017	- 0.015		1.4 1.4	0.019	144
812	11	31.8	41 48 8	5.31	- 0.0196	+ 0.013	483 --	1.0 1.0		
					- 0.0251	+ 0.008	486 --	0.6 0.7		
					- 0.0217	+ 0.011		1.6 1.7	0.241	272.6
813	9.9	42.99	42 6 45.0	5.32	- 0.0005	+ 0.019	482 61	1.0 0.8		
					- 0.0016	+ 0.014	485 16	1.0 1.0		
					- 0.0011	+ 0.016		2.0 1.8	0.026	309
814	10.8	19.50	46 31 36.1	5.32	- 0.0096	- 0.035	487 17	1.0 1.0	0.113	252.0
815	9.5	26 15.01	41 3 11.3	5.32	- 0.0125	- 0.020	481 13	1.0 1.0		
					- 0.0161	+ 0.037	481 4	0.2 0.2		
					- 0.0136	- 0.006	485 19	0.5 0.4		
					- 0.0132	- 0.009		1.7 1.6	0.158	266.7
816	10.5	21.29	45 52 12.0	5.32	- 0.0020	- 0.035	483 67	1.0 0.8		
					- 0.0069	- 0.016	487 24	1.0 1.0		
					- 0.0044	- 0.024		2.0 1.8	0.059	246.0
817	7.1	31.12	41 59 19.9	5.32	- 0.0035	+ 0.046	481 47	0.7 0.4		
					- 0.0014	+ 0.053	482 68	0.6 0.3		
					- 0.0033	+ 0.097	485 20	1.0 1.0		
					- 0.0029	+ 0.077		2.3 1.7	0.087	332.5
818	10.8	32.77	46 16 51.6	5.32	- 0.0059	- 0.050	487 23	1.0 1.0	0.086	234.4
819	11.2	50.94	40 11 16.4	5.31	- 0.0115	+ 0.110	481 --	1.0 0.8		
					- 0.0135	+ 0.097	484 11	1.0 1.0		
					- 0.0125	+ 0.103		2.0 1.8	0.183	304.4
820	9.8	51.08	39 30 26.5	5.31	- 0.0073	- 0.014	484 13	1.0 1.0	0.094	261.4
821	8.7	27 9.90	39 37 37.0	5.31	+ 0.0110	- 0.082	484 17	1.0 1.0	0.145	124.6
822	9.0	15.62	42 26 29.6	5.32	- 0.0050	+ 0.010	482 75	1.0 1.0		
					- 0.0047	+ 0.014	485 21	1.0 1.0		
					- 0.0048	+ 0.012		2.0 2.0	0.063	280.9
823	9.1	21.76	45 5 36.3	5.32	- 0.0031	- 0.015	483 74	1.0 1.0		
					- 0.0043	+ 0.012	487 27	0.8 0.5		
					- 0.0036	- 0.006		1.8 1.5	0.047	263
824	10.6	32.19	43 27 31.8	5.31	- 0.0074	- 0.039	482 70	1.0 1.0		
					- 0.0090	+ 0.031	486 23	0.7 0.7		
					- 0.0081	- 0.036		1.7 1.7	0.102	249.2
825	8.0	42.29	39 52 26.4	5.31	+ 0.0032	+ 0.016	484 19	1.0 1.0	0.031	59
826	7.7	50.97	39 24 51.2	5.31	+ 0.0107	- 0.158	484 20	1.0 1.0	0.196	143.7
827	9.2	28 5.43	45 0 28.8	5.32	+ 0.0040	- 0.002	483 78	1.0 1.0		
					+ 0.0039	+ 0.041	486 24	0.4 0.2		
					+ 0.0031	+ 0.036	487 31	0.6 0.3		
					+ 0.0037	+ 0.011		2.0 1.5	0.034	71

$\Delta \mu_\alpha = -0.0007.5$  à  $43^\circ$ .

N:o	Gr.	$\alpha$			$\delta$			$E$ 1890+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$
		h	m	s	°	'	"							
828	10.1	11 28	9.47	42 53	24.6	5.32	- 0.0019	- 0.012	482 80	1.0 1.0	0.050	213		
							- 0.0014	- 0.012	485 34	0.9 0.7				
							0.0017	- 0.042		1.9 1.7				
829	10.9	16.68	43 21	2.2	5.31	0.0080	- 0.019	182 84	1.0 1.0	0.113	276.6			
						- 0.0119	+ 0.058	486 26	0.7 0.7					
						- 0.0096	+ 0.013		1.7 1.7					
830	10.4	50.08	43 54	22.2	5.30	+ 0.0005	- 0.101	482 86	0.5 0.4	0.087	170.7			
						+ 0.0031	- 0.078	486 33	0.7 0.7					
						+ 0.0020	- 0.086		1.2 1.1					
831	8.9	29 1.24	41 31	17.1	5.31	- 0.0044	- 0.006	483 84	1.0 1.0	0.051	265.8			
						- 0.0038	+ 0.001	486 29	0.7 0.7					
						- 0.0059	- 0.008	190 2	0.2 0.2					
832	10.6	18.45	40 43	23.7	5.32	- 0.0042	- 0.004		1.9 1.9	0.643	222.9			
						- 0.0383	- 0.483	481 58	0.8 1.0					
						- 0.0380	- 0.458	484 28	1.0 1.0					
833	9.5	26.60	43 50	17.6	5.30	- 0.0348	- 0.476	488 3	0.2 0.2	0.022	347			
						- 0.0378	- 0.471		2.0 2.2					
						- 0.0008	- 0.012	482 90	0.5 0.5					
834	9.4	28.68	39 35	33.5	5.31	+ 0.0001	+ 0.042	486 7	0.7 0.7	0.039	125			
						+ 0.0069	+ 0.045	489 1	0.1 0.1					
						+ 0.0003	+ 0.021		1.3 1.3					
835	8.8	31.91	41 46	47.0	5.32	+ 0.0034	- 0.022	484 31	1.0 1.0	0.047	251			
						- 0.0020	- 0.007	481 59	0.5 0.6					
						- 0.0039	- 0.016	485 42	1.0 1.0					
836	8.4	37.26	44 10	47.0	5.30	- 0.0024	- 0.026	188 1	0.2 0.3	0.027	135			
						- 0.0032	- 0.015		1.7 1.9					
						+ 0.0022	- 0.021	483 89	0.4 0.4					
837	9.9	44.84	39 13	5.4	5.31	+ 0.0030	- 0.015	486 40	0.7 0.7	0.009	21			
						+ 0.0023	- 0.022	490 3	0.3 0.3					
						+ 0.0026	- 0.019		1.4 1.4					
838	8.6	48.45	42 11	25.1	5.32	+ 0.0009	+ 0.008	484 33	1.0 1.0	0.030	274			
						- 0.0014	+ 0.002	482 94	0.4 0.4					
						- 0.0022	+ 0.006	485 46	1.0 1.0					
839	8.7	30 38.41	16 9	59.1	5.32	- 0.0018	- 0.019	489 5	0.2 0.2	0.047	100			
						- 0.0020	+ 0.002		1.6 1.6					
						+ 0.0052	- 0.008	487 41	1.0 1.0					
840	9.1	51.91	42 12	56.6	5.32	+ 0.0012	- 0.002	485 53	1.0 1.0	0.004	76			
						+ 0.0010	+ 0.007	489 10	0.4 0.4					
						+ 0.0011	+ 0.001		1.4 1.4					
841	8.7	31 2.81	43 15	46.8	5.30	+ 0.0088	- 0.027	486 45	0.7 0.7	0.092	106.5			
						+ 0.0086	- 0.024	489 11	0.7 0.7					
						+ 0.0087	- 0.026		1.4 1.4					
842	8.8	3.33	12 51	50.4	5.32	- 0.0056	- 0.012	485 60	1.0 0.8	0.079	260.5			
						- 0.0073	- 0.015	489 15	0.7 0.7					
						- 0.0063	- 0.013		1.7 1.5					
843	11.1	11.61	39 9	11.2	5.31	- 0.0006	- 0.077	484 43	1.0 0.8	0.079	191.0			
						+ 0.0408	- 0.387	484 42	1.0 1.0					
						+ 0.0059	- 0.052	485 64	1.0 1.0					
844	10.1	17.17	39 45	19.9	5.31	+ 0.0051	- 0.062	489 18	0.7 0.7	0.077	136.6			
						+ 0.0056	- 0.056		1.7 1.7					
						+ 0.0127	- 0.052	487 44	1.0 1.0					
845	8.3	38.16	42 35	30.7	5.32					0.133	113.1			

$\mu_\alpha = -0.0007.5$  à  $43^\circ$ .



N:o	Gr.	$\alpha$ 1900.0	$\delta$ 1900.0	$E$ 1890+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu(\text{abs.})$	$P$
		<sup>h</sup> <sup>m</sup> <sup>s</sup>	<sup>°</sup> <sup>'</sup> <sup>"</sup>		<sup>s</sup>	<sup>"</sup>				
847	8.9	11 31 52.36	41 0 30.7	5.32	-0.0046	+0.040	484 46	0.6 0.3		
					-0.0080	+0.005	485 73	0.6 0.3		
					-0.0067	+0.005	488 16	1.0 1.0		
					-0.0065	+0.012		2.2 1.6	0.083	278.3
848	8.8	52.88	41 39 25.8	5.32	+0.0035	+0.012	485 70	1.0 1.0		
					+0.0045	-0.008	488 14	1.0 1.0		
					+0.0040	+0.002		2.0 2.0	0.037	87
849	8.8	32 21.95	40 41 55.7	5.32	+0.0060	+0.015	484 51	1.0 1.0		
					+0.0048	+0.006	488 23	1.0 1.0		
					+0.0051	+0.010		2.0 2.0	0.051	79.3
850	11.1	29.48	45 51 30.2	5.32	-0.0098	-0.038	487 47	1.0 1.0	0.117	251.0
851	9.2	29.90	42 23 5.0	5.32	+0.0078	-0.183	485 74	1.0 1.0		
					+0.0050	-0.177	489 28	0.7 0.7		
					+0.0066	-0.181		1.7 1.7	0.192	160.2
852	9.7	31.65	43 28 29.5	5.30	+0.0057	+0.024	486 55	0.7 0.7		
					+0.0053	+0.005	489 27	0.7 0.7		
					+0.0055	+0.014		1.4 1.4	0.054	71.9
853	10.5	39.76	44 47 15.4	5.31	-0.0068	+0.025	486 54	0.6 0.6		
					-0.0073	+0.026	490 8	1.0 1.0		
					-0.0071	+0.026		1.6 1.6	0.088	287.2
854	10.0	43.25	40 9 3.3	5.31	-0.0004	+0.002	484 53	1.0 1.0		
					-0.0019	+0.030	488 24	0.9 0.7		
					-0.0011	+0.013		1.9 1.7	0.025	302
855	10.2	58.30	40 30 19.1	5.32	-0.0055	+0.004	484 52	1.0 1.0		
					-0.0074	+0.040	488 30	1.0 1.0		
					-0.0064	+0.022		2.0 2.0	0.085	285.0
856	8.0	33 0.66	39 18 29.4	5.31	+0.0008	-0.008	484 57	0.9 0.9	0.008	166
857	4.9	1.17	44 10 48.2	5.31	-0.0117	-0.025	486 60	0.7 0.7		
					-0.0124	-0.064	490 12	1.0 0.9		
					-0.0121	-0.047		1.7 1.6	0.146	251.2
858	9.0	9.09	41 16 9.3	5.32	+0.0019	-0.061	485 82	0.9 0.9		
					+0.0046	-0.070	488 28	1.0 1.0		
					+0.0033	-0.066		1.9 1.9	0.072	156.3
859	9.7	10.33	39 38 10.4	5.31	+0.0039	-0.085	484 60	1.0 1.0	0.093	156.5
860	10.1	10.80	41 57 50.2	5.32	-0.0061	+0.012	485 80	1.0 1.0		
					-0.0048	+0.007	488 26	0.7 0.3		
					-0.0041	+0.013	489 32	0.4 0.2		
					-0.0053	+0.011		2.1 1.5	0.067	279.3
861	8.0	28.46	45 39 40.6	5.32	-0.0530	+0.004	487 56	1.0 1.0		
					-0.0575	+0.012	490 15	1.0 1.0		
					-0.0553	+0.008		2.0 2.0	0.587	270.8
862	6.0	29.45	45 39 42.6	5.32	-0.0550	+0.011	487 55	1.0 1.0		
					-0.0565	+0.016	490 14	1.0 1.0		
					-0.0557	+0.014		2.0 2.0	0.592	271.3
863	10.3	36.05	46 41 22.1	5.32	-0.0029	-0.001	487 50	0.9 0.9	0.038	268
864	7.8	38.52	41 41 52.4	5.32	-0.0070	-0.037	485 86	1.0 1.0		
					-0.0060	-0.067	488 32	1.0 1.0		
					-0.0065	-0.052		2.0 2.0	0.095	237.0
865	8.7	39.28	41 44 5.7	5.32	-0.0055	-0.043	485 85	1.0 1.0		
					-0.0047	-0.048	488 31	1.0 1.0		
					-0.0051	-0.046		2.0 2.0	0.080	234.7

$J \mu_\alpha = -0.0007.5$  à  $43^\circ$ .

N:o	Gr.	$\alpha$			$\delta$			$E$ 1890 +	$\mu_{\alpha}$	$\mu_{\delta}$	Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$
		h	m	s	°	'	"							
866	9.2	11 33 39.52	43 32 48.5	5.30	+ 0.0037	- 0.053	486 65	0.7 0.7						
					+ 0.0030	- 0.056	489 38	0.7 0.7						
					+ 0.0034	- 0.051		1.4 1.4				0.061	152.6	
867	8.2	41.06	42 52 12.0	5.31	- 0.0101	+ 0.470	485 83	0.6 0.5						
					- 0.0091	+ 0.476	489 39	0.7 0.7						
					- 0.0096	+ 0.474		1.3 1.2				0.486	346.4	
868	9.3	46.17	41 15 2.4	5.32	+ 0.0002	- 0.106	485 88	0.7 0.7						
					+ 0.0036	- 0.135	488 36	1.0 1.0						
					+ 0.0022	- 0.123		1.7 1.7				0.124	172.1	
869	8.0	47.78	44 51 28.6	5.31	- 0.0184	+ 0.077	486 62	0.4 0.3						
					- 0.0209	+ 0.070	490 27	1.0 1.0						
					- 0.0202	+ 0.072		1.4 1.3				0.234	287.9	
870	10.8	48.29	44 28 9.8	5.31	+ 0.0094	+ 0.003	486 71	0.7 0.7						
					+ 0.0062	- 0.009	490 29	1.0 1.0						
					+ 0.0075	- 0.004		1.7 1.7				0.073	93.1	
871	9.7	57.49	39 37 40.7	5.31	+ 0.0027	+ 0.006	484 66	0.9 1.0				0.024	75	
872	10.0	57.91	44 39 7.0	5.31	- 0.0062	- 0.014	486 70	0.6 0.6						
					- 0.0062	- 0.002	490 28	1.0 1.0						
					- 0.0062	- 0.006		1.6 1.6				0.074	265.4	
873	8.1	34 23.73	45 4 24.8	5.82 5.85	+ 0.0013	- 0.027	487 66	0.4 0.3						
					+ 0.0013	- 0.001	490 33	1.0 1.0						
					- 0.0001	+ 0.007	494 6	0.1 0.1						
					+ 0.0012	- 0.006		1.5 1.4				0.008	140	
874	6.9	28.93	45 42 39.3	5.91 6.36	+ 0.0050	- 0.007	487 65	0.9 1.0						
					+ 0.0005	- 0.008	490 32	1.0 1.0						
					- 0.0027	+ 0.011	494 5	0.2 0.4						
					+ 0.0021	- 0.004		2.1 2.4				0.015	106	
875	10.6	30.87	39 50 37.8	5.31	- 0.0098	+ 0.062	491 3	0.2 0.3				0.134	297.5	
876	8.9	34.24	40 57 54.2	5.32	- 0.0041	- 0.047	484 67	0.2 0.2						
					- 0.0118	- 0.049	485 94	0.2 0.2						
					- 0.0067	- 0.048	488 42	1.0 1.0						
					- 0.0145	+ 0.005	491 1	0.2 0.2						
					- 0.0074	- 0.014	492 4	0.2 0.2						
					- 0.0079	- 0.038		1.8 1.8				0.105	248.8	
877	10.0	42.83	39 18 43.2	5.31	+ 0.0014	- 0.085	484 69	0.4 0.5						
					- 0.0048	- 0.033	491 4	0.2 0.3						
					- 0.0007	- 0.065		0.6 0.8				0.067	193.8	
878	10.3	53.99	42 17 4.4	5.32	- 0.0103	- 0.086	485 93	0.7 0.9						
					- 0.0072	- 0.097	489 48	0.7 0.7						
					- 0.0082	- 0.058	492 6	0.5 0.8						
					- 0.0086	- 0.080		1.9 2.4				0.130	232.2	
879	11.0	54.56	42 16 41.6	5.31	- 0.0012	- 0.041	485 —	0.7 0.9						
					0.0000	- 0.027	489 47	0.7 0.7						
					+ 0.0050	+ 0.008	492 —	0.5 0.8						
					+ 0.0009	- 0.021		1.9 2.4				0.021	177	
880	9.6	57.84	41 41 6.9	5.32	+ 0.0008	- 0.002	485 96	0.5 0.8						
					+ 0.0022	+ 0.013	488 40	1.0 1.0						
					+ 0.0017	+ 0.006		1.5 1.8				0.013	64	

$\Delta \mu_{\alpha} = -0.0007.5$  à  $43^{\circ}$ .

N:o	Gr.	$\alpha$			$\delta$			$E$ 1890+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu(\text{abs.})$	$P$		
		h	m	s	°	'	"								°	'
881	10.5	11	35	2.34	41	24	9.5	5.32	-0.0039	-0.047	485	-	0.4	0.5	0.043	195
									+0.0008	-0.052	488	45	1.0	1.0		
									+0.0008	-0.014	492	10	0.4	0.5		
882	9.2	3.46	41	24	16.2	5.32	5.32	-0.0002	-0.041			1.8	2.0	0.050	108	
								+0.0024	-0.018	485	97	0.4	0.5			
								+0.0054	-0.028	488	44	1.0	1.0			
883	10.2	4.02	42	55	24.6	5.32	5.32	+0.0059	-0.015			1.8	2.0	0.039	100	
								+0.0043	-0.013	489	49	0.7	0.7			
								+0.0020	+0.009	492	11	0.2	0.2			
884	10.5	24.42	41	43	21.3	5.32	5.32	-0.0023	-0.050	485	99	0.3	0.6	0.057	222.9	
								0.0021	-0.051	488	43	1.0	1.0			
								-0.0037	-0.027	492	12	0.8	1.0			
885	10.4	25.64	45	42	57.6	6.71	6.75	-0.0027	-0.042			2.1	2.6	0.068	270.8	
								-0.0026	+0.002	487	68	0.5	0.8			
								-0.0063	+0.007	490	37	1.0	1.0			
886	8.4	27.06	46	41	33.3	7.98	7.50	-0.0076	-0.009	494	9	0.5	0.6	0.067	266.1	
								-0.0057	+0.001			2.0	2.4			
								-0.0054	-0.022	487	67	0.4	0.6			
887	9.5	31.38	44	50	47.2	5.31	5.31	-0.0060	+0.024	494	8	0.4	0.4	0.030	257	
								-0.0057	-0.004			0.8	1.0			
								-0.0009	-0.005	486	77	0.2	0.2			
888	10.7	46.30	46	21	14.9	9.31	9.31	-0.0015	-0.004	490	40	1.0	1.0	0.116	164.5	
								-0.0041	-0.019	493	4	0.3	0.3			
								-0.0019	-0.007			1.5	1.5			
889	8.7	54.35	41	35	2.5	5.32	5.32	+0.0016	-0.140	487	-	0.3	0.5	0.025	274	
								+0.0049	-0.089	494	11	0.6	0.6			
								+0.0038	-0.112			0.9	1.1			
890	10.0	36	8.82	43	47	19.0	5.30	-0.0014	-0.020	488	50	1.0	1.0	0.061	275.6	
								-0.0017	+0.024	492	16	0.8	1.0			
								-0.0015	+0.002			1.8	2.0			
891	9.8	48.34	40	7	47.2	5.32	5.32	-0.0020	+0.019	489	55	0.7	0.7	0.081	307.0	
								-0.0077	-0.007	493	9	0.7	0.7			
								-0.0048	+0.006			1.4	1.4			
892	6.6	27.91	41	47	36.0	5.32	5.32	-0.0038	+0.062	488	52	0.9	0.8	0.065	133.7	
								-0.0061	+0.039	491	8	1.0	1.0			
								-0.0050	+0.049			1.9	1.8			
893	10.9	52.46	43	14	2.2	5.31	5.31	+0.0056	-0.064	488	53	1.0	0.9	0.015	259	
								+0.0044	-0.027	492	22	1.0	1.0			
								+0.0050	-0.045			2.0	1.9			
894	8.2	54.51	44	41	49.5	5.31	5.31	-0.0006	-0.003	489	62	0.7	0.7	0.024	189	
								+0.0012	-0.008	490	49	1.0	1.0			
								-0.0008	-0.047	493	19	0.7	0.7			
895	10.0	59.08	44	43	35.7	5.31	5.31	+0.0004	-0.024			1.7	1.7	0.079	233.3	
								-0.0041	-0.034	490	48	1.0	1.0			
								-0.0062	-0.068	493	18	0.7	0.6			
								-0.0051	-0.047			1.7	1.6			

$$\Delta \mu_\alpha = -0.0007.5 \text{ à } 43^\circ.$$

N:o	Gr.	$\alpha$			$\delta$	$E$	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$
		1900.0	1900.0	1890+								
896	9.2	<sup>h m s</sup> 11 37 7.89	<sup>° ' "</sup> 39 57 33.2	5.31	— 0.0048 — 0.0058 — 0.0056	+ 0.057 + 0.021 + 0.027	488 61 491 15	0.3 0.2 1.0 1.0 1.3 1.2		0.077	290.4	
897	10.4	8.46	40 7 10.1	5.31	— 0.0157 — 0.0128 — 0.0141	+ 0.058 + 0.026 + 0.039	488 60 491 14	0.8 0.7 1.0 1.0 1.8 1.7		0.175	282.4	
898	9.3	10.62	40 8 9.8	5.31	— 0.0130 — 0.0147 — 0.0139	+ 0.050 + 0.031 + 0.039	488 59 491 13	0.8 0.7 1.0 1.0 1.8 1.7		0.172	283.1	
899	9.2	18.39	45 11 24.8	7.21 6.96	— 0.0063 — 0.0073 — 0.0070	+ 0.001 — 0.001 + 0.000	490 46 494 14	1.0 1.0 0.5 0.4 1.5 1.4		0.082	270.0	
900	9.0	23.04	39 45 9.1	5.31	— 0.0131	+ 0.085	491 16	1.0 1.0		0.179	298.3	
901	10.6	27.23	43 23 55.4	5.30	— 0.0007 — 0.0046 — 0.0026	— 0.061 — 0.056 — 0.058	489 67 493 21	0.7 0.7 0.7 0.7 1.4 1.4		0.069	212.5	
902	10.2	31.96	39 10 9.2	5.31	— 0.0084	— 0.039	491 19	0.8 0.7		0.113	249.8	
903	8.8	38 11.04	44 7 1.0	5.31	— 0.0024 — 0.0034 — 0.0029	— 0.053 — 0.073 — 0.065	490 53 493 30	0.8 0.5 0.7 0.7 1.5 1.2		0.076	211.0	
904	7.0	19.71	42 16 40.0	5.32	+ 0.0005 + 0.0015 + 0.0011	— 0.005 — 0.019 — 0.014	489 76 492 35	0.7 0.6 1.0 1.0 1.7 1.6		0.015	164	
905	10.3	35.97	39 50 6.0	5.31	+ 0.0021	+ 0.012	491 27	1.0 1.0		0.020	53	
906	7.6	39 0.70	45 2 41.7	6.60 6.23	— 0.0157 — 0.0166 — 0.0163	+ 0.052 + 0.043 — 0.007	490 59 493 33 494 26	1.0 1.0 0.4 0.2 0.5 0.3				
					— 0.0134 — 0.0158	+ 0.012 + 0.033	497 1	0.2 0.4 2.1 1.9		0.179	280.6	
907	11	2.0	41 6 0	5.32	— 0.0071 — 0.0073 — 0.0072	— 0.232 — 0.247 — 0.239	488 — 492 —	1.0 1.0 1.0 0.9 2.0 1.9		0.255	200.4	
908	10.7	9.74	42 20 48.2	5.32	+ 0.0046	— 0.007	492 38	1.0 1.0		0.044	99	
909	10.7	36.86	44 55 56.1	5.31	— 0.0004 — 0.0026 + 0.0060	— 0.056 — 0.065 — 0.103	490 61 493 38 497 2	0.8 1.0 0.6 0.4 0.5 0.9		0.076	178.5	
					+ 0.0006	— 0.076		1.9 2.3				
910	10.5	54.71	44 31 27.9	5.31	— 0.0076 — 0.0078 — 0.0054	+ 0.079 + 0.007 + 0.026	490 62 493 39 497 3	0.7 0.8 0.7 0.7 0.6 0.7		0.093	294.9	
					— 0.0070	+ 0.039		2.0 2.2				
911	10.2	57.56	39 24 3.7	5.31	— 0.0003	— 0.040	491 37	1.0 1.0		0.042	195	
912	9.1	40 10.79	43 51 19.2	5.30	+ 0.0037 — 0.0008 + 0.0005	— 0.054 — 0.020 + 0.007	489 83 493 40 496 4	0.2 0.2 0.7 0.7 0.3 0.3				
					+ 0.0003	— 0.019		1.2 1.2		0.020	195	
913	10.3	13.62	42 31 42.8	5.32	— 0.0074 — 0.0033 0.0025	— 0.015 + 0.009 + 0.029	489 84 492 45 496 6	0.3 0.4 1.0 1.0 0.4 0.6		0.052	281.1	
					— 0.0038	+ 0.010		1.7 2.0				
914	8.4	14.74	46 9 31.4	9.31	+ 0.0007	+ 0.021	494 31	0.6 0.6		0.021	357	

$\Delta \mu_\alpha = -0.0007.5$  à  $43^\circ$ .

N:o	Gr.	$\alpha$			$\delta$			$E$ 1890+	$\mu_a$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$
		h	m	s	°	'	"							
915	8.7	11	40	15.52	46	9	38.1	9.31	+ 0.0008	+ 0.029	494 30	0.6 0.6	0.029	2
916	10.7			38.13	39	23	48.1	5.31	+ 0.0012	- 0.006	491 45	1.0 1.0	0.008	135
917	10.8			39.65	41	51	17.2	5.32	- 0.0033	+ 0.005	492 51	1.0 1.0	0.045	276
918	9.2			54.64	44	30	40.0	5.32	+ 0.0027	+ 0.032	490 65	0.2 0.2		
									+ 0.0011	- 0.013	493 43	0.7 0.7		
									+ 0.0028	+ 0.011	497 7	0.9 1.0		
									+ 0.0021	+ 0.004		1.8 1.9	0.016	75
919	9.1	11	4	7.2	39	53	1.7	5.31	+ 0.0059	- 0.091	491 49	1.0 1.0	0.109	146.6
920	8.6			29.21	42	54	4.0	5.32	+ 0.0001	- 0.092	492 56	0.9 0.7		
									+ 0.0008	- 0.064	496 10	0.7 0.7		
									+ 0.0004	- 0.078		1.6 1.4	0.078	182.2
921	9.4			29.61	40	38	26.3	5.32	- 0.0007	- 0.093	491 51	1.0 1.0		
									- 0.0002	- 0.071	495 18	1.0 1.0		
									- 0.0004	- 0.082		2.0 2.0	0.083	189.0
922	9.6	42	7	3.1	42	47	38.4	5.32	- 0.0026	- 0.002	492 60	1.0 0.8		
									- 0.0011	- 0.013	496 15	0.7 0.7		
									- 0.0020	- 0.007		1.7 1.5	0.031	257
923	10.7			11.68	42	13	29.3	5.32	- 0.0097	+ 0.013	492 62	1.0 1.0		
									- 0.0075	+ 0.032	496 —	0.7 0.6		
									- 0.0088	+ 0.020		1.7 1.6	0.108	280.7
924	10.3			14.46	44	47	31.1	5.32	- 0.0072	+ 0.041	493 52	0.7 0.6		
									- 0.0031	+ 0.025	497 16	1.0 1.0		
									- 0.0048	+ 0.031		1.7 1.6	0.067	297.7
925	8.4			15.49	40	29	2.2	5.32	+ 0.0057	- 0.017	491 57	1.0 1.0		
									+ 0.0064	+ 0.006	495 21	1.0 1.0		
									+ 0.0060	- 0.006		2.0 2.0	0.062	95.5
926	9.4			21.80	43	16	22.0	5.31	- 0.0006	+ 0.003	493 57	0.7 0.7		
									+ 0.0034	- 0.021	496 17	0.7 0.7		
									+ 0.0014	- 0.010		1.4 1.4	0.012	145
927	8.6			35.44	46	14	26.1	9.31	+ 0.0069	+ 0.001	494 44	0.6 0.6	0.063	89.1
928	10.5			50.21	40	42	5.6	5.32	+ 0.0012	- 0.016	491 58	1.0 1.0		
									+ 0.0002	+ 0.019	495 28	1.0 1.0		
									+ 0.0007	+ 0.002		2.0 2.0	0.002	0
929	10.8			53.28	42	4	14.8	5.32	+ 0.0030	- 0.094	492 69	1.0 1.0	0.098	164.5
930	10.4	13	8	7.8	42	50	21.9	5.32	- 0.0097	- 0.071	492 68	0.7 0.6		
									- 0.0064	- 0.039	496 23	0.7 0.7		
									- 0.0080	- 0.054		1.4 1.3	0.110	240.6
931	8.0			19.47	41	11	38.1	5.32	+ 0.0034	- 0.016	492 78	0.8 0.6		
									+ 0.0021	- 0.031	495 31	1.0 1.0		
									+ 0.0027	- 0.025		1.8 1.6	0.033	139
932	9.0			29.45	40	10	21.1	5.32	- 0.0033	- 0.002	491 60	1.0 1.0		
									- 0.0021	+ 0.042	495 35	1.0 0.8		
									- 0.0027	+ 0.018		2.0 1.8	0.043	295
933	10.9			58.17	43	32	44.3	5.31	- 0.0055	+ 0.080	493 —	0.7 0.7		
									- 0.0065	+ 0.049	496 32	0.7 0.7		
									- 0.0060	+ 0.064		1.4 1.4	0.098	310.8
934	10.9			58.44	45	45	43.2	9.31	- 0.0014	+ 0.041	494 54	0.7 0.7		
									- 0.0044	+ 0.006	497 —	1.0 1.0		
									- 0.0032	+ 0.020		1.7 1.7	0.046	296
935	9.7	44	3	3.1	39	32	32.1	5.31	+ 0.0035	- 0.058	491 64	0.8 1.0	0.066	151.1

$\Delta \mu_a = - 0.0007.5 \text{ à } 43^\circ.$

N:o	Gr.	$\alpha$ 1900 0	$\delta$ 1900.0	$E$ 1890+	$\mu_{\alpha}$	$\mu_{\delta}$	Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$
		h m s	° ' "		s	"			"	°
936	8.9	11 41 9.26	45 17 47.1	7.22	+ 0.0031	- 0.022	491 55	0.4 0.4		
					+ 0.0024	- 0.019	497 22	1.0 1.0		
					+ 0.0026	+ 0.027	501 2	0.1 0.1		
					+ 0.0026	- 0.017		1.5 1.5	0.026	130
937	9.0	37.57	40 57 33.3	5.32	- 0.0015	- 0.021	491 65	0.2 0.2		
					- 0.0033	+ 0.053	492 87	0.2 0.2		
					- 0.0016	+ 0.022	495 41	1.0 1.0		
					- 0.0015	- 0.002	498 1	0.2 0.2		
					- 0.0022	+ 0.018		1.6 1.6	0.037	299
938	9.3	17.51	43 12 50.6	5.31	- 0.0063	+ 0.015	493 71	0.4 0.4		
					0.0016	- 0.007	496 36	0.7 0.7		
					- 0.0021	+ 0.075	500 5	0.2 0.2		
					- 0.0031	+ 0.012		1.3 1.3	0.044	286
939	7.7	50.09	43 16 38.9	5.31	- 0.0073	- 0.051	493 70	0.3 0.4		
					- 0.0031	- 0.048	496 35	0.7 0.7		
					- 0.0012	- 0.009	500 4	0.3 0.3		
					- 0.0043	- 0.040		1.3 1.4	0.068	231.0
940	8.3	59.22	39 20 50.3	5.31	- 0.0068	- 0.038	491 69	0.3 0.3		
					- 0.0123	- 0.074	498 4	0.3 0.3		
					- 0.0096	- 0.056		0.6 0.6	0.131	244.6
941	9.8	45 10.52	42 31 12.7	5.32	- 0.0048	- 0.028	492 88	0.4 0.6		
					- 0.0038	- 0.001	496 42	0.7 0.7		
					- 0.0030	- 0.020	499 5	0.5 0.7		
					- 0.0038	- 0.016		1.6 2.0	0.052	252.3
942	7.9	22.07	41 12 56.1	5.31	+ 0.0034	- 0.029	493 72	0.3 0.5		
					+ 0.0023	- 0.025	497 28	1.0 0.9		
					+ 0.0055	- 0.017	500 8	0.6 0.7		
					+ 0.0035	- 0.023		1.9 2.1	0.037	128
943	9.0	30.80	43 17 17.1	5.30	- 0.0007	- 0.059	493 74	0.2 0.5		
					- 0.0002	- 0.110	496 46	0.7 0.6		
					- 0.0009	- 0.043	500 9	0.6 0.7		
					- 0.0005	- 0.070		1.5 1.8	0.071	190.5
944	10.5	54.78	44 43 42.0	5.32	+ 0.0029	+ 0.016	497 32	1.0 1.0		
					- 0.0023	+ 0.060	500 10	0.5 0.5		
					+ 0.0012	+ 0.031		1.5 1.5	0.031	7
945	9.9	57.98	44 42 55.9	5.32	+ 0.0022	- 0.001	497 33	1.0 1.0		
					+ 0.0048	- 0.017	500 11	0.5 0.5		
					+ 0.0031	- 0.006		1.5 1.5	0.025	104
946	10.0	46 3.08	41 10 2.2	5.32	- 0.0031	- 0.053	495 49	1.0 1.0		
					- 0.0031	- 0.042	499 11	0.5 0.5		
					- 0.0031	- 0.049		1.5 1.5	0.065	221.3
947	10.3	6.70	46 58 53.4	9.31	+ 0.0049	- 0.057	501 7	0.2 0.1	0.071	143.0
948	10.6	25.04	45 56 19.7	9.31	+ 0.0001	- 0.031	497 —	0.8 0.5		
					- 0.0044	- 0.022	501 12	0.6 0.6		
					- 0.0018	- 0.026		1.4 1.1	0.037	226
949	10.9	39.77	46 1 18.0	9.31	+ 0.0037	+ 0.035	497 —	0.6 0.3		
					- 0.0015	- 0.008	501 11	0.6 0.6		
					+ 0.0011	+ 0.006		1.2 0.9	0.007	27
950	8.6	40.84	45 11 28.0	7.10	+ 0.0014	- 0.007	497 39	1.0 1.0		
				6.83	+ 0.0017	+ 0.007	501 14	0.5 0.4		
					+ 0.0015	- 0.003		1.5 1.4	0.009	111

$\mu_{\alpha} = - 0.0007.5$  à  $43^{\circ}$ .

N:o	Gr.	$\alpha$			$E$	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$
		1900.0	$\delta$								
		h m s	° ' "		s	"			"	°	
951	9.4	11 46 41.77	44 8 58.4	5.31	-0.0121	-0.040	497 41	1.0 0.8	0.128	245.6	
					-0.0071	-0.068	500 20	0.7 0.7			
952	9.7	48.18	42 58 25.2	5.31	-0.0100	-0.053		1.7 1.5	0.015	290	
					-0.0011	-0.017	496 52	0.7 0.7			
					-0.0011	+0.013	499 12	0.5 0.4			
					+0.0030	+0.063	500 28	0.2 0.2			
953	9.7	47 14.32	45 56 12.5	7.67 8.17	-0.0005	+0.005		1.4 1.3	0.059	126.7	
					+0.0045	-0.042	497 42	0.7 0.4			
					+0.0061	-0.031	501 19	0.6 0.6			
					+0.0052	-0.035		1.3 1.0			
954	9.5	15.04	39 37 9.2	5.31	-0.0025	-0.019	498 9	1.0 1.0	0.012	241	
955	8.2	27.48	40 41 26.4	5.32	-0.0067	0.115	495 62	1.0 1.0	0.148	217.3	
					-0.0077	-0.121	498 12	1.0 1.0			
					-0.0072	-0.118		2.0 2.0			
					-0.0101	-0.091	495 63	0.5 0.3			
956	8.7	41.36	41 58 59.2	5.32	-0.0089	-0.060	496 62	0.3 0.2	0.138	234.5	
					-0.0090	-0.081	499 23	1.0 1.0			
					-0.0093	-0.080		1.8 1.5			
					-0.0032	-0.006	495 67	1.0 1.0			
957	10.4	51.89	40 40 17.1	5.32	-0.0042	-0.002	498 16	1.0 1.0	0.050	265	
					-0.0037	-0.001		2.0 2.0			
					+0.0007	-0.012	497 52	0.8 0.7			
					+0.0067	-0.015	500 32	0.7 0.7			
958	9.1	57.15	41 9 50.2	5.31	+0.0035	-0.014		1.5 1.1	0.033	115	
					+0.0008	-0.055	496 70	0.7 0.7			
					+0.0020	-0.055	499 26	1.0 1.0			
					+0.0015	-0.055		0.7 0.7			
959	10.8	48 14.89	42 41 15.5	5.32	-0.0033	-0.083	495 70	1.0 1.0	0.056	170.9	
					-0.0027	-0.093	499 30	1.0 1.0			
					-0.0030	-0.088		2.0 2.0			
					+0.0018	-0.001	497 53	1.0 1.0			
960	7.2	39.05	41 28 17.2	5.32	+0.0036	-0.021	501 31	0.6 0.6	0.098	205.5	
					+0.0025	-0.009		1.6 1.6			
					-0.0073	-0.058	497 56	1.0 1.0			
					-0.0073	-0.064	501 32	0.6 0.5			
961	8.4	45.03	45 17 28.7	7.32	-0.0100	-0.064	504 1	0.2 0.2	0.107	235.7	
					-0.0076	-0.060		1.8 1.7			
					+0.0076	+0.122	497 —	1.0 1.0			
					+0.0092	+0.121	500 47	0.7 0.7			
962	9.8	49 8.57	44 39 56.7	5.29	+0.0083	+0.122		1.7 1.7	0.146	33.2	
					-0.0028	-0.181	501 33	0.9 0.6			
					+0.0033	-0.045	498 29	1.0 1.0			
					+0.0084	-0.006	501 40	0.4 0.2			
964	9.2	17.06	46 54 45.7	9.31	-0.0071	+0.023	495 74	0.5 0.8	0.078	91.4	
965	10.5	41.25	39 35 10.3	5.31	-0.0061	+0.032	499 41	1.0 1.0	0.086	287.6	
966	7.0	53.87	47 1 59.4	9.31	-0.0071	+0.023	502 2	0.4 0.8			
967	9.7	55.55	41 18 12.1	5.32	-0.0066	+0.026		1.9 2.6			
968	7.2	59.44	47 1 33.4	9.31	+0.0091	-0.023	501 39	0.4 0.2			0.088

$$\Delta \mu_\alpha = -0.0007.5 \text{ à } 43^\circ.$$

N:o	Gr.	$\alpha$			$\delta$			$E$ 1890+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu(\text{abs.})$	$P$			
		h	m	s	°	'	"										
969	8.6	11	50	2.97	42	9	32.8	5.32	-0.0057	-0.069	496	78	0.2	0.2	"	°	
									-0.0037	-0.079	499	43	1.0	1.0			
									-0.0029	-0.021	503	5	0.2	0.2			
									-0.0039	-0.069			1.1	1.1			0.086
970	7.3		11.36	39	18	51.0	5.31	+0.0077	-0.051	498	36	1.0	1.0	0.097	123.7		
971	9.9		27.40	39	30	6.8	5.31	+0.0024	-0.042	498	38	1.0	1.0	0.047	151		
972	10.5		31.34	42	17	35.2	5.32	-0.0265	-0.081	499	48	1.0	1.0	0.313	255.0		
973	7.1		53.03	41	12	19.5	5.32	-0.0010	-0.063	499	51	1.0	0.9	"	"		
								-0.0007	-0.037	502	9	0.9	1.0				
								-0.0009	-0.049			1.9	1.9			0.052	200.1
								-0.0039	+0.047	501	—	0.6	0.6			0.068	313.8
975	8.5		55.48	46	6	8.6	9.31	+0.0019	-0.020	501	45	0.6	0.6	0.023	149		
976	8.7	51	31.89	43	2	27.0	5.31	-0.0011	+0.011	499	54	0.5	0.3	"	"		
								+0.0014	+0.015	500	64	0.6	0.4				
								-0.0034	+0.021	503	12	0.7	0.7				
								-0.0012	+0.018			1.8	1.4			0.028	311
977	9.1		32.29	45	57	20.9	5.33	-0.0120	-0.007	504	7	0.5	0.4	0.133	267.0		
978	9.2	52	6.09	43	55	18.1	5.30	+0.0047	-0.021	500	65	0.7	0.7	"	"		
								+0.0010	+0.017	503	13	0.5	0.3				
								+0.0032	-0.010			1.2	1.0			0.028	111
								-0.0086	-0.062	498	45	0.9	0.6				
979	6.1		6.17	40	51	8.8	5.32	-0.0122	-0.086	502	20	1.0	1.0	"	"		
								-0.0105	-0.077			1.9	1.6			0.148	238.8
								+0.0028	-0.015	498	51	1.0	1.0			0.029	121
								-0.0050	-0.002	499	63	1.0	1.0				
981	8.1		15.11	41	28	48.4	5.32	-0.0054	+0.014	502	19	1.0	1.0	"	"		
								-0.0052	+0.006			2.0	2.0			0.066	275.2
								+0.0010	-0.061	499	60	1.0	0.8				
								+0.0011	-0.042	503	19	0.7	0.7				
982	10.8		18.92	42	48	23.7	5.32	+0.0010	-0.052	503	19	0.7	0.7	"	"		
								+0.0010	-0.052			1.7	1.5			0.052	176.7
								-0.0066	+0.016	499	62	1.0	1.0				
								-0.0075	+0.019	502	22	0.9	0.7				
984	8.6		38.35	45	51	1.6	7.42 7.54	-0.0070	+0.017			1.9	1.7	"	"		
								+0.0024	-0.055	501	63	0.6	0.6				
								+0.0010	-0.045	504	13	0.9	0.8				
								+0.0016	-0.049			1.5	1.4			0.050	169
985	8.7		43.36	46	4	5.2	9.31	+0.0025	-0.001	501	62	0.6	0.6	0.018	93		
986	9.6		57.83	41	1	27.6	5.32	+0.0079	-0.010	498	52	0.4	0.2	"	"		
								+0.0017	-0.002	499	70	0.5	0.4				
								+0.0032	-0.027	502	27	1.0	1.0				
								+0.0038	-0.019			1.9	1.6			0.040	119
987	10.2	53	1.32	43	45	38.7	5.30	+0.0113	-0.068	500	73	0.7	0.7	"	"		
								+0.0092	-0.019	503	20	0.7	0.7				
								+0.0103	-0.044			1.4	1.4			0.113	112.9
								+0.0004	+0.089	501	68	0.6	0.6				
988	8.1		8.70	15	16	52.5	7.32 7.22	-0.0039	+0.113	504	15	1.0	1.0	"	"		
								-0.0023	+0.104			1.6	1.6			0.109	342.9
								+0.0004	+0.089	501	68	0.6	0.6				
								-0.0044	-0.022	499	71	1.0	1.0				
989	9.0		11.98	42	23	19.3	5.32	-0.0067	-0.022	503	24	0.7	0.7	"	"		
								-0.0053	-0.022			1.7	1.7			0.071	251.8
								+0.0052	-0.018	498	57	1.0	1.0			0.055	109.1

$$A \mu_\alpha = -0.0007.5 \text{ à } 43^\circ.$$

N:o	Gr.	$\alpha$ 1900.0			$\delta$ 1900.0			$E$ 1890+	$\mu_\alpha$	$\mu_\delta$	Région et N:o	Poids	$\mu$ (abs.)	$P$
		h	m	s	°	'	"	s	"			"	°	
991	9.9	11 54	26.42	46 28 21.0	9.31	+ 0.0030	+ 0.030	501 72	0.5 0.6	0.038	38			
992	10.3		33.02	39 27 57.9	5.31	+ 0.0036	- 0.004	498 62	0.6 0.8	0.034	97			
993	8.8		58.33	39 24 8.6	5.31	- 0.0071	+ 0.015	498 64	0.1 0.5	0.101	296.6			
994	10.7	55	8.46	43 11 37.9	5.31	- 0.0015	+ 0.027	503 36	0.7 0.7	0.036	318			
995	10.0		11.11	45 31 43.8	5.99	- 0.0096	+ 0.012	501 77	0.2 0.3					
					6.66	- 0.0041	- 0.001	504 23	1.0 1.0					
						- 0.0050	+ 0.009		1.2 1.3	0.062	278.4			
996	10.9		49.62	42 33 51.0	5.31	- 0.0012	+ 0.013	503 41	0.7 0.7	0.025	302			
997	8.8		51.06	44 20 54.8	5.32	+ 0.0007	- 0.011	500 86	0.2 0.2					
						+ 0.0041	- 0.038	504 25	1.0 1.0					
						+ 0.0035	- 0.033		1.2 1.2	0.015	138			
998	10.4	56	23.55	41 47 15.7	5.32	- 0.0056	- 0.066	502 46	1.0 0.9	0.096	226.7			
999	8.3		32.92	40 8 44.1	5.32	+ 0.0048	- 0.096	502 47	1.0 0.8	0.107	153.4			
1000	4.5	57	2.45	43 36 1.5	5.31	- 0.0318	+ 0.098	503 53	0.7 0.7	0.366	285.5			
1001	9.0		17.78	42 53 14.9	5.31	- 0.0155	- 0.134	503 58	0.7 0.7	0.223	233.0			
1002	7.0		25.01	43 39 20.8	5.31	- 0.0336	- 0.486	503 56	0.7 0.7	0.613	217.5			
1003	10.4		16.53	41 21 19.7	5.32	+ 0.0059	- 0.031	502 59	1.0 1.0	0.066	118.1			
1004	10.9		49.65	41 21 20.3	5.32	+ 0.0010	- 0.004	502 58	1.0 1.0	0.005	143			
1005	9.7	58	4.84	44 46 26.6	5.33	+ 0.0009	+ 0.017	504 34	1.0 1.0	0.017	3			
1006	8.9		10.40	40 3 45.3	5.32	- 0.0007	- 0.038	502 68	0.5 0.4	0.041	202			
1007	9.8		16.11	40 57 33.0	5.32	+ 0.0035	- 0.021	502 66	1.0 1.0	0.037	124			
1008	10.8		22.86	41 27 1.4	5.32	+ 0.0026	+ 0.014	502 64	1.0 1.0	0.024	55			
1009	8.7		46.00	45 25 0.5	5.33	+ 0.0008	- 0.023	504 38	1.0 1.0	0.023	178			
1010	9.2	59	0.72	41 58 43.9	5.31	- 0.0025	+ 0.029	502 70	0.3 0.3					
						- 0.0056	+ 0.004	503 70	0.2 0.2					
						- 0.0037	+ 0.019		0.5 0.5	0.053	290.8			
1014	8.4		6.91	45 0 26.0	5.33	+ 0.0040	- 0.001	504 39	1.0 1.0	0.035	92			
1012	9.7		19.50	44 29 23.5	5.33	- 0.0105	+ 0.033	504 41	0.8 0.9	0.124	285.4			
1013	8.3		34.62	43 54 5.4	5.31	- 0.0060	+ 0.058	503 68	0.3 0.3	0.093	308.5			
1014	8.3	12 0	37.27	41 42 20.0	5.32	- 0.0066	+ 0.013	502 73	0.2 0.2	0.083	279.0			
1015	8.7		38.08	44 38 23.2	5.33	+ 0.0067	- 0.143	504 50	0.3 0.6	0.157	155.9			
1016	8.4		57.93	44 56 0.0	5.33	+ 0.0019	- 0.002	504 49	0.2 0.4	0.012	100			

$\mu_\alpha = -0.0007.5 \text{ à } 13^\circ.$

## VI.

## Remarques générales sur les déterminations des mouvements propres.

1. **Précision des déterminations des mouvements propres.** Pour déterminer la précision des valeurs définitives des mouvements propres s'offrent deux procédés. D'une part on peut partir des différences entre les résultats de Boss et ceux de l'auteur, qui sont données dans le tableau II p. 100. On obtient ainsi pour les seconds les erreurs probables que j'appellerai ici *externes*. D'autre part on peut comparer les uns avec les autres les résultats obtenus pour les étoiles appartenant à deux ou plusieurs régions. J'appellerai *internes* les erreurs probables obtenues par ce procédé.

J'ai calculé les erreurs probables externes en tenant compte des poids attribués dans le tableau II aux différences Boss—Hels. Je n'ai pas indiqué, en traitant de la détermination des erreurs systématiques, la manière dont ces poids ont été obtenus; j'en rendrai compte ici brièvement.

Appelons  $P_b$  le poids d'un mouvement propre dans le catalogue de Boss,  $P_h$  la quantité correspondante pour mon catalogue. Le poids d'une différence Boss—Hels. s'obtient alors par la formule

$$(1) \quad P_d = \frac{P_b \cdot P_h}{P_b + P_h}$$

Les poids  $P_b$  sont déterminés de la manière indiquée plus haut (p. 99); il s'agit donc d'abord de calculer  $P_h$  dans la même unité. Les erreurs probables des mouvements propres de Boss sont indiquées dans son catalogue pour chaque étoile; on a donc besoin des erreurs probables des valeurs Helsingfors pour pouvoir trouver les poids  $P_h$ . Comme ces dernières quantités sont grandes par rapport aux quantités  $P_b$ , j'ai, en première approximation, posé  $P_b = \infty$ , ou par suite

$$(2) \quad P_d = P_h$$

J'ai ensuite en me servant de ces poids calculé, en prenant toutes les différences Boss—Hels., l'erreur probable pour  $P_b = 1$ , et de là j'ai déterminé les poids  $P_b$  en me servant des erreurs probables indiquées par Boss. Puis les poids  $P_d$  ont été calculés d'après la formule (1), et les erreurs probables de mes mouvements propres déterminées en seconde approximation. Les résultats de cette approximation s'accordent de très près avec ceux que donne la première. Les changements des poids  $P_b$  sont insignifiants, et les changements de  $P_d$  complètement négligeables. J'ai par suite regardé les résultats de la seconde approximation comme définitifs. Les erreurs probables externes de mes valeurs des mouvements propres deviennent par suite

	$r (\mu_a \cos \delta)$	$r (\mu_\delta)$
(I) pour le poids 1	$\pm 0''.0133$	$\pm 0''.0148$
" " " 2	$\pm 0''.0094$	$\pm 0''.0105$

Il est très intéressant de comparer maintenant ces valeurs aux erreurs probables internes, qui se calculent pour les mêmes étoiles d'après les différences entre les résultats des différentes régions. Il faut cependant noter que 10 étoiles de Boss n'appartiennent qu'à une seule région, et ne sont par suite pas utilisables pour ce calcul. Les erreurs probables internes sont

$$(II) \quad \begin{array}{rcc} & r(\mu_a \cos \delta) & r(\mu_\delta) \\ \text{pour le poids 1} & \pm 0''.0123 & \pm 0''.0113 \\ \text{„ „ „ 2} & \pm 0''.0087 & \pm 0''.0080. \end{array}$$

Pour  $\mu_a \cos \delta$  les valeurs (II) ne sont donc qu'un petit peu inférieures aux valeurs (I); pour  $\mu_\delta$  les différences sont au contraire plus grandes. Mais il est bon de noter ici que la valeur relativement grande de  $\mu_\delta$  dans (I) diminuerait notablement si on éliminait du calcul les différences pour trois étoiles seulement.

La comparaison avec le catalogue de Boss ne donne les erreurs probables que pour un groupe spécial d'étoiles, les plus brillantes. Cependant, comme les mesures des images de ces étoiles sont en règle générale les plus incertaines (exception faite des étoiles les plus faibles), les résultats trouvés ci-dessus ne peuvent s'appliquer sans plus à l'ensemble des matériaux ici étudiés. J'ai donc déterminé en outre les erreurs probables internes pour un grand nombre d'étoiles qui ont été rangées d'après leur ordre de grandeur en cinq groupes; et, pour limiter en quelque mesure les matériaux, je n'ai pris que les valeurs de  $\mu_a \cos \delta$  et  $\mu_\delta$  dont le poids atteint au moins 0.9. Ces déterminations donnent:

Grandeur	Poids 1		Poids 2	
	$r(\mu_a \cos \delta)$	$r(\mu_\delta)$	$r(\mu_a \cos \delta)$	$r(\mu_\delta)$
< 8.0	$\pm 0''.0141$	$\pm 0''.0108$	$\pm 0''.0100$	$\pm 0''.0076$
8.0 — 8.9	$\pm 0.0115$	$\pm 0.0106$	$\pm 0.0081$	$\pm 0.0075$
(III) 9.0 — 9.9	$\pm 0.0115$	$\pm 0.0118$	$\pm 0.0081$	$\pm 0.0083$
10.0 — 10.9	$\pm 0.0132$	$\pm 0.0129$	$\pm 0.0093$	$\pm 0.0091$
> 11.0	$\pm 0.0185$	$\pm 0.0211$	$\pm 0.0131$	$\pm 0.0149$

Comme on le voit, les étoiles les plus faibles donnent les erreurs probables les plus grandes, tandis que, pour les autres groupes, les nombres obtenus sont assez constants. En moyenne on trouve pour toutes les étoiles les erreurs probables internes suivantes:

$$(IV) \quad \begin{array}{rcc} & r(\mu_a \cos \delta) & r(\mu_\delta) \\ \text{pour le poids 1} & \pm 0''.0127 & \pm 0''.0123 \\ \text{„ „ „ 2} & \pm 0''.0090 & \pm 0''.0087. \end{array}$$

c'est à dire à peu près les mêmes nombres que les valeurs (II).

Pour permettre d'apprécier ces valeurs, je ferai la comparaison suivante. Je suppose que la nouvelle série de plaques ait été mise en œuvre de la même manière que l'ancienne, et que par suite les ascensions droites et déclinaisons des étoiles ( $\alpha'$  et  $\delta'$ ) aient été déterminées aussi pour les secondes époques, et que les mouvements propres aient été calculés

en partant des différences  $\alpha' - \alpha$  et  $\delta' - \delta$ . D'après mes recherches antérieures\*) les erreurs probables pour une détermination de position du poids 2 sont

$$\begin{array}{ll} r(\alpha \cos \delta) & r(\delta) \\ \pm 0''.120 & \pm 0''.107. \end{array}$$

On tire de là

$$\begin{array}{ll} r[(\alpha' - \alpha) \cos \delta] & r(\delta' - \delta) \\ \pm 0''.170 & \pm 0''.151. \end{array}$$

Si j'admets maintenant un intervalle de temps de 18 années (correspondant au poids 1 pour les déterminations des mouvements propres), on obtient

$$(V) \quad \begin{array}{ll} r(\mu_\alpha \cos \delta) & r(\mu_\delta) \\ \pm 0''.0094 & \pm 0''.0084. \end{array}$$

En d'autres termes: en employant la méthode différentielle dont je me suis servi, on obtient dans la détermination des mouvements propres la même précision que si les coordonnées absolues avaient été calculées à nouveau et comparées avec les positions anciennes. Si on tient compte du fait que ces positions ont été calculées en employant un grand nombre d'étoiles de comparaison et après que les constantes des plaques ont été améliorées par des calculs de rattachement, tandis que dans le présent travail le nombre des étoiles de comparaison n'a été que de 8 par région, on est en droit de regarder ce résultat comme très satisfaisant.

2. **Nombre des étoiles dont le mouvement propre a été déterminé pour la première fois dans le présent travail.** Le nombre des étoiles dans mon „Catalogue général“ est de 1016. Comme il a été indiqué plus haut dans le chapitre IV, 40 de ces étoiles appartiennent au catalogue de BOSS et, en outre, 18 aux catalogues de PORTER. Outre ces étoiles il y en a encore deux déterminées approximativement par RISTENPART\*\*) (les nos 780 et 869) et peut-être quelques-unes pour lesquelles je n'aurai pas eu connaissance de la détermination des mouvements propres. En tout cas on peut juger que le nombre des étoiles rentrant dans mon catalogue et dont les mouvements propres n'ont pas été calculés auparavant est d'environ 950.

\*) Sur la précision etc. p. 80.

\*\*) F. RISTENPART: Verzeichnis genäherter Werte von 150 bislang unbekanntem Eigenbewegungen. Astr. Nachr. No 4245.

## Deuxième partie.

---

### I.

#### Distribution des mouvements propres d'après leur grandeur.

1. **Groupement des mouvements propres d'après leur grandeur.** Pour la classification statistique des matériaux ici publiés, j'ai divisé ces matériaux en six groupes, embrassant chacun à peu près le sixième de la partie étudiée de la zone de Helsingfors (entre 8<sup>h</sup>54<sup>m</sup> et 12<sup>h</sup>1<sup>m</sup> en ascension droite). Les groupes sont ainsi constitués:

Groupe I	étoiles comprises entre			8 <sup>h</sup> 54 <sup>m</sup>	et	9 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup> ,
II	"	"	"	9 30	"	10 0,
III	"	"	"	10 0	"	10 30,
IV	"	"	"	10 30	"	11 0,
V	"	"	"	11 0	"	11 30,
VI	"	"	"	11 30	"	12 1.

Chaque groupe représente ainsi un domaine d'environ 6° × 8°.

Dans chacun de ces groupes j'ai déterminé le nombre des mouvements propres supérieurs aux valeurs limites 0".00, 0".05, 0".10, 0".15, 0".20, 0".25, 0".30 et 0".35 (les numéros 171 et 172 étant comptés comme une seule étoile), et ce calcul a été effectué séparément pour les catégories suivantes de grandeur

$$< 7^m.0, 7^m.0 - 7^m.9, 8^m.0 - 8^m.9, 9^m.0 - 9^m.9, 10^m.0 - 10^m.9, \geq 11^m.0.$$

Comme les plaques de Helsingfors ne renferment en général pas d'étoiles plus faibles que 11<sup>m</sup>.2, et que sur plusieurs plaques cette limite n'est même pas atteinte, la dernière catégorie de grandeur n'est représentée que d'une manière relativement faible. En ce qui concerne les mouvements propres qui sont  $\leq 0".05$ , il est bon de faire remarquer que les matériaux de cette catégorie sont assez peu homogènes, car c'est le hasard qui, dans l'examen préliminaire des plaques, a fait qu'ils ont été découverts ou non. En outre il est évident que le nombre des mouvements propres mesurés  $\leq 0".05$  ne répond pas de loin au nombre réel. Une partie

de ces mouvements propres sont en outre si petits que leur grandeur tombe dans les limites des erreurs probables ou est voisine de ces limites, et de ce chef déjà leur valeur statistique est faible. Pour toutes ces raisons j'ai supprimé de la statistique publiée ci-dessous les mouvements propres  $\leq 0''.05$ .

Quant aux mouvements  $> 0''.05$ , je suis convaincu que dans la grande majorité des cas (jusqu'à la classe de grandeur  $11^m$ ) ils ont été observés par moi, et que par suite les matériaux, jusqu'à cette limite, sont au moins à peu près complets. Un mouvement propre annuel de  $0''.05$  correspond en effet pour l'intervalle de temps ici donné, 18 ans en moyenne, à un déplacement total de  $0''.9$ , et c'est une quantité qui peut s'observer aisément dans l'examen de la plaque au stéréocomparateur. La supposition que presque tous les mouvements propres supérieurs à  $0''.05$  ont été mesurés se confirme d'ailleurs, comme on le montrera plus bas, par la statistique présente.

Je donne maintenant, séparément pour chaque groupe, dans les tableaux ci-dessous le nombre des mouvements propres dans les différentes catégories. Ici  $n_1, n_2, \dots, n_7$  signifient le nombre des mouvements propres  $> 0''.05, > 0''.10, \dots, > 0''.35$ . Par comparaison on donne aussi le nombre total ( $N$ ) des étoiles de chaque catégorie figurant dans le catalogue de Helsingfors\*). Les nombres figurant entre les lignes sont les différences entre deux  $n$  consécutifs,  $n_1 - n_2, n_2 - n_3$  etc. Ces nombres indiquent donc combien il y a de mouvements propres compris entre les limites  $0''.05 - 0''.10, 0''.10 - 0''.15$  etc. On indique en outre pour chaque groupe

1:o)  $\alpha_0$  et  $\delta_0$  ou les coordonnées du centre du domaine correspondant;

2:o)  $\sigma'$  ou la distance de ce centre à l'antiapex ( $A = 90^\circ, D = -30^\circ$ );

3:o)  $H'$  ou l'angle de position de l'antiapex au centre du domaine;

4:o)  $b$  ou la latitude galactique du centre du domaine (on a admis d'après PICKERING pour les coordonnées du pôle nord de la voie lactée  $\alpha = 190^\circ; \delta = +28^\circ$ ).

#### GROUPE I.

$$\alpha_0 = 9^h 12^m, \delta_0 = +43^\circ; \sigma' = 85^\circ.7; H' = 220^\circ.2; b = +45^\circ.9.$$

Grandeur	< 7.0	7.0—7.9	8.0	8.9	9.0—9.9	10.0—10.9	> 11.0	Total
$N$	16	36	138	504	791	214	1,699	
$\mu > 0.05$	$n_1$	7	6	16	38	31	5	103
		3	4	4	17	20	3	51
$> 0.10$	$n_2$	4	2	12	21	11	2	52
		3	0	5	11	5	2	26
$> 0.15$	$n_3$	1	2	7	10	6	0	26
		0	1	4	5	0	0	10
$> 0.20$	$n_4$	1	1	3	5	6	0	16
		0	0	2	2	1	0	5

\*) Comme on a déterminé les mouvements propres d'un certain nombre d'étoiles faibles qui ne figurent pas au *Cat. phot.*, les nombres  $n_1, n_2, \dots$  pour la classe de grandeur  $> 11.0$  ne sont pas directement comparables avec  $N$ .

> 0.25	$n_5$	1	1	1	3	5	0	11
		0	0	0	2	2	0	4
> 0.30	$n_6$	1	1	1	1	3	0	7
		0	0	1	0	2	0	3
> 0.35	$n_7$	1	1	0	1	1	0	4

## GROUPE II.

$$\alpha_0 = 9^h 45^m; \delta_0 = 43^\circ; \sigma' = 89^\circ.4; H' = 226^\circ.1; b = +51^\circ.9.$$

Grandeur	< 7.0	7.0—7.9	8.0—8.9	9.0—9.9	10.0—10.9	≥ 11.0	Total	
$N$	14	24	117	394	546	134	1,229	
$\mu > 0.05$	$n_1$	8	5	22	31	22	6	94
		1	3	9	13	15	2	43
> 0.10	$n_2$	7	2	13	18	7	4	51
		3	2	8	8	7	1	29
> 0.15	$n_3$	4	0	5	10	0	3	22
		3	0	0	6	0	0	9
> 0.20	$n_4$	1	0	5	4	0	3	13
		0	0	2	3	0	2	7
> 0.25	$n_5$	1	0	3	1	0	1	6
		1	0	2	0	0	0	3
> 0.30	$n_6$	0	0	1	1	0	1	3
		0	0	0	1	0	1	2
> 0.35	$n_7$	0	0	1	0	0	0	1

## GROUPE III.

$$\alpha_0 = 10^h 15^m; \delta_0 = +43^\circ; \sigma' = 93^\circ.5; H' = 231^\circ.1; b = +57^\circ.2.$$

Grandeur	< 7.0	7.0—7.9	8.0—8.9	9.0—9.9	10.0—10.9	≥ 11.0	Total	
$N$	21	23	145	343	517	103	1,152	
$\mu > 0.05$	$n_1$	10	2	25	45	27	6	115
		4	2	14	27	15	2	64
> 0.10	$n_2$	6	0	11	18	12	4	51
		2	0	6	7	6	2	23
> 0.15	$n_3$	4	0	5	11	6	2	28
		3	0	3	9	5	0	20
> 0.20	$n_4$	1	0	2	2	1	2	8
		0	0	1	1	1	1	4
> 0.25	$n_5$	1	0	1	1	0	1	4
		0	0	0	1	0	0	1
> 0.30	$n_6$	1	0	1	0	0	1	3
		1	0	0	0	0	0	1
> 0.35	$n_7$	0	0	1	0	0	1	2

## GROUPE IV.

$$\alpha_0 = 10^h 45^m; \delta_0 = +43^\circ; \sigma' = 97^\circ.9; H' = 235^\circ.9; b = +62^\circ.4.$$

Grandeur	< 7.0	7.0—7.9	8.0—8.9	9.0—9.9	10.0—10.9	> 11.0	Total	
$N$	15	29	123	388	506	122	1,183	
$\mu > 0.05$	$n_1$	6	10	25	62	38	3	144
		2	3	16	41	24	3	89

> 0.10	$n_2$	4	7	9	21	14	0	55
		1	3	8	12	8	0	32
> 0.15	$n_3$	3	4	1	9	6	0	23
		1	2	1	4	4	0	12
> 0.20	$n_4$	2	2	0	5	2	0	11
		0	1	0	4	1	0	6
> 0.25	$n_5$	2	1	0	1	1	0	5
		1	1	0	0	1	0	3
> 0.30	$n_6$	1	0	0	1	0	0	2
		1	0	0	0	0	0	1
> 0.35	$n_7$	0	0	0	1	0	0	1

GROUPE V.

$$\alpha_0 = 11^h 15^m; \delta_0 = +43^\circ; \sigma' = 102^\circ.6; H' = 240^\circ.5; b = +67^\circ.2.$$

Grandeur	< 7.0	7.0—7.9	8.0—8.9	9.0—9.9	10.0—10.9	$\geq 11.0$	Total	
$N$	11	33	122	229	450	88	933	
$\mu > 0.05$	$n_1$	7	14	28	28	45	7	129
		4	7	12	19	30	4	76
> 0.10	$n_2$	3	7	16	9	15	3	53
		2	5	8	4	11	0	30
> 0.15	$n_3$	1	2	8	5	4	3	23
		0	1	2	3	3	1	10
> 0.20	$n_4$	1	1	6	2	1	2	13
		0	0	2	1	0	1	4
> 0.25	$n_5$	1	1	4	1	1	1	9
		1	1	2	1	0	0	5
> 0.30	$n_6$	0	0	2	0	1	1	4
		0	0	1	0	0	0	1
> 0.35	$n_7$	0	0	1	0	1	1	3

GROUPE VI.

$$\alpha_0 = 11^h 45^m.5; \delta_0 = +43^\circ; \sigma' = 107^\circ.5; H' = 245^\circ.0; b = +71^\circ.4.$$

Grandeur	< 7.0	7.0—7.9	8.0—8.9	9.0—9.9	10.0—10.9	$\geq 11.0$	Total	
$N$	8	24	131	207	462	66	898	
$\mu > 0.05$	$n_1$	5	10	26	27	36	5	109
		1	7	15	16	25	3	67
> 0.10	$n_2$	4	3	11	11	11	2	42
		2	1	7	6	8	1	25
> 0.15	$n_3$	2	2	4	5	3	1	17
		0	1	1	4	1	0	7
> 0.20	$n_4$	2	1	3	1	2	1	10
		0	0	1	1	0	0	2
> 0.25	$n_5$	2	1	2	0	2	1	8
		0	0	0	0	0	1	1
> 0.30	$n_6$	2	1	2	0	2	0	7
		0	0	0	0	1	0	1
> 0.35	$n_7$	2	1	2	0	1	0	6

Si on réunit les résultats pour toute la section de la zone ici envisagée, on obtient le tableau suivant.

N<sup>o</sup> 1.

	Grandeur	< 7.0	7.0—7.9	8.0—8.9	9.0—9.9	10.0—10.9	> 11.0	Total
	$N$	85	169	776	2065	3272	727	7,094
$\mu > 0.05$	$n_1$	43	47	142	231	199	32	694
		15	26	70	133	129	17	390
$> 0.10$	$n_2$	28	21	72	98	70	15	304
		13	11	42	48	45	6	165
$> 0.15$	$n_3$	15	10	30	50	25	9	139
		7	5	11	31	13	1	68
$> 0.20$	$n_4$	8	5	19	19	12	8	71
		0	1	8	12	3	4	28
$> 0.25$	$n_5$	8	4	11	7	9	4	43
		3	2	4	4	3	1	17
$> 0.30$	$n_6$	5	2	7	3	6	3	26
		2	0	2	1	3	1	9
$> 0.35$	$n_7$	3	2	5	2	3	2	17

2. **Nombre des étoiles à mouvement propre par rapport au nombre total des étoiles.** Dans la discussion des nombres ci-dessus, je commencerai par examiner dans quelle mesure le nombre des étoiles à mouvement propre dépend du nombre total des étoiles et de la latitude galactique. A cet égard on voit immédiatement apparaître des résultats qui ne sont pas sans importance. Examinons le tableau suivant, qui donne pour les différents groupes la latitude galactique  $b$ , le nombre total  $N$  et le nombre de mouvements propres  $> 0''.05$  et  $> 0''.10$ ,  $n_1$  et  $n_2$ .

Groupe	I	II	III	IV	V	VI
$b$	+ 45°.9	+ 51°.9	+ 57°.2	+ 62°.4	+ 67°.2	+ 71°.4
$N$	1.699	1.229	1.152	1.183	933	898
$n_1$	103	94	115	144	129	109
$n_2$	52	51	51	55	53	42

Le nombre total  $N$  va en diminuant peu à peu du groupe I au groupe VI;  $N$  se montre donc nettement dépendant de la latitude galactique, ce qui s'accorde avec la loi générale de condensation des étoiles vers le plan de la voie lactée. On ne remarque rien de semblable pour les nombres  $n_1$  et  $n_2$ ; ces deux quantités ne sont liées par aucune relation avec le nombre  $N$ . Le nombre  $n_1$  atteint son maximum pour le groupe IV, où  $N$  est relativement petit; tandis que  $N$  est pour le groupe I presque le double de sa valeur pour le groupe VI,  $n_1$  est un peu plus petit pour le premier groupe que pour le dernier. Le facteur de corrélation pour les quantités  $n_1$  et  $N$  est à peu près égal à 0. Même si, comme on l'a indiqué plus haut brièvement, le nombre des mouvements propres  $> 0''.05$  qui ont été mesurés a pu être influencé dans une faible mesure par des circonstances accidentelles, pourtant la considération du nombre  $n_2$  prouve complètement que le nombre des mouvements propres ne dépend pas du nombre total des étoiles, car c'est seulement dans un cas exceptionnel qu'il a pu arriver qu'un mouvement propre  $> 0''.10$  n'ait pas été observé au stéréocomparateur. Or on ne peut manquer de remarquer la constance frappante du nombre  $n_2$ . Ce n'est que pour

le groupe VI qu'il est un peu plus petit qu'en général; mais par contre les très grands mouvements propres dans ce groupe ( $> 0''.35$ ) sont relativement nombreux.

La distance à l'*antiapex* (resp. à l'*apex*) ne varie que d'une façon insignifiante pour les différents groupes; le nombre des mouvements propres ne peut par suite dépendre de cette distance que dans une faible mesure. En tout cas l'action de la distance à l'*apex* ne saurait nullement compenser l'influence du nombre total des étoiles ou de la distance à la voie lactée. Comme la distance à l'*apex* atteint sa valeur maxima pour le groupe II ( $89^\circ.4$ ) et sa valeur minima pour le groupe VI ( $72^\circ.5$ ), le nombre des mouvements propres doit en effet être un peu moindre dans les derniers groupes que dans les premiers. Donc, si le nombre des mouvements propres diminuait à mesure qu'augmente l'éloignement de la voie lactée, l'influence de  $\sigma'$  ne ferait qu'accentuer cette décroissance. En tenant compte de ce fait, nous pouvons dire que les mouvements propres, dans la partie ici traitée de la zone de Helsingfors, ne montrent pas de condensation dans la direction de la voie lactée. Ce résultat concorde avec ce qui avait été avancé d'abord par KAPTEYN et confirmé ensuite par TURNER dans ses recherches sur les mouvements propres dans la zone d'Oxford.\* Comme les étoiles qui ont les mouvements propres les plus considérables sont les plus rapprochées du système solaire, le résultat ci-dessus indique que le soleil et les étoiles les plus rapprochées forment un système de *cluster* sans condensation vers la voie lactée. La discussion suivante ne fera que renforcer encore la probabilité de cette hypothèse.

Pour montrer que, même dans les différentes classes de grandeur, les nombres  $n_1$  et  $n_2$  ne subissent pas d'influence directe de  $N$ , je donnerai encore le tableau ci-dessous.

		< 7 <sup>m</sup> .0					
Groupe		I	II	III	IV	V	VI
$N$		16	14	21	15	11	8
$n_1$		7	8	10	6	7	5
$n_2$		4	7	6	4	3	4
		7.0—7.9					
Groupe		I	II	III	IV	V	VI
$N$		36	24	23	29	33	24
$n_1$		6	5	2	10	14	10
$n_2$		2	2	0	7	7	3
		8.0—8.9					
Groupe		I	II	III	IV	V	VI
$N$		138	117	145	123	122	131
$n_1$		16	22	25	25	28	26
$n_2$		12	13	11	9	16	11

\*) H. H. TURNER: Second Note on the number of Faint Stars with large Proper Motions. Monthly Notices, April 1909.

9.0—9.9						
Groupe	I	II	III	IV	V	VI
$N$	504	394	343	388	229	207
$n_1$	38	31	45	62	28	27
$n_2$	21	18	18	21	9	11

10.0—10.9						
Groupe	I	II	III	IV	V	VI
$N$	791	546	517	506	450	462
$n_1$	31	22	27	38	45	36
$n_2$	11	7	12	14	15	11

$\geq 11.0$						
Groupe	I	II	III	IV	V	VI
$N$	214	134	103	122	88	66
$n_1$	5	6	6	3	7	5
$n_2$	2	4	4	0	3	2

La diminution de  $N$  du groupe I au groupe VI est un peu différente selon les catégories de grandeur; elle est moins marquée pour les grandes étoiles (jusque 8.9), plus forte pour les étoiles plus faibles (depuis 9.0). Mais on n'observe pourtant dans aucune classe de grandeur de parallélisme direct entre  $N$  d'une part et  $n_1$  ou  $n_2$  de l'autre; le facteur de corrélation est pour toutes les classes voisin de 0. Nous pouvons donc conclure que la règle de la constance du nombre des mouvements propres dans les différents groupes a une valeur tout à fait générale, *indépendamment de la catégorie de grandeur*.

Il n'y a que deux exceptions un peu frappantes pour les groupes IV et V; dans le premier groupe  $n_1$  pour les catégories de grandeur 9.0—9.9, et dans le second le même nombre pour les catégories 10.0—10.9 sont d'une grandeur disproportionnée. Ces écarts peuvent cependant être assez accidentels.

3. **Densité des étoiles à mouvement propre.** La discussion précédente se rapportait surtout au nombre *absolu* des étoiles à mouvement propre; je donnerai quelques chiffres propres à montrer le nombre *relatif*. Je désignerai les rapports  $\frac{n_v}{N}$  par  $D_v$ , et j'appellerai ces rapports *densités* des catégories respectives d'étoiles à mouvement propre. Pour les diverses catégories de grandeur la densité prend les valeurs suivantes.

Grandeur	< 7.0	7.0—7.9	8.0—8.9	9.0—9.9	10.0—10.9	$\geq 11.0$	Toutes les étoiles
$D_1$	0.51	0.28	0.18	0.11	0.06	0.04	0.098
$D_2$	0.33	0.12	0.09	0.05	0.021	0.021	0.043
$D_3$	0.18	0.06	0.04	0.024	0.008	0.012	0.020
$D_4$	0.09	0.03	0.024	0.009	0.004	0.011	0.010

La densité, comme il est naturel, diminue rapidement quand croît la classe de grandeur:  $D_1$  pour la catégorie  $10^m.0=10^m.9$  n'est que le huitième de  $D_1$  pour les étoiles les plus brillantes; pour  $D_4$  ce rapport n'est que de  $\frac{1}{22}$ . Les nombres de la première colonne méritent une attention particulière: ils montrent que plus de la moitié des étoiles les plus brillantes ont un mouvement propre supérieur à  $0''.05$  par an, et que pour un tiers de ces étoiles le mouvement propre est  $>0''.10$ . En ce qui concerne la dernière colonne, je note spécialement que, parmi les étoiles que j'ai étudiées, une sur cent seulement a un mouvement propre  $>0''.20$  par an.

J'entends par *répartition* des étoiles à mouvement propre le rapport entre un nombre  $n_v$  pour une classe de grandeur et  $\Sigma n_v$  pour toutes les classes de grandeur; ce rapport est désigné par  $d_v$ . La répartition offre un intérêt spécial, en ce qu'elle constitue une mesure des conditions du mélange des catégories de grandeur entre les étoiles les plus rapprochées du soleil. Je me bornerai à donner ici les nombres  $d_1$  et  $d_2$  pour les différents groupes et les différentes catégories de grandeur; je laisse de côté les autres  $d_v$ , en partie parce qu'ils se rapportent à un assez petit nombre d'étoiles, en partie parce qu'ils sont assez semblables à  $d_1$  et  $d_2$ .

Grandeur	$d_1$					
	$< 7.0$	$7.0-7.9$	$8.0-8.9$	$9.0-9.9$	$10.0-10.9$	$\geq 11.0$
Groupe						
I	0.07	0.06	0.15	0.37	0.30	0.05
II	0.08	0.05	0.23	0.33	0.23	0.06
III	0.09	0.02	0.22	0.39	0.24	0.05
IV	0.04	0.07	0.17	0.43	0.26	0.02
V	0.05	0.11	0.22	0.22	0.35	0.05
VI	0.05	0.09	0.24	0.25	0.33	0.05
Ensemble	0.062	0.068	0.205	0.333	0.287	0.046

Grandeur	$d_2$					
	$< 7.0$	$7.0-7.9$	$8.0-8.9$	$9.0-9.9$	$10.0-10.9$	$> 11.0$
Groupe						
I	0.08	0.04	0.23	0.40	0.21	0.04
II	0.14	0.04	0.25	0.35	0.13	0.08
III	0.12	0.00	0.22	0.35	0.24	0.08
IV	0.07	0.13	0.16	0.38	0.25	0.00
V	0.06	0.13	0.30	0.17	0.28	0.06
VI	0.10	0.07	0.26	0.26	0.26	0.04
Ensemble	0.092	0.069	0.237	0.322	0.230	0.049

Je remarquerai d'abord que la dernière catégorie de classes de grandeur ne représente que 1 à 2 dixièmes d'une classe de grandeur, car la plupart des plaques ne contiennent les étoiles que jusqu'à  $11^m.1$ , et beaucoup n'atteignent même pas cette limite. Même la

catégorie 10.0—10.9 n'est pas complète, car un certain nombre de plaques ne renferment que les étoiles jusqu'à 10<sup>m</sup>.5.

On observe que les nombres  $d_1$  pour la même catégorie de grandeur sont assez constants dans les différents groupes, et que  $d_1$  et  $d_2$  ne diffèrent pas beaucoup l'un de l'autre. Un maximum se marque nettement pour la catégorie 9.0—9.9, sauf dans les groupes V et VI, où le maximum s'est déplacé vers la catégorie 10.0—10.9. Pour fixer plus exactement la position de ce maximum, j'ai jugé nécessaire de répartir encore les matériaux en divisant en deux chacune des catégories 8.0—8.9, 9.0—9.9 et 10.0—10.9. J'ai ainsi trouvé les valeurs ci-dessous pour  $d_1$  et  $d_2$ .

	8.0—8.4	8.5—8.9	9.0—9.4	9.5—9.9	10.0—10.4	10.5—10.9
$d_1$	0.063	0.141	0.203	0.130	0.140	0.147
$d_2$	0.076	0.161	0.204	0.118	0.089	0.141.

On trouve donc que la répartition atteint deux maxima, l'un pour 9.0—9.4 et l'autre pour 10.5—10.9. Comme cette dernière catégorie n'est pas complète, les nombres  $d_1$  et  $d_2$  y sont visiblement trop petits. Le maximum pour 9.0—9.4 est notable. Peut-être tient-il en partie à des erreurs systématiques dans la détermination des grandeurs, mais il ne peut guère s'expliquer entièrement de cette manière, parce que, pour la catégorie 10.0—10.4,  $d_1$  et  $d_2$  sont beaucoup moindres que les valeurs maxima. Un autre point intéressant est le fort accroissement de la répartition quand on passe de la catégorie 8.0—8.4 à 8.5—8.9. Cet accroissement indique aussi le voisinage d'un maximum et confirme ainsi la réalité des valeurs maxima observées pour la catégorie 9.0—9.4. Tout porte donc à croire que *cette catégorie est la plus abondamment représentée* parmi les étoiles les plus rapprochées du système solaire dans la région du ciel ici étudiée.

4. **Distribution des mouvements propres.** Si on examine de plus près les tableaux des pages 167—170, on verra se manifester une régularité très prononcée dans l'accroissement des nombres  $n_\nu$ . Le rapport entre deux  $n_\nu$  consécutifs, c. à. d.

$$\frac{n_\nu}{n_{\nu+1}}$$

est pour toutes les catégories de grandeur et tous les groupes très voisin de 2. Cependant ce rapport croît à mesure que  $\nu$  décroît, et l'accroissement est un peu différent selon les catégories de grandeur et les groupes. Le nombre des étoiles dont les mouvements propres sont supérieurs à une certaine valeur  $\mu_\nu$  est exprimé assez exactement par la formule d'interpolation

$$n_\nu = e^{\alpha - \beta \mu_\nu + \gamma \mu_\nu^2}$$

où  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  sont des constantes.

Pour montrer comment cette formule rend bien les nombres observés, je donnerai pour l'ensemble des matériaux (en réunissant tous les groupes) les valeurs observées et calculées.

		Obs.	Calc.	Diff.
$\mu > 0''.05$	$n_1$	694	693	+ 1
$> 0.10$	$n_2$	304	299	+ 5
$> 0.15$	$n_3$	139	141	- 2
$> 0.20$	$n_4$	71	73	- 2
$> 0.25$	$n_5$	43	41	+ 2
$> 0.30$	$n_6$	26	26	0
$> 0.35$	$n_7$	17	17	0

Les constantes obtiennent les valeurs

$$\alpha = 7.470; \beta = 19.5, \gamma = 18.0.$$

De la concordance entre les valeurs observée et calculée de  $n_1$  il semble ressortir que, comme il a été relevé plus haut (p. 167), la plupart au moins des mouvements propres supérieurs à  $0''.05$  sont compris dans la statistique. Pour  $\mu = 0$  la formule d'interpolation donne comme nombre des étoiles ayant des mouvements propres  $> 0$

$$n_0 = 1754,$$

soit seulement un peu plus du quart du nombre total des étoiles dans la partie étudiée de la zone. En conséquence près des trois quarts des étoiles étudiées seraient situées en dehors du système constitué par le soleil et ses voisines les plus proches. Sans doute on n'a pas le droit d'extrapoler sans plus le nombre  $n_0$  en se servant de la formule d'interpolation trouvée. Mais la valeur calculée de  $n_0$  semble pourtant confirmer l'hypothèse exprimée auparavant, que le soleil appartient à un amas stellaire de dimensions assez limitées. Il est intéressant de noter ici que la formule d'interpolation pour le groupe  $< 7^m.0$  donne  $n_0 = 83$ , valeur très voisine du nombre total des étoiles de ce groupe, 84. Ainsi presque toutes les grandes étoiles appartiendraient au „cluster du soleil“.

## II.

### Directions des mouvements propres.

1. **Groupement des mouvements propres d'après leur directions.** Pour étudier dans quelle mesure le nombre des mouvements propres dépend de la direction, je les ai rangés d'après la grandeur de l'angle de position  $P$ , en déterminant le nombre des mouvements propres pour chaque intervalle de  $P$  égal à  $10^\circ$ . Ce calcul a été effectué séparément pour les six parties ci-dessus définies de la zone de Helsingfors, et les résultats sont donnés dans le tableau qui suit.  $P$  signifie ici le commencement de chaque intervalle et  $n_p$  le nombre de mouvements propres dans l'intervalle. La première valeur de  $n_p$  donne donc le nombre des mouvements propres  $> 0''.05$  dont les angles de position sont compris entre  $0^\circ$  et  $9^\circ.9$ , la seconde le nombre des mouve-

ments propres dans l'intervalle entre  $10^\circ$  et  $19^\circ.9$ , etc. J'ai éliminé de cette statistique une étoile avec un mouvement propre d'une grandeur anormale, plus de  $4''$  par an.

$P$	$n_p$ pour le groupe						$P$	$n_p$ pour le groupe					
	I	II	III	IV	V	VI		I	II	III	IV	V	VI
0	0	0	0	1	1	0	180	6	5	6	2	0	2
10	0	0	1	0	0	0	190	6	4	6	3	1	4
20	1	0	1	0	0	0	200	10	5	7	6	8	3
30	0	0	0	0	0	1	210	10	3	8	7	1	5
40	0	0	0	1	1	0	220	9	6	7	11	5	3
50	0	2	1	1	0	0	230	9	3	7	11	9	9
60	0	0	1	1	1	0	240	3	7	13	13	9	5
70	0	0	0	0	4	2	250	8	13	9	10	11	5
80	0	1	0	3	0	1	260	4	8	13	12	13	4
90	3	3	1	4	3	5	270	5	5	4	5	12	10
100	4	3	2	2	1	2	280	3	0	1	13	8	11
110	4	2	2	3	2	3	290	1	1	5	3	7	7
120	2	1	2	4	3	3	300	2	0	0	2	5	2
130	1	3	1	6	6	2	310	0	1	1	1	2	2
140	4	4	4	4	3	3	320	0	0	0	0	2	0
150	3	6	4	4	2	6	330	1	0	0	1	2	0
160	1	1	6	2	3	3	340	0	0	0	1	0	2
170	3	6	1	5	3	4	350	0	1	1	2	0	0

2. **Détermination de l'apex.** Ces matériaux se prêtent très bien à la détermination des angles de position de l'apex et du vertex d'après la méthode que SCHWARZSCHILD\*), partant de son hypothèse ellipsoïdale, a développée pour le cas où on ne dispose que d'un assez petit nombre de mouvements propres pour un domaine assez limité. On se représente un système d'axes rectangulaires orienté de façon que l'un des axes coïncide avec la direction initiale  $P=0$  pour le premier intervalle, et on calcule le nombre des mouvements propres dans chaque quadrant du système,  $l_1, l_2, l_3, l_4$ . Le nombre  $l_1$  indique alors le nombre des mouvements propres tombant entre les limites  $0^\circ$  et  $90^\circ$ ,  $l_2$  le nombre des mouvements propres entre  $90^\circ$  et  $180^\circ$ , etc. Puis on fait tourner le système des axes de manière que la direction initiale coïncide avec la direction  $P=10^\circ$ , et on détermine de même les nombres  $l_1, \dots, l_4$  pour les quatre quadrants. Le système des axes est ensuite tourné successivement de  $10^\circ$  pour chaque fois, jusqu'à ce que la direction initiale coïncide avec  $P=350^\circ$ . Pour chaque position du système on détermine les quantités

$$l_1 + l_2 - l_3 - l_4$$

et

$$\frac{l_1 \cdot l_3}{l_2 \cdot l_4}$$

L'angle de position de l'apex est déterminée par la condition

\*) K. SCHWARZSCHILD. Über die Bestimmung von Vertex und Apex nach der Ellipsoidhypothese aus einer geringen Anzahl beobachteter Eigenbewegungen. Göttinger Nachrichten 1908.

$$l_1 + l_2 - l_3 - l_4 = 0$$

et celui du vertex par la condition

$$\frac{l_1 \cdot l_3}{l_2 \cdot l_4} = 1.$$

Les angles pour lesquels sont vérifiées ces conditions se tirent par interpolation de l'ensemble des quantités  $l_1 + l_2 - l_3 - l_4$  et  $\frac{l_1 \cdot l_3}{l_2 \cdot l_4}$ . La première quantité s'annule pour deux valeurs de  $P$  distantes de  $180^\circ$ ; l'une indique l'angle de position de l'apex, l'autre celui de l'antiapex. Pour l'apex on a

$$l_1 < l_3 \text{ et } l_4 < l_2.$$

D'autre part la quantité  $\frac{l_1 \cdot l_3}{l_2 \cdot l_4}$  s'annule pour quatre valeurs de  $P$  qui diffèrent de  $90^\circ$ . Comme la direction du vertex n'est qu'un axe de symétrie pour les mouvements propres, placé de telle façon, qu'il y a autant de mouvements propres dans le sens positif que dans le sens négatif, nous n'avons qu'à choisir entre deux valeurs de  $P$  distantes de  $90^\circ$ . La direction du vertex s'établit de la façon suivante. On calcule les quantités  $\mu_0$  et  $r_0$  au moyen des équations

$$\begin{aligned} 2 \int_0^{\mu_0} e^{-x^2} dx &= \frac{k_2 - k_1 + k_3 - k_4}{k_1 + k_2 + k_3 + k_4} \\ 2 \int_0^{r_0} e^{-x^2} dx &= \frac{k_3 + k_4 - k_2 - k_1}{k_1 + k_2 + k_3 + k_4} \end{aligned}$$

où  $k_1 \dots k_4$  sont les valeurs spéciales que prennent les quantités  $l$  pour un des angles  $P$  pour lesquels  $\frac{l_1 \cdot l_3}{l_2 \cdot l_4} = 1$ . Puis on calcule

$$\frac{\cos q_0}{\mu_0} \text{ et } \frac{\sin q_0}{r_0},$$

où  $q_0$  est l'angle entre les directions de l'apex et du vertex ( $< 90^\circ$ ). Si la première de ces quantités est supérieure à la seconde, la valeur adoptée pour  $P$  correspond à la direction du vertex. Si le contraire a lieu, nous n'avons qu'à augmenter de  $90^\circ$  la valeur admise pour  $P$ .

Les valeurs obtenues en calculant d'après la méthode de SCHWARZSCHILD les angles de position de l'apex et du vertex  $H$  et  $H_1$  pour les six groupes doivent être regardées comme s'appliquant aux centres des domaines correspondants, car la répartition des étoiles à mouvement propre dans chacun de ces domaines est particulièrement uniforme. Pour le montrer, je choisirai comme exemple le premier groupe, dont le centre a pour coordonnées  $\alpha_0 = 148^\circ$ ;  $\delta_0 = 43^\circ$ . Dans ce groupe il y a en tout 103 étoiles dont le mouvement propre est  $> 0''.05$ . De ces étoiles 50 ont une ascension droite  $> 148^\circ.0$ , tandis que pour 53  $\alpha < 148^\circ$ ; pour 49 étoiles on a  $\delta > 43^\circ$ , pour 54  $\delta < 43^\circ$ . Cette répartition donne pour le centre de gravité du domaine une position qui ne diffère du centre que de  $0^\circ.1$  à  $0^\circ.2$ . Cette quantité détermine dans la valeur de l'angle de position une modification qui en tout cas est inférieure à  $0^\circ.2$ , quantité

négligeable. Dans les autres groupes la répartition des étoiles est à peu près la même. Une réduction des différents angles au centre du domaine est inutile, les domaines ayant une superficie très faible (environ  $6^\circ \times 8^\circ$ ), et la distance à l'apex étant de près de  $90^\circ$ .

L'application de la méthode de SCHWARZSCHILD donne les valeurs suivantes de  $H$  (angle de position pour la direction de l'antiapex). Par comparaison je donne les valeurs  $H'$  qui correspondent à la position la plus généralement adoptée de l'antiapex ( $A = 90^\circ$ ,  $D = -30^\circ$ ) ainsi que les différences  $H - H'$ .

Groupe	I	II	III	IV	V	VI
$H$	214°.3	213°.6	227°.2	231°.9	250°.6	231°.8
$H'$	220.2	226.1	231.1	235.9	240.5	245.0
Diff.	-5.9	-12.5	-3.9	-4.0	+9.5	-13.2

Les différences ne sont donc pas considérables; la plus grande est de  $-13^\circ.2$ . Il est particulièrement remarquable que le mouvement du système solaire ressorte avec une telle netteté des mouvements propres dans des domaines aussi peu étendus que ceux traités ici. Chaque groupe correspond à une surface à peine supérieure à un millième de toute la sphère céleste, et pourtant la direction de l'apex se détermine avec un écart moyen d'env.  $9^\circ$  seulement par rapport à l'angle de position le plus probable. Si on tient compte du caractère systématique des différences, l'erreur est encore plus faible; mais on reviendra bientôt sur ce point.

Il peut être intéressant de calculer au moyen des valeurs que j'ai obtenues pour  $H$  la position de l'apex, bien qu'on ne puisse *a priori* attendre une bien grande exactitude, les mouvements propres étudiés se rapportant à un domaine qui ne représente que 6 à 7 millièmes de la sphère céleste, et la différence entre les valeurs extrêmes de  $H'$  n'atteignant que  $25^\circ$ . La détermination de l'apex peut être obtenue de la manière suivante avec une exactitude correspondant entièrement à celle des matériaux employés. Comme il ressort des nombres ci-dessus,  $H$  peut, dans la partie envisagée de la zone, être regardé comme une fonction linéaire de l'ascension droite; les trois premières valeurs de  $H$  peuvent donc, en formant la moyenne, être réunies en une seule valeur qu'on peut regarder comme valable pour un point dont l'ascension droite est égale à la moyenne de celles des trois groupes. On peut procéder de même à l'égard des trois dernières valeurs. On obtient ainsi deux grands cercles dont le point de croisement donne la position de l'antiapex. En effectuant ce calcul j'ai obtenu pour l'antiapex les coordonnées

$$A = 114^\circ; D = -14^\circ,$$

et par suite pour l'apex

$$A = 294^\circ; D = +14^\circ.$$

Cette position de l'apex diffère de celle le plus généralement adoptée de  $24^\circ$  en ascension droite et de  $16^\circ$  en déclinaison. Ceci tient peut-être à ce que mes matériaux se rapportent surtout aux étoiles plus faibles, qui donnent pour l'antiapex des angles de position moindres que les étoiles plus grandes (voir p. 181).

Si maintenant, partant de la position obtenue pour l'antiapex, on calcule les angles de position  $H$  pour les six groupes, on trouve les différences suivantes entre l'observation et le calcul

Groupe	I	II	III	IV	V	VI
$H$ (obs.) — $H$ (calc.)	+ 4°	— 5°	+ 2°	0°	+ 12°	— 12°.

On en tire comme *erreur moyenne* d'une détermination de  $H$  la valeur  $\pm 8^\circ$  et comme *erreur probable* la valeur  $\pm 6^\circ$ . Ce résultat doit être regardé comme particulièrement satisfaisant.

J'ai fait aussi la détermination de l'apex en employant une *autre méthode* très simple. Je pars des composantes du mouvement propre  $(\mu_\alpha + \Delta\mu_\alpha) \cos \delta$  et  $\mu_\delta$ , et forme pour chaque groupe les sommes

$$\Sigma(\mu_\alpha + \Delta\mu_\alpha) \cos \delta \text{ et } \Sigma \mu_\delta.$$

Aussi bien dans l'hypothèse des deux courants d'étoiles de КАРТЕВН que dans l'hypothèse elliptoïdale de SCHWARZSCHILD, les *motus peculiars* des étoiles se groupent symétriquement autour d'une certaine direction principale, la direction du vertex. Si le nombre des étoiles est suffisamment grand, les influences des *motus peculiars* doivent par suite s'éliminer des quantités ci-dessus, qui ne représentent que les sommes des composantes des mouvements *parallactiques*. L'angle de position de l'antiapex se détermine donc pour chaque groupe par l'équation

$$\lg H = \frac{\Sigma(\mu_\alpha + \Delta\mu_\alpha) \cos \delta}{\mu_\delta},$$

et la valeur de  $H$  qui en découle s'applique, la répartition des étoiles dans chaque domaine étant, comme on l'a vu, particulièrement uniforme, au *centre* du domaine en question.

Le calcul de  $H$  d'après l'équation précédente a donné les valeurs suivantes, que, par comparaison, on a fait suivre des valeurs de  $H'$  et des valeurs de  $H$  obtenues selon la méthode de SCHWARZSCHILD.

Groupe	I	II	III	IV	V	VI
$H$	210°.9	211.°0	226°.3	230°.1	242°.0	238°.4
$H$ (Schwarzschild)	214.3	213.6	227.2	231.9	250.0	231.8
$H'$	220.2	226.1	231.1	235.9	240.5	245.0

La concordance entre les valeurs maintenant trouvées et les valeurs précédentes de  $H$  est aussi bonne qu'on peut le désirer, et ce fait témoigne en faveur de l'exactitude des deux méthodes. En calculant la position de l'apex d'après les nouvelles valeurs de la même manière que plus haut, on obtient

$$A = 292^\circ; D = + 12^\circ,$$

done une position à peu près identique à celle trouvée plus haut. Les écarts entre les valeurs observées et calculées de  $H$  deviennent, en appliquant la seconde méthode,

Groupe	I	II	III	VI	V	VI
$H$ (obs.) — $H$ (calc.)	+ 3°	— 5°	+ 3°	0°	+ 5°	— 4°.

L'erreur moyenne d'une détermination de  $H$  est ici de  $\pm 4^\circ$  et l'erreur probable de  $\pm 3^\circ$ , valeurs encore plus petites que dans le cas précédent.

3. **Détermination du vertex.** Je passe maintenant aux angles de position du *vertex*; j'appellerai ces angles  $H_1$ . Pour faciliter ici aussi la comparaison avec les résultats antérieurs, j'ai calculé les angles  $H'_1$  correspondant aux moyennes arrondies des déterminations les plus importantes des coordonnées du vertex ( $A = 90^\circ$ ;  $D = +10^\circ$ ). J'ai trouvé pour les différents groupes les valeurs suivantes de  $H_1$  et  $H'_1$ .

Groupe	I	II	III	IV	V	VI
$H_1$	280°.0	269°.7	269°.3	276°.4	282°.3	286°.3
$H'_1$	246.2	253.3	259.1	264.6	269.8	274.9
Diff.	+ 33.8	+ 16.4	+ 10.2	+ 11.8	+ 12.5	+ 11.4

Ces chiffres montrent que, pour les étoiles que j'ai étudiées, on constate aussi très nettement une direction favorisée pour les *motus peculiare*s. Les valeurs de  $H_1$  suivent une marche assez régulière selon l'ascension droite, et, pour des domaines voisins, ne s'écartent pas beaucoup les unes des autres. Les différences  $H_1 - H'_1$ , qui sont grandes et ont un caractère systématique prononcé, montrent pourtant que cette direction favorisée ne correspond pas avec la direction généralement adoptée pour le vertex.

Pour déterminer la *position du vertex* d'après mes matériaux, j'ai employé la même méthode que ci-dessus pour calculer les coordonnées de l'apex. J'ai ainsi trouvé pour le *vertex*:

$$A = 134^\circ; D = +43^\circ,$$

valeurs qui s'écartent assez fortement de celles généralement obtenues. Il faut naturellement remarquer ici que ma détermination est nécessairement entachée d'une incertitude relativement grande, en raison de la faible surface de la partie de la zone ici examinée et de la faible variation des angles  $H_1$ ; en particulier la valeur de  $A$  doit être incertaine, tous les angles étant très voisins de  $270^\circ$ . Mais l'écart indiqué peut aussi être causé par le fait que les matériaux se composent principalement d'étoiles faibles. D'ailleurs il y a, d'après les recherches de CHARLIER,\* des écarts sensibles par rapport à l'hypothèse ellipsoïdale.

Les différences entre l'observation et le calcul sont ici

Groupe	I	II	III	IV	V	VI
$H_1$ (obs.) — $H_1$ (calc.)	+ 12°	— 3°	— 7°	— 3°	+ 1°	+ 2°

Il peut encore y avoir intérêt à calculer en partant des matériaux présents le rapport des deux demi-grands axes,  $\alpha$  et  $\beta$ , des „ellipses de vitesse“. Pour déterminer ces quantités, on a d'après SCHWARZSCHILD les équations:

$$\frac{\alpha}{h} = \frac{\sin q_0}{\mu_0}; \quad \frac{\beta}{h} = \frac{\cos q_0}{v_0}.$$

\* C. V. L. CHARLIER: Studies in Stellar Statistics II, 1913.

On a expliqué plus haut le sens des quantités  $q_0$ ,  $\mu_0$  et  $v_0$ :  $h$  est la projection de la vitesse  $u$  du système solaire sur la sphère céleste, donc

$$h = u \sin \sigma.$$

Les différents groupes donnent les valeurs suivantes de  $\frac{\beta}{\alpha}$ :

Groupe	I	II	III	IV	V	VI
$\frac{\beta}{\alpha}$	0.89	0.51	0.62	0.72	0.68	0.78

On pourrait encore tirer de  $\frac{\beta}{\alpha}$  le rapport entre les demi-grands axes  $A$  et  $B$  de „l'ellipsoïde de vitesse“ d'après l'équation

$$\frac{\alpha^2}{\beta^2} - 1 = \left( \frac{A^2}{B^2} - 1 \right) \sin^2 \chi,$$

où  $\chi$  est la distance au vortex. Mais, on vient de l'indiquer, la valeur tirée de mes matériaux pour l'ascension droite du vertex est très incertaine, et les valeurs des angles  $\chi$  seraient par suite elles aussi incertaines; dans ces conditions la détermination de  $\frac{A}{B}$  serait peu sûre.

4. **Apex et vertex pour les diverses grandeurs des étoiles.** On peut se demander si la détermination de l'apex et du vertex dépend en quelque mesure de la *classe de grandeur* des étoiles. Pour essayer de résoudre cette question, j'ai calculé, tant d'après la méthode de SCHWARZSCHILD qu'en formant la moyenne géométrique des mouvements propres, les angles de position de l'apex pour les six catégories de classes de grandeur définies plus haut (p. 166). Les résultats obtenus se rapportent au centre de la zone entière, aucune répartition n'ayant été faite selon l'ascension droite.

J'ai trouvé de la sorte les valeurs suivantes de  $H$ :

	< 7.0	7.0—7.9	8.0—8.9	9.0—9.9	10.0—10.9	≥ 11.0
Selon la méthode de SCHWARZSCHILD	236°	226°	231°	227°	236°	221°
Selon l'autre méthode	238	218	229	225	223	233

On constate que les différentes valeurs de  $H$  ne s'écartent que très peu les unes des autres et qu'on ne remarque pas de marche selon la classe de grandeur à l'exception de la première catégorie, où la valeur de  $H$  concorde assez bien avec l'angle de position (234°) correspondant à la position la plus généralement adoptée pour l'antiapex.

La direction par rapport au vertex ne diffère pas non plus essentiellement selon les catégories de grandeur, comme le montrent les valeurs suivantes de  $H_1$  obtenues selon la méthode de SCHWARZSCHILD (la première valeur est très incertaine):

	< 7.0	7.0—7.9	8.0—8.9	9.0—9.9	10.0—10.9	≥ 11.0
$H_1$	307°	270°	281°	286°	271°	270°

5. **Remarque.** On pourrait, contre les calculs ci-dessus, soulever l'objection que les étoiles dont le mouvement propre est  $< 0''.05$  n'ont pas été employées, c. à d. que les étoiles ont été choisies d'après un criterium qui dépend des mouvements propres eux-mêmes, et que par suite les conditions d'emploi, en particulier pour la méthode de SCHWARZSCHILD, ne sont pas strictement remplies. Cependant, comme je l'ai noté précédemment, les matériaux, par suite de cette limitation, sont devenus beaucoup plus homogènes qu'ils ne l'eussent été sans cela, car on n'a observé qu'un petit nombre des mouvements faibles, tandis que la grande majorité au moins des mouvements plus considérables ont été déterminés. Comme une partie des petits mouvements propres sont si petits que l'on n'aurait pu calculer les angles de position qu'avec une grande incertitude, il aurait fallu en tout cas tracer une limite. Cette question n'a pas de grande importance pratique, parce que la prise en considération des petits mouvements propres n'aurait en général modifié les résultats que d'une manière insignifiante, comme j'ai pu m'en convaincre d'une façon spéciale. Je maintiens cependant en principe que le procédé que j'ai adopté est plus exact.

### III.

#### Parallaxes moyennes des étoiles à mouvement propre.

1. **Parallaxes moyennes des étoiles dans les divers groupes.** En supposant que les *motus peculiares* sont groupés symétriquement autour de la direction du vertex, on peut déduire des mouvements propres observés les valeurs moyennes des parallaxes des étoiles. En ce cas, en effet, la moyenne géométrique des mouvements propres est égale à la projection du mouvement du soleil sur la sphère céleste. Si on désigne cette projection par  $h$  et le nombre des étoiles par  $n$ , on a d'une part

$$h = \gamma \sqrt{\bar{\xi}^2 + \bar{\eta}^2},$$

où

$$\bar{\xi} = \frac{\Sigma(\mu_a + \mu_a) \cos \delta}{n}; \quad \bar{\eta} = \frac{\Sigma(\mu_\delta)}{n}$$

et de l'autre

$$h = k \bar{\pi} \sin \sigma,$$

où  $k$  est le mouvement annuel du soleil,  $\bar{\pi}$  la parallaxe moyenne et  $\sigma$  la distance à l'antiapex calculée à partir du point envisagé. La parallaxe moyenne se tire donc de l'équation

$$\bar{\pi} = \frac{\sqrt{\bar{\xi}^2 + \bar{\eta}^2}}{k \sin \sigma}.$$

La quantité  $k$  se détermine par l'équation

$$k = \frac{365.24 \times 86400}{149,500,000} \times V,$$

où  $V$  est la vitesse du soleil en kilomètres par seconde. Pour le calcul de la parallaxe moyenne il faut donc adopter d'abord une valeur de  $V$ . J'ai choisi celle résultant des plus récentes recherches de CAMPBELL\*)

$$V = 17.77 \text{ km/s.}$$

que j'ai arrondie en 18 km/s. Quant à la quantité  $\sigma$ , on peut se demander s'il faut la calculer d'après une position moyenne de l'apex selon les déterminations antérieures ou d'après la position déduite des matériaux présents dans le paragraphe précédent. Je me suis arrêté à cette dernière alternative, mon intention étant surtout de tirer des mouvements étudiés ici ce qu'ils donnent, indépendamment des résultats antérieurs. Les différences ne seront du reste pas grandes. Les valeurs trouvées de la parallaxe doivent être changées de  $\frac{1}{10}$  au plus pour s'appliquer aux coordonnées de l'antiapex  $A = 90^\circ$ ;  $D = -30^\circ$ . Je suis parti des valeurs

$$A = 113^\circ; D = -13^\circ,$$

soit la moyenne des valeurs fournies par les deux méthodes employées dans le chapitre précédent.

Outre la parallaxe moyenne  $\pi$  j'ai calculé, aussi à titre de comparaison, le mouvement propre moyen  $\mu$  ou la moyenne arithmétique des mouvements propres, et le rapport  $\frac{\mu}{\pi}$ . Pour les six groupes on obtient les résultats suivants:

Groupe	I	II	III	IV	V	VI
$h$	0''.0924	0''.0678	0''.0825	0''.0621	0''.0688	0''.0616
$\pi$	0.0278	0.0198	0.0234	0.0172	0.0186	0.0164
(I) $\bar{\mu}$	0.1331	0.1250	0.1204	0.1062	0.1168	0.1240
$\frac{\bar{\mu}}{\pi}$	4.8	6.3	5.1	6.2	6.3	7.6

On observe que le rapport  $\frac{\mu}{\pi}$  diminue en général quand les parallaxes moyennes augmentent. Pour le domaine étudié tout entier on a

$$h = 0''.0704; \pi = 0''.0197; \bar{\mu} = 0''.1198; \frac{\bar{\mu}}{\pi} = 6.1.$$

La valeur moyenne trouvée pour  $\frac{\bar{\mu}}{\pi}$  s'accorde assez bien avec les résultats qui ressortent de recherches précédentes. SCHWARZSCHILD\*\* p. ex. est arrivé au résultat 6.3 pour le rapport entre le mouvement propre moyen et la parallaxe moyenne.

2. **Parallaxes moyennes pour les différentes grandeurs des étoiles.** Si on groupe les mouvements propres par classes de grandeur, on trouve

\* W. W. CAMPBELL: Stellar Motions p. 193.

\*\* K. SCHWARZSCHILD: Zur Stellarstatistik. Astron. Nachr. N:o 4557.



Grandeur	< 7.0	7.0—7.9	8.0—8.9	9.9—9.9	10.0—10.9	≥ 11.0
$h$	0".1138	0".0754	0".0738	0".0663	0".0577	(0".0980)
$\pi$	0.0319	0.0211	0.0207	0.0186	0.0161	(0.0275)
$\mu$	0.1622	0.1291	0.1230	0.1112	0.1068	(0.1516)
$\frac{\mu}{\pi}$	5.1	6.1	5.9	6.0	6.6	(5.5).

En général la parallaxe moyenne décroît très régulièrement avec la grandeur des étoiles. Il n'y a d'exception que pour la dernière catégorie,  $\geq 11^m.0$ , où la parallaxe moyenne se présente avec une valeur considérable qui frappe. À ce point de vue il convient cependant de remarquer que les mouvements propres de petite portée, pour les étoiles les plus faibles, sont plus difficiles à observer en raison de l'incertitude des images, et que par suite il est vraisemblable qu'un nombre des mouvements propres faibles sont restés inaperçus dans la dernière classe de grandeur; dans ces conditions la valeur de  $h$  et par suite aussi de  $\pi$  est devenue trop grande. C'est aussi pour cette raison que j'ai placé entre parenthèses les nombres relatifs à cette dernière catégorie. Quant au rapport  $\frac{\mu}{\pi}$ , on remarque que, en groupant les matériaux d'après la classe de grandeur, cette quantité décroît quand croît la parallaxe moyenne. Ce résultat concorde avec celui auquel arrive entre autres КАРТЕYN,\* que, pour une valeur donnée du mouvement propre, la parallaxe décroît avec l'éclat des étoiles.

3. **Parallaxes moyennes pour les différentes grandeurs des mouvements propres.** Enfin j'ai rangé les matériaux, d'après la valeur des mouvements propres, en sept groupes disposés comme le montre le tableau ci-dessous, et calculé les quantités  $h$ ,  $\pi$  et  $\mu$  pour chaque groupe. Les résultats sont les suivants:

$\mu$	0.05—0.10	0.10—0.15	0.15—0.20	0.20—0.25	0.25—0.30	> 0.30
$h$	0".0341	0".0755	0".1112	0".1548	0".2038	0".3659
$\pi$	0.0096	0.0212	0.0312	0.0434	0.0572	0.1026
$\mu$	0.0737	0.1201	0.1713	0.2217	0.2674	0.4848
$\frac{\mu}{\pi}$	7.7	5.7	5.5	5.1	4.7	4.7

Comme il ressort des nombres ci-dessus, le rapport  $\frac{\mu}{\pi}$  décroît aussi selon ce groupement des mouvements propres quand croît la parallaxe moyenne. D'après КАРТЕYN le rapport  $\frac{\mu}{\pi}$  (pour une classe de grandeur donnée) croît avec la parallaxe; mes résultats s'écartent donc des siens sur ce point. Cependant il est possible que la division même des matériaux ait influé sur les valeurs trouvées par moi, parce que les conditions d'une répartition symétrique des mouvements propres ne s'appliquent pas strictement au cas des mouvements propres moindres, parce que l'on a ici délimité des domaines spéciaux de grandeur de  $\mu$ . J'espère pouvoir revenir plus tard sur cette question, et j'ai voulu me borner ici à relever le fait.

\* *Op. cit.*

## IV.

## Distribution des mouvements propres corrigés pour l'influence du mouvement du soleil.

1. **Correction des mouvements propres pour l'influence du mouvement du soleil.** Après avoir déterminé dans ce qui précède la direction du mouvement solaire et les valeurs approximatives de la parallaxe moyenne, on peut éliminer des mouvements propres les composantes parallactiques. J'ai effectué cette opération de la manière usuelle, en déterminant les projections des mouvements propres sur la direction perpendiculaire au mouvement du soleil. J'ai tiré pour cela du catalogue général les étoiles dont les *motus peculiares* sont supérieurs à  $0''.05$ . Comme les mouvements propres observés qui ne devraient pas être pris en considération se groupent symétriquement autour de cette valeur, on a déterminé par interpolation graphique, d'après les valeurs de  $h$  données dans le tableau (III) du chapitre précédent, la valeur qui s'applique au mouvement moyen  $0''.05$ . La catégorie moyenne de grandeur correspondant à cette valeur est  $9^m.3$ . Pour trouver le nombre  $h$  applicable aux autres catégories de grandeur, on a employé comme terme de comparaison les valeurs de  $h$  données dans le tableau (II) du même chapitre. On a ainsi obtenu les nombres suivants applicables à  $\mu = 0''.05$ .

< 7.0	7.0—7.9	8.0—8.9	9.0—9.9	10.0—10.9 et > 11.0
$h$ 0''.040	0''.032	0''.024	0''.018	0''.015.

Si on désigne par  $\psi$  l'angle formé par la direction du mouvement propre et la direction du mouvement du soleil, les mouvements propres à envisager étaient ceux qui remplissaient la condition

$$\sqrt{h^2 + \mu^2 - 2h\mu \cos \psi} > 0''.05.$$

2. **Distribution des mouvements propres corrigés.** Pour tous ces mouvements propres on a déterminé  $\tau$  ou la composante le long de la direction perpendiculaire au mouvement du soleil. On a obtenu pour les *différentes groupes* le nombre suivant d'étoiles  $m_1, m_2 \dots$  pour les valeurs-limites suivantes de  $\tau$ :

Groupe	I	II	III	IV	V	VI
$\tau \geq 0$ $m_1$	97	86	111	134	123	109
$\geq 0''.03$ $m_2$	73	73	88	97	90	81
$> 0.06$ $m_3$	45	44	45	52	55	51
$\geq 0.09$ $m_4$	26	22	23	23	32	25
$\geq 0.12$ $m_5$	11	15	8	10	16	12
$\geq 0.15$ $m_6$	9	10	6	6	9	10
$\geq 0.18$ $m_7$	7	5	2	3	4	7
$\geq 0.21$ $m_8$	5	4	1	3	0	6

On trouve que les nombres  $m$  sont assez constants pour les différents groupes; c'est en particulier le cas à partir de  $m_3$ . On constate donc à cet égard une régularité nette.

Si on groupe les composantes  $\tau$  par *classes de grandeur*, on obtient les nombres suivants.

		< 7.0	7.0—7.9	8.0—8.9	9.0—9.9	10.0—10.9	> 11.0	Total
$\tau > 0$	$m_1$	40	39	135	220	193	33	660
		1.3	1.3	1.4	1.4	1.3	1.2	1.31
> 0".03	$m_2$	31	31	99	163	150	28	502
		1.6	1.4	1.6	1.8	1.8	2.3	1.72
— 0.06	$m_3$	20	22	63	93	82	12	292
		1.3	1.5	1.8	1.9	2.8	1.7	1.93
> 0.09	$m_4$	15	15	35	50	29	7	151
		1.4	2.1	1.9	2.6	2.4	1.4	2.10
≥ 0.12	$m_5$	11	7	18	19	12	5	72
		1.4	2.3	1.4	1.3	1.5	1.7	1.44
≥ 0.15	$m_6$	8	3	13	15	8	3	50
		1.1	1.5	2.2	2.5	1.3	3	1.79
≥ 0.18	$m_7$	7	2	6	6	6	1	28
		1.2	2.0	1.5	2.0	1.5	1	1.47
> 0.21	$m_8$	6	1	4	3	4	1	19

On a inséré entre deux  $m$  consécutifs,  $m_\nu$  et  $m_{\nu+1}$ , le rapport entre ces deux quantités. Il en ressort que les rapports  $\frac{m_\nu}{m_{\nu+1}}$ , pour une même classe de grandeur, ont un maximum autour de  $m_4$ , mais qu'ils croissent avec la classe de grandeur (exception faite de la dernière).

La formule employée par DYSON\* pour la distribution des mouvements propres, d'après laquelle le nombre des mouvements propres compris entre les valeurs  $\tau$  et  $\tau + d\tau$  est

$$C \frac{d\tau}{a} \left(1 + \frac{\tau^2}{a^2}\right)^{-\frac{\lambda}{2} - 1}$$

a été essayée sur les matériaux présents; mais il n'est pas ressorti de concordance notable entre la théorie et l'observation. Pour la constante  $a$  on tire de mes matériaux des valeurs comprises entre 0".05 et 0".10 suivant la méthode de calcul, tandis que DYSON\* a trouvé la valeur  $a = 1".4$  par siècle ou 0".014 par année.

Pour les nombres  $n_\nu$  j'ai trouvé la formule d'interpolation

$$n_\nu = e^{a - \beta n_\nu + \gamma n_\nu^2}.$$

Si on essaie la formule correspondante

$$m_\nu = e^{a_1 - \beta_1 \tau_\nu + \gamma_1 \tau_\nu^2},$$

\* F. W. DYSON: The Distribution of the Stars in Carringtons Circumpolar Catalogue. Monthly Notices, March 1913.

on obtient, en excluant la valeur pour  $\tau \geq 0$ , c. à d. 660:

$$\alpha_1 = 6.989; \beta_1 = 24.7; \gamma_1 = 25.5.$$

Si on observe que les  $\tau$  sont les projections des  $\mu$ , ces nombres concordent assez bien avec les valeurs trouvées plus haut:

$$\alpha = 7.470; \beta = 19.5; \gamma = 18.0.$$

En employant les valeurs ci-dessus de  $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ , on obtient les valeurs suivantes pour  $m_p$ , qui donnent une concordance assez bonne avec les nombres observés, comme il ressort du tableau ci-dessous.

		Obs.	Calc.	Diff.
$\tau > 0''.03$	$m_2$	502	528	- 26
$\geq 0.06$	$m_3$	292	270	+ 22
$\geq 0.09$	$m_4$	151	144	+ 7
$\geq 0.12$	$m_5$	72	81	- 9
$\geq 0.15$	$m_6$	50	47	+ 3
$\geq 0.18$	$m_7$	28	29	- 1
$> 0.21$	$m_8$	19	19	0





# Table des matières.

## Première partie.

	P.
Préface . . . . .	3
I. Introduction.	
1. Origine du travail . . . . .	5
2. Plan du travail . . . . .	6
3. Méthode pour reconnaître les étoiles à mouvement propre sensible . . . . .	6
II. Les mesures et leur réduction.	
1. Méthode de mesure . . . . .	7
2. Détermination de la valeur d'un tour de vis et des erreurs de la vis . . . . .	8
3. Dépendance de la valeur d'un tour de la vis de la mise au point du microscope; l'influence des variations de température sur les mesures . . . . .	9
4. Calcul des constantes du cliché <i>B</i> par rapport au cliché <i>A</i> . . . . .	10
III. Résultats des mesures . . . . .	11
IV. Calcul des mouvements propres annuels en partant des résultats des mesures.	
1. Calcul des mouvements propres pour chaque région séparément . . . . .	95
2. Formation des moyennes des résultats de régions différentes . . . . .	98
3. Réduction au mouvement propre absolu . . . . .	100
V. Catalogue général des mouvements propres . . . . .	106
VI. Remarques générales sur les déterminations des mouvements propres.	
1. Précision des déterminations des mouvements propres . . . . .	163
2. Nombre des étoiles dont le mouvement propre a été déterminé pour la première fois dans le présent travail . . . . .	165

## Deuxième partie.

I. Distribution des mouvements propres d'après leur grandeur.	
1. Groupement des mouvements propres d'après leur grandeur . . . . .	166
2. Nombre des étoiles à mouvement propre par rapport au nombre total des étoiles . . . . .	170
3. Densité des étoiles à mouvement propre . . . . .	172
4. Distribution des mouvements propres . . . . .	174

	P.
II. Directions des mouvements propres.	
1. Groupement des mouvements propres d'après leur direction . . . . .	175
2. Détermination de l'apex. . . . .	176
3. Détermination du vertex. . . . .	180
4. Apex et vertex pour les diverses grandeurs des étoiles . . . . .	181
5. Remarque : . . . . .	182
III. Parallaxes moyennes des étoiles à mouvement propre.	
1. Parallaxes moyennes des étoiles dans les divers groupes . . . . .	182
2. Parallaxes moyennes pour les différentes grandeurs des étoiles . . . . .	183
3. Parallaxes moyennes pour les différentes grandeurs des mouvements propres	184
IV. Distribution des mouvements propres corrigés pour l'influence du mouvement du soleil.	
1. Correction des mouvements propres pour l'influence du mouvement du soleil	185
2. Distribution des mouvements propres corrigés . . . . .	185

---

ACTA SOCIETATIS SCIENTIARUM FENNICÆ

TOM. XLVIII. No 2.

# GLEICHZEITIGE REGISTRIERUNG DES PULSES

BEI

## ZWEI VERSCHIEDENEN ARTERIEN

VON

CARL TIGERSTEDT.



*(Aus dem physiologischen Institut der Universität Helsingfors.)*

---

HELSINGFORS 1918,  
DRUCKEREI DER FINNISCHEN LITTERATURGESELLSCHAFT



In einer früheren Abhandlung habe ich eine Methode für direkte Registrierung des Pulses beschrieben<sup>1)</sup>. Diese Methode gründet sich auf die Tatsache, dass die Arterien als elastische Röhren bei jeder intraarteriellen Druckschwankung eine entsprechende Veränderung ihres Durchmessers erleiden.

Die Deutung der Pulskurve kann indessen nur durch gleichzeitige Registrierung des Pulses bei verschiedenen Arterien erzielt werden. Zu diesem Zwecke eignen sich frühere Versuchsmethoden im allgemeinen nicht gut, denn teils setzen sie einen ziemlich grossen Durchmesser desjenigen Gefässes, dessen Puls registriert werden soll<sup>2)</sup>, voraus, teils entstehen bei der Verbindung des druckaufnehmenden Instrumentes mit dem betreffenden Gefäss neue Bedingungen, welche ihrerseits auf das Resultat einwirken können. Wenn also z. B. zwei an und für sich gute Manometer mit dem arteriellen System verbunden werden, so lässt sich eine in ihnen auftretende Wellenreflexion nicht sicher ausschliessen. Bei ihrem Lauf durch die zwischen den Manometern befindliche Gefässstrecke müssen diese Wellen offenbar die registrierten Pulskurven mehr oder weniger beeinflussen können.

Von diesem Übelstand ist meine Methode vollständig frei, und mittelst derselben können exakte Pulskurven selbst von den kleinsten Arterien, wie den Mesenterialarterien bei kleinen Kaninchen, aufgenommen werden.

Bei den Versuchen, welche meinen bisher veröffentlichten, hierher gehörigen Untersuchungen zu Grunde liegen, musste ich, wegen Mangels an nötigen Apparaten, mich auf das Studium der Pulsform einzelner Arterien an und für sich beschränken.

Es ist mir indessen später gelungen, auch die zu doppelter Registrierung des Pulses nötigen Vorrichtungen zusammenzustellen, was angesichts der Unmöglichkeit, zurzeit Instrumente vom Auslande zu bekommen, mit nicht ganz geringen Schwierigkeiten verbunden war.

Ich gestatte mir, die hierzu benutzten Methoden, so wie sie jetzt vorliegen, hier zu beschreiben und als Belege für ihre Anwendbarkeit einige Pulskurven mitzuteilen.

<sup>1)</sup> C. TIGERSTEDT, Öfversigt af Finska Vetenskaps-societetens förhandlingar, 58, afd. A, nr. 22, 1916. — Skand. Arch. f. Physiol., 36, s. 103, 1916.

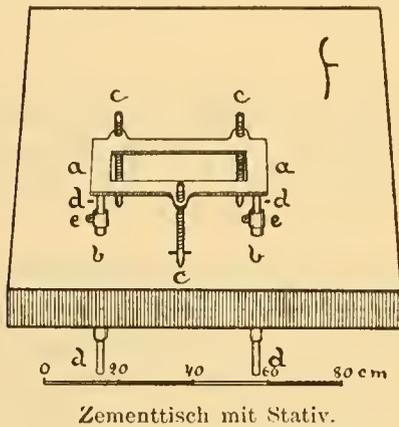
<sup>2)</sup> Beim Kaninchen stellt die Aorta ascendens das einzige Gefäss dar, von welchem nach den früheren Methoden exakte Pulskurven erhalten worden sind.

## I.

Nach meiner Methode wird das Gefäß, dessen Puls registriert werden soll, entblöst und auf ein erschütterungsfreies Stativ gelagert. Auf das Gefäß wird eine Glassaite von etwa 0,005 mm Durchmesser und 2 bis 4 mm Länge angebracht. Diese Saite adhärirt an der feuchten Gefäßwand und folgt vollständig allen Bewegungen derselben. Da indessen die Oberfläche des Gefäßes nie ganz glatt ist, wird ein Teil der Saite immer ein oder einige Hundertstel

ein Millimeters von der Gefäßwand erhoben, und die Bewegungen dieses verhältnismässig freien Teils der Saite werden bei etwa 500-maliger Vergrößerung photographisch registriert.

Fig. 1.



Zementtisch mit Stativ.

durch Fixierung des einen Projektionssystems in einer bestimmten Lage am leichtesten zu überwinden. Nachdem dann die eine Arterie durch zweckmässige Lagerung des Versuchstieres in die richtige Stellung vor dem entsprechenden Mikroskop gebracht worden war, sollte das zweite, in allen Richtungen bewegliche Projektionssystem in der Weise verschoben werden können, das der Puls der zweiten Arterie auf den Spalt des Registrierapparates an geeigneter Stelle entworfen würde.

Die Versuchsanordnung ist folgende (vgl. Fig. 1—5).

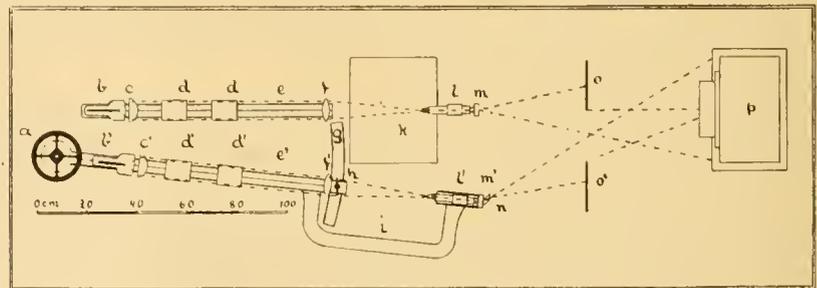
In einem wandfesten Tisch aus Zement (Fig. 1. f) sind zwei durchgehende, senkrechte Röhre (Fig. 1. b. b) festgesetzt; durch diese laufen zwei vom Stativ a a ausgehende Röhre (d. d). Mittels der Muffen (e. e) können diese Röhre d, d und also auch die Platte des Stativs in beliebiger Höhe fixiert werden. Die drei Schrauben c, c, c dienen zur feineren Einstellung des Stativs.

Am oberen Ende des Stativs ruht eine im Bilde nicht dargestellte, 30 kg. schwere Blei-

Die Schwierigkeit, nach dieser Methode den Puls zweier Gefässe gleichzeitig zu registrieren, liegt hauptsächlich darin, dass die betreffenden Gefässe eine genau bestimmte Lage in Bezug auf die beiden Projektionsmikroskope und die zugehörigen Beleuchtungsvorrichtungen einnehmen müssen. Auch sollen die beiden Mikroskope die Pulscurven auf eine und dieselbe photographische Platte projizieren, sowie alle Teile der Versuchsanordnung ganz erschütterungsfrei sein.

Diese Schwierigkeiten waren, meiner Meinung nach,

Fig. 2.



Schema der Projektionssysteme.

platte, an welche das Operationsbrett mit dem daran befestigten, tief narkotisierten Versuchstier festgeschraubt wird.

Diese Anordnung hat sich als in hohem Grade erschütterungsfrei bewährt.

Hinter dem genannten Stativ (Fig. 2 und 3, *k*) ist die feste optische Bank (*e*), welche den Beleuchtungsapparat mit der Bogenlampe (*b*), den Kondensorlinsen (*c* und *f*) und den Kühlfässen (*d*, *d*) trägt, am Zementtisch befestigt. Vor dem Stativ ist das zu diesem Projektions-system gehörige Mikroskop (*l*) angebracht. Am Projektionsokular des Mikroskopes ist ein Umkehrprisma nach GARTEN (*m*) montiert; durch dasselbe wird der Schatten der auf die Arterie angebrachten Saite vertikal gestellt.

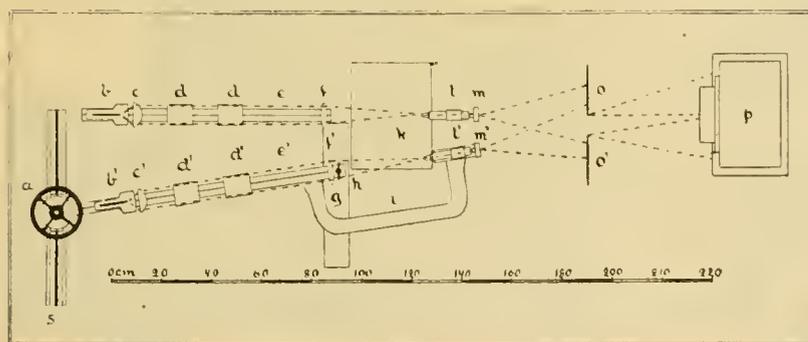
Das zweite Projektionssystem ist an einer beweglichen optischen Bank (*e'*) befestigt. Sein vorderes, mit dem Projektionsmikroskop (*l'*) armiertes Ende ist mit dem hinteren Teil, welcher das Beleuchtungssystem trägt, mittelst eines stark gekrümmten Zwischenstückes (*i*) verbunden. Diese Konstruktion der optischen Bank ist deswegen notwendig, weil sonst die Füße des Stativs (*k*) nicht gestatten würden, dieselbe bis zur Berührung mit dem fixen Projektionssystem zu bringen.

An ihrem hinteren Ende (Fig. 2 und 3, *a*) geht die bewegliche optische Bank in eine kreisrunde Platte (Fig. 4, *f*) über, welche auf einer Schneide (Fig. 4, *b*) ruht. Durch einen mit Schraubengängen versehenen Bolzen und die dazu gehörige, mittelst eines Steerrades (Fig. 4, *e*) bewegliche Schraubenmutter (Fig. 4, *d*) wird die Platte (*f*) auf die Schneide (*b*) fixiert.

Anfangs wollte ich die Schneide ein für allemal an einen geeigneten Ort des Zementtisches befestigen (Fig. 2, *a*) und mittelst eines Doppelprismas (Fig. 2, *n*) das vom Projektionsmikroskop austretende Licht gegen den Spalt des Registrierapparates ablenken. Da es aber

unter den jetzigen Verhältnissen nicht möglich war, ein derartiges Doppelprisma zu erhalten, war ich gezwungen, die Schneide längs einer Schiene verschiebbar zu machen (Fig. 3, *s*; Fig. 4, *a*): dadurch kann das ganze bewegliche optische System in der Richtung gegen den Spalt des Registrierapparates eingestellt werden.

Fig. 3.



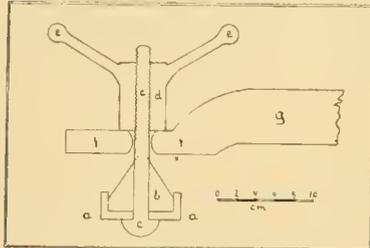
Schema der Projektionssysteme.

Ich will nicht verneinen, dass dies gewissermassen einen Vorteil darbietet; andererseits würde aber die Einstellung durch die Anbringung eines Doppelprismas vor dem Mikroskop in hohem Grade vereinfacht werden, und ich werde auch, sobald die Umstände dies gestatten, meinen Apparat in dieser Hinsicht vervollständigen.

Unmittelbar vor dem Teil der beweglichen optischen Bank, welcher das Beleuchtungssystem trägt, ist diese mit einem senkrechten, mit Schraubengang versehenen Bolzen (Fig. 2 und

3, *h*) ausgestattet, welcher auf der horizontalen, plangeschliffenen Eisenplatte (*g*) ruht. Dadurch, dass dieser Bolzen in der einen oder anderen Richtung verstellt wird, kann der vordere Teil der Bank erhöht oder gesenkt werden und also je nach der Lage der Arterie, deren Puls mittelst des beweglichen Projektionssystemes registriert werden soll, eingestellt werden.

Fig. 4.



Die Befestigungsvorrichtung am hinteren Ende der beweglichen optischen Bank.

Das bewegliche Projektionssystem ist wie das fixe aus einer Bogenlampe (Fig. 2 und 3, *b'*), zwei Kondensorenlinen (*c'* und *f'*), zwei Kühlgefäßen (*d'* und *d''*) sowie einem mit dem GARTEN'schen Prisma (*m'*) versehenen Mikroskop (*l'*) zusammengesetzt.

Mittelst Mikrometerschrauben sind die beiden Projektionsmikroskope in zwei gegeneinander senkrechten horizontalen Richtungen — von der einen Seite zur anderen sowie in der Längsrichtung der optischen Systeme — beweglich. An den betreffenden Mikrometerschrauben sind lange Stöcke gelenkartig befestigt, so dass die scharfe Einstellung aus nächster Nähe des 2½ Meter weit von den Mikroskopen aufgestellten Registrierapparates stattfinden kann.

Die Bogenlampen sind schwedisches Fabrikat und von Herrn EDWARD NERLIEN in Stockholm geliefert. Ihr Licht ist an chemisch wirksamen Strahlen sehr reich und entwickelt dabei

Fig. 5.



Die beiden Projektionssysteme.

nur wenig Wärme, so dass ein im Brennpunkt des Systems gehaltenes geschwärztes Thermometer nur eine Temperatur von 40° C. aufweist. Das schnelle Eintrocknen der Arterien, deren Puls registriert wird, ist also ausgeschlossen.

Mittelst dieses Apparates in seiner jetzt vorliegenden Gestalt kann der Puls zweier Gefäße, welche sich in einer Entfernung von 5 bis 50 cm. voneinander befinden, aufgenommen werden. Wenn ein Doppelprisma, wie oben ausgeführt, vor dem Mikroskop des beweglichen

Systems angebracht wird, und insbesondere wenn die eiserne Schiene und Platte, auf welchen die bewegliche optische Bank ruht, verlängert werden, kann diese Entfernung beliebig vergrössert werden.

Zwischen den Projektionssystemen und dem photographischen Registrierapparat (Fig. 2 und 3, *p*) sind noch zwei Schirme (*o*, *o'*) aufgestellt, welche das von den Projektionsapparaten kommende Licht in der Weise abblenden, dass jede Hälfte des Spaltes nur von dem entsprechenden Apparat belichtet wird.

In Fig. 5 ist der ganze Apparat photographisch abgebildet.

Ein Versuch mit diesem Apparat gestaltet sich in folgender Weise.

Zuerst werden die beiden Arterien, deren Puls registriert werden soll, freigelegt und auf erschütterungsfreie, am Operationsbrett befestigte Stative gelagert. Dann wird das Operationsbrett auf das am Zementtisch montierte, in vertikaler Richtung verschiebbare Stativ plaziert. Die Glassaiten werden an die beiden Arterien angebracht, und das Versuchstier wird so eingestellt, dass der Schatten der einen Saite mittelst des fixen Projektionssystems an einen geeigneten Teil des Spaltes entworfen wird. Endlich wird das bewegliche Projektionssystem in die von der Lage der zweiten Arterie bedingte Stellung eingestellt. Die gleichzeitige Registrierung der beiden Pulscurven kann beginnen.

## II.

Um mittelst der hier beschriebenen Anordnung eine doppelte Pulsregistrierung ausführen zu können, braucht man einen photographischen Registrierapparat mit horizontalem Spalt. Mit Hinsicht auf die ziemlich bedeutende Höhe der Pulscurven und in Betracht der Schwierigkeit bei der Einstellung, muss die photographische Platte eine Breite von mindestens 16 cm. haben.

Da ein Apparat, welcher diese Bedingungen erfüllen sollte, meines Wissens nicht im Handel vorkommt — die bisher beschriebenen sind von wesentlich kleineren Dimensionen — war ich gezwungen, selber einen solchen zu bauen, wobei ich, wie selbstverständlich, zum Teil die hier anwendbaren, bei den entsprechenden älteren Apparaten getroffenen Anordnungen übernommen habe.

Mein Registrierapparat stellt einen für Filme und Platten bis zu 24 cm. Länge und 18 cm. Breite zu verwendenden Fallapparat dar.

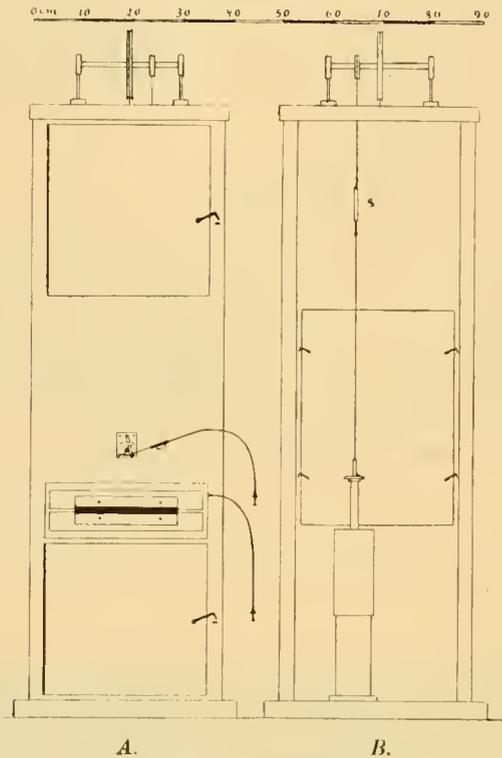
Die Fallgeschwindigkeit wird durch eine mit Paraffinöl gefüllte Pumpe reguliert.

Der Registrierapparat (Fig. 6—15) besteht aus einer 122 cm. hohen, 38,5 cm. breiten und 11 cm. tiefen Mahagoni-Kamera, deren innere Maasse bzw. 115, 33,5 und 8 cm. betragen. Um der Kamera eine genügende Stabilität zu geben sind ihre Seitenwände 23 cm. breit und erstrecken sich also 12 cm. nach hinten ausserhalb der eigentlichen Kamera (Fig. 8, *A*, *f*; *B*, *f*).

Der Spalt mit Zylinderlinse und Schliesser befindet sich auf einer Höhe von 40 cm. von der Bodenplatte der Kamera. An ihrer Hinterseite findet sich eine, an der Vorderseite zwei Türen (Fig. 6, *A* und *B*). Die Pumpe, durch welche die Fallgeschwindigkeit geregelt wird, steht hinter der Kamera zwischen den Seitenwänden (Fig. 6, *B*; Fig. 8, *e*).

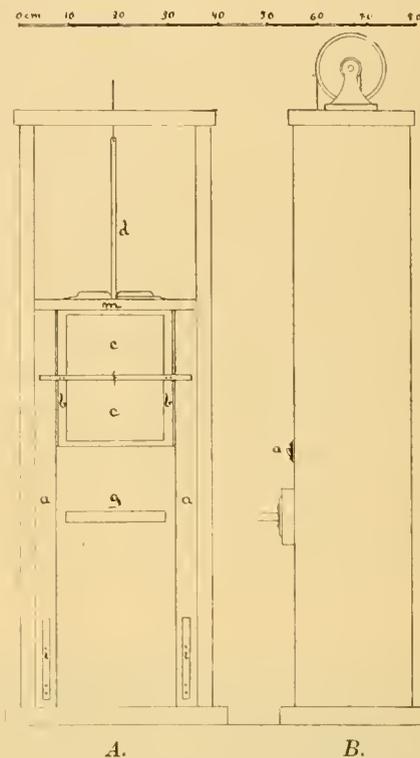
Im Inneren ist die Kamera etwa 85 cm. von ihrem unteren Ende durch eine horizontale Scheidewand (Fig. 7, *A, m* und 8, *B, m*) in zwei Abteilungen geteilt. In dieser Scheidewand

Fig. 6.



Die photographische Kamera von vorn (*A*) und von hinten (*B*).

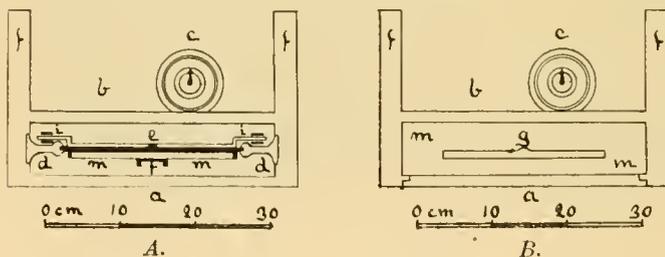
Fig. 7.



Die photographische Kamera in Längsschnitt von hinten (*A*) und von der Seite (*B*).

findet sich ein in der Querrichtung der Kamera verlaufender Spalt von solcher Grösse, dass die beim Apparate benutzten Kassetten (doppelte Holzkassetten in Buchform) durch den Spalt von der oberen zur unteren Abteilung der Kamera passieren können. Zutritt zu dem oberen Teil der Kamera gestattet die obere Tür an der Vorderseite.

Fig. 8.



Der photographische Kamera in Querschnitt. *A*, untere Hälfte; *B*, obere Hälfte.

(Fig. 7, *A, a*; Fig. 8, *A, d*). An der inneren, geschliffenen Oberfläche jeder Schiene ist eine Rinne von 5 mm. Tiefe und etwas mehr als 1 mm. Breite eingehobelt.

In diesen Rinnen bewegt sich ein Rahmen aus Messing ( $24,5 \times 26$  cm.; Fig. 7, *A, b*; Fig. 8, *A, e*), an dessen vorderer Fläche der hölzerne Kassettenhalter in der Weise befestigt ist,

dass die Kassette (Fig. 7, A. c; Fig. 8, A. m), wenn sie an ihren Platz gebracht worden ist, um etwa 2 cm. den oberen Rand des Rahmens überragt.

Der Rahmen kann nicht bis zur oberen Abteilung der Kamera verschoben werden. Um die Kassette herauszunehmen, wird daher der Rahmen gegen die horizontale Scheidewand gehoben, wobei die Kassette durch den daselbst befindlichen Spalt in die obere Abteilung der Kamera hineinragt. Von hier aus kann die Kassette herausgenommen und wieder eingesetzt werden; am selben Orte findet auch das Öffnen und Schliessen derselben statt, was alles bei vollem Tageslicht stattfinden kann, weil der Spalt in der horizontalen Scheidewand dank dem Sammtüberzug den oberen, oberhalb des Messingrahmens befindlichen Teil der Kassette lichtdicht umgibt.

Vom Messingrahmen erstreckt sich eine etwa 27 cm. lange Stange nach oben. Der untere Teil derselben ist in einer Höhe von 2 cm. etwas dicker als der übrige Teil. Hierdurch wird jede Friktion zwischen der Stange und den Rändern des Spaltes, nachdem die Kassette bei ihrem Fall vollständig in die untere Abteilung der Kamera gelangt ist, vermieden.

Am Dach der Kamera findet sich eine in Kugellagern laufende Achse, welche zwei Rollen von bzw. 13 und 4 cm. Durchmesser (Fig. 6 und 7 B) trägt. An der grösseren ist ein zum Rahmen des Kassettenhalters verlaufendes Drahtseil be-

festigt; von der kleineren geht ein ähnliches Drahtseil zum Kolben der Pumpe, welche die Fallgeschwindigkeit reguliert.

Um den Kassettenhalter *unmittelbar* unterhalb der horizontalen Scheidewand der Kamera festzuhalten, ist folgende Anordnung getroffen.

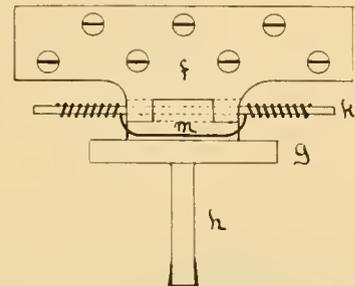
An der Innenseite der vorderen Wand ist der obere Teil eines Charniers befestigt (Fig. 9, f; Fig. 11, f). Der andere, freie Teil dieses Charniers (Fig. 9, m) trägt eine 5 cm. lange, drehrunde eiserne Stange (Fig. 9, g; Fig. 11, g) sowie ein teilweise bogenförmiges Stück, welches durch ein Loch in der vorderen Wand der Kamera läuft. Der untere Teil des Charniers wird mit den zugehörigen Nebenapparaten durch eine an der verlängerten Achse des Charniers angebrachte Feder (Fig. 9, k) gegen die vordere Wand der Kamera gedrückt.

An der Vorderseite der Kamera passiert das gebogene Stück *h* (Fig. 11) eine messingene Platte (Fig. 11, i; Fig. 7, B. a), an welcher eine Vorrichtung zum Arretieren desselben in einer bestimmten Lage angebracht ist (Fig. 10).

Diese Arretiervorrichtung besteht aus dem Sperrzahn *b* (Fig. 10), welcher um die Achse *d* beweglich ist. Durch die Platte *c* wird der Sperrzahn gegen die Messingplatte gedrückt, durch die Feder *e* wird er gegen das bogenförmige Stück gepresst (in Fig. 10, *a* ist das Loch in der Messingplatte, durch welches dieses Stück läuft, sichtbar), und kann also in den an dieses Stück gemachten Einschnitt hineinsinken. Der Sperrzahn steht in Verbindung mit einem photographischen Abdrucker; durch diesen wird die Arretierung gelöst, wobei der untere Teil des Charniers (Fig. 11, *g*) von der oben erwähnten Feder nach unten in die aus Fig. 11 - - - - - erkennliche Lage gepresst wird.

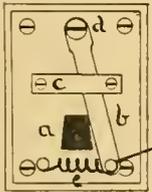
N:o 2.

Fig. 9.



Anordnung zum Festhalten des Kassettenhalters. Auf die Hälfte verkleinert.

Fig. 10.

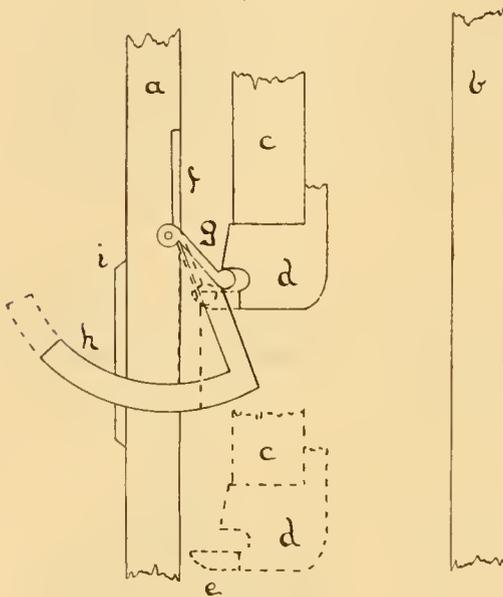


Die Arretiervorrichtung. Von vorne. Auf die Hälfte verkleinert.



Am unteren Teil des Kassettenhalters ist eine Vorrichtung angebracht, durch welche die Arretierung automatisch geschlossen wird, wenn der Kassettenhalter gehoben wird. Diese Vor-

Fig. 11.



Die Arretierungsvorrichtung von der Seite.  
Auf die Hälfte verkleinert.

richtung besteht aus einem Metallstück (Fig. 11. *d*), an dessen Vorderteil eine Rinne eingegraben ist. In diese Rinne passt die am unteren Teil des Charniers befestigte Metallstange genau, und diese wird dort hin eingeschoben, wenn er von zwei unterhalb der Rinne angebrachten, in einer Entfernung von 3,5 cm. voneinander stehenden Ausläufern (Fig. 11, *e*) gehoben wird. Die ganze Vorrichtung ist so gebaut, dass die Arretierung bei der höchsten Lage des Kassettenhalters stattfindet.

Da der Apparat für eine Geschwindigkeit bis zu ein paar Metern in der Sekunde gebaut ist, muss die Bewegung des Kassettenhalters gehemmt werden, bevor er den Boden der Kamera erreicht. Zu diesem Zwecke habe ich an den hinteren Oberflächen der eisernen Schienen je zwei Flachfedern in der Weise angebracht, dass ihre gegenseitige Entfernung von oben nach unten allmählich abnimmt (Fig. 7. *A, i*; Fig. 8. *A, i*). Auf der Hinterseite des Kassettenhal-

ters ist eine Eisenstange befestigt (Fig. 7. *A, f*), deren ausserhalb des Rahmens hervorragende Enden von diesen Federn gefangen werden, so bald die Kassette den Spalt der Kamera passiert hat. Hierdurch wird die Bewegung des Kassettenhalters erschütterungsfrei gehemmt, und da sowohl die inneren Oberflächen der Federn als die zwischen ihnen bewegte Eisenstange poliert sind, wird letztere nicht sehr stark von den Federn festgehalten, und es ist deshalb leicht, durch ziehen an dem Drahtseil, welches die Achse am Dach der Kamera mit der Pumpe verbindet, den Kassettenhalter loszunehmen und zu heben.

Die Pumpe (Fig. 12) besteht aus einem 18 cm. hohen, innen gedrehten Pumpenzylinder mit einem inneren Durchmesser von 6 cm. Der Kolben der Pumpe ist aus zwei gegeneinander beweglichen Scheiben zusammengesetzt. Die gegenseitige Lage dieser Scheiben kann von der Pumpenstange aus reguliert werden, indem diese einen Maassstab trägt, welcher diese Lage angibt. In beiden Scheiben finden sich je zwei etwa 3 mm. breite Öffnungen. Je nachdem diese Öffnungen mehr oder weniger vollständig einander entsprechen, wird der Widerstand in der Pumpe und damit auch die Fallgeschwindigkeit des Kassettenhalters verändert.

Fig. 12.



Die Pumpe z.  
Regulierung  
der Fallge-  
schwindigk.

Die richtige Spannung der mit dem Kassettenhalter und dem Pumpenkolben verbundenen Drahtseile wird mittelst eines am letzteren angebrachten Riemenspanners (Fig. 6. B. s) erzielt.

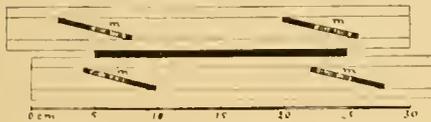
Der photographische Spalt der Kamera (Fig. 13) ist mit einer Zylinderlinse von 20 cm. Länge versehen. Vor dieser befindet sich der Schliesser. Dieser

Fig. 13.



Der Spalt der Kamera.

Fig. 14.

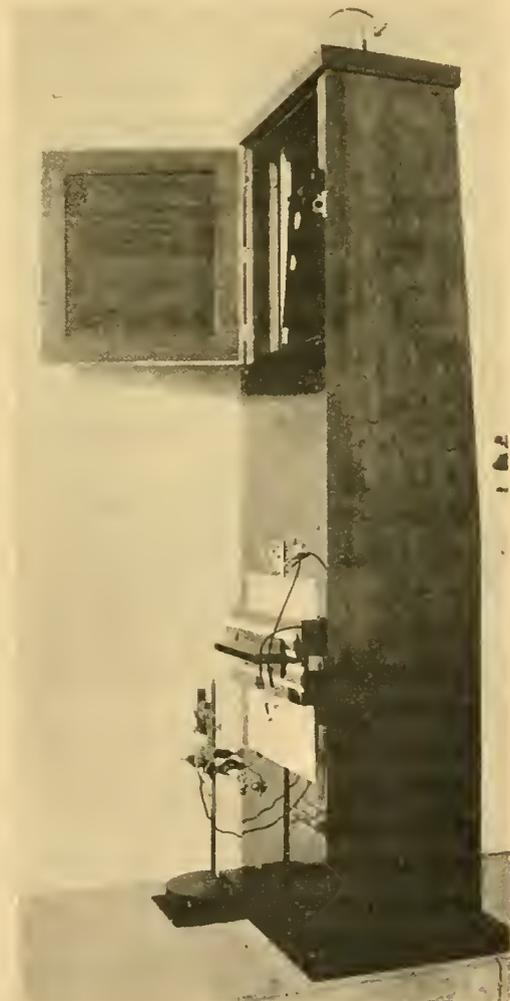


Der Blender.

besteht aus einer Metallscheibe, welche dank ihrer eigenen Schwere in eine solche Lage herunterfällt, dass der Spalt vollständig geschlossen wird. Mittelst einer mit einem photographischen Abdrucker kombinierten Hebelvorrichtung kann der Schliesser gehoben und damit der Spalt geöffnet werden.

Der photographische Abdrucker ist mittelst eines gemeinsamen Griffes mit dem Abdrucker, welcher die Arretierung des Kassettenhalters aufhebt, solcherart verbunden, dass beide gleichzeitig mit einer Hand besorgt werden können. Dabei wird immer zuerst der Spalt geöffnet und erst danach der Fall des Kassettenhalters ausgelöst.

Fig. 15.



Die Kamera.

Vor dem Schliesser befindet sich der Blender. Dieser besteht aus zwei, gegen ihren freien Rand zugeschärften, in mm graduierten Linealen. In jedem sind zwei schiefe, längliche Löcher angebracht (Fig. 14), durch welche kleine, an der vorderen Wand der Kamera befestigte Messingklotzen (*m*) hervorragen. Die Länge derselben beträgt nur die Hälfte der Länge der in den Linealen gemachten Löcher, und infolgedessen können diese eine Strecke weit in der Richtung dieser Löcher verschoben werden. Hierdurch kann die Spaltweite nach Belieben verändert werden.

Um fremdes Licht fernzuhalten, ist ein spaltförmiger Trichter von 4 cm. Höhe an den Messingklotzen, welche die Bewegungen der soeben erwähnten Lineale regulieren, festgeschraubt.

Fig. 15 stellt eine perspektivische Aufnahme der Kamera dar.

Die Handhabung dieses Registrierapparates findet also auf folgende Weise statt.

Durch Zug an dem mit dem Pumpenkolben verbundene Drahtseil wird der Kassettenhalter gehoben und unmittelbar unterhalb der Scheidewand zwischen den beiden Abteilungen der Kamera automatisch festgehalten. Die obere Tür an der Vorderseite der Kamera wird geöffnet, und eine Kassette durch den Spalt in der Scheidewand in den Kassettenhalter No 2.

tenhalter hineingeschoben. Dann wird der Kassettendeckel nach oben gezogen und die Tür geschlossen. Durch einen Druck auf die miteinander vereinigten Abdrückern wird der photographische Spalt geöffnet und die Fallbewegung ausgelöst.

Die Fallgeschwindigkeiten, welche mit diesem Registrierapparat erhalten werden können, variieren zwischen 150 und 60 cm in der Sekunde. Durch Ersatz des jetzigen Pumpenzylinders mit einem längeren kann natürlich die Fallgeschwindigkeit in hohem Grade vermindert werden. Dasselbe Resultat wird auch durch Füllung der Pumpe mit einem Öl von festerer Konsistenz, als dem von mir benutzten, erzielt. Durch Vergrößerung der Öffnungen am Pumpenkolben wie durch Anwendung eines mehr dünnflüssigen Öls kann wiederum die Fallgeschwindigkeit noch wesentlich erhöht werden.

Die Fallgeschwindigkeit ist bei allen benutzten Geschwindigkeiten äusserst gleichmässig, und der Fall findet, was hier die Hauptsache darstellt, vollkommen ohne Erschütterung statt. Auch in der Beziehung genügt mein Registrierapparat grossen Ansprüchen, dass das Wechseln der Kassetten sehr schnell stattfindet, und dass also zwischen zwei Aufnahmen nur eine sehr kurze Zeit zu verstreichen braucht.

### III.

Bei gleichzeitiger Registrierung des Pulses an zwei verschiedenen Arterien kann ein bestimmter Punkt der einen Kurve dem vertikal darüber gelegenen der anderen Kurve nur dann entsprechen, wenn die benutzten Beleuchtungssysteme im Verhältnis zum Spalt der Kamera genau in einer und derselben Ebene stehen, was sich indessen aus praktischen Gründen nur selten in aller Strenge realisieren lässt.

Will man daher zwei gleichzeitig registrierte Kurven zeitlich vergleichen, so ist es notwendig, für jede Aufnahme points-de-repère der einen oder anderen Art einzutragen.

Am einfachsten ist es, die Kassette vor dem Spalt stehen zu lassen und die Platte einen Augenblick zu exponieren. In dieser Weise sind die Fig. 17 und 18 aufgenommen worden.

Eleganter und auch viel bequemer ist es, durch irgend eine mechanische Vorrichtung während stattfindender Registrierung des Pulses ein ganzes System von points-de-repère, d. h. ein Ordinatensystem herzustellen.

Ein solches System kann ja dadurch erhalten werden, dass ein Episkotisterrad mit genügender Geschwindigkeit vor dem Spalt des Registrierapparates rotiert.

Wenn aber, wie hier, von einem Spalt von fast 20 cm. Länge und also von einer Episkotisterscheibe mit einem Durchmesser von etwa  $\frac{1}{2}$  Meter die Rede ist, stellt sich die Sache etwas schwieriger dar. Wenn nämlich ein so grosses Rad mit einer Geschwindigkeit von ein paar tausend Umdrehungen in der Minute rotiert, so entstehen leicht Erschütterungen, welche bei Registrierungen der hier vorliegenden Art das Resultat vollständig vereiteln würden. Auch würde ein solches, in unmittelbarer Nähe des Registrierapparates aufgestelltes Rad gar zu leicht Unfälle verursachen können.

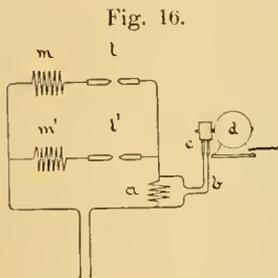
Jeder, der sich mit photographischer Registrierung mittelst einer Bogenlampe als Lichtquelle beschäftigt hat, ist unzweifelhaft mehrmals der Unannehmlichkeit ausgesetzt gewesen,

dass die Lampe wegen Ungleichmässigkeiten der Kohle ungleichmässig gebrannt hat, und dass infolge dessen hellere und dunklere, immer scharf begrenzte Bänder von variierender Breite auf der Platte erschienen sind.

Die Erfahrung, welche ich besonders während der drei letzten Jahre hierüber gemacht habe, hat mich zu einer neuen und meines Erachtens vollständig befriedigenden Methode geführt, bei der photographischen Registrierung ein Ordinatensystem zu bekommen.

Ganz auf dieselbe Weise wie Ungleichmässigkeiten bei den Lampenkohlen eine plötzliche Verstärkung bzw. Schwächung des Lichtbogens hervorrufen, müssen ja gleichartige Veränderungen der Lichtstärke dadurch zuwegegebracht werden können, wenn der zu der Lampe gehende Strom momentan verstärkt oder geschwächt wird. Wenn mehrere Lampen in einer und derselben Leitung eingeschaltet sind, müssen natürlich die Veränderungen in der Stärke des Lichtbogens bei allen vollkommen gleichzeitig stattfinden.

Meine Methode, um bei der photographischen Registrierung ein Ordinatensystem zu entwerfen, geht aus dem Schema in Fig. 16 hervor.



Schema zur Ordinaten-schreibung.

$l$  und  $l'$  sind die beiden parallel eingeschalteten Bogenlampen;  $m$  und  $m'$  die zu denselben gehörigen Widerstände. Ausserdem besitzen die beiden Lampen einen gemeinsamen Widerstand  $a$ . Der Strom kann indessen teilweise an diesem Widerstand vorbei passieren, indem dessen beide Enden durch die Nebenschliessung  $b$  in direkter Verbindung miteinander stehen. In der Nebenschliessung ist ein Kontakt ( $c$ ) eingeschaltet, der den Strom durch die Nebenschliessung vollständig unterbricht. Je nach der Stellung dieses Kontaktes wird entweder ein ganz kleiner Teil des Stromes oder auch der ganze Strom den für die beiden Lampen gemeinsamen Widerstand ( $a$ ) passieren, was seinerseits entsprechende Variationen bei der Stärke des Lichtbogens hervorruft.

Der Kontakt in der Nebenschliessung besteht aus einer messingenen Rolle (es war nicht möglich eine Rolle aus Kupfer zu erhalten) von 10,5 cm. Durchmesser und 2,7 cm. Dicke. Ihre zylindrische Oberfläche ist an einer Stelle in einer Breite von 4 mm. von einem Glimmerband unterbrochen. Gegen diese Rolle, welche, von einem Motor getrieben, etwa 2000 Umdrehungen in der Minute macht, wird durch eine geeignete Federvorrichtung die in Verbindung mit den Drähten der Nebenschliessung stehenden Graphitbürsten (Fig. 16,  $c$ ), deren Durchmesser nur wenig kleiner ist als die Breite des isolierten Teiles an der Oberfläche der Rolle, gedrückt.

Jedesmal wenn diese isolierte Stelle die Bürsten passiert, wird der Strom durch die Nebenschliessung unterbrochen und die Lichtintensität der beiden Lampen wird für einen Augenblick herabgesetzt.

An den Kurven Fig. 19 ist das also erhaltene Ordinatensystem ersichtlich.



## IV.

Bis jetzt habe ich nur in einigen wenigen Versuchen den Puls zweier Arterien gleichzeitig registriert. Aus diesen Versuchen geht indessen hervor, dass obgleich dieselben verschiedene, nicht unbedeutende Schwierigkeiten darbieten, die doppelte Pulsregistrierung sich exakt durchführen lässt.

Allerdings liefert jeder einzelne gut gelungene Versuch selbstverständlich einen gewissen Beitrag zur Lösung der Frage nach dem Pulse und der theoretischen Deutung desselben; ich will aber nichts destoweniger den Bericht über die bis jetzt gewonnenen Resultate aufschieben, bis ich in der Lage sein werde, über ein viel grösseres Versuchsmaterial zu verfügen.

Ich teile also hier nur als Belege für die Anwendbarkeit der oben beschriebenen Methodik in Fig. 17—19 einige Versuchsbeispiele mit.

In allen Figuren bezeichnen die Stimmgabelschwingungen eine Zeit von  $\frac{1}{100}$  Sekunde.

*Figur 17* stellt den Puls einer Mesenterialarterie (die obere Linie) und der A. iliaca externa sin. bei einem Kaninchen von 2800 gr. Körpergewicht dar.

Die dünne schwarze Linie links zeigt hier wie in Fig. 18 die synchronischen Punkte der beiden Kurven.

Die Entfernung des Iliaca-Punktes vom Herzen betrug 304 mm., von der Bifurkatur der Aorta 31 mm. Die Entfernung des Mesenterica-Punktes von dem Herzen war 216 mm., von der Aorta 59 mm., von der nächsten Darmschlinge 12 mm.

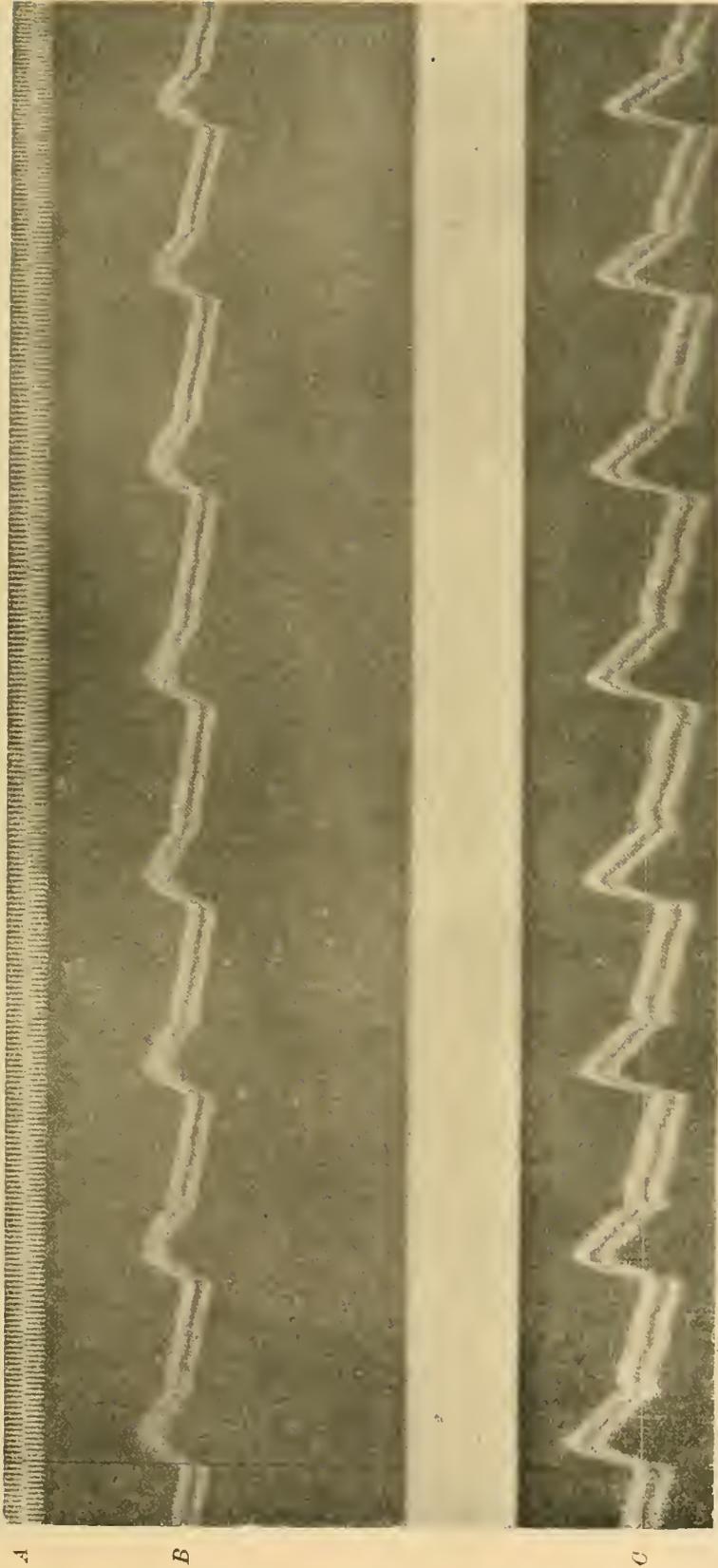
*Figur 18* bezieht sich auf die Carotis dextra (die obere Linie) und die A. iliaca externa (die untere Linie) nach Bindung der beiden Carotiden. Kaninchen von 1900 gr. Körpergewicht. Die Entfernung des Karotis-Punktes vom Herzen 47 mm., von der Aorta 36 mm., von der Ligatur an der Carotis dextra 2 mm.; die Ligatur der Carotis sinistra war 32 mm. von der Aorta entfernt. Die Entfernung des Iliaca-Punktes vom Herzen betrug 245 mm., von der Bifurkatur der Aorta 19 mm., vom Ligamentum inguinale 7 mm.

*Figur 19* ist unter Anwendung des Ordinatenschreibers (S. 12) aufgenommen worden. Der Abstand zwischen den Ordinaten entspricht einer Zeit von etwa 0,03 Sek.

Die obere Linie stellt die Pulskurve der Carotis sin., die untere die der A. iliaca sinistra bei einem Kaninchen von 2100 gr. Körpergewicht dar.

Die Entfernung des Carotis-Punktes vom Herzen betrug 43 mm., von der Aorta 32 mm. Die Entfernung des Iliaca-Punktes vom Herzen war 260 mm., von der Bifurkatur der Aorta 31 mm., vom Lig. inguinale 2 mm.

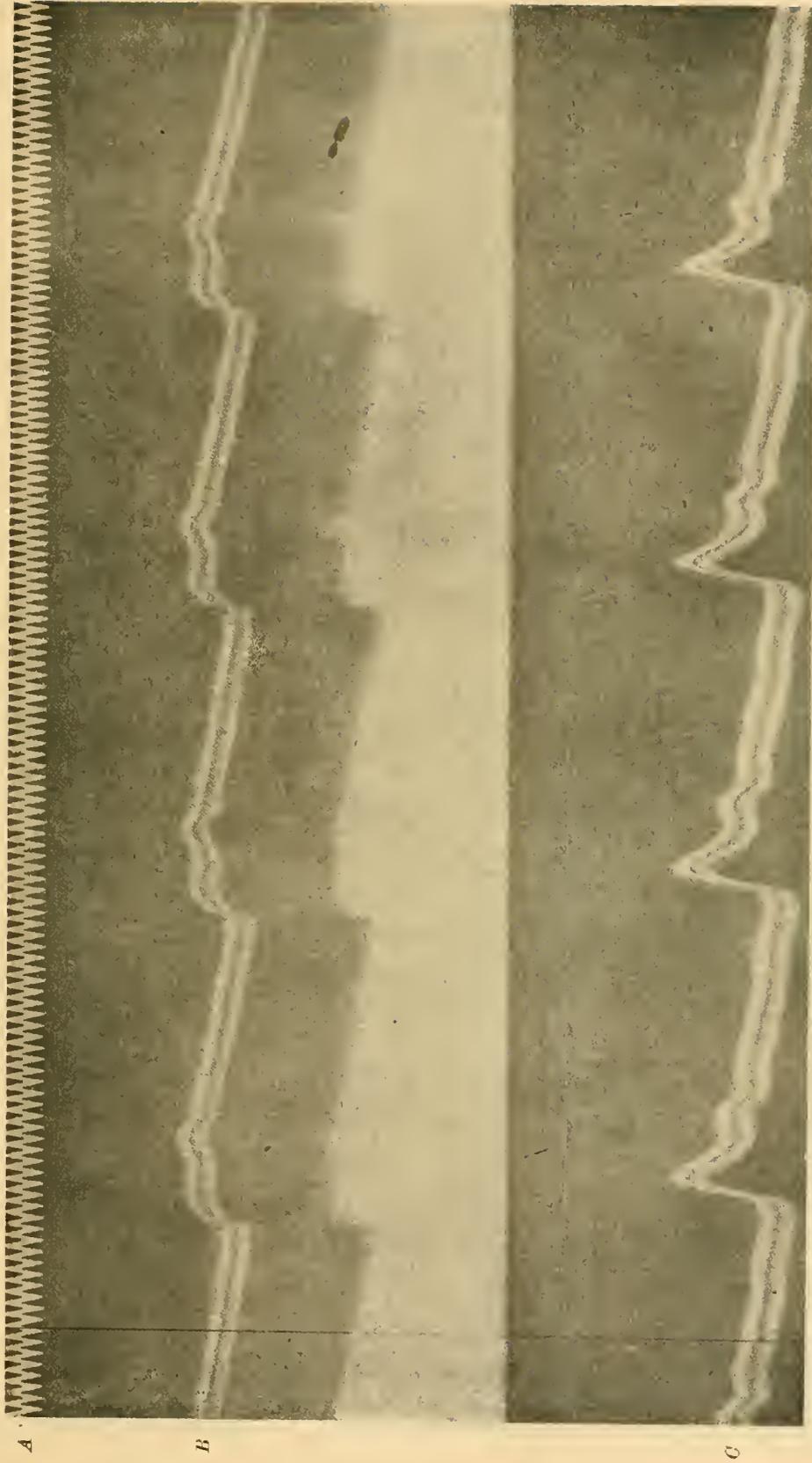
Fig. 17.



A, Stimgabelschwingungen (100 in der Sekunde); B, der Puls einer Mesenterialarterie; C, der Puls der A. iliaca externa sinistra.  
Die dünne vertikale Linie links gibt die gegenseitige Verschiebung der Kurven an.



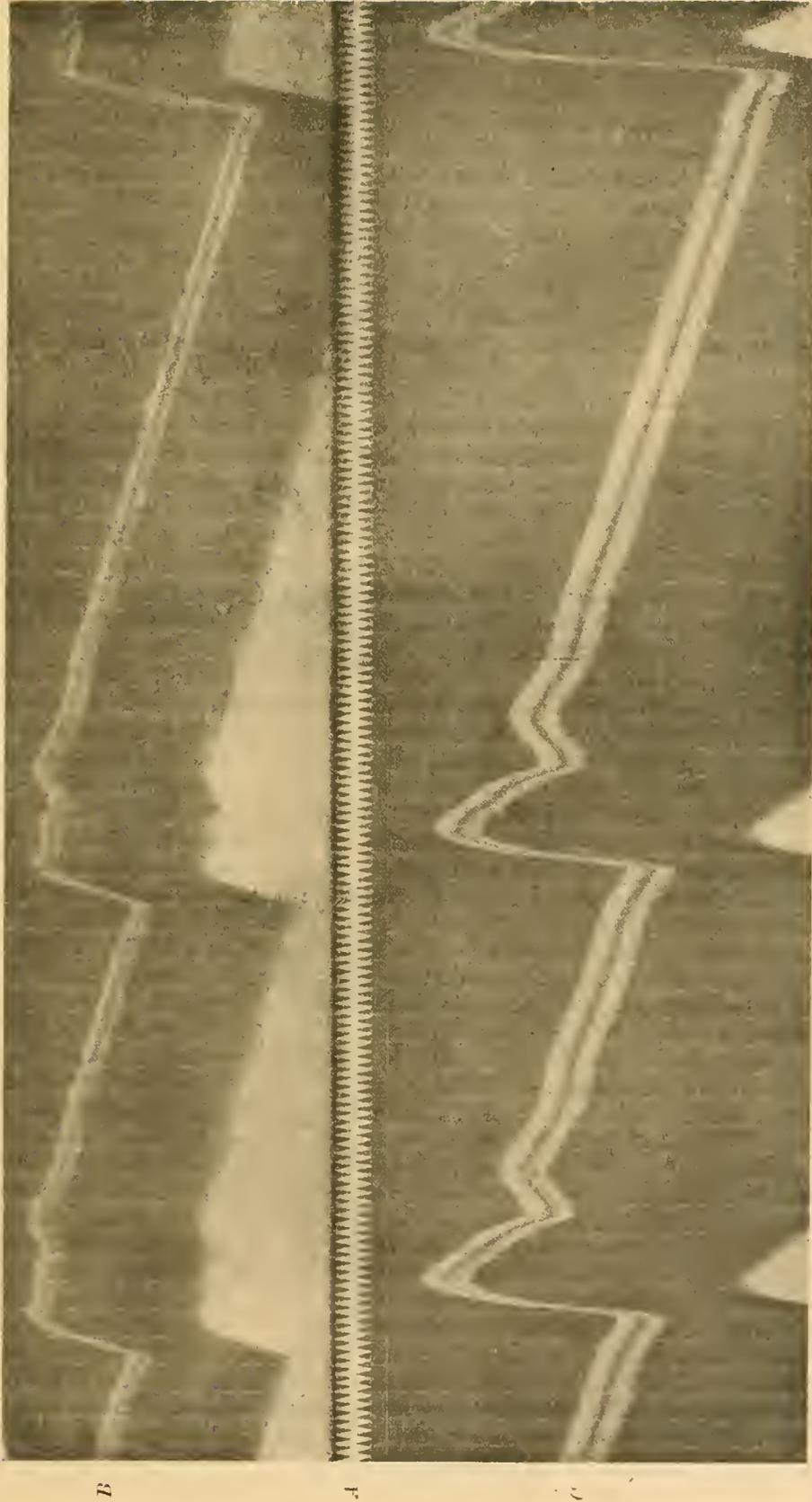
Fig. 18.



A, Stimmabelschwingungen (100 in der Sekunde); B, der Puls der A. carotis dextra; C, der Puls der A. iliaca externa.  
Die dünne vertikale Linie links gibt die gegenseitige Verschiebung der Kurven an.



Fig. 19.



A, Stimgabelschwingungen (100 in der Sekunde); B, der Puls der A. carotis sinistra; C, der Puls der A. iliaca sinistra  
Die vertikalen Linien sind mittelst des sub III beschriebenen Ordinatenschreibers erhalten.



ACTA SOCIETATIS SCIENTIARUM FENNICÆ

TOM. XLVIII. N:o 3.

BEITRAG

ZUR

KENNTNIS DER ENTWICKLUNG DES  
GELENKKNORPELS

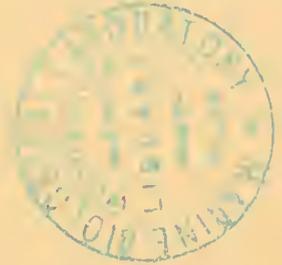
VON

YRJÖ KAJAVA

Mit 31 Abbildungen im Texte

HELSINGFORS 1919

DRUCKEREI DER FINNISCHEN LITERATUR-GESELLSCHAFT







## Inhaltsverzeichnis.

	Seite.
Einleitung . . . . .	1
I. Die Entstehung der Gelenkhöhle.	
Historik . . . . .	7
Eigene Untersuchungen . . . . .	10
II. Die Anordnung der Gewebelemente in der Anlage des Gelenkknorpels und in dem unter demselben befindlichen Knorpel.	
Historik . . . . .	17
Eigene Untersuchungen . . . . .	21
1) Die Anordnung von Gewebeelementen während der früheren Entwicklungsperiode des Gelenkknorpels . . . . .	21
2) Strukturelle Veränderungen in den oberflächlichsten Schichten des Gelenkknorpels . . . . .	25
3) Veränderungen in dem tiefer liegenden Knorpel; das Vorkommen der spindelförmigen oder verzweigten Knorpelzellen . . . . .	28
4) Weitere Veränderungen in den oberflächlichen Teilen des Gelenkknorpels, das Verschwinden der chondrogenen Übergangsschicht . . . . .	36
5) Die Randzone des Gelenkknorpels . . . . .	40
III. Der Zuwachs des Gelenkknorpels.	
Historik . . . . .	44
Eigene Untersuchungen . . . . .	48
1) Das Verhalten der Knorpelzellen zu dem Zuwachs des Knorpels . . . . .	48
2) Die Grundsubstanz und ihre Veränderungen beim Zuwachs des Knorpels . . . . .	53
3) Der perichondrale Zuwachs des Gelenkknorpels . . . . .	60
IV. Das Vorkommen von Blutgefäßen im Gelenkknorpel während dessen Entwicklung.	
Historik . . . . .	62
Eigene Untersuchungen . . . . .	64
1) Das Auftreten von Blutgefäßen in der Anlage des Gelenkknorpels . . . . .	64
2) Die Gefäßkanäle und die Blutgefäße im Knorpel . . . . .	72
3) Das Verschwinden der Blutgefäße und der Gefäßkanäle . . . . .	78

	Seite.
V. Die spätere Entwicklung des Gelenkknorpels.	
1) Die oberflächlichen Schichten . . . . .	89
2) Die tiefen Schichten des Gelenkknorpels. — Die Begrenzung des Gelenkknorpels gegen den unterliegenden Knochen . . . . .	100
A n h a n g.	
Die Veränderungen des Gelenkknorpels auf Caput humeri beim Menschen nach der Geburt . . . . .	103
Literaturverzeichnis . . . . .	115
Die Erklärung der Figuren . . . . .	121

## Einleitung.

Die mikroskopische Anatomie der Gelenke und des Gelenkknorpels ist während der letzten Hälfte des verflossenen Jahrhunderts Gegenstand umfassender Studien gewesen. Unter den älteren Anatomen verdienen in dieser Beziehung HUETER (1866), BOEHM (1868), REYHER (1874), TILLMANN'S (1874) und OGSTON (1876, 1878) vor allem genannt zu werden. Diese Forscher, mit deren Untersuchungsergebnissen wir im Folgenden Gelegenheit bekommen, uns bekannt zu machen, haben viele, hierher gehörende wichtige Facta an den Tag gebracht. Dessen ungeachtet war aber die Kenntnis der mikroskopischen Anatomie der Gelenke noch im Jahre 1892 so unvollständig, dass HAMMAR in der Einleitung zu seiner Abhandlung hervorhebt, wie man sich innerhalb der Histologie an einer etwas stiefmütterlichen Behandlungsweise der Lehre von dem feineren Bau der Gelenke gewöhnt hat. Die vom letztgenannten Forscher im Jahre 1892 auf schwedisch und im Jahre 1894 auf deutsch ausgegebenen, genauen Untersuchungen haben uns auch eine detaillierte Darstellung über den feineren Bau der voll ausgebildeten Gelenke gegeben und bilden zusammen mit den Arbeiten der früher genannten Verfasser die Basis, auf welche unsere Auffassung betreffs dieses Gegenstandes sich gründet.

Eine noch weit umfassendere Beleuchtung erhielt die Frage bezüglich der Anatomie und Morphologie der Gelenke, als LUBOSCH im Jahre 1910 seine Monographie, „Bau und Entstehung der Wirbeltiergelenke“ ausgab. In der letzterwähnten Arbeit beschreibt LUBOSCH nicht allein den Bau des Gelenkknorpels, der Synovialhaut, der Pfannenlippen (*Labra glenoidalia*), der Zwischenscheiben (*Disci* und *Menisci articulares*), der Ligamente u. s. w. bei den verschiedenen Gruppen der Wirbeltiere, sondern giebt auch eine weitläufige Darstellung über die phylogenetische Entwicklung und Bildung der Form der Gelenke.

Die oben genannten Verfasser haben also unsere Kenntnisse in der Anatomie und Entstehung der Gelenke bedeutend ausgedehnt. Nicht desto weniger scheint es mir,

als wenn in unserem anatomischen Wissen, die Gelenke betreffend, eine bemerkbare Lücke noch vorliegen sollte, nämlich mit Bezug auf die embryonale Entwicklung des Gelenkknorpels, bei den Wirbeltieren, speciell beim Mensch. Denn in der Literatur, womit ich Gelegenheit gehabt mich bekannt zu machen, habe ich nicht eine einzige, zusammenhängende Darstellung über diesen Gegenstand gefunden. Ich habe auch nicht in der Literatur, die ich in verschiedenen Literaturverzeichnissen gesammelt habe, aber nicht Gelegenheit gehabt habe näher zu studieren, etwas finden können, was eine mehr umfassende Untersuchung des fraglichen Gegenstandes andeuten würde. Ebenso ist diese Frage gar nicht oder äusserst mangelhaft und vorübergehend in den anatomischen und embryonalen Lehr- und Handbüchern berührt worden (vergl. z. B. v. BARDELEBEN, HERTWIG, BONNET, BROMAN, KEIBEL-MALL, RAUBER-KOPSCH, TESTUT, POIRIER-CHARPY, SAPPEY, QUAIN).

Unter den Forschern, welche die embryonale Entwicklung der Gelenke bei Wirbeltieren und Menschen untersucht haben, verdienen vor allem folgende erwähnt zu werden: BRUCH (1852), LUSCHKA (1855, 1858), HUETER (1866), HENKE und REYHER (1874), BERNAYS (1878), SCHULIN (1879), HAGEN-TORN (1882), KAZZANDER (1894) und RETTERER (1885, 1894, 1896, 1902). Alle diese Forscher haben aber ihre Aufmerksamkeit hauptsächlich auf die Entstehung der Gelenkspalte sowie auf die Entwicklung der Gelenkkapsel und ihrer Ligamente gerichtet — ich werde in der folgenden Darstellung an dafür geeigneten Stellen zu den Funden zurückkommen, welche genannte Verfasser gemacht haben — die Entwicklung des Gelenkknorpels haben sie im allgemeinen ganz flüchtig oder gar nicht behandelt. Wenn also im Jahre 1892 Grund vorlag, von einer stiefmütterlichen Behandlung der Lehre von dem feineren Bau der Gelenke zu reden, so erachte ich, dass man noch heutigen Tages mit viel grösserem Grund von unseren mangelhaften Kenntnissen in der ontogenetischen Entwicklung des Gelenkknorpels sprechen kann.

Auch FICK macht in seiner im Jahre 1904 ausgegebenen Arbeit über die Anatomie und Mechanik der Gelenke darauf aufmerksam, dass man nicht den Gelenkknorpel bei einem Erwachsenen als einen einfachen Rest des fetalen Knorpels auffassen darf. „Die embryonale Gelenkfläche muss ebenso gründliche Veränderungen durchmachen wie Knochen, denn die embryonalen Gelenkenden sind ja eben auch nur ein *stark verkleinertes* Abbild der des Erwachsenen. Dieser Umbau der Gelenkenden ist entschieden noch genauerer Untersuchung wert wobei besonders auf allfallsige Resorptionsvorgänge und auf die Art und Weise der appositionellen oder interstitiellen Gelenkflächenvergrösserung zu achten wäre.“ (S. 40).

Auf Grund all dieses habe ich es wünschenswert erachtet, die Frage von der Entwicklung des Gelenkknorpels einer näheren Betrachtung zu unterziehen. — In der vor-

liegenden Untersuchung habe ich jedoch meine Aufgabe beschränkt, nur die embryonale und postfetale Entwicklung des Gelenkknorpels zu verfolgen, wie es auf der Fläche der primären Knochen bei den Wirbeltieren vorkommt, speciell beim Menschen.

In den untenbeschriebenen Untersuchungen sind verschiedene Gelenke Gegenstand der Beobachtung gewesen, vorerst jedoch das Schultergelenk, wo *Caput humeri* mit dessen Gelenkknorpel sich besonders geeignet erwiesen hat, das Kniegelenk, das Hüftgelenk und die verschiedenen Intercarpal-, Carpo-metacarpal-, Metacarpo-phalangeal- und Interphalangealgelenke. — Die Untersuchungen sind in erster Linie auf Menschenmaterial gemacht worden, wo eine einigermaßen lückenlose Serie von Embryonen, anfangend von 4 cm:s K-St-Länge bis zu vollgegangenen Feten untersucht worden sind. Ausserdem wird die postfetale Serie von Gelenkknorpel bei Kindern von 3 Tagen, 4 Monaten, 6 Monaten, 1 1/2, 2, 3, 4, 5, 6 und 9 Jahren sowie bei Jugend von 17, 19, 20 und 21 Jahren repräsentiert, wozu noch Gelenkknorpel bei verschiedenen alten erwachsenen Individuen kommt.

Ausser Menschenmaterial ist Gelenkknorpel bei folgenden Wirbeltierembryonen und jungen Tieren angewandt worden: *Bos taurus*, *Cervus dama*, *Ovis aries*, *Alces machilis*, *Rangifer tarandus*, *Sus scrofa*, *Felis domestica*, *Cavia cobaya*, *Mus musculus* und *Mus sylvaticus*. In meiner Beschreibung habe ich so viel wie möglich versucht mich nach den Befunden bei dem Menschen zu richten, und die Darstellungen auf Observationen basiert, gemacht bei dem Gelenkknorpel auf *Caput humeri*, dieses um ein einheitliches Bild zu gewinnen, welches auch für uns klarmachen kann, in welcher Reihenfolge die observierten Veränderungen zustande gekommen sind, und wenn möglich angeben, bei welchem Alter die verschiedenen Entwicklungsstadien und die damit verknüpften Erscheinungen bei dem in Frage stehenden Knorpel observiert werden. Man muss sich doch erinnern, dass die Entwicklung in den verschiedenen Gelenken zu sehr verschiedenen Zeiten geschieht, weshalb auch den angegebenen Zeitbestimmungen keine allgemeine Bedeutung zugemessen werden kann; sie ermöglichen jedoch gewisse Vergleiche und können deshalb mitgenommen werden.

Ein Teil des Materials ist frisch untersucht worden ohne vorhergehende Fixierung, geschnitten mit Gefriermikrotom. In den meisten Fällen ist jedoch vorher fixiertes Material angewandt worden. Als Fixierungsflüssigkeit habe ich in den meisten Fällen 10 % Formol angewandt, aber auch absoluten Alkohol, Alkohol-Formol, ZENKER'S und FLEMENING'S Lösung u. s. w. sind angewandt worden. Alkoholfixierung habe ich jedoch im allgemeinen vermieden, denn, wie SOLGER (1885—1888, 1892) bewiesen hat, verursacht diese Fixierungsflüssigkeit starke Schrumpfung und ruft Pseudoarchitekturbilder in Hyalinknorpel hervor, weshalb sie für ungeeignet als Fixierungslösung angesehen werden muss (SCHAFER 1909). Ausserdem habe ich bemerkt, dass auch Alkohol, wenn er

hinreichend lange Zeit auf den Knorpel eingewirkt hat, (wie in alten Musei-Präparaten) verringert bzw. ganz und gar benimmt der Grundsubstanz ihre basophile Färbbarkeit. Ähnliche Observationen betreffend Alkohol wie auch gewisse andere Reagentien (MÜLLER'sche Flüssigkeit, Kromsalze, Kromsäure, Formalin-Wasserlösung sind früher verzeichnet worden (SCHAEFFER 1909, HANSEN 1905). Das fixierte Material ist entweder mit dem Gefriermikrotom geschnitten oder in Parafin oder Celloidin eingebettet worden.

Da ich in allen Fällen versucht habe Präparate zu erhalten, welche den Gelenkknorpel in seiner ganzen Dicke veranschaulichen, bin ich auch gezwungen gewesen, grössere oder kleinere Teile von dem unter dem Knorpel liegenden Knochengewebe mitzunehmen, infolgedessen solche Präparate einer Decalzinierung unterworfen gewesen sind. Diese Decalzinierung geschah in den meisten Fällen in 3 % Salpetersäure, wonach das Präparat mit 5 % Lithiumsulfatlösung behandelt wurde. Die decalzinieren Präparate wurden entweder in Celloidin oder in Paraffin eingebettet je nach den Umständen. Ausserdem wurden von den meisten Präparaten — um die eventuell durch die Decalzinierungsprocedur verursachten Veränderungen im Knorpel zu vermeiden — auch Schnitte ohne vorhergehende Decalzinierung angefertigt, dieses in solcher Weise, dass der Knorpel vorsichtig von dem unterliegenden Knochen gelöst und nachher in Parafin eingebettet oder mit dem Gefriermikrotom geschnitten wurde. In solchen Schnitten ging oft der tiefste Teil des Knorpels verloren, an einigen Stellen aber konnten auch in diesen Präparaten genannte Teile des Gelenkknorpels studiert werden.

Für verschiedene Zwecke war es notwendig die Präparate laut verschiedenen Färbemethoden zu färben, zu diesen Specialmethoden komme ich Später in meiner Darstellung zurück. In diesem Zusammenhange will ich nur die am meisten angewandten allgemeinen Methoden erwähnen, nämlich: eine Doppelfärbung mit WEIGERT's oder HANSEN's Hämatoxylin und VAN GIESON's Pikrinsäure-Säurefuksin (vergl. KOLSTER 1912, S. 47), (anstatt Hämatoxylin wurde auch Hämalun angewandt), und eine Doppelfärbung mit 1 % Methylenblaulösung und Pikrofuksin (KRAUSE 1911, S. 156). Die hübschesten Übersichtsbilder, die auch für das Studium von der Grundsubstanz des Knorpels angewandt werden konnten, erhielt man jedoch mit folgender Färbemethode:

Das Präparat wurde während 5—10 Minuten mit HANSEN's Eisenhämatoxylin, oder Hämalun behandelt, wurde abgewaschen und nachgefärbt mit VAN GIESON's Pikrinsäure-Säurefuksin (oder mit Säurefuksin) während einiger Minuten (2—3), wurde in dest. Wasser abgewaschen und in 96 % und darauf in absol. Alkohol überführt. Von der letztgenannten Flüssigkeit wurde dasselbe in eine Lösung überführt, welche aus 10 g 0,5 % Lösung von Methylenblau in absol. Alkohol und 20 g Xylol bestand. Nachdem es in dieser Methylenblau-Xylol 4 à 5 Minuten gelegen, nahm das Präparat einen bläulichen Farbton an, worauf es in reinen Xylol überführt und in Xylolbalsam eingeschlossen wurde. Wenn das Präparat mit Methylenblau überfärbt wurde, wurde dasselbe in absol. Alkohol differenziert.

Anstatt dieser Methode, welche ich im Folgenden Methylenblau-Xylol-Methode nennen werde, wird auch oft die von HANSEN (1905, S 618—619) publizierte Methode angewandt, welche auch gute Bilder gab, aber viel umständlicher war.

---

Es ist für mich eine angenehme Pflicht in diesem Zusammenhang öffentlich meinen tiefgefühlten Dank auszusprechen an den Präfekt des anatomischen Instituts, Professor Doktor HJ. GRÖNROOS, welcher meine Aufmerksamkeit auf das Thema lenkte, das ich im Folgenden behandeln werde. Sein wohlwollendes Interesse und sein Entgegenkommen haben im hohen Grade meine Arbeit erleichtert. Ebenso will ich hier die Gelegenheit benutzen, nochmals den Herrn Doktor R. FORSIUS und Med. Cand. M. MUSTAKALLIO zu danken, welche mir geholfen haben, Material zu diesen Untersuchungen anzuschaffen.

# I. Die Entstehung der Gelenkhöhle.

## Historik.

Es ist allgemein bekannt, dass die meisten Knochen während der Embryonalperiode von entsprechendem Knorpel vorangegangen werden. Aus diesen Knorpeln, oder richtiger gesagt anstatt dieser, entwickeln sich nicht allein die später vorgefundenen Knochen, ein Teil derselben bleibt nämlich — wie mehrere frühere Untersuchungen erwiesen — als Gelenkknorpel an den Stellen, wo eine Gelenkfläche sich entwickelt, bestehen. Die Entwicklung des Gelenkknorpels ist also untrennbar mit der Entwicklung des Skelettes verknüpft. Um zuerst erwähnte Entwicklung verstehen zu können, sind wir also gezwungen, unsere Aufmerksamkeit zu aller erst an das embryonale Knorpelskelett zu lenken. Dieses Skelett entsteht bei Wirbeltieren<sup>1</sup>, wie Untersuchungen von LUSCHKA (1858), HENKE und REYHER (1879), SCHUSTER (1880), HAGEN TORN (1882), KAZZANDER (1894) und RETTERER (1902) beweisen in Form isolierter Knorpelstücke in einem chondroblastischen Mesenchym. Die Knorpel wachsen weiter auf Kosten dieses Mesenchyms und nähern sich allmählich einander. An Stellen, wo später ein Gelenk entsteht, werden die Knorpelstücke isoliert von einander durch einen Scheibenförmigen Rest von dem früher erwähnten chondroblastischen Mesenchym. Diese Scheibe, welche von NAGEL (1878) „die Zone von dicht gedrängten Bildungszellen“ genannt wurde und von HAGEN-TORN (1882) „Zwischenknorpelbildungsgewebe“, oder „die ursprünglich indifferente Bildungszellenschicht des Zwischenknorpelgewebes“ wird nunmehr in den deutschen Arbeiten allgemein laut HENKE und REYHER (1874), „Zwischenscheibe“ oder „Zwischenzone“

<sup>1</sup> In den folgenden Darstellungen spreche ich ausschliesslich von Gelenkknorpel auf den sogenannten primären Knochen bei Wirbeltieren. Die embryonale Entwicklung des Gelenkes geschieht laut LUBOSCH (1910 S. 286—287) bei Anamnier insofern verschieden, dass die Gelenkspalte sich entweder im Vorknorpel oder sogar im Knorpelgewebe öffnet und nicht in einer blastematösen Zwischenscheibe, wie der Fall bei Amnioten ist.

ganannt; englische Anatomen nennen dieselbe „intervening layer of the original matrix“ (QUAIN'S anatomy), die Franzosen „disque intermédiaire“ (TESTUT). In der folgenden Darstellung benutze ich nach HENKE und REYHER den Namen Zwischenscheibe. — An der Stelle, wo diese Zwischenscheibe unter den früheren Entwicklungsperioden vorkommt, findet man später die Gelenkspalte.

Laut STRASSER (1908 S. 85) kann man in dieser Zwischenscheibe, etwas schematisch genommen zwischen einem peripher belegenen, unter allen Umständen fibrösen oder membranösen Teil, „Aussenzone“ und einem zentralen Teile, „Mittelzone“ unterscheiden.

KOLLMANN (1898) teilt die Entwicklung der Gelenke beim Embryo in zwei Stadien ein: „Stadium der Anlage“ und „Stadium der Ausbildung und Vervollkommnung“. Die Entstehung der Gelenkspalte bildet die Grenze zwischen diesen beiden Stadien. Von diesem letztgenanntem Zeitpunkt ab können wir auch von einer Gelenkfläche und einem Gelenkknorpel sprechen und da es gilt, die embryonale Entwicklung des Gelenkknorpels zu verfolgen, müssen wir unsere Forschung schon bei dem erwähnten Zeitpunkte beginnen. Es ist freilich wahr, dass die Anlage des Gelenkknorpels — wie aus dem Gesagten hervorgeht — sich schon bei der Entstehung der Gelenkspalte vorgefunden, dieselbe wurde aber damals von den gegen das chondroblastische Mesenchym angrenzenden oberflächlichsten Partien des in Frage kommenden, undifferentierten Knorpelstückes gebildet. Die Entwicklung desselben fiel dann mit der Entwicklung der oberflächlichsten Partien des erwähnten Knorpels vollkommen zusammen und bot keine besondere Eigentümlichkeiten dar.

Um aber die embryonale Entwicklung des Gelenkknorpels — besonders die der oberflächlichsten Teile derselben — recht begreifen zu können, muss man Einsicht in der Entstehung der Gelenkspalte haben, denn diese Entwicklung ist, wie wir später sehen werden, auf's nächste mit der Natur der oberflächlichen Schicht des embryonalen Gelenkknorpels verknüpft. Wir widmen deshalb hier diesem Gegenstand zu aller erst unsere Aufmerksamkeit.

Die im Vorgehenden erwähnte Zwischenscheibe ist also ein Rest von dem aus Bindegewebe bestehenden chondroblastischen Muttergewebe, RETTERER'S (1902 S. 1118 und S. 1150) „charpente squeletogène“, in welchem die embryonalen Knorpel sich durch eine histologische Metamorphose entwickeln (HERTWIG 1902 S. 657). Die Natur des Gewebes, welches genannte Zwischenscheibe bildet, ist Gegenstand vieler verschiedenen Äußerungen gewesen. Laut der älteren Auffassung (LUSCHKA 1858, HENKE und REYHER 1875) besteht sie aus dichtsitzenden, runden Zellen mit oder ohne Interzellulärsubstanz, laut der neueren auf RETTERER'S (1894, 1896, 1902) vielen Untersuchungen basierten Auffassung ist dieselbe ein Zellsyncytium bestehend aus netzförmig mit einander zusammenhängenden Zellen. Alle Forscher, die sich mit der Frage betrifft der

Bedeutung dieser Zwischenscheibe beschäftigt haben, sind darüber einig, dass ein Teil derselben in Knorpel verwandelt wird, dass die Anlage des Gelenkknorpels also mit andern Worten wächst auf Kosten der Zwischenscheibe (LUBOSCH).

Wie bereits hervorgehoben ist, kommt diese Zwischenscheibe nur während einer gewissen, frühen Entwicklungsperiode vor, später findet man an deren Stelle die Gelenkspalte, in welcher in gewissen Fällen als ein letzter Rest dieser Zwischenscheibe eine Discus- oder Meniscusbildung oder ein intra-artikuläres Band vorkommt. Die Ansichten über das Schicksal der Zwischenscheibe bei der Entstehung der Gelenkhöhle sind indessen noch heutigen Tages in zwei Meinungsgruppen geteilt. Laut der ersten Ansicht, die u. a. in HERTWIG'S (1902) und BONNET'S (1907) Lehrbüchern in Embryologie gehuldigt wird, wächst die gegen die werdende Gelenkhöhle liegende Fläche des embryonalen Knorpels auf Kosten der Zwischenscheibe bis genannte Scheibe schliesslich *verschwindet* und eine Gelenkhöhle entsteht. Diese Gelenkhöhle „wird unmittelbar von hyalinem Knorpel begrenzt, der in seinem Bereich keine besondere Knorpelhaut besitzt“ (HERTWIG 1902 S. 658). Laut der zweiten Auffassung, die man z. B. in BROMAN'S (1911) Lehrbuch findet, entsteht in der früher erwähnten Zwischenscheibe ein spaltenförmiger Hohlraum, wonach die beiden Schichten, welche auf solcher Weise von der Zwischenscheibe gebildet werden, den hyalinen Knorpel in den Enden der angrenzenden Skelettstücke bekleiden werden und bilden eine perichondrale Schicht auf die werdende Gelenkfläche. „Diese aus der Zwischenscheibe entstandenen Perichondrienschichten der Gelenkenden verschwinden in der Regel frühzeitig, sodass die Gelenkknorpel bald „nackt“ werden.“ (BROMAN 1911 S. 598).

Die bedeutendsten Vorfechter der zuerst angegebenen Auffassung sind HENKE und REYHER (1875), BERNAYS (1878), NAGEL (1878), SCHUSTER (1880) und RETTERER (1885).<sup>1</sup> — Die zuletzt in Kürze laut BROMAN referierte Auffassung von der Entstehung der Gelenkspalte stammt von LUSCHKA (1855) und BENTZEN (1875) her, laut derer diese Spalte in der Zwischenscheibe entsteht „durch Verflüssigung der ursprünglich soliden Bindesubstanz“ (LUSCHKA 1855 S. 486). Dieser Auffassung haben sich in der Hauptsache später die meisten Forscher angeschlossen, welche während der letzten Zeiten sich mit dieser Frage beschäftigt haben, wenn auch die einzelnen Verfasser auf ihre Weise erwähnte Auffassung in Detail umgeformt haben. Auch unter diesen Verfassern können zwei Meinungsrichtungen gespürt werden: entweder wird diese „Verflüssigung der ursprünglich soliden Bindesubstanz“ aufgefasst als Folge einer Vermehrung und eventuell Veränderung, einer Verflüssigung der Interzellulärsubstanz, wie BENTZEN die Sache beschreibt, oder daneben als eine Auflösung von deren Zellen, wie LUSCHKA dieselbe

<sup>1</sup> Dieser Forscher änderte indessen später seine Auffassung und ging zum andern Meinungslager über.

erklärt. HAGEN-TORN (1882) hat gesehen, wie in der Zwischenscheibe anfangs ein hellerer Streifen entsteht, welcher später in Gelenkspalte umgebildet wird. Ein Teil der Zellen der Zwischenscheibe verwandeln sich in Knorpelzellen und schliessen sich der Fläche des Gelenkknorpels an, ein anderer Teil verschwindet durch eine schleimige Degeneration und nimmt an der Bildung der Synovia Teil (S. 616). — Laut der Untersuchungen BATHIKES und BRUCH's sollte die Gelenkverbindung zustande kommen, „aus einer Wucherung der Knorpelschicht aus einer Verflüssigung der Interzellulärsubstanz“ (HUETER S. 53). HUETER (1886) hat die Entwicklung der Sternocostalgelenke verfolgt und gefunden, dass die Gelenkspalte sich in einen helleren Streifen öffnet, welchen man sogar mit dem blossen Auge sehen kann. In diesem Streifen liegen flache Knorpelzellen, etwas dichter als gewöhnlich an einander gedrückt. Die Interzellulärsubstanz wird zwischen diesen Zellen fliessend, worauf die Gelenkspalte gebildet wird. Laut dieser Auffassung sollte somit die Fläche des Gelenkknorpels vom ersten Anfang an aus Knorpel bestehen.

Laut KAZZANDER (1894) verlängern sich die Zellen in der Zwischenscheibe in querer Richtung gegen die Länge des Knorpels, worauf eine Spalte in der Zwischenscheibe entsteht. Nachdem die Gelenkhöhle in dieser Weise gebildet worden ist, schliessen sich die Zellschichten der Zwischenscheibe an die Fläche des Gelenkknorpels an, welche somit während einer gewissen Entwicklungsperiode von einer Schicht embryonalen Bindegewebe gebildet wird. KAZZANDER nimmt an, dass ein Teil der Zwischenscheibe resorbiert wird, weil man isolierte Reste derselben in der Gelenkhöhle antrifft.

RETTNER (1894) beschreibt, wie die ursprünglich spulenförmigen Zellen der Zwischenscheibe sich mit langen Ausläufern zu einem Netzwerke vereinigen, dessen Maschen gleichzeitig von einer gelatinösen Zwischensubstanz gefüllt werden, ähnlich derjenigen, die man im Nabelsehnur antrifft. In einer späteren Abhandlung (1896), die ich hier laut LUBOSCH citiere, vergleicht RETTNER diese Erscheinung mit dem entsprechenden Prozess in der Pulpa des Schmelzorgans. Allmählich werden die obenerwähnten Maschen vergrössert gleichzeitig wie die Zellausläufer dünner werden und atrophieren nebst den Zellen. Infolge dieser Transformation entsteht die Gelenkhöhle und die erste Synovia.

Wenn auch mithin eine gewisse Meinungsverschiedenheit mit Bezug auf einzelne Details vorliegt, sieht es dennoch aus, als wenn die Embryologen sich immer allgemeiner der Ansicht anschliessen sollten, laut welcher die Gelenkspalte in der Zwischenscheibe entsteht, deren Zellen sich somit den eben gebildeten Gelenkflächen anschliessen. Ausser den schon früher genannten Verfassern, welche diese Ansicht huldigen, mögen hier noch erwähnt werden DÖMÉNY (1897), HULTKRANZ (1897), KJELLBERG (1904), STRASSER (1908) und LUBOSCH (1908 - 1910).



Die Auffassung von dem Bau und der Natur der eben gebildeten Gelenkfläche hängt, wie man sich leicht davon überzeugen kann, auf's innigste mit der Auffassung von der Entstehungsweise der Gelenkspalte zusammen. Auch hierhin sind die Ansichten in zwei Gruppen geteilt. Gleichzeitig nämlich wie gewisse Anatomen ansehen, dass der Gelenkknorpel von ersten Anfang an nackt sei, dass also auch dessen Fläche von Knorpelgewebe gebildet sei, halten andere vor, dass dieser Knorpel anfänglich von einer perichondralen Schicht überzogen wurde, welche später verschwindet, wonach der eigentliche Knorpel zur Gelenkfläche herankommt. Die Gelenkhöhle sollte laut der ersteren Auffassung anstatt der verschwundenen Zwischenscheibe entstehen, laut der zweiten in dem Bindegewebe der Zwischenscheibe selbst, und begrenzt werden laut der ersteren Auffassung vom ersten Anfang an, ausser von Bindegewebe (der werdende Gelenkkapsel) auch von Knorpel (den freien Gelenkflächen), da sie dagegen laut der zweiten Auffassung anfänglich ausschliesslich von Bindegewebe begrenzt werden.

Um mir eine auf eingene Observationen gegründete Auffassung betreffend die Natur der Gelenkfläche bilden zu können, nahm ich bei meinen Untersuchungen diese Frage unter nähere Prüfung.

### Eigene Untersuchungen.

Meine Observationen beginnen von dem Zeitpunkt an, da man deutlich die Anlage eines Gelenkes sehen kann, also etwas bevor die Gelenkhöhle ihre Entwicklung anfängt. Die Knorpel, die später in der Zusammensetzung des Gelenkes teilnehmen werden, liegen dann gegen einander, sind aber von einander getrennt durch eine Schicht von embryonalen Bindegewebe, der früher erwähnten Zwischenscheibe. Die beiden Flächen der Zwischenscheibe, welche ohne Grenze sich den anstossenden Knorpeln anschliessen, werden durch dichtsitzende, abgerundete Zellen gebildet. Diese Zellen bilden die später beschriebene chondrogene Übergangsschicht. Zwischen diesen beiden äusseren Schichten findet man in der Zwischenscheibe eine etwas zellenärmere, mittlere Schicht, deren Dicke in den verschiedenen Gelenken sehr abwechselnd ist. Es gibt sogar Gelenke, wo man Kurz vor der Entstehung der Gelenkspalte kaum von dieser mittleren Schicht sprechen kann. Dasselbe ist der Fall auch mit den zentralen Teilen einiger Gelenke, besonders in den kleineren Gelenken. In diesen beiden Fällen scheinen die beiden Flächenschichten der Zwischenscheibe mit einander zusammenhängen. Oft sieht man jedoch auch in diesen Fällen, so z. B. in den Interphalangealgelenken, dass in den peripheren Teilen des werdenden Gelenkes eine gut erkennbare Zwischenscheibe mit allen ihren drei Schichten vorkommt; die mittlere Schicht schmälert indessen gegen das Zentrum des

Gelenkes stark ab, bildet aber auch hier einen schmalen, aus einem oder einpaar Lagen scheibenförmiger Zellen zusammengesetzten, deutlich hervortretenden Streifen zwischen den beiden gegen einander liegenden Knorpeln.

Auch BERNAYS (1878), SCHULIN (1879) und KAZZANDER (1894) haben die drei oben beschriebenen Zellschichten in der Zwischenscheibe gefunden, BERNAYS hat ausserdem, in Übereinstimmung mit dem, was hier oben beschrieben worden ist, konstatiert, dass die mittlere Schicht vermisst werden kann. Ich will hier dazu noch darauf hinweisen, dass die oberflächlichsten Schichten der Zwischenscheibe, welche ich hier die chondrogenen Übergangsschichten benenne, ohne Grenze zu den benachbarten Knorpeln übergehen, und könne auch als denselben zugehörig gerechnet werden. Auf Grund ihrer Natur und Entstehung beschreiben wir sie jedoch hier im Zusammenhange mit der Zwischenscheibe. Es sieht auch aus als wenn einige Anatomen unter der Zwischenscheibe nur die mittlere Schicht derselben verstehen würden und als wenn die Verschiedenheit in der Auffassung von der Entstehung der Gelenkhöhle in einem gewissen Grade auf dieser verschiedenartigen Auffassung von der Zwischenscheibe beruhen sollte.

Die Zellen in der mittleren Schicht der Zwischenscheibe, welche anfangs abgerundet sind, verflachen sich merkbar vor der Entstehung der Gelenkspalte besonders an den Stellen, wo diese Schicht dünn wird. Diese Veränderung der Zellen ist observiert worden auch von BENTZEN (1875) und KAZZANDER (1894). Worauf dieselbe beruht, darüber geben meine Untersuchungen keinen näheren Bescheid. Man könnte ja denken, dass die anwachsenden Knorpel, indem sie sich einander ernähren, einen Druck auf die Zwischenscheibe ausüben und auf dieser Weise die erwähnte Abplattung von dessen Zellen bewirken. Es ist indessen auch möglich, dass der anwachsende Knorpel, mit dessen Fläche das fragliche Gewebe innig zusammenhängt, würde, da der Knorpel vergrössert wird, einen Zug auf diese Zellen ausüben und solcher Weise die erwähnte Formveränderung bei denselben ausüben. HULTKRANZ hat in einem anderen Zusammenhange die Bedeutung dieser „Wachstumsenergie“ hervorgehoben. Das hierbei nur die Zellen in der mittleren Schicht der Zwischenscheibe abgeplattet werden, dürfte darauf beruhen, dass in den beiden chondrogenen Übergangsschichten eine reichlichere Zellenneubildung und derzufolgende Zuwachs als in der mittleren Schicht geschieht, deren Zellen den Verschiebungen in dem übrigen Gewebe folgen können nur auf solcher Weise, dass sie ausgezogen und abgeplattet werden.

Auch STRASSER (1908, S. 91) erwähnt, „eine ungleiche Wachstumsenergie und Festigkeit der aneinanderstossenden Anlagen“ im Zusammenhange mit den Kräften, welche sich bei der Ausbildung der Form der Gelenkflächen geltend machen.

An Stellen, wo die Fläche des werdenden Gelenkkopfes bedeutend grösser ist als die Gelenkfläche auf der entsprechenden Gelenkpfanne, ist die Zwischenscheibe natürlich

nur so gross wie die kleinere Gelenkfläche. Ihre Peripherie streckt sich dann direkt zu dem chondroblastischen Bindegewebe, welches den Gelenkkopf umgibt, so dass der Teil der werdenden grösseren Gelenkfläche, welcher dann draussen von der erwähnten Zwischenscheibe steht, durch Vermittlung der chondrogenen Übergangsschicht, anfangs ohne Grenze, dem dieselbe umgebenden Bindegewebe entspricht, weshalb ein Teil der Gelenkspalte in diesem Gewebe entstehen wird. Dieses Bindegewebe, STRASSER's (1908) „Aussenzone“ hängt innig mit dem Perichondrium zusammen und bildet später die Gelenkkapsel.

Beobachten wir z. B. bei einem menschlichen Embryo von 4 cm K-St-Länge etwas näher die Anordnung der Gewebselemente an der Stelle, wo die Gelenkfläche auf Caput humeri im Begriff ist sich zu differenzieren, so finden wir, dass die oberflächlichsten, deutlich als Knorpel erkennbaren Lager auf Caput humeri allmählich und ohne dass man irgendwo eine Grenze unterscheiden kann, in ein Gewebe übergehen, bestehend aus äusserst zahlreichen Zellen mit, in den tieferen Teilen Runden, näher an der werdenden oder soeben gebildeten Gelenkfläche etwas abgeplatteten, grossen Kernen und eine sparsame Zwischensubstanz, welche allmählich die für den Knorpel charakteristischen Eigenschaften verliert, je länger man hinaus nach der Peripherie kommt. Es ist eben dieses Lager, welches wir schon früher als die äusserste Schicht der Zwischenscheibe beschrieben und die chondrogene Übergangsschicht benannt. Es dürfte FICK's (1904 S. 39) „Chondrogenkappe“ entsprechen. Diese Schicht geht ebenso allmählich und ohne deutliche Grenze zur mittleren Schicht der Zwischenscheibe über oder zu dem umgebenden Mesenchym mit grösseren Intercellulärräumen und typischen, mit langen Ausläufern versehenen spul- oder sternförmigen Zellen. In diesem Bindegewebe laufen, kleine Blutgefässe, welche auch an einigen Stellen Kapillarschlingen eine kleine Strecke hinein gegen den tiefer gelegenen Knorpel senden. Die Kapillare erreichen jedoch nicht in diesem Stadium den typischen, jungen hyalinen Knorpel, sondern sind in der chondrogenen Übergangsschicht beschränkt (Fig. 2). — Auch in anderen Gelenken kommen diese oben erwähnten Gewebsschichten vor.

Schon in Präparaten von diesen Entwicklungsperioden kann man die Entstehung der Gelenkhöhle studieren. Man findet dann in den früheren Stadien die werdende Gelenkspalte repräsentiert nur durch gewisse dünnere Stellen in der mittleren Schicht der Zwischenscheibe oder in dem Mesenchym, welches an der Aussenseite der Zwischenscheibe der werdenden Gelenkfläche entspricht. Diese dünnen Gewebspartien können gleichzeitig an verschiedenen Stellen in einem und demselben werdenden Gelenk auftreten und bilden nicht anfangs eine zusammenhängende Anlage für die werdende Gelenkhöhle. Etwas später entstehen in diesen dünneren Stellen Spalten (Fig. 1). Soweit ich auf Grund meines Materials habe finden können, ist es hierbei nur die Frage um Vermeh-

rung von der interzellulären Substanz und eine Vergrößerung der Intercellularräumen. Die Zellen werden anfangs beibehalten und entfernen sich nur etwas von einander. Sie hängen dennoch zusammen, wie RETTERER beschrieben, mittelst Ausläufer mit einander. Etwas später sieht es jedoch aus, als wenn einzelne Zellen ihren Zusammenhang mit den übrigen Zellen der Zwischenscheibe verlieren würden und in die freie Gelenkhöhle geraten; wenigstens habe ich in dieser Höhle Zellen gefunden, deren Zusammenhang mit den umgebenden nicht hat festgestellt werden können. In solchen Gelenken, wo die Zwischenscheibe in den peripheren Teilen dicker ist als in den mittleren, wie z. B. in Interphalangealgelenken, entsteht die Gelenkspalte anfangs in dem dickeren Teil der Zwischenscheibe, somit in der Peripherie des werdenden Gelenkes.

Schon aus dem besagten geht hervor, dass die werdende Gelenkhöhle in vielen Fällen anfangs in Form mehrerer kleiner Spalten entsteht. Dasselbe haben auch BENTZEN (1875) und STRASSER (1908) observiert. Dies gilt besonders den grösseren Gelenken. Alle diesen Spalten liegen nicht im Anfang in demselben Planverhältnis zur Fläche des Gelenkkopfes, sondern sind so belegen, dass zwischen ihnen ungleich breite Zellenstränge oder Bindgewebsslamellen in schräger Richtung von der Gelenkfläche zu dem umgebenden Bindegewebe bzw. zu der entsprechenden anderen Gelenkfläche laufen. Genannte Spalten laufen jedoch alle in der mittleren, Schicht der Zwischenscheibe, an der Aussenseite der früher beschriebenen chondrogenen Übergangsschicht.

Bisweilen kann man auch während der Embryonalperiode in Gelenken, welche fertig gebildet einen Discus vermissen, gerade zur Zeit des ersten Auftretens der Gelenkspalte zwei parallel mit einander laufende Spalten und zwischen ihnen eine dickere oder dünnere mesenchymatische Gewebsschicht an einen Discus erinnernd finden. Diese Bildungen verschwinden indessen früh. Ebenso kann man in dem peripheren Teil des werdenden Gelenkes finden, wo die Zwischenscheibe dicker ist als in den zentralen Teilen, dass anfangs zwei Spalten entstehen, welche mit einander gegen die zentralen Teile des Gelenkes konvergieren und sich mit einander vereinigen, sodass der zwischen diesen Teilen befindliche periphere Teil der Zwischenscheibe anfangs in solchen Fällen eine in Durchschnitt dreiseitige Randmeniscus bilden wird (Fig. 1). Auch eine solche Bildung kann in Gelenken nachgewiesen werden, welche in ihrer voll ausgebildeten Form einen Meniscus vermissen. Dieser periphere Teil der Zwischenscheibe hängt mit der inneren Fläche der werdenden Gelenkkapsel zusammen und bildet laut HENKE und REYER (1874) und NAGEL (1878), welche auch diese Bildung observiert haben, später eine Synovialfalte.

Bei einer genauen Untersuchung der obenerwähnten Spalten welche alle zusammen die Anlage für eine Gelenkhöhle repräsentieren, kann man konstatieren, dass die Enden dieser Spalten durch dünnes Gewebe fortgesetzt werden, welches immer dichter wird, je länger man nach aussen gegen die Peripherie der Gelenkhöhle kommt bis die dünnere

Partie verschwindet und das Bindgewebe dem Gewebe rundherum vollkommen ähnelt. Oder mit anderen Worten, über die Enden der genannten Spalte strecken sich Zellen oder protoplasmatische Ausläufer von den Zellen, welche am nächsten die Spalte begrenzen, und je länger hinaus längs der Enden der Spalten man kommt, desto zahlreicher werden diese Ausläufer, bis die Spalte schliesslich ganz und gar verschwindet. Darauf wird die Richtung der Spalte noch ein Stück weiter von Gewebe fortgesetzt, wo die Interzellularräume vergrössert sind bis auch diese Ungleichheit mit der Umgebung geebnet wird. Dieser dünnere Teil der Enden der genannten Spalten ist als Vorläufer der Gelenkspalte anzusehen. Auf dieser Weise kann man also noch in der ebengebildeten Gelenkspalte verschiedene Zeiträume der Entwicklung observieren, welche zur Entstehung dieser Spalte führten.

Auf Grund der oben angedeuteten Entstehungsweise der Gelenkspalte kann man deutlich sehen, dass ihre Entwicklung mit einer Vermehrung anfängt, vielleicht auch mit Konsistenzveränderung, einer Verfliessung von Interzellulärsubstanz, wie RATHKE und BRUCH hervorgehalten haben. Wo diese vermehrte Interzellulärsubstanz den Zwischenraum zwischen den Zellen füllt, ansteht eine hellere Zone. In dieser Zone kann man jedoch anfangs spul- oder sternförmige Zellen finden, welche mit einander und mit den beiden Wänden der werdenden Gelenkspalte, den Gelenkflächen zusammenhängen und dann zu einem gewissen Grade an die Zellen in der Pulpa des Schmelzorgans erinnern, worauf RETTERER hingewiesen. Erst später, wenn die Gelenkspalte fertig wird, scheint wenigstens ein Teil dieser Zellen sich an die eine oder andere Gelenkfläche anzuschliessen. Ein anderer Teil wird jedoch aller Wahrscheinlichkeit nach freigemacht von seinem Zusammenhang mit den Zellen der Umgebung und gerät in die freie Gelenkspalte. An gewissen Stellen aber sieht man, noch lange nachdem die Gelenkspalte gebildet worden ist, Zellen, welche quer über die Gelenkspalte laufen und mit ihren beiden, weit ausgezogenen Enden an den antagonistischen Gelenkflächen zusammenhängen (Fig. 2). Es ist wenig anzunehmen, dass diese Zellen sich nunmehr an irgend eine der fraglichen Gelenkflächen würde anschliessen können, weshalb man annehmen muss, dass dieselben bei der definitiven Entwicklung der Gelenkhöhle sich von ihrem Zusammenhang mit den Gelenkflächen losmachen und in die freie Gelenkhöhle geraten, wo sie sich zu den korpuskulären Elementen der Synovia gesellen. Ein Verschwinden von Zellen durch Atrophie, so wie RETTERER (1894) beschreibt, habe ich nicht nachweisen können, halte es aber auf Grund der obenangeführten Befunde sehr wahrscheinlich.

Zu Anfang ist die Gelenkhöhle in grösseren Gelenken geteilt durch mesenchymatische Lamellen oder Zellenstränge, welche von der Gelenkfläche nach der entsprechenden anderen Gelenkfläche oder nach dem umgebenden Bindgewebe laufen in mehreren, anscheinend mit einander zusammenhängenden Räumen, welche in den meisten Gelenken

sich allmählich zu einer einzigen Gelenkhöhle vereinigen in gleichem Masse wie diese Lamellen verschwinden. In Gelenken, wo man auch in erwachsenen Stadium ligamentöse Bildungen trifft, welche die Gelenkhöhle durchziehen, sind dieselben aus der während der Embryonalperiode vorhandengewesenen mesenchymatischen Zwischenscheibe entstanden. Ebenso ist der Fall mit Discus- und Meniscusbildungen.

Laut meiner Untersuchungen entsteht die Gelenkhöhle somit in der mittleren Schicht der aus Bindegewebe bestehenden Zwischenscheibe und wird anfänglich von Bindegewebszellen begrenzt, welche einen Rest von dieser Schicht ausmachen. Inwiefern sie immer eine kontinuierliche Schicht auf der Gelenkfläche bilden, darüber wage ich nicht mich mit Bestimmtheit auszusprechen. Die Gelenkhöhle ist aber dennoch nicht nur als ein zusammenhängendes System von vergrößerten intercellulären Räumen anzusehen, bei deren Entstehung haben auch einige Mesenchymzellen sich von ihrem Zusammenhange mit den Wänden der werdenden Gelenkhöhle losgemacht und sind entweder verloren gegangen oder bilden die Formbestandteile der Synovia.

Aus diesem Resultat folgt, dass die ebengebildete Gelenkfläche zu Anfang von Bindegewebezellen gedeckt wird, die von der mittleren Schicht der Zwischenscheibe herkommen. Diese Resultate sind also am nächsten vergleichbar mit den Befunden HAGEN-TORN'S (1894) und RETTERER'S (1894, 1896, 1902).

Als Zusatz möge hier angeführt werden, dass es Verfasser gibt, welche ansehen, dass die Entstehung der Gelenkspalte in direkten Zusammenhange mit dem mechanischen Zug der ersten Muskelkontraktionen auf das Gelenk, stehen, BERNAYS (1878), SCHULIN (1879) STRASSER (1908). Als Stütze für seine Auffassung gibt SCHULIN u. a. den Umstand an, dass die Gelenkspalte zu Anfang in den peripheren Teilen des Gelenkes auftritt. HULTKRANZ (1897), LAFAYTE und DUPONT (1899) erachten, dass die Verschiebung, welche der Zuwachs der Knorpelenden in dem Zwischengewebe verursacht, die Entstehung der Gelenkspalte bedingt. Auch HAGEN-TORN (1894) erwähnt, dass mechanische Momente „Druck und Zerrung“ bei der Entstehung der Gelenkspalte wirksam sind. Dieses mechanische Moment beschreibt STRASSER (1908 S. 91) etwas ausführlicher in folgender Weise. Frühzeitig jedenfalls machen sich in der Zwischenzone die Einflüsse der Muskelspannung als Kompression geltend und kleine Schwankungen in den Spannung der antagonistischen Muskeln als abscherende Einflüsse. Zuletzt bilden sich wirkliche kleine Gewebsauflockerungen und Zerreibungen in den Ebenen der Verschiebung; es entsteht ein System kleiner Abscherungsspalten.

Der SCHULIN'schen Auffassung schliesst sich u. a. FICK in seiner im Jahre 1904 ausgegebenen grossen Arbeit „Handbuch der Anatomie und Mechanik der Gelenke“ (S. 39) an. Dagegen spricht sich u. a. KAZZANDER (1894 S. 171) gegen die Auffassung aus, dass die Muskelkontraktion bei der Bildung der Gelenkhöhle ein mitwirkendes Moment sein sollte. Im Kniegelenk fand er nämlich die Gelenkhöhle voll ausgebildet, ehe die entsprechende Muskulatur ihre histologisch fertige Entwicklung erreicht hatte. Ebenso opponiert sich RETTERER (1903 S. 1152) ganz bestimmt gegen eine solche Auffassung, dass die mechanischen Momente bei der Entstehung der Gelenkspalte wirksam sein sollten.

Auf Grund meiner Befunde erachte ich, dass man bei der Entstehung der Gelenkspalte nicht von einer „Zerrung“ oder „Abscherung“ des Gewebes sprechen kann, denn lange vor der Entstehung der Gelenkspalte wurden Erscheinungen observiert z. B. Vermehrung der intercellulären Substanz, welche beweisen, dass die eigene Funktion des Gewebes in einer bestimmten Weise influiert ist und auf Grund dessen ihre histologische Zusammensetzung verändert. Es ist möglich, dass die Ursache zu dieser Veränderung in der Irritation zu suchen ist, welche der von der Muskulatur verursachte variierende Druck und die Ziehung in der Zwischenscheibe hervorruft und dass dieser Druck, wie FICK hervorhebt, sich geltend machen kann, schon ehe die Muskulatur ihren histologisch fertigen Bau erreicht hat. Aber die in verschiedenen Richtungen über der soeben gebildeten Gelenkspalte verlaufenden Zellen und deren feine Ausläufer scheinen mir direkt gegen die Auffassung zu sprechen, dass bei der Entstehung der Gelenkspalte eine etwas bedeutendere Beweglichkeit im Gelenke wirksam sein sollte.



## II. Die Anordnung der Gewebselemente in der Anlage des Gelenkknorpels und in dem unter demselben befindlichen Knorpel.

### Historik.

Die Frage betreffend die Beschaffenheit der Oberfläche des Gelenkknorpels sowohl beim Fetus als besonders bei dem Erwachsenen ist unter den Anatomen einer langwierigen Diskussion unterworfen gewesen. Es war HENLE, welcher zuerst im Jahre 1838 auf der Oberfläche des voll ausgebildeten Gelenkknorpels ein Pseudoepithel beschrieb, aber schon vor ihm hatten einige Anatomen wie RUDOLPHI (1821), BICHAT (1827), WEBER (1830) u. a. m. erachtet, dass die Synovialhaut sich über die Fläche des Gelenkknorpels streckte. Nach HENLE sind diese oberflächlichen Zellen des Gelenkknorpels mehr als einmal Gegenstand der Untersuchung und Auslegung gewesen, wobei recht verschiedene Ansichten ausgesprochen worden sind. Im allgemeinen haben jedoch diese Ansichten sich in zwei Meinungsgruppen geteilt, von denen die eine Gruppe die oberflächlichsten Zellen der Gelenkfläche als epitheliale Bildungen aufgefasst, oder den Gelenkknorpel von einem Endothellager bedeckt angesehen, wogegen die andere Gruppe nicht irgend ein Epithel an der Fläche des Gelenkknorpels hat finden können, abgesehen von dessen äussersten Peripherie. Was den voll entwickelten Gelenkknorpel angeht, hat die Frage jedoch allmählich ihre Aktualität verloren, erfahrene Forscher haben sich abweisend gegenüber der HENLE'schen Auffassung gestellt und mit der Zeit immer allgemeiner Anschluss gewonnen. BIRKETT (1848) war der erste, welcher bewies, dass man die abgeplatteten, oberflächlichen Zellen in dem voll entwickelten Gelenkknorpel unrecht als Epithelzellen erklärt hatte und viele andere Anatomen, unter denen BOWMAN, KOELLIKER (1847), GERLACH (1848 und 1854) u. a. m. gesellten sich zu ihm. GERLACH zeigte auch darauf hin, wie die abgeplatteten Knorpelzellen mit geringer Menge Grundsubstanz leicht Veranlassung zu einer falschen Auslegung geben konnten. Viele

andere Forscher haben seitdem die Oberflächenzellen des Gelenkknorpels wie GERLACH aufgefasst. Einen entscheidenden Beweis für die Knorpelnatur dieser Flächenzellen brachte HAMMAR dar in seiner im Jahre 1892 ausgegebenen Abhandlung über die Histologie der Gelenke, worin er die verschiedenen Schichten des voll entwickelten Gelenkknorpels genau untersucht und analysiert hat und somit auch diese oberflächlichen Zellen, welche zu der Region „der platten Zellengruppen“ gehören. Unabhängig von den Schlussfolgerungen HAMMAR'S ist BRAUN (1894) betreffend die Fläche des Gelenkknorpels zu ganz gleichem Resultate gekommen (FICK 1904 S. 33). Nunmehr werden die Flächenzellen des Gelenkknorpels, abgesehen von dem am meisten peripher gelegenen, allgemein als abgeplattete Knorpelzellen aufgefasst [FICK (1904), TESTUT (1904), KOPSCH (1914), STÖHR-SCHULTZE (1915), SZYMONOVICZ (1914) etc.].

Diese oberflächlichen Knorpelzellen annehmen, laut der allgemein anerkannten Beschreibung, in der sogenannten Übergangszone zwischen dem Knorpel und der Synovialhaut allmählich Formen, welche an die Ausläufer versehenen Bindegewebszellen der Synovialhaut erinnern. Im inneren Teil der erwähnten Schicht werden nämlich noch ganz gewöhnliche, zugeplattete Knorpelzellen angetroffen, welche, wenn wir sie nach aussen verfolgen, anfangs unregelmässig kantig werden und schliesslich kürzere oder längere Ausläufer zeigen (HUETER 1866, BOEM 1868, GERLACH, 1869, REYHER 1874, HAMMAR 1892, BRAUN 1894).

Wenn also Einigkeit betreffend die Natur der Oberflächenzellen im voll entwickelten Gelenkknorpel erreicht worden ist, wird aber die Frage betreffend die Beschaffenheit der Gelenkfläche während der Fetalperiode noch ungleich aufgefasst. Bei jungen Vieh- und Menschenembryonen konstatierte TOYNBEE (1841) an der Fläche des Gelenkknorpels eine Schicht, welche ein Synovialüberzug zu sein schien, wenn auch ihre Zellen sich in keiner Weise von Knorpelzellen unterschieden. Und noch bei einem fetalen Kalbe während der letzten Hälfte des intrauterinen Lebens gibt er an, ein Synovialmembran fast von der ganzen Gelenkfläche auf dem Femurkondyl haben losmachen können. Inwiefern TOYNBEE hierbei faktisch Unterschied machte zwischen abgeplatteten Knorpelzellen und den von der Zwischenscheibe herstammenden Bindegewebszellen, geht nicht aus seiner Beschreibung hervor. Es scheint indessen, als wenn eine Verwechslung in oben angedeuteter Richtung möglich gewesen sei. Bei älteren Embryonen fand TOYNBEE das Synovialmembran in Form einer Randzone nur die Peripherie des Gelenkknorpels deckend.

TODD und BOWMAN (1843, 1856) haben das von HENLE beschriebene Pseudoepithel an der Fläche des Gelenkknorpels gefunden. Laut jenen Verfassern kann es deutlich bei Embryonen observiert werden, wo das Synovialmembran sich über die ganze Gelenkfläche streckt; bei Erwachsenen kann man dagegen nicht immer dasselbe nachweisen.

Als Ursache zu dieser Ungleichheit zwischen dem fetalen und voll entwickelten Gelenkknorpel betrachten diese Verfasser eine Abnutzung der Gelenkfläche. In Übereinstimmung mit BIRKETT nimmt HUETER (1886 S. 77) an, dass auch TODD und BOWMAN die abgeplatteten, oberflächlichen Knorpelzellen als epitheliale Bildungen aufgefasst. REICHERT (1849 S. 16) behauptet dagegen mit Bestimmtheit, dass er bei menschlichen Embryonen und bei Embryonen einiger Haustiere an der Fläche des Gelenkknorpels Zellen gefunden, die unmittelbar auf der Knorpelsubstanz liegen und inneren Epithelzellen in einem Blutgefäss (= Gefässendothel) ähneln. Dieses Epithel, dessen Zellen nicht mit Knorpelzellen verwechselt werden können, setzt sich fort von der inneren Fläche der Gelenkkapsel zur Fläche des Gelenkknorpels. Auf dem Gelenkknorpel bei Erwachsenen hat REICHERT dieses Epithel nicht gefunden. REYHER (1874 S. 265) kam nicht bei einem  $1\frac{3}{4}$  Zoll langen Schafembryo auf dem Caput humeri das Vorkommen der von TODD, BOWMAN und REICHERT beschriebenen Epithelzellen längnen. Er spricht auch von Zellen auf der Gelenkfläche bei älteren Embryonen, welche Epithelzellen ähneln, meint aber mit diesen wahrscheinlich abgeplattete Knorpelzellen. Ausserdem hat auch der genannte Forscher gesehen, wie die Peripherie des Gelenkknorpels mit Ausläufern versehenen Zellen gedeckt wird, welche mit der Gelenkkapsel an deren Anheftungsstelle zusammenhängt.

Auch bei Erwachsenen hat TILLMANNS (1874 S. 415) an den peripheren Teilen des Gelenkknorpels Endothel gefunden, wogegen die übrigen Teile von dessen Fläche laut desselben Verfassers diese Bildung vermisst. Wird ein Gelenk während einer längeren Zeit fixiert wie z. B. in pathologischen Fällen, so hat das periphere Endothel Gelegenheit zusammen mit neugebildetem Bindegewebe über die Gelenkfläche zu wachsen. In derselben Weise meint TILLMANNS, dass man auch das Vorkommen von Endothelbekleidung auf dem embryonalen Gelenkknorpel erklären kann. Er bezweifelt die Angabe REICHERTS, dass der Gelenkknorpel konstant bei den Embryonen des Menschen und der Haustiere von einem Endothel gedeckt werden sollte. Selbst ist es ihm weder bei Menschen- noch Schweineembryonen gelungen einen vollständigen Endothelüberzug auf dem Gelenkknorpel nachzuweisen, wenn er auch eine solche Möglichkeit zugibt, dass der Gelenkknorpel in den grösseren Gelenken bei Embryonen von einem Endothel vollständig bedeckt sein können TILLMANNS stellt die Beweglichkeit des embryonalen Gelenkes in direkten Zusammenhang mit der erwähnten Endothelbekleidung, so nämlich, dass je grösser die gegen einander reibenden Knorpelflächen sind, desto kleiner ist die von dem Endothel bedeckte Fläche.

Die Ansichten über die Beschaffenheit der Gelenkfläche bei Embryonen und Feten scheinen noch fortwährend geteilt zu sein. So beschreibt BROMAN (1911), dass die werdende Gelenkfläche in einem frühen Stadium mit einer Bindegewebsslamelle einer perichondralen Schicht überzogen ist, wogegen BONNET (1909) angibt, dass die Gelenkfläche

schon vom ersten Anfange an aus hyalinem Knorpel gebildet ist. Schon aus meinen oben beschriebenen Befunden geht hervor, dass ich mich denen anschliessen muss, welche ansehen, dass der Gelenkknorpel in einem frühen Stadium, wenigstens zu einem grossen Teil, mit Bindgewebszellen bedeckt ist. Diese Zellen bilden an einigen Stellen eine äusserst dünne Schicht welche man wohl mit einem Perichondrium vergleichen kann.

Was die Anordnung der Zellen in dem voll ausgebildeten Gelenkknorpel im übrigen betrifft, sind die Ansichten darüber im grossen Ganzen einig. Im Gelenkknorpel werden allgemein [WEICHELBAUM (1877), VAN DER STRICHT (1887, 1890), HAMMAR (1892), FICK (1904), SCHNEIDER (1908), LUBOSCH (1910) u. a. m.] drei verschiedene Zone beschrieben: In der tiefsten Zone sind die Zellen ungefähr winkelrecht gegen die Gelenkfläche geordnet, „die Region der langgestreckten Zellengruppen“ (HAMMAR), in der mittleren Zone ordnen sich die Zellen in unregelmässig abgerundete Haufen, „die Region der runden Zellengruppen“ (HAMMAR) und in der oberflächlichsten Zone sind die Zellenhaufen in der Richtung der Fläche zugeplattet, „die Region der platten Zellengruppen“ (HAMMAR). Ebenso wird die Grundsubstanz des Gelenkknorpels allgemein von den verschiedenen Verfassern ungefähr in gleicher Weise beschrieben: Sie ist merkbar reichlich und mit Fibrillen versehen, welche in ihrem tieferen Teil winkelrecht gegen die Fläche des Knorpels laufen, in den oberflächlicheren Teilen parallel mit derselben. Wie aber die Zellen und die Grundsubstanz sich in dem in der Entwicklung begriffenen Gelenkknorpel ordnen, darüber sind die Angaben äusserst sparsam und unzusammenhängend. Einige Verfasser, welche ihre Aufmerksamkeit auf den fetalen Gelenkknorpel gerichtet, sagen ganz kurz, dass die Verhältnisse bei dem Fetus hierbei anders sind als bei Erwachsenen. BENTZEN (1875) geht in seinen Betrachtungen sogar etwas weiter in Details. Er sagt: „auch hat nicht der Gelenkknorpel mit seinen Knorpelzellen dasselbe histologische Aussehen wie bei dem erwachsenen Individuum. Alle Intercellularsubstanz ist viel sparsamer vorhanden und die Zellen liegen aus dem Grunde viel dichter zusammen. Diese Veränderungen, die Absetzung von Intercellularsubstanz, geht successive vor sich weit in das postfetale Leben hinein“ (S. 4).

SCHNEIDER (1908 S. 496) erwähnt, dass die jungen Knorpelzellen in den wachsenden Enden der Gelenkfortsätze ohne irgend eine scharfe Grenze in das Bindgewebe der Umgebung übergehen. BERNAYS (1878), SCHULIN (1879) und KAZZANDER (1894) haben auf der Fläche des Epiphysenknorpels eine Zone beschrieben, gebildet aus kleinen, runden, dicht sitzenden Zellen. Diese Zone nennt BERNAYS „die chondrogene Schicht“, KAZZANDER „die chondrogene Zone“, weil genannte Verfasser meinen, dass diese Zone während des Laufes der Entwicklung sich in Knorpel umwandelt und somit auch die peripheren Teile des Gelenkknorpels bilden. SCHULIN kann sich dagegen nicht davon

überzeugen, dass an dieser Stelle, wo sich erwähnte Zone vorfindet, ein appositioneller Knorpelzuwachs stattfinden sollte. Wir sind schon im Vorgehenden mit dieser chondrogenen Übergangsschicht bekannt geworden, welche das vor der Entwicklung der Gelenkspalte vorkommende Flächenlager der Zwischenscheibe bildet und sich später den oberflächlichen Teilen des Gelenkknorpels anschliesst.

## Eigene Untersuchungen.

### 1. Die Anordnung von Gewebselementen während der früheren Entwicklungsperiode des Gelenkknorpels.

Analysiert man die Gewebsverhältnisse der Gelenkfläche kurz nachdem die Gelenkspalte sich entwickelt hat, kann man da folgende drei Schichten unterscheiden (Fig. 2).

1) Die oberflächlichste Schicht besteht aus nur wenigen Zellenlagern (2—4, an manchen Stellen können diese Lager zu einem einzigen reduziert sein). Die Zellen in dieser Schicht sind abgeplattete stern- oder spulförmige und mit langen Protoplasmaausläufern versehen, welche in der Hauptsache der Richtung der Gelenkfläche folgen. Die Zellkerne sind relativ gross und auch sie mehr oder weniger zugeplattet; aber auch ellip-tische, sogar runde Kerne kommen vor. Es sind gerade diese Zellen, welche den Anatomen Grund zu einer langen Diskussion über die Oberfläche des Gelenkknorpels gegeben haben. In der intercellulären Substanz gibt es bei etwas älteren Embryonen deutlich nachweisbare Fibrillen. Diese Fibrillen, welche am deutlichsten ein wenig unter der freien Gelenkfläche hervortreten, laufen hauptsächlich in Richtung der Gelenkfläche. bilden aber auch Bögen um die Zellen. Sie färben sich in derselben Weise, wie die kollagenen Fasern des Bindegewebes, werden also rot mit VAN GIESON'S Pikrofuksin. In Präparaten, gefärbte laut der verschiedenen Knorpelfärbungsmethoden, kann man nicht in dieser Schicht irgend welche Grundsubstanz nachweisen, die sich ähnlich mit der Knorpelgrundsubstanz färben sollte. Im Gegenteil sieht man, dass dieses Oberflächengewebe mehr dem umgebenden embryonalen bzw. in etwas älteren Stadien, fibrillären Bindegewe ähneln.

Das eben beschriebene Oberflächenlager, welches von der mittleren Schicht der Zwischenscheibe her stammt, ist am dicksten und deutlichsten an den peripheren Teilen der Gelenkfläche und wird immer undeutlicher, je näher man deren Mitte kommt. Es ist am undeutlichsten an den Stellen, wo zwei Gelenkfläche direkt einander entsprechen. Inwiefern dieses Lager immer den werdenden Gelenkknorpel anfangs ganz und gar deckt



oder möglicherweise kleinere Partien von dessen Fläche frei lässt, ist schwer voll exakt zu beantworten. In allen Fällen sieht es aus als wenn wenigstens der grösste Teil der Gelenkfläche bedeckt sein sollte. Auf Grund der abgeplatteten Form der Zellen kann man wohl diese Schicht oder richtiger deren oberflächlichsten Zellen mit Einem Endothel vergleichen, wie einige Verfasser getan. In der Peripherie des Gelenkknorpels wird dieser Flächenlager immer als ein vermittelndes Gewebe zurückbleiben, welches sich einerseits unbemerkt an die Synovialhaut, andererseits an die Fläche des Gelenkknorpels mit ihren abgeplatteten Knorpelzellen anschliesst (HUETEB 1866, TILLMANN 1874, OGSTON 1876, HAMMAR 1892 u. m.).

2) Unter diesem Oberflächenlager und ohne deutliche Grenze sich demselben anschliessend gibt es ein etwas breiteres Lager bestehend aus dichtsitzen Zellen mit runden oder fast runden Kernen und mit längeren oder kürzeren Protoplasmaausläufern, mittelst welchen die Zellen mit einander in Vereinigung zu stehen scheinen (Fig. 2). Es ist dieses Lager, welches ich früher die chondrogene Übergangsschicht benannt und welches von BERNAYS und KAZZANDER die chondrogene Schicht oder die chondrogene Zone und von FICK Chondrogenkappe genannt wird. Die intercelluläre Zwischensubstanz scheint hier fester zu sein und ähnelt dadurch mehr der Grundsubstanz im Knorpel. (Vielleicht entspricht dieselbe HASSES (1879) prochondraler Substanz.) Sie bildet auch im tieferen Teil der Schicht Hohlräume für die Zellen und schrumpft nicht bei der Fixierung gleich stark wie diese, weshalb man oft den peripheren Theil der Zellenhöhle in Form einer schmalen Spalte um die Zelle sehen kann. Je näher man der tieferen Fläche der Schicht kommt, desto mehr nimmt sie die Form der darauf folgenden dritten Schicht des jungen hyalinen Knorpels an. In der Grundsubstanz der fraglichen Schicht laufen, besonders bei etwas älteren Stadien, Bindegewebstibrillen, welche sich mit VAN GIESON'S Pikrofuksin stark rot färben. Diese Fibrillen kommen besonders zahlreich vor in der Nähe der Anheftungsstelle der Gelenkkapsel, wo man sie direkt zu den Bindegewebssäden in der Kapsel verfolgen kann. Dasselbe gilt auch den Fibrillen in der Flächenschicht. Entsprechende Fibrillen hat VAN DER STRICHT (1890 S. 16 und 28) konstatiert in der Flächenschicht des Gelenkknorpels bei erwachsenen Vögeln sowie bei Vogelembryonen; auch hier hingen sie mit den Fäden in der Gelenkkapsel zusammen. Diese Observation ist später von LUBOSCH (1910 S. 261) konstatiert worden, nach ihm bedeckt eine Fortsetzung des Perichondrium die Gelenkfläche bei Fischen (S. 56). Ebenso haben STUDNÍČKA (1903) und v. KORFF (1914) in dem nicht fertig gebildeten Knorpel (in der prochondralen Substanz des Vorknorpels) acidophile Fibrillen gefunden. Teils auf Grund des Vorkommens der erwähnten Fibrillen, teils auf die Verschiedenheit der Grundsubstanz sieht dies ganze Gewebe, gefärbt mit der obenerwähnten Farbe roter aus als

der tiefer belegene Knorpel. Auch in Präparaten, gefärbt laut der Methylenblau-Nylol-Methode, weicht die Grundsubstanz in dieser Zone merkbar ab von dem folgenden auf Grund seines helleren Tones. Ausserdem bildet die Grundsubstanz hier nur dünne Scheidewände zwischen den relativ dicht an einander sitzenden Zellen. Diese Scheidewände sind breiter in den tieferen Teilen dieser Schicht, werden aber immer dünner, je näher man der Fläche kommt, bis sie ganz und gar verschwinden. An gewissen Stellen, besonders nahe der Peripherie der Gelenkfläche, sieht man auch mit dieser Färbungsmethode in der Grundsubstanz reichlich rote Fäden, welche von der Insertionsstelle der Kapsel gegen den höchsten Kulminationspunkt des Gelenkknorpels laufen.

In Präparaten gefärbt mit WEIGERT's Säurefuksin und Malachitgrün in der Weise wie HAMMAR (1892 S. 84) beschreibt, sieht man einen sehr deutlichen Unterschied zwischen dieser Schicht und der am tiefsten liegenden, indem die Grundsubstanz in jener sich ganz hellrot färbt, wogegen sie in der tieferen Schicht dunkelviolett ist.

Auf Grund der oben beschriebenen Befunde, betreffend die Form der Zellen und das Vorkommen und die Färbbarkeit der Zwischensubstanz in dieser chondrogenen Übergangsschicht, ist es höchst wahrscheinlich, wie man auch allgemein annehmen dürfte, dass die erwähnte Schicht sich durch eine histologische Metamorphose von dem oberflächlicher belegenen mesenchymatischen Gewebe entwickelt hat, um ihrer Reihe nach sich wieder in das eigentliche Knorpelgewebe umzuwandeln. Die in dieser Schicht observierten Zellteilungen beweisen jedoch, dass auch ein selbständiger Zuwachs in nicht so geringen Grade in dieser Schicht stattfindet. Das Vorkommen relativ zahlreicher Bindgewebefäden gerade in dieser chondrogenen Übergangsschicht dürfte auf Grund ihrer erwähnten Entstehungsart seine natürliche Erklärung erhalten. Diese Fäden findet man nicht wieder in der darunter folgenden Knorpelschicht, welches auf der Homogenisierung dieser Fäden beruhen dürfte. Ein ganz entsprechendes Phänomen wird auch an der Grenze zwischen dem Knorpel und dessen Perichondrium wahrgenommen.

Während einer späteren Entwicklungsperiode wird, wie wir weiterhin sehen werden, das Aussehen dieser chondrogenen Übergangsschicht verändert, deren Zellen entfernen sich weiter von einander und deren Grundsubstanz nimmt den Charakter der Knorpelgrundsubstanz an.

3) Die tiefste Schicht unterscheidet sich deutlich von den zwei oben beschriebenen infolge der Verschiedenheit der Grundsubstanz und der Anordnung und Form der Zellen, jedoch ohne dass eine scharfe Grenze zwischen dieser und der vorgehenden Schicht irgendwo konstatiert werden kann. Die Zellen kommen nämlich in der tiefsten Schicht merkbar dünner gesät und die intercelluläre Grundsubstanz also viel reichlicher vor als in den oberflächlicheren Schichten. Ausserdem schrumpfen die Zellen in Verhältnis zu

der Grundsubstanz in der tiefsten Schicht relativ viel stärker als in den vorhergehenden Schichten, infolgedessen grössere künstliche Spalten rund um sie herum in dieser Schicht leicht entstehen. Die tiefe Schicht unterscheidet sich ausserdem von der vorhergehenden durch eine Farbenverschiedenheit, die mit den verschiedenen Färbungsmethoden hervortritt. Mit Hämatoxylin und VAN GIESON'S Pikrofuksin werden die zwei oberflächlichen Schichten, scheinbar teils auf Grund der relativ reichlichen kollagenen Fibrillen, teils auf Grund der Eigentümlichkeit (Acidophilie) der Grundsubstanz merkbar rot, wogegen die Grundsubstanz in der tiefsten Schicht im allgemeinen heller rötlich wird. Färbt man dagegen das Präparat mit WEIGERT'S Säurefuksin und Malachitgrün, werden die oberflächlicheren Schichten hellrot, die am tiefsten belegenen dagegen dunkelviolet. In dieser dunkelvioletten Intercellularsubstanz sieht man eine undeutliche Fibrillierung. Diese fibrilläre Struktur läuft in verschiedenen Richtungen zwischen den Zellen, jedoch hauptsächlich in Bögen oder Zirkeln um denselben herum.

Ein ganz anderes Bild von dieser Grundsubstanz erhält man mit der Methylenblau-Xylol-Methode. Mit dieser Färbungsmethode nimmt die Grundsubstanz einen gleichmässigen hellblauen Farbenton an, ohne irgend eine Andeutung an Fibrillen, wogegen die Grundsubstanz in der auf der Oberfläche der jetzt in Frage stehenden Schicht grünlich gefärbt wird mit eingesträuten rötlichen Fäden.

Die Knorpelzellen vermischen eine Kapsel, wie man eine solche in dem voll entwickelten Knorpel antrifft. In vielen Fällen scheint es, als wenn die Grundsubstanz sich ohne eine Veränderung bis zur Zellenhöhle strecken sollte, in anderen wiederum sieht man eine ganz schmale, stark basophile Kante in Form einer Linie die innere Grenze der Zellenhöhle markieren. Je tiefer man in den Knorpel kommt, desto deutlicher wird diese Grenzlinie. Es ist möglich, dass diese Grenzlinie oder richtiger gesagt die Grenzschicht der Grundsubstanz gegen die Zellenhöhle der von CZERMAK (1888 S. 475) mit dem Namen „nucleoelastischer Grenzschlauch“ bezeichneten Grenzschicht entspricht. Diese oben beschriebene Grenzschicht kann kaum anders erklärt werden als wie die erste Entwicklung zu einer Knorpelkapsel. Verschiedene Forscher haben freilich unter diesem Namen ganz verschiedene Dinge verstanden wie auch SCHLAFFER (1903 S. 526) hervorhebt. Laut des letztgenannten Verfassers „muss man sinngemäss daran festhalten, nur eine die Zellhöhle unmittelbar begrenzende, die Form der Zellen wiedergebende Schicht der Grundsubstanz, welche sich durch irgend ein besonderes Verhalten, sei es optischer, physikalischer oder mikrochemischer Natur, von der weiter von der Zelle entfernten Grundsubstanz unterscheiden lässt, als Kapsel zu bezeichnen“. Auch mit der Auffassung HANSEN'S (1905 S. 757—763) von der Knorpelkapsel lässt sich diese Erklärung in Einklang bringen.

Ausser den eben diskutierten, nicht annähernd um jede Zelle hervortretenden, entwickelten Knorpelkapseln bietet die Grundsubstanz noch in diesen Stadien keine weitere Differenzierungen dar. Sie ist gleichmässig basophil und lässt nicht irgend welche intermediäre Züge unterscheiden. In dieser Hinsicht ähnelt diese Schicht dem jungen hyalinen Knorpel im allgemeinen, welcher laut HANSEN (1905 S. 556) „keine Balkenstruktur zeigt, sondern eine homogene Grundsubstanz hat, die sich den Farbstoffen gegenüber wie die Chondrinballen verhält“.

## 2. Strukturelle Veränderungen in den oberflächlichsten Schichten des Gelenkknorpels.

Bereits in etwas älteren Entwicklungsstadien (Caput femoris bei einem 5,5 cm langen menschlichen Embryo) können wir in dem tiefer belegenen Knorpel Schichten unterscheiden, die sich etwas verschieden färben als die ebenbeschriebenen. Fangen wir unsere Prüfung an mit den tiefsten Partien in einem laut der Methylenblau-Xylol-Methode gefärbten Präparat so sehen wir, dass die Grundsubstanz nahe an der Verknöcherungsgrenze gegen Diaphyse einen etwas dunkleren blauen oder blaugrünen Farbton annimmt (der verkalkte Knorpel); in der darauf folgenden Schicht, wo die Zellen sich in Reihen ordnen, wird die Grundsubstanz heller blaugrau gefärbt. Diese Farbe bleicht allmählich ab, je näher man der Oberfläche kommt, sodass sie unter der chondrogenen Übergangsschicht am hellsten ist und hier eine Andeutung an rotviolett hat; die Grundsubstanz enthält, wie früher beschrieben worden ist, rotgefärbte Fibrillen. Diese Farbenverschiedenheit, welche nur hervortritt, wenn die Methylenblaufärbung schwach ist oder wenn man die mit Methylenblau-Xylol übergefärbten Präparate in absolutem Alkohol richtig differenziert hat, muss von einer Verschiedenheit bei der Grundsubstanz in den verschiedenen Teilen des Knorpels zeugen. Auch die eben beschriebenen Knorpelkapseln werden etwas zahlreicher und deutlicher.

Gleichzeitig als somit eine Ungleichheit bei der Grundsubstanz des tiefer belegenen Knorpels, welche schon in den früheren Stadien geahnt werden konnte, etwas deutlicher hervortritt, geschieht eine andere Veränderung in dem oberflächlichsten Lager. Hier fangen nämlich die oben beschriebenen, mit langen Ausläufern versehenen, abgeplatteten Zellen, die eine Schicht auf der Gelenkfläche bilden, an zu verschwinden. Auf den zentralen Teil der Gelenkfläche können diese Zellen überhaupt gar nicht mehr nachgewiesen werden, sondern Zellen, die als zur chondrogenen Übergangsschicht gehörig gezählt werden müssen, strecken sich ganz bis zur Fläche hervor. Je länger man kommt gegen die Peripherie der Gelenkfläche, desto reichlicher treten diese mesenchymatischen Zellen auf, bis sie nahe an der Anheftungsstelle des Gelenkmembranes eine Schicht bil-

den, bestehend aus mehreren Zellenlagern oben auf einander. Auf der Gelenkfläche von Caput humeri bei einem 7,5 cm langen menschlichen Embryo sind diese platten Zellen schon verschwunden, sodass man nicht mehr die von ihnen gebildete Flächenschicht unterscheiden kann anderswo als ganz in der Peripherie des Gelenkknorpels, nahe an der Anheftungsstelle der Gelenkkapsel. Einige solche Zellen können jedoch nachgewiesen werden auf der Gelenkfläche von Caput humeri noch bei einem 13 cm langen Embryo. Man kann also schon von diesen Stadien sagen, wie MERKEL (1901 S. 99) sich ausdrückt, dass „das Bindegewebe der ursprünglichen embryonalen Syndesmose auf die äußerste Peripherie der Knochenenden zurückgedrängt worden ist“. Vergleicht man diese Präparate mit Präparaten, von früheren Entwicklungsstadien herstammend, kommt man ungesucht zu dem Schlusse, dass die oberflächlichen, plattgedrückten Zellen hier im Begriffe sind zu verschwinden. Wie dieses Verschwinden geschieht, darüber geben folgende Observationen eine Andeutung: An einigen Stellen, wo nur einzelne platte Zellen nachgewiesen werden können oben auf Zellen, zu der chondrogenen Übergangsschicht gehörend, kann man in den verschiedenen Entwicklungsstadien diese Zellen sehen, teilweise losgemacht von der Unterlage und nur mit einem dünnen Ausläufer an derselben fasthängend. Es scheint nicht, als wenn diese Zellen durch die mechanische Gewalt, für die das Präparat während Bearbeitung ausgesetzt gewesen, losgerückt worden sein sollten, wenn auch eine solche Möglichkeit nicht voll ausgeschlossen ist. Schon der Umstand, dass die Zellen sich in den mehr peripher belegenen Teilen der Gelenkfläche losgemacht haben, wo sie am zahlreichsten repräsentiert sind, spricht gegen eine solche Auffassung. Im Gegenteil erhält man den Eindruck, als wenn die fraglichen Zellen gerade im Begriff sein sollten sich von ihrem Zusammenhange mit der unterliegenden Übergangsschicht und der Gelenkfläche zu befreien.

Diese Observation muss also mitgenommen werden, wenn es gilt, sich eine Auffassung davon zu bilden, wie es mit den Zellen der oberflächlichsten Schicht geht, wenn diese Schicht verschwindet. Man wäre geneigt anzunehmen, dass diese Zellen sich zu Zellen umwandeln, die der chondrogenen Übergangsschicht angehören, und dass so auch geschieht, daran dürfte kein Zweifel sein. Es scheint aber, als wenn dennoch nicht alle oberflächlichen Zellen sich in dieser Weise verwandeln sollten in Zellen der unterliegenden Schicht, sondern dass ein Teil Zellen sich von der Gelenkfläche losmacht und in die freie Gelenkhöhle geräth. HAMMAR (1892 S. 127) ist bei seinen Untersuchungen zu der Auffassung gekommen, dass ein Teil Zellelemente, welche in der Synovialflüssigkeit bei einem Erwachsenen angetroffen werden, wahrscheinlich von der Knorpelfläche herkommen. Mir scheinen die hier oben besprochenen, zur Hälfte losgemachten Zellen in dem fetalen Gelenke anzudeuten, dass schon bei Embryonen Zellen losgemacht und mit den Formbestandteilen der Synovia einverleibt werden. Schon als die Rede von der

Entstehung der Gelenkspalte war, konnte mit grosser Wahrscheinlichkeit eine entsprechende Losreissung gewisser Zellen observiert werden, die ähnlich den jetzt in Frage stehenden Zellen zurückblieben, wenigstens eine Zeit lang in der Gelenkhöhle. Man kann also bei so jungen Gelenken wie die hier erwähnten schon eine gewisse „Abnutzung“ der Gelenkfläche konstatieren, welche Abnutzung sich jedoch wesentlich von der Abnutzung unterscheidet, die an der Fläche des fertigen Gelenkknorpels beobachtet werden kann.

Schon TODD und BOWMAN (1843) haben an der Gelenkfläche bei Embryonen Zellen observiert, welche im Begriff waren, sich von ihrer Unterlage loszumachen. Dieses und auch die bei den Erwachsenen nachweisbare Unregelmässigkeit der Gelenkfläche gab auch genannten Verfassern Veranlassung anzunehmen, dass die oberflächlichen Zellen infolge Reibung und Druck verschwinden, wofür die Gelenkflächen ausgesetzt sind. Ebenso erklärt TILLMANN (1874 S. 415), worauf schon vorher hingewiesen worden ist, das Vorkommen von Endothelzellen an der Gelenkfläche bei Feten auf den Bewegungsexkursionen in den Gelenken zu beruhen. HUETER (1886 S. 77) nimmt an, dass eine Abreibung der platten Flächenzellen unter physiologischem Zustande nicht vorkommt. Er erklärt die Ungleichheit der Oberflächlichen Zellen bei ungleich alten Embryonen durch „Auseinanderrücken der einzelnen platten Zellen, wenn die Gelenkfläche in der Breite wächst“ zustande zu kommen. Es ist indessen zu bemerken, dass HUETER dann aller Wahrscheinlichkeit nach von den platten Knorpelzellen spricht.

Es scheint mir, als wenn die hier oben zitierten Verfasser, das mechanische Moment, den Druck und die Reibung zu sehr unterstrichen haben, als Ursache der erwähnten Losmachung von den besprochenen Zellen. Unter so frühen Entwicklungsstadien, wo von hier die Rede ist, können diese Momente kaum eine grössere Bedeutung haben, weshalb die konstatierte Losmachung der oberflächlichsten Zellen als auf anderen Ursachen beruhend erachtet werden muss, wahrscheinlich auf Veränderungen in der Zelle selbst oder durch ähnliche Veränderungen in der Intercellularsubstanz, wie die man bei der Entstehung der Gelenkspalte trifft. — Wenn ich mich somit nicht mit der Auffassung der obengenannten Forscher betreffend die Ursache der Losmachung der Zellen von der Gelenkfläche bei Embryonen vereinigen kann, so beweisen doch auch meine Untersuchungen, dass eine Losmachung der Oberflächlichen Zellen der Gelenkfläche schon während eines frühen Embryonalstadium unzweideutig existiert.

Während die oberflächlichste Schicht in oben angedeuteter Weise allmählich verschwindet, verändert sich auch die darunter liegende chondrogene Übergangsschicht, so dass deren intercelluläre Grundsubstanz immer reicher wird, infolgedessen die Zellen sich immer weiter von einander entfernen. Gleichzeitig verlieren die Zellen ihre früher vor-

befindlichen Ausläufer. Die intercelluläre Grundsubstanz streckt sich ganz bis zur Gelenkfläche in demselben Verhältnisse wie die oberflächlichste Schicht verschwindet. Aber auch die zur chondrogenen Übergangsschicht<sup>1)</sup> gehörenden Zellen werden in dieser Weise zur Gelenkfläche hingerückt. Die nunmehr runden Zellen der chondrogenen Schicht, welche sich zur Gelenkfläche angrenzen, ragen an Stellen, wo die zur Flächenschicht gehörenden Zellen verschwunden, merkbar über die Gelenkfläche hervor, so dass diese Fläche voll kleiner Erhöhungen ist, jeder ihrer Knorpelzelle entsprechend. Inwiefern diese Ausbuchtungen Kunstprodukte sind, entstanden infolge von Schrumpfen der Grundsubstanz oder faktisch präformierten Bildungen, kann ich nicht mit Sicherheit entscheiden. Mir scheint jedoch höchst annehmbar, dass sie zu einem grossen Teil wenigstens durch erwähntes Schrumpfen verursacht werden. Diese Erhöhungen werden nur bei jungen Stadien observiert.

Bei Fledermäusen und kletternden Nagetieren hat SCHAFFER (1905) an der Fläche des Gelenkknorpels in Interphalangenelenken kleine Erhöhungen gefunden, welche er als funktionelle Anpassungen ansieht, und „Stosskissen“ benennt. Entsprechende Bildungen „SCHAFFER'sche Höcker“ hat LUBOSCH (1910 S. 209) gefunden an der Gelenkfläche der Gelenkpfanne von dem Interphalangealgelenk bei Mäusen und Hamstern. Diese von LUBOSCH gefundenen Bildungen, welche er in Figur 171 (S. 209) in der oben zitierten Abhandlung abbildet, erinnern sehr viel an die hier oben von mir beschriebenen Erhöhungen auf der Gelenkfläche. Inwiefern auch diese als Kunstprodukte angesehen werden können, darüber wage ich nicht mich zu äussern; ich will jedoch darauf hinweisen, dass wenigstens ein Teil des LUBOSCH'schen Materials aus älteren Museipäparaten besteht, wo ein oben angedeutetes Schrumpfen wohl möglich gedacht werden kann.

Die eben erwähnte Übergangsschicht, welche aus ca. 6—8 Zellenlagern besteht, behält jedoch bis auf weiteres ihren besonderen Charakter und unterscheidet sich von der tiefer belegenen Schicht auf Grund der Form und Anordnung der Zellen wie auch auf Grund der verschiedenen Färbefähigkeit der intercellulären Substanz. Die Grenze zwischen dieser und der tiefsten Schicht ist gleichwohl nicht scharf.

### 3. Veränderungen in den tiefer liegenden Knorpel, das Vorkommen der spindelförmigen und verzweigten Knorpelzellen.

Indem die oben beschriebenen Veränderungen während des Ganges der Entwicklung in den zwei oberflächlichsten Schichten konstatiert werden, entsteht auch eine merkbare

<sup>1)</sup> Ich gebrauche hier fortwährend diesen Namen, obschon die Zellen und die Grundsubstanz in genannter „Übergangsschicht“ sich schon so verändert haben, dass die Schicht nunmehr aus jungem Knorpelgewebe besteht.

Veränderung in der tiefen Schicht, welche die Hauptmasse des unter der Gelenkfläche befindlichen Knorpels bildet. In dieser Schicht verändern nämlich die Zellen allmählich ihre Form, sodass wir anstatt der bei dem jungen Knorpel so charakteristischen ovalen oder fast runden Zellen spul- oder sternförmige Zellen antreffen, deren lange Ausläufer sich tief in die umgebende Grundsubstanz drängen. Anfangs sieht man nur einzelne Zellen, die mit relativ kurzen und dicken Ausläufern versehen sind (Fig. 3), je ältere Stadien man aber untersucht, desto zahlreicher werden diese spindelförmigen oder verzweigten Knorpelzellen und desto länger ihre Ausläufer. Diese Ausläufer sind deutlich protoplasmatische und relativ dicke Bildungen; sie hängen ohne Grenze mit dem Körper der Knorpelzelle zusammen. Sie treten vor mit den meisten Färbemethoden, die ich angewandt habe, ebenso kann man sie durch Imprägnierung mit Silber- und Goldsalzen nachweisen. Sie laufen in der Grundsubstanz in Kanälchen, welche mit dem Hohlraum der Knorpelzelle direkt zusammenhängen. Oft hängen die nahebelegenen Zellen durch diesen Ausläufern direkt zusammen mit einander.

Diese Zellen füllen dennoch nicht die ganze Epiphyse, im Gegenteil sieht man, dass sie allmählich verschwinden, je näher man der Verknöcherungslinie kommt, und durch gewöhnliche runde oder ovale Knorpelzellen ersetzt werden. Die Grenze zwischen den beiden Zellenarten ist nicht scharf, auf Grund dessen man an gewissen Stellen Knorpel antrifft, wo diese beiden Zellentypen so gemischt sind, dass zwischen Gruppen von gewöhnlichen abgerundeten Knorpelzellen Züge von spulförmigen Zellen vorkommen. Das Vorkommen dieser für den wachsenden embryonalen Knorpel sehr eigentümlichen Zellformen <sup>1)</sup> gibt dem ganzen Knorpel ein sonderbares Aussehen, besonders als diese Zellen nicht so geordnet sind, dass ihre Ausläufer unter sich gleich liegen sollten, sondern im Gegenteil die Grundsubstanz in allen denkbaren Richtungen kreuzen. Da die naheliegenden Zellen oft direkt mit einander durch ihre Ausläufer vereinigt sind und stellenweise unter einander ein zu einem gewissen Grade gleichartig angeordnetes System bilden, entstehen im Knorpel an Linien, Wellen und Wirbeln erinnernde Bilder (Fig. 4 und 5).

Einzelne dieser spul- bzw. sternförmige Zellen können schon in der Humerusepiphyse bei einem 7,5 cm langen Menschenembryo und in entsprechender Epiphyse bei einem 10 cm langen Rindenembryo nachgewiesen werden. Von dieser Zeit ab treten die Zellen im Epiphysenknorpel vor ganz bis die Ossifikation der Epiphyse eine gewisse Entwicklung erreicht hat, da sie allmählich verschwinden bei dem Menschen erst lange nach der Geburt, wie wir später sehen werden. Die in Frage stehenden Zellen treten

---

<sup>1)</sup> Entsprechende Zellen findet man nicht nur in Gelenk- und Epiphysenknorpel sondern auch z. B. in Rippenknorpel bei Embryonen.

mit anderen Worten auf während der Zeit für den stärksten Zuwachs des Gelenkknorpels und des unter demselben befindlichen Knorpels.

Um uns eine Vorstellung von der Herstammung, Entwicklung und Funktion dieser Zellen zu bilden, müssen wir sie genauer in den ungleich weit entwickelten Stadien verfolgen. Weil alle Zellen im Epiphysenknorpel, abgesehen von den aller oberflächlichsten, während früherer Entwicklungsperioden rund oder elliptisch sind, müssen die spulförmigen Zellen, welche anfangs unter der chondrogenen Übergangsschicht im Knorpel hervortreten, sich in irgend einer Weise aus diesen runden Zellen entwickelt haben. Wir können auch in den früheren Stadien einzelne fast runde Zellen nachweisen, die einen oder oft zwei kurze Ausläufer aussenden, in etwas älteren Stadien finden wir, dass diese mit Ausläufern versehenen Zellen immer zahlreicher werden, gleichzeitig wie deren Ausläufer sich zu immer längeren Bildungen (Fig. 3) ausdehnen, bis wir voll entwickelte, spindelförmige bzw. verzweigte Knorpelzellen finden. Gleichzeitig werden die runden oder ovalen Knorpelzellen immer seltener, bis alle oder wenigstens die meisten Zellen in der fraglichen Schicht sich zu obenerwähnten spindelförmigen Zellen entwickelt haben (Fig. 4 und 5). Man kann also leicht die Entwicklung einer elliptischen oder runden Zellform verfolgen. — Verfolgen wir den Gang der Entwicklung weiter, so können wir konstatieren, wie diese Zellen sich teilen und vermehren. Diese Teilung geschieht in der Regel winkelrecht oder etwas schräge gegen die Längsachse der Zelle. Anfangs trennen sich die so gebildeten Tochterzellen schnell von einander und nehmen die Form der Mutterzelle an, weshalb man dann im Knorpel hauptsächlich nur isoliert stehende spindelförmige Zellen antrifft und sehr spärlich Zellen, die paarweise in einer und derselben Zellhöhle liegen. Die Grundsubstanz bildet zwischen den Hohlräumen dieser Zellen nur relativ dünne Scheidewände, auf Grund deren der Knorpel, dessen Zellen aus Spindelzellen bestehen, sehr zellenreich ist.

In jüngeren Stadien liegen diese Zellen direkt in der Grundsubstanz, ohne irgendwelche, in einer besonderen Weise lichtbrechenden oder färbbaren Knorpelkapseln um sich herum; in den älteren Stadien sind sie dagegen mit einer deutlichen Kapsel versehen.

Anders geschieht dagegen die Vermehrung der genannten Zellen später und besonders zur Zeit für das Verschwinden der spulförmigen Zellen. Dann geschieht die Zellteilung unvollständiger und die Tochterzellen entfernen sich nicht mehr von einander gleich schnell wie früher, infolge dessen Zellenreihen entstehen, wo die verschiedenen Zellen anfangs sich in einer gemeinsamen rohrförmigen und lang ausgezogenen Zellhöhle befinden. Oft sieht man ausserdem, dass nur die Kerne sich geteilt haben; die so entstandenen Tochterkerne sind von einer gemeinsamen Protoplasmanasse umgeben, die erst lange nachher zwischen den getrennten Tochterzellen verteilt wird. Darauf werden die

so entstandenen Zellen allmählich von der Grundsubstanz umgeben und trennen sich von einander. Ich habe bis zu fünf Kerne angereiht hinter einander in einer gemeinsamen Protoplasmamasse innerhalb derselben rohrförmigen Zelhöhle gefunden. Die spindelförmigen oder verzweigten Knorpelzellen bilden somit während einer gewissen Entwicklungsperiode infolge einer unvollständigen Zellteilung kleine Zellensynzytien, aus denen der Reihe nach später selbständige Zellenindividuen entwickelt werden. Allmählich verschwinden die spulförmigen Zellen vollständig — an gewissen Stellen, besonders beim Menschen, erst lange nach der Geburt — und die durch die Zellteilung entstandenen Tochterzellen werden in runde oder ovale Zellen umgebildet, welche mehr selbständig in der Grundsubstanz liegen (Fig. 6).

Ich habe nirgendwo Erscheinungen observieren können, welche andeuten sollten, dass eine schon fertige Spulzelle ohne vorherige Zellteilung ihre Ausläufer einziehen sollte und sich in dieser Weise in eine ovale oder runde Knorpelzelle umbilden. Eine solche Möglichkeit halte ich jedoch keineswegs für ausgeschlossen. Es ist auch möglich, dass erwähnte Ausläufer in Knorpelgrundsubstanz umgewandelt werden. Wenigstens hat man Gelegenheit das Vorkommen von junger (basophiler) Grundsubstanz in den schmalen kanalförmigen Ausläufern zu konstatieren, welche in Zusammenhang mit der Zellenhöhle an den Enden einer spulförmigen Zellenreihe stehen, und in welchen protoplasmatische Zellenausläufer früher konstatiert werden konnten. — Eine ähnliche Annahme betreffend die Ausläufer gewisser Bindegewebzellen äussert STUDNÍČKA (1897 S. 625). HANSEN (1897, 1905) beschreibt sogar, wie eine Knorpelzelle in ihrer Gesamtheit in Knorpelgrundsubstanz umgewandelt wird. Auch viele andere Forscher haben mehr oder weniger vollständig nachweisen können, oder machen es höchst wahrscheinlich, dass Knorpelzellen entweder ganz und gar oder wenigstens zum Teile in Knorpelgrundsubstanz umgewandelt werden (CZERMAK (1888), SRDINKO (1903), SCHAFFER (1905)). Ebenso habe auch ich, wie später dargelegt werden soll, entsprechendes Phänomen beobachtet.

Das Verschwinden der spindelförmigen bzw. verzweigten Knorpelzellen geschieht zunächst in den tiefsten Teilen des Epiphysenknorpels und schreitet allmählich fort gegen die Gelenkfläche. Wie aus dem Vorhergesagten hervorgeht, werden diese spindelförmigen Zellen in der oberflächlichsten Schichten des Gelenkknorpels vermisst, weshalb diese Zellen also vor ihrem vollständigen Verschwinden eine Zone zwischen den oberflächlichsten und am tiefsten belegenen Schichten<sup>1)</sup> bilden.

---

<sup>1)</sup> In diesem Zusammenhang muss darauf hingewiesen werden, dass nachdem die spindelförmigen Zellen verschwinden, noch spindelförmige Zellengruppen lange existieren können. So ist der Fall z. B. mit dem Gelenkknorpel bei Menschen, wie später beschrieben werden soll.

Auch SRDINKO (1903) hat seine Aufmerksamkeit auf die Teilungsrichtung dieser Spindelzellen gerichtet und gefunden, in Übereinstimmung mit dem was hier oben beschrieben worden ist, dass gewöhnlich bei der Teilung genannter Zellen Zellenreihen entstehen. Der genannte Verfasser scheint dagegen nicht beobachtet zu haben um diese Zellen herum bei etwas älteren Stadien vorkommende Knorpelkapseln.

Die soeben beschriebenen spindelförmigen oder verzweigten Knorpelzellen scheinen nur in grösseren Epiphysen vorzukommen, wo der Zuwachs des Knorpels relativ schnell geschieht, und eine merkbare Vermehrung des Gewebes zu stande kommt. Bei Mäusen habe ich diese Zellen gar nicht gefunden, nicht mal in den grossen Epiphysen (Humerusepiphysen).

Mit Ausläufern versehene Knorpelzellen hat RETZIUS (1872) sogar in einigen voll ausgebildeten Gelenkknorpeln beim Menschen gefunden. In seinem Aufsatz gibt der Verfasser eine genaue Beschreibung über diese Zellen, sie liegen teils einzeln, teils oft in Haufen. Sie haben gewöhnlich keine Kapsel, mitunter sieht man jedoch eine dünne solche den Teil der Zelle umgeben, der keinen Ausläufer hat. Jede Zelle hat gewöhnlich nur einen Ausläufer, bisweilen jedoch zwei, mitunter sogar drei, vier oder fünf. Auch wenn die Ausläufer mehrere an der Zahl sind, gehen sie nur von einem Ende oder einer Seite der Zelle aus. Bei ihrer Abstammung aus der Zelle sind sie gewöhnlich recht weit und schmälern danach bald ab. Ihre Richtung ist ziemlich parallel mit der Fläche des Gelenkknorpels, sie weichen jedoch oft etwas davon ab. Die Länge der Ausläufer ist bedeutend, sogar bis zu 20—21 mal länger als die Zellen selbst. — Diese von RETZIUS beschriebenen Zellen weichen, wie aus dem obengesagten hervorgeht, jedoch bedeutend ab von den von mir bei dem fetalen Gelenkknorpel gefundenen Zellen.

BUDGE (1879 S. 8) hat auch mit Ausläufern versehene Zellen in der Patella bei Menschenembryonen und auch bei einem 1 1/2 Jahr alten Kinde observiert. Sie waren mit zwei oder mehreren, in verschiedene Plane verlaufenden Ausläufern versehen. Die dünnen Ansläufer liegen in der Grundsubstanz ohne merkbare Kapsel. Von den Enden dieser Zellenausläufer gehen dünne Kanäle aus, welche durch die Grundsubstanz zu dem entsprechenden Ausläufer einer naheliegenden Zelle laufen. Die Zellen stehen nicht in direkter protoplasmatischer Vereinigung mit einander. — Eben solche sternförmige Zellen beschreibt HEITZMANN (1872, 1873, 1883) im Gelenkknorpel auf dem Femurcondyl bei Hund, Katze und Kaninchen, LÖWE (1874) in dem embryonalen Knorpel bei Säugetieren und VAN DER STRICHT (1887) im Gelenkknorpel beim Kalb und in Patella bei einem soeben geborenen Menschenembryo. Auch HAMMAR (1892) hat mit Ausläufern versehene Knorpelzellen im Gelenkknorpel bei Erwachsenen gefunden. Bei einem Kinde von 13 Jahren hat er mit grösseren Ausläufern versehene Zellen gefunden, welche einigermassen einen Übergang zu den im Embryonalknorpel existierenden keilähnlichen

Zellen bilden, die er beiläufig erwähnt. SRDINKO (1903) hat die „Zelle mit zahlreichen langen verzweigten Protoplasmafortsätzen“ in hyalinem Knorpel bei Menschen- und Säugetierembryonen beschrieben. Ausser diesen haben mehrere andere Forscher mit Ausläufern versehene Zellen in dem normalen Hyalinknorpel beschrieben. Ich beschränke mich hier, nur folgende von ihnen aufzuzählen: LEYDIG, PETRONE, BUDGE, COLOMIATTI, WALDEYER, ALEXANDER, FUSARI, KOELLIKER und HANSEN. Ausserdem findet man in der Literatur Angaben (VON RECKLINGHAUSEN, VIRCHOW, RANVIER, WAGNER, FIRKET u. a. m.) von dem Vorkommen eben solcher Zellen in Enchondromen.

Einige von den beschriebenen Zellenausläufern dürften jedoch, wie STUDNIČKA (1905) bewiesen hat, Artefacta sein, sicher ist wohl aber doch, dass viele von den aufgezählten Forschern mit ihren Methoden faktisch mit Ausläufern versehene Knorpelzellen gesehen (SCHIAFFER)<sup>1</sup>. Ebenso dürfte es sicher bewiesen sein, dass auch in dem voll ausgebildeten Gelenkknorpel Zellen von dem oben angegebenen Typus vorkommen. Ob die in den voll ausgebildeten Gelenkknorpel befindlichen, mit Ausläufern versehenen Zellen aufzufassen sind als Reste von den während des fetalen Lebens so allgemein vorkommenden spindelförmigen oder verzweigten Knorpelzellen, ist mir nicht möglich zu entscheiden, wenn es mir auch höchst annehmbar scheint, dass es der Fall ist.

Diese oben in grösster Kürze skizzierten Bilder von den im embryonalen Gelenkknorpel sowie im Knorpel unter der Anlage des Gelenkknorpels gefundenen spul- oder sternförmigen Zellen dürften uns eine Auffassung geben von den verschiedenen Stadien, welche diese Zellen bei ihrer Entwicklung durchlaufen. Sie entwickeln sich aus runden oder elliptischen Knorpelzellen so, dass dieselben Ausläufer aussendem, welche allmählich immer länger werden, und drängen sich immer tiefer in die umgebende Grundsubstanz. Da diese ovalen Spulzellen ihre Rolle ausgespielt haben, geben sie den Ursprung zu Zellen, welche wiederum die Form von runden oder elliptischen Knorpelzellen annehmen. Dieses geschieht indessen nicht gleichzeitig in allen benachbarten Zellen. Im Gegenteil sieht man, dass, während gewisse spindelförmige Zellen sich in dieser Weise zu Gruppen von gewöhnlichen Knorpelzellen umwandeln, behalten andere noch eine Zeit lang hin ihre ursprüngliche Form bei, weshalb man — ganz in derselben Weise als wenn die spul- oder sternförmigen Zellen sich zuerst offenbarten — im Epiphysenknorpel Stellen antreffen kann, wo diese beiden Zellformen mit einander abwechseln.

Auch SRDINKO (1903) gibt an, dass bei Kindern häufig neben einander sowohl embryonaler als typischer junger Hyalinknorpel vorkommt. Der genannte Verfasser benennt nämlich Knorpel mit den oben beschriebenen spul- oder sternförmigen Zellen

<sup>1</sup>) Es muss doch hervorgehoben werden, dass nicht alle hier oben aufgezählte Forscher spul- oder sternförmige Zellen gesehen haben, welche den von mir in embryonalen und jungen Gelenkknorpeln gefundenen entsprechen. Einige von ihnen haben sicher Bildungen ganz anderer Art beschrieben.

mit einem weniger wohl gewähltem Namen „embryonalen Knorpel“ trotzdem man — wie auch aus meinen Untersuchungen hervorgeht — im Knorpel bei einem Embryo auch runde oder ovale Zellen, und auf der anderen Seite noch bei einem Erwachsenen an einigen Stellen spulförmige Zellen im Knorpel antrifft.

Was ist nun die Bedeutung dieser transitorischen Zellen? — Schon der Umstand, dass sie nur während der Entwicklungsperiode auftreten, da der lebhafteste Zuwachs im Knorpel vor sich geht und dass sie nicht in kleineren Epiphysen vorkommen, deutet darauf hin, dass diese Zellen irgend eine besondere Bedeutung bei dem Zuwachs der voluminösen Knorpel haben. — Aus dem Grunde, dass man in den Stadien, wo Spulzellen in der Epiphyse und im Gelenkknorpel vorkommen, sowohl in den tieferen wie auch in den oberflächlicheren Teilen von Knorpel eine reichliche Zellenvermehrung antrifft, muss man annehmen, dass ein Zuwachs einigermaßen gleich durch den ganzen Knorpel vor sich geht. Ein Zuwachs aber tief im Knorpel kann nicht vor sich gehen, wenn nicht gleichzeitig gewisse Teile vom Knorpel resorbiert werden so, dass eine allseitige Ausdehnung der Grundsubstanz wirklich zu stande kommen kann. Eine solche lokale Resorption vom Knorpel bei der Teilung und Vermehrung der Knorpelzellen meint auch SCHNEIDER (1908 S. 497) ohne Zweifel zu stande zu kommen. Ebenso betont FICK (1904 S. 40), wie schon früher angegeben wurde, die grosse Bedeutung des Resorptionsprozesses beim Zuwachs des Gelenkknorpels, je grösser das wachsende Knorpelstück ist, desto merkbarer muss die in demselben vorkommende Gewebsverschiebung und der Resorptionsprozess bei dessen Zuwachs sein. Infolge der früher beschriebenen Observationen scheint es als wenn gerade diese spindelförmigen oder verzweigten Knorpelzellen mit ihren Ausläufern in erster Linie die Fähigkeit haben sollten, die Knorpelgrundsubstanz zu resorbieren und somit in dieser Weise die notwendigen Verschiebungen im Knorpelgewebe während dessen Zuwachs möglich zu machen. Es dürfte auch nicht ausgeschlossen sein, dass die ausgezogene Zellenform und besonders das gegenseitige Verhältnis der Zellen zu einander zum Teil auf dieser Verschiebung beruht. Dass diese Zellen auch knorpelbildende Eigenschaften besitzen — wenigsten in etwas älterem Knorpel — wie die Knorpelzellen im allgemeinen, darauf brauche ich nicht besonders einzugehen. Ich will jedoch in diesem Zusammenhange noch betonen, dass es mir mit der Methylenblau-Xylol-Methode gelungen ist, in der Umgebung dieser Spulzellen in etwas älteren Stadien eine gleichartige Kapsel nachzuweisen, wie man es um gewöhnliche Knorpelzellen findet. Dagegen kann eine entsprechende Kapsel in den jüngeren Stadien um diese Zellen nicht nachgewiesen werden. Wenn diese Kapsel zuerst auftritt, umgibt sie nur den Zellenkörper, streckt sich aber bald aus, um auch deren Ausläufer zu umgeben.

In diesem Zusammenhange muss darauf hingewiesen werden, dass auch HAMMAR (1892) in der Nähe der Anheftungsstelle der Synovialhaut verästete Zellen ohne Kapsel

beschreibt, und ausserdem solche, wo nur der Zellenkörper von einer Kapsel umgeben ist und endlich solche, wo eine kapselartige Hülle auch die Ausläufer der Zelle umgibt.

Aber ausser der oben angedeuteten Bedeutung müssen wir auch den Umstand in Betracht ziehen, dass die nutrierenden Flüssigkeiten bedeutend leichter in den Knorpel hineinströmen können, wo die Zellenhöhlen lang kanalförmig sind, besonders als man an mehreren Stellen Zusammenhang zwischen den Ausläufern nahegelegener Spulzellen konstatieren kann. An gewissen Stellen ist die Anordnung dieser Zellen eine solche, dass man auf Grund derselben ungesucht an ihre Bedeutung bei dem Flüssigkeitsstrom im Knorpel denken muss, so z. B. in der Nähe von Gefässkanälen, wo sie sich oft in radiäre Reihen um diese Kanäle ordnen (vergl. Seite und Fig. 15 u. 16). In derselben Weise erklärt *STUDNIČKA* (1905) die Bedeutung der protoplasmatischen Zellenfortsätze, welche laut diesem Verfasser (S. 526) in seltenen Fällen im Knorpel angetroffen werden. Diese von mir oben beschriebenen Zellen nebst ihren in kanalförmigen Gängen laufenden protoplasmatischen Fortsätze haben vermutlich doch nichts mit den von *REITZ* (1868) zuerst beschriebenen und sehr diskutierten Saftkanälen im Knorpel zu schaffen. Deshalb finde ich es nicht als nötig in diesem Zusammenhange näher auf diese Streitfrage einzugehen.

Der Umstand, dass die spulförmigen Zellen nicht in den oberflächlichsten Teilen des Gelenkknorpels vorkommen und dass sie ebenso nahe an der Ossifikationsgrenze vermisst werden, erhält auch seine natürliche Erklärung, wenn man Rücksicht auf die oben angeführte Bedeutung dieser Zellen nimmt. Der Zuwachs im oberflächlichsten Teil des Gelenkknorpels geschieht mehr unbehindert als in den tiefer belegenen Teilen, wo grosse Knorpelmassen die Ausdehnung des Gewebes verhindern. Ebenso sind die Nutritionsverhältnisse besser nahe an der Gelenkfläche als tiefer im Knorpel. Auf Grund dieser beiden Verhältnisse ist das Vorkommen von spindelförmigen Zellen unnötig, weshalb sie auch an diesen Stellen vermisst werden. In der Hauptsache gleich ist das Verhältnis nahe an der Verknöcherungsgrenze. Der Zuwachs des Knorpels geschieht in einer einzigen Hauptrichtung und fordert nicht gleiche Verschiebungen wie drinnen in dem massiven Knorpel, und die Nutritionsverhältnisse sind auch möglichst vorteilhaft im Knorpel, der dem jungen Knochen und dessen Markhöhle am nächsten liegt, weshalb auch hier die Spulzellen nicht nötig sind.

In einem polemisierenden Artikel über die Knorpeluntersuchungen *SRDINKOS* will *STUDNIČKA* (1903) geltend machen, dass vielleicht einige von den mit Ausläufern versehenen Zellen, welche *SRDINKO* in dem embryonalen Knorpel beschreibt, Folgen von Zellenschrumpfung sind und hebt als Beweis hervor, dass er nicht in einem wohl fixierten (*FELMING'sche* Lösung) Knorpel vom Finger eines älteren Menschenembryos an-

dere als runde Knorpelzellen gefunden. Es ist möglich, dass ein grosser Teil von SDRINKOS Spulzellen, die teils von relativ schlecht fixiertem (50 % Alkohol) Material herkommen, Kunstprodukte sind, — auch ich habe bei meinen Untersuchungen konstatieren können, dass eine embryonale Knorpelzelle bei ihrer Schrumpfung leicht die Spulform annimmt — sicher ist aber, dass auch in tadellos fixiertem embryonalen Knorpel äusserst reichlich, in gewissen Fällen fast ausschliesslich, wie oben beschrieben worden ist, spindelförmige oder verzweigte mit Ausläufer versehene Knorpelzellen vorkommen. Man kann sogar diese Zellenausläufer in ihren Kanälchen quergeschnitten in der Grundsubstanz sehen (Fig. 5. und 6.) und sie ähneln dann in gewissen Grade quergeschnittenen Dentinkanälen mit ihren Zahnfasern. Dass STUDNIČKA diese Zellen nicht im Phalang des von ihm untersuchten Embryos gefunden, beruht auf dem Umstand, welchen ich schon früher betonte, dass die Zellen nur im voluminösen Knorpel vorkommen.

#### 4. Weitere Veränderungen in den oberflächlichen Teilen des Gelenkknorpels: das Verschwinden der chondrogenen Übergangsschicht.

Wir haben im Vorhergehenden gesehen, wie die chondrogene Übergangsschicht allmählich die Flächenschicht des Gelenkknorpels wurde und ihr Aussehen dadurch veränderte, dass ihre Zellen die Form von Knorpelzellen deutlich annahmen, gleichzeitig als ihre Grundsubstanz in Knorpelgrundsubstanz umgewandelt wurde. Während all dieses geschah, wurde auch die Grundsubstanz in Verhältnis zu den Zellen vermehrt, weshalb diese auch nicht so dicht an einander liegen wie in den früheren Stadien. Auf Grund dieser Veränderungen wird auch der Charakter dieser Schicht verändert, die allmählich immer schwerer zu erkennen wird, bis man nicht mehr von einer chondrogenen Übergangsschicht in derselben Meinung reden kann wie in den früheren Stadien. Der Zeitpunkt für eine solche Veränderung kann nicht exakt angegeben werden, aber schon bei einem 16 cm langen Menschenembryo ist dies in Caput humeri geschehen.

Gleichzeitig wie die Übergangsschicht sich in dieser Weise verändert, observiert man auf deren Oberfläche Veränderungen, welche zum Entstehen einer neuen Flächenschicht führen. Noch bei einem 15 cm langen Menschenembryo kann man in Caput humeri sehen, wie runde oder etwas ovale Zellen sich ganz bis zur Gelenkhöhle strecken <sup>1)</sup>).

<sup>1)</sup> In diesem Zusammenhange muss ich darauf hinweisen, dass das Mass bzw. Alter des Embryos nicht in allen Fällen demselben Entwicklungsstadium in dessen Gelenkknorpel entspricht. Unter meinen Präparaten habe ich z. B. ein Caput humeri von einem 21 cm langen Menschenembryo, wo die runden Zellen sich

Bei Embryonen, welche dieses Mass überschritten, kann man dagegen in entsprechendem Knorpel Zellen nachweisen, die der freien Fläche am nächsten allmählich anfangen sich abzuplatten und je ältere Embryonen man untersucht, desto deutlicher tritt diese oberflächlichste Schicht hervor, welche bald aus einigen Lagen abgeplatteter Knorpelzellen besteht. In einem tangentialen Flächenschnitt (Fig. 7.) zeigt sich, dass diese Zellen abgerundete polygonale Platten sind, in welchen eine reichliche Zellteilung stattfindet. Die Grundsubstanz zwischen den Zellen ist relativ spärlich und die Zellen können in gewisser Beziehung Epithelzellen ähneln. Es sind wohl gerade diese Knorpelzellen, die von gewissen früheren Verfassern als epiteloide Zellen beschrieben worden sind. Diese zugeplatteten Zellen werden in allen späteren Entwicklungsstadien bis zu dem fertigen Gelenkknorpel angetroffen. Die etwas unterhalb der Gelenkfläche befindlichen Knorpelzellen sind spindelförmig ausgezogen und weniger abgeplattet als die oberflächlichsten (Fig. 8.).

Die Abplattung der oberflächlichsten Zellen geht allmählich während des ganzen späteren Teils der Embryonalperiode fort und sogar noch lange nach der Geburt. Vergleicht man diese Flächenzellen bei einem Erwachsenen mit entsprechenden Zellen bei einem neugeborenen Kinde, kann man einen merkbaren Unterschied in der Form dieser Flächenzellen konstatieren. Gleichzeitig nämlich wie die erwähnten Zellen bei Erwachsenen äusserst dünne Platten bilden (an verschiedenen Stellen jedoch etwas ungleich dick), sind sie bei einem soeben geborenen Kind auf Caput humeri merkbar dick, wenn auch abgeplattet. Diese Abplattung ist am stärksten in der Mitte der Gelenkfläche und wird immer unvollständiger je weiter hinaus gegen ihre Peripherie man kommt. — In Übereinstimmung mit einem hier angeführten Befunden gibt WEICHELBAUM (1877) an, dass die oberflächlichsten Zellen des Gelenkknorpels bei Kindern weniger abgeplattet sind als bei Erwachsenen. — Diese Formveränderung von Flächenzellen zeigt jedoch bei verschiedenen Species eine sehr grosse Ungleichheit. Wie wir später sehen werden, geschieht die früher erwähnte Abplattung der Flächenzellen des Gelenkknorpels auf Caput humeri beim Menschen sehr allmählich während der ersten Lebensjahre, wo sie dagegen in entsprechendem Knorpel bei den vom mir untersuchten grossen Säugetieren sich sehr schnell abplatten. So sind die Flächenzellen bei einem 3 Wochen alten Kalb und einem 4 Monate alten Edelhirsch ungefähr gleich abgeplattet wie bei einem erwachsenen Menschen, und bei einem neugeborenen Elenkalb zeigen diese Zellen eine

---

noch ganz bis zur Gelenkfläche strecken und, wie früher beschrieben worden ist, dieselbe zu kleinen, den einzelnen Zellen entsprechenden Erhöhungen aufheben. Es scheint als wenn individuelle Ungleichheiten betreffend die Schnelligkeit des Zuwachses und darauf beruhende Möglichkeiten in dem mikroskopischen Bilde vorkommen sollten.

mehr abgeplattete Form als bei einem 9 Jahre alten Kinde. Wir kommen aber auf diese Fragen zurück im letzten Teil der Abhandlung.

Die Menge von Grundsubstanz wird auch allmählich reichlicher je ältere Stadien man untersucht, und in demselben Verhältnis werden auch die Zellen von einander entfernt. Die Zellen liegen aber fortwährend jede für sich isoliert in der Grundsubstanz. Erst viel später kommt in der Flächenschicht des Gelenkknorpels noch mehr eine merkbare Veränderung dadurch zu stande, dass die neugebildeten Zellen sich nicht mehr von einander entfernen, sondern sich zusammenschliessen, ähnlich wie die Knorpelzellen im allgemeinen, zu Gruppen, die in ihrer Gesamtheit zugeplattet sind. Es sind diese Zellen bzw. Zellengruppen, welche die von HAMMAR (1892 S. 98) beschriebene „Region der platten Zellengruppen“ bilden.

In dem Vorhergehenden haben wir gesehen, wie die chondrogene Übergangsschicht verschwindet, und wie auf der Gelenkfläche eine neue Schicht, aus abgeplatteten Knorpelzellen bestehend, entsteht. Unter dieser relativ dünnen Flächenschicht kann man dennoch fortwährend eine Knorpelschicht unterscheiden, welche in ihrer Ausdehnung der früher vorbefindlichen chondrogenen Übergangsschicht ungefähr entspricht. Das wesentliche, welches dann die Ungleichheit zwischen dieser in Rede stehende Schicht und dem tiefer liegenden Knorpel bedingt, ist eine Ungleichheit in der Färbefähigkeit der Grundsubstanz. Diese Grundsubstanz ist acidophil und nimmt somit einen ebenen roten Farbton mit einer kombinierten Hämatoxylin und VAN GIESONS Pikrinsäure-Säurefuksin Färbung oder mit der Methylenblau-Xylol-Methode an, während in der Grundsubstanz in dem tiefer belegenen Knorpel um die Zellen herum eine deutlich hervortretende basophile, bläuliche Zone (MÖRNER'S (1887) Chondrinball, welcher Kapsel und Zellenhof entspricht) observiert werden kann. Die Grenze zwischen dieser acidophilen Flächenschicht und dem darunter liegenden Knorpel ist nicht scharf.

Wir gehen nun zur Diskussion der Frage über betreffend die Ursachen, welche die oben beschriebenen Formveränderungen der oberflächlichsten Zellen des Gelenkknorpels bedingen. Zuvor muss ich jedoch zuerst erwähnen, dass eine oben angedeutete Abplattung der oberflächlichsten Zellen des Gelenkknorpels lange nicht in demselben Verhältnisse auf Gelenkflächen bei den kleinen Tieren zu stande kommt, wie auch HANSEN (1905 S. 746 Anm.) angibt. Auch in den kleinen Gelenken beim Menschen soll diese Abplattung laut WEICHELBAUM (1877 S. 203—209) vermisst werden. Bei meinen Untersuchungen habe auch ich konstatiert, dass diese Abplattung in Interphalangealgelenken bei einem soeben geborenen Menschenkinde sehr gering ist. Wo sie dagegen bei einem 17-jährigen nicht in nennenswertem Grade von entsprechender Erscheinung beim Gelenkknorpel auf Caput humeri abweicht. LUBOSCH (1910 S. 9) hat aus dieser Angabe WEICHELBAUMS und HANSENS den Schluss ziehen wollen, dass diese kleinen (= distalen,

LUBOSCH) Gelenke in ontogenetischer Hinsicht nicht gleich hoch differenziert sind, wie die proximalen grossen Gelenke und dass die abgerundete Form der Flächenzellen daraus bedingt werden sollte. Ich erachte mich nicht diese LUBOSCH'sche Auffassung teilen zu können, und dies vor allem weil ich bei kleinen Säugetieren auch in den proximalen Gelenken dieselbe Eigentümlichkeit nämlich eine unvollständige oder verspätete Abplattung der oberflächlichsten Zellen — wenn man sich so ausdrücken darf — in noch viel höherem Grade angetroffen habe. Im Gegenteil glaube ich, dass der wichtigste Faktor hierbei die absolute Grösse der Gelenkfläche ist. Es wurde schon früher betont, dass der Zuwachs der Gelenkknorpel einen Zug auf dessen Oberfläche ausübt, ebenso wurde es angenommen, dass der genannte Zug zur Abplattung der Zellen führen muss, welche sich in der mittleren Schicht der Zwischenscheibe befinden. Aber dieselbe Flächenspannung müsste auch auf die Knorpelzellen einwirken, welche die Fläche des Gelenkknorpels bilden und dies in so viel höherem Grade je grösser die Gelenkfläche ist. Deshalb findet man bei einem neugeborenen Elenkalb in der Fläche des Gelenkknorpels auf Caput humeri, dessen Grösse der entsprechenden Gelenkfläche bei einem gleich alten Menschenkinde um mehr als doppelte übertrifft, in merkbar höherem Grade abgeplattete Flächenzellen als bei einem soeben geborenen Menschenkinde, wogegen die Flächenzellen bei einer neugeborenen Maus äusserst wenig abgeplattet sind und auch bei einer erwachsenen Maus nie denselben Grad von Abplattung erreichen wird wie z. B. beim Menschen.

Hier kommt ausserdem ein anderer wichtiger Umstand zu: Bei kleinen Tieren und in den kleinen Gelenken sind die Gelenkflächen nicht gegen einander mit derselben Kraft gedrückt wie bei grösseren Tieren und speciell in den grösseren Gelenken. Dieser Druck muss aber auch im Verhältnis auf die Gelenkfläche und die Form deren Zellen einwirken. Diese Einwirkung macht sich in viel grösserem Grade geltend in der mittlersten Partie des Gelenkknorpels als in dessen Peripherie, weshalb man auch an jener Stelle die am meisten abgeplatteten Flächenzellen antrifft. Es sind in erster Linie diese zwei Umstände, die Ausdehnung der Gelenkfläche infolge des Zuwachses des unterliegenden Knorpels und die Pressung der Gelenkflächen gegen einander, die laut meiner Ansicht bei der Abplattung der Flächenzellen bestimmend sind.

HANSEN (1905 S. 746 Anm.) hat ebenso bei kleinen Tieren andere Flächenbildung des Gelenkknorpels als bei grösseren konstatiert und auch gefunden, dass eine Ungleichheit in der Abplattung der Zellen vorkommt. Er bemerkt auch, dass bei den kleinen Tieren „die mechanische Abnutzung der Knorpelflächen offenbar eine relativ geringe im Gegensatz zu den Gelenken grosser Tiere ist“.

Die Oberfläche des sich entwickelnden Gelenkknorpels ist also anfangs von Bindegewebe bedeckt, dessen platten, sternförmigen Zellen nach und nach verschwinden. Dies geschieht zuerst in der Mitte des Gelenkknorpels, später auch in mehr peripher belegenen Teilen. In der äussersten Peripherie des Gelenkknorpels, nahe der Anheftungsstelle der Gelenkkapsel verschwindet dieses Bindegewebe mit seinen Zellen jedoch nicht. — In demselben Verhältnisse wie dies Verschwinden der oberflächlichsten Schicht geschieht, rückt die darunter befindliche chondrogene Übergangsschicht hervor, die sich dann schon so verändert hat, dass ihre Grundsubstanz die Eigenschaft der Knorpelgrundsubstanz angenommen hat, und bildet während einer gewissen Entwicklungsperiode, die Gelenkfläche von ihren runden und elliptischen Zellen, zwischen denen die Grundsubstanz sich hin zur Gelenkfläche streckt. Darauf werden die so zur Fläche gekommenen Zellen abgeplattet und zu Scheiben umgewandelt, welche anfangs dicht an einander liegen und dann im gewissen Grade Epithel ähneln. In demselben Verhältnisse wie die intercelluläre Grundsubstanz vermehrt wird, nehmen die Zellen ein für das typische Knorpelgewebe charakteristisches Aussehen an, indem sie sich zu abgeplatteten Zellenhaufen gruppieren.

## 5. Die Randzone.

Verschiedene Forscher haben dargetan, dass die Randzone des voll ausgebildeten Gelenkknorpels merkbare Ungleichheiten im Verhältnis zu den übrigen Teilen des Gelenkknorpels zeigen. Diese Ungleichheit ist leicht zu verstehen, wenn man bedenkt, dass sich hier zwei so verschiedene Gewebe wie der Gelenkknorpel und die Synovialhaut begegnen und in einander übergehen. Dieser Übergang geschieht allmählich, wie HUETER (1866), BOEHM (1868), REYHER (1874), WEICHELBAUM (1877), HAMMAR (1892), BRAUN (1894) u. a. bewiesen haben. Die wichtigsten Erscheinungen bei diesem Übergange sind, laut der oben angeführten Forscher, das Auftreten einer Bindegewebsschicht an der Fläche des Knorpels und die allmählich geschehende Formveränderung der Knorpelzellen, wobei die platten, ovalen Zellen mit kürzeren oder längeren Ausläufern versehen und an ihrem Aussehen verändert werden, so dass sie sternförmigen Zellen ähneln, oder sind, wie REYHER sich ausdrückt „rudimentary stellate“. Diese Formveränderung wird nicht allein bei den Flächenzellen sondern auch bei den tiefer im Knorpel belegenen Knorpelzellen angetroffen.

Zu all diesem kommt noch in der äussersten Peripherie ein mit kleinen arkadförmigen Anastomosen, denjenigen ähnelnd, welche man in Mesenterium (HUNTER) antrifft, versehenes Blutgefässnetz, welches von HUNTER „Circulus articuli vasculosus“ benannt worden ist.

Diese Eigentümlichkeiten in der äussersten Randzone des Gelenkknorpels lassen uns ahnen, dass in entsprechendem Teil schon bei Embryonen eine ungleichartige Entwicklung konstatiert werden kann, und schon eine flüchtige Prüfung von hierher gehörenden Präparaten zeigt, dass so auch der Fall ist. Als es die Frage war von der Entstehung der Gelenkspalte, wurde darauf hingewiesen, wie die Randpartie der mesenchymatischen Zwischenscheibe oft dicker war als in deren Mitte. Die Gelenkspalte, die in der mittleren Schicht dieser Zwischenscheibe entstand, trennte in den peripheren Teilen des Gelenkes, abgesehen von der keilförmigen, später öfters verschwindenden Raudmeniscus (VOGT) Fig. 1, eine dickere Lage embryonalen Bindegewebes an der Fläche der chondrogenen Übergangsschicht als in der zentralen Teilen des Gelenkes. Dieses Bindegewebe hing direkt mit der Anlage der Gelenkkapsel zusammen, und bildet auch später eine besondere Schicht in der Peripherie der Gelenkfläche. — Wir sahen später wie während des Ganges der Entwicklung die von embryonalen Bindegewebe gebildete dünne Flächenschicht auf dem grössten Teil der Gelenkfläche verschwand. In dem am meisten peripher belegenen Teile der Gelenkfläche verschwindet indessen diese Flächenschicht nicht, sie verändert nur ihren Charakter, so dass in dieser Schicht immer reichlichere kollagene Bindegewebsfäden allmählich anfangen hervorzutreten. Diese Fäden sind schon im Vorhergehenden (Seite 22) erwähnt worden. Wir sahen dann, wie sie sich zu den Bindegewebsfäden der Gelenkkapsel fortsetzten. Aber alle diese Fibrillen biegen sich nicht um zur Gelenkkapsel, viele von ihnen, nämlich die am tiefsten belegenen, setzen ihre Richtung weiter fort längs der Oberfläche der Epiphyse und hängen direkt mit dem Perichondrium zusammen. Diese faserige Oberflächenschicht in der Peripherie des jungen Gelenkknorpels fängt beinahe unbemerkt an, wird aber bald allmählich dicker je mehr sie sich der Peripherie des Knorpels nähert, sodass diese ganze Randzone, die sich stark acidophil färbt, in Durchschnitt eine keilförmige Verdickung bildet (Fig. 9.). Die Bindegewebsfäden laufen in dieser Schicht ungefähr parallel mit der Gelenkfläche, in dem tiefsten Teil der Schicht kann man aber leicht konstatieren, wie ein Teil dieser Fibrillen ganz in der äussersten Peripherie des Gelenkknorpels sich tiefer in den unterliegenden Teil des Knorpels sucht, während sie von der Peripherie der Gelenkfläche aufwärts gegen deren zentralen Teil laufen. Nach einem kurzen Verlauf zwischen Knorpelzellen werden sie jedoch unsichtbar. Neben den jetzt beschriebenen Fibrillenbündeln gibt es andere, die sich in derselben Weise verhalten und neben diesen wiederum andere ganz bis zur freien Kante der Bindegewebschicht, sodass die ganze untere Fläche der jetzt in Rede stehenden Kantschicht sich mit ihren feinen Fibrillen in den unterliegen-

den Knorpel senkt. Man kann also mit anderen Worten sagen, dass die Oberflächlichsten Bindegewebsfäden der in Rede stehenden Randschicht unbemerkt auf der Fläche des Gelenkknorpels anfangen als Fortsetzungen zu den Bindegewebsfibrillen, die man in dieser Schicht nachweisen kann, zu diesen oberflächlichen Fäden gesellen sich aber andere, welche in der Knorpelgrundsubstanz, zwischen den am oberflächlichsten belegenen Knorpelzellen anfangen. In dieser Weise wächst die in Rede stehende Flächenschicht in ihrer tiefen Fläche und wird immer dicker, je mehr man hinaus nach der Peripherie kommt. Die vom Knorpel zur oberflächlichen Randzone laufenden Fäden verlaufen desto steiler je näher sie an der Anheftungsstelle der Gelenkkapsel entspringen. — In der oben beschriebenen Randzone werden schon vom ersten Anfang an Blutgefäße angetroffen, zu deren Beschreibung wir in einem späteren Zusammenhange zurückkommen.

Die Zellen in der jetzt beschriebenen Flächenschicht sind spindel- und sternförmige Fibroblasten, wogegen die unter dieser Randzone befindlichen Zellen anfangs denselben Charakter zeigen wie die Zellen in der chondrogenen Übergangsschicht im allgemeinen, verändern sich aber später in Knorpelzellen. Es scheint jedoch, als wenn nur der tiefere Teil der letzterwähnten Schicht sich im Knorpel umwandeln sollte, wogegen deren oberflächlichste Teil sich mit dem fibrillären Bindegewebe der oberflächlichen Randschicht vereinigt. Sobald die spindelförmigen oder verzweigten Knorpelzellen anfangen im Knorpel aufzutreten, werden auch die unter der in Rede stehenden Randschicht befindlichen Knorpelzellen in Zellen mit langen protoplasmatischen Ausläufern verwandelt. Die oberflächlichsten Zellen folgen in der Hauptsache der Richtung der Fläche, aber sehr bald trifft man unter der Knorpelfläche Zellen, deren protoplasmatische Ausläufer sich schräge gegen die Fläche richten. Einige dieser Zellen scheinen diese ihre, während der Embryonalperiode gewonnene Form auch in dem voll entwickelten Knorpel beibehalten zu können.

Nachdem geschieht eine merkbare Differentiierung in der oben beschriebenen Randzone, insofern, dass deren, gegen die zentralen Teile der Gelenkfläche gerichtete zugespitzte Kante verhältnismässig dünner wird und sich länger hinaus gegen die Peripherie der Gelenkfläche zieht, wogegen der periphere Teil sich immer kräftiger entwickelt. Es ist gerade dieser periphere Teil, der mit der Gelenkkapsel zusammenhängt und also deren Anheftungsstelle entspricht. Es scheint ausserdem, als wenn der Zuwachs des Gelenkknorpels an dieser Stelle träger als anderswo geschehen sollte, infolgedessen hier eine um die Peripherie des Gelenkknorpels ringförmig laufende Furche entsteht, in welcher der soeben erwähnte dickere Teil der in Rede stehenden fibrösen Randschicht belegt ist. Diese Furche wird laut RANVIER (1875) Ossifikationsgrube (*encoche d'ossifikation*) und das in derselben befindliche, verdickte Perichondrium Ossifikationswall genannt (Fig. 9.). Im Boden dieser Furche entsteht im Anfang (sehr deutlich schon bei einem 11,5 cm langen Menschenembryo) als Scheidewand zwischen dem Knorpel und

dem Bindegewebe eine schmale, stark acidophile und fast homogene Schicht in welcher jedoch eine fibrilläre Struktur unterschieden werden kann. Mit diesen Fibrillen hängen die Bindegewebsfäden der Gelenkkapsel und des Perichondriums zusammen. Später scheint diese letztgenannte Grenzlage zu verschwinden, worauf die Fibrillenbündel der Kapsel sich hier auch deutlich in den Knorpel hineindrängen. Dieser Randzon des Gelenkknorpels bleibt nachher durch das ganze Leben beibehalten.

### III. Der Zuwachs des Gelenkknorpels.

#### Historik.

Während der Entwicklung des Gelenkknorpels geschieht in denselben ein Zuwachs, welcher dazu führt, dass die embryonale Gelenkfläche allmählich vergrössert wird und die Form annimmt, welche die erwachsene Gelenkfläche charakterisiert. Hierbei müssen, worauf auch FICK (1904 S. 4.) aufmerksam macht, tiefgreifende Veränderungen in der in Rede stehenden Knorpelanlage sichtbar werden, denn es handelt hierbei nicht um einen einfachen Zuwachs, sondern auch um eine nicht so geringe Resorption der Grundsubstanz und eine Verschiebung der Gewebelemente. Aber diese Erscheinungen reduzieren sich nicht allein in dem Teil des embryonalen Knorpels, welcher später Gelenkknorpel bildet, im Gegenteil sind alle hier oben aufgezählten Veränderungen gemeinsam für die Anlage des Gelenkknorpels und für den Knorpel, der ohne merkbare Grenze unter demselben folgt. Deshalb sind wir in diesem Zusammenhange darauf hingewiesen Kenntnis auch von der Entwicklung zu nehmen, welche in den letzterwähnten Knorpel konstatierten werden kann.

Der Zuwachs des Knorpels geschieht, wie er nunmehr allgemein dargestellt wird, laut zwei ungleichartigen Principen, nämlich per appositionem, indem eine schichtweise geschehende Gewebsvermehrung in der Fläche des Knorpels nachweisbar ist und per expansionem, da die Vermehrung in der Tiefe des Gelenkknorpels geschieht. Der letztgenannte Zuwachs ist anfangs zellulär, also auf der reichlichen Zellenvermehrung beruhend. Erst später fängt der interzellulare Zuwachs an, welcher wiederum bei zunehmenden Alter aufhört, worauf der Zuwachs des Knorpels ausschliesslich durch Apposition geschieht, so dass neue Schichten unter dem Perichondrium abgelagert werden. (KOELLIKER 1889, SIEVEKING 1891, LUBOSCH 1910 u. a.).

Laut KOELLIKER (1889, S. 110) findet man den hauptsächlichlichen Zuwachs des Knorpels immer in der Nähe gefässführender Teile. So findet man z. B. die am stärksten

zuwachsene Zone in Rippen ein wenig unter dem Periost und in dem Epiphysknorpel nahe an der Fläche, welche an den Knochen grenzt. Die Ablagerung der Zwischensubstanz schreitet im allgemeinen gleichmässig mit der Zellenvermehrung fort, jedoch so, dass dieselbe besonders an Stellen auftritt, wo die Zellenvermehrung im Abnehmen ist, in erster Linie im Inneren des Knorpels. — GERLACH (1854 S. 128) erachtet die interzelluläre Gewebsvermehrung, also die Vermehrung der Grundsubstanz, das wichtigste Moment beim Zuwachs des Knorpels zu sein, ebenso MEYER (1849, S. 316—319). Der letzterwähnte Forscher hat beobachtet, dass der Zuwachs des Knorpels nicht gleichmässig in allen seinen Teilen geschieht, sondern dass einige Teile in ihrer Entwicklung der anderen vorausseilen. So zeigt der innere Teil des Knorpels immer eine weiter gediehene Entwicklung als der äussere. Der Längenzuwachs des Knorpels ist in dem Teil des Knorpels lokalisiert, welcher der Verknöcherungsgrenze entspricht und wo man die in Reihen gestellten hypertrophischen Zellen antrifft, wogegen der Dickenzuwachs in der übrigen Knorpelsubstanz geschieht.

Die Vermehrung der Grundsubstanz des Knorpels wird allgemein als auf der Funktion der Knorpelzellen beruhend aufgefasst, welche um sich herum diese Substanz bilden [BEALE (1862), BRODER (1865, S. 28), HAMMAR (1892, S. 116—119), SCHAEFFER (1901), SCHNEIDER (1908, S. 497), STUDNÍČKA (1903), HANSEN (1899, 1905), MAURER (1915, S. 264) u. a.]. Laut SCHNEIDER (1908) entsteht die Grundsubstanz des Knorpels als Sekret der Knorpelzellen. Anfangs kommt das Sekret in der Zelle selbst vor, welche später zusammenschumpft und ihr Sekret ausstösst. Dieses Sekret, welches von Anfang an feine Firbrillen aufweist, umgibt dann die Knorpelzelle wie ein mehr oder weniger vollständiger Mantel. Diese „Sekretmantel“ bildet die Anlage zur Kapsel der Knorpelzelle. Oft unterscheidet man mehrere solche Mäntel innerhalb einander, welche dann der periodischen Sekretaussonderung entsprechen. (S. 497—498). — HAMMAR (1892) ist der Ansicht, dass die jüngste Grundsubstanz zunächst die Knorpelzelle als „formlose Grundsubstanz“ umgibt (Kapsel der Knorpelzelle) welche Fibrillen vermisst. Sie geht ohne irgendeine scharfe Grenze in die mit dünn gestreuten Knorpelfibrillen versehene „Mantelschicht“ (Zellenhof oder Zellenterritorium) über. Diese letzte Lage hat sich auch entwickelt — differenziert — aus der formlosen Grundsubstanz und wird sich, wenn die Reihe an sie kommt, später in die „intermediären Züge“ (interterritoriale Substanz) umwandeln, welche mit Knorpelfibrillen reichlich versehen sind.

HANSEN (1899, 1905) und STUDNÍČKA (1903) fassen die Bildung von Interzellularsubstanz als eine Umwandlung von Knorpelzellen auf. Die Interzellularsubstanz wird aus dem Exoplasma dieser Zellen gebildet, wobei die Knorpelzelle nur dem Endoplasma der Zelle entspricht. Laut HANSEN kann man den Knorpel als ein Syncytium mit einem gemeinsamen Zellenexoplasma auffassen. Die Lehre von Zellenterritorien ist in ihrer

allgemeinen Form falsch. Die Zellenterritorien sind nur „ein Ausdruck von chemischen Differenzen in der Grundsubstanz, die in den meisten Fällen secundär und von der Entfernung von den Zellen bedingt sind. Die Knorpelbrillen kümmern sich um die Zellenterritorien nicht.“ (S. 434. Anm.) — Mitunter kann sogar eine Knorpelzelle in ihrer Gesamtheit in Grundsubstanz umgewandelt werden.

Es liegt in der Natur der Sache, dass der Zuwachs des Gelenkknorpels im grossen Ganzen derselben Regel folgen soll wie in dem hyalinen Knorpel im allgemeinen. Jedoch muss hierbei eine gewisse Modifikation zustande kommen, erstens dadurch, dass ein grosser Teil der Fläche des Gelenkknorpels ein Perichondrium vermisst, und zweitens infolgedessen, dass die Fläche des Gelenkknorpels einer beständigen Abnutzung unterworfen ist und der Gelenkknorpel einem beständigen regenerativen Zuwachs. Diese beiden Umstände machen es annehmbar, dass dieser Knorpel in einem gewissen Grade sich, was den Zuwachs des Gewebes betrifft, von den übrigen hyalinen Knorpeln abtrennt. Diese Ungleichheit wird während der früheren Entwicklungsperiode vermisst, da der werdende Gelenkknorpel noch von einer chondrogenen Übergangsschicht bedeckt wurde und obenauf derselben von einer Schicht embryonalen Bindegewebes, oder da die soeben gebildete Gelenkfläche von einer Gewebsschicht ihrer Natur nach mit einem Perichondrium übereinstimmend bedeckt war. Aber diese letztgenannte Schicht zieht sich schon früh — wie wir im Vorhergehenden kennen gelernt — allmählich der Peripherie der Gelenkfläche immer näher, wobei auch der rein appositionelle Knorpelzuwachs immer mehr reduziert werden muss.

Nicht destoweniger beschreibt DEKHUYZEN (1889) im Gelenkknorpel des Frosches eine in den oberflächlicheren Lagen vorkommende appositionelle Knorpelneubildung, wobei die oberflächlicheren Zellen bei der Teilung in schräger Richtung in die Tiefe geschoben werden. Die acidophile oberflächliche Schicht des Knorpels betrachtet er als ein „knorpeliges Perichondrium“ — BOEHM (1868) nimmt an, dass an der Peripherie des Gelenkknorpels, wo eine Bindegewebsschicht den Knorpel deckt, ein appositioneller Zuwachs durch eine Umwandlung von Bindegewebszellen in Knorpelzellen stattfindet. WEICHELBAUM (1877, S. 200—201), meint ebenso, dass in erwähnter Randpartie ein appositioneller Zuwachs stattfindet, und dass die Zellen in der Peripherie des Gelenkknorpels, wo die Synovialhaut diesen Knorpel deckt, eine „Proliferationszone“ bilden „Diese Zellen sind“, laut genanntem Verfasser, „bestimmt die durch Abreibung zu Grunde gegangenen Zellen der oberflächlichen Schichten des Gelenkknorpels zu ersetzen, während die Zellen in dessen tieferen Schichten durch endogene Zellenbildung entstehen. Die Proliferationszone ist somit die Matrix für die Zellen der Oberfläche des Gelenkknorpels und spielt für letztere dieselbe Rolle wie das Markgewebe und Periost für den Knochen.“ Auch LUBOSCH (1910, S. 10) hat im Gelenkknorpel bei Tieren, besonders bei Fischen und

Amphibien merkwürdige Bilder an der soeben genannten Stelle konstatiert, welche für den Zuwachs des Gelenkknorpels und die Entwicklung der Form der Gelenkfläche bestimmend sind. Dieser Verfasser hat jedoch auch bei Reptilien und sogar bei Säugtieren (Mäusen) eine eigentümliche, auf oben angedeutetem Zuwachs beruhende „Kurvstellung“ der Knorpelzellen konstatiert, welche der Anheftungsstelle der Gelenkkapsel entsprechen (S. 209).

Ehe wir die Frage betreffend die früher ausgesprochenen Auffassungen über den Zuwachs des Gelenkknorpels fallen lassen, müssen wir an zwei Forscher erinnern, nämlich OGSTON und HAMMAR. Diese beiden Verfasser behandeln die Frage betreffend den regenerativen Zuwachs des voll entwickelten Gelenkknorpels. Laut OGSTON (1876) kann man in dem voll entwickelten Gelenkknorpel ein Zentrum für den inneren Zuwachs nachweisen „a focus of central growth“. Von diesem Punkt, oder richtiger gesagt dieser Zone geschieht die Gewebsneubildung in zwei Richtungen, nämlich gegen die Gelenkfläche und gegen die tiefere Fläche des Gelenkknorpels. HAMMAR (1892) konstatiert zunächst, dass der erwähnte regenerative Zuwachs nicht von dem an der Kante des Gelenkknorpels befindlichen Bindegewebe ausgeht. Im Gegenteil vollzieht sich die Regeneration in den unter der Gelenkfläche belegenen inneren Teilen des Knorpels. Er findet nichts, was dafür sprechen sollte, dass diese Regeneration von den Zellen in der Region der platten Zellengruppen oder in der Region des oberflächlichen Teiles der runden Zellengruppen ausgehen sollte. Im Gegenteil ist er der Meinung, dass die Zellen, wenigstens die zu den erstgenannten von ihnen, eine degenerative Tätigkeit repräsentieren. Dagegen scheint eine nachweisbare Vermehrung der Grundsubstanz (das Vorkommen von undifferenzierter Grundsubstanz nebst Mantellage um die Zellen) in den Gruppen der tieferen Teile des Knorpels zu geschehen. Auch unter diesen Gruppen gibt es einzelne von den langgestreckten Zellengruppen, welche als untätige Gruppen bezeichnet werden müssen. Diese werden direkt von den intermediären Zügen umgeben.

Da es nun gilt, uns eine auf eigenen Observationen basierte Auffassung zu bilden, wie der Zuwachs in dem werdenden Gelenkknorpel nebst dem unter demselben befindlichen Knorpel geschieht, müssen wir unsere Aufmerksamkeit hauptsächlich auf folgende zwei Punkte richten, nämlich auf die Zellenvermehrung und den Zuwachs der Grundsubstanz; erst in dritter Linie kommt die Frage betreffend den perichondralen Zuwachs des Gelenkknorpels bei Säugetieren in Betracht.

## Eigene Untersuchungen.

### 1. Das Verhältnis der Knorpelzellen zu dem Zuwachs des Knorpels.

Schon in der früheren Beschreibung ist nebenbei die Frage über das gegenseitige Verhältnis der Zellen zu einander und ihre Anordnung im Epiphysknorpel berührt worden. Diese Anordnung scheint mir jedoch eine so grosse Bedeutung für die Beurteilung des Zuwachses des Knorpels und die Eigentümlichkeiten der interzellulären Grundsubstanz sowohl in den verschiedenen Knorpelschichten als in den ungleich weit vorgeschrittenen Entwicklungsstadien zu haben, dass wir noch weiter eine Zeit lang bei dieser Frage verweilen müssen. Es ist nämlich allgemein bekannt, dass die Lage der Kernteilungsfiguren oder mit anderen Worten die Richtung der Zellteilung angibt, in welcher Richtung der Zuwachs des Knorpels geschieht (vergl. z. B. BORN 1913, S. 25)<sup>1)</sup>.

Zu Anfang richten wir unsere Aufmerksamkeit auf die chondrogene Übergangsschicht. Man kann in dieser Schicht, schon bei den jüngsten von mir untersuchten Stadien eine reichliche Zellteilung finden, welche zu einem starken Zuwachs dieser Schicht führen sollte. Aber nicht desto weniger finden wir, dass diese Schicht ihre ursprüngliche Dicke beinahe unverändert beibehält, wogegen sie, in demselben Masse wie der Epiphysknorpel vergrössert, in der Richtung der Gelenkfläche ausgedehnt wird. Dies muss darauf beruhen, dass die tieferen Teile der chondrogenen Übergangsschicht, in demselben Verhältnisse, wie die Zellenneubildung geschieht, sich in Knorpel umwandelt und sich dem unterliegenden Knorpel anschliesst. Es muss somit in den oberflächlichsten Teilen des jungen Epiphysknorpels eine reichliche Gewebsneubildung und ein entsprechender Zuwachs der Epiphyse geschehen. Wir haben ebenso in dem früheren Zusammenhange schon erfahren, dass die oberflächlichste Schicht des soeben gebildeten Gelenk-

<sup>1)</sup> Um nicht missverstanden zu werden muss ich zugeben, dass ich bei meinen Untersuchungen nicht Gelegenheit gehabt habe Kernteilungsfiguren im Knorpel zu beobachten, wohl aber Knorpelzellen sogleich nach dieser Teilung, zwei Kerne in einem gemeinsamen ungeteilten Protoplasma enthaltend. Dieselbe Observation betreffend Knorpel, nämlich dass man in demselben die erwähnten Kernteilungsfiguren nicht findet, haben u. a. BRODER (1865), HUETER (1866), HAMMAR (1892) und LUBOSCH (1910) gemacht. BRODER nimmt an, dass diese Eigentümlichkeit darauf beruht, dass die Kernteilung sehr schnell geschieht. Ungefähr eine ebensolche Vermutung äussert LUBOSCH, welcher bei den Hunderten von Präparaten der Gelenke aller Wirbeltierklassen nie eine Kernteilung gesehen hat, nämlich dass es möglich ist, „dass die im Gange befindlichen Teilungen noch schleunig ablaufen unter dem Einfluss des Reizes bei der Abtötung des Gewebes durch unsere Fixierungsmittel“. — LESER (1888, S. 217–218) gibt dagegen an im Gelenkknorpel bei Embryonen Karyokinetische Zellteilungsfiguren gesehen zu haben. Am lebhaftesten gehen die Karyokinesen vor sich direkt über dem Gebiete der s. g. Knorpelsäulen, man findet sie aber auch noch in den platten Zellen; jedoch nimmt ihre Zahl immer mehr ab, je näher man der Verkalkungslinie rückt; direkt über dieser Linie hat er keine Spur derselben mehr entdecken können.

knorpels, die aus embryonalen Bindegewebe bestand, sich wenigstens zum Teil umgewandelt hat, so dass sie in die chondrogene Übergangsschicht einverleibt wurde. Diese beiden Beobachtungen zusammen beweisen, dass wir auch bei den Säugetieren unter einer frühen Embryonalzeit von dem appositionellen Zuwachs des Gelenkknorpels sprechen können, welcher gleichmässig über die ganze Gelenkfläche vorkommt. Dieser „appositionelle Zuwachs“ weicht jedoch seiner Natur nach wesentlich von einer entsprechenden Erscheinung unter dem Perichondrium ab. Ich will hier nur darauf hinweisen, dass die Schicht, die auf der Fläche des jungen Gelenkknorpels mit dem Perichondrium verglichen werden kann, ganz und gar in die Bildung des Knorpels aufgeht (abgesehen von einem Teil deren oberflächlichsten Zellen, die sich von der Gelenkfläche losmachen können), und dass die reichliche Gewebsvermehrung im oberflächlichsten Teil des Gelenkknorpels in der chondrogenen Übergangsschicht anders geschieht, als der Fall ist mit dem perichondralen Zuwachs.

Der soeben berührte Zuwachs wird jedoch nur während der Zeit, die der Entstehung der Gelenkspalte zunächst folgt, beobachtet. In dem grössten Teil der Gelenkfläche verschwindet, wie wir schon wissen, die oberflächlichste Schicht sehr früh, und auch die chondrogene Übergangsschicht wird in Knorpel verwandelt, wonach der Zuwachs des Gelenkknorpels geschieht. Nur der am meisten peripher belegene Teil der Fläche des Gelenkknorpels macht hierbei eine Ausnahme, wie wir später sehen werden. Der soeben erwähnte Zuwachs ist aber keineswegs der einzige, den man in diesem Knorpel beobachten kann, davon kann man sich leicht überzeugen, wenn man seine Aufmerksamkeit auf das Verhältnis der benachbarten Knorpelzellen zu einander richtet in den unter der chondrogenen Übergangsschicht belegenen Partien der Epiphyse. In den früheren Entwicklungsstadien, die ich in diesem Zusammenhange geprüft, und welche dem Zeitpunkte kurz vor und bei der Entwicklung der Gelenkhöhle entsprechen, werden die Zellen im Epiphysknorpel hauptsächlich so angeordnet, dass die einzelnen Zellen ungefähr gleich weit von einander in der relativ spärlich vorkommenden Grundsubstanz stehen. Eine Anhäufung von Zellen in grösseren oder kleineren Gruppen, wie wir bei dem voll entwickelten Knorpel finden, kann nicht festgestellt werden. Jedoch beweist eine nähere Prüfung der Knorpelzellen in diesen Stadien, dass es hier nicht die Frage ist um einen voll entwickelten Zustand wo keine Zellenvermehrung mehr vorkommen sollte, im Gegenteil kann man sich davon überzeugen, dass auch hier eine lebhaftere Zellenneubildung, so gut wie überall im Knorpel, stattfindet, und als Beweis für diese Zellenvermehrung findet man reichlich Zellen, die in ihrem ungeteilten Protoplasma zwei Kerne haben, oder andere wo die Zellenteilung gerade abgeschlossen worden ist, wo aber die beiden Schwesterzellen sich noch in der unmittelbaren Nähe von einander befinden. Man trifft aber nirgendwo oder wenigstens sehr selten mehr als zwei Zellen

dicht an einander gedrückt, noch weniger eingeschlossen in derselben gemeinsamen Zellenhöhle.

Dieses Verhältnis dürfte auf die relativ grosse Nachgiebigkeit und Weichheit der Zwischensubstanz beruhen, wodurch das schnelle Entfernen der Zellen von einander nach der Teilung ermöglicht wird. Vielleicht wird die Entstehung der erwähnten Zellenanordnung gewissermassen auch erleichtert durch eine grössere Fähigkeit bei den Zellen Grundsubstanz zu resorbieren und neue solche Substanz um sich zu bilden. Eine ähnliche intensive Zellteilung und das schnelle Entfernen der Tochterzellen von einander, mit anderen Worten ein schneller Zuwachs des Knorpels kann konstatiert werden, bis die früher beschriebenen spindelförmigen und verzweigten Zellen zu verschwinden anfangen. Erst von dieser Zeit ab fangen die Zellen im Knorpel an zusammengepackte Gruppen zu bilden, wo die neugebildeten Zellen in der Nähe ihrer Schwesterzellen und von gemeinsamen Zellterritorien umgeben werden.

Beim Zuwachsen des Epiphysknorpels geschieht jedoch eine merkbare Veränderung gleichzeitig wie die früher besprochenen spindelförmigen oder verzweigten Zellen anfangen aufzutreten. Diese Veränderung wird in erster Hand durch den grossen Resorptionsprozess charakterisiert, welcher im Knorpel stattfinden muss, wenn die langen Ausläufer dieser Zellen sich Weg in denselben bahnen. Dazu kommt eine reichliche Zellvermehrung und ein nach verschiedenen Richtungen stattfindender Zuwachs von der Grundsubstanz des Knorpels. Wenn diese spindelförmigen Zellen auftreten, füllen sie die Epiphyse, abgesehen von deren oberflächlichsten Schicht, ganz bis zur nächsten Nähe der Verknöcherungsgrenze, allmählich aber fangen die am tiefsten belegenen, spindelförmigen Zellen an Zellen hervorzubringen, welche ihren Charakter als spindelförmige Zellen verlieren und sich innerhalb einer gemeinsamen Kapsel gruppieren. Der kräftige zelluläre Zuwachs des Knorpels muss gleichzeitig auch in diesen tief belegenen Partien zu einem merkbaren Grade abnehmen, und der fortgesetzte Zuwachs wird danach hauptsächlich durch Zellenlagen versorgt, welche die am zentralsten belegenen Partien decken. Diese Veränderung im Zuwachs des Epiphysknorpels ist leicht zu verstehen, denn im selben Masse wie der Knorpel an Umfang zunimmt, werden seine oberflächlichen Teile ein immer stärkeres Hindernis für die fortgesetzte Zunahme der inneren Teile an Volumen ausüben. Aber auch ein anderer Umstand tritt hier deutlich zu Tage. Die spindelförmigen oder verzweigten Zellen sind so angeordnet im Knorpel, dass man sich überzeugen kann wie der expansive Zuwachs einigermaßen gleich nach allen Richtungen geschieht; der Knorpel wächst also in allen seinen Dimensionen. Näher an der Verknöcherungsgrenze findet dagegen der Zuwachs des Knorpels nur in einer bestimmten Hauptrichtung statt, weshalb die Zellen hier an Form und Gruppierung von

derjenigen anderswo im Knorpel abweichen. Wo diese zwei verschiedene Gebiete drinnen in der Epiphyse mit einander zusammentreffen, wird die oben beschriebene Ungleichheit in der Form nahe an einander liegender Zellen in der Übergangszone beobachtet, indem ein Teil Zellen typische spindelförmige Zellen, andere runde oder ovale sind.

Man kann mit einer gewissen Sicherheit die Richtung verfolgen, die der Zuwachs des Knorpels an verschiedenen Stellen hat, wenn man Rücksicht auf die Teilungsrichtung und ebenbürtige Gruppierung der Knorpelzellen nimmt. — Im Collum femoris bei einem 7 cm langen Menschenembryo findet man, dass die Zellen näher an der Oberfläche sich in 5—6 Reihen ordnen, welche der Richtung der Knorpelfläche folgen. In tieferen Teilen von Collum scheinen die Zellen sich hauptsächlich in zwei Richtungen zu teilen, teils so, dass der Teilungsplan mit der Längsrichtung des Halses zusammenfällt, teils so, dass er quer über den Hals läuft. Aber neben diesen können auch andere Teilungsrichtungen konstatiert werden. Ungefähr gleich ist das Verhältnis in Collum humeri.

Es scheint somit als wenn in den oberflächlichsten Teilen von Collum femoris bezw. humeri hauptsächlich in der Flächenrichtung Zuwachs neben einem appositionellen Zuwachs des Knorpels vor sich gehen sollte, wo dagegen in den tieferen Partien gleichzeitig ein Längenzuwachs und Zuwachs in Dicke sich vollzieht.

Ich habe zu Anfang den Zuwachs des Knorpels in diesen Teilen berühren wollen, wo die Anordnung und die Teilungsrichtung der Zellen leichter zu konstatieren ist, als in dem kugelrunden Caput femoris bezw. humeri. — Richten wir unsere Aufmerksamkeit auf diese, so merken wir, dass man in den früheren Stadien in tieferen Teilen der Epiphyse nicht irgend eine gemeinsame Teilungsrichtung unterscheiden kann, im Gegenteil kann man konstatieren dass die Zellenteilung ebenso oft längs der Richtung der Gelenkfläche als senkrecht gegen dieselbe geschieht, oder in allen denkbaren Zwischenrichtungen. Der Knorpel strebt also danach sich nach allen Richtungen gerade auszubreiten. Auch SCHAFFER (1811) hebt hervor, dass die Knorpelzellen ursprünglich die Fähigkeit besitzen, sich zu teilen und sich von einander zu entfernen gleichmässig in allen Dimensionen des Raumes, und RAY LANKASTER (1884) betrachtet diese Fähigkeit als eine charakteristische Eigenschaft für den Hyalinknorpel.

Aber auch bei den jetzt in Frage stehenden Stadien teilen sich die oberflächlicheren Zellenlagen mehr regelmässig, nämlich meistens so, dass der Teilungsplan die werdenden Gelenkfläche senkrecht trifft. Infolgedessen ordnen sich die der Fläche am nächsten liegenden Zellen (im Querschnitt gesehen) in Reihen, welche der Richtung der Gelenkfläche folgen. Diese senkrecht gegen die Gelenkfläche stattfindende Zellenbildung kann man am besten in tangentialen Flächenschnitten studieren (Fig. 7). In diesen Schnitten kann man eine so reichliche Zellenteilung konstatieren, dass die aller meisten der Fläche am nächsten belegenen Zellen entweder zwei Kerne haben oder so dicht an ihrer

Schwesterzelle liegen, dass man ohne weiteres sich davon überzeugen kann, dass die Zellenteilung gerade eben stattgefunden hat. Eine alleinstehende Zelle gehört dagegen zur Seltenheit. — Versucht man wiederum in einem solchen Flächenschnitt sich eine Auffassung von der Richtung der Zellenteilung längs des Planes der Gelenkfläche zu bilden, kommt man zu dem Schlusse, dass eine gemeinsame Teilungsrichtung in diesem Plane nicht unterschieden werden kann, sondern dass die Teilung dort in allen denkbaren Richtungen geschieht; mit anderen Worten, dass in den oberflächlicheren Teilen des Gelenkknorpels der Zuwachs gleichmässig nach verschiedenen Richtungen in parallel mit der Gelenkfläche laufenden Planen geschieht.

Diese oben beschriebenen Eigentümlichkeiten in ihrer Teilung scheinen die oberflächlicheren Zellen beizubehalten, so lange der stärkere Zuwachs des Gelenkknorpels stattfindet, und erst, wenn die Ossification der Epiphyse ihre definitive Ausdehnung annähernd erreicht hat, beginnt die Zellenteilung in tieferen Teilen in der erwähnten Schicht vor sich zu gehen, sodass der Teilungsplan fast parallel mit der Fläche des Gelenkknorpels ist und infolge hiervon reihen sich die Zellen in der entsprechenden Schicht des fertig gebildeten oder fast fertigen Gelenkknorpels — wie wir später sehen werden — in Reihen, die senkrecht gegen die Gelenkfläche laufen. Nur die aller oberflächlichsten Zellen behalten ihre ursprüngliche Teilungsrichtung bei.

Der Dickenzuwachs des Epiphysknorpels geschieht also in erster Linie auf Grund des nach verschiedenen Richtungen stattfindenden Zuwachses des tiefer liegenden Knorpels, wo dagegen die oberflächlichsten Zellenlagen hauptsächlich für den oberflächlichen tangentialen Zuwachs des Knorpels sorgen. Dabei müssen wir uns auch erinnern, dass die chondrogene Übergangsschicht in früheren Stadien dazu beiträgt Knorpelgewebe in die oberflächlichen Teile der Epiphyse abzulagern.

Aber auch der Zuwachs in den tiefsten Teilen der Epiphyse bietet in ungleich alten Entwicklungsstadien Verschiedenheiten dar, insofern nämlich, dass während bei der jüngeren und an Volumen kleineren Epiphyse überall ein gleichmässiger Zuwachs geschieht, dieser Zuwachs in den älteren Stadien, wo also das Volumen der Epiphyse auch grösser ist, nicht mehr gleich lebhaft in den tieferen zentralen Teilen des Knorpels ist, wie in den mehr peripher belegenen. In diesen Epiphysen (schon im Caput humeri bei einem 20 cm langen Menschenembryo) geschieht der lebhafteste Zuwachs also in einer Zone, welche die meist zentralen Teile des Epiphysknorpels deckt.

Das oben Gesagte bezieht sich ausschliesslich auf den Epiphys- einschl. Gelenkknorpel während dessen früheren Entwicklung. Sobald der Gelenkknorpel beginnt seine definitive Dicke zu erreichen, muss eine merkbare Veränderung auch in seinem Zuwachs sich geltend machen, welcher alsdann bezweckt die Verluste zu ersetzen, welche der Knorpel durch Abnutzung an dessen Fläche und eine Verknöcherung in dessen unter-

sten Lagen erleidet. Laut OGDON (1876) kann man in dem voll ausgebildeten Gelenkknorpel — worauf schon früher hingewiesen wurde — ein Zentrum (Zentralzone) nachweisen für den inneren Zuwachs, von welchem aus die Gewebsneubildung in zwei Richtungen geschieht, nämlich teils gegen die Gelenkfläche hin, um diese einer ständigen Abnutzung ausgesetzten Fläche zu erneuern, teils gegen den Knochen, um dort die durch den Druck atrophierende Knochensubstanz zu regenerieren. — Ausser diesen von OGDON hervorgehobenen Hauptrichtungen des Zuwachses des Gelenkknorpels kann man doch auch in voll ausgebildeten Gelenkknorpeln leicht Zuwachs des Knorpels auch in anderen Richtungen konstatieren, wenn auch der Dickenzuwachs das Hauptsächliche ist in der relativ dünnen Knorpelscheibe, welche den Gelenkknorpel bildet.

## 2. Die Grundsubstanz und deren Veränderung beim Zuwachs des Knorpels.

Im Vorhergehenden ist nur der zelluläre Zuwachs behandelt worden; der interzelluläre Zuwachs, der schon während der lebhaften Zellenzuwachs-Periode nicht gering war, nimmt weiter hin zu, nachdem dieser Zellenzuwachs etwas aufgehört hat, und wird allmählich der bedeutendste Zuwachs des Gelenkknorpels, wie wir später sehen werden.

Als wir die Frage der Anordnung der Zellen im Epiphysknorpel berührten, wurde auch die Verschiedenheit der Grundsubstanz in den verschiedenen Schichten berücksichtigt, in welche der fragliche Knorpel eingeteilt werden konnte. Wir erinnern, dass die oberflächlichste Schicht, zur Anlage des Gelenkknorpels in einem frühen Stadium gehörend, aus einem dünnen Lager von embryonalen Bindegewebe bestand, in welchen verhältnismässig früh hauptsächlich tangentielle Fibrillen beobachtet werden konnten. Entsprechende Fibrillen konnten auch in der chondrogenen Übergangsschicht nachgewiesen werden, deren Grundsubstanz sich sowohl von der entsprechenden Substanz der oberflächlichsten als auch der am tiefsten liegenden Schicht trennte, doch so, dass keine scharfe Grenze irgendwo zwischen den genannten Schichten gezogen werden konnte. Im übrigen besass der Knorpel keine entsprechenden Fibrillen. Die relativ spärliche Grundsubstanz der chondrogenen Schicht bekam späterhin allmählich den Charakter der Knorpelgrundsubstanz. Gleichzeitig hörte diese chondrogene Übergangsschicht als solche auf zu existieren und verwandelte sich in eine durch ihre acidophile Grundsubstanz (und durch die Anordnung ihrer Zellen) in den oberflächlichsten Teilen der Epiphyse gut zu erkennende Knorpelschicht.

Die meist charakteristische Eigenschaft bei der Grundsubstanz in den früheren Stadien, sowohl in der tiefen Schicht als auch in der Schicht, welche sich auf oben erwähnte Weise aus dem tieferen Teil der chondrogenen Übergangsschicht entwickelt hat,

ist eine mit den verschiedenen Reagentien gleichartige Färbefähigkeit, sowohl in der Grundsubstanz, welche die Knorpelzellen am nächsten umgibt, als auch in der Substanz, welche der in älteren Knorpeln nachzuweisenden interterritorealen Substanz entspricht. Man kann also mit andern Worten in dieser Hinsicht keine Differentiierung in der Grundsubstanz des Knorpels unterscheiden, welche sich unverändert bis zur Zellenhöhle erstreckt. Doch kann man ganz am Rande der Zellenhöhle oft eine lineäre, etwas stärker gefärbte Grenze finden. Eine merkbare Ungleichheit besteht dagegen zwischen der oberflächlichen und der tiefer belegenen Grundsubstanz: die erstere ist deutlich acidophil, die letztere gleichmässig basophil. Eine scharfe Grenze besteht nicht zwischen diesen verschiedenartigen Grundsubstanzen.

Die Grundsubstanz verbleibt auf diese Weise unverändert bis die Blutgefässe im Knorpel aufzutreten beginnen und die Kanäle derselben eine gewisse Grösse erreicht haben. Von diesem Zeitpunkt an kann man eine Farbenverschiedenheit in der Grundsubstanz, welche die Blutgefässkanäle am nächsten umgibt, konstatieren, indem sie acidophil wird und an genannten Stellen mit der Methylenblau-Xylol-Methode einen blauvioletten oder fast roten Farbenton annimmt, wogegen sich die Grundsubstanz im übrigen blaugrün färbt. Dieser violett gefärbte Teil der Grundsubstanz bildet um die Gefässkanäle selbst herum eine etwas breitere Schicht, wie eine Hülse, von deren Fläche dieselbe Substanz sich in Form von Scheidewänden zwischen den Knorpelzellen und der basophilen Grundsubstanz, die dieselbe umgibt, erstreckt (Fig. 15 und 16). Bei etwas älteren Stadien laufen diese Scheidewände teils in radiärer Richtung, teils schliessen sie sich an einander zu einer, meistens unvollständigen Hülse, welche die früher erwähnte, an das Kanallumen angrenzende Hülse umgeben. Bei einer stärkeren Vergrösserung sieht man in der Grundsubstanz eine Streifung, was darauf beruht, dass dort mit VAN GIESON'S Pikrofuksin färbbare Fibrillen in der Grundsubstanz vorkommen. Durch dünne Schnitte, behandelt laut der Methylenblau-Xylol-Methode, erreicht man die fibrilläre Anordnung sehr deutlich, besonders wenn man die Schnitte relativ lange Zeit in Pikrofuksin gefärbt hat. Die Fibrillen sind äusserst dünn und liegen sehr nahe einander in einer homogen basophilen Grundsubstanz. Sie laufen in Zirkeln um die Gefässkanäle herum, strahlen doch auch nach aussen und bilden dann die früher erwähnten intermediären Züge, zwischen welchen die blaugrüne Grundsubstanz sich wie kleine Inseln bildet. — In etwas älteren Stadien erstreckten sich diese Fibrillen auch in den Gefässkanal hinein und gehen direkt in die Bindegewebszüge über, welche in dem erwähnten Gewebe vorkommen.

In noch älteren Stadien kann überall in der Grundsubstanz, nicht nur in der Nähe der Gefässkanäle, eine entsprechende Differentiierung nachgewiesen werden. Je ältere Stadien man untersucht, desto deutlicher ist die erwähnte Differentiierung. In der

Humerusepiphyse bei einem neugeborenen Menschenkind, wo die Ossification noch nicht begonnen hat, wo man aber auf einer Stelle die Vorbereitung zu derselben bemerken kann (nämlich eine merkbare Vergrößerung der Knorpelzellen und eine in radiäre Reihen gestellte Anordnung dieser hypertrophischen Zellen um den werdenden Ossificationspunkt herum) zeigt die Grundsubstanz des Gelenk- incl. Epiphysknorpels folgende Eigentümlichkeiten. Die Grundsubstanz wird nahe der Oberfläche des Gelenkknorpels acidophil gefärbt. Diese Farbe ist so auffallend, dass man sie schon makroskopisch in Form einer rötlichen Linie an dem äussersten freien Rande des Schnittes unterscheiden kann. Unter dieser, laut der Methylenblau-Xylol-Methode rotviolett gefärbten Randzone folgt eine Schicht, in welcher die Grundsubstanz, in einer schwachen Vergrößerung gesehen, hell gelbrot wirkt. In einer stärkeren Vergrößerung untersucht zeigt es sich, dass die rotviolette Grundsubstanz in dieser Schicht schwächer rot ist, wie in der vorhergehenden und dass in dem Knorpel hier zahlreiche, anfangs hellblaugrüne Inseln ähnelnde Partien zwischen den violett gefärbten Zügen auftreten. Je tiefer man in die Epiphyse kommt, desto stärker grünblau werden diese Inseln ähnelnde Stellen, welche man in der nächsten Nähe der Knorpelzellen antrifft, und welche diese umgeben. Gleichzeitig wird auch der violette Teil der Grundsubstanz, welcher hier netzförmige mit einander anastomosierende Züge zwischen den eben genannten grünblauen Inseln bildet, immer mehr dunkelviolett. Auf diese Weise ist die früher hauptsächlich gleichmässig gefärbte Grundsubstanz allmählich ganz gesprenkelt geworden. Die Zellen in der zuletzt skizzierten Schicht sind spindelförmig.

In der Grundsubstanz treten also zwei verschiedene Teile hervor die violett gefärbte interterritoriale Substanz, HAMMAR'S intermediäre Züge, welche netzförmig mit einander verbunden sind, und die helleren oder dunkler blaugrünen Inseln, welche die Maschen in dem eben erwähnten Netz ausfüllen. Im inneren Teil der letztgenannten Substanz, dicht an den Knorpelzellen kann hier und da noch eine hellere blaugrüne und klarere Substanz festgestellt werden. Die letzterwähnte Substanz dürfte der Kapsel der Knorpelzelle entsprechen, HAMMAR'S undifferentierte, formlose Grundsubstanz, wogegen die dunkler blaugrüne Substanz ausserhalb dieser als Zellenhof betrachtet werden muss, HAMMAR'S Mantelschicht. — Nach diesen vorausgesandten, orientierenden Aufgaben über die Grundsubstanz, wollen wir dieselbe mehr in Detail studieren, und beginnen unsere Beobachtungen mit der oberflächlichsten Schicht.

Die Zellen in dieser oberflächlichen Schicht sind — wie schon aus dem Vorhergehenden bekannt — entweder platt oder etwas abgerundet. Sie werden von einer acidophilen Grundsubstanz umgeben, in welcher eine in der Richtung der Gelenkfläche laufende Streifung nachgewiesen werden kann. Diese Streifung ist auf das Vorkommen von zahlreichen Fibrillen zurückzuführen, welche nicht nur der Knorpelfläche folgen,

sondern auch etwas schräg laufende Züge zwischen den Zellen in der fraglichen Schicht bilden. Nahe der Oberfläche sind diese Fibrillen sehr dicht zusammengepackt, ein Stück unterhalb derselben werden sie spärlicher und können leichter studiert werden. Die Knorpelzellen scheinen Kapseln und Zellenhöfe zu entbehren, weshalb die acidophile Grundsubstanz sich bis zur nächsten Nähe der Knorpelzellen erstreckt, wo sie mit einem scharfen Rande aufhört, indem sie der Knorpelzelle Platz gibt. Die Knorpelzelle füllt doch diesen Raum nicht ganz aus, im Gegenteil verbleibt zwischen dem Protoplasma der Knorpelzelle und der oben erwähnten Kante ein farblosser Rand, welcher den Anschein eines leeren Raumes hat. In einigen Fällen, wo die Knorpelzelle mehr zusammengeschrumpft ist, sieht man doch, dass dieser helle Rand nach innen von einem grünen lineären Schatten begrenzt wird, und dass erst innerhalb desselben ein künstlicher Hohlraum vorkommt. Auf Grund von Vergleich zwischen dem hier gefundenen Rande und der entsprechenden Stelle tiefer im Knorpel ist es möglich, dass dieser Rand von der Zellenkapsel gebildet wird, welche sich in dieser Schicht nicht färben lässt, welche aber tiefer im Knorpel laut der Methylenblau-Xylol-Methode eine hellgrünblane Farbe annimmt. — Eben solche „echte, wenn auch farblose Knorpelkapseln“ hat LUBOSCH (1910, S. 260) bei Reptilien und Vögeln gefunden.

Diese rotviolette Randschicht geht ohne scharfe Grenze in die folgende Schicht über. In dieser Schicht ist die rotviolette Farbe der Grundsubstanz — gefärbt laut der Methylenblau-Xylol-Methode — viel heller und erscheint mehr homogen als in der oberflächlichen Schicht. Sie bildet ebenfalls Züge zwischen den Knorpelzellen, jedoch keine so scharfe Grenze gegen dieselben wie in der Aussenschicht. Im Gegenteil sieht man, dass in den oberflächlichsten Teilen dieser Schicht ein heller, beinahe farbloser Zellenhof die äusserst schwach hellgrünblane Substanz der Knorpelkapsel angibt. Diese helle Substanz umgibt entweder einzelne Zellen oder Zellengruppen, welche in der Regel doch nicht aus mehr als zwei oder drei Zellen bestehen, und geht unmerkbar in die violettgefärbte Interterritorealsubstanz über. In den darauf folgenden Zellschichten verändert sich dieser helle Zellenhof so, dass er anfänglich eine sehr hell blaugrüne Schattierung annimmt, welche im noch tiefer belegenen Teilen sich zu einer stärker blaugrünen Farbe abändert. Diese tieferen, im Knorpel nachweisbaren Zellenhöfe scheinen mir deutlich übereinzustimmen mit den schwach gefärbten Partien, welche in den oberflächlichsten Teilen der fraglichen Schicht in der Umgebung der Knorpelzellen konstatiert sind, weshalb ich mich für berechtigt hielt auch diese ungefärbte Zone Zellenhof zu nennen. Man kann doch nicht überall um die Knorpelzellen herum diese beiden Arten der Grundsubstanz, Kapsel und Hof, entscheiden und an vielen Stellen ist es sogar äusserst schwer festzustellen, ob die Zone der Grundsubstanz, welche eine Zelle umgibt, als Zellenhof oder Kapsel anzusehen ist. Ausserdem kann man in weiter vorgeschritte-

nen Stadien und tiefer im Knorpel mehr als zwei in ihrer Lichtbrechung und Farbenreaktion etwas ungleiche, konzentrische Schichten der Grundsubstanz um die Zellen herum finden, welches diese Einteilung der den Knorpelzellen am nächsten befindlichen Grundsubstanz noch mehr erschwert. Es wäre auch vielleicht am besten, Benennungen wie Zellen- oder Knorpelkapsel und Zellenhof ganz und gar zu vermeiden, insbesondere da eine Meinungsverschiedenheit, was die Bedeutung dieser Bildungen betrifft, bei den Anatomen konstatiert werden kann, und die verschiedenen Schichten um die Zelle herum wie HANSEN (1905) Zone I, II u. s. w. zu nennen. — Wenn man die Kapsel und den Hof der Knorpelzelle beide als verschieden alte Schichten in der von der Knorpelzelle produzierten Grundsubstanz auffasst, so kann man leicht die Ursache der oben angeführten Schwierigkeiten verstehen, diese beiden Schichten von einander zu unterscheiden.

Als ein allgemeines Ergebnis der oben angeführten Beobachtungen besteht also, dass die junge Knorpelgrundsubstanz um die Knorpelzellen herum, nahe der Oberfläche des nicht fertigen Gelenkknorpels, sich nicht mit den gewöhnlichen Knorpelfärbungsmethoden färben lässt, aber allmählich ihren basophilen Charakter und Farbefähigkeit erhält, je tiefer man in den Knorpel kommt.

Anfangs treten die oben beschriebenen Zellenhöfe in dem tieferen Teil des Knorpels regelmässig jede um eine einzige Knorpelzelle herum auf, oder da wo zwei oder mehrere Knorpelzellen nahe bei einander liegen, können diese Höfe ohne Grenze zu runden oder länglichen Inseln, Zellenterritorien verschmelzen. Alle Zellen resp. Zellengruppen sind anfänglich in dieser Hinsicht mit einander ähnlich. Allmählich werden doch diese blaugrünen Inseln bei älteren Stadien an einigen Stellen grösser, indem sie immer mehr Zellen umfassen, wogegen sie sich an anderen Stellen nicht nennenswert vergrössern. Die zuwachsenden Zellenhöfe scheinen sich hauptsächlich in der Richtung der Knorpelfläche auszubreiten, wenn auch andere Richtungen konstatiert werden können. Zuletzt bilden sich (so z. B. bei einem neugeborenen Menschenkind im Caput humeri) in einem Vertikalschnitt betrachtet, breitere oder schmalere, oft mit der Knorpelfläche parallel gestellte basophile Zonen, welche durch die violett gefärbten intermediären Züge, oder durch Zonen, welche aus mehreren solchen Zügen gebildet sind, von einander getrennt werden. Gleichzeitig damit dass auf diese Weise mehrere Zellen von der reichlich vorhandenen blaugrünen Zellenterritorien, umgeben werden und sozusagen in dieser Grundsubstanz verschwinden, gibt es andere Knorpelzellen, welche mit einem verhältnismässig geringen Zellenhof versehen sind oder diese Bildungen ganz entbehren, weshalb es den Anschein hat als ob die zuletzt erwähnten Zellen mehr oder weniger unmittelbar in der interterritorealen, acidophilen Substanz eingebettet wären (Fig. 10). Auf Grund der Anordnung der Zellen und deren Verhältnis zu einander ist es höchst wahrscheinlich, dass die in der gemeinsamen, blaugrünen jungen Grundsubstanz befindlichen Zellen

in hohem Masse Teilungsprodukte einer und derselben oder einiger gemeinsamen Mutterzellen sind.

An einigen Stellen kann man sehen wie sowohl die intermediären Züge als auch die von der blaugrünen Substanz gebildeten basophilen Zonen, wellenförmig gebogen sind, etwas an die Wogen in gelagerter Erde erinnernd.

Wie soll man nun diese eigentümliche Verteilung der beiden, ihrer Farbenreaktion nach so ungleichen Grundsubstanzen verstehen? — Es dürfte eine allgemein anerkannte Ansicht sein, dass in dem Knorpel, wie schon hervorgehoben, ein Zuwachsen der Grundsubstanz in der nächsten Nähe der Knorpelzellen erfolgt, und dass es gerade diese Zellen sind, welche die Grundsubstanz produzieren. Die Grundsubstanz, welche die Knorpelzellen am nächsten umgibt, und welche von HAMMAR die formlose Grundsubstanz genannt wurde, ist die jüngste, darauf folgt der Zellenhof, dessen periphere Teile älter sind als die den Knorpelzellen am nächsten liegenden, zentralen Teile; die intermediären Züge oder die Interterritorealsubstanz bilden die älteste Knorpelgrundsubstanz. Wenn wir von diesen Betrachtungen ausgehen und mit Zugrundelegung derselben unsere eben beschriebenen Befunde verstehen, so haben wir also zuerst festzustellen, dass die blaugrüne, basophile Grundsubstanz in unseren Präparaten, gefärbt laut der Methylenblau-Xylol-Methode, gewöhnlich jünger ist als die violettgefärbte. Diese Ansicht wird auch durch Befunde bei dem jungen embryonalen Knorpel bestärkt, wo die ganze interzelluläre Substanz auf dieselbe Weise gefärbt wird, wie die hier in Frage stehenden Zonen, welche den Knorpelzellen in älteren Knorpeln am nächsten liegen, nämlich hellblaugrün. Wenn der Knorpel grösser wird, vermehrt sich die Anzahl der Knorpelzellen und jede neugebildete Zelle bildet neue Grundsubstanz um sich herum, welche auf oben erwähnter Weise gefärbt wird. Alle Zellen scheinen doch nicht, mit derselben Geschwindigkeit diese Grundsubstanz zu produzieren. Im Gegenteil kann man in den in Frage stehenden Präparaten konstatieren, dass sich in dieser Hinsicht grosse Ungleichheit geltend macht; gleichzeitig nämlich dass gewisse Zellen sich schnell vermehren und schnell neue Grundsubstanz um sich herum entwickeln, sodass sie Zellengruppen bilden, welche von einem gemeinsamen Zellenterritorium umgeben wird, gibt es andere, deren Vermehrung und Produzieren von Grundsubstanz, wenigstens während einer bestimmten Zeit, im Verhältnis zu den zuletzt beschriebenen Zellen bedeutend vermindert ist. Aus diesem Grunde werden sie sich in einer älteren (mit der Methylenblau-Xylol-Methode rotviolett gefärbten) Grundsubstanz befinden, umgeben von keiner oder nur spärlich vorkommender junger Grundsubstanz.

Die zuerstgenannten Zellen sind also lebhaft tätig neue Grundsubstanz zu bilden und auf diese Weise beizutragen zum interzellulären Zuwachs des Knorpels, wo dagegen Zellen mit wenig entwickelten oder gänzlich unentwickelten Zellhöfen und Knorpelkapseln sich in einem zufälligen Inaktivitätszustand befinden. Dass dieser Zustand wenig-

stens in den meisten Fällen als temporär bezeichnet werden muss, wird dadurch bewiesen, dass in späteren Stadien alle, tiefer im Knorpel befindlichen Zellen oder Zellengruppen von ihren Zellenhöfen umgeben sind. Diese zufällige Inaktivität wird — wie später dargestellt werden soll — auch bei den Zellen, welche sich in der Nähe der Wände der Gefässkanäle befinden, beobachtet, sobald die Blutgefäße aber verschwinden und deren Kanäle mit Knorpelgewebe gefüllt werden, beginnen auch diese Zellen mit einer sehr lebhaften Knorpelneubildung, was auch beweist, dass der Inaktivitätszustand von übergelender Natur war.

Man kann also konstatieren, dass die Knorpelzellen mit sehr ungleicher Intensität an der Vermehrung der Grundsubstanz teilnehmen, nämlich auf die Weise, dass während die Zellen in einem gewissen Gebiet an dieser Arbeit lebhaft beschäftigt sind, es andere, nahe belegene Zellengruppen gibt, die sich in temporärer Ruhe zu befinden scheinen.

Der Zuwachs des Knorpels im Caput humeri in dem letztbeschriebenen Stadium (zur Zeit der Geburt beim Menschen) scheint hauptsächlich in radiärer oder zentrifugaler Richtung, gerechnet von der Mitte des Caput, zu geschehen, aber auch ein in tangentialer Richtung oder in Richtung der Gelenkfläche vorsichgehender Zuwachs kann festgestellt werden. Über die Richtung des Zuwachsens kann man sich einen Begriff machen, wenn man die Richtung der soeben genannten blaugrünen Zonen mit einander vergleicht. Der hauptsächlichste Zuwachs muss nämlich senkrecht zur Ausbreitung dieser Zonen geschehen, mit anderen Worten in der Weise, dass die Zonen an Dicke wachsen. Die spindelförmigen Zellen laufen in der Grundsubstanz in derselben Richtung wie diese Zonen und zeigen eine lebhafte Zellenvermehrung. Wir haben schon früher, als von diesen Zellen die Rede war, Gelegenheit gehabt, die Vermutung über ihr Verhalten zum Zuwachs des Knorpels auszusprechen. In diesem Zusammenhang kommen wir durch Befunde, die sich auf die interzelluläre Grundsubstanz basieren, zum selben Resultat betreffs dieser Zellen.

Auf Grund des lebhaften Zuwachsens in den Knorpel, müssen Verschiebungen in demselben vorkommen. Schon die merkwürdige Anordnung der spindelförmigen Zellen gab uns Veranlassung dieses zu vermuten. Unter den letztbeschriebenen Befunden kommt auch eine Beobachtung vor, nämlich die hier und dort hervortretenden wellenförmigen Biegungen der verschiedenen Zonen und Zügen der Grundsubstanz, die schwer anders zu erklären sind, als dass sie von dem inneren Druck und von diesem verursachten Verschiebungen im Gewebe abhängig sind, denn eine Verschrumpfung des Knorpelgewebes, auf die auch Bezug genommen werden könnte, dürfte kaum solche relativ grobe Wellen verursachen. — Auch STUDNIČKA (1903, S. 320) spricht von „Verschiebung der Zellen“ beim Zuwachs des Knorpels.

### 3. Der perichondrale Zuwachs des Gelenkknorpels.

Der Vollständigkeit halber müssen wir jetzt in aller Kürze unsere Aufmerksamkeit der Frage über den perichondralen, appositionellen Zuwachs des Gelenkknorpels widmen. In einem früheren Zusammenhange haben wir uns schon mit den Veränderungen beim Zuwachsen des Knorpels am dichtesten unter der soeben gebildeten Gelenkfläche vertraut gemacht. Wir kamen dabei zu dem Schluss dass man hier unter einer gewissen Reservation von einem perichondralen Zuwachs sprechen kann. Die Schicht von Bindegewebszellen, welche nach der Entstehung der Gelenkspalte die Gelenkfläche, entweder ganz und gar oder wenigstens zum grossen Teil deckt, wird in Kürze, wie wir auch schon früher gesehen haben, sich zur äussersten Peripherie des Gelenkknorpels ziehen, und gleichzeitig ist auch die Möglichkeit des perichondralen Zuwachses in entsprechende Weise reduziert worden. DEKHUYZEN (1889) hat als Erster die Aufmerksamkeit auf diesen appositionellen Zuwachs in den oberflächlicheren Lagen des Gelenkknorpels bei dem Frosche gelenkt. Später hat LUBOSCH (1910) konstatiert, besonders bei Fischen und Amphibien unter der Synovialhaut in oberflächlichen Teilen des Gelenkknorpels, „ganz merkwürdige Bilder, die für das Wachstum des Gelenkknorpels und die Ausbildung der Gelenkformen massgebend sind“ (S. 10).

Bei meinen Untersuchungen habe ich gefunden, dass die Knorpelzellen in den oberflächlichen, peripheren Teilen allmählich ihre Form verändern, je näher man der unteren Fläche des peripher belegenen Perichondriums<sup>1)</sup> kommt. Ganz in derselben Weise wie unter dem Perichondrium im allgemeinen erfolgt auch hier der Übergang zwischen diesen beiden verschiedenartigen Geweben so allmählich, dass eine scharfe, natürliche Grenze zwischen denselben nicht gezogen werden kann. Wir müssen uns ausserdem dessen erinnern, dass embryonale und in Entwicklung befindliche Gewebe — wie die hier in Frage stehenden — gewöhnlich eine weniger starke Differentiierung aufweisen als die Gewebe eines Erwachsenen, ein Umstand, der auch in seiner Weise das Feststellen der eben erwähnten Grenze erschwert. Die Knorpelzellen sind ihrer Natur nach übereinstimmend mit den früher beschriebenen, spindelförmigen oder verzweigten Zellen, haben also lange Ausläufer und lokalisieren sich in allen denkbaren Lagen in der Grundsubstanz, besonders in den früheren Stadien. Bei älteren Embryonen (schon im Caput humeri eines 15 cm. langen Menschenembryos) kann man eine gewisse Anordnung bei den in Frage stehenden Knorpelzellen wahrnehmen. Man sieht sie danach streben längs der Knorpelfläche laufende Reihen zu bilden, zwischen welchen stärkere Fibrillenbündel, die von dem Perichondrium herkommen, laufen.

<sup>1)</sup> Der Kürze halber benenne ich hier mit dem Namen Perichondrium die Schicht von Bindegewebszellen und -Fibrillen, die den peripheren Teil des Gelenkknorpels deckt und zu deren Fläche die Synovialbaut sich fortsetzt.

Auf Grund alles diesen dürfte man den Schluss ziehen können, dass die Verhältnisse zwischen dem Knorpel und seinem Perichondrium in der Peripherie des Gelenkknorpels dieselben sind, wie die Verhältnisse zwischen dem Knorpel und seinem Perichondrium im allgemeinen und dass also ein appositioneller Knorpelzuwachs an diesem Teil des Gelenkknorpels in Frage kommen kann. Dieser Zuwachs dürfte doch kaum von grösserer Bedeutung sein. Die Knorpelfläche behält ihre ebene Configuration bei und wächst gleichmässig mit der benachbarten freien Gelenkfläche. An einer Stelle scheint hier doch ein stärkerer Zuwachs des unter dem Perichondrium liegenden Knorpels vorzukommen, nämlich gerade über der von RANVIER „*encoche d'ossification*“ benannten, zirkulär um den Gelenkkopf laufenden Furche. Dieser stärkere Zuwachs führt zu einer ringförmig um den Gelenkkopf laufenden Verdickung, die im Durchschnitt wie eine kleine Erhöhung aussieht (Fig. 9). Die Knorpelzellen ordnen sich in Reihen parallel mit der Knorpelfläche und in derselben Weise sind auch die Zellen des Perichondriums geordnet. Später verschwindet sowohl diese Erhöhung als auch die erwähnte ringförmige, mit Bindegewebe (die Insertion der Gelenkkapsel) gefüllte Furche RANVIER's „*encoche*“. Diese Furche verschwindet in der Weise, dass die Zellen in dem erwähnten Bindegewebe in Knorpelzellen umgewandelt werden und um sich neues Knorpelsgewebe bilden; also auch hier findet ein appositioneller Zuwachs statt (Fig. 11).

## IV. Das Vorkommen von Blutgefässen im Gelenkknorpel während dessen Entwicklung.

### Historik.

Man hat sich im allgemeinen an die Auffassung gewöhnt, dass das Knorpelgewebe Blutgefässe überhaupt vermisst (vergl. z. B. STÖHR-SCHULTZE (1912), S. 164, SZYMONOWICZ (1915), S. 70, MAURER (1915), S. 254, KOPSCH-RAUBER (1912), S. 92, u. a. m.), eine Auffassung, die im grossen Ganzen gesehen, wenn von dem fertig gebildeten Knorpel die Rede ist, richtig ist. Es muss doch erwähnt werden, dass man vollkommen entwickeltes Knorpelgewebe kennt, das überhaupt keine Ossificationserscheinungen zeigt, aber dennoch Blutgefässe besitzt, so z. B. der Knorpel im Septum narium bei den grossen Säugetieren KOELLIKER, (1889, S. 110) und der permanente Endknorpel auf dem Processus spinosi der Thoracalwirbeln beim Pferd, ebenso der Knorpel im Larynx und Trachea der grossen Haustiere (Stoss, 1918, S. 29). Es mangelt sogar nicht an Behauptungen, laut welchen „in allen Knorpeln nicht nur der Kinder und jungen Tiere, sondern auch vollkommen erwachsener Individuen stets Blutgefässe vorhanden sind“, BUBNOFF (1868, S. 912). Anders ist das Verhältnis mit den Knorpeln, wo der Ossificationsprocess im Gange ist; in diesen sind reichlich Blutgefässe vorhanden. Ebenso trifft man Gefässkanäle und Blutgefässe in dem wachsenden Knorpel wie schon KOELLIKER (1889, S. 110) gezeigt hat, aber wie diese Gefässkanäle entstanden sind und wie sie nacher verschwinden, darüber sind unsere Kenntnisse sehr gering.

Betreffs des Entstehens der erwähnten Gefässkanäle sagt KOELLIKER (1889, S. 114), dass er es für das Wahrscheinlichste hält, „dass dieselben ebenso entstehen, wie die gefässhaltigen Räume im ossifizierenden Knorpel, mit anderen Worten, dass das Periost mit seinen Gefässen selbständig in den Knorpel einwächst und denselben zum Schwinden bringt“. In RAUBER'S Lehrbuch äussert sich KOPSCH (1914, S. 92) über die Sache ganz kurz in derselben Richtung „später allerdings, wenn er (der Knorpel) mächtiger

wird schiebt das Perichondrium in den Knorpel eindringende Gefässe ab“. Auch HANSEN (1905, S. 716) spricht nebenbei über die „Gefässkanäle, die in den Knorpel eindringen“.

MEYER (1849, S. 303, 304) hat an verschiedenen Stellen im Knorpelgewebe eine Auflösung der Grundsubstanz des Knorpels beobachtet. Hohlräume und Kanäle, in welchen die Blutgefässe laufen, sind laut genanntem Verfasser durch eine solche Auflösung entstanden, die MEYER „gallertige Auflockerung des Knorpels“ nennt. Diese Auflockerung ist eine in der Natur des Knorpels begründete Metamorphose und ist weder als Vorläufer noch Begleiter oder Folge der Gefässbildung anzusehen. Wenn sich Gefässe in den entstandenen Lücken bilden, so ist dieses nur als etwas Zufälliges zu betrachten. Eine Möglichkeit hierfür scheint vorzukommen, wo ein in obengenannter Weise entstandenes System von Lücken, gefässreicher Gewebe, wie z. B. das Perichondrium, trifft. Gegen die eben erwähnte Auffassung meint RANVIER (1875, S. 291), dass Knorpelgefässe bei ihrer Entwicklung Knorpelgrundsubstanz auflösen, wobei Knorpelzellen frei werden. Betreffs des Verschwindens der Knorpelgefässe ist TILLMANS (1877) auf Grund eigener Beobachtungen zu der Auffassung gekommen, dass die im *fetalen* Knorpel „vorkommenden Gefässbahnen später allmählich mit dem zunehmenden Gehalt an mucinöser Kittsubstanz verschwinden“ (S. 19).

Was speziell die Gefässe des Gelenkknorpels betrifft, so finden wir in einer Arbeit von TOYNBEE (1841) eine etwas mehr eingehende Beschreibung über das Vorhandensein der Blutgefässe im Gelenk während seiner Entwicklung. TOYNBEE unterscheidet zwei Perioden der Entwicklung des Gelenkknorpels; während der früheren Periode vermisst man Blutgefässe, die während der späteren Periode in demselben vorkommen. Die Zeit für das Beginnen der letztgenannten Periode ist schwer zu bestimmen. Die Gefässe des Gelenkknorpels treten zuerst unter der freien oder synovialen Fläche auf. Bei einem ca. 5 Monate alten Embryo ist der ganze untere Teil des Femur, mit Ausnahme seiner Gelenkfläche, mit zahlreichen, verschieden tiefen Vertiefungen versehen. Die tiefsten schliessen blind, entweder ungeteilt oder als zweigeteilte Kanäle. Einige von diesen Kanälen sind gegen die Mitte der Epiphyse gerichtet, andere gegen die Ossificationsgrenze oder den Gelenkknorpel. Diese Kanäle perforieren sich keinen Weg zum erwähnten Knorpel. In den Kanälen läuft eine dünne Arterie, die in einer Anschwellung oder einem Konvolut von Verzweigungen schliesst, aus welchen eine Vene entspringt. Wenn der Gelenkknorpel an Dicke zunimmt und der Knochenkern in der Epiphyse grösser wird, ziehen sich diese Gefässe allmählich zurück und lassen eine merkbare Masse von gefässfreiem Knorpel zwischen dem Knochenkern und der Synovialhant (welche nach TOYNBEE den Gelenkknorpel beim Embryo überzieht) zurück.

Ausser den oben beschriebenen Knorpelgefässen gibt es andere Gefässe, die sich während der Entwicklung des Gelenkknorpels zwischen demselben und der deckenden Synovialhaut befinden. Bei 3—4 Monate alten Embryonen bilden diese Gefässe feine Schlingen unter der Synovialhaut. Im 5. Fetalmonat gehen diese Schlingen etwas auseinander und breiten sich über die Fläche des Knorpels zu einer Breite von  $\frac{1}{2}$  Linie aus. Zwischen dem 7. und 8. Fetalmonat werden sie allmählich der Länge nach ausgedehnt und ihre schlingenförmigen Enden liegen  $1\frac{1}{2}$  Linie von der Anheftungsstelle des Lig. teres (TOYNBEE'S Beschreibung bezieht sich auf Caput femoris). Beim Embryo im Alter von 8 Monaten fangen diese Gefässe an sich zurückzuziehen, so dass sie bei der Geburt und der nächst darauf folgenden Zeit wieder an der Anheftungsstelle des Lig. teres liegen. Die Zone, wo die Gefässe früher vorkommen, ist noch eine Zeit erkennbar durch die weisse Farbe des Bindegewebes zwischen dem Knorpel und der Synovialhaut. — Auch in anderen Gelenken sagt TOYNBEE nachgewiesen zu haben, dass die Gefässe der Synovialhaut ein Band bilden, das die Zirkumferenz des Gelenkknorpels umgibt.

Irgend welche spezielle Untersuchungen über die Gefässe des Gelenkknorpels ist es mir nicht gelungen in der Litteratur zu finden. Eine Arbeit von HEITZMANN (über die Rück- und Neubildung von Blutgefässen im Knochen und Knorpel Wien. med. Jahrb. (1873, S. 178—194), welche wahrscheinlich in dieser Hinsicht wichtige Aufklärungen enthalten dürfte, habe ich nicht Gelegenheit gehabt weder in Original noch Referat kennen zu lernen.

## Eigene Untersuchungen.

### 1. Das Auftreten von Blutgefässen in der Anlage des Gelenkknorpels.

Prüft man den Epiphysknorpel in den früheren Entwicklungsstadien so findet man konstant, dass man die Blutgefässe in demselben vollständig vermisst. Dagegen scheinen sie schon sehr früh ein Netz um den Knorpel zu bilden. Die embryonalen Knorpeln sind — wie früher beschrieben — an den Stellen, wo sich später eine Gelenkspalte bildet, anfangs mit einander verbunden durch eine blastematöse Zwischenscheibe. Wo diese Zwischenscheibe etwas dicker ist, enthält dieselbe kapilläre Gefässe, deren Vorhandensein schon von HAGEN-TORN (1882) nachgewiesen wurde. In der Mitte dieser Zwischenscheibe öffnet sich später die Gelenkspalte, woraus folgt, dass eine dünne Schicht von Bindegewebe wie ein Perichondrium (BROMAN, 1911) anfangs die Gelenkfläche deckt. Beim Entstehen der Gelenkspalte schliessen sich die Gefässe der Zwischenscheibe den oberflächlichsten Teilen des werdenden Gelenkknorpels an, jedoch hauptsächlich in der Peripherie des Knorpels, und hängen mit den Gefässen der Umgebung an

der Anheftungsstelle der werdenden Kapsel zusammen. Hier und dort dringen einzelne Kapillarschlingen sogar ein Stück in die chondrogene Übergangsschicht ein, aber abgesehen von diesen oberflächlichen Gefässen entbehrt der Epiphysknorpel in diesen Stadien noch Gefässe (Fig. 1).

Bei meinen Untersuchungen habe ich gefunden, dass beim Entstehen der Gelenkspalte im Anfang in der mittlersten Schicht der oben erwähnten Zwischenscheibe eine Anzahl von kleineren Spalten entsteht, die von einander durch Bindegewebslamellen und -Stränge getrennt sind. Diese Lamellen, deren Vorkommen auch KAZZANDER (1894) konstatiert hat, sind im allgemeinen nicht gefässführend und verschwinden auch allmählich in dem Masse, wie die Gelenkspalte einheitlich wird. Im Hüftgelenk befindet sich dagegen ein gefässführender Bindegewebsstrang, die Anlage für Lig. teres femoris, welcher auf Grund dieser seiner Eigentümlichkeit fortbestehen wird und während der Entwicklungsperiode des Caput femoris eine sehr wichtige Blutbahn besitzt.

Die in den oberflächlichen Teilen der Epiphyse und des Gelenkknorpelansatzes laufenden Gefässe suchen sich später in dem Masse wie der erwähnte Knorpel zuwächst allmählich weiter in die Tiefe desselben und vaskularisieren den Epiphysknorpel einschliesslich des werdenden Gelenkknorpels, so dass man innerhalb einer ziemlich kurzen Zeit den ganzen Epiphysknorpel von kleinen Gefässkanälen und den begleitenden Blutgefässen durchzogen findet (Fig. 12). Prüft man näher, wie die Gefässe in den erwähnten Knorpel eingeführt werden, so kann man zwei verschiedene Weisen unterscheiden: teils werden die oberflächlichen Schichten, in denen die Blutgefässe sich befinden, direkt in Knorpelgewebe umgewandelt, und eine Folge dieser Umwandlung ist, dass die in der erwähnten Schicht laufenden Gefässe gleichzeitig vom Knorpel umgeben werden (Fig. 2); teils kann man beobachten, wie die im Knorpel in obenerwählter Weise eingefassten Gefässe seitliche Verzweigungen abschicken welche tiefer in den Knorpel eindringen. Während der ersten Zeit, wo Gefässe im Epiphysknorpel vorkommen, kann keines von diesen Gefässen bis zur Verknöcherungslinie verfolgt werden und von dort zur primären Markhöhle der Diaphyse oder umgekehrt. Die direkte Nutrition des Epiphysknorpels geschieht also während dieser Zeit ausschliesslich durch Gefässe, die längs des Perichondriums und der werdenden Gelenkkapsel zum erwähnten Knorpel laufen. Eine Folge dieser Vaskularisierungsweise ist, dass die Gefässe im Anfang nur in den oberflächlichsten Teilen des Epiphysknorpels auftreten.

Diese Anordnung von Gefässen in der wachsenden Epiphyse besteht jedoch nur eine kürzere Zeit. Schon früh (im Caput humeri eines 11 em langen Menschenembryos) können Gefässe nachgewiesen werden, welche zum Epiphysknorpel durch die Ossificationsgrenze von der Diaphyse vordringen. Die letztgenannten Gefässe, deren Vorhandensein von dem Ossificationsprozess in der Diaphyse abhängig ist scheinen allmählich

merkbar an Grösse zuzunehmen und bilden wenigstens ebenso kräftige und sogar kräftigere Gefässe im Epiphysknorpel als die von der Gelenkkapsel resp. dem Perichondrium herstammenden Gefässe. — Ausser diesen zwei Kategorien von Gefässen kann noch eine dritte erwähnt werden, nämlich Gefässe, die dicht unter dem Teil der Gelenkkapsel laufen, der die Kante des Gelenkknorpels deckt. (Vergl. Fig. 12). Die erwähnten Gefässe stehen zwar in Verbindung mit den eigentlichen im Knorpel laufenden Gefässen, aber sie befinden sich entweder in den tieferen Teilen des fibrillären Kapselgewebes oder ganz an der Grenze zwischen diesem Gewebe und dem Knorpel, so dass die eine Wand der Kanäle aus Bindegewebe, die andere aus Knorpel gebildet ist; auch ein Stück in das eigentliche Knorpelgewebe hinein trifft man diese Kantengefässe des Gelenkknorpels. Zu bemerken ist, dass diese Gefässe oder einzelne Reste von ihnen auch in den fertig gebildeten Gelenken angetroffen werden, wo sie unter dem Namen von „*Circulus articuli vasculosus* (HUNTERI)“ bekannt sind.

Noch nachdem der Ossificationsprozess fast seine definitive Ausdehnung in der Epiphyse erreicht hat, konstatiert man Gefässe in dem den Knochenkern deckenden Gelenkknorpel. Die letzterwähnten Gefässe kommen jetzt hauptsächlich, wenn nicht ausschliesslich, durch die Ossificationsgrenze von dem Knochenkern der Epiphyse und laufen hauptsächlich senkrecht zur Fläche des Gelenkknorpels. Schliesslich fangen diese Gefässe an zu verschwinden, so dass sie in dem fertiggebildeten Gelenkknorpel nicht mehr nachzuweisen sind, doch darüber Näheres später.

Wir gehen jetzt daran die Gefässe des Epiphysknorpels in Detail zu untersuchen. — Schon aus dem Gesagten geht hervor, dass die Blutgefässe, die man ursprünglich in dem embryonalen Knorpel vermisst, gezwungen sind sich in den Knorpel zu suchen, dadurch, dass sie in irgend einer Weise die Auflösung des vorhandenen Knorpels verursachen und sich so den Weg in denselben bahnen. Eine Ausnahme von dieser Anordnung machen nur die früher beschriebenen Gefässe, welche in der oberflächlichsten Bindegewebsschicht oder in der chondrogenen Übergangsschicht vorkommen, und von der neugebildeten Knorpelsubstanz umfasst werden. Ebenfalls ist á priori anzunehmen, dass in demselben Masse, wie die im Knorpel laufenden Blutgefässe an Grösse und Umfang zunehmen auch die entsprechenden Gefässkanäle vergrössert werden müssen. — In den Wänden der erwähnten Gefässkanäle kann man auch Veränderungen antreffen, welche deutlich beweisen, dass dort eine reichliche Resorption der Grundsubstanz des Knorpels vorkommt. Oft findet man nämlich in den Kanalwänden Knorpelzellen, deren Zellenhöhle von dem Lumen des fraglichen Gefässkanals durch eine äusserst dünne Lamelle von Grundsubstanz getrennt wird (Fig. 13), weiter sieht man schalenförmige Zellenhöhlen, welche sich mit verschiedenen grossen Mündungen gegen den Lumen des Gefässkanals öffnen, aber ihre Knorpelzellen noch enthalten, und schliesslich kann man auch Reste

einer Knorpelzellenhöhle nachweisen, deren an den Kanallumen grenzende Wand mehr oder weniger vermisst wird. Ausserdem trifft man hier und da in den peripheren Teilen des Gefässkanales zwischen den dort befindlichen freien Zellen Reste der Knorpelgrundsubstanz in Form von unvollständigen Scheidewänden. Gewöhnlich werden die Wände der Gefässkanäle bei etwas älteren Stadien aus Knorpel gebildet, dessen Grundsubstanz sich sehr stark mit sauren Farbstoffen färbt (wie z. B. mit VAN GIESON's Pikrofuksin oder mit Säurefuksin). Diese intensiv acidophile Grundsubstanz erstreckt sich in den Stadien, wo der Gefässkanal sich noch vergrössert, nicht immer ganz bis zur inneren Fläche des Kanales, sondern verliert nahe der Wand des Kanals etwas von ihrer Färbbarkeit, so dass eine oder zwei Reihen Knorpelzellen in der helleren Randzone zu liegen kommen. Diese ungleichmässige Reaktion der Knorpelsubstanz gegenüber Farblösungen sind wohl auf die chemischen Veränderungen zurückzuführen, welcher die erwähnte Knorpelsubstanz vor ihrer definitiven Auflösung in der Wand des Gefässkanals unterworfen ist. Es sind nämlich gerade diese innersten, in den schwächer gefärbten Grundsubstanzen vorkommenden Zellen, welche die oben erwähnten Eigentümlichkeiten zeigen.

Alle die oben beschriebenen Befunde betreffs der Wandteile des Gefässkanals beweisen, dass unsere früher ausgesprochene Annahme über eine Resorption des Knorpels in der Wand der erwähnten Kanäle beim Zuwachsen der Gefässe richtig war. Schwerer ist es allerdings dem Zuwachs des Gefässkanals der Länge nach zu folgen. Hierbei müssen wir zwei verschiedene Arten des Zuwachses unterscheiden, und zwar einen Zuwachs des Gefässkanals mit einem einzeln verlaufenden Kapillargefäss oder mit einer Gefässschlinge. Wir richten hier unsere Aufmerksamkeit zuerst zu dem Gefässkanalen mit einzeln verlaufenden Kapillaren. — An vielen Stellen in meinen Präparaten, immer in der Nähe von Gefässkanälen habe ich Bildungen beobachtet, welche aller Wahrscheinlichkeit nach geeignet sind Licht über diese Frage zu werfen, nämlich äusserst feine Hohlräume, begrenzt von zwei oder mehreren Zellen (Fig. 14 A). Die erwähnten Zellen ähneln bogenförmig gebeugten Knorpelzellen und schliessen sich ganz wie gewöhnliche Knorpelzellen dem umgebenden Knorpel ohne irgend eine merkbare Grenze an. Diese kleinen Hohlräume, welche ich als quergeschnittene Kanäle aufgefasst habe, sind im allgemeinen leer, aber aller Wahrscheinlichkeit nach — obwohl man keine Kerne der Endothelzellen nachweisen kann — mit endothelartigen Häutchen bekleidet. Diesen schliessen sich aber andere, etwas weitere und deutlich blutführende Kanäle, Kapilläre, an, in deren Wand Endothelzellen nachgewiesen werden können. (Fig. 14 B. u. C.). Stross' Behauptung, dass es in dem vascularisierten Knorpel keine Kapilläre gibt, ist streng genommen nicht richtig, wenn es den embryonalen Knorpel gilt; hierbei muss doch erwähnt werden, dass auch hier die genannten Kapilläre spärlich vorkommen und

in den etwas älteren Stadien nur in der Nähe von grösseren Gefässkanälen. — Was die Erklärung der oben beschriebenen Befunde betrifft, glaube ich mich doch nicht mit Bestimmtheit aussprechen zu können, wenn ich es auch für möglich halte, dass wir es hier mit der Entwicklung von Gefässkanälen im Knorpel zu tun haben. Die Neubildung von Kapillären geschieht, wie man sie im allgemeinen auffasst, in der Weise, dass von den schon vorhandenen Kapillären dünne, anfangs solide Abzweigungen ausgehen, welche allmählich in dem Masse wie sie zuwachsen, ihr Lumen erhalten, entweder als Fortsetzung von dem Lumen der Mutterkapillar oder auf die Weise, dass in dem soliden Protoplasmastrang Vakuole entstehen, welche später in einander zerfliessen. (GOLUBEW, 1869 und ROUGET, 1873). Die genannten Verzweigungen sind also protoplasmatische Ausläufer, ausgesandt von den Zellen der Gefässwände, anfangs vermissen sie meistens einen Zellkern. Man sollte annehmen können, dass ein solcher Protoplasmaausläufer in dem jungen Knorpelgewebe bestimmend auf die Knorpelzellen einwirken sollte, mit welchen derselbe in Kontakt kommt, so dass diese Zellen sich bei ihrer Teilung in Ringe um den genannten Ausläufer ordnen würden und auf diese Weise dem Gefäss Gelegenheit geben sich in den Knorpel einzubetten.

Ausserdem kann man besonders bei etwas älteren Stadien Gefässkanäle finden, welche blind endende Seitensprosse absenden. In diesen Sprossen läuft eine kapillare Gefässschlinge. Diese Seitensprossen werden allmählich immer länger, indem die genannte Gefässschlinge sich in die Länge ausdehnt und wachsen so zu Gefässkanälen aus. Hierbei geschieht natürlich die stärkste Knorpelresorption am blinden Ende des genannten Sprosses, gerade dort wo die Grundsubstanz mit dem höchsten Punkt der Kapillarschlinge in Berührung kommt.

Wenn wir hier von der Resorption des Knorpels und dem Eindringen der Gefässe in die Grundsubstanz sprechen, müssen wir uns erinnern, dass es hier um das embryonale Knorpelgewebe handelt, in welchem die Zellen dicht an einander liegen und die Grundsubstanz weniger resistent ist.

Wir haben jetzt noch zwei Fragen zu diskutieren, welche sich den letzterwähnten Erscheinungen beim Vascularisieren des Epiphysknorpels anschliessen, nämlich welche die resorbierenden, chondroklastischen Elemente sind und wie es mit den Knorpelzellen, welche auf oben angegebene Weise sich von dem Knorpel losmachen, geht. — Um in die erste Frage Klarheit bringen zu können, muss man den Inhalt eines Gefässkanals untersuchen, während er im Bilden begriffen ist. In den aller frühesten Stadien bei welchen das Vascularisieren des Knorpels beobachtet werden kann, sieht man, dass kapilläre Gefässe in die Grundsubstanz eindringen und für sich Kanäle bilden, die sie gänzlich ausfüllen, sodass sich die Kapillarwand dem umgebenden Knorpelgewebe direkt anlegen wird. (Fig. 4. B). Diese kapillären Gefässe können verhältnismässig tief im

Knorpel beobachtet werden. Es dürfte kaum einem Zweifel unterworfen sein, dass in diesen Fällen Intimazellen der Knorpelkapilläre als knorpelauflösende Elemente wirken. Eine solche Annahme scheint mir auch deshalb begründet zu sein, weil man schon früher eine ungefähr entsprechende Funktion kennt, die die Endothelzellen beim Lösen der Knochengewebe übernehmen können. SCHAFFER (laut v. EBNER, 1902, S. 673) hat nämlich bewiesen, wie die Endothelzellen der Kapilläre sich zu typischen Resorptionsorganen für das Knochengewebe, Osteoklasten, umgestalten können. Ausserdem kann man an einigen Stellen direkt beobachten, wie eine Endothelzelle sich gegen eine Knorpelzellenkapsel legt, welche da, wo die Berührung mit der Endothelzelle erfolgt, äusserst verdünnt ist. (Fig. 14 B).

Diese ursprüngliche Anordnung scheint jedoch sehr bald zu verschwinden, denn in allen etwas älteren Stadien habe ich in den Blutgefässkanälen regelmässig ausser Blutgefässen Zellen gefunden, welche den Zellen in dem embryonalen Bindegewebe vollkommen zu entsprechen scheinen (Fig. 13 und 14 C). In älteren Stadien entwickeln diese Zellen Fibrillen, und das um die Blutgefässe herum befindliche Gewebe nimmt dann den Charakter eines lockeren fibrillären Bindegewebes an. In Stadien, wo die oben beschriebenen Bindegewebszellen in den Gefässkanälen genügend reichlich vertreten sind, tritt das Blutgefäss nicht mehr in direkte Berührung mit dem Knorpel, der die Wand des Gefässkanals bildet, sondern werden diese Gefässe in der Regel von einer dünneren oder dickeren Bindegewebsschicht umgeben. Es dürfte ausgeschlossen sein, dass die Intimazellen der Blutgefässe sodann noch irgend einen Einfluss auf den Knorpel in der Wand des Gefässkanals ausüben könnten, weshalb die knorpellösende Funktion übergehen muss auf die einzigen in dem genannten Kanal befindlichen und mit dem Knorpel in Berührung stehenden Zellen, nämlich auf die Bindegewebszellen, welche die innere Wand des Gefässkanals bekleiden, falls auch die in ihren Höhlen in der Kanalwand befindlichen Knorpelzellen nicht selbst bei der erwähnten Auflösung mitwirken. Wenn man aber annimmt, dass die Knorpelzellen hierbei irgend eine grössere Rolle spielen sollten, so müsste man die Auflösung und das Verschwinden der Knorpelgrundsubstanz zu aller erst in der nächsten Nähe der Knorpelzellen erwarten, was zu einer Vergrösserung der Höhlen der Knorpelzellen führen würde. Etwas derartiges kann doch nicht nachgewiesen werden, weshalb den in der Grundsubstanz eingeschlossenen Knorpelzellen beim Auflösen der Grundsubstanz in jetzt berührtem Falle kaum eine grössere Bedeutung beigemessen werden kann. — Mit dem Vorhergehenden habe ich doch keinenfalls die Möglichkeit ganz und gar bestreiten wollen, dass auch diese Zellen beim Auflösen des Knorpels mitwirken sollten. Im Gegenteil glaube ich die Vermutung aussprechen zu können, dass wenn die Höhle einer Knorpelzelle sich gegen den Gefässkanal öffnet und die Knorpelzelle, wie später beschrieben werden soll, seinen Ausläufer abschickt, welcher

später mit den Zellenausläufern in dem erwähnten Kanal in Berührung tritt, dieser Ausläufer auch auf die Knorpellamelle, die er perforiert chondroklastisch wirkt.

Der Vollständigkeit halber mag hier noch hervorgehoben werden, dass es sogar verhältnismässig weite Gefässkanäle gibt, in denen die Gefässe so gruppiert sind, dass einzelne Kapilläre sich direkt gegen die Knorpelwand der Gefässkanäle legen (Fig. 16). In diesen Fällen können die Intimazellen der Kapilläre fortgesetzt als Chondroklasten fungieren.

Riesenzellen habe ich in den Gefässkanälen in den früheren Stadien nicht gefunden. Dagegen habe ich beobachtet, dass Gefässe, die von der Diaphyse durch die Ossificationsgrenze zur Epiphyse dringen, sich mit Hilfe der genannten Zellen Weg im Knorpel bahnen, welche nicht selten in diesen „perforierenden“ Gefässkanälen angetroffen werden, besonders in deren vordringenden Enden. In einem Präparat, herkommend von der distalen Epiphyse der Basalphalange von Daumen eines drei Jahre alten Kindes, habe ich ebenfalls gefunden, dass eine Gewebsknospe, ein Blutgefäss enthaltend, von dem Perichondrium zu dem Epiphysknorpel gewachsen ist, so dass eine Anzahl von Riesenzellen seinen Weg bahnten.

Von der früheren Darstellung kommt man leicht zu der Auffassung, als ob es immer mit Ausnahme der durch die Ossificationsgrenze oder von dem Perichondrium eindringenden Gefässen nur Kapilläre wären, die sich in den Knorpel hineinsuchen. Das ist doch keineswegs der Fall. Im Gegenteil trifft man auch Gefässkanäle, die blind im Knorpel endigen und eine etwas stärkere Gefässschlinge umgeben von Bindegewebszellen enthalten. Ein solcher Gefässkanal wächst weiter in dem Knorpel in derselben Masse, wie die erwähnte Gefässschlinge länger wird. Die Auflösung des Knorpels und die Bildung der Gefässkanäle geschieht hierbei in derselben Weise, wie oben beschrieben.

Wir gehen jetzt auf die zweite von uns eben gestellte Frage betreffs des Schicksals der befreiten Knorpelzellen über. Es ist schon früher angegeben worden, wie beim Zuwachsen des Gefässkanals die Grundsubstanz in der Wand des Gefässkanals allmählich aufgelöst wird und die Hohlräume der Knorpelzellen sich in den genannten Kanal hinein öffnen. Gleichzeitig als dieses geschieht, nehmen die befreiten Knorpelzellen spindeförmige oder verzweigte Form an; man kann sehen wie ihre Protoplasmaausläufer sich aus ihrer eben geöffneten Knorpelhöhle ausstrecken und Anastomose mit den im Kanallumen befindlichen, freien Zellen eingehen (Fig. 13). An anderen Stellen kann man alle denkbaren Übergangsformen zwischen den im Gefässkanal befindlichen Zellen und den erwähnten Zellen am nächsten liegenden Knorpelzellen finden, welche also allmählich die Form von Bindegewebszellen annehmen und anfangs sich in einer Reihe der Wand des Gefässkanals entlang ordnen (Fig. 14 C). Das im Gefässkanal befindliche Bindegewebe dürfte sich also zum grossen Teil, in gewissen Kanälen vielleicht

ausschliesslich, von den befreiten Knorpelzellen entwickeln. Dass dies der Fall sein muss wird auch dadurch bewiesen, dass die genannten Gefässkanäle anfangs nur eine Blutgefässkapilläre ohne irgend welche Bindegewebszellen enthalten. Da die in dieser Weise gefüllten Gefässkanäle lange Strecken im Knorpel laufen, wäre es schwer zu verstehen, wie diese langen schmalen Kanäle gleichzeitig, dass das Kanallumen sich ausdehnt, so schnell ihr verhältnismässig zellenreiches Bindegewebe bekommen würden, wenn nicht die von der Wand des Kanals freigewordenen Knorpelzellen hierbei in Anspruch genommen werden würden. Entsprechende Veränderungen des Charakters der embryonalen Zellen sind an vielen anderen Stellen beobachtet worden.

Das eben Gesagte gilt doch nicht gleich bestimmt für alle Gefässkanäle. Gefässe, welche durch die Verknöcherungsgrenze in den Epiphysknorpel eindringen, oder später aus dem Perichondrium einwachsen, und welchen von Anfang an Bindegewebe und Riesenzellen folgen, führen eine grosse Mengen Bindegewebszellen aus dem Perichondrium oder aus der Markhöhle der Diaphyse mit sich. Diese principielle Verschiedenheit der beiden Arten von Gefässkanälen ist leichter zu verstehen, wenn man bedenkt, dass die zuerst beschriebenen Gefässe ursprünglich der Epiphysanlage gehören, wenn sie sich auch anfangs auf ihrer Oberfläche oder in ihrem oberflächlichen Lager befinden, wo dagegen die zuletzt beschriebenen Gefässe von aussen in den erwähnten Knorpel hinein gewachsen sind. Wir hatten früher Gelegenheit einen entsprechenden Unterschied zwischen den beiden Arten von Gefässen auch betreffs des Vorhandenseins von Riesenzellen zu konstatieren.

In diesem Zusammenhang kann ich nicht unterlassen eine Annahme zu erwähnen, die BÖHM und DAVIDOFF (1903 S. 81) in ihrem Lehrbuch der Histologie aussprechen, als sie die Ossification des Epiphysknorpels beschreiben. Die erwähnten Verfasser halten es nämlich für möglich, wenn auch nicht bewiesen, dass bei diesem Prozess Gewebsknospen (mit Blutgefässen) ähnlich denen die im Anfang des Ossifikationsprozesses aus dem Perichondrium in den Diaphysenknorpel hineinwachsen, in diesen Fällen auch aus der Diaphyse durch den Grenzknorpel der Epiphyse in diese hineinwachsen können. Meine oben beschriebenen Befunde scheinen mir bewiesen zu haben, dass die Annahme der genannten Verfasser vollkommen richtig ist.

Auch die von BAILLEUL (1911) konstatierte Eigentümlichkeit beim ersten Metatarsal- und Metacarpalknochen, nämlich dass deren „distale Epiphyse stellenweise durch Spongiosa mit der Diaphyse zusammenhängt“ dürfte durch das Vorkommen der obenerwähnten Gewebsknospen ihre Erklärung finden.

Diese oben in Kürze berührten Befunde stützen nicht die von MEYER (1849) ausgesprochene, in einem früheren Zusammenhange erwähnte Auffassung, dass das Einwachsen der Blutgefässe in den Knorpel nicht mit der Entwicklung der Gefässkanäle zusam-

menhängen sollte. Im Gegenteil sehen wir, dass beide diese Prozesse ganz parallel zu einander verlaufen. Es muss doch erwähnt werden, dass KLINTZ (1911) gefunden hat, dass der primäre Markraum der *Salamandra maculosa* in den Diaphysen ganz unabhängig vom osteogenen Gewebe auftritt, indem derselbe durch den periostalen Knochen vollständig gegen das Periost hin abgeschlossen erscheint. Erst später treten an der Diaphyse Öffnungen auf, durch welche der Periost mit den Blutgefässen in den Markraum eindringen kann.

Die oben diskutierte Resorption von Knorpeln in der Wand der Gefässkanäle kann nicht direkt mit der Umwandlung und dem Verschwinden des Knorpels beim Ossifikationsprozess verglichen werden; deshalb ist auch das Schicksal der Knorpelzellen in beiden diesen Fällen verschieden. Ich beschränke mich hier nur darauf aufmerksam zu machen, wie das Knorpelgewebe in dem erwähnten Fall verkalkt und hypertrophiert wobei die Knorpelzellen und ihre Höhlen in einer Weise verwandelt werden, die gar nicht an die beim Vasularisieren des Knorpels beobachteten Erscheinungen erinnert. Auf Grund alles diesen dürfen wir auch nicht erwarten, dass der spätere Schicksal der Knorpelzellen sich in beiden diesen Fällen gleich verhalten würden. — Die hier oben geschilderte Umwandlung von Knorpelzellen in Bindegewebszellen, welche zusammen mit Blutgefässen den Gefässkanal füllen, wird noch mehr dadurch gestützt, dass dieselben Zellen sich später aufs neue zu Knorpelzellen entwickeln, wie wir im Folgenden sehen werden.

## 2. Die Gefässkanäle und die Blutgefässe im Knorpel.

Wir haben im Vorhergehenden gesehen, wie sich die Blutgefässe Kanäle im Knorpel bilden und wie sich diese Kanäle allmählich vergrössern; uns bleibt noch übrig mit den Veränderungen bekannt zu werden, die diese Gefässkanäle in dem umgebenden Knorpelgewebe verursachen. — Schon in frühen Stadien kann man merken, wie sich der den Gefässkanälen am nächsten anschliessende Knorpel im Verhältnis zu diesen Kanälen ordnet. Die Knorpelzellen bilden nämlich bald konzentrische Ringe um die erwähnten Kanäle, etwas an die Anordnung in den HAVER'schen Lamellensystem erinnernd. Die Zellen in diesen Ringen sind schwach abgeplattet, so dass ihre eine flache Seite nach den Gefässkanälen zeigt. Meistens sieht man doch nur eine oder einige Reihen von in dieser Weise gebildeten Knorpelzellen die genannten Kanäle umgeben. — Trotz des oben erwähnten Vergleichs will ich mich keineswegs der Ansicht MOLLIER's und ROMÉI's über die Bedeutung der im Knorpel nachweisbaren Strukturgebilde als Vorläufer entsprechender Gebilde im Knochen anschliessen. Im Gegenteil bin ich, wie SCHAFFER (1911) der Meinung, dass diese sowie auch gewisse andere von mir im embryo-

nenalen Epiphys- einschl. Gelenkknorpel angetroffenen, regelmässig vorkommenden architektonischen Zellen- resp. Gewebsanordnungen von bestimmten Momenten beim Zuwachsen des Knorpels abhängig sind („Wachstumsarchitektur“ KASSOWITZ) oder verursacht von anderen mechanischen Momenten im Knorpel. Dass diese und nicht die MOLLIER-ROMEI'sche Erklärung, wenigstens in dem jetzt vorliegenden Falle, richtig sein muss, wird deutlich dadurch bewiesen, dass ein Teil der Gefässe, von denen hier die Rede ist, nie in Knochengefässe umgewandelt werden, sondern später verschwinden.

In der Grundsubstanz um die Gefässkanäle herum tritt eine, anfangs etwas undeutliche fibrilläre Struktur hervor. Dieselbe färbt sich mit VAN GIESON'S Pikrinsäure-Säurefuksin stärker rot als die Umgebung und mit der Methylenblau-Xylol-Methode treten hier — wie wir schon früher gesehen haben — zu aller erst die violett gefärbte interterritoriale Substanz auf (Fig. 15 u. 16). Laut RANVIER (1875, S. 291) ist die Wandpartie der Gefässkanäle im Knorpel fester als das Gewebe im übrigen, und die Knorpelzellen abgeplattet, sodass die genannte Wand dem oberflächlichen Teil des Knorpels so ziemlich ähnelt. — Obenerwähnte eigentümliche Färbbarkeit der Grundsubstanz um die Gefässkanäle im Knorpel wird u. a. schon von RENAULT (1887) hervorgehoben. Auch STOSS (1918, S. 30) erwähnt, dass die Knorpelgrundsubstanz in der nächsten Nähe der Gefässkanäle im permanenten Knorpel der Processus spinosi beim Pferde eine ungleiche Färbbarkeit im Verhältnis zu der übrigen Grundsubstanz zeigt, in der Hinsicht nämlich, dass dieselbe mit der Hämatoxylinfärbung fast farblos wird, wo sie dagegen mit Säurefuksin intensiv gefärbt wird. Eine gleiche Oxyfilie der Knorpelgrundsubstanz hat SCHAFFER (1911) unter dem Perichondrium beobachtet. Ebenso LUBOSCH (1900, S. 259—260) in den oberflächlichen Teilen des Gelenkknorpels und HANSEN (1905, S. 575) sowohl unter dem Perichondrium als um die Gefässkanäle herum. STOSS erklärt, dass dieselbe sowohl in der Nähe der Gefässkanäle als unter dem Perichondrium von der Durchsättung des Gewebes mit Lymphe abhängig ist. Auch SRDINKO (1903) erklärt, dass das Entstehen von Fibrillen in der Nähe von Gefässkanälen auf das „Eindringen der Nahrungssäfte“ in der Grundsubstanz beruht. LUBOSCH (1910, S. 260) ist dagegen der Meinung, dass die Basophilie der Knorpelgrundsubstanz von der Funktion der Knorpelzellen abhängt und nimmt an, „dass die Acidophilie der Oberfläche (des Gelenkknorpels) auf eine modifizierte Tätigkeit der Knorpelzellen, auf eine „Stöhrung“ hindeutet“.

Ich habe jedoch, wie schon erwähnt, die Beobachtung gemacht, dass die genannte verschiedenartige Farbe der in der Nähe des Gelenkknorpels befindlichen Grundsubstanz sich nicht immer bis an den Teil der Grundsubstanz, die unmittelbar den erwähnten Kanal begrenzt, streckt. Ausserdem ist diese verschieden gefärbte Zone nach aussen oft ganz scharf begrenzt. Beide diese Tatsachen sprechen schon in ihrem Masse gegen die von STOSS gegebene Erklärung. Hierzu kommt noch, dass man in weiter vorgeschritte-

nen Entwicklungsstadien äusserst deutlich das Vorhandensein von reichlichen, stark gefärbten Fibrillen nachweisen kann, deren Vorkommen in diesen Stadien zum grossen Teil die intensive Farbe der fraglichen Zone bedingt. Zuletzt kann noch hinzugefügt werden, dass diese starke Färbbarkeit in der Grundsubstanz nahe den Gefässkanälen beobachtet werden kann noch wenn die früher im Kanal verlaufenden Gefässe vollständig atrophiert sind, ja sogar noch nachdem sich der Kanal mit einem jungen Knorpelgewebe gefüllt hat (Fig. 20 u. 24). Während dieser Zeit kann natürlich ein Lymphstrom vom Kanal nach der Grundsubstanz zu nicht mehr in Frage kommen. Auf Grund alles dieses finde ich, dass die berührte Farbendifferenz in der Grundsubstanz in der Nähe der Gefässkanäle von tiefer gehenden anatomischen Verschiedenheiten in derselben verursacht wird, und zwar vor allem durch ein reichliches Vorhandensein von Fibrillen, und durch Mangel an den basophilen Knorpelkapseln und Zellenhöfen. Der letzterwähnte Umstand scheint nach meiner Auffassung zu beweisen, dass die Knorpelzellen an diesen Stellen temporär keine Fähigkeit besitzen neue Grundsubstanz zu bilden. Diese Fähigkeit kommt den erwähnten Zellen später zu, wenn der Gefässkanal geschlossen wird und seine stärker acidophile Hülse verschwindet, wie später beschrieben werden soll.

Meine oben gegebene Erklärung stimmt mit der Auffassung HANSEN'S in dieser Frage vollkommen überein. Laut HANSEN (1899, 1905) ist die Grundsubstanz des Knorpels ein kollagenes Substrat durchdrängt von Chondroitinschwefelsäure; an einigen Stellen, wie z. B. unter dem Perichondrium, auf der Oberfläche des Gelenkknorpels und in den Wänden der Knorpelkanäle vermehrt sich die kollagene Substanz im Verhältnis zur Chondroitinschwefelsäure und die Grundsubstanz wird acidophil. Die Chondroitinschwefelsäure wird aber, wenn nicht ausschliesslich, so doch zum grössten Teil von Knorpelzellen gebildet (HANSEN, 1905, S. 698). — Der Vollständigkeit halber mag hier noch erwähnt werden, dass HANSEN (1905) die Vermutung ausspricht, dass die genannte Farbverschiedenheit in irgend einem Zusammenhang mit der von SCHMIEDEBERG angenommenen Möglichkeit stehen würde, dass Chondroitinschwefelsäure fortwährend in den Knorpeln gebildet werde, aus diesen aber diffundiere, um zu irgend einem Zwecke im übrigen Gewebe des Organismus angewandt zu werden. Nach dieser Möglichkeit würde also — im Gegensatz zu der Annahme STOSS' — ein Flüssigkeitsstrom vom Knorpel hinaus zum Perichondrium oder den Gefässkanälen die acidophile Färbefähigkeit des am nächsten der oben erwähnten Teile liegenden Knorpels verursachen. Auch WOLTERS (1891) will die gleichartige Struktur und Reaktion des Gewebes am nächsten unter dem Perichondrium und in den Wänden der Gefässkanäle in Zusammenhang mit einem gleichartigen Flüssigkeitsstrom in beiden diesen Teilen des Knorpels stellen.

In etwas älteren Stadien, wo die spindelförmigen und verzweigten Knorpelzellen in der Epiiphyse vorherrschend sind, weichen die an die Gefässkanäle am nächsten angren-

zenden Zellen von den übrigen dadurch ab, dass sie der Form nach etwas mehr rund oder etwas in der Richtung des Kanals ausgedehnt sind und keine längere Ausläufer haben (Fig. 15 und 16). Sie sind auch anders lokalisiert im Verhältnis zu dem Gefässkanal als die letzterwähnten Zellen, nämlich so, dass während die spindelförmigen und verzweigten Zellen gewöhnlich in radiären Reihen mit dem Gefässkanal als Mittelpunkt geordnet sind, ordnen sich diese runden oder elliptischen Zellen konzentrisch um diesen Kanal herum. Auch HANSEN (1905, S. 690) erwähnt diese radiäre Anordnung der Knorpelzellen um die Gefässkanäle herum.

Die Grundsubstanz in der Kanalwand ist reichlich und zeigt eine starke acidophile Färbbarkeit und eine fibrilläre Struktur. Diese stärker gefärbte Grundsubstanz bildet eine hülsenförmige Randzone für den Gefässkanal. Die obenerwähnten runden und ovalen Zellen sind gerade in dieser Randzone belegen. Von ihrer äusseren Fläche sendet diese Hülse in älteren Stadien kurze, radiär verlaufende intermediäre Züge aus, in welchen ein reichlicheres Vorkommen von Fibrillen und aus diesem Grunde eine acidophile Färbfähigkeit konstatiert wird. Diese radiär verlaufenden Züge anastomosieren netzförmig mit einander und bilden oft noch eine andere Hülse etwas ausserhalb der Vorhergehenden.

Auf Grund meiner Untersuchungen betreffs der Phänomene, die im Epiphysknorpel bei seinem Zuwachsen beobachtet werden, bin ich zu der Auffassung gekommen, dass die oben genannten spindelförmigen und verzweigten Zellen, auf deren nähere Beschreibung ich in diesem Zusammenhange nicht eingehe (vergl. darüber S. 28—36), eine wichtige Rolle gerade bei dem erwähnten Zuwachsen spielen und vor allem da vortreten, wo der Zuwachs am lebhaftesten ist. Dass die Zellen in der nächsten Umgebung des Gefässkanals einen anderen Typus als diese spindelförmigen Zellen zeigen, dürfte beweisen, dass in diesen begrenzten Gebiet ein gleich intensiver Zuwachs wie sonst im Knorpel nicht vorkommt. Die hauptsächliche Aufgabe des am nächsten um das Kanallumen befindlichen Knorpels scheint mir zu sein die Gefässkanäle und die darin befindlichen Gefässe vor dem inneren Druck zu schützen, der in dem wachsenden Knorpel herrschen muss. Diese funktionelle Eigentümlichkeit dürfte auch in ihrem Masse die sonderartige Anordnung und Bau des Knorpelgewebes um die Gefässkanäle herum erklären. — Die spindelförmigen Zellen müssen aber mit ihren langen Ausläufern, welche oft mit einander direkt zusammenhängen, auch eine wichtige Rolle beim Einströmen der Nahrungssäfte in die Grundsubstanz spielen, wobei die radiäre Anordnung der erwähnten Zellen um die Gefässkanäle herum äusserst geeignet ist.

In noch älteren Stadien findet man näher an der Verknöcherungslinie Gefässkanäle, deren Wand nicht mehr von einem besonderen hülsenförmigen Lager mit seinen eigenartigen Zellen gebildet wird, und wo die umgebenden Zellen, welche nicht mehr den Charakter spindelförmiger oder verzweigter Zellen haben, alle in radiär verlaufenden

Reihen um den Gefässkanal herum geordnet sind. Diese Ungleichheit steht offenbar im Zusammenhang mit dem Ossifikationsprozess, zu welchem der Knorpel anfängt sich vorzubereiten.

Die Gefässe, welche ursprünglich in den eben beschriebenen Kanälen im Knorpel laufen, sind reine Kapilläre. Bei den eben gebildeten Kapillären ist das Lumen nicht besonders weit und die Intimazellen dieser Haargefässe grenzen ohne merkbares Zwischengewebe an den umgebenden Knorpel. Etwas später, wenn sich der Gefässkanal in oben beschriebener Weise ausdehnt, werden diese kapillären Gefässe von einem sehr lockeren Zellengewebe umgeben. Die Zellen in diesem Gewebe sind verzweigt und hängen mit einander mittels ihrer langen protoplasmatischen Ausläufern zusammen. (Fig. 13 und 16.) Dieses zellenreiche perivasculäre Gewebe nennt RANVIER (1875) Knorpelmark und gibt an, dass dasselbe aus sowohl Bindegewebszellen wie aus Lymphzellen besteht. Nach meinen Befunden gleicht dasselbe anfangs vollständig dem embryonalen Bindegewebe. Im Anfang kommen in diesem embryonalen Bindegewebe keine Fibrillen vor. Man kann auch nicht merken, dass seine Zellen in irgend einer Weise die Endothelröhre der Kapilläre als Verstärkung umschliessen würden. Schon früh, wenn sich das Lumen des Gefässkanals etwas ausgedehnt hat, treten in demselben mehrere Kapilläre hervor, welche im übrigen sich vollkommen gleich verhalten, wie die eben beschriebenen Kapilläre. Während der darauf folgenden Entwicklungsstadien dehnen sich die Gefässkanäle allmählich aus und in demselben Masse werden die in demselben verlaufenden Lumen der Kapilläre ausgedehnt, sodass man in recht kurzer Zeit (in der Humerusepiphyse eines 7 cm langen Menschenembryos) sehen kann, wie besonders weite Kapilläre und ein nicht allzu reichliches Bindegewebe die erwähnten Gefässkanäle füllen. Aber nicht einmal dann kann man eine typische Anordnung des perivasculären Bindegewebes beobachten. — Die Knorpelzellen sind in der Epiphyse in diesen Stadien durchweg abgerundet (oder polyedrisch), typische spindelförmige oder verzweigte Zellen, wie man sie in etwas späteren Stadien antrifft, gibt es noch nicht in dem genannten Knorpel. Sobald die letzterwähnten Zellenformen auftreten verändert sich auch der Charakter des perivasculären Bindegewebes in den Gefässkanälen. Die Gefässe sind noch immer Kapilläre, aber das umgebende Bindegewebe ist nicht mehr so locker, wie in den vorhergehenden Stadien. Ausserdem ordnet es sich so, dass die Längsachse der Zellen einigermaßen mit der Längsrichtung sowohl der Blutgefässe wie auch der Gefässkanäle zusammenfällt; aber einen näheren Anschluss an die Oberfläche der Gefässe zeigt dieses Bindegewebe nicht. Gleichzeitig treten in den peripheren Teilen der Gefässkanäle zwischen den oben erwähnten Bindegewebszellen kollagene Fibrillen auf, welche man an die Knorpelwand der Gefässkanäle folgen kann, wo die Fibrillen ohne irgend eine Grenze in die Fibrillen übergehen, welche, wie schon früher nachgewiesen, in der Grundsubstanz des Knorpels

um den Gefässkanal laufen und zu dessen stärkere Färbbarkeit beitragen. Ein direkter Zusammenhang zwischen Fibrillen im Knorpel und den Bindegewebsfibrillen, welche auf der Oberfläche des Knorpels laufen, ist schon früher u. a. von VAN DER STRICHT (1887, 1890, S. 27), SPRONCK (1887), MÖRNER (1887) und STUDNÍČKA (1903) beschrieben worden. Ebenfalls haben RANVIER (1875), LUBOSCH (1908) und Andere Bindegewebszüge der Sehne oder der Ligamente in den Knorpel hinein fortsetzen sehen. Laut SCHNEIDER (1908, S. 497) sind die Fibrillen des Knorpels „durchaus identisch mit denen des anliegenden Bindegewebes, in welche sie auch direkt übergehen“; ebenso beschreiben BÖHM und DAVIDOFF (1903, S. 70), wie die Bindegewebszüge des Perichondriums in die Grundsubstanz des Knorpels übergehen und in derselben verschwinden.

Gleichzeitig dass die obenerwähnten Bindegewebszüge auftreten, merkt man in einzelnen Kanälen Gefässe, deren Wände nicht nur von Gefässendothel gebildet werden, sondern auch von ausserhalb derselben liegenden, quergestellten, glatten Muskelzellen. Dieses geschieht schon in der Humerusepiphyse eines 12 cm langen Menschenembryos. Das Gefässlumen in diesen kleinen praekapillären Arterien ist sehr klein. Was das Vorkommen und die Lokalisation der erwähnten kleinen Arterien betrifft, ist zu merken, dass in einem Gefässkanal nicht mehr als eine solche Arterie nachgewiesen werden kann und dass dieselbe in der Nähe der Mitte von dem Gefässkanal liegt und vermittels Bindegewebe von den in demselben Gefässkanal befindlichen Kapillären getrennt ist. Von den letztgenannten Gefässen sind einige äusserst fein, andere dagegen recht weit. Die weiten Gefässe entsprechen den Satellatvenen der fraglichen Arterie, wenn sie sich auch ihrer Struktur nach nicht wesentlich von den Kapillären unterscheiden (Fig. 15). Auch diese sind oft näher der Mitte der Gefässkanäle belegen, wogegen die kleinen Kapilläre ein Netz in der Peripherie des erwähnten Gefässkanals bilden, also um die eben beschriebenen Gefässe herum. Einzelne kleine Kapilläre trifft man ausserdem hier und dort im Knorpelgewebe am nächsten um die Gefässkanäle herum (Fig. 16). Die Bedeutung von diesem in dem peripheren Teil des Gefässkanals befindlichen Kapillärnetze für die Nutrition des Knorpels ist ohne weiteres so klar, dass ich mich nicht länger bei der Frage der Zweckmässigkeit dieser Anordnung aufzuhalten brauche.

Wir kommen jetzt zur Beschreibung der Gefässe, die den Höhepunkt ihrer Entwicklung erreicht haben (Fig. 15 u. 18). Auch nicht bei ihnen können eigentliche Venen nachgewiesen werden, dieselben sind, wie in den vorhergehenden Stadien, nach demselben Princip wie die Kapillären gebaut; nur ihre beträchtliche Weite im Verhältnis zu den viel schmäleren eigentlichen Kapillären macht es uns möglich sie als Hauptbahnen für den zentripetalen Blutstrom in dem fraglichen Knorpel zu erkennen. Die in den peripheren Teilen der Gefässkanäle vorkommenden Kapillären sind in diesen Stadien sehr reichlich. Es gibt Kanäle, wo bis zu zehn und mehr einzelne Kapillären vorkom-

men. Die Kapillären laufen gewöhnlich — wie auch die stärkeren Gefässe — in der Richtung der Gefässkanäle, man findet aber auch nicht selten querlaufende kapilläre Gefässe, welche Anastomosen bilden, so dass ein Kapillarnetz in der Peripherie des Gefässkanals entsteht.

Die Artere aber, die man in den Gefässkanälen während dieser Entwicklungsperiode antrifft, sind bedeutend stärker als in den vorbergehenden Fällen. Ihre Wand wird nämlich von einem Endothelrohr gebildet, darauf folgt eine nicht allzu dicke Schicht von zirkulär verlaufenden, glatten Muskelzellen, an deren äussere Fläche sich der Längsrichtung nach Bindegewebszellen und -Fäden anschliessen. In der Wand von etwas grösseren Arterien kann mit einer speciellen Elastinfärbung (WEIGERT's Resorcinfuksin oder Orceinfärbung nach UNNA) eine deutliche *Elastica interna* nachgewiesen werden. In den grösseren Arterien trifft man ausser diesen elastischen Schicht spärlich elastisches Gewebe hier und dort zwischen den glatten Muskelzellen. Im übrigen kommt das elastische Gewebe in den Gefässkanälen äusserst spärlich vor; in den kleineren Kanälen kann dasselbe überhaupt nicht nachgewiesen werden. Dagegen gibt es einzelne elastische Fäden in den grösseren Kanälen. Diese Fäden ordnen sich gewöhnlich so, dass sie am reichlichsten in der unmittelbaren Nähe der Gefässe, hauptsächlich der Arterien und der Venen, vorkommen.

### 3. Das Verschwinden der Blutgefässe und der Gefässkanäle.

In dem Vorhergehenden haben wir gesehen, wie der Epiphysknorpel sich mit Blutgefässen versah und wie diese Gefässe allmählich immer stärker wurden. Während dieses geschah, war die Entwicklung des Skelettsystems so weit gediehen, dass die Epiphyse schon einen verhältnismässig grossen Knochenkern zeigte. Ein Teil der im Epiphysknorpel vorkommenden Gefässe führt dann Nahrung zum Knochenkern der Epiphyse, einen anderen Teil trifft man sowohl im Grenzknorpel der Epiphyse als auch in dem werdenden Gelenkknorpel. Uns interessieren in diesem Zusammenhang die letzt erwähnten Gefässe, zu deren näheren Beschreibung wir jetzt übergehen.

Die Gefässe des Gelenkknorpels werden während der späteren Hälfte der Entwicklungsperiode des Knorpels hauptsächlich aus dem Knochenkern der Epiphyse ausgesandt. Ein geringer Teil streckt sich von der Anheftungsstelle der Gelenkkapsel bis zum Knorpel. Die letzterwähnten Gefässe bleiben doch hauptsächlich in den oberflächlichen, peripheren Teilen des Gelenkknorpels. Die erstgenannten Gefässe dagegen laufen, nachdem sie die Ossificationsgrenze überschritten haben, fast senkrecht zur Gelenkfläche, in den kugelrunden Gelenkköpfen (wie z. B. *Caput humeri*) also radiär vom

Knochenkern, und verzweigen sich im Knorpel. Sie erreichen nicht ganz seinen oberflächlichen Teil, sondern bleiben ein Stück unter der Gelenkfläche. Sie sind ihrer Struktur nach gleich den schon beschriebenen Gefässen. — Sobald der Ossificationsprozess eine gewisse Ausdehnung erreicht hat und der werdende Gelenkknorpel in eine dünnere Knorpelscheibe umwandelt worden ist, sieht man jedoch, dass einzelne Gefässe zu verschwinden anfangen, und je weiter die Entwicklung fortschreitet, atrophieren und verschwinden diese Gefässe bis wir in dem voll entwickelten Gelenkknorpel keine Blutgefässe mehr finden, abgesehen von den unter der Anheftungsstelle des Gelenkkapsels befindlichen von HUNTER, CRUVEILHIER (1824), TOYNBEE (1871), REYHER und HUETER (1886) beschriebenen Gefässen, welche von den Gefässen der Kapsel herkommen und unter sich bogenförmige Anastomosen bilden (*Circulus articuli vasculosus HUNTERI*). Diese Gefässe, die die letzten Reste der oben beschriebenen, von den Kapselgefässen ausgehenden Knorpelgefässen bilden, senden aber keine Zweige mehr in den voll entwickelten Gelenkknorpel.

Es liegt in der Natur der Sache, dass die obenerwähnte Gefässatrophie zuerst in den feinsten Gefässkanälen wahrgenommen werden kann, welche rein kapilläre Blutgefässe enthalten. In diesen Kanälen sieht man, am frühesten in den tiefsten Teilen des Knorpels, dass sich das Lumen der Kapilläre vermindert und ganz und gar schliesst; gleichzeitig nimmt die Menge der Bindegewebszellen zu, so dass man Gefässkanäle antrifft, welche ganz von dicht an einander sitzenden Zellen gefüllt sind. (Fig. 17 A und B.) Aber auch in der interzellulären Substanz kann man Veränderungen konstatieren, indem dieselbe so zu sagen dichter und fester wird. Etwas später merkt man deutlich, wie die Bindegewebszellen welche den Gefässkanal füllen, eine mehr abgerundete Form annehmen und sich so wie die Zellen im Knorpel ordnen, wonach eine Bildung von Knorpelgrundsubstanz beginnt (Fig. 17 C). Der neugebildete Knorpel, der durch eine Färbung nach der Methylenblau-Xylol-Methode eine hell blaugrüne Farbe annimmt, füllt dann die früheren kleinen Gefässkanäle, welche dann noch leicht zu erkennen sind. Aber nach einer Zeit verschwinden sie ganz und gar, wenn der Knorpel in ihnen denselben Charakter wie in der Umgebung angenommen hat.

Von den kleinen Gefässkanälen schreitet der Atrophierungsprozess allmählich zu den grösseren fort. In diesen Gefässkanälen scheint aber der genannte Prozess etwas anders zu verlaufen. Während die Gefässe in den kleinen Kanälen ganz und gar verschwanden, bevor die Knorpelneubildung im Kanal, wenigstens in grösserer Ausdehnung, begann, fängt in diesen weiten Kanälen eine Knorpelbildung an schon bevor die Gefässe atrophiert sind. Diese Knorpelneubildung wird zuerst in den peripheren Teilen der Kanäle beobachtet (Fig. 18). Zellen, welche am nächsten an der Knorpelwand der Kanäle liegen, zeigen dann dieselben Veränderungen, wie wir sie früher in den kleinen Gefässkanälen sahen, gleichzeitig dass ihre Intercellularsubstanz Eigenschaften annimmt,

welche der Grundsubstanz in dem embryonalen Knorpel entsprechen. Diese neugebildete Knorpelschicht adheriert stark bei dem älteren Knorpel, der früher die innere Fläche der Gefässkanäle bildete, so dass derselbe in den Schnitten bestehen bleibt, wenn auch der übrige Inhalt der Gefässkanäle (wie oft mit Gefrierschnitten der Fall ist) fortfällt. — BUBNOFF (1868) gibt an, dass er im Knorpel bei Tieren, die das Mittelalter überschritten haben, aber in selteren Fällen auch bei jungen Tieren, Blutgefässe gefunden hat, deren Adventitia zum grossen Teil aus Knorpel bestand. In einigen Fällen konnte er Knorpelzellen sogar im Muscularis nachweisen. Wie schon beschrieben meinte BUBNOFF, dass Knorpel regelmässig mit Gefässen versehen war und deshalb sah er nicht die Bedeutung von dem Knorpel, den er in den Gefässkanälen um die Blutgefässe herum fand, ein. Die von BUBNOFF beobachteten Gefässkanäle sind nämlich aller Wahrscheinlichkeit nach Kanäle gewesen, wo die Atresie in von mir oben beschriebener Weise in Entwicklung gewesen ist.

Gleichzeitig dass die oben beschriebenen Veränderungen beobachtet werden, fangen auch die Blutgefässe in den letzterwähnten Kanälen an atrophiert zu werden, und ihr Platz wird von Bindegewebe gefüllt. Zuletzt trifft man in Gefässkanälen, welche sich zu ihrem definitiven Verschwinden vorbereiten, nur einzelne, unregelmässig zusammengedrückte grössere Gefässe und kleine Kapillären (Fig. 19), aber in kurzer Zeit sind auch diese verschwunden, und man findet den ganzen ursprünglichen Gefässkanal teils mit neugebildetem Knorpel teils mit Bindegewebe gefüllt. Allmählich verändert sich ein Teil der Zellen in diesem Bindegewebe, so dass sie ihre protoplasmatischen Ausläufer einziehen und eine ovale oder runde Form annehmen, während andere ihre spindelige oder verzweigte Form weiter beibehalten. Die abgerundeten Zellen treten von ihrer Umgebung bald schärfer abgegrenzt auf und gleichen in dieser Beziehung Knorpelzellen (Fig. 19). Gleichzeitig oder etwas später kann man Veränderungen in der diese Zellen nächst umgebenden Grundsubstanz beobachten; sie färbt sich jetzt in derselben Weise wie die Grundsubstanz des embryonalen Knorpels oder wie die um die Knorpelzellen in dem älteren Knorpel befindliche Kapsel, nimmt also mit der oben beschriebenen Methylenblau-Xylol-Methode eine anfangs schwach gelbgrüne, später eine gelblich blaugrüne Farbe an. Zu Anfang treten diese Zellen nebst die dieselbe umgebende junge Knorpelgrundsubstanz in Form von isolierten Inseln in den umgebenden Bindegewebe auf; später fliessen aber diese Inseln mit benachbarten ähnlichen Inseln zusammen. — Ebenso isolierte Knorpelzellen beschreibt und zeichnet STUDNIČKA (1897 Taf. XXX Fig. 15 und 1903 S. 487—95). Er hat sie in verhältnismässig seltenen Fällen, wie in der fibrösen Chordascheide bei *Selachier* und *Dipnoer* und in den Perichondrien einiger Knorpel gefunden. Er schreibt ihnen die Bedeutung von „in Knorpelzellen umgewandelten Bindegewebszellen“ zu. —

Allmählich vermehrt sich die Zahl dieser Zellen und die Knorpelgrundsubstanz um dieselben herum. In einigen Gefäßkanälen geschieht die Zelleneubildung so schnell, dass die Knorpelzellen sich in Reihen ordnen, ungefähr wie in der Nähe der Ossificationsgrenze (Fig. 23). Diese Reihen laufen dann von der Peripherie des Kanals ungefähr in Richtung der Radien gegen das Zentrum des Kanals hin. — Der in dieser Weise gebildete neue Knorpel füllt in kurzer Zeit den ganzen Gefäßkanal, welcher dann in den Präparaten, gefärbt nach der Methylenblau-Nylol-Methode als ein gelblich grünblauer Fleck vortritt, umgeben von einem stärker rotvioletten Ring, der Wand des früheren Gefäßkanals. Die in dieser Grundsubstanz befindlichen jungen Knorpelzellen teilen sich später so, dass sie unter sich Gruppen bilden, nach Art der umgebenden Knorpelzellen. In dieser Weise verwandelt sich der Inhalt des Gefäßkanals im Knorpel (Fig. 20).

Dieser eben beschriebene Knorpelbildungsprozess gleicht in ganz überraschender Weise einer entsprechenden Knorpelneubildung in Knorpelwunden. Laut MARSCHAND'S (1901) Untersuchungen wird die Knorpelwunde anfangs mit fibrillärem Bindegewebe gefüllt. In nächster Nähe der abgerundeten Zellen dieses Bindegewebes tritt zuerst die basophil färbbare Grundsubstanz auf, gleichzeitig werden die Zellen in Knorpelzellen umgewandelt und die Grundsubstanz nimmt die Form von hyaliner Grundsubstanz an.

Alle Bindegewebszellen des ehemaligen Gefäßkanals scheinen sich doch nicht in Knorpelzellen umzuwandeln, denn die Zahl von Knorpelzellen ist im soeben mit Knorpel gefüllten Gefäßkanal viel kleiner als die Zahl von Bindegewebszellen in einem ebenso weiten Kanal. Ein Teil dieser Zellen muss also in irgend einer Weise verschwinden. Wie diese Reduktion der Zellenanzahl geschieht ist mir nicht genügend bekannt. Es sieht jedoch so aus als ob die Zellen, welche nach dem Verschwinden der Blutgefäße ihren Fibroblastcharakter im Gefäßkanal beibehalten, später verschwinden würden, während dagegen Zellen, welche da den Charakter von Knorpelzellen annehmen, sich weiter vermehren.

Beim Beurteilen des Schicksals der fraglichen Zellen muss noch ein Umstand beachtet werden. Mehrere frühere Forscher (BEALE 1862, SPINA 1879, CZERMACK 1888, HANSEN 1899, 1905, SCHAFFER 1896, 1901, 1903, STUDNIČKA 1903) haben im Knorpel Zellen beobachtet, welche ganz und gar in Grundsubstanz verwandelt werden. Diese Zellen bilden im Vorknorpel eine besondere Zellenart, SCHAFFER'S „Intercalarzellen“. Sie kommen nur „im sich eben bildenden Knorpelgewebe vor, im einmal fertigen Hyalinknorpel fehlen sie. Doch es hört hier die Umbildung der Zellen in der Grundsubstanz nicht auf. Der Unterschied ist dabei, dass es hier im entwickelten Knorpel schon keine besondere Art von Zellen gibt, die da in der Grundsubstanz, um so zu sagen, zu Grunde gehen würden; es sind das ganz gewöhnlich, von den übrigen sich nicht unterscheidende

Knorpelzellen, die jetzt auf die angegebene Weise zur Vermehrung der Knorpelgrundsubstanz beitragen“ (STUDNIČKA 1903, S. 325). Ausserdem ist von mehreren Seiten die nahe Verwandtschaft erwähnt worden, die zwischen den Bindegewebszellen und den Knorpelzellen existiert. Es liesse sich denken, dass hier ein oben in Kürze beschriebenes Phänomen vorliege und zu dem so schnell vorsichgehenden Füllen des Gefässkanals mit Knorpelgewebe beitrüge, während gleichzeitig die Verminderung der Zellenanzahl vor sich ginge.

Diesbezügliche Observationen über die in die Grundsubstanz aufgehenden Zellen habe ich sogar machen können. Da aber die allmähliche Umwandlung der Zellen vollkommen einer entsprechenden Umwandlung der Knorpelzellen in der Umgebung der acidophilen Hülse des Gefässkanals entspricht, begnüge ich mich hier mit einem Hinweis auf die diesbezügliche Beschreibung auf den Seiten 84—85 und Fig. 25.

Aus dem Gesagten geht hervor, dass die Zellen, welche sich in dem perivascularären Gewebe in allen den Kanälen befinden, wo durch die Ossificationsgrenze oder das Perichondrium perforierende Gefässe laufen, teils von den bei der Entwicklung der Gefässkanäle freigewordenen Knorpelzellen herrühren, teils von Zellen, welche das perforierende Gefäss begleiten. — Es liegt nahe zur Hand anzunehmen, dass beim Schliessen der Gefässkanäle die ursprünglich von den Knorpelzellen herstammenden Zellen wieder die Form von Knorpelzellen annehmen, wo dagegen die von aussen in die Gefässkanäle eingeführten Bindegewebszellen verloren gehen.

Eine solche Umbildung von Bindegewebe in Knorpel, wie oben beschrieben, ist keineswegs eine neue Entdeckung. Es war KOELLIKER (1889, S. 110) der zuerst nachwies, dass bei Fischen eine Art von Bindegewebe mit kleinen Zellen sich in Hyalinknorpel umbilden konnte, und später haben HASSE, STUDNIČKA (1897) u. a. die Richtigkeit dieser Beobachtung konstatiert. Aber schon vor diesen Verfassern hat BOEHM (1868, S. 10) auf Grund der Untersuchung HUETER's die Vermutung ausgesprochen, dass in den peripheren Teilen des Gelenknorpels ein appositioneller Zuwachs des Knorpels in der Weise geschieht, dass die Bindegewebszellen der Synovialhaut direkt in Knorpelzellen umgebildet werden. Das Knorpelgewebe gehört ja wie auch das Bindegewebe zur Gruppe der Stützgewebe und ist seinem Auftreten nach jünger als das Bindegewebe. Nach SCHIAFFER (1901, S. 232) und STUDNIČKA (1903, S. 110) kann Knorpel immer und an allen Stellen durch einen dazu geeigneten Reiz aus dem Bindegewebe entstehen. LUBOSCH (1910, S. 299) hat gefunden, dass Chondromukoid sogar mitten in dem echten fibrillären Bindegewebe weit von dem Knorpel auftreten kann, so z. B. in vielen Menisci, Ligamenta interarticularia und Labra glenoidalia, wo die genannte Substanz sich um die mit Ausläufern versehenen Zellen und zwischen die Fibrillenbündel drängt. Laut dem letzterwähnten Verfasser kann „das Knorpelgewebe zu jeder Zeit des individuellen

Lebens an beliebigen Stellen des Bindegewebes einen Zuwachs erfahren. Man befindet sich dem Knorpelgewebe gegenüber also in ganz ähnlicher Lage wie gegenüber dem Fettgewebe“ (S. 304).

Bindegewebsfibrillen und -Fäden, welche auch im Gefässkanal vorkommen, können, nach dem Verschwinden der Gefässe, anfangs stärker gefärbt gesehen werden umgeben von jungen Knorpelzellen und basophiler Grundsubstanz, aber allmählich vertonen sie, wie auch die Wandpartie der Gefässkanäle, in demselben Masse wie die basophile Grundsubstanz zwischen dieselben dringt (Fig. 21). Wir können uns also über dieses Phänomen kurz in folgender Weise äussern. Die Bindegewebsfibrillen werden von der jungen Knorpelgrundsubstanz immer in dem früheren Gefässkanal umfasst und in der interterritorealen Substanz des Knorpels oder in HAMMAR's intermediäre Züge einverleibt. Gleichzeitig entwickeln sich neue Grundsubstanz und Knorpelfibrillen, und so verschwindet die Ungleichheit zwischen diesem jungen Knorpel und dem älteren Knorpel um den Gefässkanal herum.

In allen Gefässkanälen, hauptsächlich in den grösseren, verläuft dieser Prozess aber nicht ebenso einfach. Oft sieht man nämlich in der Mitte solcher grossen Gefässkanäle, die schon mit jungem Knorpelgewebe gefüllt sind, einen stark acidophilen „Kern“ umgeben von basophiler Substanz (Fig. 22). Analysiert man diesen Kern näher, so findet man in demselben oft sehr dicht sitzende, hauptsächlich um die Mitte des achsialen Kerns zirkulär angeordnete Fibrillen, zwischen welchen hier und dort eine bläuliche basophile Grundsubstanz hervorschimmert. Aber ausser diesen feinen Fibrillen findet man in ihnen auch grössere, unregelmässige, stark acidophile Flocken oder Klumpen. Diese Klumpen sind anscheinend amorphes Kollagen, gebildet von den kollagenen Fibrillen des Gefässkanals. Laut HANSEN (1905, S. 709) kann man nämlich speziell im Knorpel sehen, dass u. a. „nicht nur „Albumoid“, Elastine, Kollagene u. s. w. sich in und aus mehr amorphen und undifferentierten Grundlagen entwickeln und differenzieren können, sondern dass auch der umgekehrte Prozess eintreten kann, indem indifferente Albumoidstoffe sich auflösen oder eine Metamorphose in amorphe, eventuell tiefer stehende Grundsubstanz z. B. in Chondrounkoid erleiden können, oder auch z. B. Bindegewebsfibrillen in korniges Albumoid umgewandelt werden u. s. w. Das Amorphe wird differenziert und das Differenzierte wird amorph um eventuell wieder differenziert zu werden. Zum Teil gilt dies sowohl von den Zellen als auch von den Grundsubstanzen“. — So weit HANSEN, und tatsächlich haben wir auch früher — ausser den hier zuletzt in Frage stehenden die Bindegewebsfibrillen betreffenden Phänomenen — konstatieren können, gerade bei der Bildung und Rückbildung von Gefässkanälen im Knorpel, wie auch die Zellen ihr Aussehen und ihren Charakter so verändern konnten, dass eine Knorpelzelle Bindegewebs-

zelle wurde und diese wieder Knorpelzelle — oder sich sogar ganz und gar in Knorpelgrundsubstanz umwandelte.

Manchmal geschieht es, dass wenn ein grösserer Gefässkanal mit Knorpel gefüllt wird, ein Teil von den im Kanal befindlichen Bindegewebsfibrillen mit einander zu Bündel vereinigt werden. Diese Bündel können dann eine Zeit zwischen den Knorpelzellen beobachtet werden, ungefähr wie STUĐNÍČKA (1906) es gefunden und abgebildet hat (Fig. 3) bei Petromyzon. Aber bald verschwinden auch diese Bündel.

Auch die kräftig rotviolette Wand des Gefässkanals (gefärbt nach der Methylenblau-Xylol-Methode) ebnet sich allmählich. Dieses geschieht in derselbe Weise wie das Verschwinden der Fibrillen drinnen im Gefässkanal. Während dieses geschieht umgeben sich die in der acidophilen Wand des Gefässkanals befindlichen, früher beschriebenen, runden oder abgeplatteten Knorpelzellen mit einem stärkeren Zellenhof, wodurch die rotvioletten Fibrillenbündel von einander getrennt werden und allmählich in gewöhnliche Interterritorealsubstanz (intermediäre Zügen) umgebildet werden — und so ist auch die letzte Spur des früheren Gefässkanals verschwunden.

Dieser Umwandlungsprozess erinnert sehr an die Verknorpelung der fibrillären Chordascheide bei *Selachier* und *Dipnoer*, wie STUĐNÍČKA (1903, S. 506—509) denselben beschreibt, doch mit dem Unterschied, dass in der hier berührten Kanalwand von Anfang an Knorpelzellen und Hyalgrundsubstanz vorkommen, welche man dagegen bei der Chordascheide vermisst.

Bevor wir die Frage der Atresie der Gefässkanäle fallen lassen, bleibt uns noch übrig mit einigen Worten die Veränderungen zu berühren, welche im Knorpel gleich ausserhalb der letzterwähnten acidophilen hülsenförmigen Kanalwand in der Nähe von mittelgrossen und grossen Gefässkanälen beobachtet werden. Gleichzeitig dass die atretischen Prozesse im Gefässkanal beobachtet werden, geht auch eine Veränderung in dem soeben erwähnten Teile des Knorpels vor (Fig. 24). Die genannten Veränderungen bestehen darin, dass die basophile Grundsubstanz sich sehr stark vermehrt in einer Zone, die in Form einer anderen Hülse die früher erwähnte acidophile hülsenförmige Wandpartie des Gefässkanals umgibt. Die Vermehrung der basophilen Grundsubstanz an dieser Stelle geschieht zum Teil auf Grund einer vermehrten Zellenfunktion. Man findet nämlich hier viele Zellen von einem kräftig entwickelten Zellenhof umgeben. Ausserdem findet man aber in dieser basophilen Grundsubstanz Zellen, welche ohne merkbaren Zellenhof oder Knorpelkapsel, so zu sagen in derselben zu schwimmen scheinen. Das Protoplasma dieser Zellen färbt sich ganz ebenso wie die umgebende Grundsubstanz, und nur die feine Granulierung des Protoplasmas ermöglicht es uns die Konturen und Begrenzung fraglicher Zellen gegen die umgebende Grundsubstanz im allgemeinen zu unterscheiden. Zusammen mit diesen in allen Fällen leichter erkennbaren Zellen finden wir

in der erwähnten Grundsubstanz auch Zellen, deren Protoplasmagranulierung viel schwerer zu beobachten ist oder wo die erwähnte Granulierung nur auf der einen Seite des Kerns vorkommt oder wo gar keine solche Granulierung unterscheidet werden kann (Fig. 25). Von solchen Zellen sind nur die Kerne sichtbar. — Ich habe bis jetzt nur von dem Protoplasma der fraglichen Zellen und seinen successiv auf einander folgenden Stadien gesprochen. Aber auch in den Kernen trifft man bei diesen Zellen leicht bemerkbare Eigentümlichkeiten. Die Kerne lassen nämlich keine Kernstruktur unterscheiden, sie sind oft kleiner als gewöhnlich und unregelmässig konturiert. Auch was die Kerne betrifft findet man verschieden weit gegangene Entwicklungsstadien. Alle diese Beobachtungen sprechen stark für die Annahme, dass hier ein Teil der Knorpelzellen in Grundsubstanz umgewandelt wird, wie mehrere frühere Forscher (vergl. S. 31) beobachtet haben.

Weshalb diese Zellreduction und reichliche Neubildung von junger Grundsubstanz gerade in der Umgebung von den mittelgrossen und grossen Gefässkanälen geschieht, dürfte nicht schwer zu verstehen sein, besonders da dieses gleichzeitig mit den atretischen Prozessen drinnen im Gefässkanal geschieht. Die junge Knorpelsubstanz ist fügsamer und ermöglicht Verschiebungen, die Zustände kommen teils durch das Füllen des Gefässkanals mit Knorpelgewebe, teils durch die „Sprengung“ der acidophilen Kanalwand.

Auf Grund seiner Knorpeluntersuchungen kam TILLMANS (1877, S. 19), wie schon früher erwähnt, zu der Schlussfolgerung, dass die am fetalen Knorpel vorhandenen Gefässbahnen später allmählich mit dem zunehmenden Gehalt an mucinöser Kittsubstanz verschwinden. Er ist nämlich der Ansicht, dass die Ernährung des gefässlosen hyalinen Knorpelgewebes wahrscheinlich durch Diffusion innerhalb der mucinösen Kittsubstanz von den geschlossenen Endbahnen der Blutgefässe aus (an den Grenzen des Knorpelgewebes) effektuiert wird. — Die Ursache zum Verschwinden der Blutgefässe von der Gelenkfläche erklärt TOYNBEE (1841) von dem Druck herzurühren, dem diese Gefässe beim Gebrauch des Gelenks ausgesetzt sind. „Wenn das Kind anfängt seine Gelenke zu gebrauchen und diese dem Druck ausgesetzt werden, so weichen die Gefässe zurück“ sagt der erwähnte Verfasser (S. 173). TOYNBEE zielt dann in erster Linie auf Gefässe, die ganz in den oberflächlichsten Teilen der Gelenkfläche vorkommen. Als ein letzter Rest von diesen Gefässen bleibt in voll ausgebildeten Gelenken unter der Synovialhaut in der äussersten Peripherie des Gelenkknorpels ein mit reichlichen Anastomosen versehenes Randnetz. — Es ist möglich, dass der Druck beim Atrophieren der Gefässe eine gewisse Rolle spielt, besonders in den oberflächlichen Teilen des Gelenkknorpels, aber kaum kann man doch der Meinung sein, dass der Druck alleine das Verschwinden der Gefässe in der Tiefe des Gelenkknorpels verursachen könnte, denn die Gefässkanäle



sind in keiner Weise verändert, wenn das Verschwinden der Blutgefässe in denselben beginnt. Ausserdem sprechen ja die Grösse und Form der Gefässkanäle und das Vorhandensein eines weichen und nachgiebigen Gewebes um die Gefässe herum in dieser Zeit entschieden gegen diese rein mechanische Ursache. Wir können nämlich nirgends irgend ein Zeichen äusserer Pressung der Gefässe als Grund zu ihrem Verschwinden nachweisen; — im Gegenteil sehen wir — wie früher beschrieben — dass der Gefässkanal seine Form unverändert beibehält, und es ist von Inneren des erwähnten Kanals, dass die Prozesse ausgehen, welche zur Atresie des Gefässkanals führen. Ausserdem verschwinden die Blutgefässe vom Gelenkknorpel beim Menschen definitiv erst mehrere Jahre nach der Geburt. Im Alter von 6—10 Jahre trifft man noch Reste von Gefässkanälen im Gelenkknorpel des Caput humeri.

Das Vorkommen und Verschwinden der Gefässe steht im direkten Zusammenhang mit dem Zuwachs und Nutritionsbedürfnis des Knorpels. Wenn das Ernährungsbedürfnis im Knorpel am grössten ist, vermitteln die im Knorpel laufende Gefässe die Nutrition. In demselben Masse dagegen als der genannte Zuwachs abnimmt, vermindern sich die Gefässe im Knorpel, um zuletzt ganz und gar zu verschwinden. Dabei muss man sich auch eines anderen ebenso wichtigen Umstandes erinnern: so lange der wachsende Knorpel voluminös ist, müssen die Nutritionsflüssigkeiten möglichst direkt nach dem Innern des Knorpels, wo ebenfalls eine nicht geringe Gewebsvermehrung vor sich geht, transportiert werden, und dieses kann in gehöriger Menge nur durch Knorpelgefässe geschehen. — Wie abhängig die Knorpelzellen von dem gleichmässigen und genügenden Zugang der Nutritionsflüssigkeiten sind, beweisen u. a. die Versuche PRUDDENS' (1895, S. 195) mit lebendem Knorpel. Je dünner die Knorpelschicht wird, um so kürzer ist der Weg für die nutrierenden Flüssigkeiten nach allen Stellen des Knorpels zu kommen, weshalb die Knorpelgefässe allmählich überflüssig werden und atrophieren. Dass diese Atrophie zu aller erst in den kleinen Blutgefässen beobachtet wird, welche im tiefsten Teil des Knorpels laufen, wo der Flüssigkeitsstrom von dem unterliegenden spongiösen, reich vascularisierten Knochen ohne Schwierigkeiten den Umsatzbedarf an Stoff im Knorpel versorgen kann, ist leicht zu verstehen. Aus denselben Gründen werden die fraglichen Knorpelgefässe bei kleinen Tieren gar nicht entwickelt, wo der Epiphys- incl. Gelenkknorpel nie solche Dimensionen erreicht, dass die Nutrition des Knorpels extra Anordnungen erfordern sollte. Man kann also leicht verstehen, dass das Nutritionsbedürfnis ohne besondere Knorpelgefässe im fertigen Gelenkknorpel sicher gestellt werden kann, wo die Gewebsneubildung verhältnismässig gering und die Knorpelschicht verhältnismässig dünn ist, wogegen der voluminöse, wachsende Epiphys- incl. Gelenkknorpel nicht genügend Nahrung bekommt, wenn nicht Gefässe in den Knorpel eindringen. Nach demselben Princip erklärt Stoss (1918) das Vorkommen von Gefässen in einigen perma-

nenen Knorpeln. MAURERS (1915, S. 254) kategorischer Satz „wenn Knorpelgewebe vascularisiert wird, so bedeutet das stets den Beginn seines Unterganges“ muss also etwas modifiziert werden.

Auf Grund der oben erwähnten Befunde kommen wir zu folgenden Schlussätzen betreffs des Vorkommens von Blutgefässen im Gelenkknorpel während seiner Entwicklung.

Ursprünglich entbehren Epiphys- und Gelenkknorpeln Gefässe, indem sie von einem Gefässnetz umgeben werden. Es gibt einzelne Zweige von diesem Netz besonders in den peripheren Teilen der Zwischenscheibe, die sich zwischen dem Ansatz der Gelenkflächen befinden. Wenn sich die Gelenkspalte in der genannten Zwischenscheibe öffnet, schliessen sich ihre Gefässe den neugebildeten Gelenkflächen an und befinden sich in deren oberflächlichsten Teilen, welche von embryonalem Bindegewebe und unter diesem Gewebe von einer chondrogenen Übergangsschicht gebildet werden. Diese Schichten werden später in Knorpelgewebe umgewandelt, wobei die entsprechenden Gefässe von Grundsubstanz umfasst und in Knorpelgefässe umgewandelt werden, welche mit den Gefässen der Gelenkkapsel zusammenhängen. Genannte Knorpelgefässe senden in kurzer Zeit Zweige aus und dringen tief in den Epiphysknorpeln hinein. — Etwas später wachsen Gefässe von der Diaphyse in die Epiphyse hinein. Die mit den Gefässen der Gelenkkapsel zusammenhängenden Knorpelgefässe werden allmählich immer schwächer, während die von dem Knochenkern der Diaphyse oder später der Epiphyse herstammenden Blutgefässe verstärkt werden. Diese Blutgefässe existieren nachher bis der Gelenkknorpel ungefähr seine endgültige Dicke erreicht, wonach auch sie verschwinden.

Wenn die Gefässe in den Epiphys- incl. Gelenkknorpel hineinwachsen, werden Kanäle gebildet, welche allmählich in demselben Masse wie die Gefässe anwachsen vergrössert werden. Hierbei kommt eine umfassende Resorption des Knorpels zustande. Als chondroclastische Elemente funktionieren aller Wahrscheinlichkeit nach anfangs die Intimazellen der kapillären Gefässe. Nur in Gefässkanälen, welche von Perichondrium oder von der Markhöhle der Diaphyse her kommen, sind auch Riesenzellen konstatiert worden. Bei der Resorption der Grundsubstanz werden die Knorpelzellen von ihren Kapseln befreit und treten nachher in den Gefässkanälen hervor, wo sie die Form von Bindegewebszellen annehmen und auch später die Rolle von Chondroclasten übernehmen. Ein Teil des Bindegewebes der Gefässkanäle ist doch in denselben von der Epiphyse oder von dem Perichondrium zusammen mit den perforierenden Gefässen eingedrungen. Später treten einzelne Bindegewebsfibril-

len und sogar einige elastische Fäden in dem perivasculären Gewebe der Gefässkanäle hervor.

In der Wand der Gefässkanäle bildet die umgebende Grundsubstanz eine besondere, hülsenförmige Schicht, die auf Grund ihrer reichlichen Fibrillen mit geeigneten Farbflüssigkeiten leicht eine intensivere Farbe als der Knorpel im übrigen annimmt. Die Zellen in dieser hülsenförmigen Schicht sind abgerundet oder abgeplattet und etwas ausgedehnt in der Längenrichtung der Gefässkanäle, wogegen der Knorpel im übrigen während dieser Entwicklungsperiode aus spindelförmigen oder verzweigten Zellen besteht.

Die Blutgefässe sind im Anfang reine Kapilläre und laufen isoliert in ihren Kanälen. Nachher werden gewisse Gefässe verstärkt und in kleine Artere umgebildet mit einer besonders differentiirten, aus glatter Muskulatur bestehenden Media und mit einer deutlichen *Elastica interna*. Die entsprechenden Venen zeichnen sich durch ihr weites Lumen aus, aber ihre Wände sind hauptsächlich gebaut wie die der Kapilläre. Ausser diesen stärkeren Gefässen, die in den achsialen Theilen der Gefässkanäle vorkommen, trifft man in den erwähnten Kanälen ein Kapillarnetz, welches sich in dem perivasculären Bindegewebe nahe der Kanalwand befindet.

Wenn die Blutgefässe verschwinden, geschieht dies erst in den kleinen Gefässkanälen, wo die Kapilläre zusammenschrumpfen und das Bindegewebe in ein junges Knorpelgewebe umgewandelt wird, das allmählich dasselbe Aussehen wie der Knorpel der Umgebung annimmt. In den grösseren Gefässkanälen beginnt eine Neubildung von Knorpel in der Peripherie des Kanal lumens. Gleichzeitig hiermit atrophieren die Gefässe und verschwinden. Auch hier wird das Bindegewebe in Knorpelgewebe verwandelt, wobei eine Reduktion der Anzahl von Zellen zustande kommt. Der junge Knorpel, der die atretischen Gefässkanäle füllt, unterscheidet sich anfangs scharf von dem Knorpel der Umgebung, aber allmählich wird sein Charakter verändert und in demselben Masse wird auch die letzte Spur des früher vorhanden gewesenen Gefässkanals ganz und gar ausgetilgt.

## V. Die spätere Entwicklung des Gelenkknorpels.

### 1. Die oberflächlichen Schichten.

In der früheren Darstellung haben wir die Frage behandelt, wie sich der Knorpel von dem umgebenden Bindegewebe löst und eine Gelenkfläche bildet, wie die Zellen und die Grundsubstanz im Epiphysenknorpel und in der Anlage des Gelenkknorpels verteilt sind, wie dieselben mit Gefässen versehen werden und zuwachsen. In dieser Weise haben wir die Entwicklung verfolgt, bis die Ossifikation des Epiphysenknorpels anfang, und sogar an einigen Stellen Excursionen weit über diese Zeit hinaus gemacht. — Indem der Ossifikationsprozess beginnt, teilt sich auch die ursprüngliche Epiphyse in drei verschiedene Abteilungen, welche gerechnet von der Diaphyse folgende sind: der Epiphysenknorpel, der Knochenkern und der gegen die Gelenkspalte liegende Knorpel, dessen oberflächlichster Teil den Ursprung des Gelenkknorpels bildet. Zu Anfang sind die zwei obenerwähnten Knorpeln nur in den am meisten zentral belegenen Partien getrennt, während sie mit ihren peripheren Teilen direkt mit einander zusammenhängen. Erst viel später werden sie von diesem ihren gegenseitigen Zusammenhang abgeschnitten. Nach einer längeren oder kürzeren Zeit verknöchert auch der Knorpel an der Epiphysengrenze ganz und gar, und jetzt bleibt von dem ursprünglichen Epiphysenknorpel nur der Gelenkknorpel übrig. Sobald der Verknöcherungskern in der Epiphyse entstanden ist, geht also eine solche Differentiierung in dem erwähnten Knorpel vor, dass man anfangen kann von einem getrennten Gelenkknorpel zu sprechen, wenn auch die Peripherie dieses Knorpels noch ohne deutliche Grenze mit dem Knorpel an der Epiphysengrenze zusammenhängt und wenn auch der grösste, tiefere Teil dieses „Gelenkknorpels“ noch durch ein allmählich vor sich gehendes Vorrücken der Verknöcherungsgrenze von dem Knochengewebe der Epiphyse ersetzt wird.

Dieses Vorrücken geschieht verhältnismässig schneller in den zentralen als in den peripheren Teilen des Knorpels, weshalb folgt, dass der Gelenkknorpel im Laufe der

Entwicklung, auch wo die Gelenkfläche konvex ist, wie z. B. auf der Fläche des Caput humeri, in seinen zentralen Teilen dünner ist als in den peripheren — ein Verhalten, welches in den letzterwähnten Fällen später umgekehrt wird.

In dem Folgenden werden wir diesen, auf der Oberfläche des Knochenkerns der Epiphyse befindlichen Knorpel näher studieren, den wir der Kürze halber Gelenkknorpel nennen. In diesem Gelenkknorpel kann man während der fraglichen Entwicklungsperiode folgende Schichten unterscheiden, welche doch unmerkbar in einander übergehen und in gewissen Fällen sogar noch in Unterabteilungen geteilt sind oder mit einander zusammenfliessen.

### 1. Die oberflächlichste Schicht des Gelenkknorpels.

Am nächsten der Gelenkfläche kommt eine, während allen hier in Frage kommenden Entwicklungsperioden acidophile Schicht vor, welche sich also mit VAN GIESON'S Pikrinsäure-Säurefuksin lebhaft rot färbt und ebenso nach der Methylenblau-Xylo-Methode eine stark rote, etwas ins violette gehende Farbe annimmt. Diese Farbe beruht zum grossen Teil auf das Vorhandensein von tangential verlaufenden Fibrillen, welche in diesen Stadien viel deutlicher als in den früheren Entwicklungsstadien des Gelenkknorpels hervortreten. Diese Fibrillen laufen in den oberflächlichsten Schichten ganz dicht an einander, sodass nur die dünnen, oberflächlichen Knorpelzellen so zu sagen zwischen diesen eingekeilt sind. Tiefer bilden sie intermediäre Züge, welche sich netzförmig mit einander vereinen, doch so, dass sie in der Hauptsache der Richtung der Knorpelfläche folgen. In den Maschen dieses Netzwerkes kommen einzelne Knorpelzellen oder kleinere Gruppen von platten oder ovalen Knorpelzellen vor. Je tiefer unter die Fläche man kommt, um so mehr verlieren diese Züge in den jüngeren Stadien ihre Farbe, bis sie allmählich in der interterritorealen Knorpelgrundsubstanz in der folgenden Schicht verschwinden. In den älteren Stadien gehen diese beiden Schichten unmerklich in einander über, wobei die intermediären Züge ihre Färbbarkeit in der zweiten Schicht nicht verlieren.

Die Zellen in dieser Schicht sind in jüngeren Stadien etwas abgeplattet oval, aber je ältere Kinder man untersucht, um so mehr platten sich diese Zellen ab. In Caput humeri beim Menschen scheint diese Abplattung hauptsächlich in den ersten zehn Lebensjahren zu geschehen. Bei grossen Säugetieren (*Bos*, *Cervus*, *Alces*) geschieht diese Abplattung viel früher; so sind z. B. die erwähnten Zellen auf Caput humeri bei einem 4 Monate alten Edelhirsch ebenso abgeplattet wie bei einem erwachsenen Mann. Bei kleinen Tieren (Mäusen) kommt dagegen eine entsprechende Abplattung nie zustande.

Die oberflächlichsten von diesen Zellen kommen in den jüngeren, hier in Frage kommenden Stadien ziemlich dicht an die Knorpelfläche vor, ohne dass man im allgemeinen, auch wo das Gelenk schon eine Zeit in Gebrauch gewesen ist, Zellenhöhlen nachweisen kann, welche sich auf der Gelenkfläche öffnen. Anders verhält es sich etwas später. So habe ich schon bei Kindern im zweiten Lebensjahr einzelne Zellenhöhlen gefunden, welche sich frei in der Gelenkhöhle auf Caput humeri zu öffnen scheinen, und je ältere Kinder man untersucht, um so häufiger trifft man entsprechende Zellenhöhlen. Aber noch bei einem 20-jährigen sind dieselben keineswegs oft vorkommende Bildungen, so dass man geneigt wäre dieselben für Kunstprodukte zu halten, wenn man nicht bei noch älteren Individuen öfter solche finden würde. Bei dem oben erwähnten 4 Monate alten Edelhirsch habe ich ebenfalls einzelne solche Zellenhöhlen gefunden. HAMMAR (1892) beschreibt entsprechende Bildungen auf der Gelenkfläche bei Erwachsenen; er fasst dieselben als eine Folge der Abnutzung des Gelenkknorpels auf. Aber ausser diesen Abnutzungsphänomenen trifft man bei älteren Kindern und auch bei jungen Tieren Zeichen, welche darauf hindeuten, dass eine Abnutzung schon weit vor dem, als der Gelenkknorpel seine volle Entwicklung erreicht hat, erfolgt. Solche Abnutzungsphänomene sind die ebenfalls schon von HAMMAR beobachtete Abschuppung oder Aufritzung der Gelenkfläche, die nach meinen Observationen schon bei 6—10 jährigen Kindern beobachtet werden kann, und ebenso die degenerative Veränderung der oberflächlichsten Knorpelzellen. Der letzterwähnte, degenerative Prozess trifft die aller oberflächlichsten Zellen, welche zusammenschrumpfen und drinnen in ihren Zellenhöhlen atrophiert werden, bevor sich dieselben der Gelenkfläche zu öffnen. Es scheint mir möglich zu sein, dass Druck und Reibung hier die bestimmenden Momente sind. Alle diese eben aufgezählten Abnutzungsphänomene sind doch merkbar deutlicher bei Personen, die die Altersgrenze von 25 Jahren überschritten haben, und bei welchen der Zuwachs des Körpers bereits seine definitive Grenze erreicht hat, denn so lange der Zuwachs des Körpers anhält — und dieser hört bei Europeern laut MARTIN (1914, S. 229) erst im Alter von 25 Jahren auf — kann im Gelenkknorpel auch in dieser Hinsicht ein merkbarer Unterschied beobachtet werden.

In diesem Zusammenhang bleibt uns noch übrig mit einigen Worten die Frage über den aller oberflächlichsten Teil des Gelenkknorpels zu behandeln, welcher sich im Schnitt quer durch den Gelenkknorpel als eine äusserst schmale, freie Kante zeigt. Während der Embryonalzeit kann man diese Kante überhaupt nicht unterscheiden und auch bei einem jungen Menschenkind tritt dieselbe allmählich und verhältnismässig langsam auf, sodass man erst im Alter von 5—6 Jahren anfangen kann von derselben zu reden. Der Knorpel der grossen Säugetieren entwickelt sich auch in dieser Hinsicht viel schneller als beim Menschen; so tritt die erwähnte Kante schon bei einem ein Par Wochen

alten Kalb hervor als eine stärker lichtbrechende und ihrer Farbaffinität nach von dem unterliegenden Knorpel deutlich abweichende Kante. — Diese Kante besteht hauptsächlich von Knorpelgrundsubstanz, aber auch abgeplattete Zellenhöhlen mit dünnen, oft degenerierten Knorpelzellen können in derselben hier und dort nachgewiesen werden. In den zentralen Teilen der Gelenkfläche sind sie stärker als in seinen peripheren Teilen. Diese Kante kann nachher in allen älteren Stadien nachgewiesen werden, doch am besten in dem voll entwickelten Gelenkknorpel. Bei kleinen Tieren (Mäusen) ist sie sehr undeutlich oder wird ganz und gar vermisst. Je ältere Individuen man untersucht, um so deutlicher wird diese Kante, während gleichzeitig die Anzahl der spaltenförmigen Zellenhöhlen in derselben zuzunehmen scheint. Diese Zellenhöhlen sind in den älteren Stadien entweder leer oder enthalten nur Reste von degenerierten Zellen.

Die genannte Bildung ist bei Erwachsenen von ARNOLD beschrieben worden als ein homogenes, festes, pergamentartiges Ependym über der Gelenkfläche und von LUSCHKA als eine auf der Knorpelsubstanz liegende, homogene, leicht faltbare Membrane, der Membrana Descemeti ähnelnd, welche es LUSCHKA sogar gelungen ist zu isolieren. Ebenso ist HAMMAR darauf aufmerksam geworden, dass die freie Kante des Knorpels selten den Charakter der unterliegenden Grundsubstanz zeigt. Gewöhnlich ist sie stärker glänzend oder hat eine gesteigerte Färbbarkeit mit Eosin. — Nach meinen Befunden ist diese fragliche Flächenpartie weiter nichts, als ein Teil des Knorpelgewebes, welches vielleicht infolge von Druck oder Reibung einen anderen Charakter als der tiefer belegene Knorpel angenommen hat. Diese Veränderung steht ohne Zweifel im innigsten Zusammenhang mit den degenerativen Veränderungen, die die Zellen in der entsprechenden Schicht zeigen. Auf der Oberfläche der fraglichen Kante können auch immer in solchen Fällen, wo das Gelenk eine Zeit gebraucht worden ist, deutliche Zeichen der Abnutzung oder des Zerfalls, wie früher beschrieben, nachgewiesen werden.

Man kann denken, dass eine Möglichkeit zu einer solchen partiellen Isolierung, der oberflächlichsten membranartigen Schicht des fraglichen Knorpels wie LUSCHKA gefunden, leicht zustande kommt durch die abgeplatteten Zellenhöhlen, welche sich in der erwähnten Schicht befinden und oft ungefähr demselben Plan zufallen.

Die oberflächlichen Zellen des Gelenkknorpels liegen in den jüngeren Stadien gewöhnlich einzeln oder höchstens einige zusammen. Bei älteren Kindern, ungefähr vom fünften Jahre an, kommen auch in dieser Schicht etwas grössere Zellenanhäufungen vor, die sogar 3—5 Zellen enthalten. Diese Zellenanhäufungen, welche anfangs nicht so regelmässige Zellengruppen, wie bei noch älteren Kindern und bei Erwachsenen bilden, sind in ihrer Gesamtheit abgeplattet. Auch WEICHELBAUM (1877, S. 209) erwähnt diese letztgenannten Eigentümlichkeiten im Gelenkknorpel bei Kindern. Ein Teil der oberflächlichen Zellen scheint eine umgebende basophile Grundsubstanz ganz und gar zu ent-

behren; die meisten sind jedoch mit einer äusserst schmalen oder etwas breiteren gelblich blaugrünen Kapsel versehen.

Der Vollständigkeit halber will ich im Folgenden noch eine Art von oberflächlichen Bildungen, die es mir gelungen ist in einigen, wenn auch nicht in allen Präparaten nachzuweisen, beschreiben. Besonders in zentralen Teilen des Gelenkknorpels habe ich ziemlich oberflächliche Bündel von „Fibrillen“ gefunden, welche sich so sehr von anderen im Gelenkknorpel vorkommenden Fibrillen unterscheiden, dass sie aus diesem Grunde verdienen besonders erwähnt zu werden. Die erwähnten „Fibrillen“ treten am deutlichsten in einem Präparat hervor, das von Gelenkknorpeln auf Caput humeri eines eben geborenen Elenkalbs hergestellt ist (Alkoholfixierung), wo der Verknöcherungsprozess in der Humerusepiphyse schon so weit gediehen ist, dass die Dicke des fraglichen Gelenkknorpels in seinen zentralen Teilen nur 3 mm und an der Peripherie 4—5 mm betrug. Aber auch im entsprechenden, mit Formalin fixierten Knorpel bei einem 2 und 3 Wochen alten Kalb und bei einem 3 Tage alten Menschenkind, wie auch bei einem Menschenembryo in den letzten Monaten vor der Geburt (und fixiert sowohl in Formalin wie in Alkohol) habe ich das Vorhandensein dieser „Fibrillen“ festgestellt, wenn auch dieselben beim Menschen schwerer nachzuweisen waren, als beim Kalb und Elch.

Genannte „Fibrillen“ bilden Bündel, welche eine acidophile Farbe z. B. mit Pikrinsäure-Säurefuksin annehmen und auch diese Farbe beibehalten, wenn das Präparat mit Methylenblau nachgefärbt wird; doch zeigen sie Neigung mit der Methylenblau-Xylol-Methode einen mehr violetten Farbenton anzunehmen als die eigentlichen Fibrillen im Knorpel, und besonders, wo sie gegen die Tiefe auslaufen, sieht man deutlich, dass sie viel dunkler als die intermediären Züge sind. Färbt man das Präparat sehr stark mit Methylenblau, so nehmen diese „Fibrillenbündel“ einen dunkel bläulichen Farbenton an, der sich deutlich von der rotvioletten Farbe der intermediären Züge unterscheidet. Nur mit einer solchen Überfärbung ist es mir gelungen sie in Präparaten von Gelenkknorpel des Menschen zum Vorschein zu bringen. Sie werden auch mit WEIGERTS „Elastinfärbung“ gefärbt und nehmen dann einen hellvioletten Farbenton an, ebenso treten sie scharf markiert in einem Präparat, gefärbt mit Malakitgrün, hervor und zeigen dann einen dunkelvioletten Farbenton. Mit Hämatoxylin lassen sie sich nicht färben.

Diese „Fibrillenbündel“ erscheinen, wie gesagt, in oberflächlichen Teilen des Gelenkknorpels, strecken sich aber gleichzeitig tiefer in den Knorpel als die früher beschriebene, stark acidophile Flächenschicht des Gelenkknorpels hinein. Am nächsten der Oberfläche laufen sie dicht an einander in der Richtung der Gelenkfläche, aber auch hier kann man sich davon überzeugen, dass diese „Fibrillen“ zu Bündeln vereinigt sind, zwischen welchen die roter gefärbte Grundsubstanz der Schicht hervortritt. Je tiefer unter die Fläche man kommt, um so grösser werden die Zwischenräume zwischen den

verschiedenen Bündeln, welche sich jetzt als „interkapsuläre“ zeigen, d. h. von einer Zellenhöhle zu einer anderen laufen. Die Knorpelzellenhöhlen schneiden also diese Bündel ab, aber sie behalten trotzdem ihre ursprüngliche Richtung bei.

ZUCKERKANDL (1885) hat im Nasenknorpel beim Tapir ähnliche zwischen den Knorpelkapseln laufende Fibrillen beschrieben, welche auch näher der Fläche des Knorpels „in Form von breiten Bändern neben den Zellen dahin laufen“.

Diese erwähnten Bündel teilen sich oft, um sich nach einer kürzeren oder längeren Strecke eventuell wieder zu vereinen. Dieser Teilungen kommen ebensogut auf der Strecke zwischen zwei Zellen vor als da, wo der Verlauf des Bündels von einer Zellenhöhle abgebrochen wird. In dieser Weise entsteht ein Netzwerk, dessen Maschen grösser werden, je tiefer im Knorpel sie liegen. In diesen Maschen giebt es Knorpelgrundsubstanz, die sich in keiner Weise von der Grundsubstanz an den Stellen des Gelenkknorpels zu unterscheiden scheint, wo die hier in Frage stehenden „Fibrillen“-bündel nicht vorkommen. Auch die tiefer liegenden hier berührten „Fibrillen“-bündel folgen hauptsächlich der Richtung der Gelenkfläche, ändern aber allmählich ihre Richtung und laufen schräg gegen die tiefe Fläche des Gelenkknorpels. Hierbei ist zu merken, dass diese schrägen Bündel meistens nach einem Blutgefässkanal streben, in dessen Wandpartie sie verschwinden. Solche schräge laufenden Bündel strecken sich tief unter die oberflächliche Schicht, von der sie herkommen, erstrecken sich aber nirgends auch nur zur Mitte des Gelenkknorpels. Auch diese Bündel laufen von Zellenhöhle zu Zellenhöhle. Sie besuchen doch nicht jede Zelle, die in ihren Weg kommt, sondern laufen auch oft dicht an einer Zelle vorbei. In der Nähe des Gefässkanals kann man einen Teil von Bündeln bis an die stärker gefärbte hülsenförmige Zone verfolgen, die die Wand des Gefässkanals bildet, andere verschwinden dagegen schon früher, indem sie unmerkbar in den Fibrillenzügen schliessen, welche in der Grundsubstanz zwischen den Zellenterritorien laufen.

Auf Grund der verschiedenen Färbbarkeit zwischen den eben beschriebenen „Fibrillen“-bündeln und den Knorpelfibrillen der Grundsubstanz, auf Grund ihres verschiedenartigen Verhaltens zu Knorpelzellen und auf Grund dass beide diese Fibrillensysteme gleichzeitig im Knorpel vorkommen, muss man einen Unterschied zwischen diesen beiden Bildungen machen. — Zu allem diesen kommt noch der Umstand, dass es den Anschein hat, als ob sich die hier fraglichen „Fibrillen“ an einander zu Bündel schliessen, wogegen die echten Knorpelfibrillen unter sich eine filzartige Mischung bilden. Die hier oben beschriebenen „Fibrillen“ sind also nicht mit den eigentlichen Fibrillen in der Grundsubstanz des Knorpels zu verwechseln.

Ausser wirklich vorkommenden Strukturen ist eine grosse Anzahl s. g. Pseudostrukturen im Hyalinknorpel beschrieben worden. Es gilt jetzt für uns zu erforschen, ob

diese „Fibrillen“-bündel wirklich vorkommende präformierte Bildungen oder Pseudostrukturen sind. Schon der Umstand, dass dieselben nicht in allen Fälle nachgewiesen werden konnten und dass sie besonders in Präparaten wo die Fixierung tadellos war, nicht vorkommen, spricht entschieden für die letzte Annahme. Nicht mal die eigentümliche Färbbarkeit, die diese Bündel zeigen, kann eine andere Auslegung begründen. Sowohl HANSEN (1905) wie STUDNÍČKA (1905) haben bewiesen, dass gewisse Pseudostrukturen acidophile oder basophile Farbe annehmen können. Aus meinen Versuchen geht hervor, dass sogar dieselben Bildungen sich entweder mit basischer oder saurer Farbe färben lassen, davon abhängig, in welchen Proportionen in einer Doppelfärbung diese Farben angewandt werden. Etwas mehr überraschend wirkt der oben beschriebene Befund, dass diese Bildungen sich auch mit WEIGERT'S Elastinfärbung färben lassen.

Es dürfte also keinem Zweifel unterworfen sein, dass diese Bildungen, welche den von BABER, SPRONCK, VAN DER STRICHT, ZUCKERKANDL u. a. beschriebenen und abgebildeten interkapsulären Fäden entsprechen, Kunstprodukte, verursacht von Veränderungen in der Grundsubstanz beim Fixieren, sein sollten. Ich habe doch dieselben hier in Kürze beschreiben wollen, denn wie HANSEN (1905, S. 784) bemerkt, ist es höchst wahrscheinlich, dass derartige Pseudostrukturen der ganzen eigentümlichen Struktur der Knorpelgrundsubstanz zufolge in letzterer prädisponiert sind.

## 2. Die Zweite Schicht des Gelenkknorpels.

Unter diesem zuletzt beschriebenen Flächenlager folgt ohne scharfe Grenze ein anderes, etwas breiteres Lager, dessen Grundsubstanz sich in jüngeren Stadien mit einer fast diffus gelbblaugrünen Farbe färbt. Analysiert man diese Grundsubstanz in den erwähnten Stadien näher, so kann man doch leicht in demselben ein schwach violettes Netzwerk feststellen, das von den intermediären Zügen gebildet ist, und in den Maschen dieses Netzwerkes hell gelbgrüne oder gelbblaugrüne Zellenterritorien, einzelne Zellen umgebend. Näher der Oberfläche der Schicht sind diese Zellenterritorien äusserst schwach gefärbt, werden aber immer deutlicher je tiefer unter die Fläche man kommt. Die Zellen sind in den jüngeren Stadien alle einzelne, spindelförmige oder verzweigte Zellen, versehen mit Protoplasmaausläufern, welche sich tief in die umgebenden Grundsubstanz hinein strecken und oft mit den entsprechenden Ausläufern der nahebelegenen Zellen direkt zusammenhängen.

Die überwiegende basophile Grundsubstanz verändert allmählich, je ältere Stadien man untersucht, ihre Färbbarkeit und imselben Masse treten die acidophilen, intermediären Züge stärker und deutlicher hervor. Diese Veränderung der Grundsubstanz tritt nicht gleichzeitig und gleichmässig über der ganzen jetzt behandelten Schicht

auf, sondern scheint vielmehr in Form von ungleichmässigen Inseln aufzutreten. Aus diesem Grunde färbt sich die Grundsubstanz in einem gegebenen Stadium (am deutlichsten in Caput humeri eines Kindes im zweiten Lebensjahre) merkbar ungleichmässig und flammig, beruhend auf abwechselnde, überwiegende acidophile und basophile Gebiete. Prüft man diese verschiedenen Gebiete näher, so kann man feststellen, dass, wo die überwiegende Farbe der Grundsubstanz rot ist, die intermediären Züge breit und die basophilen Territorien der Knorpelzellen spärlich sind, wogegen es sich in den überwiegend basophilen Gebieten umgekehrt verhält, nämlich so, dass die acidophilen, intermediären Züge schwach entwickelt sind, wogegen die Zellen von einer reichlichen basophilen Substanz umgeben sind. Die letzterwähnten Gebiete gleichen also ihrer Struktur nach der früher existierten Anordnung. Später wird der acidophile Teil der Grundsubstanz der massgebende: die Schicht färbt sich diffus rot oder rotviolett mit eingestrenten blaugrünen Zellenterritorien. In der hier in Frage stehenden Schicht beobachtet man also ganz entsprechende Phänomene, welche schon vor dem Auftreten des Knochenkerns in der Epiphyse beobachtet werden konnten in den tieferen Teilen des Epiphysknorpels, und die schon auf den Seiten 55—59 eingehender beschrieben worden sind.

Während dieser Veränderungen in der Grundsubstanz verändern sich auch die Zellen in dieser zweiten Schicht des Gelenkknorpels. Noch lange nach der Geburt sind die Zellen in dieser Schicht beim Menschen überwiegend alleinstehende, spindelförmige oder verzweigte Zellen, wie auch WEICHELBAUM (1877, S. 209) angibt. Aber allmählich treten auch runde oder ovale Zellen oder langgestreckte Zellengruppen auf, welche die Spindelform der Mutterzellen genau nachahmen. Sowohl die alleinstehenden spindelförmigen oder verzweigten Zellen wie auch die langen Zellenreihen laufen bei jüngeren Kindern in allen denkbaren Richtungen ohne irgend eine strengere Anordnung. Doch merkt man, dass die meisten von ihnen bei etwas älteren Kindern bestrebt sind, sich einigermassen parallel zur Gelenkfläche zu ordnen. Nach und nach verschwinden die spindelförmigen oder verzweigten Zellen und die Zellengruppen immer mehr, und die alleinstehenden Zellen wie auch die reichlich vorkommenden Zellengruppen nehmen eine abgerundete Form an. Später ordnen sich diese Zellen allmählich nach einander so, dass undeutliche zur Gelenkfläche senkrecht stehende Reihen entstehen. Noch nachdem dieses Stadium erreicht ist, kann man in gewissen Gelenkknorpeln (wie z. B. im Gelenkknorpel auf Condylus occipitalis bei einem 6 Monate alten Schwein) die Grundsubstanz in der jetzt fraglichen Schicht äusserst reich an basophilen Elementen finden, welche in Form von stark entwickelten Zellenterritorien die Zwischenräume zwischen den dünnen intermediären Zügen füllen.

Die spindelförmigen Zellen und Zellengruppen werden bei grösseren Säugetieren, (Elch, Kuh, Schwein, Schaf) verhältnismässig früh von abgerundeten Zellen oder Zellen-

gruppen ersetzt, wie oben geschildert. Beim Menschen sieht man dagegen langgestreckte (spindelförmige) Zellengruppen und Zellen noch im Alter vom 9 Jahren in tieferen Teilen dieser Schicht im Gelenkknorpel auf Caput humeri. Vor ihrem definitiven Verschwinden bilden diese Spindelförmigen Zellen bzw. Zellengruppen im Gelenkknorpel eine Zone, welche wie ein in der Richtung der Gelenkfläche fortlaufender Gürtel die tiefen Teile der jetzt in Frage kommenden Schicht und die oberflächlichen der darauf folgenden umfasst.

Gleichzeitig dass die spindelförmigen oder verzweigten Zellen von dem nächst unter der Flächenschicht belegenen Lager des Gelenkknorpels verschwinden, geschieht auch hier eine andere Veränderung, die erst im Vergleich mit einem jüngeren Stadium deutlich hervortritt, wo die erwähnten Zellen noch reichlich vorhanden sind und einem älteren, wo sie schon verschwunden sind, nämlich eine merkbare Vermehrung der Grundsubstanz. Diese starke Vermehrung der Grundsubstanz bewirkt, dass die Zellen bzw. Zellengruppen in den älteren Stadien bedeutend weiter von einander stehen, als in der jüngeren. Aber auch die Natur der Grundsubstanz scheint sich zum Teil verändert zu haben. Die intermediären Züge, welche in den früheren Stadien undeutlich und äusserst schwach gefärbt hervortreten, sind in den älteren Stadien deutlicher, stärker gefärbt und auch, wie aus dem Vorhergesagten hervorgeht, breiter. Dagegen scheinen die basophilen Zellenhöfen bzw. Zellenterritorien in den älteren Stadien schmaler als in den jüngeren.

Aus all diesem dürfte man den Schluss ziehen können, das bei der späteren Entwicklung des Gelenkknorpels gerade in dieser zweiten Schicht noch lange nach der Geburt ein intensiver Knorpelzuwachs vorsichgeht. Dieser Zuwachs geschieht anfangs mehr gleichmässig nach allen verschiedenen Seiten, strebt aber später danach hauptsächlich die Dicke des Gelenkknorpels zu vermehren.

### 3. Die dritte Schicht des Gelenkknorpels.

Unter der zweiten soeben beschriebenen Schicht folgt die mächtigste dritte Schicht des nicht fertig gebildeten Gelenkknorpels. Charakteristisch für diese Schicht ist die verhältnismässig starke Entwicklung der acidophilen, intermediären Züge, welches bewirkt, dass die Grundfarbe der Schicht (gefärbt nach der Methylenblau-Xylol-Methode) rotviolett ist. Aber ausser diesen acidophilen, intermediären Züge kommen speziell in dieser Schicht in den späteren Stadien die eigentümlichen von HANSEN (1905, S. 683) beschriebenen und abgebildeten (Taf. 35, Fig. 1) blauen Balkennetze oder „Zone IV“ vor, Inseln oder Adern von basophiler Grundsubstanz zwischen den Zellenterritorien. Diese Adern können mit der perizellulären, basophilen Substanz zusammenhängen oder ganz

und gar von derselben isoliert sein. HANSEN beschreibt dieselbe als einen Rest der basophilen Grundsubstanz, die früher eine Mutterzelle umgab, welche durch wiederholte Teilungen den Ursprung zu mehreren Zellen schuf, von welchen jede später von je ihrem basophilen Zellenterritorium und ausserhalb derselben von der acidophilen Grundsubstanz umgeben wurde.

Es ist wahrscheinlich, dass ein Teil der in dem jungen Gelenkknorpel nachweisbaren basophilen „blauen Balkennetze“ sich in dieser Weise entwickelt hat; aber sicher gibt es auch andere, welche direkt durch die Umwandlung der Knorpelzellen in basophile Grundsubstanz entstanden sind. Ich habe nämlich sowohl in der nächsten Umgebung der Gefässkanäle (Fig. 25) wie auch an anderen Stellen im Knorpel Zellen gefunden, welche verschiedene Stadien eines solchen Umwandlungsprozesses zeigen, wie der Protokollauszug auf Seite 105 näher angibt. Hier wie aller Wahrscheinlichkeit nach auch dort wo die Gefässkanäle mit jungem Knorpelgewebe gefüllt werden, geschieht also die Vermehrung der Knorpelgrundsubstanz zum Teil durch direkte Umwandlung der Zellen in Grundsubstanz. Diese Umwandlung ermöglicht es uns auch die Umwandlung zu verstehen, die im Knorpel vor sich geht, wenn seine Grundsubstanz im Laufe der Entwicklung sich im Verhältnis zu den Knorpelzellen vermehrt. In wie hohem Masse die Anzahl der Zellen auf einem bestimmten Gebiet im Gelenkknorpel vermindert wird, zeigt ein Vergleich zwischen Fig. 28 und Fig. 30. Es liegt auf der Hand, dass diese Veränderung der relativen Anzahl der Zellen doch nicht allein von der obenangegebenen Umwandlung der Zellen abhängt. — HANSEN (1899, S. 426) und SCHAEFFER (1903, S. 538) und vor ihnen einige andere Anatomen, haben früher eine entsprechende Zellenumwandlung beobachtet; die genannten Forscher beschreiben — wie hier oben erwähnt — die Umwandlung der Zellen in basophile Grundsubstanz; aber auch in Knorpelfibrillen können nach HANSEN Knorpelzellen sich ganz und gar umwandeln.

Zu Anfang sind die Zellen in dieser Schicht so geordnet, dass ein gemeinsamer Plan für ihre Richtung nicht unterschieden werden kann. Aber allmählich sieht man, dass die langen Spindelzellen oder die Spindelförmigen Zellengruppen, welche sich von diesen Zellen entwickeln, sich gewöhnlich so richten, dass sie mehr oder weniger parallel zur Gelenkfläche laufen und gleichen in dieser Hinsicht den Zellen in der vorhergehenden Schicht, besonders in dem tieferen Teil derselben. Gleichzeitig fangen die spindelförmigen Zellen und Zellengruppen immer mehr an abzunehmen, so dass sie vor ihrem endgültigen Verschwinden, wie schon erwähnt, in den oberen Teilen der jetzt in Frage kommenden Schicht und in dem tieferen Teil der vorhergehenden Schicht, einen gemeinsamen in der Richtung der Knorpelfläche laufenden Gürtel bilden. — Später bilden sich die spindelförmigen Zellen und Zellengruppen in mehr oder weniger abgerundete Zellengruppen um.

Schon lange bevor dieses geschieht verschwinden die blauen Balkennetze in selbigen Masse wie die Grundsubstanz — wahrscheinlich infolge der Vermehrung der acidophilen Knorpelfibrillen — einen immer mehr acidophilen Charakter annimmt. Gleichzeitig geschehen in dieser und auch in der vorhergehenden Schicht Veränderungen, welche oben schon in Kürze relatirt wurden, und welche dazu führen, dass die ursprünglich leicht auffallenden Ungleichheiten zwischen diesen beiden Schichten immer mehr zu verschwinden anfangen, bis man sie nicht mehr von einander unterscheiden kann. Diese Ähnlichkeit zwischen der zweiten und dritten Schicht des Knorpels ist bei verschiedenen Tieren verschieden weit entwickelt, und tritt im allgemeinen bei den grossen Säugetieren am deutlichsten vor. Beim Menschen tritt bald eine neue Ungleichheit zwischen diesen beiden Schichten dadurch auf, dass die Zellteilung in der dritten Schicht später so vorsieht, dass ihre Richtung parallel zur Gelenkfläche läuft, welches bewirkt, dass in der erwähnten Schicht die Zellen sich allmählich in mehr oder weniger senkrecht zur Gelenkfläche stehende langgestreckte Gruppen ordnen. Diese Gruppen sind in verschiedenen Gelenken verschieden lang. Im Gelenkknorpel auf der distalen Epiphyse des zweiten Metacarpalknochens im Fusse eines 17-jährigen Jünglings bestehen sie z. B. aus einer einzigen ovalen Zelle oder aus Gruppen von zwei mehr selten von drei Zellen, wogegen sie im Gelenkknorpel auf Caput humeri im entsprechenden Alter bis zu 8 Zellen enthalten können. Ganz in derselben Weise wie in kleinen Gelenken beim Menschen sind diese Zellenreihen kurz, bestehend aus einem Paar oder drei Zellen bei kleinen Tieren auch in den grossen Gelenken (so z. B. im Knorpel auf Caput humeri bei Mäusen und Meerschweinchen), ein Umstand, der von der absoluten Dicke und dem schnellen Zuwachsen des fraglichen Gelenkknorpels abhängig sein dürfte.

Während die oben erwähnten Veränderungen im Gelenkknorpel vorsichgehen, schreitet der Ossifikationsprozess schnell immer weiter gegen die oberflächlichen Teile des Gelenkknorpels vor. Das verhältnismässig dicke Knorpellager, das entstand, als die früher beschriebenen zweite und dritte Schicht mit einander zusammenschmalzen, fängt an immer dünner zu werden. Anfangs scheint doch der Zuwachs des Knorpels eben so viel neues Gewebe zu bilden, wie der Ossifikationsprozess verschlingt, sodass die Dicke des Gelenkknorpels auf Caput humeri bei einem Kinde von 4 Jahren nicht viel grösser ist als bei einem 9-jährigen Kinde, aber später wird der Knorpel allmählich dünner. Er hat dann schon die letzten Reste von den Kanälen der Knorpelgefässe verloren und etwas später sind auch die Spindelzellen und die spindelförmigen Zellenreihen verschwunden, wonach die Zellen und die Zellengruppen die für den fertiggebildeten Gelenkknorpel charakteristischen Anordnungen annehmen. In dieser Weise entstehen die zwei tiefsten Schichten des fertiggebildeten nicht verkalkten Gelenkknorpels, welche HAMMAR (1892) „die Region der langgestreckten Zellengruppen“ und „die Region der runden Zellen-

gruppen“ genannt hat. Die Dritte, „die Region der platten Zellengruppen“, wird von der oberflächlichsten Schicht des jungen Gelenkknorpels wie früher beschrieben gebildet.

## 2. Die tiefen Schichten des Gelenkknorpels. — Die Begrenzung des Gelenkknorpels gegen den unterliegenden Knochen.

Nach der eben beschriebenen Schicht folgt in jüngeren Stadien (solange ein Zuwachs des Gelenkknorpels sich in mehr merkbarem Grade geltend macht) der verkalkte Knorpel ohne irgend eine deutlich markierte Grenze. Auf Grund dieser fortgesetzten Verknocherung der Epiphyse schreiten in diesen Stadien Phänomene die diesem Prozess vorgehen, nämlich die Vergrößerung der Knorpelzellen und die Verkalkung der Grundsubstanz, weiter in dem deckenden Knorpel gegen die Oberfläche des Gelenkknorpels, und die Grenze gegen die soeben beschriebene Schicht und den verkalkten Knorpel wird ständig verschoben. Anders wird die Lage sobald der Knochenkern der Epiphyse anfängt sich im Verhältnis zum Gelenkknorpel seiner definitiven Ausdehnung zu nähern. Dann entsteht eine fast lineäre Grenze, die den verkalkten Knorpel von dem nicht verkalkten trennt. Diese Grenze läuft in ihrer Richtung ziemlich parallel zur Gelenkfläche, unabhängig davon, ob einzelne Knorpelzellen oder Zellenhaufen in ihren Weg kommen, weshalb sie oft eine Gruppe von Knorpelzellen schneidet, sodass ein Teil der Zellen in der erwähnten Gruppe auf ihre eine Seite, ein anderer Teil auf ihre andere Seite kommt.

Diese Grenzlinie, deren Auftreten während ihres früheren Vorhandenseins sehr verschieden bei verschiedenen Tieren zu sein scheint, tritt auf *Caput humeri* eines eben geborenen Elenkalbes (fixiert in Alkohol) in Form von „Fibrillen“ auf, welche gesehen in einem zum Gelenkknorpel senkrechten Schnitt als ein einheitliches oder an gewissen Stellen zu einigen Banden geteiltes Bündel erscheinen. Dieses Bündel läuft fast in einer geraden Linie, teils zwischen den Zellenterritorien, teils direkt durch dieselben. Bei näherer Untersuchung kann man das erwähnte Bündel gerade durch den Zellenhof zur nächsten Nähe der Knorpelzellen verfolgen, wo dasselbe plötzlich aufhört um seinen früheren Verlauf auf der anderen Seite der Zelle aufzunehmen. Färbt man das Präparat mit Säurefuksin und Methylenblau und untersucht man die gesagten Bildungen in starker Vergrößerung (Immersion) so kommt man zu der Auffassung, dass das erwähnte Bündel aus dicht an einander sitzenden Reihen von kleinen, rotgefärbten Körnern bestehen würde. Gleichzeitig treten auch in der Umgebung der Knorpelzellen Haufen von etwas grösseren und auch ihrer Farbe nach abweichenden Körnern auf. Die ersterwähnten Körnerreihen strecken sich bis zu diesen Körnerhaufen und scheinen in intimer Berührung mit denselben zu stehen.

Zu einem gewissen Grade entsprechend verlaufende „Fibrillen“ beschreibt SOLGER (1889, S. 317—319) zwischen dem verkalkten und dem hypertrophischen Knorpel auf der distalen Epiphyse vom Metacarpalknochen bei einem ein Jahr alten Kinde. SOLGER hält diese für Kunstprodukte. — Auch ich will diesen Bildungen keine grössere Bedeutung zuschreiben, besonders da ich dieselben in oben beschriebener Form regelmässig bei anderen Gelenkknorpeln nicht habe nachweisen können. Sie beweisen jedenfalls, dass der Gelenkknorpel an der fraglichen Stelle eine Eigentümlichkeit zeigt, die man in seinen anderen Teilen vermisst.

Dieses oben beschriebene Bündel ist Vorläufer zu der lineären Grenze, die später zwischen dem verkalkten und dem nichtverkalkten Knorpel besteht. Sein ursprüngliches Verhalten zu den einzelnen Knorpelzellen und Zellenkapseln ist ganz dasselbe, wie das der später vorkommenden Grenzlinie; nur sein ursprünglicher sehr gerader Lauf wird später kleineren Biegungen unterworfen. Im Laufe der Entwicklung wird der Knorpel sowohl auf seiner oberflächlichen wie auf seiner tiefen Seite verändert. Wir finden nämlich bald im Knorpel, der am nächsten an der Fläche dieser Grenzschicht liegt, eine schmale Zone, die zu der im vorhergehenden Kapitel beschriebenen dritten Schicht gehört. In dieser Grenzzone werden die Knorpelzellen schnell merkbar grösser und bilden unter sich grössere Gruppen als in den übrigen Teilen der dritten Schicht. Ebenso werden die Zellenhöfe merkbar schmaler. Gleichzeitig wird die Färbbarkeit der Grundsubstanz verändert, so dass die intermediären Züge sehr undeutlich werden und die Grundsubstanz im übrigen eine viel weniger intensive Farbe annimmt (Fig. 26.2). Aus diesem Grunde ist die genannte Zone viel leichter als ein hellerer Streifen im Knorpel zu erkennen. Diese verschiedenartige Färbbarkeit tritt besonders gut in Präparaten, gefärbt nach der Methylenblau-Xylol-Methode, hervor. Aber auch diese ist in verschiedenen Fällen sehr ungleich und kann sogar ganz und gar vermisst werden. Am deutlichsten habe ich dieselbe bei einem 4 Monate alten Edelhirsch gesehen. Diese Verschiedenheit beruht zum Teil auf das Alter der untersuchten Stadien. In jüngeren Stadien ist diese Zone verhältnismässig breit, und man trifft in derselben relativ reichlich Gruppen von hypertrophischen Zellen (Fig. 28. u. 29.4). Bei Älteren und besonders bei Erwachsenen ist dieselbe viel schmaler oder gar nicht nachzuweisen und die obenerwähnten Zellengruppen erscheinen äusserst spärlich. Diese schmale Zone von hypertrophischem Knorpel und die oben beschriebene lineäre Grenze machen zusammen besonders bei Erwachsenen einen schmalen Streifen aus, der eine Grenze zwischen dem verkalkten und dem unveränderten hyalinen Knorpel bildet (Fig. 30 u. 31). Es ist wahrscheinlich, dass der „Trennungstreifen“ der Anatomen (vergl. FICK 1904, Fig. 11) zwischen dem verkalkten und nicht verkalkten Knorpel identisch mit diesem Streifen ist.

Auf der unteren Seite des letzt berührten „Trennungstreifen“ folgt der verkalkte Knorpel (Fig. 26.4, 28 u. 29.5). Er gleicht im grossen Ganzen dem verkalkten Knorpel an der Ossifikationsgrenze im allgemeinen, weshalb ich mich nicht bei seiner näheren Beschreibung länger aufzuhalten brauche. Auch seine Dicke ist anfangs grösser, wird aber geringer im selben Masse, wie die Intensitet des Zuwachses abnimmt (vergl. Fig. 28, 30 u. 31). In einigen Fällen ist es schwer auch diese Schicht in einem späteren Alter überhaupt nachzuweisen. Entweder bekommt man den Eindruck, als ob dieselbe in gewissen Fällen ganz und gar vermisst wird, oder sieht man sie stellenweise hier und dort auftreten. In diesem verkalkten Knorpel sind die intermediären Züge senkrecht zur Fläche des Gelenkknorpels gestellt und ebenso zur Fläche des unterliegenden Knochens. Im allgemeinen sind die Fibrillen weniger leicht sichtbar als die Fibrillen in dem hyalinen, nicht verkalkten Knorpel. Versucht man diesen Fibrillen weiter gegen den unterliegenden Knochen zu folgen, so kommt man zu der Auffassung, als ob dieselben nicht an der Knorpelknochengrenze schliessen würden, sondern im Gegenteil sich in das unterliegende Knochengewebe strecken. Meine hier hergehörenden Beobachtungen sind doch so wenige, da ich die Frage über das Verhalten der erwähnten Knorpelfibrillen zum angrenzenden Knochen keiner speciellen Prüfung unterzogen habe, dass ich in diesem Zusammenhange nicht im stande bin dieser Sache eine nähere Auseinandersetzung zu widmen. — Ausserdem ist die Grenze zwischen dem Knorpel und dem Knochengewebe sehr scharf aber nicht gerade sondern im Gegenteil schlingend.



## Anhang.

### Die Veränderungen des Gelenkknorpels auf Caput humeri beim Menschen nach der Geburt.

Um grössere Übersichtlichkeit betreffend der Veränderungen zu gewinnen, die der Gelenkknorpel auf Caput humeri beim Menschen nach der Geburt durchmacht, füge ich einen abgekürzten Auszug aus meinen Protokollen über hierhergehörende Stadien bei.

#### Im ersten Lebensjahr.

Die oberflächlichste, verhältnismässig schmale Zone des Gelenkknorpels ist stark acidophil; die Knorpelzellen sind in dieser Zone rund oder oval, etwas abgeplattet und haben keine grösseren Ansläufeln. Alle Zellen sind kernführende Einzelzellen in Gruppen von zwei oder seltener drei. Die Zellteilungsrichtung — bestimmt auf Grund des gegenseitigen Lageverhältnisses — der Schwesterzellen — ist fast senkrecht zur Knorpelfläche, doch können auch Zellteilungen parallel zur Gelenkfläche festgestellt werden. Um die meisten Zellen herum ist eine schmale, hellblaugrüne Kante, die Knorpelkapsel, merkbar; ausserdem kommen einzelne Zellen vor, welche keine nachweisbare Kapsel haben und direkt von der acidophilen Grundsubstanz umgeben zu sein scheinen.

Diese Flächenschicht geht unmerkbar in die darunterliegende, etwas dickere Schicht über, die von folgenden Eigentümlichkeiten gekennzeichnet wird: die Grundsubstanz ist gleichmässig basophil, hell blaugrün, mit äusserst schwach hervortretenden helleren, blaugrünen Territorien um die Zellen herum. Ein deutlicher Unterschied zwischen dem Zellenhof und der Knorpelkapsel gibt es im allgemeinen nicht. Die Zellen sind typisch spindelförmig oder verzweigt, oft sogar mit 3—4 im Schnitt sichtbaren Ansläufeln versehen, welche in verschiedenen Richtungen in der Grundsubstanz laufen. Einige Zellen stehen durch ihre Ansläufeln in direkter protoplasmatischer Vereinigung mit einander.

Alle Zellen liegen einzeln ungefähr gleich weit von einander. Die spindelförmigen Zellen ordnen sich nicht nach einem gemeinsamen Plan, im Gegenteil sieht man sie im selben Schnitt oft längs-, quer- oder in verschiedenen Weisen schräggeschnitten.

Unter dieser Schicht folgt ohne merkbare Grenze die mächtigste dritte Schicht des jungen Gelenkknorpels, die von folgenden Eigentümlichkeiten gekennzeichnet wird: die Grundsubstanz zeigt am nächsten unter der Fläche der Schicht sehr undeutliche, tiefer etwas deutlicher violett gefärbte intermediäre Züge, welche erst mit einer starken Pikrinsäure-Säurefuksin-Färbung hervortreten. Diese intermediären Züge treten besonders deutlich in der Nähe der Gefässkanäle hervor, wo sie mit ihrer hülsenförmigen acidophilen Randzone zusammenhängen. Der hauptsächliche Farbenton der Grundsubstanz ist aber doch blaugrün. Statt der einzelnen spindelförmigen und verzweigten Zellen treten in dieser Schicht kleinere Zellengruppen auf, welche sich im allgemeinen in Reihen ordnen, sodass man die Spindelform der ehemaligen Mutterzelle leicht erkennen kann. Ein Teil von diesen Zellen (die mittleren Zellen der Reihe) ist abgerundet, ein anderer (die äussersten Zellen in der Reihe) mit einem Protoplasmaausläufer versehen. Hier und dort treten auch einzelne spindelförmige oder verzweigte Zellen auf, und ebenfalls einzelne runde oder ovale Zellen, welche keine Ausläufer haben. Ausser diesen obenerwähnten spindelförmigen Zellengruppen, in welchen alle Zellen in einer Reihe nach einander liegen, gibt es auch zwischen ihnen einzelne abgerundete Zellengruppen, wo auch nebeneinander liegende Zellen vorkommen.

Die Zellen werden von hell blaugrünen Höfen umgeben. Bei einigen Zellen kann man ausserdem am nächsten um die Zellen herum eine stärker lichtbrechende mehr hell grünblaue, manchmal auch stärker blaue Knorpelkapsel deutlich sehen. Die Zellen ordnen sich in den oberflächlichsten Teilen der Schicht hauptsächlich in Reihen parallel zur Knorpelfläche, aber in den tieferen Teilen der Schicht bilden sie Wirbeln oder in verschiedenen Richtungen gestellte Reihen. — Die Verteilung der Grundsubstanz ist nicht gleichmässig. Im Gegenteil sieht man in derselben ausser Zellenhöfen und Knorpelkapseln starke, hell blaugrün gefärbte (basophile) Partien wie ungleichmässige Inseln oder Adern zwischen den Zellengruppen, isoliert von ihren Zellenhöfen durch violett gefärbte Stränge. An einigen Stellen können diese basophil gefärbte „Adern“ — welche den von HANSEN (1905, S. 683) beschriebenen und (in Taf. 35 Fig. 1) abgebildeten „blauen Balkennetzen“ oder der „Zone IV“ entsprechen — direkt mit der Territorealsubstanz der Zellen zusammenfliessen, an anderen Stellen kommt zwischen diesen verschiedenen Teilen der basophilen Grundsubstanz — wie oben erwähnt — ein breiterer oder schmalerer, schwach tingierter, violetter (acidophiler) Ring, der in gewissen Fällen direkt mit der Interterritorealsubstanz zusammenhängt. Auch ausserhalb der oben beschriebenen

acidophilen Wandpartie der Gefässkanäle trifft man eine ungleichmässig begrenzte basophile Zone, den blauen Balkennetzen entsprechend.

Im allgemeinen sind die Zellen weniger zahlreich hervortretend in den blauen Balkennetzen, aber hier und dort trifft man doch in denselben einzelne solche. An einigen Stellen sieht man, dass in der Mitte eines solchen basophilen Balkennetzes eine Reihe von Zellen läuft, und dass es gerade der gemeinsame, stark entwickelte Zellenhof dieser Zellen ist, der in einem solchen Fall den basophilen Zug bildet. Prüft man diese Züge eingehender, so findet man nicht selten in denselben Zellen, welche sich deutlich von den übrigen Knorpelzellen auf Grund der äusserst schwachen Differenz unterscheiden, die zwischen diesen und der basophilen Grundsubstanz besteht. Die genannten Zellen werden weder von einer Kapsel noch einem Zellenhof umgeben, und es ist im allgemeinen schwer eine Grenze zwischen der Zelle und der Grundsubstanz zu unterscheiden. Das Protoplasma dieser Zellen färbt sich nämlich auch in ganz derselben Weise wie die umgebende Grundsubstanz mit einer hellblaugrünen Farbe; im Protoplasma können aber in verschiedenen Zellen reichlich vorkommende kleine, nur in starker Vergrösserung vortretende, dunkelgefärbte Körner entdeckt werden. Es ist nur dank dem Vorhandensein dieser Körner man sich im allgemeinen eine Auffassung über die Ausdehnung und Form der fraglichen Zellen bilden kann. Während es verhältnismässig leicht ist in dieser Weise das Protoplasma von einigen dieser Zellen nachzuweisen, gibt es andere, wo man die erwähnten Körner entweder nur auf der einen Seite des Zellkerns oder überhaupt nicht antrifft. In diesen Fällen kann man sich keine Auffassung über die Ausdehnung der fraglichen Zellen bilden, und in den letzterwähnten Zellen sind nur die Kerne sichtbar. Aber auch die Kerne der jetzt beschriebenen Zellen sind ungleich den Kernen der gewöhnlichen Knorpelzellen. Sie sind ihrer Grösse nach kleiner als die anderer Zellen und im allgemeinen gleichmässig gefärbt, ohne sichtbare Kernstruktur. Ausserdem ist ihre äussere Begrenzung oft ungleichmässig; die Kerne zeigen mit anderen Worten eine mehr oder weniger weit gediehene Degeneration (vergl. die Zellen in Fig. 25).

Näher der Verknöcherungsgrenze tritt zu erst der hypertrophische Knorpel auf, welcher sich ohne deutliche Grenze der letztbeschriebenen Schicht anschliesst. Die Zellen in den oberflächlichsten Teilen dieses hypertrophischen Knorpels sind nicht viel grösser als in dem nicht hypertrophischen, aber je tiefer unter dessen untere Fläche man kommt, um so grösser werden die Zellen. Ausserdem merkt man, dass die Zellen in den oberflächlichsten Teilen dieser hypertrophischen Schicht verhältnismässig kleine, hauptsächlich runde Gruppen bilden, wogegen sie sich näher dem verkalkten Knorpel in längliche oder ovale Zellengruppen zusammenschliessen, welche hauptsächlich aufrecht im Verhältnis zu der tieferen Fläche des Knorpels stehen. Die Grundsubstanz ist deutlich vermehrt, die intermediären Züge unendlich.

Nach dem hypertrophischen Knorpel folgt in diesen Stadien ohne deutliche Grenze der verkalkte Knorpel mit dichtsitzenden, langen Reihen von hypertrophischen Zellen. Zwischen diesen Reihen, die alle einigermassen senkrecht zu Fläche des Gelenkknorpels stehen, sieht man deutliche, ebenfalls aufrechtstehende acidophile, intermediäre Züge.

Im tieferen und mittersten Teil des Knorpels kommen reichlich Blutgefässkanäle vor. Ein Teil von diesen zeigt deutliche Neigung zur Atresie; es kommen auch ganz atretische Gefässkanäle vor, gefüllt von junger, hellblaugrün gefärbter Grundsubstanz und grosse, runde Zellen oder ovale Knorpelzellen. Am nächsten um die rotvioletten „Hülsen“ der Gefässkanäle herum beobachtet man eine reichliche Zellenvermehrung und Neubildung von junger (basophiler) Grundsubstanz. An gewissen Stellen treten in den obenerwähnten, acidophilen „Hülsen“ Gruppen von dicht an einander sitzenden Zellen mit hell blaugrüner Grundsubstanz (Knorpelkapsel und Zellenhof) um sich herum auf. Das Bindegewebe in diesen Gefässkanälen ist verdichtet, die Gefässe atrophisch. Neben diesen verschiedenen Formen von Gefässkanälen gibt es auch solche, wo die obenbeschriebenen atretischen Prozesse noch nicht beobachtet werden.

Die Kante des Gelenkknorpels wird von einer fibrösen Lamelle bedeckt, die Fortsetzung sowohl des Perichondriums wie der Gelenkkapsel. Dieselbe streckt sich ein Stück der Gelenkfläche entlang, wird aber bald unerkennlich in dem ihre Fäden in der Grundsubstanz zwischen den Knorpelzellen verschwinden. Von ihrer tiefen Fläche strahlen starke acidophile Fibrillenbündel in den Knorpel, wo sie als intermediäre Züge laufen und allmählich verschwinden. Der Übergang zwischen dem fibrösen Gewebe an der Anheftungsstelle der Gelenkkapsel geschieht so allmählich, dass man nirgends eine scharfe Grenze zwischen diesen verschiedenen Arten von Geweben ziehen kann. Noch in diesen Stadien kann die zirkulär um den Gelenkkopf herum laufende Furehe, RANVIER'S „enchoche“, deutlich unterschieden werden. Sie ist gefüllt von Bindegewebsfäden und zwischen ihnen gestreute oder in Gruppen liegende Knorpelzellen mit einem Hof von basophiler Substanz um sich herum. In dem letzt beschriebenen, peripher auf dem Gelenkknorpel laufenden Bindegewebe befinden sich Blutgefässe.

Je ältere zu dieser Altersgruppe hörende Kinder man untersucht, um so stärker acidophil kommt die Grundsubstanz des Knorpels vor. So treten die acidophilen intermediären Züge schon bei einem 6 Monate alten Kinde fast überall im Gelenkknorpel vor. Auch die basophilen Balkennetze sind bei älteren hierher gehörenden Kindern weniger reichlich wenn auch recht häufig vorkommend. Dazu kommt noch, dass die Zellen am nächsten unter der schmalen Flächenschicht bei diesen von deutlich hervortretenden basophilen Ringen umgeben sind.

### Im zweiten Lebensjahr.

Die acidophile oberflächliche Zone ist im grossen und ganzen wie in den vorhergehenden Stadien gebaut, doch scheinen die Zellen mehr abgeplattet zu sein. Auf der Fläche des Knorpels kommen ausserdem dann und wann einzelne Zellenhöhlen vor, welche sich nach aussen der freien Gelenkfläche zu öffnen scheinen.

Unter diesem, einigermaßen gleichmässig acidophilen Flächenlager folgt die zweite Schicht des Knorpels, deren Grundsubstanz, in kleiner Vergrösserung gesehen, eine auffallende Flammigkeit zeigt, die darauf beruht, dass überwiegend acidophile und basophile Felder mit uneben und undeutlichen Grenzen sich in einander schieben. Die nähere Erklärung zu diesem Phänomen gibt uns eine stärkere Vergrösserung. Die Zellen in dieser Schicht sind hauptsächlich spindelförmig oder verzweigt, meistens alleinstehend. Ihre Ausläufer strecken sich in verschiedene Richtungen ohne nähere Anordnung. Alle diese Zellen sind von basophilen Territorien umgeben. Aber während die erwähnten Territorien um gewisse Zellen herum ganz schmal sind wie die Knorpelkapseln, sind sie um andere herum sehr reichlich. Zwischen diesen basophilen Teilen der Grundsubstanz laufen verschieden breite acidophile intermediäre Züge, so dass, wo die obenerwähnten basophilen Territorien schwach entwickelt sind, die intermediären Züge breiter sind und umgekehrt. Aus diesem Grunde bilden die gleichartigen Territorien unter sich leicht zusammengefügte Anhäufungen, wodurch die oben angedeutete Flammigkeit in der Grundsubstanz entsteht. Diese letzterwähnten Zellenanhäufungen sind nicht mit den Zellengruppen zu verwechseln, die man in dem fertig gebildeten hyalinen Knorpel und auch in diesem Stadium in der tieferen Schicht des Gelenkknorpels antrifft.

In der darauf folgenden Schicht ist die Grundsubstanz überwiegend acidophil, breite intermediäre Züge bildend, zwischen welchen langgestreckte Zellengruppen oder spindelförmige Zellen belegen sind. — Die Zellen sind von nicht all zu reichlicher basophiler Grundsubstanz umgeben, in welcher ein Unterschied zwischen dem Zellenhof und der Knorpelkapsel oft schwer zu finden ist. Sowohl die Maschen der intermediären Züge wie die langgestreckten Zellengruppen sind im allgemeinen so geordnet, dass sie in der Richtung der Knorpelfläche laufen. Das basophile, blaue Balkennetz, das in den früheren Stadien und noch in dem späteren Teil der Entwicklungsperiode beobachtet wurde, kommt nicht mehr ebenso reichlich vor. — Je tiefer in diese Schicht man kommt, um so reicher an basophilen Elementen wird ihre Grundsubstanz. Gleichzeitig werden die Zellengruppen allmählich in immer mehr ovale oder sogar runde umgewandelt, und die Zellen werden von deutlich hervortretenden Knorpelkapseln und Zellenhöfen umgeben, oder von Zellenterritorien, deren äussere Grenze gegen die violetten intermediären Züge

der Grundsubstanz unscharf ist. Die letzterwähnten sind verhältnismässig viel schmäler als in den oberflächlicheren Teilen der Schicht, und laufen nicht so streng parallel zur Gelenkfläche wie diese. Je tiefer gegen den verkalkten Knorpel man kommt, um so mehr runden sich die Zellen ab und um so senkrechter zur Gelenkfläche laufen die intermediären Züge.

In der letztbeschriebenen Schicht kommen teils ganz und gar atretische, mit jungem Knorpelgewebe und Bindegewebe gefüllte Gefässkanäle teils einzelne Kanäle, die noch Blutgefässe enthalten, vor.

#### Im dritten und vierten Lebensjahr (Fig. 28).

Während dieser Altersperiode verändert sich die innere Struktur des Gelenkknorpels in den oberflächlichsten Teilen nicht besonders viel, wogegen die aller tiefsten Schichten, der hypertrophische und verkalkte Knorpel, eine auffallende Ungleichheit bieten, verglichen mit den Verhältnissen in den vorhergehenden Stadien (Fig. 28). Die oberflächlichste Schicht ist fast ebenso gebaut, wie in dem vorhergehenden Stadium. Die Grundsubstanz der darauf folgenden zweiten Schicht ist mehr gleichmässig gefärbt und verhältnismässig reicher an acidophilen Elementen als in dem vorhergehenden Stadium. Aus diesem Grunde sind die zu dieser Schicht gehörenden Zellen von ungefähr gleich starken basophilen Höfen umgeben. Auch kann man hier, hauptsächlich in dem dritten Lebensjahr merken, wie die spindelförmigen Zellen allmählich in runde oder längliche Zellen umgewandelt werden, welche grobe Ausläufer vermissen. Dieses scheint im allgemeinen so zu geschehen, dass die lange, spindelförmige Zelle sich in zwei oder mehrere Schwesterzellen teilt, welche nachher eine abgerundete Form annehmen. Die so entstandenen Schwesterzellen bilden doch keine grösseren Gruppen, sondern entfernen sich wieder von einander.

Diese Veränderung in der äusseren Form der Zellen gibt dieser zweiten Schicht ein anderes Gepräge, als wir in den zwei früher beschriebenen Altersgruppen sahen. Gleichzeitig dass ein Teil der spindelförmigen Zellen also in dieser zweiten Schicht verschwindet, kann eine entsprechende Entwicklung auch in der darunter liegenden dritten Schicht festgestellt werden, deren Zellen im allgemeinen danach streben Gruppen zu bilden, wie schon in den früheren Altersperioden nachgewiesen wurde. So trifft man in der jetzt fraglichen Schicht neben lang ausgedehnten, einzelnen spindelförmigen Zellen zahlreiche abgerundete oder ovale Zellengruppen und Zellen, umgeben von einer basophilen Knorpelkapsel und Zellenhof. In dem tieferen Teil des Knorpels können auch in diesen Stadien Züge von dem blaugefärbten Balkennetz beobachtet werden. Ihrer Farbe nach unterscheiden sich diese Züge immer mehr von den basophilen Zellenhöfen in dem

sie allmählich grauviolett werden, was vom Vorhandensein acidophiler Knorpelfibrillen in denselben beruht. Diese Ungleichheit konnte schon, wenn auch undeutlicher, in den früheren Stadien nachgewiesen werden.

In den oberflächlichen Teilen des Knorpels laufen die abgeplatteten Zellengruppen parallel zur Knorpelfläche. In der darunter befindlichen Schicht kann eine streng durchgeführte, regelmässige Zellenanordnung nicht nachgewiesen werden. Das Vorkommen von zahlreichen runden oder ovalen Zellen gibt doch dieser Schicht ihr Gepräge, wo die spindelförmigen Zellen zwischen diesen in allen denkbaren Richtungen laufen, meistens laufen doch auch sie parallel zur Fläche des Knorpels. In der tiefsten Schicht laufen die Zellen noch unregelmässiger, oft unter einander undeutliche Wirbeln bildend. Erst nahe der Ossifikationsgrenze ordnen sie sich in senkrecht zur Gelenkfläche gestellten Reihen.

Einzelne Gefässführende Kanäle kommen noch im Knorpel vor, ebenso kann man einzelne mit jungem Knorpel gefüllte Gefässkanäle feststellen. In einigen der letzterwähnten Gefässkanäle findet man junge Knorpelzellen, unter deren Knorpelkapseln eine stark acidophile, halbmondförmige Bildung festgestellt werden kann, den von HANSEN (1899 und 1905) beschriebenen „kollagenen Manteln aus kurzen, starren Fibrillen“ entsprechend. (Vergl. HANSEN 1905, Taf. 35, Fig. 1 und Taf. 38, Fig. 6). Was die Lage dieser Bildungen betrifft, so kann man feststellen, dass dieselben konstant auf der Seite der Zellen sind, die nach der Mitte der Gefässkanäle gewandt ist. Was ihr Lageverhältnis zur Zelle selbst betrifft, so befinden sich einige von ihnen ganz auf der Protoplasmaoberfläche, in der inneren Wand der Knorpelkapsel, andere etwas weiter von der Zelle entfernt, so dass die drinnen in der basophilen Knorpelkapsel belegen und getrennt von der Zelle durch eine dünne basophile Lamelle sind.

Wie schon erwähnt sind die am meisten merkbaren Veränderungen in diesen Stadien auf die tiefsten Teile des Gelenkknorpels lokalisiert. Der starke Zuwachs nahe der Ossifikationsgrenze, der sich durch lange aufrechtstehende Zellenreihen sowohl in dem hypertrophischen wie besonders in dem verkalkten Knorpel in dem oben beschriebenen Altersperioden merkbar machte, hat in den jetzt fraglichen Stadien bedeutend abgenommen. Die Zellen in dem hypertrophischen Knorpel bilden nicht mehr ebenso lange Reihen, und die Zellengruppen sind in dieser Schicht im allgemeinen mehr abgerundet, während der ganze hypertrophische Knorpel nunmehr eine viel dünnere Schicht als früher bildet. — Dasselbe gilt in noch höherem Masse den verkalkten Knorpel, der sich allmählich zu einer verhältnismässig dünnen Schicht reduziert hat, die noch kurze Zellenreihen enthält. Die Grenze zwischen dem hypertrophischen und dem verkalkten Knorpel, die früher undeutlich war, wird jetzt von einer wenigstens an vielen Stellen recht deutlichen Linie gebildet (vergl. Fig. 28).

## Im fünften Lebensjahr.

In fünften Lebensjahr geschieht eine merkbare Veränderung in der oberflächlichsten Teilen des Gelenkknorpels. Die aller oberflächlichste, stark acidophile Schicht ist ungefähr gleich denen, die man in den vorhergehenden Stadien trifft, die Zellen sind doch mehr abgeplattet und hier und dort zu grösseren Gruppen, die 3—5 Zellen enthalten, zusammengefügt. Aber die Schicht am nächsten unter dieser hat ihren Charakter ganz und gar verändert. Die Grundsubstanz ist reichlicher als in der früheren Perioden und besteht hauptsächlich von stark acidophilen intermediären Zügen, die so stark entwickelt sind, dass sie zu einem homogenen, rotgefärbten Grund zusammenfliessen, wo die nicht so schwach entwickelten basophilen „Chondrinbälle“ mit ihren Zellen eingestreut sind. Die Zellen sind alle rund oder oval und vermissen stärkere Ausläufer. Sie sind entweder in kleineren Gruppen angehäuft oder stehen seltener einzeln für sich. Die basophile Substanz, die die Zellen umgibt, lässt nur schwer konzentrisch angeordnete Schichten unterscheiden.

Unter dieser zweiten Schicht folgt die stärkste Schicht des Knorpels, wo in der reichlich vorkommenden acidophilen Grundsubstanz Zellengruppen und Zellen teils rund, teils oval, teils spindelförmig auftreten. Die letzterwähnten sind jedoch nicht besonders zahlreich und haben verhältnismässig kurze Ausläufer. An gewissen Stellen kann man feststellen, dass das Zellenprotoplasma keine Ausläufer mehr zu der kanalförmigen Fortsetzung der sich spitz verjüngenden Zellenhöhlen ausschickt, die mit basophiler junger Grundsubstanz gefüllt wird. Dieser Sachverhalt tritt am deutlichsten an solchen Stellen vor, wo ein solcher Kanal quergeschnitten ist. Die basophile Grundsubstanz, die die Zellen umgibt, erscheint in den oberflächlichsten Teilen der Schicht spärlicher als in der letztbeschriebenen Schicht und in den tieferen Teilen der jetzt fraglichen Schicht. — Die Richtung der Zellengruppen und der intermediären Züge ist hauptsächlich parallel zur Gelenkfläche.

In tieferen Teilen der jetzt in Frage stehenden Schicht verändert sich der Charakter der Grundsubstanz schnell, sodass die sehr reich an basophilen Elementen und aus diesem Grunde der darauf folgenden Schicht etwas ähnlich wird, die aus hypertrophischem Knorpel besteht. Ihre Zellen beibehalten doch ungefähr dieselbe Grösse und Form wie in den übrigen Teilen der fraglichen Schicht. Ebenso findet man auch hier die violetten, intermediären Züge wieder, wenn auch schmaler und undeutlicher als in oberflächlicheren Teilen der Schicht. Sowohl die Zellen wie die intermediären Züge laufen hauptsächlich parallel zur Knorpelfläche.

Unter dieser Schicht folgt die nicht ganz scharf begrenzte Schicht von hypertrophischen Knorpel, dessen verhältnismässig grosse Zellen runde oder langgestreckte Zel-

lengruppen bilden. Die letzterwähnten Gruppen stehen aufrecht zur Gelenkfläche. Die Grundsubstanz in der Schicht ist viel reichlicher als in der vorhergehenden und beinahe gleichmässig hellblaugrün. In dieser basophilen Grundsubstanz gibt es doch undeutliche, einigermassen senkrecht zur Gelenkfläche und ebenfalls zu dem verkalkten Knorpel laufende acidophile intermediäre Züge.

Der verkalkte Knorpel, der vermittelt einer scharf acidophilen, etwas körnigen Grenzlinie an den hypertrophischen grenzt, ist schmaler als die letztbeschriebene Schicht. Im übrigen ist er eben so gebaut wie in den vorhergehenden Stadien.

Im Gelenkknorpel gibt es einzelne Gefässführende und atretische Gefässkanäle, doch nur in den tiefsten Teilen des Knorpels. In der äussersten Peripherie des Gelenkknorpels, wo derselbe mit dem Grenzknorpel der Epiphyse zusammenhängt, konstatiert man noch einzelne, mit Gefässen versehene Kanäle — ebenso kommen Gefässe unter der Synovialhaut vor, wo dieselbe die periphere Randzone des Gelenkknorpels deckt, aber diese Gefässe dringen nicht in den Knorpel hinein.

#### Im 6.—10. Lebensjahr (Fig. 29).

Die Fläche des Gelenkknorpels ist während der letztbeschriebenen Altersperiode allmählich immer unebener geworden. Man trifft in derselben immer öfter leere Zellenhöhlen, welche sich auf der Knorpelfläche öffnen und auch andere Ungleichmässigkeiten wie Bildungen, einer Auftreibung oder Abschelfung der Fläche ähnelnd. Gleichzeitig haben sich die oberflächlichsten Zellen allmählich so abgeplattet, dass sie während der jetzt fraglichen Zeitperiode ungefähr den erwähnten Zellen bei Erwachsenen entsprechen. — Während dieser Zeitperiode verschwinden die schmalen, mit langen Ausläufern versehenen, spindelförmigen Zellen immer mehr (Fig. 29). Bei der letzterwähnten Altersgruppe haben wir gesehen, wie diese Zellen fast ganz und gar von dem breiten oberflächlichen Lager verschwunden waren, das unter der schmalen acidophilen Flächenschicht folgt. Ebenso vermisst man sie in den tieferen Teilen des Gelenkknorpels. Während der jetzt in Frage stehenden Periode sieht man, wie sie auch in den mittleren Teilen des Knorpels anfangen kleiner zu werden. Die Zellen, die in diesen Stadien durch Teilung der spindelförmigen Zellen entstehen, sind, wenn auch noch einer spindelförmigen Zelle ähnlich, bedeutend breiter und kürzer als in den früheren Stadien, und schicken nicht mehr so lange Ausläufer wie in diesen aus. Ausserdem streben sie danach spindelförmige Zellenreihen zu bilden. Verschwunden sind doch diese Zellen noch keineswegs, aber ihr Ausdehnungsgebiet ist etwas reduziert und bildet jetzt einen Gürtel ziemlich in der Mitte des Gelenkknorpels und parallel zu dessen freien Fläche. Dieser Gürtel geht jedoch ganz unmerklich in den Knorpel auf dessen oberer und unterer Fläche über. — Alles

dieses bewirkt, dass der Unterschied zwischen der früher beschriebenen zweiten und dritten Schicht ausgetilgt wird, und man kann also in diesen Stadien nur von der stärker acidophilen, schmalen Flächenschicht des Knorpels sprechen und unter derselben von einer dicken Schicht, die sich bis an den hypertrophischen Knorpel streckt. In den oberflächlichsten Teilen dieser Schicht sind die Zellen gewöhnlich gerundet, einzeln oder gruppenweise angeordnet. In dieser Schicht kann man bei den Zellen ein stellenweise deutliches, stellenweise undeutliches Bestreben unterscheiden, sich in senkrecht zur Gelenkfläche gestellten Reihen zu ordnen. In den darunter folgenden Teilen kommen zu diesen runden Zellen, wie aus dem Vorhergesagten hervorgeht, auch spindelförmige Zellen oder schmale Zellenreihen, durch Zellenteilung einer spindelförmigen Zelle gebildet, und am tiefsten darunter folgen wieder in Reihen gestellte runde Zellen oder Zellengruppen. Die letzterwähnten Reihen sind hauptsächlich senkrecht zur Gelenkfläche gestellt.

Der hypertrophische sowohl wie der verkalkte Knorpel bietet weiter nichts von Interesse, als was schon in der vorhergehenden Altersgruppen beschrieben wurde.

Gefässkanäle werden vermisst ausser in den aller tiefsten Teilen des Knorpels, wo noch einzelne Gefässschlingen vorkommen können. Diese kommen von der unterliegenden Spongiosa und strecken sich nicht höher, als bis zum verkalkten Knorpel. Einzelne Zeichen von ehemaligen Gefässkanälen können dagegen noch festgestellt werden, auch diese in dem tiefsten Teil des Gelenkknorpels (vergl. Fig. 29).

#### Im 10.—20. Lebensjahr <sup>1)</sup>.

Während dieser Altersperiode geschieht eine merkbare Veränderung in der inneren Struktur des Gelenkknorpels, welche dazu führt, dass der Knorpel allmählich beinahe seine definitive Form und Struktur erreicht (Fig. 30). Der Ossifikationsprozess schreitet langsam weiter und der Gelenkknorpel wird immer dünner. Seine Zellen, unter denen noch in der letztbeschriebenen Altersperiode nicht selten einzelne spindelförmige Zellen vorkommen, verändern sich so, dass man in Gelenkknorpeln, die von Individuen etwas unter 20 Jahren herkommen, äusserst selten eine einzelne spindelförmige Zelle antrifft. In der Regel sind die Zellen in diesem letzterwähnten Alter entweder in runden oder etwas

<sup>1)</sup> Da es mir nicht gelungen ist geeignetes menschliches Untersuchungsmaterial von der erwähnten Altersperiode zwischen 10 und 17 Jahren zu erhalten, kann ich diese in der Rubrik genannter Zeitperiode nicht in kleinere Abteilungen einteilen, so wünschwert es auch wäre. Der Mangel am meinem Menschenmaterial verhindert es mir den Zeitpunkt für gewisse Veränderungen beim Menschen zu fixieren. Doch wird es zu Folge von Komplettierung mit Tiermaterial dadurch nicht erschwert die spätere Entwicklung des Gelenkknorpels zu verstehen

ovalen Zellengruppen gruppiert; auch kommen spindelförmige Zellengruppen und einzelne ovale oder runde Zellen, wenn auch seltener, vor.

Die intermediäre Grundsubstanz hat sich im Verhältnis zu den früheren Stadien bedeutend vermehrt. Dieses scheint zum grösssen Teil von der lebhaften knorpelbildenden Funktion in der jetzt in Frage stehenden Altersperiode zu beruhen (das Vorhandensein von stark entwickelten basophilen Chondrinbällen). Ausserdem werden im Knorpel Erscheinungen festgestellt, welche uns mit recht grosser Wahrscheinlichkeit annehmen lassen, dass noch in so alten Stadien wie die hier fraglichen eine Umwandlung von Knorpelzellen in Grundsubstanz in früher beschriebener Weise vorkommt (S. 105).

All das Obenerwähnte gilt der stärksten, mittleren Schicht des Gelenkknorpels: die oberflächliche Schicht sowohl wie der hypertrophische und verkalkte Knorpel bieten in diesen Stadien kein besonderes Interesse. Die zwei letzterwähnten, besonders die Schicht des verkalkten Knorpels, werden doch merkbar dünner als in den früheren Stadien.

#### Nach dem 20. Lebensjahr (Fig. 30 u. 31).

In den nach dem 20. Lebensjahr zunächst folgenden Jahren werden noch verschiedene Veränderungen im Gelenkknorpel beobachtet, welche hauptsächlich folgende sind. Die oberflächlichste Grenzschicht des Gelenkknorpels wird deutlicher, in derselben treten öfter leere Zellenhöhlen auf, und auf ihrer Fläche bemerkt man reichlicher als vorher durch Abnutzung verursachte Veränderungen. — Die Zellen in der oberflächlichsten Schicht des Gelenkknorpels, welche schon in der vorhergehenden Altersperiode ihrer definitiven Form nach abgeplattet und in kleinere der Form nach abgeplattete Haufen gruppiert waren, zeigen keine nennenswerte Ungleichheiten im Verhältnis zu den Zellen der entsprechenden Schicht während der letzt beschriebenen Altersperiode. — In der stärksten Schicht des Gelenkknorpels, die unmittelbar unter der letztberührten Flächenschicht folgt, vermehrt sich die Grundsubstanz im Verhältnis zu den Zellen noch etwas während der nächst nach dem 20. Lebensjahr folgenden Jahre. Gleichzeitig ordnen sich die Zellen im allgemeinen so, dass sie in den oberflächlichsten Teilen der Schicht runde Zellenhaufen bilden, die ohne grössere Regelmässigkeit in der Grundsubstanz verstreut sind, in dem tiefen Teil der Schicht bilden sie dagegen aufrechtstehende Zellenreihen. Die Zellen in diesen Reihen stehen so dicht an einander und sind von einem gemeinsamen Hof umgeben, sodass man ohne weiteres die in derselben Reihe stehenden Zellen als Schwesterzellen, gebildet durch Teilung von einer gemeinsamen Mutterzelle, erkennt. — Der hypertrophische Knorpel bildet immer dünnere Lager in den tieferen Teilen der obenbeschriebenen mächtigen Schicht. — Unter derselben befindet sich ein dünnes Lager

von dem verkalkten Knorpel, welcher ebenfalls Neigung zeigt seinen Umfang noch mehr zu verkleinern, sodass man in dem voll entwickelten Gelenkknorpel nicht immer imstande ist dasselbe an jeder Stelle im tiefsten Teil des Gelenkknorpels zu finden.

Man kann feststellen, dass die angedeuteten Veränderungen noch in der Altersperiode von 20—25 Jahren vor sich gehen (vergl. Fig. 30 u. 31). Nach dieser letztgenannten Altersgrenze können wir nicht mehr solche Veränderungen im Gelenkknorpel antreffen, von denen man meinen könnte, dass sie zu dessen Entwicklung gehören, weshalb der Knorpel dann als fertig gebildet angesehen werden muss, wenn auch der Gelenkknorpel im späteren Alter noch dünner wird (Fig. 31). — Im Alter von ungefähr 50 Jahren und darüber trifft man im Gelenkknorpel wieder weitgehende Altersveränderungen, doch deren Beschreibung gehört nicht mehr in dem Rahmen dieses Aufsatzes.

## Literaturverzeichnis.

Mit \* bezeichnete Arbeiten waren mir im Original nicht zugänglich.

- BABER, E. C. On the structure of hyaline cartilage.  
Journ. of anat. a. physiol. V. X. 1876. S. 113.
- \*BAILLÉUL, L. C. Notes sur le développement de l'extrémité distale du premier métacarpien et du premier métatarsien.  
Bull. mem. Soc. anat. Paris. Ann. 86. 1911.
- \* — — — Ossification du premier métacarpien et du premier métatarsien.  
Ibid. Ann. 86. 1911. S. 181.
- V. BARDELEBEN, K. Handbuch der Anatomie des Menschen. 11. Lief. FICK, R. Handbuch der Anatomie und Mechanik der Gelenke. 1. Teil Anatomie der Gelenke. Jena. 1904.
- \* BEALE. Die Struktur der einfachen Gewebe des menschlichen Körpers.  
Übers. von J. V. Corus Leipzig. 1862.
- BENTZEN, G. E. Bidrag till Ledhulernes udviklingshistorie.  
Nord. med. ark. 7. Bd. 1875. No. 25. S. 1.
- BERNAYS, A. Die Entwicklungsgeschichte des Kniegelenkes des Menschen mit Bemerkungen über die Gelenke im Allgemeinen.  
Morph. Jahrb. 4. Bd. 1878.
- BICHAT, X. Anatomie général.  
Paris. 1827.
- BOEHM, R. Beiträge zur normalen und pathologischen Anatomie der Gelenke.  
Inaug. Diss. Würzburg. 1868.
- BÖHM, A. A. und DAVIDOFF, M. Lehrbuch der Histologie des Menschen.  
3. Aufl. Wiesbaden. 1903.
- BONNET, R. Lehrbuch der Entwicklungsgeschichte.  
Berlin. 1907.
- BORN, P. Compendium der Anatomie.  
Freiburg u. Leipzig. 1913.
- BRAUN, H. Untersuchungen über den Bau der Synovialmembranen und Gelenknorpel sowie über die Resorption flüssiger und fester Körper aus den Gelenkhöhlen.  
Deutsch. Zetsch. f. Chir. 39. Bd. 1894. S. 35.

- BRAUS, H. Die Entwicklung der Form der Extremitäten und des Extremitätenskelettes.  
B. Paarige Extremitäten. O. Hertwig's Handbuch der vergl. und exper. Entwicklungsgeschichte 3. Bd. Teil 2. 1904. S. 196.
- BRODER, A. Ein Beitrag zur Histologie des Knorpels.  
Inaug. Diss. Zürich 1865.
- BROMAN, I. Normale und abnorme Entwicklung des Menschen.  
Wiesbaden. 1911.
- \* BRUCH. Beiträge zur Entwicklungsgeschichte des Knochensystems.  
Neue Denkschr. d. allg. Schweiz. Ges. f. d. Naturwiss. Bd. XII. 1852.
- BUBNOFF. Beiträge zur Kenntnis der Struktur des Knorpels.  
Wiener Math.-nat. Sitzungsber. Bd. 57. Abt. 1. 1868.
- BUDGE, A. Weitere Mitteilungen über die Saftbahnen im hyalinen Knorpel.  
Arch. f. mikr. Anat. 16. Bd. 1879. 5. 1.
- \* CRUVEILHIER. Observations sur les cartilages diarthroïdiaux.  
Arch. général de Médecine. V. IV. 1824. S. 162.
- CZERMAK, N. Vergleichende Studien über die Entwicklung des Knochen- und Knorpelgewebes.  
Anat. Anz. Bd. III. 1888. S. 470.
- \* DEKHUYZEN, M. C. Ueber das Wachstum des Knorpels nach Untersuchungen am Caput femoris des Frosches.  
Tagebl. d. 62. Vers. deutsch. Naturf. u. Aerzte Heidelberg 1889.
- \* Het hyaline Kraakbeen zijn beteekenis en zijn groei.  
Nederl. tijdschr. v. Geneeskunde. 1889.
- DÖMÉNY, P. Entwicklung und Bau der Bursae mucosae.  
Arch. f. Anat. u. Physiol. — Anat. Abt. 1897. S. 295.
- V. EBNER, V. A. Koelliker's Handbuch der Gewebelehre des Menschen.  
3. Bd. Leipzig. 1902.
- FICK, R. Handbuch der Anatomie und Mechanik der Gelenke. I. T. Anatomie der Gelenke.  
v. Bardeleben Handbuch der Anatomie des Menschen.  
11. Lief. Jena. 1904.
- GERLACH, J. Zur Frage des Epithel der Gelenke.  
Centrallbl. f. d. med. Wissensch. 1869. S. 689.  
Handbuch der allgemeinen und speziellen Gewebelehre des menschlichen Körpers.  
1. Aufl. 1848. 2. Aufl. 1854.
- GOLUBEW, A. Beiträge zur Kenntnis des Baues und der Entwicklungsgeschichte der Capillargefäße des Frosches.  
Arch. f. mikr. Anat. 5. Bd. 1869. S. 49.
- HAGEN-TORN, O. Entwicklung und Bau der Synovialmembranen.  
Arch. f. mikr. Anat. 21. Bd. 1882. S. 591.
- HAMMAR, J. A. H. Bidrag till ledgångarnes histologi.  
Akad. afh. Upsala. 1892.  
Ueber den feineren Bau der Gelenke. 2. Hälfte. Abt. 2. Der Gelenkknorpel.  
Arch. f. mikr. Anat. 43. Bd. 1894. S. 813.

- HANSEN, FR. C. C. Eine zuverlässige Bindegewebsfärbung.  
Anat. Anz. 15. Bd. 1899. S. 151.  
Über die Genese einiger Bindegewebsgrundsubstanzen.  
Anat. Anz. 16. Bd. 1899. S. 417.  
Untersuchungen über die Gruppe der Bindesubstanzen. I. Der Hyalinknorpel.  
Anat. Hefte 27. Bd. Heft. 83. 1905. S. 535.
- \* HASSE, C. Ueber den Bau und die Entwicklung des Knorpels bei den Elasmobranchiern.  
Zool. Anz. 2. Bd. 1879. S. 325., 351., 371.
- \* HEITZMANN, C. Studien am Knochen und Knorpel.  
Wien med. Jahrb. 1872. S. 339.
- HENKE, W. und REYHER, C. Studien über die Entwicklung der Extremitäten des Menschen insbesondere der Gelenkflächen.  
Sitzungsber. d. Kais. Akad. d. Wissensch. zu Wien. 3. Abt. 1874. S. 217.
- HENLE, J. Über die Ausbreitung des Epithelium im menschlichen Körper.  
Müllers Archiv. 1838. S. 103.
- HERTWIG, O. Lehrbuch der Entwicklungsgeschichte des Menschen und der Wirbeltiere.  
Jena. 1902.  
—— Handbuch der Vergleichenden und experimentalen Entwicklungslehre der Wirbeltiere.  
3. Bd. 2. T. Jena. 1906.
- HUETER, C. Zur Histologie der Gelenkflächen und Gelenkkapseln.  
Virchows Archiv 36. Bd. 1866.
- \* HULTKRANZ, J. W. Das Ellenbogengelenk und seine Mechanik.  
Jena. 1897.
- KAZZANDER, J. Über die Entwicklung des Kniegelenkes.  
Arch. f. Anat. u. Physiol.-Anat. Abt. 1894. S. 161.
- KJELLBERG, K. Beiträge zur Entwicklungsgeschichte des Kiefergelenks.  
Morph. Jhb. Bd. XXXII. 1904. S. 159.
- \* KLINTZ, J. Die enchondrale Ossifikation bei den Amphibien (*Salamandra maculosa*, Laur).  
Arb. Zool. Inst. Univ. Wien. 15. Bd. H. 2. 1911. S. 30.
- KOELLIKER, A. Handbuch der Gewebelehre des Menschen.  
6. Aufl. 1. Bd. Leipzig. 1889.
- KOLLMANN, J. Lehrbuch der Entwicklungsgeschichte des Menschen.  
Jena. 1898.
- KOLSTER, R. Handledning i mikroskopisk teknik.  
2. uppl. Helsingfors. 1912.
- KOPSCH, FR., Rauber's Lehrbuch der Anatomie.  
10. Aufl. 2. T. Leipzig. 1914.
- v. KORFF, K. Über die Histogenese und Struktur der Knorpelgrundsubstanz.  
Arch. f. mikr. Anat. 84. Bd. 1914. S. 263.
- KRAUSE, R. Kursus der normalen Histologie.  
Berlin—Wien. 1911.

- \* LAFITE-DUPONT. Morphologie générale de l'articulation du genou.  
Thèse Bordeaux. 1899.
- LESER, E. Über histologische Vorgänge an der Ossifikationsgrenze mit besonderer Berücksichtigung des Verhaltens der Knorpelzellen.  
Arch. f. mikr. Anat. 32. Bd. 1888. S. 214.
- LEYDIG, FR. Zur Anatomie und Histologie der Chimaera monstrosa.  
Müller's Archiv. 1851. S. 241.
- \* LÖWE. Über eine eigentümliche Zeichnung im Hyalinknorpel.  
Wien. med. Jahrb. 1874. S. 257.
- LUBOSCH, W. Über Wirbeltiergelenke.  
Verh. anat. Ges. Berlin. 1908. S. 192.  
— — — Bau und Entstehung der Wirbeltiergelenke. Eine morphologische und histogenetische Untersuchung.  
Jena. 1910.
- LUSCHKA, H. Zur Entwicklungsgeschichte der Gelenke.  
Müller's Archiv. 1855. S. 481.  
Die Halbgelenke des menschlichen Körpers.  
Berlin. 1858.
- \* MARCHAND, F. Der Prozess der Wundheilung mit Einschluss der Transplantation.  
Deutsch. Chirurgie 16. Bd. 1901.
- MARTIN, R. Lehrbuch der Anthropologie.  
Jena. 1914.
- MAURER, FR. Grundzüge der vergleichenden Gewebelehre.  
Leipzig 1915.
- MERKEL, FR. J. Henle's Grundriss der Anatomie des Menschen  
3. Aufl. Braunschweig. 1901.
- MEYER, H. Der Knorpel und seine Verknöcherung.  
Müller's Archiv. 1849. S. 292.
- MINOT, CH. S. Lehrbuch der Entwicklungsgeschichte des Menschen.  
Deutsche Ausgabe mit Zusätzen des Verfassers von Koestner Leipzig. 1894.
- MÖRNER, C. TH. Histokemiska iakttagelser öfver trachealbröskets hyalina grundsubstanz.  
Upsala Läkareförenings förh. 23. Bd. 1887—1888. S. 363.
- NAGEL, W. Die Entwicklung der Extremitäten der Säugetiere.  
Inaug. Diss. Marburg. 1878.
- OGSTON, A. On articular cartilage.  
Journ. of anat. a. physiol. V. X. 1876. S. 49.  
The growth and maintenance of the articular ends of adult bone.  
Ibid. V. XII. 1878. S. 503.
- POIRIER, P. Traité d'anatomie humaine.  
Tome I Paris. 1895.
- PUDDEN, M. J. Beobachtungen am lebenden Knorpel.  
Virchow's Archiv 75. Bd. 1879. S. 185.

QUAIN'S. Anatomy.

Vol. I. pt. I. London. 1890, Vol. I. Part. II. London. 1891, Vol. II. Part. II.  
London. 1892.

RANVIER, L. Traité technique d'histologie.  
Paris. 1875.

RAUBER-KOPSCH Lehrbuch der Anatomie Abt. 2. Knochen Bänder.  
10. Aufl. Leipzig. 1914.

REICHERT, K. B. Bericht über die Fortschritte in der mikroskopischen Anatomie des Jahres 1848.  
Müller's Archiv. 1849. S. 16.

REITS, W. Über die passiven Wanderungen von Zinnoberkörnchen durch thierischen Organismus.  
Sitzungsber. d. Kais. Akad. d. Wissensch. zu Wien. 1868. S. 3.

RENAUT, J. Sur la formation cloisonnante (substance trabéculaire) du cartilage hyalin foetal.  
Comptes rendus de la Société de biologie de Paris, T. 104. 1887. S. 1452.

Sur la bande articulaire, la formation cloisonnante et la substance chondrochromatique des cartilages diarthrodiaux.

Ibid. T. 104. 1887. S. 1539.

REITERER, E. Sur l'origine des éléments constituant le perichondre et le périoste et sur l'évolution et le rôle de ces membranes.

Comptes rendus de la Société de biologie de Paris, 1885. S. 29.

— Sur le mode de développement des cavités articulaires chez les mammifères.

Ibid. 1886. S. 45.

Sur le mode de formation des articulations.

Ibid. 1894. S. 862.

Développement des tissus conjonctifs muqueux et réticulés.

Ibid. 1896. S. 47.

Sur le développement morphologique des bourses muqueuses et des cavités péri-tendineuses.

Journ. de l'anat. et de la physiol. T. 32. 1896.

Ébauche squelettogène des membres et développement des articulations.

Ibid. T. 38. 1902. S. 473, 580.

Morphologie de la charpente squelettogène des membres des mammifères.

Comptes rendus de la Société de biologie de Paris. 1902. S. 1118.

Structure et évolution de l'ébauche squelettogène des membres des mammifères.

Ibid. 1902. S. 1149.

RETZIUS, G. Bidrag till kännedomen af broskvävnaden.

Nord. med. arkiv. 4. Bd. 9. 1878. No. 14. S. 10.

REYHER, C. On the cartilages and synovial membranes of the joints.

Journ. of anat. a. physiol. V. VIII. 1874. S. 261.

\* ROMEIS, B. Die Architektur des Knorpels vor der Osteogenese und in der ersten Zeit derselben.

Arch. f. Entwicklungsmechanik 31. Bd. S. 387.

- ROUGET, CH. Mémoire sur le développement la structure et les propriétés physiologiques des capillaires sanguins et lymphatiques.  
Arch. de physiol. T. 5. 1873. S. 603.
- SAPPEY, PH. S. Traité d'anatomie descriptive.  
Tours 1. Paris. 1888.
- SCHÄFER, E. A. Quain's elements of anatomy V. I. P. I. Embryology.  
10. Ed. London. 1890.
- SCHAEFFER, J. Über einem neuen Befund von Centrosomen in Ganglien- und Knorpelzellen.  
Sitzungsb. d. Kais. Akad. d. Wiss. zu Wien. 105. Bd. Abt. III. 1896. S. 21.
- \* Über den feineren Bau und die Entwicklung des Knorpelgewebes und über verwandte Formen der Stützsubstanz. 1. Teil.  
Zeitschr. f. wissensch. Zool. 70. Bd. 1901. S. 109.
- Knorpelkapseln und Chondrinballen.  
Anat. Anz. 23. Bd. 1903. S. 524.
- \* Über den feineren Bau und die Entwicklung des Knorpelgewebes und über verwandte Formen der Stützsubstanz. 2. Teil.  
Ibid. 80. Bd. 1905. S. 155.
- \* Anatomisch-histologische Untersuchungen über den Bau der Zellen bei Fledermäusen und einigen kletternden Säugetieren. Ein weiterer Beitrag zur Kenntnis der Binde-  
substanzen.  
Ibid. 83. Bd. 1905.
- Knorpelgewebe (1909).  
Enzyklopedie der mikroskopischen Technik 1. Bd. Berlin. 1910.
- Trajektorielle Strukturen im Knorpel.  
Verh. anat. Gesellsch. 25. Vers. Leipzig. (Anat. Anz. 38. Bd.) 1911. S. 162.
- SCHNEIDER, K. C. Histologisches Praktikum der Tiere.  
Jena. 1908.
- SCHULIN, K. Über die Entwicklung und weitere Ausbildung der Gelenke des menschlichen Körpers.  
Arch. f. Anat. u. Physiol. Anat. Abt. 1879. S. 240.
- \* SCHUSTER. Zur Entwicklungsgeschichte des Hüft- und Kniegelenkes.  
Mitteil. a. d. embryol. Instit. Wien. 1. Bd. 1880. S. 200.
- \* SIEVEKING. Beiträge zur Kenntnis des Wachstums und der Regeneration des Knorpels nach Beobachtungen am Kaninchen- und Mäuseohr.  
Morphol. Arbeit. herausg. v. Schwalbe 1. Bd. 1891.
- SOLGER, B. Über die Alkoholreaction normalen Gelenkknorpels. Ein Beitrag zur Histophysik.  
Arch. f. Anat. u. Physiol. — Anat. Abt. 1886. S. 169.
- Über Schrumpfungerscheinungen am hyalinen Knorpelgewebe des Menschen und deren Beziehung zu den Fibrillen.  
Arch. f. mikr. Anat. 31. Bd. 1888. S. 303.
- SPINA, A. Über die Saftbahnen des hyalinen Knorpels.  
Sitzungsb. d. Kais. Akad. d. Wiss. zu Wien 80. Bd. Abt. III. 1879. S. 267.

- SPRONCK, C. H. Zur Kenntnis der Struktur des Hyalinknorpels.  
Anat. Anz. 2. Bd. 1887. S. 259.
- SRDINKO, O. V. Beitrag zur Histologie und Histogenie des Knorpels.  
Anat. Anz. 22. Bd. 1903. S. 437.
- STÖHR, PH. und SCHULZE, O. Lehrbuch der Histologie und der mikroskopischen Anatomie  
des Menschen.  
16. Aufl. Jena. 1915.
- STOSS, A. Die Vaskularisation des hyalinen Knorpels.  
Anat. Anz. 51. Bd. 1918. S. 29.
- STRASSER, H. Lehrbuch der Muskel- und Gelenkmechanik.  
1. Bd. Allgemeiner Teil Berlin 1908.
- VAN DER STRICHT, O. Recherches sur le cartilage hyalin.  
Arch. de Biologie. T. 7. 1887.
- Recherches sur le cartilage articulaire des oiseaux.  
Ibid. T. 10. 1890. S. 1.
- STUDNIČKA, F. K. Über die Histologie und Histogenese des Knorpels der Cyclostomen.  
Arch. f. mikr. Anat. 48. Bd. 1897. S. 606.
- Histologische und histogenetische Untersuchungen über das Knorpel-, Vorknorpel- und  
Chordagewebe.  
Anat. Hefte 21. Bd. 1903. H. 67. S. 279.
- O. V. Srdinkos: Einige Bemerkungen zu dem Aufsätze Beitrag zur Histologie und  
Histogenie des Knorpels.  
Anat. Anz. 23. Bd. 1903. S. 105.
- Schematische Darstellungen zur Entwicklungsgeschichte einiger Gewebe.  
Anat. Anz. 22. Bd. 1903. S. 537.
- Über einige Pseudostrukturen der Grundsubstanz des Hyalinknorpels.  
Arch. f. mikr. Anat. 66. Bd. 1905. S. 525.
- Über kollagene Bindegewebsfibrillen in der Grundsubstanz des Hyalinknorpels, im  
Dentin und im Knochengewebe.  
Anat. Anz. 29. Bd. 1906. S. 334.
- SZYMONOWICZ, L. Lehrbuch der Histologie und der mikroskopischen Anatomie.  
3. Aufl. Würzburg. 1915.
- TESTUT, L. Traité d'anatomie humaine. Tome 1. Osteologie, arthrologie, myologie.  
5:e edition Paris. 1911.
- THANE, G. D. Quain's Elements of anatomy Vol. II. Part. II. Arthrology, myology,  
angiology.  
10. Edid. London. 1892.
- TILLMANN, H. Beiträge zur Histologie der Gelenke.  
Arch. f. mikr. Anat. 10. Bd. 1874. S. 401.
- Über die fibrilläre Struktur des Hyalinknorpels.  
Arch. f. Anat. u. Physiol. — Anat. Abt. 1877. S. 9

TODD und BOWMAN. The physiological anatomy and physiology of man.

London. 1. ed. 1843. 2. ed. 1856.

TOYNBEE, J. Researches, tending to prove the non-vascularity and the peculiar uniform mode of organization and nutrition of certain animal tissues, viz. articular cartilage and the cartilage of the different classes of fibrocartilage; the cornea, the chrystalline lens and the vitreous humor, and the epidermoid appendages.

Philosoph. Transact. of the Roy. Soc. of London. 1841. S. 159.

WEBER, E. H. Hildebrandt's Handbuch der Anatomie 4. Aufl. 1. Bd. 1830.

WEICHSELBAUM, A. Die senilen Veränderungen der Gelenke und deren Zusammenhang mit der Arthritis deformans.

Sitzungsb. d. Kais. Akad. d. Wiss. 75. Bd. Abt. III. 1877. S. 193.

WALTERS, M. Zur Kenntnis der Grundsubstanz und der Saftbahnen des Knorpels.

Arch. f. mikr. Anat. 37. Bd. 1891. S. 432.

ZUCKERKANDL, E. Beitrag zur Lehre vom dem Baue des hyalinen Knorpels.

Sitzungsb. d. Kais. Akad. d. Wiss. zu Wien. 31. Bd. Abt. III. 1885. S. 250.

## Die Erklärung der Figuren.

*Fig. 1.* Ein dorso-ventraler Durchschnitt durch das Radiocarpalgelenk eines Menschenembryos von ca. 9 cm K-St-Länge. Die Gelenkspalte unter Entwicklung. — Vergr. LEITZ Obj. 3. Oc. 2.

*Fig. 2.* Ein Teil der proximalen Gelenkfläche des 2. Metacarpophalangealgelenkes bei einem ca. 10 cm langen menschlichen Embryo. Die Gelenkspalte hat sich soeben entwickelt, man sieht noch Zellen, welche hoch von der Gelenkfläche aufstehen bezw. nur mit ihren langen Ausläufern mit ihr zusammenhängen. Zwei kapilläre Gefäße sind in der chondrogenen Übergangsschicht zu sehen. 1. Die oberflächliche bindegewebige Schicht; 2. die chondrogene Übergangsschicht; 3. junger Knorpel. — Vergr. LEITZ Obj. 6. Oc. 2.

*Fig. 3.* Die jungen spindelförmigen und verzweigten Knorpelzellen vom Epiphysenknorpel des Caput humeri eines 7 cm langen menschlichen Embryos. — Vergr. LEITZ Obj. 8. Oc. 3.

*Fig. 4.* Die spindelförmigen und verzweigten Knorpelzellen vom Epiphysenknorpel des Caput humeri eines 11 cm langen menschlichen Embryos. — Vergr. LEITZ Obj. 8. Oc. 3.

*Fig. 5.* Die spindelförmigen und verzweigten Knorpelzellen vom Epiphysenknorpel des Caput humeri eines 22 cm langen menschlichen Embryos. In der Figur sind, wie auch in Fig. 4., sowohl längs als quer durchschnitene Zellen und Zellenausläufer zu sehen. — Vergr. LEITZ Obj. 8. Oc. 3.

*Fig. 6.* Spindelförmige Zellengruppen aus den tieferen Teilen des Epiphysenknorpels im Caput humeri bei einem 22 cm langen menschlichen Embryo. — Vergr. LEITZ Obj. 8 Oc. 3.

*Fig. 7.* Ein oberflächlicher Tangentialschnitt durch den Gelenkknorpel bei einem 25 cm langen menschlichen Embryo. — Vergr. LEITZ Obj. 8. Oc. 4.

*Fig. 8.* Ein Tangentialschnitt etwas tiefer als in Fig. 3. durch den Gelenkknorpel bei einem 25 cm langen menschlichen Embryo. — Vergr. LEITZ Obj. 8. Oc. 4.

*Fig. 9.* Die Randzone des Gelenkknorpels auf Caput humeri bei einem 11 cm langen menschlichen Embryo. Gezeichnet mit Zeichen- und Projektionsapparat nach EDINGER. Mikrosummare von Brennweite  $F = 24$  mm Oc. 1. Abstand vom Okular bis zum Zeichenbrett 675 mm. Nachher eine Verkleinerung des Bildes bis zu  $\frac{1}{3}$ .

*Fig. 10.* Die Anordnung der Knorpelzellen und Grundsubstanz in den tieferen Teilen des Gelenkknorpels bei einem  $\frac{1}{2}$  Jahre alten Kinde. Die blauen Balkennetze („Zone IV“ HANSEN) hell gezeichnet. — Vergr. LEITZ Obj. 3. Oc. 4.

*Fig. 11.* Die Randzone des Gelenkknorpels auf Caput humeri bei einem 22 cm langen menschlichen Embryo. — Vergr. wie Fig. 9.

*Fig. 12.* Caput humeri und dessen Gefässkanäle bei einem 7 cm langen menschlichen Embryo. Gezeichnet mit Zeichen- und Projektionsapparat nach EDINGER. — Vergr. ungef. 20.

*Fig. 13.* Ein Kapillargefäss in seinem Gefässkanal, umgeben von verzweigten Zellen. In der Wand des Gefässkanals kann beobachtet werden, wie sich die Hohlräume für Knorpelzellen dem Gefässkanal zu öffnen und die Knorpelzellen frei werden, sich mit Ausläufer versehen und mit den übrigen perivaskulären Zellen im Gefässkanal vereinen. 1. Eine geschlossene, 2. eine teilweise geöffnete Knorpelkapsel, 3. eine Knorpellamelle, der Rest einer Scheidewand zwischen den Knorpelzellenhöhlen. — Vergr. LEITZ Obj. 8. Oc. 4.

*Fig. 14.* Verschiedene Stadien der Entwicklung des Knorpelgefässes im Epiphysenknorpel im Caput humeri eines 13 cm langen Menschenembryos. A. Ein Hohlraum im Knorpel begrenzt von drei Knorpelzellen (der Kanal der Kapilläre unter Entwicklung). B. Eine Knorpelkapilläre in ihrem Gefässkanal; die Intimazellen der Kapilläre entsprechen direkt dem umgebenden Knorpel. An einer Stelle ist eine Knorpelkapsel im Begriff sich in dem Gefässkanal zu öffnen. C. Die Kapilläre in ihrem Gefässkanal, umgeben von einigen befreiten Knorpelzellen. — Vergr. LEITZ Obj. 8. Oc. 4.

*Fig. 15.* Ein grösserer Gefässkanal vom Caput humeri eines 13 cm langen Embryos. 1. Die intensiv gefärbte Hlse des Gefässkanals mit ihren runden und ovalen

Knorpelzellen. 2. ein künstlicher Hohlraum. — Gezeichnet mit EDINGER's Zeichen- und Projektionsapparat; die Vergrößerung entspricht LEITZ Obj. 6. Oc. 2.

*Fig. 16.* Ein Gefässkanal vom Caput humeri eines 13 cm langen Embryos, eine kleine Artere in der Mitte des Gefässkanals und mehrere Kapilläre teils in seiner Peripherie, teils in dem umgebenden Knorpel zeigend. Ausserdem sieht man die stärker gefärbte, hülsenförmige Schicht um den Gefässkanal herum mit ihren runden und ovalen Knorpelzellen und die radiäre Anordnung der spindelförmigen bzw. verzweigten Knorpelzellen in dem umgebenden Knorpel. — Gezeichnet mit EDINGER's Zeichen- und Projektionsapparat; die Vergrößerung entspricht LEITZ Obj. 6 Oc. 2.

*Fig. 17.* Drei verschieden weit gediehene Stadien, das Verschwinden des Gefässkanals vom Knorpel zeigend. A. In dem verschwindenden Gefässkanal sieht man noch drei äusserst atrophierte Kapilläre. B. alle Blutgefässe sind verschwunden, das Kanallumen von dichtem Bindegewebe gefüllt. C. In dem Lumen des früheren Gefässkanals bilden sich Bindegewebszellen in Knorpelzellen um. Von dem Gelenkknorpel auf Caput humeri bei einem 3 Wochen alten Kalb. --- Vergr. LEITZ Obj. 6. Oc. 4.

*Fig. 18.* Ein grösserer gefässkanal vom Gelenkknorpel auf Caput humeri bei einem 3 Wochen alten Kalb, die ersten Veränderungen in einem grösseren Gefässkanal vor seiner Atresie zeigend. (Fig. 17 ist nach demselben Gelenkknorpel gezeichnet). Innerhalb der stark gefärbten, hülsenförmigen Zone, die den Gefässkanal umgibt, kann man an einigen Stellen, besonders nach unten rechts, neugebildeten Knorpel bemerken. In dem Kanal läuft noch eine verhältnismässig starke Artere nebst einer Vene und einige Kapilläre, umgeben von perivaskulärem Bindegewebe. Gezeichnet mit EDINGER's Zeichen- und Projektionsapparat; Die Vergrößerung entspricht LEITZ Obj. 6. Oc. 4.

*Fig. 19.* Ein Gefässkanal, wo einzelne Zellen in dem perivaskulären Bindegewebe die Form von Knorpelzellen angenommen haben und die Grundsubstanz des Bindegewebes an entsprechenden Stellen in junge Knorpelsubstanz umgewandelt ist (in dem nach der Methylenblau-Xylol-Methode gefärbten Präparat sind diese Stellen hellblaugrün). Die Gefässe, die noch im Gefässkanal vorkommen, sind deutlich atrophisch (kaum noch blutführend). Von dem Gelenkknorpel auf Caput humeri bei einem 4 Monate alten Edelhirsch. — Gezeichnet mit EDINGER's Zeichen- und Projektionsapparat; die Vergrößerung entspricht LEITZ Obj. 6. Oc. 2.

*Fig. 20.* Ein mit jungem Knorpel gefüllter, ehemaliger Gefässkanal, der alle Gefässe vollständig vermisst. Die um den Gefässkanal herum vorkommende, stärker gefärbte Knorpelsubstanz ist in Knorpelzellen umgewandelt. Von dem Gelenkknorpel auf Caput humeri bei einem 4 Monate alten Edelhirsch. — Gezeichnet mit EDINGER's Zeichen- und Projektionsapparat; die Vergrößerung entspricht LEITZ Obj. 6. Oc. 2.

färbte, hülsenförmige Zone ist noch gut sichtbar. Gezeichnet nach demselben Gelenkknorpel wie Fig. 19. mit EDINGER's Zeichen- und Projektionsapparat; die Vergrößerung entspricht LEITZ Obj. 6. Oc. 2.

*Fig. 21.* Ein mit jungem Knorpelgewebe gefüllter Gefässkanal im Gelenkknorpel auf Caput femoris bei einem 6 jährigen Knaben. Die Bindegewebsfibrillen sind in jungem Knorpelgewebe noch deutlich sichtbar. — Vergr. LEITZ Obj. 8. Oc. 4.

*Fig. 22.* Ein mit jungem Knorpelgewebe gefüllter Gefässkanal im Gelenkknorpel auf Caput humeri bei einem 2 jährigen Kinde. In der Mitte des ehemaligen Kanals sind dicht aneinander sitzende Knorpelfibrillen in konzentrischer Anordnung und ausser dem amorphes Kollagen. — Vergr. LEITZ Obj. 6. Oc. 4.

*Fig. 23.* Ein mit Knorpel gefüllter ehemaliger Gefässkanal im Gelenkknorpel bei einem 2 jährigen Kinde. Man sieht die Reihenanzordnung der Knorpelzellen im Gefässkanal. — Vergr. LEITZ Obj. 6. Oc. 2.

*Fig. 24.* Ein obliterierter Gefässkanal in dessen Umgebung nach aussen von der acidophilen hülsenförmigen Wandpartie reichlich basophile homogene Grundsubstanz (Zone IV“ von HANSEN) vorkommt. Das Präparat stammt vom Gelenkknorpel eines  $\frac{1}{2}$  jährigen Kindes. — Vergr. LEITZ Obj. 3. Oc. 4.

*Fig. 25.* Ein Teil der Wandpartie von demselben Gefässkanal, der in der Fig. 24. abgebildet ist. Man sieht Zellen, welche in der basophilen Grundsubstanz verschwinden. — Vergr. LEITZ Obj. 8. Oc. 4.

*Fig. 26.* Die tieferen Teile des Gelenkknorpels bei einem 4 Monate alten Cervus elaphus. 1. Der tiefere Teil des unveränderten hyalinen Gelenkknorpels; 2. der hypertrophische Knorpel; 3. Eine körnige Grenzlinie zwischen dem hypertrophischen und verkalkten Knorpel; 4. der verkalkte Knorpel; 5. Knochen. — Vergr. LEITZ Obj. 8 Oc. 4.

*Fig. 27.* Der Gelenkknorpel auf dem Condylus occipitalis bei einem 6 Monate alten Schwein. — Vergr. LEITZ Obj. 3. Oc. 4.

*Fig. 28.* Der Gelenkknorpel auf Caput humeri eines 4 jährigen Kindes. 1. Die acidophile Oberflächenschicht; 2. die zweite, 3. die dritte Schicht des Gelenkknorpels; 4. hypertrophischer Knorpel; 5. der verkalkte Knorpel; 6. Knochen. — Gezeichnet mit Zeichen- und Projektionsapparat nach EDINGER. Vergr. wie in der Fig. 9. Der nachherige Verkleinerung des Bildes bis zu  $\frac{1}{2}$ .

*Fig. 29.* Der Gelenkknorpel auf Caput humeri eines 9-jährigen Kindes. In dem tiefsten Teil des Gelenkknorpels ist noch ein atresischer Gefässkanal sichtbar. Die Nummern 1—6 wie in Fig. 28. ebenso die Methode des Zeichens und die Vergrößerung.

*Fig. 30.* Der Gelenkknorpel auf Caput humeri eines 23-jährigen Mannes. Die Bezeichnungen, Methode des Zeichens und die Vergrößerung wie in der Fig. 28.

*Fig. 31.* Der Gelenkknorpel auf Caput humeri eines 40-jährigen Mannes. Die Bezeichnungen, Methode des Zeichens und die Vergrößerung wie in Fig. 28.

## Corrigenda:

Das Wort Bindgewebe, das hier und dort in den vier ersten Druckbogen, vorkommt, soll überall Bindegewebe heissen.

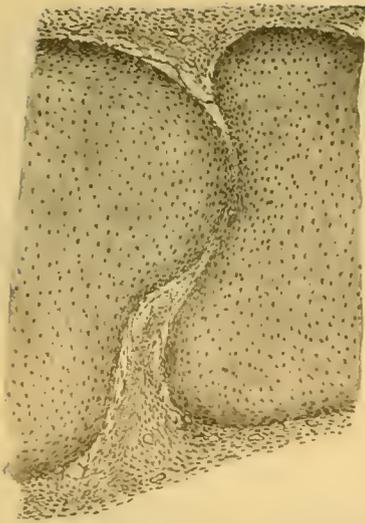


Fig. 1.

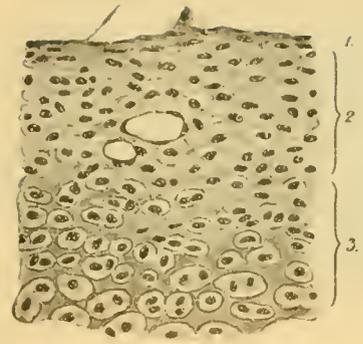


Fig. 2.



Fig. 3.



Fig. 4.



Fig. 5.



Fig. 6.

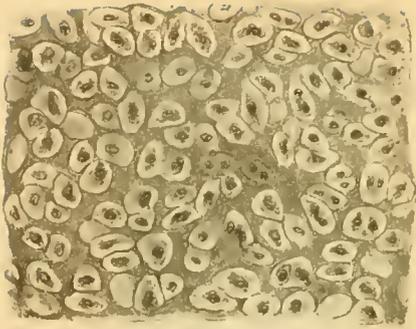


Fig 7.

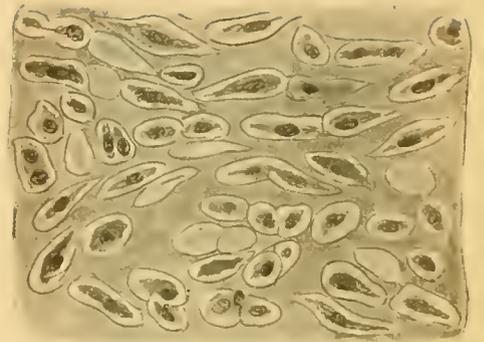


Fig. 8.

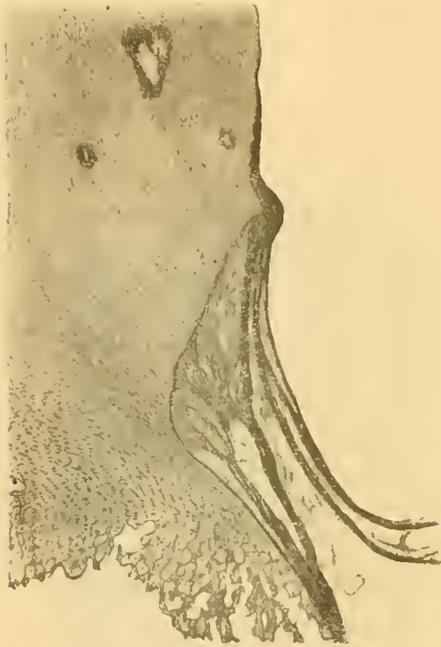


Fig 9

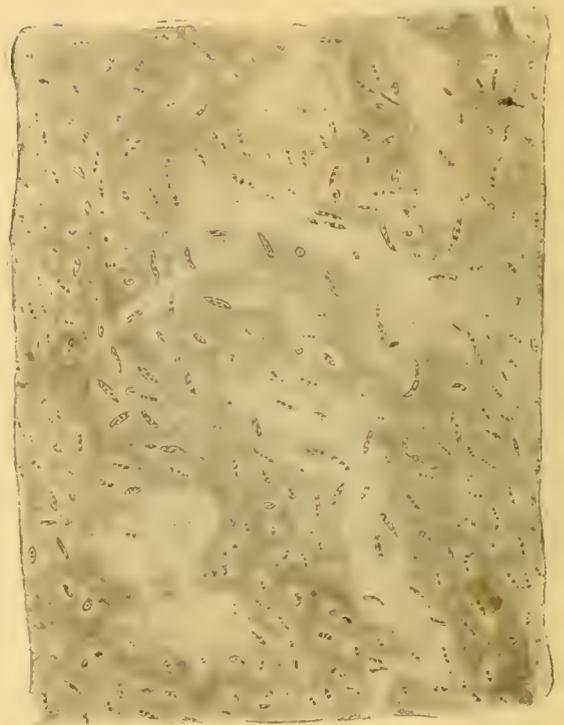


Fig. 10.



Fig. 11.

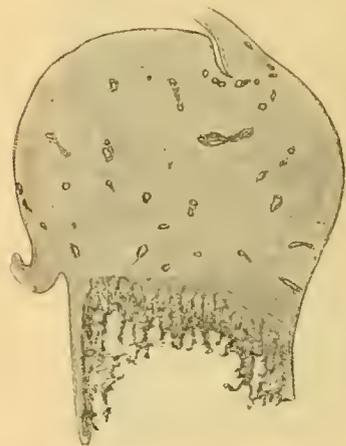


Fig 12.

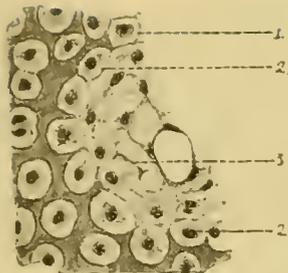


Fig. 13.

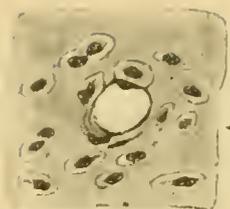


Fig. 14.

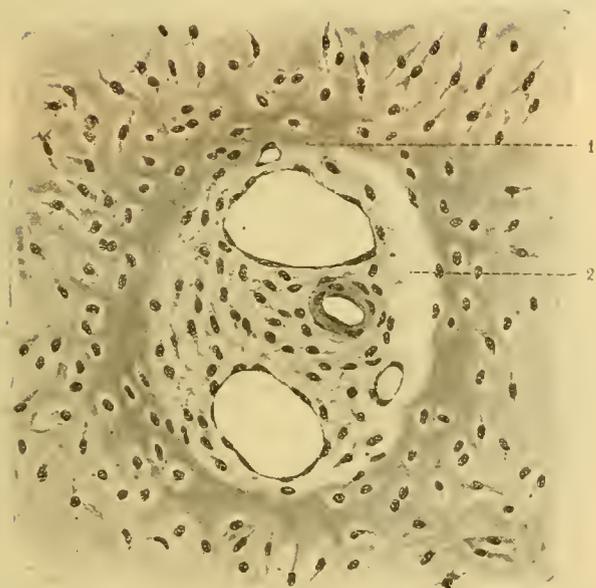


Fig. 15.



Fig. 16.



Fig. 17.

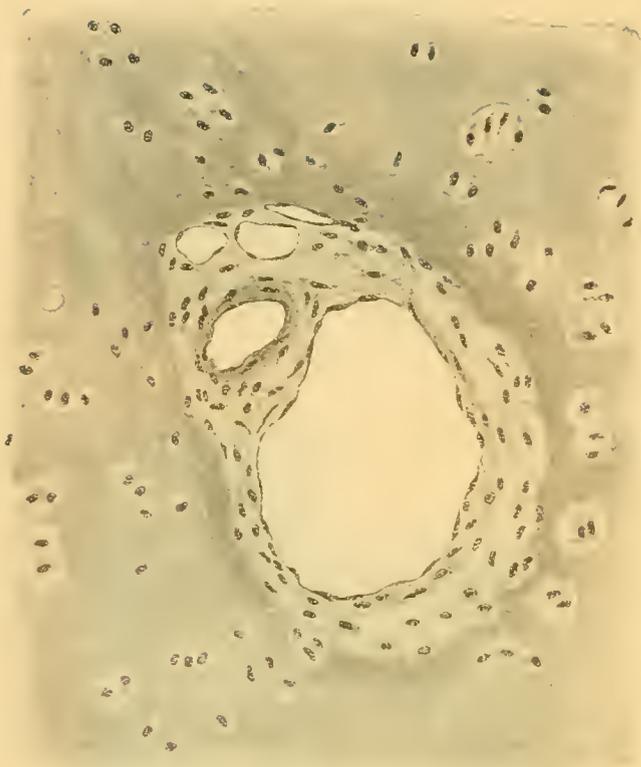


Fig. 18.



Fig. 19.



Fig. 21.



Fig. 20.

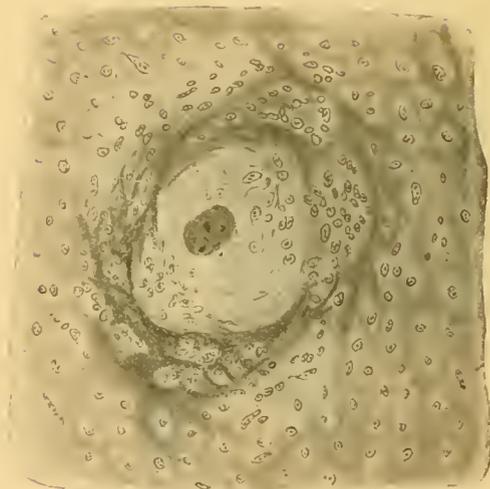


Fig. 22.

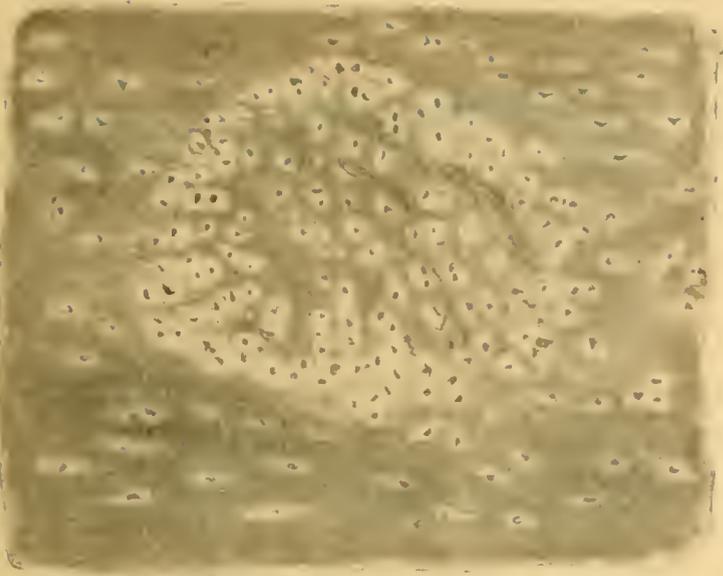


Fig. 23.

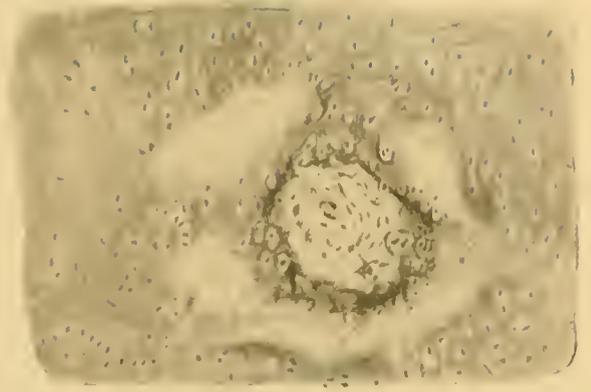


Fig. 24.

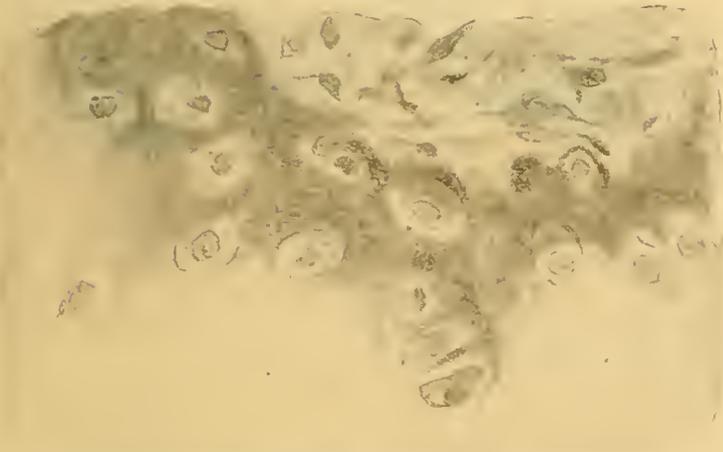


Fig. 25.

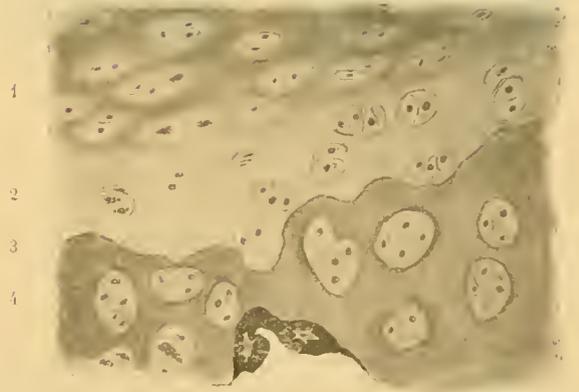


Fig. 26.



Fig. 27.

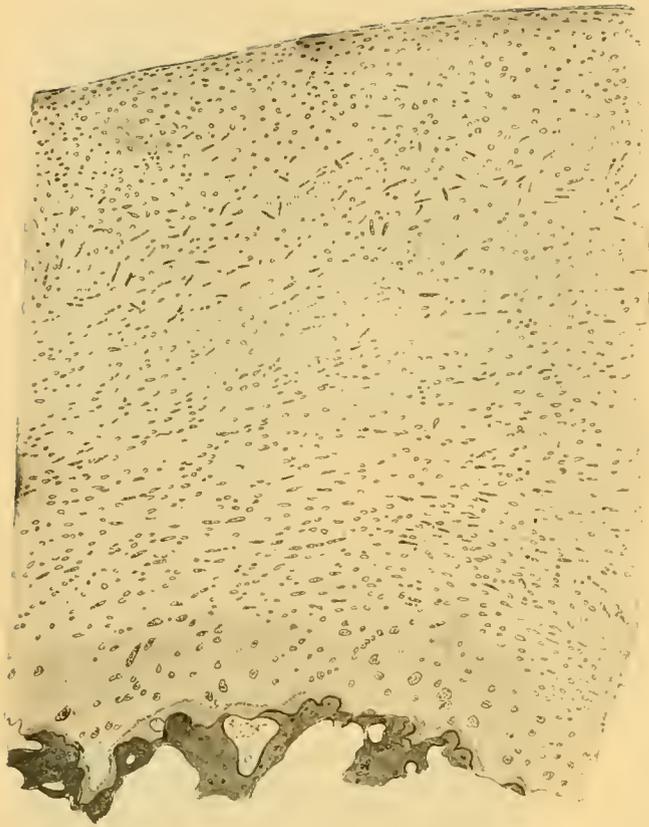


Fig. 28.

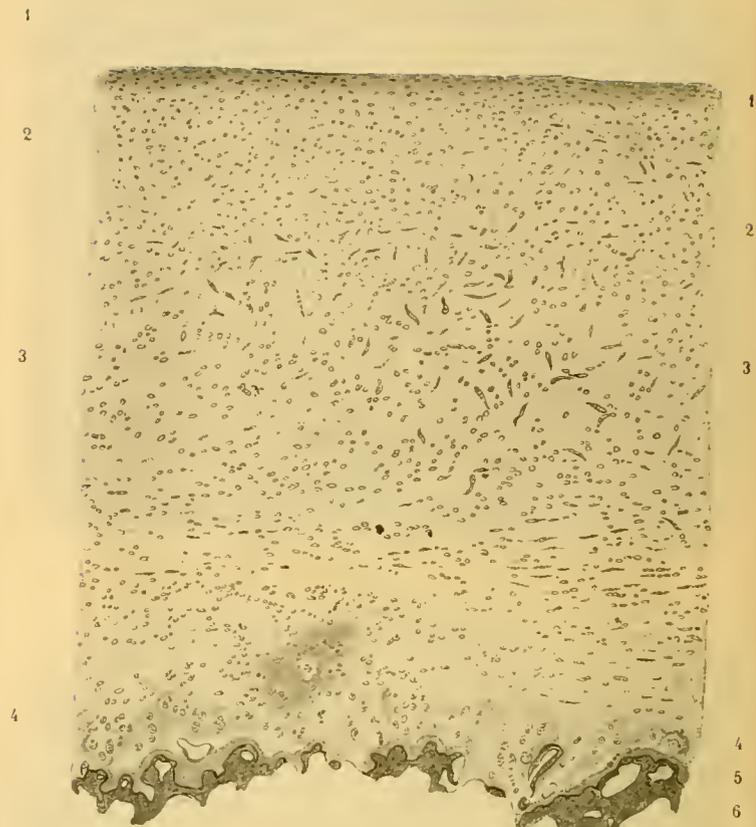


Fig. 29.

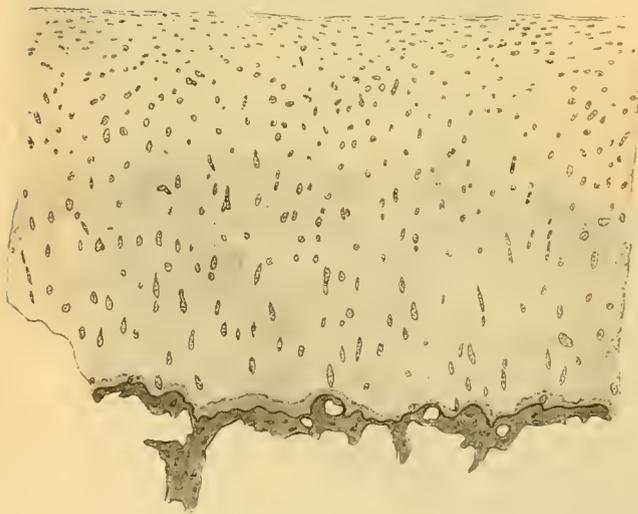


Fig. 30.

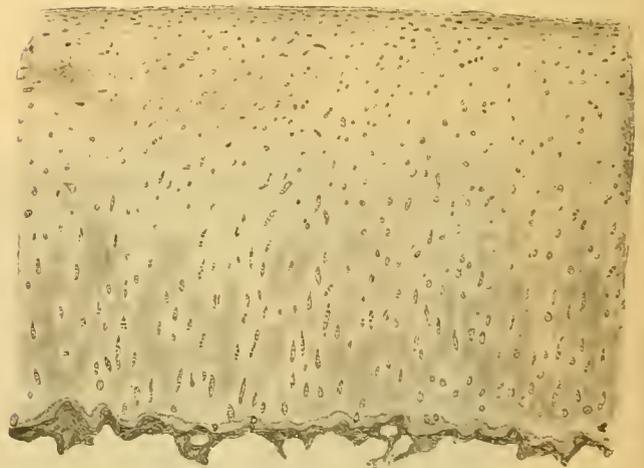


Fig. 31.

ACTA SOCIETATIS SCIENTIARUM FENNICÆ

TOM. XLVIII. N:o 4.

# Ein neues Manometer

von

Carl Tigerstedt.

(Aus dem physiologischen Institut der Universität Helsingfors.)





Aus meinen Untersuchungen über den arteriellen Puls des Kaninchens geht hervor<sup>1</sup>, dass gewisse superponierte Wellen der Pulskurve — bei der späteren Vorschwingung und den Nachschwingungen — unter Umständen eine Dauer von nur 0.007 Sek. und also eine Schwingungszahl von 143 haben. Es ist indessen nicht ausgeschlossen dass die Schwingungszahl dieser Wellen noch höher ansteigen kann.

Es schien mir daher angezeigt, wenn möglich, ein Manometer zu bauen, dessen Schwingungszahl wesentlich grösser als die bei FRANKS Manometer erreichte — 180 — sein sollte.

Bei meinen Versuchen in dieser Richtung ging ich anfangs von der Voraussetzung aus, dass sich die besten Resultate unter Anwendung der Methode der Luftübertragung erhalten liessen. Auch gelang es mir ein Herbst 1914 nach diesem Prinzip ein Manometer mit einer sehr hohen Schwingungszahl zu konstruieren.

Dieses Manometer bestand aus einer aufnehmenden Kautschukampulle von 4.5 mm Länge und 2.7 mm lichtigem Durchmesser, welche durch eine möglichst stark durchlöchernte Hülse vor der direkten Einwirkung der Kammerwand geschützt war. Durch eine Röhre von 1 mm lichtigem Durchmesser und 80 mm Länge stand diese Ampulle mit einer registrierenden Kapsel von 5 mm Durchmesser und 0.5 mm Tiefe in Verbindung. Diese Kapsel war mit einer Kondommembran überzogen, an deren Mitte eine Glassaite von 0.01 mm Durchmesser und 1 bis 2 mm Länge mittelst etwas fast zur Starre eingekochten Leinsamenöls befestigt war.

Die Bewegungen der Glassaite und also auch diejenigen der Kapselmembran wurden unter mikroskopischer Vergrößerung (500: 1) photographisch registriert.

Indessen zeigte sich dieses Manometer zu dem beabsichtigten Zwecke ganz unanwendbar, weil schon bevor die Registrierung anfangen konnte eine Gerinnung um die Ampulle herum eintrat. Dieser Übelstand hätte vielleicht durch Injektion grosser Mengen Hirudin vermieden werden können; da indessen der Vorrat des Instituts an

---

<sup>1</sup> CARL TIGERSTEDT, Skand. Arch. f. Physiol. 33, S. 103; 1916.

Hirudin nur sehr spärlich war, und neues Hirudin nicht bekommen werden konnte; wurde dieser Ausweg nie versucht.

Statt dessen bemühte ich mich, ein offenes Manometer mit den erwünschten Eigenschaften zu bauen, und dies gelang mir schliesslich im Frühling 1915.

Es war ursprünglich meine Absicht, das neue Manometer nur im Zusammenhang mit einem detaillierten Bericht über die Form der Druckschwankungen in den einzelnen Herzhöhlen zu beschreiben. Da ich aber wegen der stattfindenden Verhältnisse immer noch gezwungen bin, meine Zeit hauptsächlich physiologischen Fragen praktischer Natur zu widmen, und es übriges nicht möglich ist, notwendige Versuchstiere zu bekommen, habe ich mich entschlossen, schon jetzt eine Beschreibung des Manometers zu veröffentlichen und als Beweis seiner Leistungsfähigkeit einige mit demselben gewonnenen Kurven über den Druckverlauf in der linken Kammer des Kaninchenherzens mitzuteilen.<sup>1</sup>

Das Manometer (Fig. 1) besteht aus einem kurzen zylindrischen Körper von 20 mm Durchmesser. Der Körper verjüngt sich nach unten und trägt an seinem Boden, zur Erleichterung der Füllung, eine mit der Packung *f* versehene Schraube *d*. Gerade am Boden des Manometers öffnet sich eine daselbst angelötete silberne Kanüle (*c*) von 3.2 mm lichtigem Durchmesser und 30 mm Länge. Die Kanüle ist S-förmig, so dass sie durch den Vorhof hindurch in die entsprechende Kammer hineingeführt werden kann.

Die obere Öffnung des Manometerkörpers ist durch einen an derselben gelöteten Deckel geschlossen. Dieser Deckel hat bei *b* eine 3 mm weite kreisförmige Öffnung mit etwas hervorragendem Rande, an welchem eine dünne Gummimembran gebunden wird. An der Membran wird ein u-förmiges Aluminiumstück von 2 mm Länge, 0.8 mm Breite und 0.1 mg Gewicht festgeklebt und zwischen dessen freien, nach oben gerichteten, mit zähem Leinöl bestrichenen Enden eine Glassaite von 0.01—0.005 mm Durchmesser und 2 mm Länge befestigt. Die Bewegungen der Saite werden unter mikroskopischer Projektion nach dem bei meinen Pulsuntersuchungen benutzten Verfahren photographisch aufgenommen.<sup>2</sup>

Weil das Projektionsobjektiv wegen der bei der Registrierung benutzten starken Vergrößerung (500: 1) in der nächsten Nähe der Saite angebracht werden muss, ist

<sup>1</sup> Das Manometer und einige damit erhaltenen Kurven wurde an der skandinavischen Naturforscherversammlung in Christiania Juli 1916 demonstriert.

<sup>2</sup> C. TIGERSTEDT, a. a. O., s. 111.

die Kapselöffnung, wie aus Fig. 1 ersichtlich, ganz nahe dem Rande des Deckels verlegt worden. Damit das vom Belenchtungssystem kommende Licht möglichst vollständig ausgenutzt werden mag, ist der Deckel schief gestellt.

Das Seitenstück *e* dient zur Befestigung des Manometers am Stativ.

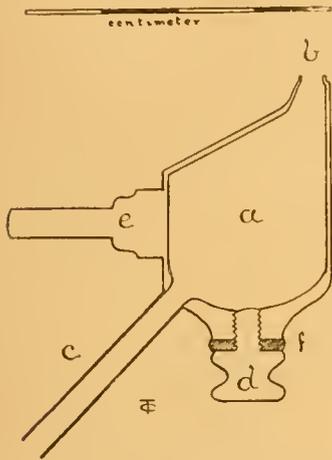


Fig. 1. Das Manometer in natürlicher Grösse.

Zum Vermeiden von Erschütterungen ist das Stativ, welches das Manometer trägt, sehr kräftig gebaut. Es besteht (Fig. 2) aus einem rechtwinkligen Messingstück (*e*), dessen horizontaler Ast mittels eines verschiebbaren Bolzens (*f*) in eine am Operationstisch (*y*) angebrachten Rinne daselbst befestigt wird. Am vertikalen Ast des Stativs kann mittels des Bolzens *d* der bewegliche Arm *e* in richtiger Lage fixiert werden. Dieser Arm trägt das Manometer, indem dessen Seitenstück (*e*, Fig. 1) mittels der Schraube *b* im Loch *a* festgehalten wird.

Das Manometer wird mit physiologischer Kochsalzlösung gefüllt. Um dabei alle Luftbläschen zu vermeiden, wird es nach Entfernung der Schraube *d* (Fig. 1) in der Lös-

ung gekocht und dabei die Kanüle *c* (Fig. 1) mit einem etwa 7 cm langen Gummischlauch verbunden. Nach Erkalten der Lösung wird die Schraube wieder eingesetzt und der Schlauch durch eine Klemme geschlossen. Erst dann wird das Manometer von der Lösung herausgenommen und eine Gummimembran über die Oeffnung *b* (Fig. 1) gespannt.

Da nur ganz kleine Blutmengen in das Manometer, bzw. in die Kanüle hineindringen, ist die Gefahr der Gerinnung an und für sich gering. Um diese noch mehr zu vermindern, giesse ich, nach Fortnahme des Gummischlauches, welcher nur dazu dient um des Heraussickern von Flüssigkeit aus dem Manometer zu verhindern, vor dem Hin-

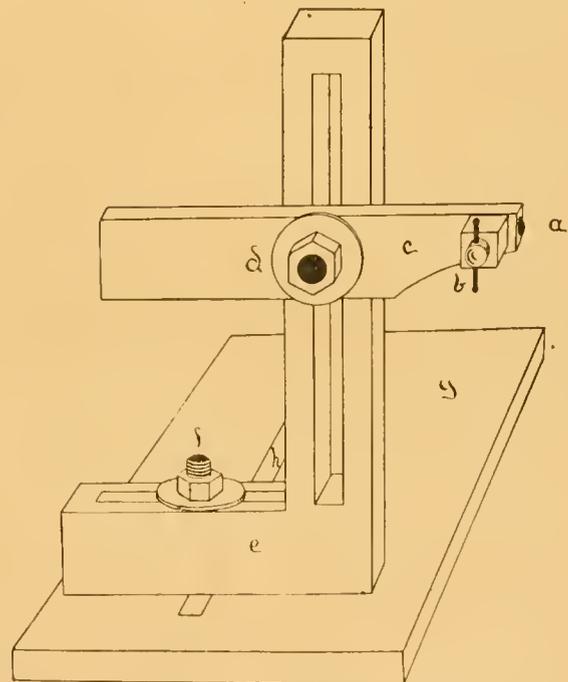


Fig. 2. Das Stativ in  $\frac{1}{3}$  der natürlichen Grösse.

einführen der Kanüle ins Herz mittels einer Pipette eine starke Hirudinlösung teils in die Kanüle teils durch die Öffnung bei *d* in den Manometerkörper selbst hinein. Dank diesen Massnahmen kann das Manometer eine Stunde und länger in Verbindung mit der Herzhöhle stehen, ohne dass eine Gerinnung erscheint.

---

Bei der Prüfung des Manometers habe ich die von FRANK empfohlene Methode benutzt. Ich habe also dasselbe einem hohen Druck — 100 bis 150 mm Hg — ausgesetzt und dann den Druck durch Anzünden eines das System abschliessenden dünnen Gummihäutchens plötzlich auf Null gebracht.

Da, wie schon bemerkt, selbst bei einem lange dauernden Versuch in der Regel keine Gerinnung erschien, liess sich das Manometer, ohne aufs Neue gefüllt zu werden, unmittelbar nach jedem Versuch wieder prüfen. Es war daher durch Feststellung der Schwingungszahl bei jedem Versuch möglich zu erfahren, inwiefern irgend ein Luftbläschen in das System eingedrungen war und also das Resultat unsicher gemacht hätte. Wie selbstverständlich kann es ja auch zutreffen, dass nach Ende des Versuches beim Herausnehmen des Manometers von der betreffenden Herzhöhle ein Luftbläschen in dasselbe hat eintreten können. In diesem Falle würde also die Prüfung des Instrumentes weniger günstig ausfallen als der Wirklichkeit entspricht, was aber nur zur Folge hat, dass die Kritik des Versuches um so schärfer geworden ist und also in Bezug auf das schliessliche Resultat keine Gefahr bringt.

Die Grösse des Manometerauschlages variiert natürlich in hohem Grade je nach der bei der mikroskopischen Projektion benutzten Vergrösserung und der Dicke und Spannung der Membran. Bei einer Vergrösserung von 500 mal entspricht ein Ausschlag von 35—40 mm einer Druckschwankung von 100 mm Hg. Der Ausschlag ist sehr nahe proportional dem absoluten Wert der Druckschwankung.

Die in Fig. 3 reproduzierte Kurve stellt das Resultat der Prüfung des Manometers dar. Angesichts der hohen Schwingungszahl ist hierbei eine Vergrösserung von nur 250 mal angewendet worden. Da trotzdem die Kurve zur Zeit der umfangreichsten Schwingungen so zart ist, dass sie bei direkter Wiedergabe kaum sichtbar worden wäre, habe ich die Kurve unter Anwendung von Luppenvergrösserung und Glasmassstab bei 5-maliger Vergrösserung umgezeichnet. Fig. 3 stellt diese Umzeichnung auf die natürliche Grösse der Kurve reduziert dar.

Wie ersichtlich ist die Amplitude der Schwingungen anfangs sehr bedeutend, was seinen Grund in der ausserordentlich schnell eintretenden Druckschwankung und der kleinen Dämpfung des Manometers hat.

Innerhalb 0.0005 Sek. passiert die Kurve die Gleichgewichtslage und 0.0005 Sek. später hat der Ausschlag sein Maximum erreicht. Dann nimmt die Amplitude der Schwingungen schnell ab, so dass die Saite 0.09 Sek. nach dem Anfang der Bewegung wieder vollständig in Ruhe übergegangen ist.

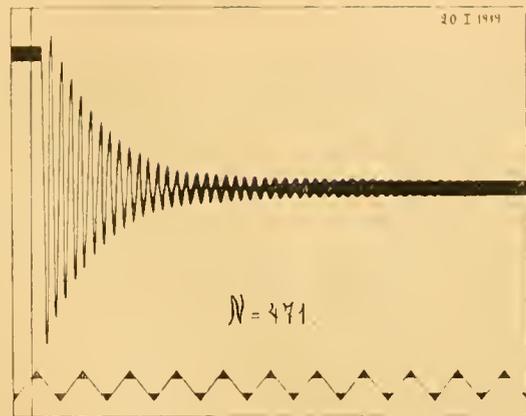


Fig 3. Eichungskurve. Die Zeitmarkierung in  $\frac{1}{100}$  Sek.

In der hier reproduzierten Kurve beträgt die Schwingungszahl 471 in der Sekunde. In anderen Versuchen ist sie etwas niedriger — 405 in der Sekunde — gewesen; bei einem Versuch war sie nur 330 in der Sekunde.

Hier hat vielleicht ein in das Manometer hineingekommenes Luftbläschen die verhältnismässig kleine Schwingungszahl verursacht.

Das Dämpfungsverhältnis, d. h. das Verhältnis zwischen einer Schwingungsbreite zu der folgenden, ist hier sehr konstant und beträgt für die elf ersten Schwingungen bzw. 1.21, 1.20, 1.19, 1.20, 1.20, 1.20, 1.20, 1.21, 1.21, 1.21 und 1.21 mm.

Wie schon bemerkt, ist dieses Manometer in erster Linie für die Kammern des Kaninchenherzens beabsichtigt. Soll das Manometer zu irgend einem anderen Zwecke benutzt werden, muss es mit einer Kanüle anderer Grösse und Form ausgestattet werden. Da aber die Anwendung von besonderen Kanülen in mehrerer Beziehung nicht zweckmässig ist und da das ganze Instrument zu einem sehr geringen Preis erhalten werden kann, scheint es mir vorteilhaft, für jeden besonderen Zweck ein Manometer geeigneter Form zu benutzen. Zur Druckmessung in den Vorhöfen habe ich ein Manometer mit einer nur wenig gebogenen Kanüle von 12 mm Länge und 3.2 mm lichtigem Durchmesser verfertigen lassen. Wegen der Unmöglichkeit, Versuchstiere zu bekommen, habe ich noch nicht die Gelegenheit gehabt, dasselbe anzuwenden.

Die in Fig. 4—7 in natürlicher Grösse wiedergegebenen Kurven beziehen sich sämtlich auf die linke Kammer der Kaninchenherzens. Sie zeigen im grossen und ganzen dieselbe Form wie die von mir unter Anwendung des Frankschen Manometers gewonnenen Kurven. Indessen ist die Amplitude der Anfangs- wie der Spannungsschwingungen in den neuen Kurven kleiner als in den früheren, was grösstenteils von der Verschiedenheit der Schwingungszahlen der betreffenden Manometer bedingt ist. Dagegen ist die Zahl der superponierten Wellen der Hauptsache nach in beiden Versuchsreihen die gleiche.

Fig. 4 und 5 sind Normalkurven von einem Tier von 2350 g Körpergewicht; Versuch vom 21. Mai 1917.

Fig. 6 ist ebenfalls eine Normalkurve von einem Tier von 2200 g Körpergewicht; Versuch vom 24. Mai 1917.

Fig. 7 ist nach Erstickung aufgenommen; Körpergewicht des Tieres 2200 g; Versuch vom 27. Mai 1917.

Die Schwingungszahl des Manometers betrug im Versuch vom 21. Mai 405, im Versuch vom 24. Mai 333 und im Versuch vom 27. Mai 429.

In sämtlichen Kurven ist die Zeit in  $\frac{1}{100}$  Sek. angegeben.

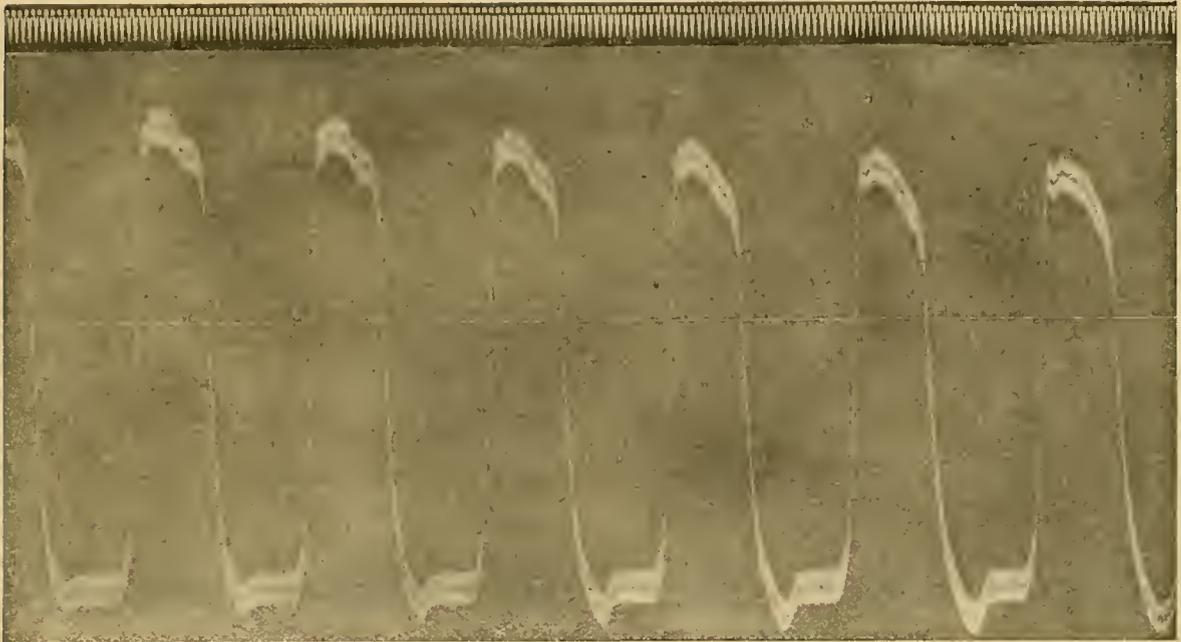


Fig. 4.

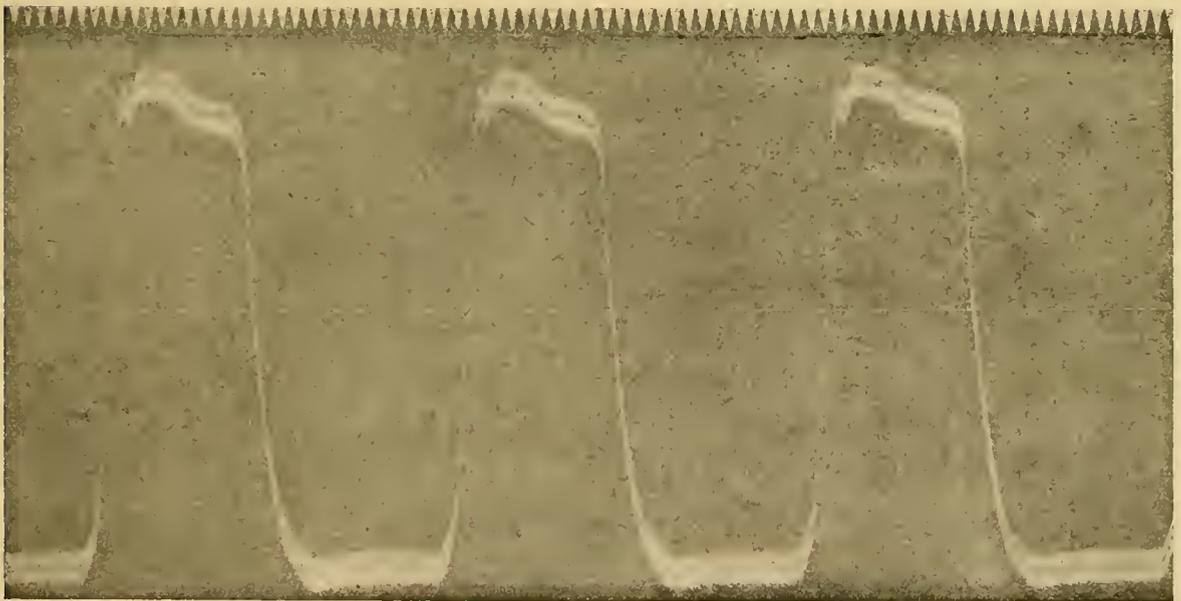


Fig. 5.





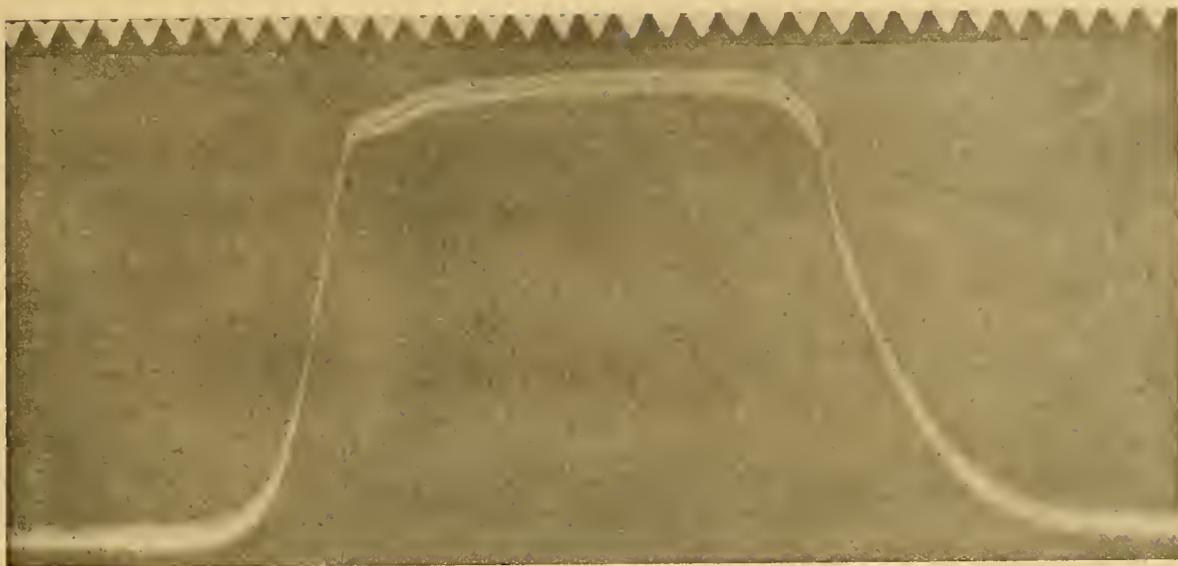


Fig. 6.

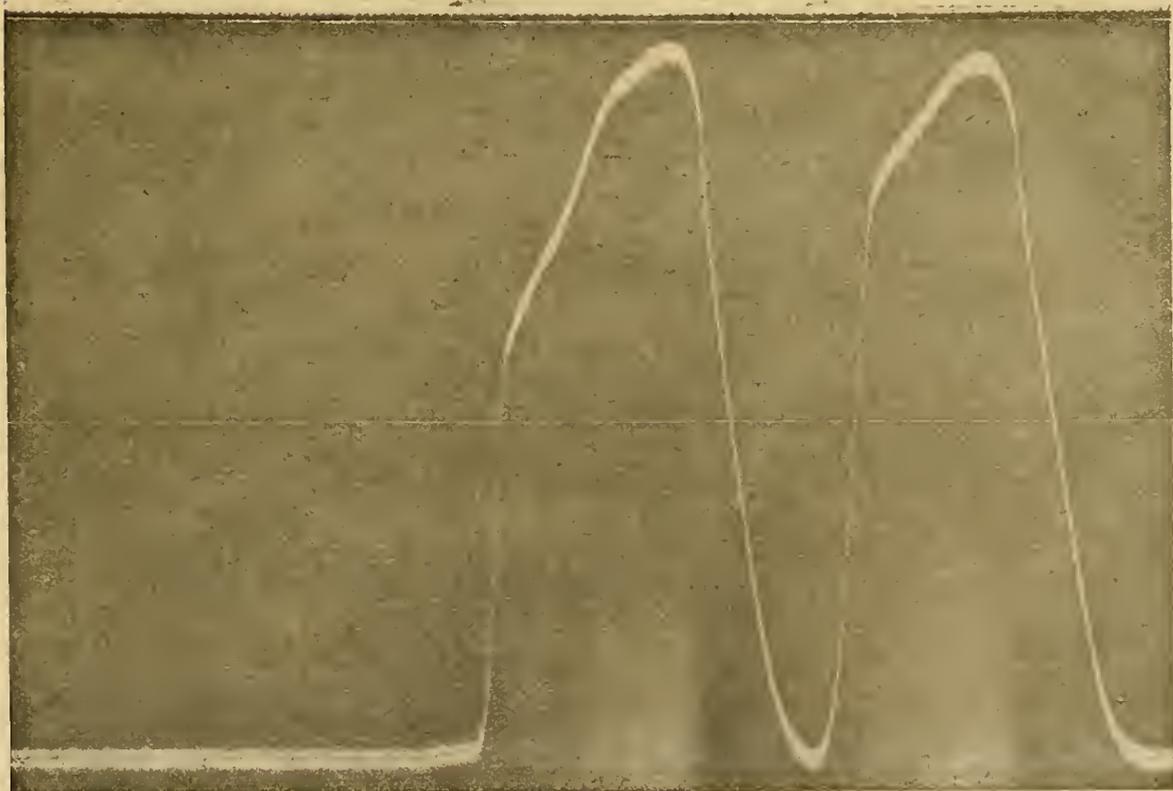
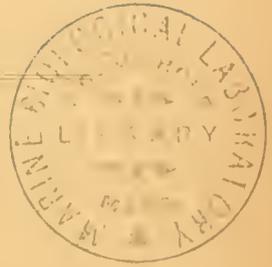


Fig. 7.



ACTA SOCIETATIS SCIENTIARUM FENNICÆ

TOM. XLVIII. N:o 5.



# MICROPLANKTON

FROM THE FINNISH WATERS DURING THE  
MONTH OF MAY 1912

BY

CAROLINE LEEGAARD

HELSINGFORS 1920

PRINTED BY THE FINNISH LITERARY SOCIETY



## PREFACE.

I beg to acknowledge my indebtedness to Professor H. H. GRAN, of Christiania, for his having kindly placed at my disposal the Finnish plankton material collected in 1912; I beg also to express my sincere gratitude to Dr. K. M. LEVANDER, professor of zoology at the Helsingfors University, for the way in which he has promoted my research by recommending this paper for insertion in the „Acta“ of the Finnish Society of Sciences, as well as to the Society for the hospitality it has extended to my treatise.

Christiania, September 27, 1919.

CAROLINE LEEGAARD.

---

## CONTENTS.

	Page
<i>INTRODUCTION</i> . . . . .	1
<i>CHAPTER I.</i>	
The Separate Species and their Distribution . . . . .	3
Diatomaceae . . . . .	4
Peridinales . . . . .	22
Ciliata . . . . .	24
Rhizopoda . . . . .	29
Silicoflagellata . . . . .	29
Systematically Unknown Forms . . . . .	31
<i>CHAPTER II.</i>	
Survey of the Stations . . . . .	32
Station F 23 . . . . .	32
" F 30 . . . . .	33
" F 41 . . . . .	34
" F 50 . . . . .	35
" F 61 . . . . .	35
" F 74 . . . . .	36
<i>CHAPTER III.</i>	
Remarks on the Conditions of Life and Quality of the Plankton . . . . .	37
Salinity . . . . .	37
Ice-Conditions . . . . .	38
Arctic Species . . . . .	38
Size of the Species . . . . .	39
<i>BIBLIOGRAPHY</i> . . . . .	41
<i>TABLE.</i>	

## INTRODUCTION.

Since the centrifuge has been introduced by LOHMANN among the methods of studying plankton, the quantitative investigations of the diminutive organisms have been possible. To preserve the water samples for later examination GRAN (1912) used Flemmings stronger solution. At the meeting of the International Council in Copenhagen April 1912 it was decided, that in May-June samples should be collected according to GRAN's method. Much of the material has already been investigated, and the results are to be found in „The Plankton Production“ by H. H. GRAN. The Finnish material collected in the month of May 1912 will be dealt with in the following treatise.

The samples were taken at six stations, the geographical positions of which are shown in the map of the figure 1 and noted in the table below:



Fig. 1. Position of the Stations.

Table I. The Positions of the Stations.

Station	Date	Position		Depth of the Bottom in Metres
F 41	May 11	N. 60° 17',5	E. 27° 57'	50
F 50	— 12	59° 50'	25° 37'	77
F 61	— 15	59° 26'	23° 9'	99
F 74	— 16	59° 1'	21° 3'	190
F 30	— 19	61° 4'	19° 35'	123
F 23	— 20	62° 40'	19° 31'	140

The samples were for the most part taken from the following depths: 0 metres, 5 m., 10 m., 20 m., 30 m., 40 m., 50 m., 60 m., 80 m., 100 m.

At those stations where the depth did not reach 100 metres (Table I), the deepest samples were taken a short distance from the bottom. At the station F 74 the deeper samples are wanting.

Almost all the samples were much fouled by detritus brought into the sea by the rivers. On account of the shallowness of the water the wind and waves easily stir up the deposits of the bottom, so that the plankton samples will not be as clean as those from the open and deep ocean.

The centrifugal method has been employed. Samples of 50 cc., 25 cc. or 10 cc. being centrifugated the numbers of individuals (cells) have been counted. In the tables containing the results of the observations all records are given in numbers of individuals (cells) pr. litre. At the head of the tables are given the depth of the sample and some hydrographical data, viz: temperature, salinity and oxygen tension, all taken from the „Jahrbuch 1912“ by Dr. ROLF WITTING (Finländische hydrographisch-biologische Untersuchungen. No. 12). Below the hydrographical data are given the quantities of each water sample examined. In some instances it has been necessary to count the contents of two quantities of the same sample. When in the tables two values are given, as for instance 50 (10), this indicates that a few species which occur very abundantly have been enumerated in a sample of 10 cc., while all the others have been enumerated in a sample of 50 cc. One special diatom, namely *Achnanthes taeniata*, occurred so abundantly, that the examination of this species was rather difficult even in such a small quantity of water as 10 cc.

The material will be arranged in the following way:

Chapter I. The Separate Species and their Distribution.

Chapter II. Survey of the Stations.

Chapter III. Remarks on the Conditions of Life and the Quality of the Plankton.

Of course this one series of samples taken at almost the same time cannot give absolutely reliable information as to the habits of life of the different species. We must

content ourselves by comparing them with the plankton from better known regions and drawing our own conclusions as to the distribution and the conditions of life of the plankton dealt with here.

## CHAPTER I.

### THE SEPARATE SPECIES AND THEIR DISTRIBUTION.

With some few exceptions the different species can be classified into three groups:

Diatomaceae.

Peridinales.

Ciliata.

The groups will be discussed in the order mentioned above, and afterwards some remarks will be made on those species, which are to be grouped otherwise. Of course the groups mentioned have no equal systematic value; this basis of classification is rather a practical one employed on this special plankton.

The species of the different groups will be dealt with alphabetically.

The material examined consisted of following species:

#### *Diatomaceae.*

##### A. Oceanic species.

*Achnanthes taeniata*

*Chaetoceras debile*

— *Wighami*

*Coscinodiscus lacustris*

— sp.

*Fragilaria cylindrus*

*Leptocylindrus minimus*

*Melosira hyperborea*

*Navicula Granii*

— *Vanhöffenii*

*Nitzschia longissima*

*Skeletonema costatum*

*Thalassiosira baltica*

B. Forms that live in brackish or fresh water. Marine littoral forms.

*Amphiprora decussata*

*Asterionella formosa*

*Cocconeis Placentula*

— *Scutellum*

*Diatoma tenue*

*Melosira distans*

— *granulata*

*Navicula cryptocephala*

— *gracilis*

— *major*

— *Placentula*

— *rhynchocephala*

— *viridula*

*Nitzschia Sigma* f. *elongata*

— sp.

*Rhabdonema arcuatum*

*Rhoicosphenia curvata*

*Stauroneis Heuffleri*

*Synedra affinis*

— *pulchella*

— *radians*

<i>Peridinales.</i>	<i>Lohmanniella oviformis</i>
Dinophysis baltica	— stellaris n. sp.
Glenodinium bipes	Mesodinium rubrum
Gonyaulax catenata	Tintinnopsis beroidea
Peridinium finlandicum	— tubulosa
— sp. { achromaticum (?)	<i>Rhizopoda.</i>
— sp. { balticum (?)	Diffugia lobostoma
<i>Ciliata.</i>	<i>Silicoflagellata.</i>
Didinium Gargantua	Ebria tripartita
Laboea compressa	<i>Systematically Unknown Forms.</i>
— conica	Radiosperma corbiferum
— delicatissima	Xanthidium multispinosum
— vestita	

Some solitary nauplii were found, but their species could not be determined for want of sufficient material. This was also the case with a very few cells of Peridinales and various more or less spherical cells, perhaps ova, Infusoria or only the contents of broken walled individuals.

A few cells of pollen of foliferous trees and firs had been driven out into the sea. After this summary we shall proceed to the discussion of the separate species.

## DIATOMACEAE.

### A. OCEANIC SPECIES.

#### *Achnanthes taeniata* GRUN.

(Fig. 2.)

- 1880 Cleve and Grunow, p. 22, pl. 1, f. 5.
- 1894—95 Cleve II, p. 189.
- 1896 a Cleve, p. 5.
- 1896 b Cleve, p. 4, 13.
- 1897 b Gran, p. 9, pl. 1, f. 10.
- 1897 Östrup, p. 329, 353, pl. 2, f. 15.
- 1905 Jörgensen, p. 105, pl. 8, f. 27.
- 1908 Gran, p. 122.
- 1910 Meunier, p. 326, pl. 33, f. 41-44.

When the low salinity of the Finnish waters was taken into consideration it was probable, that a rather poor plankton would be found. On that account this treatise was begun with some scepticism, but the results were encouraging. Especially *Achnanthes taeniata* was very interesting, occurring very abundantly, particularly in the inmost part of the Gulf of Finland, where the River Neva carries much nutritive water into the sea. The maximum number of cells pr. litre was here four millions. The cells are

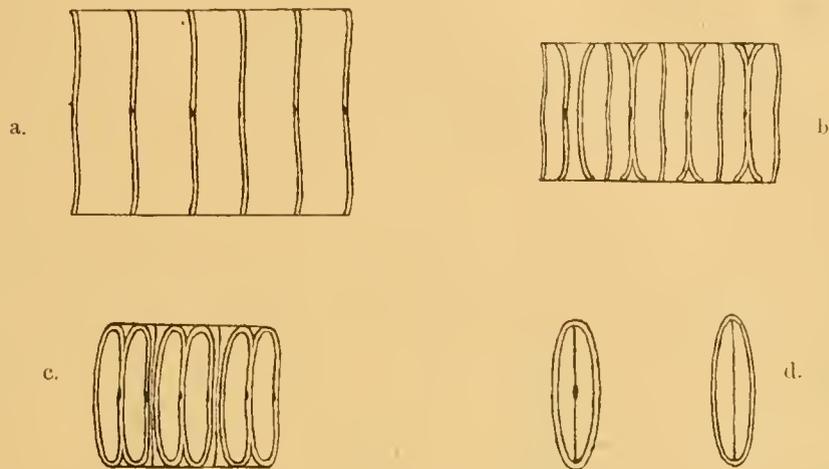


Fig. 2. *Achnanthes taeniata*.

- a. Chain without spores.
- b. The first walls of the resting-spores are formed.
- c. Chain with resting-spores.
- d. Resting-spores in front-view.

950

1

very small compared with many other plankton-organisms; but when the long chains occur in such large quantities as here, they can be observed with the naked eye.

*Achnanthes taeniata* of May gave very interesting material for studying the development of the resting-spores. Every phase of development was to be found from the delicately-walled cells to the thick-walled finished resting-spores. The slender-walled cells were often very beautifully preserved with quite distinct H-formed chromatophores.

During the formation of the resting-spores the contents of the cells will be coloured black by the osmic acid in the preserving fluid. The spores being formed by cell-division are apparently placed two in each cell. At the same time the chains will twist into spirals.

The breadth of the chains examined was 13—30  $\mu$ .

Both the thin-walled chains and those with resting-spores occurred at every station, the resting-spores for the most part dominating. This species occurred most abundantly in the Gulf of Finland, especially at the inmost station (F 41). The maximal number of cells pr. litre amounting to 2600000 cells without resting-spores and 1305000

resting-spores was found at the depth of 5 metres. At this station the spore-free cells still dominate. Towards the bottom the number of the resting-spores increase in proportion to the thin-walled cells, this fact confirming the rule, that the heavy resting-spores will sink more rapidly than the lighter thin-walled cells. But any considerable sinking could not be noticed yet. The richly laden upper layers of the water indicate that this species is still in energetic development.

At the other two stations in the Gulf of Finland, viz: F 50 and F 61, great numbers of *Achnanthes taeniata* are to be found, decreasing from east to west. At these stations the resting-spores prevail, and the development has proceeded further than at station F 41. While the maximum has not been anything worth mentioning at station F 50, we find it at the depth of 40 metres at station F 61. The diatom is here decreasing, having begun to sink towards the bottom, the greater number of the cells forming resting-spores.

At the two stations F 23 and F 30 in the Gulf of Bothnia the behaviour of this species is rather different. At the most northerly station (F 23) we find it pretty numerous with the maximum in the upper layers of the water, but at the same time with resting-spores dominating. The last mentioned fact indicates the retrogression of the species. At station F 30 probably this diatom, occurring in very few cells has almost finished its development and will soon disappear from the plankton.

At station F 74 in the northern part of the Baltic it is found somewhat more abundantly than at station F 30, the resting-spores being numerous and the maximum number of cells occurring at the depth of 30 metres.

*Chaetoceras debile* CLEVE.

(Fig. 3.)

1894 Cleve, p. 13, pl. 1, f. 2.

1895 Östrup, p. 456, pl. 7, f. 89.

1895 Ch. vermiculus Schütt, p. 39, f. 7 a—c.

1908 Gran, p. 92.

1910 Meunier, p. 242, pl. 27, f. 19—23.

1913 Meunier, p. 43, pl. 7, f. 1—11.

A few solitary specimens of some resting spores were to be found. These had two spines on one of the valves and were very probably belonging to *Chaetoceras debile*.



Fig. 3. *Chaetoceras debile*.

Resting-spores.

1000

1

The breadth of the chains being very little (8—12  $\mu$ ) the two little wort-like structures of the typical *Ch. debile* were not distinctly developed; but Meunier (1913) has given a drawing of this species with resting-spores (pl. 7, f. 11), which are quite similar to those of the Finnish material.

This diatom is not specified in the tables, being only distinguishable from the other *Chaetoceras*-spores on closer examination and higher magnifying powers, than used when counting. But it can be said with great certainty, that this species occurred in minimal numbers compared with *Chaetoceras Wighamii*, which will be dealt with beneath.

The specimens drawn were found at station F 23 at the depths of 0 and 10 metres. It is not noted from the other stations, but the possibility that it has been overlooked is not improbable.

*Chaetoceras Wighamii* BRIGHTW.

(Fig. 4.)

1856 a Brightwell, p. 108, pl. 7, f. 19—36.

1856 b Brightwell, pl. 8, f. 19—36.

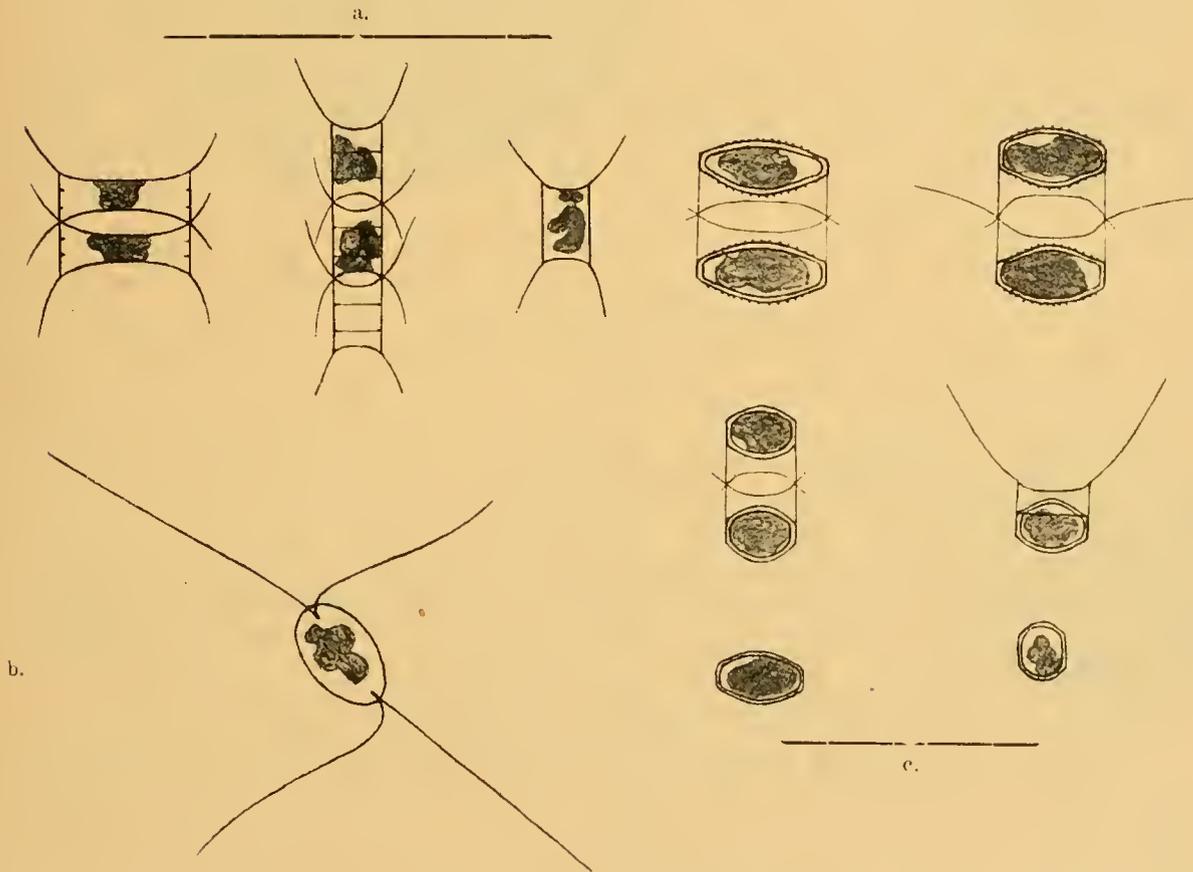


Fig. 4. *Chaetoceras Wighamii*.

- a. Cells without spores.
- b. Cell in front-view.
- c. Resting-spores.

$\frac{1000}{1}$

1896 Ch. *bottnicum* Cleve, at Aurivillius, p. 14, pl. 1.

1897 a Ch. *biconcavum* Gran, p. 27, pl. 3, f. 46.

1897 a Ch. *Wighami* Gran, p. 27.

1901 Levander, p. 6, 13.

1908 Gran, p. 88.

1910 Meunier, p. 244, pl. 27, f. 26.

1913 Meunier, p. 42, pl. 6, f. 32—34.

*Chaetoceras Wighami* was found at every station occurring both as very thin-walled cells and as resting-spores. The cells were either observed singly or in short chains consisting of very few cells. The resting-spores lying one in each cell were decorated on both valves with fine spines, which were easily seen on the larger cells, but were very indistinct on the smaller ones.

The breadth of the chains was 6—17  $\mu$ , the greater number of the resting-spores however not exceeding 10  $\mu$ .

At station F 41 Ch. *Wighami* occurred rather numerous being here without resting-spores, while only a few straggling cells or spores were found at the stations F 50, F 61, F 74 and F 30. At station F 23 the resting-spores were dominating with maximal number at the depth of 30 metres. At this station it is still fairly numerous, but no doubt in regression.

#### *Coscinodiscus lacustris* GRUN.

(Fig. 5.)

1884 Grunow, p. 85, pl. 4, f. 30—33.

1899 Van Heurck, p. 525.

1910 Meunier, p. 274, pl. 30, f. 33—34.

The undulated valve of *Coscinodiscus lacustris* having one excentric concavity and one excentric convexity can be dissolved into narrow sectors consisting of 3 (2—4) rows of pores. The sectors are separated by thickened lists just inside the margin, while the very border of the valve is very delicately radially striped.

The size was highly varied, the diameter ranging between 20  $\mu$  and 70  $\mu$ .

In spite of *Coscinodiscus lacustris* being a very characteristic species, when it was deprived of its contents by intense heating, it was rather difficult to determine this species, when it was counted, as the contents were of a dense black colour. When looking at the valve it was particularly difficult to distinguish the small cells of this species from those of *Thalassiosira baltica*. On that account the numbers put down in the tables concerning these two species are not quite exact. Under *Coscinodiscus lacustris* are noted every cell, which has been determined with certainty as this diatom, while those, of which the identification is uncertain, are counted as *Thalassiosira baltica*, this species on closer examination appearing to be the dominating one.

*Coscinodiscus lacustris* occurred in small quantities at every station fairly equally distributed. The greatest number was 1520 cells pr. litre (station F 23, 0 metres). At

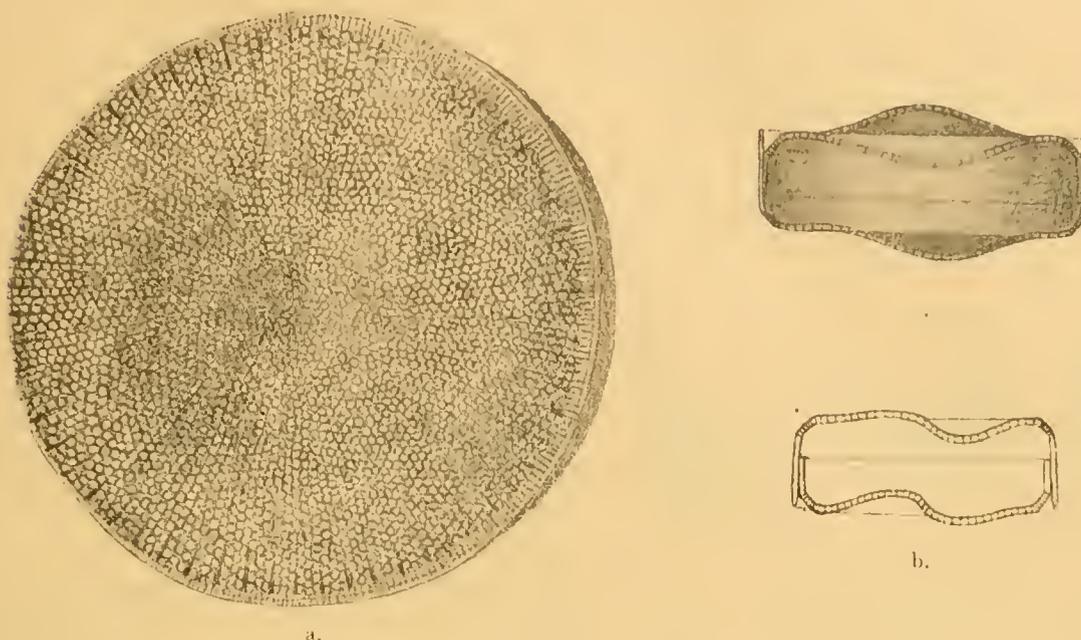


Fig. 5. *Coscinodiscus lacustris*.

- a. Cells in front-view.  $\frac{1100}{1}$ .  
 b. Cells in side-view.  $\frac{1250}{1}$ .

some of the stations the largest quantities were found in the middle and deeper water-layers (F 41, F 50, F 61, F 74). On the contrary at station F 30 the maximum number was found at the depths of 5 - 10 metres. Station F 23 besides having the greatest number of cells in the surface water (1520 cells pr. litre) also produced a secondary maximum (1440 cells pr. litre) at the depths of 40—50 metres.

This relatively rich occurrence towards the deep layers can naturally be explained, when we consider the fact, that *Coscinodiscus lacustris* is a heavy form, which will easily sink.

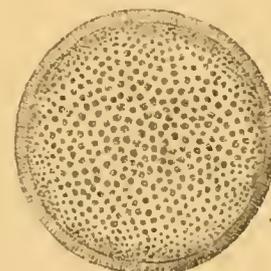


Fig. 6. *Coscinodiscus* sp.  
 $\frac{1050}{1}$

*Coscinodiscus* sp.

(Fig. 6.)

Here and there a little thick-walled *Coscinodiscus* with cup-shaped valve was to be found. The pores being remote at the central part of the valve approached each other towards the edge. The margin of the valve was supplied with fine radial stripes.

A few specimens of this species occurred at stations F 74 and F 61.

*Fragilaria cylindrus* GRUN.

(Fig. 7.)

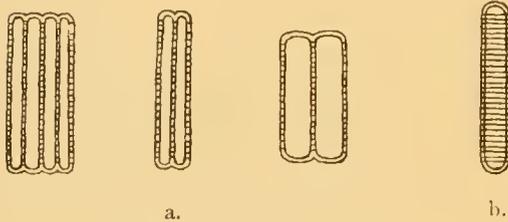
1884 Grunow. p. 55, pl. 2, f. 13.

1897 b Gran, p. 20, pl. 1, f. 4—5.

1905 Jörgensen, p. 102, pl. 6, f. 9.

1908 Gran, p. 115.

*Fragilaria cylindrus* occurring constantly with *Achnanthes taeniata* could be distinguished from the latter by the very narrow linear cells, which are described in the „Nordisches Plankton“. The breadth of the chains according to the Finnish material which has been examined was 14—35  $\mu$ .

Fig. 7. *Fragilaria cylindrus*.

a. Cells in side-view.

b. Cell in front-view.

$$\frac{950}{1}$$

This species was not numerous except at station F 41, occurring here in the upper water-layers with the maximum number of 268800 cells pr. litre at the surface. Farther west in the Gulf of Finland it diminishes, and the maximum is found in the deeper layers (stations F 50 and F 61). In the northern part of the Baltic (station F 74) it occurs only singly; in the Gulf of Bothnia it is wanting

at the southern station (F 30), while it is found in small quantities at the northern one (F 23) with the maximum number of 8600 cells pr. litre at the depth of 30 metres.

*Leptocylindrus minimus* GRAN.

(Fig. 8.)

1915 Gran, p. 72.

A few chains occurred consisting of narrow cylindrical cells with rounded ends. The contents of the cells were coloured by the fixing-fluid, so that three dark bodies

Fig. 8. *Leptocylindrus minimus*.
$$\frac{1000}{1}$$

appeared, one in the middle of the cell and one at each end. This indicates, that the cells contain two chromatophores connected by a central part with the nucleus. This species is very probably the same as the *Leptocylindrus minimus* of Gran (1915).

The diameter of the cells was 4  $\mu$ .

This species occurred singly at stations F 23, F 74 and F 41.

*Melosira hyperborea* (GRUN.).

(Fig. 9.)

1880—85 *Melosira nummuloides* var? *hyperborea* Van Heurck, pl. 85, f. 3—4.

1895 Östrup, p. 462.

1896 b Schütt, p. 59.

1897 b Gran, p. 4.

A. Schmidt Atlas, pl. 182, f. 24.

1897 *M. nummuloides* + *M. Juergensii* Vanhöffen, p. 265, pl. 3, f. 16—18.

1900 a Gran, p. 52, pl. 3, f. 11—15.

1908 Gran, p. 13.

1910 Meunier, p. 271, pl. 30, f. 16—21.

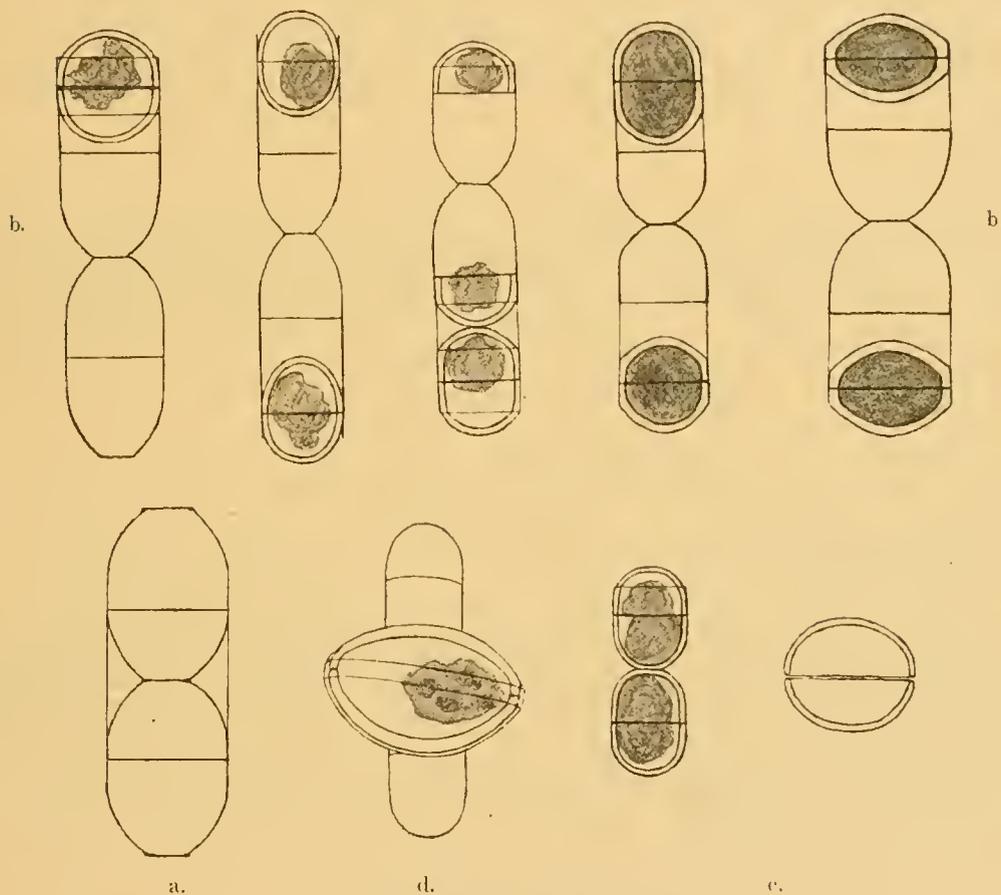


Fig. 9. *Melosira hyperborea*.

a. Cells without resting-spores.

b. Cells with resting-spores.

c. Resting-spores. d. Auxospore.  $\frac{1000}{1}$ .

*Melosira hyperborea* was either found in short chains, often containing resting-spores, or as single resting-spores. At the same time many separate valves were found.

An auxospore appeared at station F 50 at the depth of 40 metres. It was very remarkable in that a thick-walled resting-spore was lying inside the thin-walled auxospore. The formations of the auxospore and the resting-spore have in this case developed without any intermediate link of thin-walled cell-generations. The diameter of the cells was 10—23  $\mu$ , that of the auxospore 25  $\mu$ .

Only at station F 41 in the upper water-layers the chains without resting-spores dominate those containing spores. In the deeper layers we have quite the opposite case, but here this species is rather scarce. At stations F 50, F 61 and F 23 a few cells without resting-spores occurred, while the species is totally lacking at stations F 30 and F 74.

This diatom is not particularly numerous at any of the stations. The greatest numbers noticed are 20100 cells pr. litre of the sporeless cells (station F 41, 10 metres) and 15500 cells pr. litre of the resting-spores (station F 41, 5 metres).

The resting-spores were fairly equally distributed over all the stations in quantities, which varied between some hundreds and some thousands of cells pr. litre.

#### *Navicula* sp.

A few chain-forming *Navicula*-cells were found at some of the stations. On closer examination it appeared, that they belonged to the two species, *Navicula Granii* and *Navicula Vanhöffenii*. These two species were not distinguishable from each other, when they were counted. Scattered specimens occurred at stations F 41, F 50, F 61 and F 23.

#### *Navicula Granii* (JÖRGENSEN).

(Fig. 10.)

1905 *Stauroneis Grani* Jörgensen, p. 107, pl. 7, f. 25.

1908 Gran, p. 124.

1910 *Stauropsis Granii* Meunier, p. 321, pl. 33, f. 26—27, 33—36.

The chain in the illustration was found in some intensely heated material from station F 41, 10 metres. The breadth of the chain, 42  $\mu$ , was somewhat smaller than that which is given in the „Nordisches Plankton“ (50—57  $\mu$ ); but the plankton-diatoms of the Finnish territory often being relatively small (a fact which will be discussed later, page 39) this circumstance need not offer any objection as to the determination of the species.

#### *Navicula Vanhöffenii* GRAN.

(Fig. 11.)

1896 a *Navicula septentrionalis* Cleve, p. 11, pl. 1, f. 9, non *Libellus?* *septentrionalis* Östrup 1895.

1897 b Gran, p. 21, pl. 1, f. 1—3.

1905 Jörgensen, p. 105, pl. 7, f. 22.

1908 Gran, p. 124.

1910 Stauropsis Vanhöffenii Meunier, p. 322, pl. 33, f. 46.

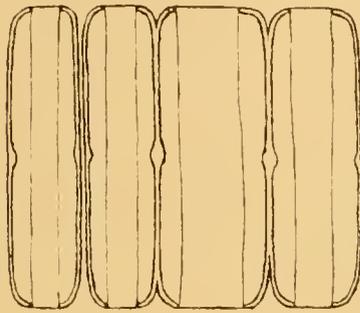


Fig. 10. *Navicula Granii*.  
 $\frac{950}{1}$

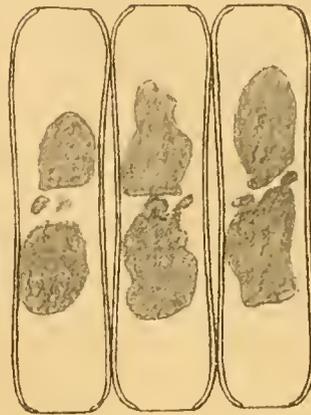


Fig. 11. *Navicula Vanhöffenii*.  
 $\frac{1150}{1}$

Most of the *Navicula*-chains belonged to this species. It occurred in single cells or in chains consisting of 2—4 cells. One chain having the breadth of 45  $\mu$  has been drawn; it was found at station F 50 at the depth of 10 metres.

*Nitzschia longissima* (Breb.) Ralfs.

(Fig. 12.)

1880—85 Van Heurck Synopsis, p. 185, pl. 70, f. 1—4.

1899 Karsten, p. 114, f. 178.

1908 Gran, p. 131.

1910 Meunier, p. 337, pl. 34, f. 41—46, 65.

This species occurred sparsely at two of the stations, viz: F 23 and F 41. While it was found in every sample from the surface to the depth of 60 metres at station

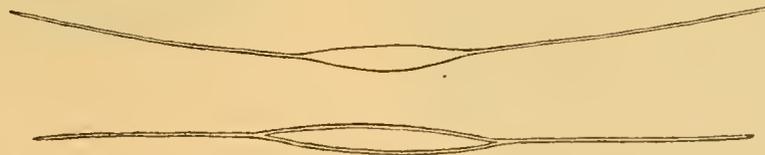


Fig. 12. *Nitzschia longissima*.  
 $\frac{1000}{1}$

F 23, it was only observed in the sample from the surface at station F 41. It is noted as littoral by Gran; yet according to Van Heurck it is no real form of the brackish water. The length of the cells was about 100  $\mu$ .

*Skeletonema costatum* (GREV.)

- 1866 *Melosira costata* Greville, p. 77, pl. 8, f. 3—6.  
 1878 *Skeletonema costatum* Cleve, p. 18.  
 1883 Van Heurek Synopsis, pl. 91, f. 4. 8.  
 1893 Schütt, p. 568, pl. 30, f. 1—2.  
 1898 Karsten, pl. 1, f. 1—7.  
 1900 Schütt, p. 482, pl. 12, f. 1—10.  
 1908 Gran, p. 15.  
 1910 Meunier, p. 259, pl. 28, f. 33—36.

Some few delicate chains were found at stations F 61, F 30 and F 23. The diameter of the cells was 4  $\mu$ .

*Thalassiosira baltica* (GRUN.)

(Fig. 13.)

- 1880 *Coscinodiscus polyacanthus* v. *baltica* Grunow, at Cleve and Grunow, p. 112.  
 1884 Grunow, p. 81, pl. 3, f. 17 a—b.  
 1891 *Coscinodiscus balticus* Cleve, p. 68.  
 1901 *Thalassiosira baltica* Ostenfeld, p. 290, f. 3.  
 1908 Gran, p. 18.

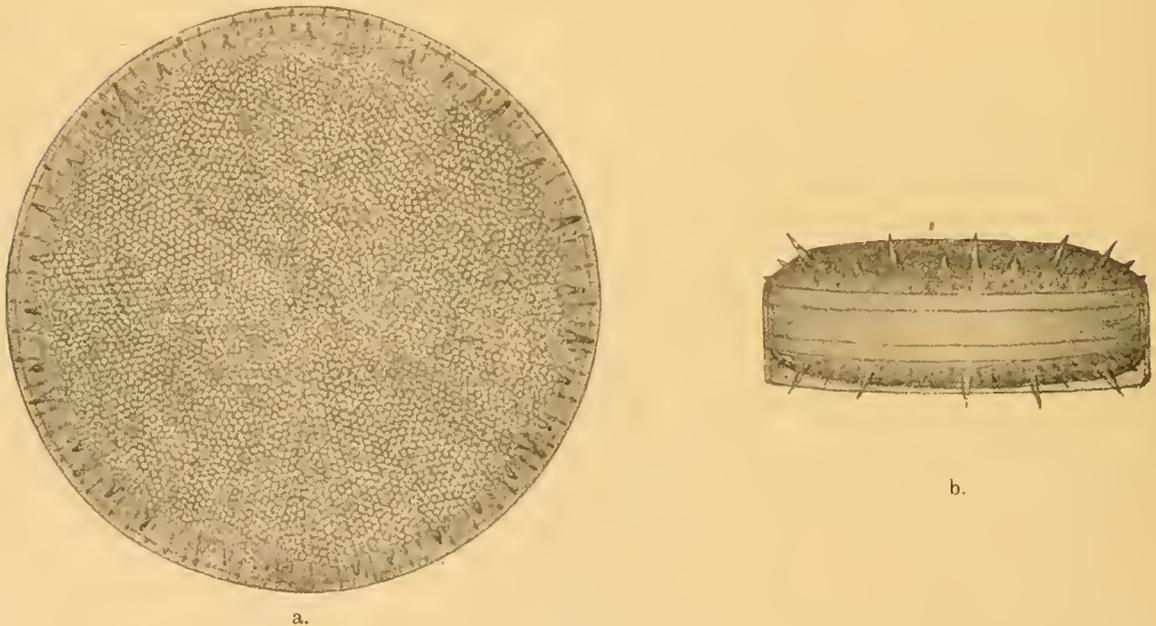


Fig. 13. *Thalassiosira baltica*.

a. Cell in front-view.  $\frac{1150}{1}$ .

b. Cell in side-view.  $\frac{1100}{1}$ .

As mentioned above it was difficult to distinguish this species from the *Coscinodiscus lacustris*. When using high magnifying powers on glowed material it was possible to see the structure of the valve distinctly. The valve is flat with delicately rounded edge. The pores are lying in radial rows being almost parallel within rather large sectors. On the specimen drawn, the diameter of which was  $67 \mu$ , were found about 14 sectors with 12—18 rows within each sector nearest the edge. The central pores are a little more scattered than the peripheral ones. Along the margin of the valve three series of spines could be seen. The row nearest the centre consisted of scattered large spines of varying size, while the two outer rows were formed of delicate spines. The spines of the row nearest the edge were placed just outside the small ones of the inner row. Generally two spines of each of the outer rows were found between two of the large spines of the innermost row. The margin of the valve had fine radial lines.

The size was inconstant, the diameter varying from 20 to  $100 \mu$ .

As to the distribution it is once more to be noticed, that the numbers of the tables are a little too high. Some of the cells ought to have been noted as *Coscinodiscus lacustris*; but when the material was strongly heated it appeared that *Thalassiosira baltica* was generally more numerous than *Coscinodiscus lacustris*.

This diatom was found at all the stations and in every depth in quantities, which with the reservations mentioned varied between 120 cells pr. litre (station F 41, 50 metres) and 35400 cells pr. litre (station F 30, 80 metres). At the stations of the Gulf of Bothnia (F 23 and F 30) this species was more numerous than at the other stations.

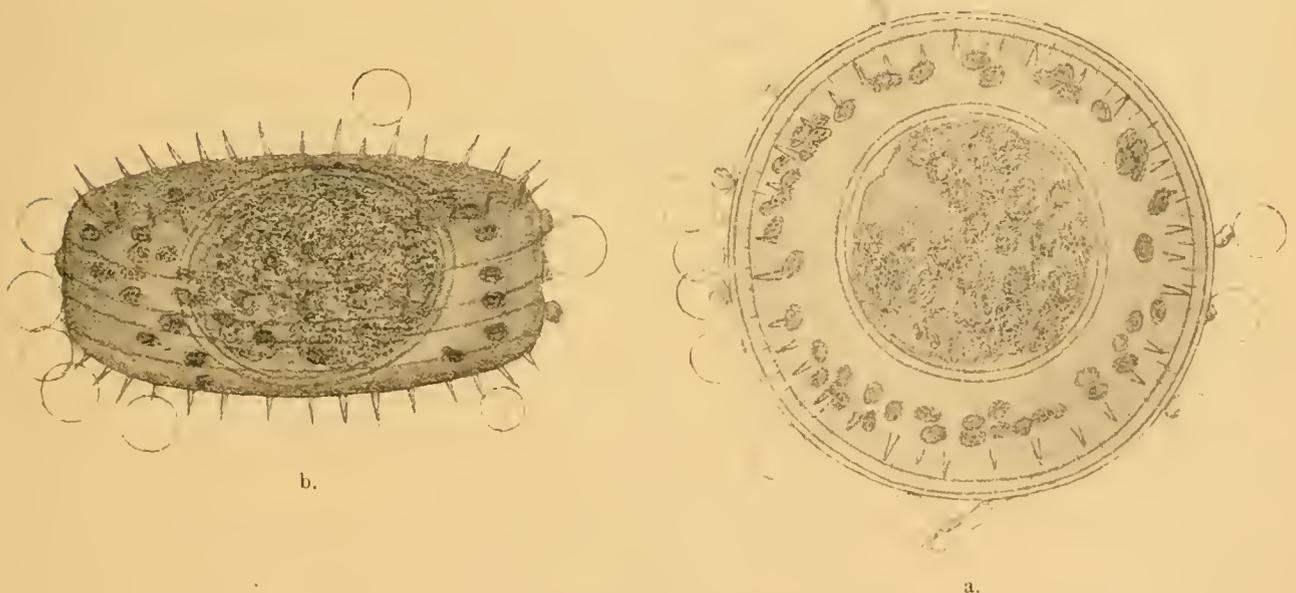


Fig. 14. *Thalassiosira baltica* with parasite.

- a. Cell in front-view.
- b. Cell in side-view.

1200

1

At all the stations except station F 41 some of the *Thalassiosira*-cells had enclosed in themselves a globular body, no doubt a parasite. (Fig. 14.) The cell-wall of the latter appeared to be of other material than the silicious cover of the diatom, the wall of the parasite turning violet when treated with chloroïodide of zinc. The contents of the parasite consisted of black-tinged grains larger than the chromatophores of the host-cell. Several little bubbles were found surrounding the parasite-carrying *Thalassiosira*-cells. These bubbles turned pale violet with chloroïodide of zinc, and they were not noticed in the healthy *Thalassiosira*-cells.

The parasite being some preliminary undetermined Chytridiaceae is probably not the species *Olpidium* mentioned by Gran, Meunier and Ostenfeld.

1900b Gran, p. 123, pl. 9, f. 8—9.

1910 *Olpidium phycophagum* Meunier, p. 222, pl. 25 etc.

1913 Kolderup Rosenvinge, p. 145.

1916 Ostenfeld, p. 158.

## B. FORMS THAT LIVE IN BRACKISH OR FRESH WATER.

### MARINE LITTORAL FORMS.

Besides the oceanic diatoms mentioned several species were found belonging to brackish and fresh water or to the littoral flora.

For the most part only solitary specimens were found of the species. Only *Diatoma tenue* occurred in rather large numbers, brackish water being its natural habitat; so it was thriving well in the Gulf of Finland, where the water had a low salinity.

As it was very difficult to determine the species when counting, they were all included in the tables under the same heading as given to this chapter with the exception of *Diatoma tenue*.

The occurrence of all these diatoms was mainly limited to the upper layers of station F 41, the most easterly station in the Gulf of Finland. At stations F 50, F 61 and F 23 a few specimens were found, while they were totally missing at stations F 74 and F 30.

The species noted have for the most part been determined on heated material according to the „Synopsis“ of Van Heurck. The following species were found:

#### *Amphiprova decussata* GRUN. (?)

(Fig. 15 a.)

V. H. S. pl. 22, f. 13.

1894—95 Cleve I, p. 18.

Marine. One single fragment was found (station F 41, 10 metres).

*Asterionella formosa* HASSAL var. *gracillima* (HANTZSCH) GRUN.

(Fig. 15 d.)

V. H. S. p. 154, pl. 51, f. 19—24.

1908 Gran, p. 119.

Several cells of this species occurred at station F 41. Fresh water.

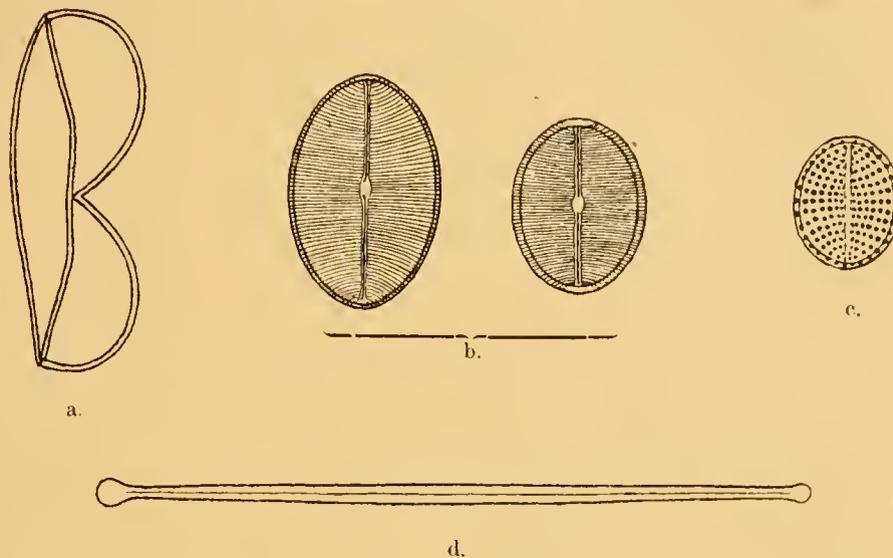


Fig. 15.  $\frac{1000}{1}$ .

- a. *Amphiprora decussata?*
- b. *Cocconeis Placentula*.
- c. *Cocconeis Scutellum*.
- d. *Asterionella formosa*.

*Cocconeis Placentula* EHR.

(Fig. 15 b.)

V. H. S. p. 133, pl. 30, f. 26—27.

Brackish and fresh water.

*Cocconeis Scutellum* EHR.

(Fig. 15 c.)

V. H. S. p. 132, pl. 29, f. 1—12

Marine.

*Diatoma tenue* AG.

(Fig. 17 b.)

V. H. S. p. 160, pl. 50, f. 1—15, 17—22.

1901 Levander.

This linear diatom from the brackish water was flourishing in the upper nutritive layers of station F 41. The greatest number was 47000 cells pr. litre (5 metres). At stations F 50, F 61 and F 23 only a few specimens occurred, while this species was missing at stations F 30 and F 74.

The length of the cells varied from 53  $\mu$  to 64  $\mu$ .

*Melosira distans* KÜTZ.

V. H. S. p. 199, pl. 86, f. 17—35

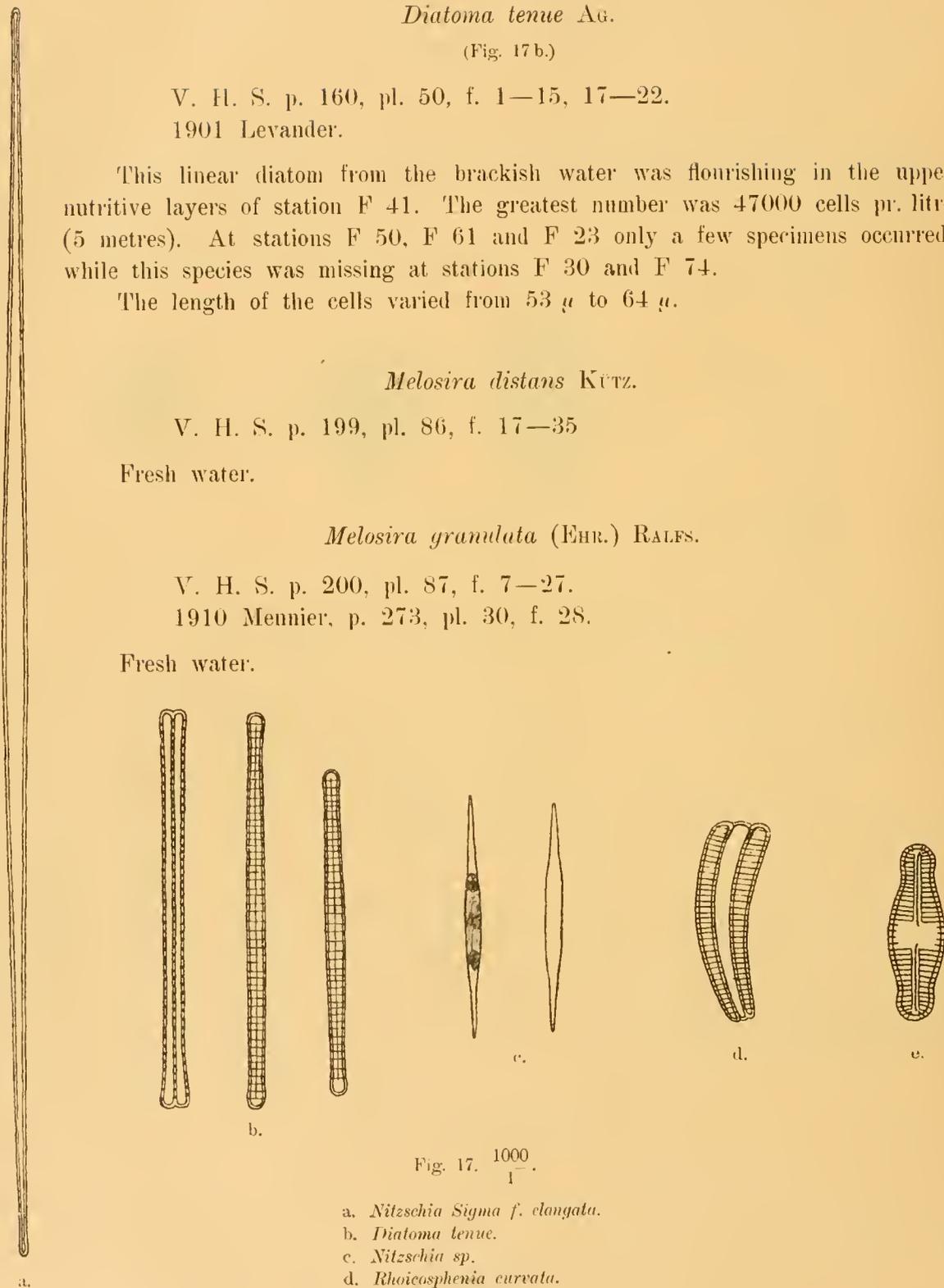
Fresh water.

*Melosira granulata* (EHR.) RALFS.

V. H. S. p. 200, pl. 87, f. 7—27.

1910 Mennier, p. 273, pl. 30, f. 28.

Fresh water.

Fig. 17.  $\frac{1000}{1}$ .

- a. *Nitzschia Sigma f. elongata*.
- b. *Diatoma tenue*.
- c. *Nitzschia* sp.
- d. *Rhoicosphenia curvata*.
- e. *Stauroneis Heufleri*.

*Navicula cryptocephala* Kütz.

(Fig. 16 f.)

V. H. S. p. 84. pl. 8, f. 2.

Fresh water.

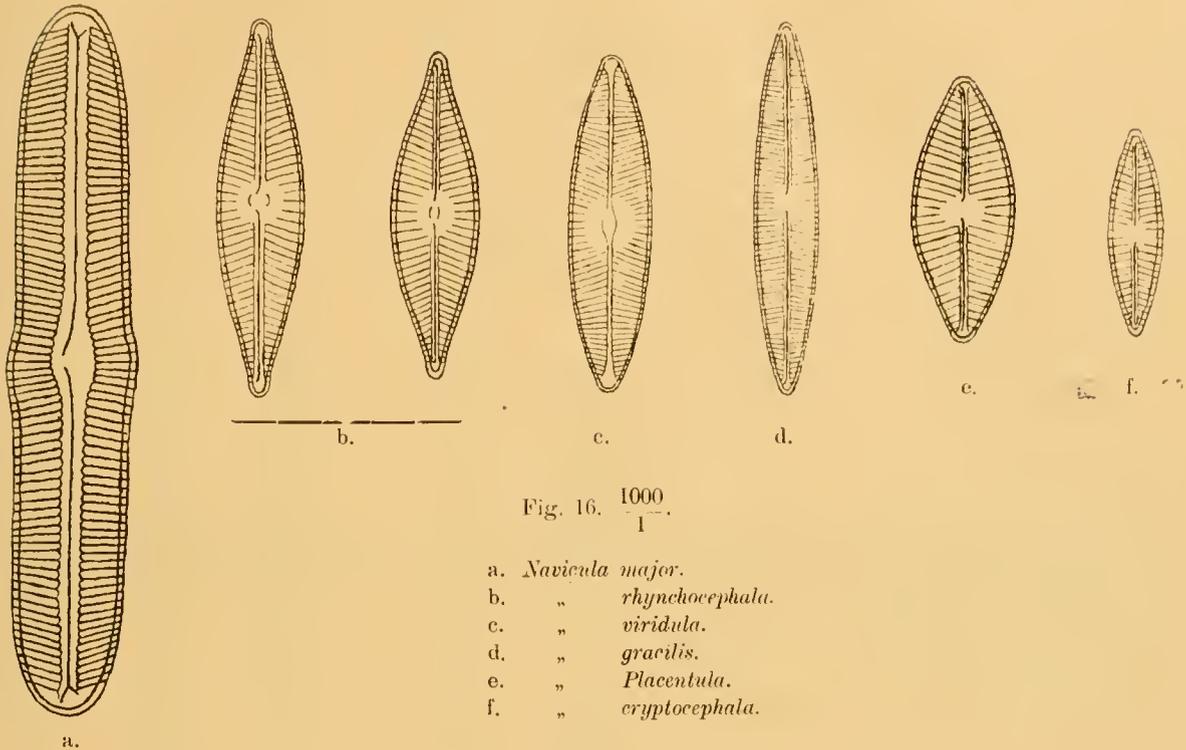


Fig. 16.  $\frac{1000}{1}$ .

- a. *Navicula major*.
- b. " *rhynchocephala*.
- c. " *viridula*.
- d. " *gracilis*.
- e. " *Placentula*.
- f. " *cryptocephala*.

*Navicula gracilis* Kütz.

(Fig. 16 d.)

V. H. S. p. 83, pl. 7, f. 7—8.

Fresh water.

*Navicula major* Kütz.

(Fig. 16 a.)

V. H. S. p. 73, pl. 5, f. 3—4.

Fresh water.

*Navicula Placentula* Ehrh.

(Fig. 16 e.)

V. H. S. p. 87, pl. 8, f. 26—28.

Brackish water.



*Navicula rhynchocephala* KÜTZ.

(Fig. 16 b.)

V. H. S. p. 84, pl. 7, f. 30.

Brackish water.

*Navicula viridula* KÜTZ.

(Fig. 16 c.)

V. H. S. p. 84, pl. 7, f. 25.

Fresh water.

*Nitzschia Sigma f. elongata* W. SM.

(Fig. 17 a.)

V. H. S. p. 179, pl. 66, f. 7.

Brackish water.

*Nitzschia sp.*

(Fig. 17 c.)

Small linear cells with tapering ends seen from the valve-side. This species occurred here and there at stations F 23, F 61, F 50 and F 41.

*Rhabdonema arcuatum* (AG.) KÜTZ.

(Fig. 18 d.)

V. H. S. p. 166, pl. 54, f. 14.

Marine littoral form.

*Rhoicosphenia curvata* GRUN.

(Fig. 17 d.)

V. H. S. p. 127, pl. 26, f. 1—3.

Fresh and saline water.

*Stauroneis Heufleri* GRUN.

(Fig. 17 e.)

V. H. S. pl. 4, f. 1 A.

1894—95 Cleve I, p. 130.

Fresh water.

*Synedra affinis* Kütz.

(Fig. 18 b.)

V. H. S. p. 153, pl. 41, f. 13.

1910 Mennier, p. 310, pl. 32, f. 54.

Saline and brackish water.

*Synedra pulchella* Kütz.

(Fig. 18 a.)

V. H. S. p. 149, pl. 40, f. 28—29.

1910 Meunier, p. 311, pl. 32, f. 53.

Brackish and fresh water.

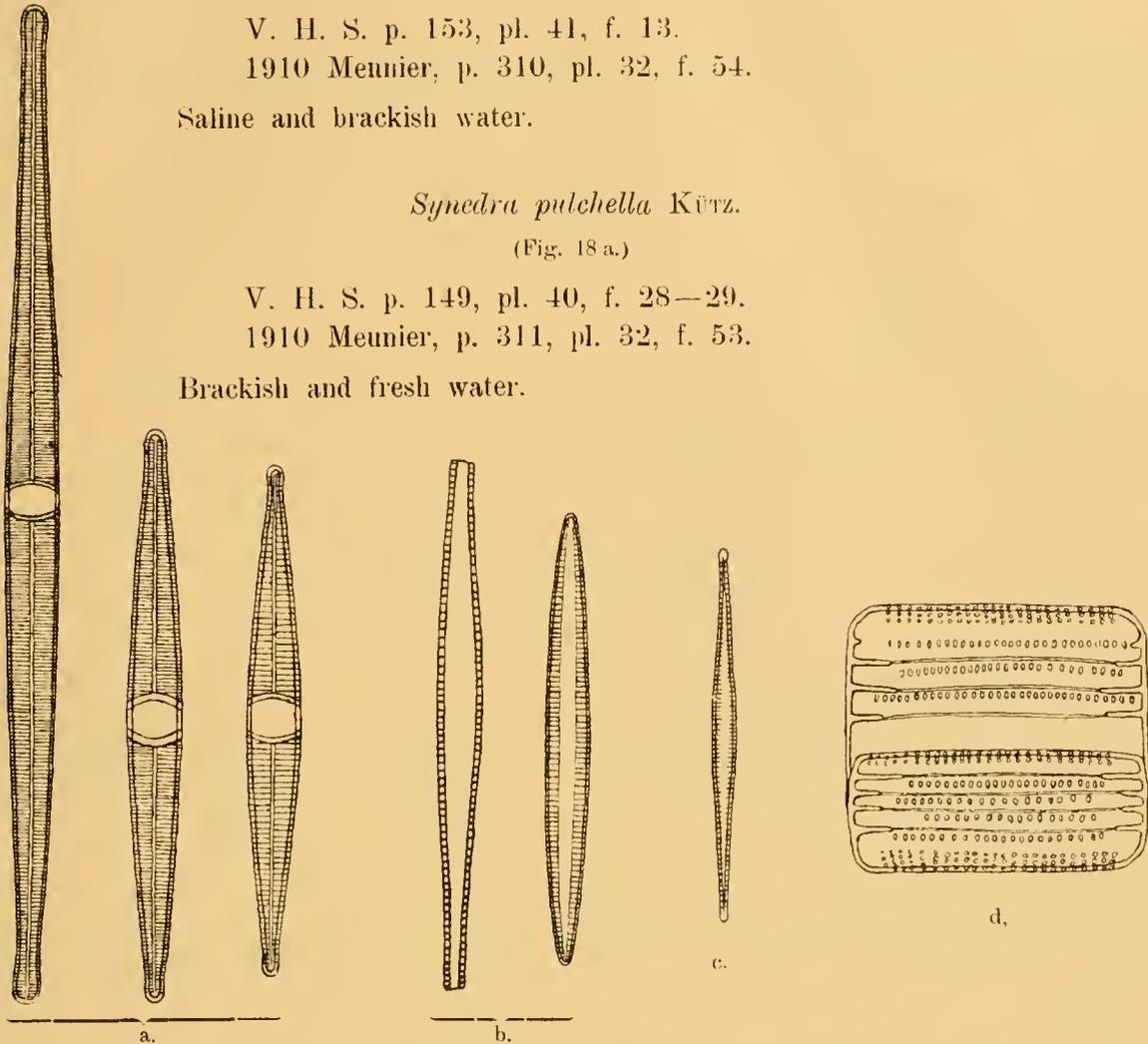


Fig. 18.  $\frac{1000}{1}$ .

- a. *Synedra pulchella*.
- b. " *affinis*.
- c. " *radians*.
- d. *Rhabdonema arcuatum*.

*Synedra radians* (Kütz.) GRUN.

(Fig. 18 c.)

V. H. S. p. 151, pl. 39, f. 11.

Fresh water.

In addition some single cells were found, which could not be determined being very indistinct or lying in an awkward position in the preparation.

## PERIDINIALES.

Compared with the diatoms the peridineae were very poorly represented, only a few species and specimens being found. The only exception was *Gonyaulax catenata*.

*Dinophysis ovum* SCHÜTT var. *baltica* PAULSEN.

(Fig. 19 a.)

1900 Levander, p. 15, f. 1.

1908 Paulsen, p. 17.

This species occurred in small quantities at all the stations. The greatest number was 300 cells pr. litre (station F 50, 0 metres).

The length of the cells was about 50  $\mu$ , the breadth about 35  $\mu$ .

*Glenodinium bipes* PAULSEN.

(Fig. 19 b.)

1904 Paulsen, p. 21, f. 3—4.

1905 Lemmermann, p. 21.

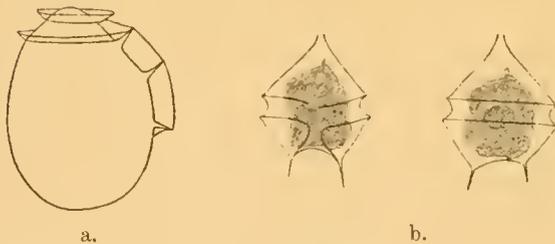
1905 *Peridinium minusculum* Pavillard, p. 57, pl. 3, f. 7—9.

1908 Paulsen, p. 25.

1910 Meunier, p. 45, pl. 3, f. 18.

*Glenodinium bipes* was found at all the stations, most numerous at station F 23 with the maximum of 920 cells pr. litre in the depth of 30 metres. At stations F 30, F 74, F 50 and F 61 it occurred rather sparingly, and from station F 41 it is only noted once.

The length of the cells with spines was about 40  $\mu$ , the breadth about 27  $\mu$ .

Fig. 19.  $\frac{550}{1}$ .a. *Dinophysis baltica*.b. *Glenodinium bipes*.*Glenodinium* sp.

Some small *Glenodinium*-cells occurred here and there, but not sufficiently numerous for exact determination. The species

was scarcely *Glenodinium danicum* Paulsen, rather perhaps *Glenodinium trochoideum* Stein, noted from the Baltic in the „Nordisches Plankton“. 1908 Paulsen, p. 23—25.

*Gonyaulax catenata* (LEVANDER) KOFOLD.

(Fig. 20.)

1894 b *Peridinium catenatum* Levander.

1894 a Levander, p. 51, pl. 2, f. 22.

1897 Vanhöffen, pl. 5, f. 5.

1900 Cleve, p. 256.

1908 Paulsen, p. 63.

1910 *Amylax catenata* Memner, p. 52, pl. 1 bis, f. 46—47, pl. 3, f. 28—34.

1911 *Gonyaulax catenata* Kofoid, p. 287.

1912 Jörgensen, p. 9.

It was very remarkable to find this peculiar peridineae, which occurred in chains consisting of up to ten cells. It was fairly common at all the stations except station F 30. At the last mentioned station the maximum was only 520 cells pr. litre (5 metres). It was more numerous in the Gulf of Finland than in the Gulf of Bothnia. At

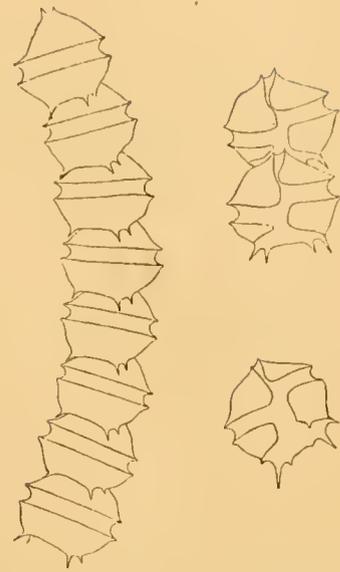


Fig. 20. *Gonyaulax catenata*.

500  
1

station F 41 it reaches the number of 65600 cells pr. litre (5 metres), at station F 50 the number of 56820 cells pr. litre (5 metres) and at station F 61 the number of 80440 cells pr. litre (0 metres). At the same time stations F 23 and F 74 generally show smaller numbers.

The breadth of the chains was 27—33  $\mu$ .

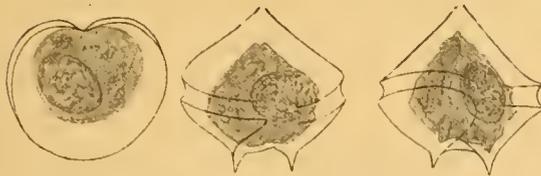


Fig. 21. *Peridinium finlandicum*.

475  
1

*Peridinium finlandicum* PAULSEN.

(Fig. 21.)

1894 a *P. divergens* Levander, p. 51, pl. 2, f. 23, non Ehrenberg.

1900 *P. divergens* var. *Levanderi* Lemmermann.

1907 Paulsen, p. 15, f. 19.

1908 Paulsen, p. 51.

*Peridinium finlandicum* was found in small numbers fairly equally distributed in all the samples, especially from the Gulf of Finland. The maximum number was 500 cells pr. litre (station F 41, 0 metres). The breadth of the cells was 40—47  $\mu$ .

*Peridinium sp.*

Some few *Peridinium*-cells were not determined, the material being too scarce. It is very probable, that they belonged to the two species *Peridinium balticum* (LEVANDER) LEMMERMANN and *Peridinium achromaticum* LEVANDER. Cells that were not determined occurred at all the stations. 1908 Paulsen, p. 62, 65.

*Indeterminable Peridineae.*

Some cells being very indistinct could not be determined. No doubt they belonged to the genera *Peridinium*, *Glenodinium* and *Gymnodinium*.

## CILIATA.

In the material examined some animal plankton-forms especially ciliata were found. They were not in dominating numbers at any of the stations. *Mesodinium rubrum* occurred rather equally distributed over the whole area, and the *Tintinnopsis*-houses were very remarkable on account of their large proportions compared with many of the diatoms for instance.

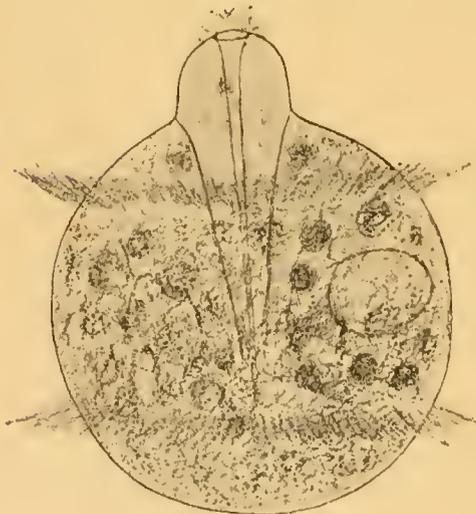
*Didinium Gargantua* MEUNIER

(Fig. 22.)

1910 Meunier, p. 154, pl. 15, f. 12.

This large form was found once and only on the second examination of the samples. For that reason it will not be found in the tables. It appeared at station F 50 in the depth of 10 metres. The breadth of the cell was 45  $\mu$ .

The specimen drawn was globular with two rings of cilia and protruding mouth, the gullet reaching very deep into the cell-body.

Fig. 22. *Didinium Gargantua*.1150  
—  
1*Laboea sp.*

1915 Leegaard.

Specimens of this genus were very scattered. Some of the cells being indistinct were not determined. The following species were noted:

*Laboea compressa* LEEG.

Occurrence: Station F 74, 0—20 metres.

*Laboea conica* LOHM.

1908 Lohmann, p. 171 (299), pl. 17, f. 18—20.

1910 Conocylis striata Meunier, p. 148, pl. 11, f. 22, pl. 23, f. 13.

Occurrence: Station F 23, 30 metres and station F 30, 40 metres.

*Laboea delicatissima* LEEG.

Occurrence: Stations F 50, F 61, F 74 and F 23.

*Laboea vestita* LEEG.

Occurrence: At all the stations.

*Lohmanniella oviformis* LEEG.

(Fig. 23.)

1915 Leegaard, p. 28.

This species occurred here and there at stations F 23, F 74, F 61, F 50 and somewhat more numerous at station F 41 in the upper water-layers, where the maximum was 3600 cells pr. litre in the depth of 5 metres.

*Lohmanniella stellaris* n. sp.

(Fig. 24.)

This infusoria is a somewhat flattened globule with the peristome at one of the flat sides. On the margin of the peristome, which has the form of an hexaster, a small number of short thick cilia could be seen, and outside these cilia a broad border of fine cilia or cilia-lamellas was found. The front half of the cell with the peristome and the cilia is more globular than the back half, which has the form of a truncated cone. The cell has no covering, it is not tinged with the chloroïdide of zinc.

The material examined was constantly turned black by the preserving-fluid and was rather indistinct. On that account the description given above is incomplete, and the species will only be better known after closer study. It was difficult to determine the real proportions of the cilia as well as the details of the peristome.

The species has been placed under the genus *Lohmanniella* on account of the form of the cells and because the covering is missing. Closer examination will prove, whether this name of genus ought to be kept or not.

The breadth of the cell-body was 37—47  $\mu$ .

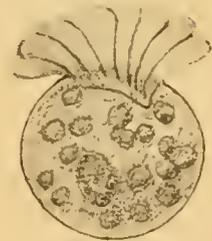


Fig. 23.  
*Lohmanniella oviformis*.  
1300  
1

*Lohmanniella stellaris* occurred at all the stations, most numerous at station F 74 with the maximum number of 1540 cells pr. litre in the depth of 20 metres. It was

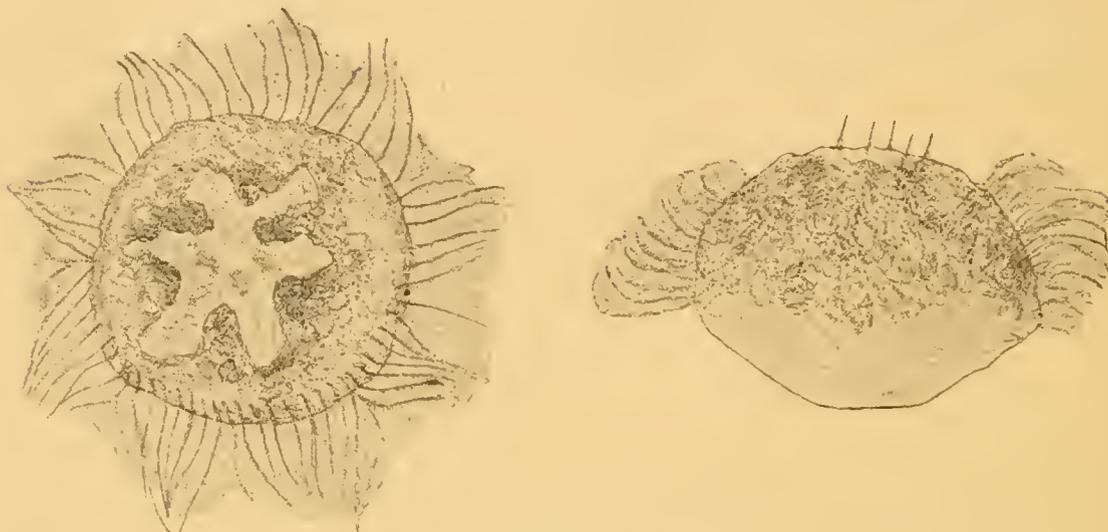


Fig. 24. *Lohmanniella stellaris*.  
1200  
1

often found too at stations F 23 and F 61, while it was sparsely distributed at stations F 30, F 50 and F 41.

*Mesodinium rubrum* (LOHM.)

(Fig. 25.)

1908 Halteria rubra Lohmann, p. 175 (303), pl. 17, f. 19.

1910 Cyclotrichium sp. Meunier, p. 164, pl. 15, f. 7, pl. 20, f. 17.

1913 Hamburger und von Buddenbrock, p. 25.

While *Mesodinium*-cells with mouth-cavity were not found, the closed form occurred very frequently. The cells are oval with a drawn in central part, which is provided with a circle of cilia. The cells are filled up with a granular mass, which according to Lohmann consists of flagellates living in symbiosis with the *Mesodinium*-individuals.

Apparently two sorts of these cells occurred, some large ones (length about 40—50  $\mu$ ) and some small ones (length about 20—30  $\mu$ ). But cells of the sizes between 30 and 40  $\mu$  existed too, yet they were comparatively rare.

The larger cells were rather asymmetrical as to the plan of the circle of cilia, one of the ends being flat and broad, the other a little higher and somewhat acute. The cells were filled with a number of grains, while the cilia were numerous and fine.

The smaller cells on the other hand were more equally formed at both ends. The contents consisted of a few grains, and the circle of cilia was not so dense as on the larger form.

It is a very doubtful case, as to whether we have two species, intermediate forms existing as mentioned above.

In the tables the two forms are separated from each other and noted as forma

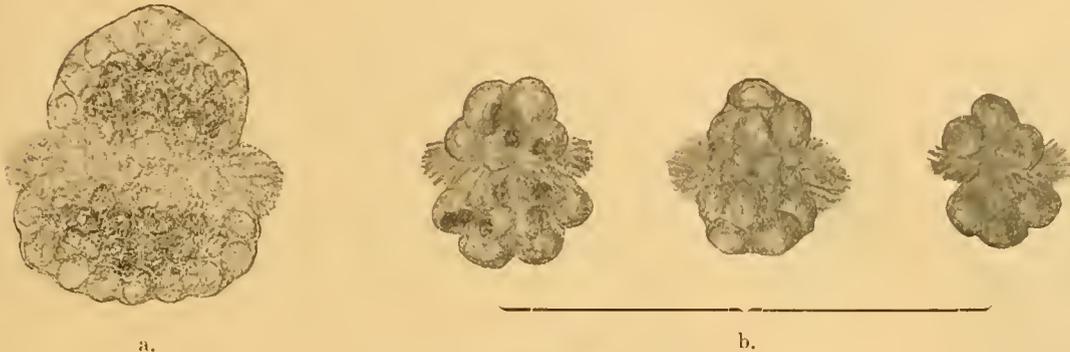


Fig. 25. *Mesodinium rubrum*.

- a. F. major.
  - b. F. minor.
- 950  
1

major and forma minor. The separation may be of some interest, if it should turn out later, that we have two different species.

*Mesodinium rubrum* is rather common though not very numerous at all the stations. Frequently the smaller form is more numerous than the larger one, but the relation between them can change from sample to sample at the same station (F 61), and at station F 74 the larger form was the dominating one.

The maximum number of the smaller form was 4440 cells pr. litre (station F 23, 5 metres), while that of the larger was 2740 cells pr. litre (station F 61, 10 metres).

*Tintinnopsis beroidea* (STEIN) LEVANDER.

(Fig. 26.)

1867 Stein II, p. 154.

1887 Daday, p. 547—548, pl. 19.

1900 Levander, p. 18.

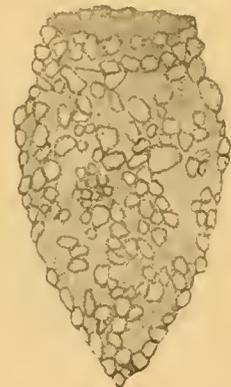


Fig. 26.

*Tintinnopsis beroidea*.

950

1

The covering was formed as a narrow pilscher with acute base and a little drawn in opening. It was smaller than the following species (*Tintinnopsis tubulosa*), the length was 53  $\mu$ , the breadth 32  $\mu$ .

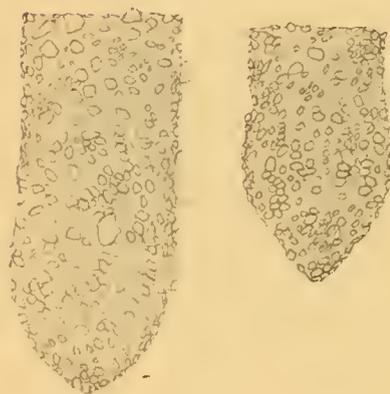
A few specimens of this species occurred at stations F 61 and F 74.

*Tintinnopsis tubulosa* (LEVANDER.)

(Fig. 27—28.)

1900 Levander, p. 18—19.

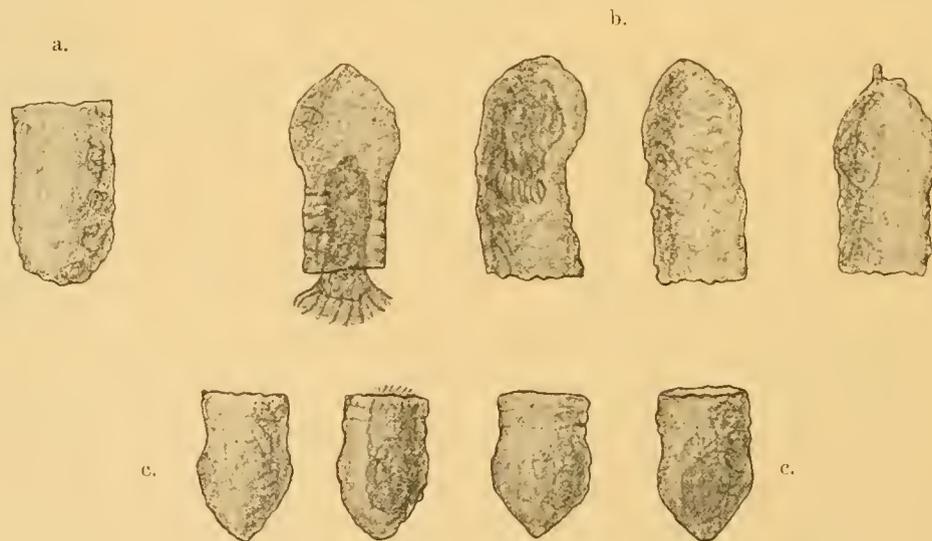
1910 Meunier, pl. 12, f. 5—8, 10—11.

Fig. 27. *Tintinnopsis tubulosa*.a. F. major.  
b. F. minor.475  
1

The covering of this specimen was cylindrical with rounded or somewhat tapering base, which was often more or less widened. The length of the upper cylindrical part varied, being shorter than the lower widened part in some of the coverings, while others were almost of the same length as the lower part. Levander has (1900, p. 18) drawn a covering with the upper part considerably longer than the widened lower part. All these forms show different phases of growth on the marginal zone of the house. There is no reason to consider the different forms as varieties. When counting the cells I have distinguished the equally cylindrical form with rounded lower part (*forma lineata*) from the shorter form with acute widened lower part (*forma minor*) and the longer form with acute widened lower part (*forma major*). It may be of some interest to see, how the

species varies, without attributing too great importance to the different forms.

The acute forms were the more common while the form with rounded base occurred rarely.

Fig. 28. *Tintinnopsis tubulosa*.a. F. *lineata*.  
b. F. major.  
c. F. minor.280  
1

The length of the coverings was 94—110  $\mu$ , the breadth of the opening was 35—45  $\mu$ , the breadth of the lower widened part was 37—51  $\mu$ .

Forma minor occurred at all the stations with the maximum of 680 cells pr. litre (station F 23, 20 metres), while forma major was found at stations F 50, F 61, F 74, F 30 and F 23 with the maximum of 200 cells pr. litre (station F 23, 10 metres), and forma lineata was scarce at stations F 41, F 50, F 61 and F 23.

*Tinlinnopsis* sp.

A few cells were not determined as they were lying unfavorably in the preparation; but they belonged no doubt to one or other of the species before mentioned.

*Undetermined Ciliata.*

Now and then some small round or oval ciliata, which could not be definitely determined appeared in the material.

RHIZOPODA.

*Diffugiū lobostoma* LEIDY.

1894 a Levander, p. 16, pl. 1, f. 10—13.

This solitary representative of rhizopoda in the material was an amoeba with almost globular covering, which contained small particles of sand. The pseudopod-opening was narrow.

It occurred very seldom (stations F 23, F 74 and F 50).

SILICOFLAGELLATA.

*Ebria tripartita* (SCHUM.) LEMM.

(Fig. 29.)

1908 Lemmermann, p. 32.

This species occurred in small quantities at all the stations. The maximum number was 1320 cells pr. litre (station F 50, 5 metres).

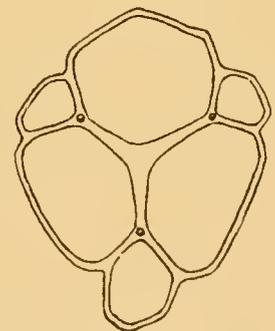


Fig. 29. *Ebria tripartita*.

$\frac{1200}{1}$

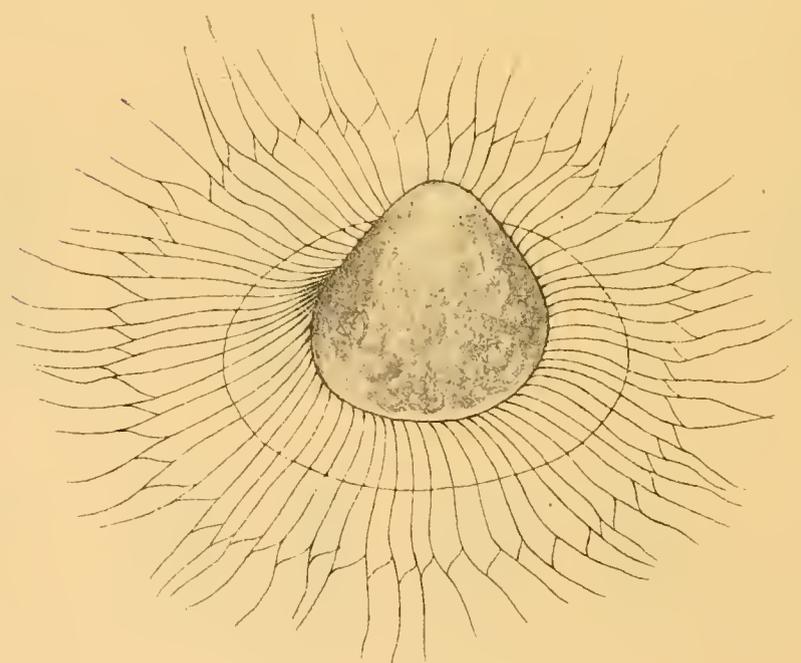
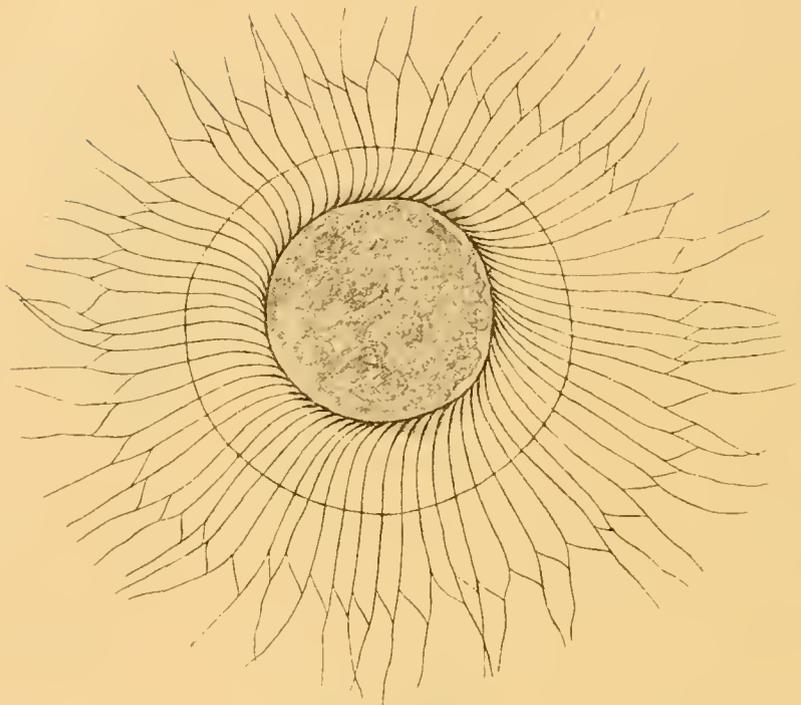


Fig. 30. *Radiosperma corbiferum*.  
700  
1

## SYSTEMATICALLY UNKNOWN FORMS.

*Radiosperma corbiferum* MEUNIER.

(Fig. 30.)

1910 Meunier, p. 96, pl. 6, f. 16—18.

The cell-body is conical with rounded end. The base of the cone is surrounded by a funnel-shaped parachute, consisting of a rosette of S-shaped threads connected by a ring at a little distance from the cell-body and further out by obliquely placed threads. The parachute is not coloured with chloroïdide of zinc and is not totally destroyed by being slightly heated. It consists very probably of chitin.

The diameter of the cell-body without parachute was about 42  $\mu$ .

This remarkable form is not very rare, it is noted from all the stations except F 50. In spite of the greatest number of individuals only being 200 cells pr. litre (station F 74), this species strongly attracted the attention on account of its size and the beautiful shape of its parachute.

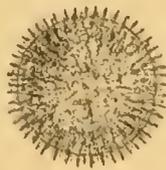
*Xanthidium multispinosum* MOEBIUS.

(Fig. 31.)

1908 Trochisia multispinosa Lemmermann, p. 17.

1910 Kyste chitineux Meunier, pl. 23, f. 21.

This little cell is no doubt the resting-stage of some organism. The diameter was about 16  $\mu$ .

Fig. 31. *Xanthidium multispinosum*.

1100

1

It occurred at all the stations in small quantities, most equally distributed at station F 23 with the maximum of 320 cells pr. litre in the depth of 30 metres.

## CHAPTER II.

### SURVEY OF THE STATIONS.

#### STATION F 23.

On examination of the samples from the surface to the bottom we find at this station rather homogeneous conditions throughout. While the temperature decreases from 1,63° (0 metres) to 0,60° (80 metres) and increases up to 1,42° (100 metres), the salinity is fairly constant, viz: 5,43 ‰ from the surface to the depth of 40 metres and increasing up to 5,64 ‰ in the deeper layers. The oxygen-tension is registered in four depths; the water is somewhat supersaturated from the surface to the depth of 50 metres; at the bottom on the contrary the quantity of oxygen has sunk to 83 ‰ of the saturation-quantity.

The plankton-distribution too shows homogeneous conditions, being fairly equal from 0 metres to 50 metres, the numbers decreasing a little in the deeper layers. Especially the diatoms, but also the peridineae and ciliata were fairly richly represented. The dominating species were the following:

Achnanthes taeniata	}	without and with resting-spores.
Chaetoceras Wighami		
Melosira hyperborea		
Fragilaria cylindrus		
Thalassiosira baltica		
Gonyaulax catenata		
Mesodinium rubrum.		

As a standard of the distribution we may take the sum of the diatoms in the different layers (table II):

*Table II. St. F 23. Number of cells pr. litre.*

Depth (Metres)	0	5	10	20	30	40	50	60	80	100
Diatoms	94280	107200	116920	112040	131400	108760	99840	70860	53720	27800

With regards to the diatoms which have formed resting-spores (*Achnanthes taeniata*, *Chaetoceras Wighami* and *Melosira hyperborea*) we notice, that they are rapidly decreasing. The resting-spores are much more numerous than the spore-less cells; at the same time *Chaetoceras Wighami* is sinking, the maximum lying in the depth of 30 metres.

It is difficult to come to any conclusion as to the vegetating period of the sporeless forms from the material examined. Compared with station F 30, which will be dealt with next, station F 23 has a richer plankton than F 30, which is situated to the south of F 23 and has nearly the same hydrographical conditions. On that account it is very probable, that the plankton of station F 30 is decreasing, while that of station F 23 is not as far developed as that of station F 30. Probably the plankton of station F 23 will also be reduced. This circumstance is indicated by the fact that among the plankton many arctic forms are found, which will not thrive in warm water. The arctic forms will be mentioned later (p. 38).

### STATION F 30.

The hydrographical data do not differ much from those of the previous station. The temperature, salinity and the oxygen tension show somewhat higher numbers than at station F 23. The temperature decreases from  $1,83^{\circ}$  (0 metres) to  $1,62^{\circ}$  (40 metres) and then increases again to  $2,26^{\circ}$  (100 metres). The salinity varies in the upper layers above 50 metres between  $5,59\text{ ‰}$  and  $5,57\text{ ‰}$  and increases deeper to  $6,20\text{ ‰}$  (100 metres). The water is supersaturated with oxygen at any rate to the depth of 60 metres; observations from 90 metres and 122 metres show smaller numbers ( $89\%$  and  $89,4\%$ ).

This station too is an example of great homogeneity both as regards to the hydrographical data and the distribution of the plankton. The organisms are found fairly equally to the depth of 80 metres, then they decrease to the depth of 100 metres. While most of the species occur in small numbers, the diatom *Thalassiosira baltica* takes a peculiar position, occurring more numerous than at the previous station. The fact that its maximum (35400 cells pr. litre) lies as deep as 80 metres, while the surface only contains 8720 cells pr. litre, shows that the time of active production for this vegetating-period must be over. It looks as if the development of this species follows after that of the spore-forming diatoms mentioned above. At this station *Achnanthes taeniata* and *Chaetoceras Wighami* are about to disappear. It is not yet cleared up, as to whether *Thalassiosira baltica* forms resting-spores and disappears from the plankton or if it is found pelagically all the year round.

Besides *Thalassiosira baltica* the diatom *Melosira hyperborea* with resting-spores and the ciliat *Mesodinium rubrum* occurred in numbers worth mentioning.

The following stations, F 41, F 50, F 61 and F 74 ly in a line stretching from east to west from the head of the Gulf of Finland to the most northerly part of the Baltic. Some species, for instance *Achnanthes taeniata*, decrease westwards from station to station, while others, such as *Thalassiosira baltica*, *Gonyaulax catenata* and *Mesodinium rubrum*, occur fairly equally at all the stations.

## STATION F 41.

This station was interesting on account of the very rich occurrence of *Achnanthes taeniata*, which showed the maximum of 3905000 cells pr. litre in the depth of 5 metres.

This station was distinguished from the other stations by the difference, which existed between the upper and the deeper layers of the water. This fact is not shown very distinctly by the temperature, which decreases from 3,60° (0 metres) to 1,31° (20 metres) and then increases to 3,26° (50 metres). But the salinity makes it very apparent being rather low (3,68 ‰—3,84 ‰) from 0 to 10 metres and considerably higher (5,32 ‰—6,35 ‰) from 20 to 50 metres. No observations of oxygen-tension were made.

The plankton-mass is found in the upper layers to the depth of 20 metres. We find, that the plankton-limit lies somewhat deeper than the hydrographical limit. This fact can be explained by the sinking of the plankton-organisms.

The water of the upper layers with low salinity has come from the river Neva, which has very nutritive water. It is probable that the flourishing state of the diatoms is owing to this rich supply of food from land.

The plankton was very poor in the water-layers deeper than 20 metres. *Achnanthes taeniata* was found in rather large numbers, but still reduced in comparison with those of the upper layers.

The following species were dominating:

*Achnanthes taeniata* with and without resting-spores.

*Chaetoceras Wighami*

*Diatoma tenue*

*Fragilaria cylindrus*

*Melosira hyperborea* with and without resting-spores.

*Gonyaulax catenata*.

*Chaetoceras Wighami* has not yet formed resting-spores. This diatom is probably increasing, while *Achnanthes taeniata* and *Melosira hyperborea*, which have formed resting-spores, are decreasing.

In order to illustrate the conditions of this station better we will tabulate the numbers of the total sum of diatoms pr. litre and the numbers of *Gonyaulax catenata* pr. litre (table III):

Table III. St. F 41. Number of cells pr. litre.

Depth (Metres)	0	5	10	20	30	40	50
Diatoms . . . . .	3857900	4288600	3563200	1484420	188940	69740	28440
<i>Gonyaulax catenata</i> .	62000	65600	60800	61560	280	20	120

On account of the great supply of water from land a number of species of the fresh water was found at this station.

### STATION F 50.

This station has a lower temperature and a higher salinity than station F 41. The temperature decreases from  $2,39^{\circ}$  (0 metres) to  $0,14^{\circ}$  (30 metres), and then it increases towards deep water to  $3,82^{\circ}$  (75 metres). The salinity increases towards deep water from  $5,05 \text{ ‰}$  (0 metres) to  $9,16 \text{ ‰}$  (75 metres). Registrations of oxygen-tension are only made in the depths of 50 metres ( $73,4 \text{ ‰}$ ) and 76 metres ( $31,3 \text{ ‰}$ ).

The tables show the average decrease of the plankton towards the deep water. The sums of diatoms in the different depths are placed in the following table (table IV):

Table IV. St. F 50. Number of cells pr. litre.

Depth (Metres)	0	5	10	20	30	40	50	75
Diatoms	702460	769240	614480	669800	373620	316500	135240	92280

The table shows pretty equal distribution in the upper layers with the maximum in the depth of 5 metres. At this depth *Gonyaulax catenata* has its greatest number too.

The chief-species were:

*Achnanthes taeniata* without and with resting-spores.

*Thalassiosira baltica*

*Gonyaulax catenata*

*Mesodinium rubrum*.

*Achnanthes taeniata* was further developed here than at station F 41, in spite of the temperature being lower. But the water of station F 50 being less nutritif than at F 41, the formation of resting-spores has begun earlier at station F 50 than at F 41.

The resting-spores were far more numerous than the sporeless cells, especially in the upper layers. This indicates that the formation of spores has begun very recently, so that the sinking of the spores plays no part as yet.

### STATION F 61.

Both the temperature and the salinity are somewhat higher than at the before-mentioned station (F 50). The temperature, that of the surface being  $3,19^{\circ}$ , was decreasing to  $0,73^{\circ}$  in the depth of 50 metres, and then it increased to  $4,09^{\circ}$  in the depth

of 80 metres. The salinity was increasing from the surface (5,97 ‰) towards deep water and reached the amount of 9,47 ‰ in the depth of 80 metres.

The oxygen-tension is noted from the depths of 0 metres (102 ‰), 20 metres (100,3 ‰), 50 metres (94,5 ‰) and 98 metres (33,5 ‰).

This station is quite similar to the previous one with regards to the distribution of the plankton. We have the same species dominating, viz:

*Achnanthes taeniata*  
*Thalassiosira baltica*  
*Gonyaulax catenata*  
*Mesodinium rubrum*.

*Achnanthes taeniata* was here passing over to the resting-stage. It appears to have developed further here than at station F 50, the maximum of the resting-spores having sunk to the depth of 40 metres.

#### STATION F 74.

In comparison with the previously mentioned stations in the Gulf of Finland we find this station poorer concerning the plankton than those lying more to the east. This station is the most „oceanic“ one of the whole area. It shows the highest temperature, the highest salinity and has probably the smallest amount of nutritive substances. The relatively high temperatures indicate, that this station has been less affected by the thawed water than the others.

The temperature varied in the same way as at the other stations, it amounted to 3,50° at the surface, to 1,88° at the depth of 50 metres and to 2,12° at the depth of 60 metres. The salinity was increasing from 6,82 ‰ (0 metres) to 7,23 ‰ (60 metres). The oxygen-tension was high too, 102 ‰ in the depth of 0 metres, 102,1 ‰ in the depth of 20 metres and 98,9 ‰ in the depth of 50 metres.

The high oxygen-tension in the deep water indicates, that the water has been better mixed here than in the Gulf of Finland, the oxygen-tension of the deeper layers being very low there.

The most common species were following:

*Achnanthes taeniata* with resting-spores.  
*Thalassiosira baltica*  
*Gonyaulax catenata*  
*Lohmanniella stellaris*  
*Mesodinium rubrum*.

At this station *Radiosperma corbiferum* occurred with its maximum number, viz: 200 cells pr. litre.

The maximum numbers of most of the species worth mentioning were lying in the depths of 20—30 metres. This fact must be regarded as a secondary circumstance as

the production takes place in the upper layers. Either the organisms must have sunk, or they have been brought downwards by vertical circulation.

Consequently the plankton-distribution too indicates the mixing of the water-layers just as the hydrographical data show it.

## CHAPTER III.

### REMARKS ON THE CONDITIONS OF LIFE AND THE QUALITY OF THE PLANKTON.

#### SALINITY.

At all the stations the salinity was low, varying in the samples examined between 3,68 ‰ (station F 41, 0 metres) and 9,47 ‰ (station F 61, 80 metres). The salinities of the water at the bottom were as follows (table V):

*Table V. Salinities of the bottom.*

Station	Salinity (‰)	Depth (Metres)
F 23	6,13	139
F 30	6,22	122
F 74	10,34	175
F 61	9,76	98
F 50	9,16	76
F 41	6,35	50

Some of the species found can live in water of rather different salinity, while other forms are very sensible to differences of salinity.

We may mention some of the euryhaline species, viz:

- Chaetoceras debile
- Skeletonema costatum
- Glenodinium bipes
- Laboea sp.
- Lohmanniella oviformis
- Mesodinium rubrum
- Tintinnopsis beroidea
- Ebria tripartita.

These species, which are found over the whole Finnish area, also occur in the saline water of the Skager Rack and the North Sea.

On the contrary *Diatoma tenue* for instance is restricted to the inner part of the Gulf of Finland, where the water is only slightly saline; it is scarce or entirely lacking at the other stations, and it is not found at the open ocean.

### ICE-CONDITIONS.

From the maps of Witting (Jahrbuch 1912. pl. 3 and 4) we see that all the stations except F 41 have probably not been affected by the compact ice. Station F 50 was free from drift-ice on the 14<sup>th</sup> of April and station F 41 on the 27<sup>th</sup> of April. Such observations are lacking from the other stations.

At station F 41, where the winter-ice has lain, the diatoms have developed, when the melting of the ice has produced vertical circulation, and the ice at the same time has become so thin as to let the light pass down to the assimilating algae. The flourishing-period will here at station F 41 appear later than for instance at station F 74, where the water has been open all the winter. We have seen, that station F 41 has its maximum no doubt about the month of May, while the maximum of station F 74 very probably can be found earlier in the year.

Those places which are covered with ice longest are situated nearest to land. On that account they have a rich supply of food from the shore during the period of thawing. This fact has contributed to the rich production of station F 41, which has been mentioned earlier (p. 5).

At all the other stations, where the conditions vary gradually from the surface to the bottom, the cooling of the upper layers has produced vertical circulation, so that the nutritive substances have risen to the upper layers, and the organisms have begun to develop.

It appears that the plankton-forms of the material examined from the month of May for the most part are strongly decreasing.

### ARCTIC SPECIES.

When comparing the Finnish plankton with that of the other oceans, it is very remarkable, that so many species are common to the Arctic Ocean and the Finnish area. On the other hand the Cattegat, the Skager Rack and the North Sea have other plankton-forms, some few species excepted. On comparing the results of these examinations and the data of the „Nordisches Plankton“ (1908) and Meunier (1910) we find the following species occurring in the Arctic Ocean as well as in the waters surrounding Finland:

*Achnanthes taeniata*  
*Chaetoceras debile*

*Chaetoceras Wighami*  
*Coscinodiscus lacustris*

Melosira hyperborea	Glenodinium bipes
Navicula Granii	Gonyaulax catenata
— Vanhöffenii	
Nitzschia longissima	Didinium Gargantua
Skeletonema costatum	Laboea conica
Thalassiosira baltica (= Coscinodiscus polyacanthus var. baltica 1880 Cleve and Grunow, p. 112).	Lohmanniella oviformis (1910 Meunier, pl. 18, f. 20).
	Mesodinium rubrum
	Tintinnopsis beroidea (?)
	— tubulosa
Cocconeis Scutellum	
Melosira granulata	
Rhabdonema arcuatum	Radiosperma corbiferum
Synedra affinis	Xanthidium multispinosum (1910 Meunier, pl. 23, f. 21).
— pulchella	

Some of these species are found in those parts of the ocean, which connect the Arctic Ocean and the Baltic; but others have not been noted from the connecting area. These are:

Achnanthes taeniata	Gonyaulax catenata
Coscinodiscus lacustris	
Fragilaria cylindrus	Tintinnopsis tubulosa
Melosira hyperborea	
Navicula Granii	Didinium Gargantua
— Vanhöffenii	
Nitzschia longissima	Radiosperma corbiferum.
Thalassiosira baltica	

As has been suggested by Jörgensen (1912, p. 10) these species must be looked upon as relics from that time, when the Arctic Ocean was directly connected with the Baltic.

#### SIZE OF THE SPECIES.

At first sight it looked as if many of the plankton-forms from the Finnish area had very small dimensions. We shall compare the sizes of some of the species of the Finnish material with the sizes, which are given in the „Nordisches Plankton“ (table VI):

Table VI. Size of the different species.

Species	Finnish material	Nord. Plankton
	Largeness ( $\mu$ ) of the chains	
<i>Achnanthes taeniata</i> .	13 — 30	11 — 40
<i>Chaetoceras debile</i> . .	8 — 12	12 — 39
— <i>Wighami</i> .	6 — 17	7 — 15
<i>Fragilaria cylindrus</i> .	14 — 35	6 — 32
<i>Melosira hyperborea</i> .	10 — 23	14 — 30
<i>Navicula Granii</i> . . .	42	50 — 57
— <i>Vanhöffenii</i> .	45	29 — 45
<i>Skeletonema costatum</i>	4	7 — 16
<i>Gonyaulax catenata</i> .	27 — 33	23 — 24

It appears that the chain-forming diatoms are small, for instance:

*Achnanthes taeniata*  
*Chaetoceras debile*  
*Melosira hyperborea*  
*Navicula Granii*  
*Skeletonema costatum*.

The occurrence of small forms in the brackish water of the Gulf of Finland agree with that fact, that the small forms have a larger area relatively to the volume than the big ones. Consequently they will easily keep themselves afloat in the brackish water.

But not all the forms are small. *Fragilaria cylindrus* and *Gonyaulax catenata* for instance exceed the size, which is noted in the „Nordisches Plankton“, and other species such as *Thalassiosira baltica* and *Coscinodiscus lacustris* show sometimes very large cells.

But a long series of observations is required before it is possible to express any decided opinion on this subject.

## BIBLIOGRAPHY.

1896. AURIVILLIUS, C. W. S.: Das Plankton des Baltischen Meeres. Bihang till K. Svenska Vetenskaps-Akad. Handl. Bd. 21. Afd. IV. N:o 8. Stockholm.
- 1856 a. BRIGHTWELL, TH.: On the filamentous longhorned Diatomaceae. Quarterly Journal of microscopical Science, vol. 4. London.
- 1856 b. BRIGHTWELL, TH.: Diatomaceentafeln. Als Manuskript gedruckt. New-York.
- 1887—1889. BÜTSCHLI, O.: Protozoa, 3. Abt. Infusoria. Bronn's Klassen und Ordnungen des Tierreichs. 1. Bd. Leipzig und Heidelberg.
1878. CLEVE, P. T.: Diatoms from the West-Indian Archipelago. Bihang till K. Svenska Vetenskaps-Akad. Handl. Bd. 5. N:o 8. Stockholm.
1891. CLEVE, P. T.: The Diatoms of Finland. Acta Societatis pro Fauna et Flora Fennica. VIII. N:o 2. Helsingfors.
1894. CLEVE, P. T.: Cilioflagellater och Diatomaceer. Bihang till K. Svenska Vetenskaps-Akad. Handl. Bd. 20. Afd. III. N:o 2.
- 1894—95. CLEVE, P. T.: Synopsis of the Naviculoid Diatoms. K. Svenska Vetenskaps-Akad. Handl. Bandet 26. N:o 2. Bandet 27. N:o 3. Stockholm.
- 1896 a. CLEVE, P. T.: Diatoms from Baffins Bay and Davis Strait. Bihang till K. Svenska Vet.-Akad. Handl. Bd. 22. Afd. III. N:o 4. Stockholm.
- 1896 b. CLEVE, P. T.: Redogörelse för de svenska hydrografiska undersökningarna Februari 1896. V. Bihang till K. Svenska Vet.-Akad. Handl. Bd. 22. Afd. III. N:o 5. Stockholm.
1900. CLEVE, P. T.: The Seasonal Distribution of Atlantic Plankton Organisms. Göteborg.
1880. CLEVE, P. T. und GRUNOW, A.: Beiträge zur Kenntniss der arctischen Diatomeen. K. Svenska Vet.-Akad. Handl. Bd. 17. N:o 2. Stockholm.
1917. CLEVE-EULER, A.: Quantitative Plankton Researches in the Skager Rak. Part I. K. Svenska Vet.-Akad. Handl. Bd. 57. N:o 7. Stockholm.
1887. DADAY, E. v.: Monographie der Familie der Tintinnodeen. Mitteilungen aus der Zoologischen Station zu Neapel. Band 7. Berlin.
- 1897 a. GRAN, H. H.: Protophyta: Diatomaceae, Silicoflagellata og Cilioflagellata. Den norske Nordhavs-expedition 1876—1878. XXIV. Kristiania.
- 1897 b. GRAN, H. H.: Bacillariaceen vom kleinen Karajakfjord. Bibliotheca botanica. Heft 42. II. Stuttgart.



- 1900 a. GRAN, H. H.: Diatomaceae from the Ice-Floes and Plankton of the Arctic Ocean. The Norwegian North Polar Expedition 1893—1896. Scientific Results edited by Fridtjof Nansen. Kristiania, London, New-York, Bombay, Leipzig (1904).
- 1900 b. GRAN, H. H.: Bemerkungen über einige Planktondiatomeen. Nyt Magazin for Naturvidenskaberne. Bd. 38. Kristiania.
1902. GRAN, H. H.: Das Plankton des norwegischen Nordmeeres. Report on Norwegian Fishery and Marine-Investigations. Vol. II 1902. N:o 5. Bergen.
1908. GRAN, H. H.: Diatomeen. Nordisches Plankton XIX. Kiel und Leipzig.
1912. GRAN, H. H.: Preservation of Samples and Quantitative Determination of the Plankton. Conseil permanent international pour l'exploration de la mer. Publications de circonstance. N:o 62. Kjöbenhavn.
1915. GRAN, H. H.: The Plankton Production of the north European Waters in the Spring of 1912. Bulletin planktonique pour l'année 1912, publié par le bureau de Conseil permanent international pour l'exploration de la mer. Kjöbenhavn.
1866. GREVILLE, K. K.: Descriptions of new and rare Diatoms, Series 18—20. Transact. of the Microsc. Soc. of London. Vol. 14. London.
1884. GRUNOW, A.: Die Diatomeen von Franz Josephs-Land. Denkschriften der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften. Mathematisch-naturwissenschaftliche Classe. Band 48. Wien.
1911. HAMBURGER, C. und VON BUDDENBROCK: Nordische Ciliata mit Ausschluss der Tintinoidea. Nordisches Plankton XIII. Kiel und Leipzig.
1905. JÖRGENSEN, E.: Protistplankton. Bergens Museums skrifter: Hydrographical and Biological Investigations in Norwegian Fjords by O. Nordgaard. The Protist Plankton and the Diatoms in Bottom Samples by E. Jörgensen. Bergen.
1912. JÖRGENSEN, E.: Bericht über die von der schwedischen Hydrographisch-Biologischen Kommission in den schwedischen Gewässern in den Jahren 1909—1910 eingesammelten Planktonproben. Göteborg.
1898. KARSTEN, G.: Die Formänderungen von *Skeletonema costatum* (Grev.) Grun. und ihre Abhängigkeit von äusseren Faktoren. Wissenschaftliche Meeresuntersuchungen, herausgegeben von der Kommission zur wissenschaftlichen Untersuchung der deutschen Meere in Kiel und der Biologischen Anstalt auf Helgoland. Neue Folge. Bd. III. Heft 2.
1899. KARSTEN, G.: Die Diatomeen der Kielerbucht. Wissenschaftliche Meeresuntersuchungen. Abt. Kiel, Bd. 4. Kiel.
1911. KOFOLD, CH. A.: On the Skeletal Morphology of *Gonyaulax catenata* (Levander). University of California Publications in Zoology. Vol. 8. N:o 5. Berkeley.
1913. KOLDERUP ROSENINGE, L.: Sporeplanterne. Kjöbenhavn og Kristiania.
1915. Leegaard, C.: Untersuchungen über einige Planktonciliaten des Meeres. Nyt Magazin for Naturvidenskaberne. Bind 53. Kristiania.
1900. LEMMERMANN, E.: Peridinales aquae dulcis et submarinae. Beitr. zur Kenntnis der Planktonalgen. Hedwigia 39. Beibl. 4.
1901. LEMMERMANN, E.: Silicoflagellatae. Berichte der deutschen botanischen Gesellschaft. Bd. XIX. Heft 4. Berlin.
1905. LEMMERMANN, E.: Das Phytoplankton des Meeres. III. Beitrag. Beihefte zum Botanischen Centralblatt. Bd. XIX. Abt. II. Heft 1. Leipzig.

1908. LEMMERMANN, E.: Flagellatae, Chlorophyceae, Coccospaerales und Silicoflagellatae. Nordisches Plankton XXI. Kiel und Leipzig.
- 1894 a. LEVANDER, K. M.: Materialien zur Kenntnis der Wasserfauna in der Umgebung von Helsingfors, mit besonderer Berücksichtigung der Meeresfauna I. Protozoa. Acta Societatis pro Fauna et Flora Fennica. XII. N:o 2. Helsingfors.
- 1894 b. LEVANDER, K. M.: Peridinium catenatum n. sp. Eine kettenbildende Peridinee im Finnischen Meerbusen. Acta Societatis pro Fauna et Flora Fennica. IX. N:o 10. Helsingfors.
1900. LEVANDER, K. M.: Über das Herbst- und Winterplankton im Finnischen Meerbusen und in der Ålands-See 1898. Acta Societatis pro Fauna et Flora Fennica. XVIII. N:o 5. Helsingfors.
1901. LEVANDER, K. M.: Zur Kenntnis des Planktons und der Bodenfauna einiger seichten Brackwasserbuchten. Acta Societatis pro Fauna et Flora Fennica. XX. N:o 5. Helsingfors.
1905. LEVANDER, K. M.: Über das Winterplankton in zwei Binnenseen Süd-Finnlands. Acta Societatis pro Fauna et Flora Fennica. 27. N:o 1. Helsingfors.
1906. LEVANDER, K. M.: Über das Plankton des Sees Humaljärvi. Meddelanden af Societas pro Fauna et Flora Fennica. H. 32. Helsingfors.
1913. LEVANDER, K. M.: Till kännedom om planktonbeskaffenheten i Helsingfors inre hamnar. Meddelanden af Societas pro Fauna et Flora Fennica. H. 39. Helsingfors.
1914. LEVANDER, K. M.: Zur Kenntnis der Bucht Tavastfjärd in hydrobiologischer Hinsicht. Meddelanden af Societas pro Fauna et Flora Fennica. H. 40. Helsingfors.
1908. LOHMANN, H.: Untersuchungen zur Feststellung des vollständigen Gehaltes des Meeres an Plankton. Wissenschaftliche Meeresuntersuchungen, herausgegeben von der Kommission zur Untersuchung der deutschen Meere in Kiel und der Biologischen Anstalt auf Helgoland. Abteilung Kiel. Neue Folge. Bd. 10. Kiel.
1910. MEUNIER, A.: Microplankton des Mers de Barents et de Kara. Duc d'Orléans: Campagne arctique de 1907. Bruxelles.
1913. MEUNIER, A.: Microplankton de la mer flamande. Mémoires du Musée royal d'histoire naturelle de Belgique. Tome VII. Fascicule 2. 1<sup>ère</sup> partie. Bruxelles.
1906. MÜLLER, O.: Pleomorphismus, Auxosporen und Dauersporen bei Melosira-Arten. Jahrbücher für wissenschaftliche Botanik. Bd. XLIII. Heft 1. Leipzig.
1912. MURREY, J. and HJORT, J.: The Depths of the Ocean. London.
1906. NATHANSOHN, A.: Vertikale Wasserbewegung und quantitative Verteilung des Planktons im Meere. Annalen der Hydrographie und Maritimen Meteorologie, 1906. Berlin.
1901. OSTENFELD, C. H.: Iagttagelser over Plankton-Diatomeer. Nyt Magazin for Naturvidenskaberne. Bind 39. Kristiania.
1916. OSTENFELD, C. H.: De Danske Farvandes Plankton i Aarene 1898—1901. Phytoplankton og Protozoer. 2. Det Kgl. Danske Vidensk. Selskabs Skrifter, naturv. og matematisk Afd., 8. Række, II, 2. Kjöbenhavn.
1909. OSTENFELD, C. H. og WESENBERG-LUND, C.: Catalogue des espèces de plantes et d'animaux observées dans le plankton recueilli pendant les expéditions périodiques depuis le mois d'aout 1905 jusqu'au mois de mai 1908. Conseil permanent international pour l'exploration de la mer. Publications de circonstance. N:o 48. Kjöbenhavn.



1904. PAULSEN, O.: Plankton Investigations in the waters round Iceland in 1903. Meddel. fra Kom. for Havundersøgelser. Serie Plankton I, 1. Kjöbenhavn.
1907. PAULSEN, O.: The Peridinales of the danish waters. Meddel. fra Kom. for Havundersøgelser. Ser. Plankton I, 5. Kjöbenhavn.
1908. PAULSEN, O.: Peridinales. Nordisches Plankton XVIII. Kiel und Leipzig.
1905. PAVILLARD, J.: Thèses présentées à la Faculté des sciences de Paris pour obtenir le grade de docteur ès sciences naturelles. Montpellier.
- 1873—1904. SCHMIDT, A.: Atlas der Diatomaceenkunde, in Verbindung mit den Herren Gründler, Grunow, Janisch, Weissflog und Witt herausgegeben. Aschersleben.
1893. SCHÜTT, F.: Wechselbeziehungen zwischen Morphologie, Biologie, Entwicklungsgeschichte und Systematik der Diatomeen. Berichte der Deutschen Botanischen Gesellschaft. Bd 11, p. 563. Berlin.
1895. SCHÜTT, F.: Arten von Chaetoceros und Peragallia. Ein Beitrag zur Hochseeflora. Berichte der Deutschen Botanischen Gesellschaft. Bd. 13. Berlin.
- 1896 a. SCHÜTT, F.: Peridinales. Engler und Prantl: Die natürlichen Pflanzenfamilien. I. Teil, 1 b. Leipzig.
- 1896 b. SCHÜTT, F.: Bacillariales. Engler und Prantl: Die natürlichen Pflanzenfamilien. I. Teil, Abt. 1 b. Leipzig.
1900. SCHÜTT, F.: Centrifugale und simultane Membranverdickungen. Jahrbücher für wissenschaftliche Botanik, Bd. 35. Leipzig.
1867. STEIN, F.: Der Organismus der Infusionsthier. II. Leipzig.
- 1880—85. VAN HEURCK, H.: Synopsis des diatomées de Belgique. Anvers.
1899. VAN HEURCK, H.: Traitée des Diatomées. Anvers.
1897. VANHÖFFEN, E.: Die Fauna und Flora Grönlands. Grönland-Expedition der Gesellschaft für Erdkunde zu Berlin 1891—1893. Band II, 1. Teil. Berlin.
1913. WITTING, R.: Jahrbuch 1912. Finnländische hydrographisch-biologische Untersuchungen. N:o 12. Helsingfors.
1895. ÖSTRUP, E.: Marine Diatomeer fra Östgrönland. Meddelelser om Grönland. XVIII. Kjöbenhavn.
1897. ÖSTRUP, E.: Kyst-Diatomeer fra Grönland. Meddelelser om Grönland. XV. Kjöbenhavn.





**Beiträge**

zur

# **Kenntnis der Säugetiergametogenese**

I.

## **Die Spermatogenese von *Mus silvaticus* L.**

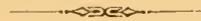
Von

**Harry Federley**

Helsingfors

Mit einer Tafel und einer Textfigur

Vorgelegt am 17. März 1919





## Inhaltsverzeichnis.

	Seite
<b>Einleitung</b> . . . . .	5
<b>Spezieller Teil</b> . . . . .	6
Material und Technik . . . . .	6
Verlauf der Spermatogenese . . . . .	6
Die Sertolischen Zellen . . . . .	7
Die Spermatogonien . . . . .	9
Die Wachstumsperiode . . . . .	10
Die Reifungsteilungen . . . . .	13
Der intranukleare Körper . . . . .	17
Zentriolen, Idiosom und chromatoider Körper . . . . .	19
<b>Allgemeiner Teil</b> . . . . .	20
Das Problem der Reduktion . . . . .	21
Die Chromosomenzahl . . . . .	26
Vorkommen oder Fehlen von Heterochromosomen . . . . .	28
<b>Zusammenfassung der wichtigsten Resultate</b> . . . . .	34
Zitierte Literatur . . . . .	35
Tafelerklärung . . . . .	37



## Einleitung.

Die Rechtspflege in Finnland nach der Unterdrückung des Aufruhrs im Winter 1918 bot mir Gelegenheit, einwandfreies Material von der menschlichen Spermatogenese zu erhalten. Eine eingehende Untersuchung der wichtigeren Phasen in der Entwicklung der menschlichen Samenzellen schien mir aus mehreren Gründen sehr wünschenswert. Die verschiedenen Resultate der bis jetzt erschienenen Untersuchungen sind nämlich fast ebenso zahlreich wie die Anzahl der Untersucher. So kann beispielsweise die Frage von der Anzahl der Chromosomen und von dem Vorkommen eines Heterochromosoms in dem männlichen Geschlecht bei weitem noch nicht als endgültig beantwortet angesehen werden. Da aber gerade diese Verhältnisse in vererbungstheoretischer Hinsicht von grösster Bedeutung sind, hegte ich die Hoffnung auf der Basis eines reichlichen und gut fixierten Materials einen Beitrag zur Lösung dieser Probleme liefern zu können. Aber schon im ersten Anfange meiner Untersuchung machte ich die wenig erfreuliche Entdeckung, dass der Mensch in bezug auf die Chromosomenverhältnisse ein ganz ausserordentlich ungünstiges Objekt ist, und Schwierigkeiten darbietet, die nicht leicht zu überwinden sind. Jedoch wollte ich mich nicht entmutigen lassen, sah aber ein, dass eine gründliche auf eigene Untersuchungen gefügte Kenntnis der Säugetierspermatogenese eine notwendige Vorbedingung für den Erfolg der am Menschen geplanten Untersuchung war. Da ich ein während mehrerer Jahre von mir gesammeltes, in Paraffin eingebettetes Material von Säugetiergonaden verschiedener Arten besass, beschloss ich zunächst dieses zu bearbeiten und erst nach den hierdurch gewonnenen Erfahrungen zu der Untersuchung des höchsten Säugetiers zu schreiten. Die Veröffentlichung dieser Studien der Säugetiergametogenese erscheint mir berechtigt, da bis jetzt nur verhältnismässig wenige wilde Mammalienarten in bezug auf ihre Keimzellenentwicklung untersucht sind, und beispielsweise das so wichtige Problem von dem Vorkommen und der Bedeutung der Geschlechtschromosomen in dieser Tierklasse noch keineswegs als gelöst zu betrachten ist. Meine Absicht ist durchaus nicht eine lückenlose Darstellung der Entwicklung der Geschlechtszellen zu geben; ich wünsche nur die in vererbungstheoretischer

Hinsicht wichtigsten Phasen soweit möglich klar zu legen. Aus diesem Grunde wird z. B. die Spermiogenese im engeren Sinne ganz und gar vernachlässigt. Epöchemachende Entdeckungen werden meine Beiträge durchaus nicht bringen, hie und da aber unsere Kenntnisse auf diesem wichtigen Gebiete ein wenig erweitern und befestigen. So ist also die Entstehung dieser „Beiträge zur Kenntnis der Säugetiergametogenese“ zu verstehen, die ich mit einer Beschreibung der Spermatogenese der Waldmaus, *Mus silvaticus* L., beginne.

## Spezieller Teil.

### Material und Technik.

Ein in der Nähe von Helsingfors gefangenes Exemplar von *Mus silvaticus* lieferte das Material für die folgende Untersuchung. Die Hoden wurden dem in Chloroform betäubten Tiere entnommen und unverletzt in das Gemisch von HERMANN eingelegt. Erst in der Fixierungsflüssigkeit wurde die Albuginea nebst den übrigen Tunica-Hüllen aufgeschnitten, wobei die Tubuli contorti aus dem prallgefüllten Hoden in das Fixierungsgemisch von selbst hereingedrückt wurden. Das Eindringen der Osmiumsäure wurde hierdurch erleichtert, und der Hoden gleichzeitig vor allzu kräftigen, mechanischen Eingriffen verschont. Die Fixierung ist demzufolge auch gut gelungen; nur die freigelegten Tubuli wurden untersucht.

Für die Färbung benutzte ich in erster Linie das HEIDENHAIN'SCHE Eisenalaunhämatoxylin-Verfahren sowie auch die FLEMMING'SCHE Dreifärbungsmethode.

### Verlauf der Spermatogenese.

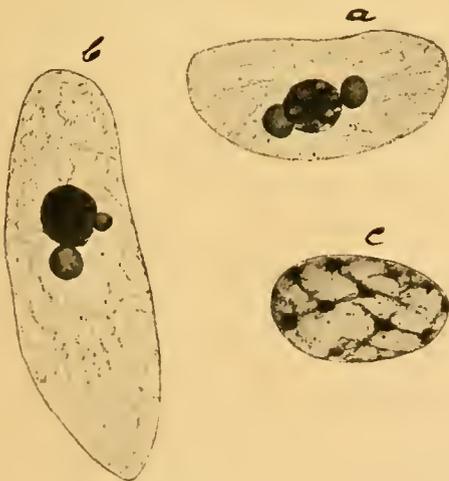
Die Seriierung der verschiedenen Entwicklungsstadien bietet recht grosse Schwierigkeiten. Zwar liegen, wie bei allen Säugetieren, die jüngeren Stadien an der Wand des Tubulus, die älteren in der Nähe des Lumens, aber zur Zeit lebhafter Tätigkeit verdrängen die aktiven Zellen die passiven und können auf solche Weise fast einen ganzen Abschnitt eines Samenkanals erfüllen. Nur eine Reihe von Spermatogonien oder jungen Spermatozyten bleibt immer unberührt an der Wand. Es ist auch nicht schwierig, sich davon zu überzeugen, dass die Entwicklung der Keimzellen wellenförmig der Längsachse des Tubulus entlang fortschreitet. Verfolgt man aber von Schnitt zu Schnitt in einer ununterbrochenen Serie die aufeinander folgenden Entwicklungsstadien in einem Tubulus, so überzeugt man sich sehr bald und leicht davon, dass die Metamorphose der Sperma-

togonien in reife Spermien keine allmähliche und kontinuierliche ist, sondern offenbar stossweise erfolgt. So findet man beispielsweise in der Längsrichtung eines Tubulus folgende Reihe von Stadien: 1) das diplotäne Stadium, 2) direkt daneben ohne jegliche Zwischenstadien die ruhenden Spermatozyten zweiter Ordnung, 3) darauf lauter Metaphasen der homöotypischen Reifeteilung und 4) ohne vermittelnde Übergänge kreisrunde Spermatisiden. Auch in radialer Richtung folgen die Stadien ohne intermediäre Stufen aufeinander. REGAUD und VAN HOOFF haben deshalb eine Anzahl besonderer Stadien aufgestellt, in denen man immer bestimmte Kombinationen aufeinander folgender Entwicklungsstufen der Keimzellen antrifft und die in einem Querschnitt des Tubulus liegen. Auch die Spermatogenese der Waldmaus könnte in ähnliche Stadien eingeteilt werden, da diese aber durchaus nicht streng fixiert sind, sondern durch Übergangsstadien mit einander verbunden sein können, scheint mir eine solche Einteilung keine allzu grosse Bedeutung zu haben. In der folgenden Beschreibung sind deshalb nur die einzelnen Zellen und ihre aufeinander folgenden Entwicklungsphasen beachtet worden, wogegen die wellenförmig fortschreitenden und in einander greifenden Zyklen des Samenepithels als Ganzes keine Berücksichtigung fanden.

### Die Sertolischen Zellen.

Die SERTOLISCHEN Zellen sind sehr leicht kenntlich und können auf den ersten Blick von den ruhenden Geschlechtszellen unterschieden werden. Ihre Kerne (Textfig. 1 *a*) sind viel grösser als diejenigen der Spermato gonien, haben meistens eine etwas unregelmässige, längliche Gestalt und liegen anfangs direkt an die Wand der Samenkanälchen gedrückt. Später, wenn die Verbindung mit den Spermatisiden zustande kommt, ragen die SERTOLISCHEN Zellen winkelrecht in das Lumen der Kanäle hinein, und der Kern wird öfter noch mehr in die Länge ausgezogen (Textfig. 1 *b*).

Der Kern zeigt ein schaumiges Karyoplasma, in dem ein ziemlich grosser, kugelformiger Nucleolus die Mitte einnimmt. An beiden Seiten des Nucleolus, in der Längsachsenrichtung des Kerns, befindet sich ein bedeutend kleinerer, gleichfalls sphärischer Körper, der sowohl in den mit EISENHÄMATOXYLIN als den mit FLEMMINGS Dreifachfärbung tingierten Präparaten einen etwas helleren Ton als der grössere Kernkörper zeigt und immer vollständig homogen ist. Diese Körper sind fast immer gleichgross, und nur äusserst selten



Textfigur 1. Kerne von junger (*a*) und älterer (*b*) Sertolischen Zelle. Spermato gonienkern (*c*). Vergrösserung dieselbe wie diejenige der Tafelfiguren.

kommt ein solcher Grössenunterschied zum Ausdruck, wie die Textfig. 1 b zeigt. Diese eigentümlichen, mit aller grösster Regelmässigkeit auftretenden Körperchen erinnern, was sowohl Färbung, Struktur als Lichtbrechung betrifft, stark an die Chromosomen der Reifemitosen, und die Vermutung, dass sie tatsächlich Chromosomen oder sogenannte Chromatinnukleolen darstellen, erscheint mir nicht unberechtigt.

In der Literatur habe ich nur zwei Angaben gefunden, die mit den von mir an der Waldmaus gemachten obigen Beobachtungen übereinstimmen. STEVENS (1911) bildet eine SERTOLISCHE Zelle beim Meerschweinchen ab, die ganz wie die oben beschriebene ein zentrales Plasmosom und zwei Chromatinnukleolen aufweist. Nur ist das Plasmosom hier ganz blass, die Chromatinnukleolen dagegen stark gefärbt. Im Text wird ausserdem angegeben, dass diese zwei oder mehrere sein können. Bei der Waldmaus sind sie dagegen ausnahmslos zwei und, wie gesagt, von einer ganz bestimmten Grösse. Von besonderem Interesse ist die andere Angabe, die wir JORDAN (1914) verdanken. Bei der Erörterung der Chromosomenverhältnisse bei der Albinomaus erwähnt er auch ganz kurz die SERTOLISCHEN Zellen und macht darauf aufmerksam, dass ihre Kerne „a characteristic trilobed, deep-staining nucleolus, the central section being unvariably the larger“ besitzen. JORDAN ist diese eigentümliche Form der Nukleolen aufgefallen, und er meint, dass sich hier eine Gelegenheit böte, das Verhältnis zwischen der Form des Nucleolus und ihrer Funktion zu studieren.

Ich zweifle nicht daran, dass sowohl *Mus musculus* und *silvaticus* als auch *Cavia cobaya* ähnlich gebaute Nukleolen in den SERTOLISCHEN Zellen besitzen, und es ist wohl auch wahrscheinlich, dass der eigentümliche Bau mit der Funktion dieser Zellen in Zusammenhang steht. Um so auffallender ist es, dass nach den vorliegenden Untersuchungen über *Mus rattus* und *M. decumanus*, diese Arten anders gebaute Nukleolen in den SERTOLISCHEN Zellen aufweisen. DUESBERG (1908) berücksichtigt die SERTOLISCHEN Zellen überhaupt nicht. VAN HOOF (1911), der sowohl die schwarze als die braune Ratte untersucht hat, erwähnt sie auch nicht; aus den Abbildungen geht aber hervor, dass die SERTOLISCHEN Zellen nur ein grosses kugelförmiges Kernkörperchen haben.

Ich möchte schon hier bemerken, dass sowohl das Meerschweinchen als die „weisse Maus“ Heterochromosomen besitzen und dass, wie wir später sehen werden, auch die Waldmaus einen intranuklearen Körper hat, der in vielen Hinsichten an ein Chromosom erinnert, sich jedoch während der Wachstumsperiode von diesen unterscheidet (Heteropycnose) und deshalb vermutlich als ein Allosom aufgefasst werden kann. Gerade diese drei Nager zeigen auch dieselben Eigentümlichkeiten in bezug auf den Bau des Kernes der SERTOLISCHEN Zellen.

Wie sich die Ratte in dieser Beziehung verhält, ist noch nicht völlig klargelegt. Zwar erwähnen weder DUESBERG noch VAN HOOF etwas von Heterochromosomen. Der erst-

genannte Autor behandelt aber eingehend den intranuklearen Körper, und obgleich er ihn nicht mit dem Vorkommen eines X-Chromosoms in Verbindung gestellt hat, scheint es dennoch nicht unmöglich, dass es sich um ein solches handelt. Hierauf deutet auch eine von GUYER (1910) vorbeigehend gemachte Mitteilung, nach welcher die Ratte ein Heterochromosom besäße. GUYER hat eine Untersuchung eines seiner Schüler über diese Frage in Aussicht gestellt; meines Wissens ist sie jedoch bis jetzt nicht veröffentlicht worden. Falls also bei der Ratte Geschlechtschromosomen auch vorhanden wären und ein Zusammenhang zwischen diesen und dem Bau der Kernkörperchen in den SERTOLISCHEN Zellen tatsächlich existierte, wäre es überraschend, dass diese Eigentümlichkeit weder DUESBERG noch VAN HOOFF aufgefallen wäre. Es muss also zukünftigen Untersuchungen überlassen werden zu entscheiden, ob zwischen den zwei eigentümlichen Körperchen in der Nachbarschaft des Plasmosoms in den SERTOLISCHEN Zellen und den Heterochromosomen irgendwelche Beziehungen bestehen.

### Die Spermatogonien.

Für ein Studium der Spermatogonien waren meine Präparate sehr wenig geeignet. Erst nach langem Suchen gelang es mir einige wenige Teilungsstadien zu finden.

Die meisten ruhenden Kerne der Spermatogonien haben das Aussehen, wie die Textfig. 1 c zeigt. Sie sind länglich oft sogar schwach abgeplattet und enthalten mehrere wie Chromatin sich färbende Brocken, die durch feine Fädchen mit einander vereinigt sind. Auch das Enchylem färbt sich mit Eisenhämatoxylin schwach bläulich, wodurch die Kerne einen dunklen Ton erhalten. Die meisten Spermatogonien sind von diesem Typus und gehören also zu den „spermatogonies à noyau croûteux“. DUESBERG und VAN HOOFF bilden auch einen Typus „à noyau ponssiéux“ ab; einen solchen habe ich nur sehr selten gefunden, woraus ich schliesse, dass er jedenfalls sehr viel seltener als der andere Typus sein muss und folglich die jüngste Spermatogoniengeneration darstellt. Allerdings scheint es nicht leicht zu sein, die verschiedenen Generationen von Spermatogonien und die jungen Spermatozyten von einander zu unterscheiden. DUESBERG polemisiert mit LENIÖSSEK und meint, dieser hätte die jungen Spermatozyten mit den Spermatogonien verwechselt. DUESBERG behauptet weiter, dass diese immer abgeplattet sind und einen ovalen Kern haben, wogegen jene Zellen polyedrisch sind und einen sphärischen Kern besitzen. VAN HOOFF dagegen bildet junge Spermatozyten-Kerne von ausgezogener elliptischer Form ab. Es scheint also, als ob die Form des Kerns durchaus kein Kriterium für die Entscheidung, ob eine Spermatozyte oder ein Spermatogonium vorliegt, wäre. Ich habe mich mit dieser schwierigen Frage nicht eingehender beschäftigt, da sie für mich von sekundärer Bedeutung ist.

Die Teilungen bieten nicht viel von Interesse. In der Prophase habe ich nur Chromosomen von kurzer gedrungener Gestalt ohne Zeichen einer Längsspalte finden können. Ein Spiremstadium oder längliche geschlängelte Chromosomen kamen nicht vor. Während der Metaphase konnte auch kein Längsspalt entdeckt werden. Die Chromosomen liegen dicht gedrungen in der sehr kurzen und breiten Spindel und bieten meistens ein wenig regelmässiges Bild (Fig. 3). Weder in Seitenansichten noch in Äquatorialplatten (Fig. 2) ist es möglich die Anzahl der Chromosomen festzustellen. Über dreissig Stück konnte ich sicher zählen (Fig. 2). Auch in der Anaphase (Fig. 4) liegen die Chromosomen so dicht aneinander, dass sogar eine annähernde Schätzung ihrer Anzahl die allergrössten Schwierigkeiten bietet. Nach den wenigen beobachteten Fällen zu urteilen, verhalten sich alle Chromosomen gleich. Es ist also nicht möglich, in diesem Stadium irgendwelche Heterochromosomen zu entdecken.

Bilder, die als eine amitotische Teilung der Spermatogonien hätten gedeutet werden können, sind mir nie aufgefallen. Ich bezweifle also mit DUESBERG und VAN HOOFF, dass Amitosen vorkommen, wie REGAUD (1901) sie bei der Ratte beschrieben hat.

### Die Wachstumsperiode.

Nach der letzten Spermatogonienteilung nehmen die Kerne der jungen Spermatozyten eine ovale Form an, die später sogar sphärisch werden kann. Der Kernsaft färbt sich fortwährend schwach mit Eisenhämatoxylin (Fig 5); im Kern wird ein mehr oder weniger deutliches Kernnetz sichtbar, in dem man öfter eine oder mehrere Anhäufungen von Chromatin beobachten kann. Nach DUESBERG soll sich dieses Netz sehr lange beibehalten. VAN HOOFF dagegen hat es nur in der Nähe der Chromatinmassen finden können und ist der Ansicht, dass es aus freien selbständigen Chromatinfäden besteht, die hier und da durch Lininfäden verbunden sind, und dass es also nur ein Netz vortäuscht. In meinen Präparaten kommt ein Reticulum deutlich zum Vorschein — soweit stimme ich DUESBERG bei — es scheint aber von kurzer Dauer zu sein und verschwindet bald, um dem leptotänen Stadium Platz zu geben. Nach DUESBERGS Abbildungen zu urteilen persistiert das Reticulum sehr lange und ist noch deutlich in dem pachytänen Stadium vorhanden. Trotzdem soll nur ein einziger Chromatinfaden vorkommen, der dicht an der Peripherie der Kernmembran liegt. Die Beobachtungen VAN HOOFS stimmen garnicht mit denjenigen von DUESBERG überein. VAN HOOFF hat in seinen Präparaten kein einheitliches Spirem sehen können, beobachtete aber deutlich die freien Enden der Chromosomenschlingen. Bei der Waldmaus ist das leptotäne Stadium so undeutlich, dass es schwer zu entscheiden ist, ob ein einheitliches Spirem oder freie Chromosomen für das Stadium charakteristisch sind. Wie die Figur 6 zeigt, bildet der oder die Fäden einen so dichten Knäuel, dass die einzelnen

Fäden nicht verfolgt werden können. An der Kernmembran konnte ich nicht in dieser Phase wie VAN HOOFF freie Enden entdecken.

DUESBERG bestreitet die Existenz einer Synizesis bei der Ratte und meint, dass diejenigen Verfasser, die eine Synizesis in ihren Präparaten gefunden haben, schlecht fixiertes Material untersuchten. Denn nach DUESBERG ist die Synizesis ein durch die Fixierung hervorgerufenes Artefakt. Eine typische Synizesis fehlt tatsächlich auch bei der Waldmaus. Zwar erfüllt der leptotäne Fadenknäuel nicht den ganzen Kern, sondern zeigt eine zentrale Anhäufung (Fig. 6), wodurch die periphärischen Partien der Fäden deutlicher zum Vorschein kommen. In einem etwas späteren Stadium kann eine einseitige Orientierung der pachytänen Chromosomen beobachtet werden (Fig. 8, 9), kommt aber nicht regelmässig vor, sondern ist auf verhältnismässig wenige Zellen beschränkt.

VAN HOOFF ist auch derselben Meinung wie DUESBERG, dass bei der Ratte keine Synizesis vorkommt. In einer besonderen Arbeit (VAN HOOFF 1911<sup>b</sup>) hat er die Frage der Natur der Synizesis eingehend behandelt und kommt zu dem Resultat, dass bei den Säugetieren die Synizesis als ein Artefakt aufgefasst werden muss. Die für diese Ansicht gebrachten Belege sind überzeugend, und man kann wohl kaum leugnen, dass gewisse Fixierungsgemische eine kontrahierende Einwirkung auf den Kerninhalt ausüben. Aber andererseits ist es offenbar, dass diese Wirkung der Fixierungsflüssigkeiten auf das synaptäne Stadium eingeschränkt ist, weshalb die Schlussfolgerung berechtigt erscheint, dass zu dieser Zeit die Tendenz zu einer einseitigen Orientierung der Kernfäden ausgesprochener ist und auch in der lebenden Zelle vorkommt. Dass sie auf die Wirkung des Idiosoms zurückgeführt werden muss, dürfte wohl auch seine Richtigkeit haben. Auch die lebenden Zellen zeigen ja eine polare Anordnung der Chromosomen, die in dem Bukettstadium einen so prägnanten Ausdruck erhält. Wenn ich VAN HOOFF richtig verstanden habe, betrachtet auch er nur die starke Zusammenballung des Kerninhalts zu einer Masse als ein Artefakt, wogegen ein Bukettstadium von einer ausgeprägt einseitigen Orientierung nichts unnatürliches an sich hat. Wenn ich mich also dem genannten Autor in seiner Auffassung anschliesse, tue ich es mit dem ausdrücklichen Vorbehalt, dass Bilder, wie beispielsweise die in den Figuren 8 und 9 wiedergegebenen, nicht als Artefakte zu deuten sind.

Das leptotäne Stadium scheint ziemlich bald vorübergehend zu sein, denn es kommt nicht übermässig häufig vor. Noch viel seltener ist jedoch das darauf folgende amphitäne Stadium. Ich habe nur wenige Zellen dieser wichtigen Phase finden können, jedoch genügend viele, um mich davon zu überzeugen, dass bei der Waldmaus die Reduktion der Chromosomen durch eine Parasyndese stattfindet, wie sie VAN HOOFF auch bei der Ratte beobachtet hat, und nicht wie DUESBERG behauptet auf solche Weise, dass zunächst das Chromatin in dem Kernnetz zu einem langen Faden zusammenfliesst, worauf

dieser durch Segmentierung in Chromosomen zerfällt, deren Zahl nur die Hälfte derjenigen der Spermatogonien beträgt.

Eine Zelle in dem amphitänen Stadium ist in der Fig. 7 abgebildet. Es fällt auf, dass die ein wenig verdickten Chromosomen zu Zweien vereinigt sind und dass die Vereinigung durch ein paralleles Aneinanderlegen zu stande kommt. In dem Kern sind oben noch zwei leptotäne Fäden deutlich frei; sie hätten wohl sehr bald die Konjugation ausgeführt. — In der Mitte des Kerns liegt der ziemlich grosse und kompakte intranukleare Körper, auf welchen wir später zurückkommen.

Ein typisches Bukettstadium, wie es verschiedene Säugetiere, u. a. auch der Mensch, besitzen, habe ich bei der Waldmaus niemals finden können. Sowohl in dem amphitänen als in dem pachytänen Stadium sind freie Enden der Chromosomen immer zu beobachten und irgend etwas, das an die charakteristischen Bögen des Buketts erinnerte, kommt nie zum Vorschein. Unter solchen Umständen ist es klar, dass ähnliche Bilder, die JORDAN (1912) bei *Didelphys* beschrieben hat und als eine Telosynapsis deutet, nicht vorkommen können.

In der Entwicklungsreihe folgen sodann Kerne (Fig. 8), in denen die pachytänen Fäden eine einseitige Anhäufung zeigen. Oft kann eine gewisse Segmentierung beobachtet werden, wogegen der Zwischenraum zwischen den konjugierten Chromosomen total verschwunden ist. Die Fäden machen einen kompakteren Eindruck als in dem amphitänen Stadium und ihr Durchmesser ist auch ein geringerer. Die Fäden haben eine glatte Oberfläche.

Etwas ältere Kerne (Fig. 9) haben an Volumen zugenommen, und die Fäden, welche noch eine einseitige Orientierung zeigen, sind dicker geworden und haben jetzt eine rauhe Oberfläche.

Erst in dem in der Fig. 10 abgebildeten Kern treffen wir das typische pachytäne Stadium. Es gehört zu den allhäufigsten in den Präparaten und zeichnet sich durch die gleichmässig über den ganzen Kern verbreiteten Chromosomen aus. Diese sind jetzt dick, aber machen einen lockeren Eindruck und nehmen die Farbe nicht so stark an wie in dem vorigen Stadium; ihre Konturen sind fast Franzig zu nennen. Hie und da kommt eine Einteilung der Chromosomen in Segmenten deutlich zum Vorschein, jedoch ohne dass von einer Chromomerenbildung die Rede sein könnte. Die Duplizität der Fäden kann in dem pachytänen Stadium unmöglich entdeckt werden, wogegen die Chromosomen immer als deutliche Individuen zu erkennen sind. In dickeren Schnitten ist es sehr leicht sich davon zu überzeugen, dass das von DUESBERG abgebildete einheitliche pachytäne Spirem durchaus nicht bei der Waldmaus zu finden ist. Ich habe überhaupt keine Ähnlichkeit zwischen meinen Präparaten und den von DUESBERG gegebenen Abbildungen dieses Stadiums entdecken können, wogegen VAN HOOFS Bilder mit den meinigen von den pachytänen

Chromosomen eine grosse Ähnlichkeit haben. Dies ist auch der Fall mit VAN MOLLÈS Figuren von dem entsprechenden Entwicklungsstadium der Eichhörnchen-Spermatogenese.

In dem darauf folgenden diplotänen Stadium (Fig. 11) hat der Kern das Maximum seiner Grösse erreicht und meistens eine etwas ovale Form angenommen. Fast sphärische Kerne, wie der abgebildete, sind durchaus nicht selten, und die Behauptung DUESBERGS, dass die ovale Form des Kerns ein Charakteristikum des diplotänen Stadiums wäre, kann ich nicht für mein Objekt bestätigen. Die doppelte Natur der Chromosomen kommt jetzt wieder ungewöhnlich deutlich zum Ausdruck, indem die beiden Komponenten des bivalenten Chromosoms von neuem auseinander gehen und auf solche Weise einen weiten Längsspalt zwischen sich entstehen lassen. Sie können sogar soweit von einander ausweichen, dass Ringe gebildet werden. Dies scheint besonders oft der Fall mit den kleineren Chromosomen zu sein. Auf der Fig. 11 sind zwei solche typische Ringe deutlich. In den Ringen bleiben also die Enden der beiden konjugierten Chromosomen verbunden. Kommen ausserdem in den längeren Chromosomen noch ein oder zwei Punkte vor, wo die Verbindung der verbundenen Chromosomen eine feste ist, so entstehen 8-ähnliche Figuren oder Ketten. Auch freie auseinander weichende Endstücke können manchmal gefunden werden, sind jedoch sehr viel seltener als die Ringe. Die Fäden der univalenten Chromosomen sind ziemlich dünn, ihre Oberfläche ist fortwährend rauh oft sogar stark franzig. Einen Längsspalt in den univalenten Fäden, wie ihn VAN HOOF beschreibt und abbildet, habe ich niemals weder in einem früheren noch in einem späteren Stadium entdecken können. Sehr oft sind die Chromosomen mit Nukleolen verbunden, die offenbar chromatischer Natur sind und mit Stoffwechseleränderungen in den Chromosomen selbst in Zusammenhang stehen. Nach einigen Autoren wären sie als Speicher des Chromatins aufzufassen, nach anderen eher als von den Chromosomen ausgeschiedene Stoffwechselprodukte, die später aufgelöst werden. Von diesen beiden Auffassungen scheint mir in unserem Fall die letztere das Richtige zu treffen, denn in dem diplotänen Stadium sind die Chromosomen meist ärmer an Chromatin als in dem vorhergehenden pachytänen Stadium, und es dürfte wohl nicht zu kühn sein anzunehmen, dass Trophochromatin in fliessender Form abgegeben wird, wie dies ganz besonders schön während gewisser Phasen der Oogenese bei einigen Evertibraten zu beobachten ist.

### **Die Reifungsteilungen.**

Während das diplotäne Stadium von ziemlich langer Dauer zu sein scheint, denn es ist eins der häufigsten, dürften die in theoretischer Hinsicht so wichtigen Vorbereitungsstadien der heterotypischen Teilung äusserst schnell verlaufen: sie sind nämlich sehr selten. Bilder, die man als eine Diakinese charakterisieren könnte, sind mir nur wenige zu Gesicht gekommen. Nach meinen Präparaten zu urteilen, ist der Verlauf der Prophase zu



der ersten Reifungsteilung der folgende. Die Chromosomen verkürzen sich sehr schnell, werden dabei bedeutend dicker und verlieren ihre Filzigkeit mehr und mehr. Wie die Fig. 12 zeigt, ist die Bivalenz der Chromosomen während des Verkürzungsprozesses deutlich, wie die Ringe sehr schön beweisen. Wenn die Verkürzung ihr Maximum erreicht hat, legen sich die beiden Chromosomkomponenten dicht aneinander, wie das Paar oben rechts in der Fig. 12 schon getan hat. Bei diesem Paar erkennt man noch deutlich, die doppelte Natur, aber binnen kurzem macht das Paar den Eindruck eines einheitlichen Körpers. Erst wenn alle Chromosomen diese gedrungene kurze Gestalt angenommen haben und vollständig glatt sind, verschwindet die Kernmembran, und die Chromosomen ordnen sich für die Reifungsteilung.

Sowohl DUESBERG als VAN HOOF bilden Stadien ab, in denen die Chromosomen noch nach der Auflösung der Kernmembran, also in der Prophase, als lange Oesen vorhanden sind. Solche Bilder sind mir nie bei der Waldmaus zu Gesicht gekommen, und ich bezweifle, dass sie hier überhaupt existieren, denn ich habe mehrere Kerne gesehen, in denen die Chromosomen schon vor dem Verschwinden der Kernmembran die definitive Gestalt, die sie während der Reifungsmitose besitzen, angenommen hatten.

Die Metaphasen sind, wie immer, die häufigsten Stadien der Metakinese. Leider sind sie jedoch meistens von einem so unregelmässigen Bau, dass eine einigermaßen naturgetreue Wiedergabe der Spindel nebst den Chromosomen, geschweige denn eine exakte Feststellung der Chromosomenzahl, auf grosse Schwierigkeiten stösst. Ich habe sehr viel Zeit darauf verschwendet klare und übersichtliche Platten zu finden, es ist mir aber nicht gelungen. Auch die Prometaphasen sind so selten und dabei auch wenig deutlich, dass sie uns keine sichere Kenntnisse von der Chromosomenzahl schenken können.

Die Resultate meiner Bestrebungen in bezug auf die heterotypische Teilung Klarheit zu erreichen sind also wenig befriedigend. Sie sind in den Figuren 13–18 niedergelegt. Wie aus diesen hervorgeht, sind die Chromosomenverhältnisse trostlos verwischt. Unter mehreren Hunderten von „Platten“ ist die in der Fig. 13 abgebildete die klarste, — oder richtiger die am wenigsten verworrene —, die ich finden konnte. Sie verdient kaum das Epitheton Platte, denn die Chromosomen liegen in einem Haufen. Dennoch habe ich mit ziemlicher Sicherheit 21 Chromosomen unterscheiden können, gebe aber gern zu, dass die Zahl nicht nur zu klein, sondern auch etwas zu gross sein kann, indem ich entweder verdeckte Chromosomen übersehen oder ein Chromosom zweimal gezählt habe. Die letzterwähnte Möglichkeit ist nämlich nicht ausgeschlossen und wird durch die Form der Chromosomen in der Metanaphase erklärt. Wie aus dem Profilbild (Fig. 14) ersichtlich ist, haben die Chromosomen eine Form, die übrigens bei vielen Mammalien während der ersten Reifungsteilung nicht selten zu sein scheint.

Sie sind in der Mitte recht dick, in den beiden freien Enden dagegen dünn. Wenn mehrere Chromosomen von dieser Form dicht gehäuft neben und sogar übereinander liegen, ist es nicht unwahrscheinlich, dass das Ende und der Mittelteil eines und desselben Chromosoms in Polansicht den Eindruck zweier Chromosomen machen und demzufolge zweimal gezählt werden.

In Fig. 14 habe ich eine Reifungsspindel von ungewöhnlich regelmässigem Bau wiedergegeben. Ich berücksichtige dabei die Lage der Chromosomen, nicht die achromatische Spindel selbst, die oben rechts stark ausgezogene Faser zeigt. Die eben erwähnte charakteristische Form der Chromosomen kommt hier sehr schön zum Ausdruck. Sie ist sehr häufig in den Präparaten, und wird, wie gesagt, als das erste Zeichen der beginnenden Teilung angesehen. Die beiden dünnen Enden werden nämlich als die auseinander weichenden univalenten Chromosomen betrachtet, während in dem Mittelteil die parallel konjugierten Chromosomen noch mit einander verbunden sein sollten. Über die Richtigkeit dieser Deutung geben meine Präparate keinen Aufschluss, denn die Spalte zwischen den beiden Chromosomen verschwindet, wie gesagt, schon in der Prophase und kommt während der ganzen Metaphase nicht wieder zu Gesicht, nicht einmal während der beginnenden Anaphase. Junge Anaphase-Stadien habe ich überhaupt nicht finden können, trotzdem Reifungsteilungen in meinen Präparaten äusserst zahlreich sind. Späte Anaphasen und Telophasen sind dagegen recht häufig, und während im allgemeinen die Chromosomenverhältnisse in diesen Stadien sehr wenig deutlich sind, geben sie bei der Waldmans auffallenderweise den Metaphasen nicht nach und liefern manchmal infolge der elliptischen Form der Chromosomen sogar klarere Bilder. Wie die beiden Profilbilder der Figuren 15 und 16 zeigen, können 15—19 Chromosomen gezählt werden, und in der Telophasenplatte (Fig. 17), die ungewöhnlich wenig zusammengeballte Chromosomen hat und demzufolge ein sehr übersichtliches Bild gibt, konnten sogar 22 Chromosomen ziemlich sicher festgestellt werden. Demnach scheint es mir, dass die haploide Chromosomenzahl der Waldmans mit ziemlich grosser Wahrscheinlichkeit auf einige und zwanzig geschätzt werden kann.

Die späte Telophase ist ziemlich eigentümlich. Gleichzeitig als die Kernmembran gebildet wird, verlieren die Chromosomen ihre elliptische Form und verbinden sich nicht nur mit einander durch Chromatinfäden, sondern senden solche auch zu der Kernmembran. Schliesslich entstehen Bilder, wie die Fig. 18 uns zeigt. In der Mitte des Kerns liegt ein ziemlich dichtmaschiges Netzwerk, von dem sich Fäden zur Kernwand strecken. Die Spindelfaser, die noch in der frühen Telophase ein breites Bündel bilden und sich gegen die Chromosomenplatten trompetenartig ausbreiten (Fig. 17), sind jetzt ganz verändert. Sie haben sich zu einem sichelähnlichen Gebilde zusammengezogen, das die

Tochterkerne anfangs noch verbindet, später jedoch nur als ein Spindelrestkörper zwischen den Tochterzellen zu finden ist (Fig. 18). Die FLEMMINGSchen Zwischenkörperchen sind in der Regel sehr deutlich; sie fallen nicht mit der neugebildeten Zellenwand zusammen haben also hier nichts mit der Bildung der übrigens äusserst subtilen Zellmembran zu schaffen.

Für die Spermatogenese der Waldmans ist eine deutliche Interkinese charakteristisch, und es scheint, als ob dieses Stadium sogar von ziemlich langer Dauer wäre. Zu diesem Schluss kommt man nicht nur infolge der beträchtlichen Veränderungen, die zu dieser Zeit stattfinden, sondern auch auf Grunde der bedeutenden Grössenzunahme des Kerns während dieser Phase. Wie erheblich dieser Zuwachs des Kerns ist, geht aus einem Vergleich der Kerngrösse der Figuren 18 und 19 hervor. Das im Zentrum des Telophasenkerns angehäuften Chromatinnetz wird bald aufgelockert und verbreitet sich gleichmässig über den ganzen Kernraum. Es ist jetzt nicht möglich die einzelnen Chromosomen zu unterscheiden, aber allmählich entstehen sie wieder in den Knotenpunkten des Netzes, und die feinen Liniinfäden, die noch als ein Rest des Reticulums die Chromosomen mit einander verbinden, werden immer dünner und schwächer gefärbt (Fig. 20), bis sie schliesslich kurz vor der homöotypischen Teilung vollständig verschwinden. Zur Zeit des Verschwindens der Kernmembran haben die Chromosomen wieder die elliptische Form angenommen. Lange, schlingenförmige Chromosomen, wie DUESBERG sie abbildet, habe ich nie in meinen Präparaten finden können.

Irgend einen auffallenderen Unterschied zwischen der ersten und der zweiten Reifungsteilung konnte ich nicht entdecken. Nur der Grössenunterschied der Kerne und Zellen macht es möglich die hetero- und homöotypische Teilung zu unterscheiden. Da ich keinen Einblick in die wirkliche Natur der zweiten Reifungsteilung erhalten konnte, weil der Längsspalt der Chromosomen auch nicht in diesem Stadium in meinen Präparaten zum Vorschein kommt, habe ich die Teilungsphasen nicht abgebildet.

Obgleich die Chromosomenzahl in der zweiten Reifungsteilung ebenso schwer wie in der ersten festzustellen ist, möchte ich dennoch hier hervorheben, dass sie in beiden dieselbe sein dürfte. Eine sekundäre Verbindung der Chromosomen nach der heterotypischen Teilung, wie sie bei vielen Mammalien wie *Homo* (GUYER, 1910) — von MONTGOMERY allerdings in Frage gestellt —, *Didelphys virginiana* (JORDAN, 1912), *Sus scrofa* (WODSEDALEK, 1913) und *Equus caballus* (WODSEDALEK, 1914) sowie unter den Vögeln bei *Gallus domesticus* (GUYER, 1916) beschrieben worden ist, findet also bei der Waldmans ebenso wenig wie bei den übrigen *Mus*-Arten statt. Bei der verhältnismässig grossen Chromosomenzahl wäre es wohl dennoch möglich gewesen einen Unterschied zwischen der haploiden und der sogenannten hemioiden Chromosomengarnitur zu entdecken. Auch die geringe Grösse der Chromosomen in den Spermatozyten zweiter

Ordnung spricht gegen die Annahme einer sekundären Verbindung der Chromosomen bei unserem Objekt.

### **Der intranukleare Körper.**

In der oben gegebenen Schilderung der Wachstumsperiode und der Reifungsteilungen, habe ich den intranuklearen Körper absichtlich nicht beachtet, weil es mir wünschenswert erschien ihn in einem Zusammenhang zu behandeln.

Das jüngste Stadium, in dem der intranukleare Körper auftritt, ist das leptotäne. In dem dichten Fadengewirr ist er nicht leicht zu entdecken und in vielen Zellen sucht man ihn vergeblich. Wo er aber entdeckt werden kann, liegt er als ein ziemlich kleiner, kompakter Körper von homogener Substanz und mit glatter Oberfläche in dem von Chromosomen am wenigsten gefüllten Raum des Kerns. In einigen glaubte ich zwei ähnliche Körper finden zu können, in der Regel ist jedoch nur ein solcher vorhanden. Da ausserdem nukleolenähnliche Körper vorkommen, habe ich mich nicht davon überzeugen können, dass die in ganz vereinzelt Kernen vorgefundenen paarigen Körper als intranukleare solche aufzufassen wären. Nach einem eingehenden Studium des leptotänen Stadiums muss ich es im Gegenteil als wahrscheinlich ansehen, dass auch in diesem Stadium, wie in den späteren, der intranukleare Körper unpaarig auftritt. Seine Lage ist, wie gesagt, schon jetzt eine periphäre, und wenn eine einseitige Orientierung der Chromosomen in der Richtung gegen das Idiosom bemerkbar ist, so liegt er an dem entgegengesetzten Pole in dem freien Lumen des Kerns. In dem abgebildeten Kern (Fig. 6) ist er garnicht sichtbar, weil er von den dicht gewundenen Chromosomen verdeckt ist. Der betreffende Kern wurde aber deswegen für die Abbildung gewählt, dass die leptotänen Fäden besonders klar und deutlich hervortreten, was in den meisten Zellen nicht der Fall ist.

In dem amphitänen Stadium ist der intranukleare Körper kaum verändert. Er behält seine längliche Gestalt und ist nur unbedeutend grösser geworden (Fig. 7). Am meisten auffallend ist er in dem pachytänen Stadium. Infolge der jetzt häufigeren exzentrischen Lage der Chromosomen und seiner freien Lage fesselt er sofort den Blick des Untersuchers. Anfangs hat er sich nur wenig umgewandelt; seine Form variiert, ist aber noch in der Regel länglich. In der Fig. 8 sieht man ihn in starker Verkürzung, weshalb er fast sphärisch erscheint. Ovale intranukleare Körper kommen aber häufig vor. In einer späteren Phase des Pachytäns, wenn die Chromosomen sich verdicken und eine raue Oberfläche annehmen, nimmt auch der intranukleare Körper an Grösse zu, und jetzt ist die längliche, wurstähnliche Form für ihn charakteristisch (Fig. 9). Durch seine glatte Fläche und Homogenität unterscheidet er sich sofort von den Chromosomen. Er nimmt das Eisenhämatoxylin weniger intensiv auf als die Chro-

mosomen, wogegen er in den nach FLEMMINGS Trippelfärbungsmethode behandelten Präparaten ungefähr dieselbe Farbennuanze und -intensität wie die Chromosomen zeigt. Am Ende des pachytänen Stadiums, wenn die Chromosomen sich verkürzen und verdicken, kann man ähnliche Veränderungen an dem intranuklearen Körper beobachten. Er verwandelt sich in einen etwas abgeplatteten ovalen Körper, der sich an die Kernwand drückt (Fig. 10.). In dem diplotänen Stadium sind kaum irgendwelche Veränderungen zu bemerken. Möglicherweise ist die Verkürzung noch etwas weiter vorgeschritten, so dass auch fast spärliche intranukleare Körper vorkommen können.

Während der Prophase verliert man den intranuklearen Körper aus dem Gesicht, nicht deswegen, dass er sich auflösen würde, — irgendwelche Veränderungen die hierauf deuten würden, habe ich nie beobachten können, — sondern weil es jetzt unmöglich ist ihn von den Chromosomen zu unterscheiden.

Da der intranukleare Körper in seinem Verhalten während der Wachstumsperiode in vieler Hinsicht eine gewisse Ähnlichkeit mit den entsprechenden Stadien der Heterochromosomen mancher Insektenordnungen zeigt, habe ich ganz besonders genau die Anaphasen der Reifungsteilungen studiert um das Verhalten der einzelnen Chromosomen zu beobachten und eventuell die Entdeckung zu machen, dass ein einzelnes Chromosom oder ein Chromosomenpaar durch abweichende Bewegung seine Natur von Geschlechtschromosomen verraten würde.

Wie schon (S. 15) hervorgehoben wurde, sind die Anaphasen ungewöhnlich klar, und die einzelnen Chromosomen können recht deutlich unterschieden werden. Jene kommen auch nicht selten vor, aber trotzdem geben sie uns nicht den gewünschten sicheren Aufschluss, ob eine Heterokinesis statt findet, um den von GUTHERZ benutzten Terminus für die abweichende Art der Chromosomenverteilung zu benutzen. In den meisten Mitosen verhalten sich alle Chromosomen gleich, weder nachhinkende noch voraneilende können beobachtet werden. In einer nicht ganz geringen Anzahl Zellen kommt jedoch ein Paar (selten zwei Paare) Chromosomen vor, das offenbar seine Teilung oder Trennung weit später als die übrigen durchgeführt hat. Ein solcher Fall ist in der Fig. 15 abgebildet. Wir sehen zunächst rechts ein Chromosomenpaar, das noch in der Längsachsenrichtung der Spindel verharret und hierdurch eine verspätete Teilung verrät, denn die übrigen Chromosomen haben schon die Tochteraster gebildet. Die beiden Chromosomen zeigen ausserdem einen nicht unwesentlichen Grössenunterschied. Links in derselben Zelle sehen wir ein anderes Chromosomenpaar, das noch später die Trennung der Komponenten vollendet. Offenbar ist die Fixierung gerade in dem Teilungsmoment erfolgt, worauf die keulenartig angeschwollenen Chromosomenenden deuten. Auch hier liegt eine Differenz der Grösse vor. In der Fig. 16 ist ein ganz ähnlicher Fall wiedergegeben. Rechts sehen wir wieder, wie vorher, zwei verspätet getrennte Chromosomen,

während links die Trennung noch nicht durchgeführt ist. Ob die nächste Phase, wie die in der Fig. 15 abgebildete ausgesehen hätte, oder ob die zentrale Verdickung sich ganz zu dem einen Pole begeben hätte, ist nicht leicht zu entscheiden oder richtiger zu erraten.

Ähnliche Bilder, wie die in den Figg. 15—16 dargestellten, sind, wie gesagt, sehr selten, wogegen Anaphasen mit nur einem verspäteten Paar, wie die in den genannten Mitosen rechts zu beobachtenden, durchaus nicht zu den Seltenheiten gehören.

In der Interkinese und der Prophase der zweiten Reifeteilung müsste man in dem Vorkommen eines Chromatinnucleolus (= des X-Chromosoms) in der Hälfte der Kerne und das Fehlen desselben in der anderen Hälfte ein sicheres Kriterium für die Existenz eines Geschlechtschromosoms erhalten, aber auch hier lässt uns unser Objekt im Stich. Wie die Fig. 19 zeigt, kommt in einigen Zellen neben einem kleineren, runden Körper ein grösserer von eckiger Form vor. Ähnliche Kerne sind sehr häufig. Man findet aber auch solche, die nur einen grösseren Körper, dagegen keine kleineren enthalten, und umgekehrt wiederum andere, die mehrere nukleolenähnliche Gebilde von verschiedenartiger Gestalt und Grösse einschliessen, von denen es schwer zu sagen ist, welche als echte Nukleolen d. h. Plasmosomen, welche als Chromatinnukleolen d. h. Geschlechtschromosomen aufgefasst werden sollen. Wenn tatsächlich bei der Waldmaus, wie beim Meerschweinchen nach STEVENS, zwei Idiochromosomen vorhanden wären, worauf ja die Befunde während der Anaphase (S. 15) gewissermassen deuten, und also das X- und das Y-Chromosom auf verschiedene Spermatiden verteilt würden, so ist eine sichere Feststellung dieser Tatsache nicht möglich, denn die vielen verschiedenen Körper in den Kernen sind nicht als X- oder Y-Chromosomen identifizierbar.

In dem allgemeinen Teil komme ich auf die Heterochromosomfrage bei den Säugetieren zurück und beschränke mich deshalb hier zu der obigen reinen Beschreibung.

### Zentriolen, Idiosom und chromatoider Körper.

Ehe ich den deskriptiven Teil meiner Untersuchung abschliesse, möchte ich mich noch beiläufig über einige Zellenteile äussern, die mein Interesse gefesselt haben.

Die Zentriolen sind bei der Waldmaus wie bei den Säugern überhaupt sehr wenig scharf hervortretend. In den Hämatoxylinpräparaten erscheinen sie wie äusserst kleine Pünktchen, und öfter kann man sie nur infolge der konvergierenden Spindelfaser entdecken, welche letztere übrigens meistens auch sehr undeutlich sind. Eine Strahlung habe ich in meinen Präparaten niemals entdecken können. In den ruhenden Kernen war es mir überhaupt nicht möglich die Zentriolen nachzuweisen. Dagegen erscheint

das Idiosom in dem pachytänen Stadium und ist in dem diplotänen sehr deutlich (Fig. 11). Es bildet einen homogenen, gegen das schaumige Zytoplasma oft ziemlich scharf begrenzten Körper, der in den Hämatoxylinpräparaten einen gelblichen Farbenton angenommen hat, in den nach der Dreifärbungsmethode FLEMMINGS behandelten dagegen einen rötlichen.

Der chromatoiden Körper erscheint bei der Waldmaus viel früher, als was DUESBERG für die Ratte angibt. Nach DUESBERG bemerkt man ihn zuerst während der zweiten Reifungsteilung, wogegen er bei der Waldmaus schon während des diplotänen Stadiums, zuweilen sogar während des pachytänen, zum Vorschein kommt und während der ersten Reifeteilung immer sehr auffallend ist. Seine Form ist keine konstante; zuweilen kreisrund oder eirund (Fig. 19), öfter jedoch unregelmässig wie in Fig. 13 und 18. Nicht selten entdeckt man in dem Inneren des chromatoiden Körpers hellere Partien, die auf eine Vacuolisation hindeuten (Fig. 13). Dass der Körper sich teilen würde, habe ich niemals direkt beobachten können. Da man jedoch Geschwisterzellen unter den Spermatozyten zweiter Ordnung und den Spermatiden findet, die beide einen chromatoiden Körper besitzen, so könnte man wohl annehmen, dass der ursprüngliche, immer einzeln auftretende chromatoiden Körper der Mutterzelle sich geteilt hätte, wenn er nicht als Stoffwechselprodukt der Zelle anzusehen wäre, was durchaus nicht ausgeschlossen ist. Sehr oft kommen nämlich auch Bilder wie die in den Figg. 17 und 18 wiedergegebenen vor, in denen nur die eine Tochterzelle einen chromatoiden Körper aufweist, in welchem Fall also eine Teilung sicher nicht stattgefunden hat.

Auf die Bedeutung des chromatoiden Körpers möchte ich hier nicht näher eingehen. Nur eine Beobachtung kann ich nicht unerwähnt lassen. Es scheint mir, dass der in Rede stehende Körper seinen Namen eigentlich nicht verdient, denn er zeigt nicht die für das Chromatin charakteristische Farbenreaktionen. In den Eisenhämatoxylinpräparaten ist er weit dunkler gefärbt als die Chromosomen und nach FLEMMINGS Dreifärbung ist er schwarz und kontrastiert hierdurch stark gegen die schön rotgefärbten Chromosomen. Offenbar ist die Schwarzfärbung durch die Osmiumsäure hervorgerufen und lässt also das Vorkommen von Fettstoffen vermuten.

## Allgemeiner Teil.

Für die in theoretischer Hinsicht so wichtigen Fragen von der Reduktion, der Chromosomenzahl und den Heterochromosomen bieten die Säugetiere kein günstiges Untersuchungsmaterial. In wenigen Gruppen des Tierreichs sind die Rei-

fungsteilungen weniger klar als bei den Mammalien. Mit Ausnahme der Vögel kenne ich keine Klasse, bei welcher die Chromosomen so verklumpt wären und die Mitosen ein so verworrenes Bild darböten wie bei den Mammalien, und leider sind gerade diese beiden Klassen in vererbungstheoretischer Beziehung für uns von aller grösstem Interesse: die Säuger, weil der Mensch zu ihnen gehört, und die eigenartige Vererbungsweise der vielen geschlechtsabhängigen Anomalien beim Menschen durch die Klarlegung der Chromosomenverhältnisse unzweifelhaft an Klarheit gewinnen würde; die Vögel, weil nach den experimentellen Vererbungsuntersuchungen zu urteilen bei ihnen, wie bei den Schmetterlingen, das weibliche Geschlecht das heterogametische ist, während bekanntlich in allen anderen bis jetzt untersuchten Tiergruppen, wo überhaupt ein Dimorphismus der Geschlechtszellen entdeckt werden konnte, dieser dem männlichen Geschlecht eigen ist. Leider sind die Aussichten, die Chromosomenverhältnisse in den genannten beiden höchsten Gruppen des Tierreichs völlig klarlegen zu können, äusserst gering, — dies gilt besonders von der Oogenese — und wir werden uns wohl noch lange mit mehr oder weniger gut begründeten Hypothesen begnügen müssen.

Wenn ich trotzdem in Anschluss an die soeben gegebene Beschreibung der Spermatogenese der Waldmans und die Deutung der konstatierten Verhältnisse einige allgemeine theoretische Erörterungen anknüpfen möchte, so geschieht es, teils weil jeder Fortschritt, wie klein er auch sein mag, auf dem Gebiete der Säugetierspermatogenese von grösster Bedeutung ist, teils um zu zeigen wie unsicher und umhertappend unsere Kenntnisse in bezug auf diese Fragen noch sind.

### Das Problem der Reduktion.

Was zunächst die vielumstrittene Frage von der Reduktion der Chromosomenzahl betrifft, so scheint der Anschluss an die Hypothese von der Parasyndese immer allgemeiner und lebhafter zu werden. Viele Forscher, die zur Zeit des ersten Decadenwechsels in unserem Jahrhundert noch als entschiedene Gegner der Lehre von der Parallelkonjugation der Chromosomen im Kampfe teilnahmen, sind jetzt als Anhänger derselben zu verzeichnen. Was ganz besonders die Säuger anbelangt, so können wir ohne weiteres die Hypothese einer Parasyndesis als die am allgemeinsten beigetretene bezeichnen. Fast alle Untersuchungen aus der neuesten Zeit erklären die Reduktion der Chromosomenzahl als das Resultat einer parallelen Verbindung der Chromosomen, während oder nach der Synapsis, resp. Synizesis. Schon 1907 stellte VAN MOLLE fest, dass bei *Sciurus vulgaris* die Reduktion durch eine Parasyndese der Chromosomen eingeleitet wird. Einige Jahre später fand STEVENS (1911) bei einer Untersuchung der Spermatogenese von *Cavia cobaya*, dass auch bei diesem Nager eine Parallelkonjugation vor-

liegt. Bei den beiden Ratten, *Mus decumanus* und *M. rattus*, konnte weiter VAN HOOF (1912 a) in einer gründlichen und reich illustrierten Arbeit eine Parasyndese bei der Spermatogenese nachweisen, und schliesslich zeigte JORDAN (1914), dass *Mus musculus* keine Ausnahme von den übrigen Nagetieren macht.

Aber nicht nur für die Nager ist diese Art der Reduktion charakteristisch. Durch JORDAN (1912 b) ist sie für eine Fledermaus nachgewiesen, und derselbe Verfasser hat 1914 eine „side-by-side union“ der Chromosomen während der Synapsis des Schafes feststellen können. Nach demselben Autor (1914) ist auch *Herpestes* in bezug auf die Reduktionsweise zu dieser Gruppe zu zählen. WODSEDALEK (1914) hat durch eine Untersuchung der Spermatogenese des Pferdes das Vorkommen einer Parasyndese als in höchstem Grade wahrscheinlich bezeichnet, und VAN HOOF (1912 b) erwähnt beiläufig in seiner Studie über die Natur der Synapsis (Synizesis) bei dem Hunde, dass auch hier die Reduktion durch ein paralleles Aneinanderlegen der Chromosomen erfolgt. Schliesslich hat v. WINWARTER (1912) eine Parasyndese beim Menschen während der Spermatogenese und bei der Katze während der Oogenese nachgewiesen.

Bei zahlreichen Vertretern verschiedener Säugerordnungen scheint also die Reduktion durch eine Parasyndese zu erfolgen. Von Forschern, die in neuerer Zeit die Säugetiergametogenese behandelt haben, sind mir nur vereinzelte bekannt, die das Vorhandensein einer Parallelkonjugation in Frage stellen oder direkt leugnen würden. Unter diesen ist wohl DUESBERG (1908, 1909) in erster Linie zu nennen. Als Schüler von MEVES hat er sich diesem eifrigen Bekämpfer der Theorie von der Konjugation der mütterlichen und väterlichen Chromosomen in den Reifungsteilungen angeschlossen und leugnet folglich auch die Existenz einer Parasyndese bei den Mammalien. Seine Ansichten und Deutungen der verschiedenen Phasen der Spermatogenese sind schon in dem speziellen Teil erörtert worden, und ich brauche hier nur daran zu erinnern, dass er das Vorkommen eines Reticulums in der Wachstumsperiode als einen Beweis gegen die Hypothese einer Parasyndese betrachtet und weiter in dem bei den *Mus*-Arten besonders schön zu Tage tretenden diplotänen Stadium nur eine verfrühte Längsspaltung der Chromosomen erblickt. Aus dem Grunde, dass ähnliche Bilder, wie sie für die vorbereitenden Stadien der Reifungsteilungen charakteristisch sind, auch hier und da in somatischen Zellen beobachtet werden, meint DUESBERG, dass ihnen keine besondere Bedeutung für den Reduktionsprozess zugemessen werden kann, weshalb er, sich auf einen gewissermassen agnostischen Standpunkt stellend, die Reduktion als ein noch vollständig rätselhaftes Phänomen betrachtet.

In seiner ältesten Arbeit auf dem Gebiete der Säugetierspermatogenese hat JORDAN (1912 a) die Reduktion durch eine Telosynapsis zu erklären versucht. Seine Erklärung stützt er auf die Beobachtung, dass im Bukettstadium die Chromosomenbögen in ihrem

ins freie Kernlumen hervorragenden Teil eine Anschwellung zeigen, in welcher er die Verbindungsstelle der end-to-end-konjugierten Chromosomen erblickt. Die betreffende Figur in JORDANS Abhandlung zeigt aber auffallenderweise, dass die Chromosomen sich schon im Pachytänstadium befinden, woraus man den Schluss ziehen kann, dass die Konjugation durch eine Parasyndese bereits vollendet ist. Die wenig scharf hervortretenden Verdickungen an den Bogengipfeln sind vermutlich die Folge einer nicht ganz gleichmässig erfolgenden Verkürzung der langen Chromosomen. Da JORDAN in seinen späteren Untersuchungen bei verschiedenen Säugetieren, wie schon soeben erwähnt wurde, eine Parasyndese beobachtet hat, dürfte seine ganz beiläufig ausgesprochene Vermutung über das Vorkommen einer Telosynapsis bei *Didelphys* kaum die Wagschale zum Vorteil der Hypothese von der Metasyndese zu senken vermögen.

SCHOENFELDS Beschreibung über die Spermatogenese beim Stier ist schwierig mit Untersuchungen anderer Forscher auf dem Gebiete der Säugetiergametogenese in Übereinstimmung zu bringen. Wie er sich die Reduktion überhaupt vorstellt, bleibt ganz und gar rätselhaft, vermutlich weil er sich um die Lösung dieses damals noch wenig aktuellen Problems nicht bemüht hat.

Es liegt also keine Übertreibung in der Behauptung, dass die Hypothese von der Parasyndese sich der grössten Popularität unter den Zytologen erfreuen kann. In den neuesten Arbeiten zusammenfassender Art, wie z. B. in GOLDSCHMIDTS „Einführung in die Vererbungswissenschaft“ (1913) und BUCHNERS „Praktikum der Zellenlehre“ (1915), wird diese Hypothese auch an der Spitze gestellt, obwohl die beiden Verfasser, wie die Münchener Schule überhaupt, seinerzeit ziemlich scharf gegen dieselbe auftraten. In meiner Arbeit über die Chromosomenverhältnisse bei einigen *Pygaera*-Bastarden drückte ich mich mit grösster Vorsicht über die Art und Weise der Konjugation bei den von mir untersuchten Arten aus, glaubte aber dennoch eine Metasyndese als die wahrscheinlichste bezeichnen zu können. Seitdem habe ich Gelegenheit gehabt eine sehr grosse Anzahl Schmetterlinge sowohl in bezug auf ihre Spermatogenese als ihre Oogenese zu untersuchen, und obgleich die Lepidopteren gerade in dem so wichtigen amphitänen Stadium keine klare Bilder bieten, so habe ich mich dennoch davon überzeugen können, dass auch in der Ordnung Lepidoptera die Reduktion die Folge einer Parasyndese ist. Am besten kommt dies in der Oogenese zu Gesicht. Gewissermassen muss ich mich also auch zu den Bekehrten rechnen.

Was speziell der Gegenstand der vorliegenden Untersuchung betrifft, so ist die Phase des Aneinanderlegens der Chromosomen bei der Waldmaus wenig deutlich, und im pachytänen Stadium verschmelzen die beiden Konjuganten vollständig. Nicht mit dem besten Willen ist es möglich eine Andeutung der Duplizität der Chromosomen nachzuweisen. Ohne Resultat habe ich die Differenzierung meiner Eisenhämatoxylin-

Präparate sehr lange fortgesetzt. Es gelang niemals eine Trennungslinie zu Gesicht zu bekommen. Um so auffallender ist es, dass in dem diplotänen Stadium die beiden Konjuganten plötzlich wieder völlig klar zu Tage treten. Sie entfernen sich hierbei sogar so weit von einander, dass Kreise und achterähnliche Figuren entstehen. Wie die anderen *Mus*-Arten ist also die Waldmaus ein sehr günstiges Objekt für eine Untersuchung der diplotänen Phase.

Von mehreren Zytologen, auch von solchen, die sich der Hypothese von der Parasyndese angeschlossen haben, wie v. WINIWARTER, VEJDOVSKY und BONNEVIE, werden die beiden Komponenten desselben Chromosomenpaares in dem diplotänen Stadium nicht als die ursprünglichen, univalenten Chromosomen-Konjuganten betrachtet. Nach ihrer Auffassung verschmelzen nämlich die parallel-konjugierten Chromosomen während des pachytänen Stadiums zu Mixochromosomen, und demzufolge sehen diese Forscher in der diplotänen Phase einfach eine antizipierte Längsspaltung, nicht eine Trennung der ursprünglich konjugierten mütterlichen und väterlichen Chromosomen.

Die Entscheidung zwischen den Meinungsdivergenzen über das diplotäne Stadium ist durchaus keine leichte, und sie kann wohl kaum ohne kritische Berücksichtigung der vorangehenden und nachfolgenden Stadien beantwortet werden. Bei der Waldmaus und bei sehr vielen anderen Arten verschiedener Klassen und Ordnungen spricht ja die Einheit der pachytänen Chromosomen für die Annahme einer wirklichen Verschmelzung und Bildung von Mixochromosomen. Dagegen scheint mir die Doppelheit der Chromosomen kurz nachher in dem diplotänen Stadium schwerlich als eine frühe Längsspaltung und Vorbereitung für die erste Reifungsteilung, die also — wie auch die zweite — äquationell wäre, aufgefasst werden zu können. Der Längsspalt verschwindet nämlich in der Pro- und Metaphase wieder um erst in der Anaphase von neuem zum Vorschein zu kommen. Wenn wir ausserdem berücksichtigen, dass bei verschiedenen Arten die Doppelheit in verschiedenen Phasen sichtbar wird, und es sogar Fälle gibt, in denen die Chromosomen während der ganzen Spermatogenese ihre Individualität nicht aufgeben, die Trennungslinie zwischen ihnen also ununterbrochen sichtbar ist, und Mixochromosomen überhaupt gar nicht gebildet werden, so scheint mir die Auffassung, dass der ursprüngliche Zwischenraum oder die Spalte zwischen den konjugierenden Chromosomen zu verschiedenen Zeiten mehr oder weniger deutlich erkennbar ist, wahrscheinlicher als die Annahme einer verfrühten Längsspaltung eines Mixochromosoms.

Dass die Konjugation die Folge einer zwischen den mütterlichen und väterlichen Chromosomen vorhandenen und in der Synapsis ausgelösten Affinität ist, dürfte wohl die allgemeinste Ansicht sein. Der Grad dieser Affinität kann jedoch sehr verschieden sein und hängt von der Verwandtschaft der betreffenden Chromosomen ab. Untersuchungen der Chromosomenverhältnisse bei der Gametogenese einer beträchtlichen An-

zahl von Bastarden sowohl im Tier- als auch im Pflanzenreich beweisen nämlich, dass sie sehr mangelhaft sein oder sogar vollständig fehlen kann. Bei mehreren Schmetterlingsbastarden ist es (FEDERLEY, 1915—1916) gelungen eine Menge Stufen zwischen völlig fehlender und vollständig normaler Affinität nachzuweisen. In einigen Bastarden sucht man vergeblich nach konjugierten Chromosomen, in anderen konjugieren nur vereinzelte oder ein nicht geringer Teil der Chromosomen, und schliesslich gibt es Mischlinge, in denen die Konjugation nur zwischen ganz vereinzelt Chromosomenpaaren nicht zu Stande kommt und sogar solche, bei denen die Parasyndese nicht von einer normalen zu unterscheiden ist. In vielen Fällen konnte ein gewisser Parallelismus zwischen der Anzahl der konjugierenden Chromosomen und der „Systematischen Verwandtschaft“ der Elternarten des Mischlings festgestellt werden. In anderen dagegen nicht. So konjugierten alle Chromosomen ganz normal bei einem Bastard, dessen Eltern nach der üblichen systematischen Wertschätzung gute linnésche Arten sind und sogar öfter zu verschiedenen Gattungen gezogen werden.

Aber aus den angeführten Untersuchungen können wir weiter den Schluss ziehen, dass die Affinität der homologen Chromosomen nicht nur in verschiedenen Zellen desselben Individuums eine verschiedene ist, sondern dass sie auch in verschiedenen Phasen der Spermatogenese eine festere oder lockrere sein kann. Dass verschiedene Arten, Gattungen und Ordnungen für sie charakteristische, konstante temporäre Verschiedenheiten in der Stärke der Affinität aufweisen ist also weniger überraschend und würde gewissermassen die mehr oder weniger innige Verbindung der Chromosomen, wie sie sich in unseren Präparaten einerseits in dem pachytänen andererseits in dem diplotänen Stadium äussert, wenn auch nicht erklären dennoch einigermaßen verständlich machen. Auf welche zytobiologische Verhältnisse diese Schwankungen in der Intensität der Anziehung äusserst zurückzuführen ist, muss dagegen zukünftigen Untersuchungen überlassen werden.

Gegen die Mixochromosomenhypothese können weiter die Resultate der Mendelforschung angeführt werden. Dass die Spaltung der Gameten und ihre Reinheit, wie sie bei Tausenden von Arten durch Kreuzungsexperimente physiologisch festgestellt worden ist, in der Verbindung homologer mütterlicher und väterlicher Chromosomen vor den Reifeteilungen und ihre darauffolgende Trennung während dieser ihre morphologische Erklärung erhält, wird immer allgemeiner angenommen und kann wohl durch die neuesten Untersuchungen an einzelligen Organismen und an den Bienen, bei denen die parthenogenetisch entstandenen Drohnen ja sozusagen personifizierte Gameten darstellen, als bewiesen angesehen werden (vgl. HARTMANN, 1918). Dagegen würde die Hypothese von der Bildung von Mixochromosomen eine Menge Hilfsypothesen bedürfen um mit den experimentellen Resultaten der Mendelianer in Einklang gebracht werden zu können.

Es gibt aber auch einen rein zytologischen Beweis gegen die Mixochromosomen. ROBERTSON hat die Chromosomenverhältnisse einiger Orthopteren zum Gegenstand seiner Forschungen gemacht und dabei bei einer *Tettigidea*- und einer *Acridium*-Art interessante aberrante Chromosomen entdeckt. So konnte ROBERTSON z. B. feststellen, dass in einem Fall der eine Partner eines homologen Chromosomenpaares zwei und ein halb Mal so lang wie der andere war. Und diese Anomalie kam nicht nur deutlich in beiden Geschlechtern vor, sondern, wie voranzusetzen war, mussten die beiden Kombinationen lang und lang sowie kurz und kurz auch gebildet werden. Bis jetzt hat ROBERTSON nur den einen dieser beiden Fälle zytologisch nachweisen können. Weiter hatte er seine Aufmerksamkeit ganz besonders auf die Konjugationserscheinung gerichtet und stellte eine Parasyndese fest, während welcher man die ungleich grossen Partner deutlich erkennen konnte. Ausserdem zeigte ROBERTSON, dass die aberrativen Chromosomenverhältnisse nicht nur in verschiedenen Zellgenerationen desselben Individuums wiedergefunden werden, sondern, wie gesagt, auch in Generationen von Individuen persistieren, was alles nicht möglich wäre, falls Mixochromosomen tatsächlich entstünden.

Die Beobachtungen von ROBERTSON sprechen also entschieden für die Theorie von der Individualität der Chromosomen und für die Hypothese von der Parasyndese, lassen sich aber dagegen nicht mit der Ansicht von der Bildung von Mixochromosomen vereinigen.

### Die Chromosomenzahl.

Die exakte Feststellung der Chromosomenzahl bei den Säugetieren scheint ausserordentlich grosse Schwierigkeiten darzubieten, und die wenigen Angaben, die man in der Litteratur antrifft, müssen wohl immer mit einer gewissen Kritik, sehr oft sogar mit grosser Skepsis betrachtet werden. Auch bei Arten, die eine verhältnismässig geringe Anzahl Chromosomen besitzen, dürfte Vorsicht bei dem Gutheissen der Angaben über die Chromosomenzahl geboten sein. Eine kleine ganz willkürlich gemachte Ährenlese dürfte dieses gewissermassen strenge Urteil über die bisherigen Untersuchungen in diesem Punkte als berechtigt erscheinen lassen. Ich möchte aber ausdrücklich betonen, dass die Ursache der so wenig befriedigenden Resultate nicht bei den Untersuchern, sondern in dem so ausserordentlich ungünstigen Materiale zu suchen ist.

In der Einleitung wurde schon hervorgehoben, dass die Verhältnisse bei dem Menschen in bezug auf die Chromosomenverhältnisse ganz besonders verwickelt sind. Die verschiedenen Angaben über die Chromosomenzahl geben nicht viel der Zahl der Untersucher nach. Da ich im Zusammenhang mit der geplanten und schon vorbereiteten Untersuchung über die Spermatogenese des Menschen diese Fragen eingehend behandeln werde, kann ich sie jetzt unberücksichtigt lassen, und mich in erster Linie an die uns

am meisten interessierende und auch am besten untersuchte Ordnung der Säugetiere, die Nagetiere, halten und den Anfang mit der Gattung *Mus* machen.

Im Jahre 1895 veröffentlichte SOBOTTA eine eingehende Untersuchung über die Reifung der Maus, wobei er die Chromosomenzahl als **12**, höchstens 14—15 angab. Zwölf Jahre später, also im Jahre 1907, sah sich derselbe Autor aus anderen Gründen veranlasst seine alten Präparate von neuem durchzumustern und meinte jetzt mit voller Sicherheit die Chromosomenzahl als **16** feststellen zu können. KIRKHAM, der in mehreren Abhandlungen dasselbe Thema behandelt hat, scheint die Chromosomenzahl während der Reifeteilung als sehr variabel anzusehen und erklärt die wechselnde Zahl als das Resultat einer verfrühten Längsspaltung (Trennung der konjugierten Chromosomen?) einer geringeren oder grösseren Anzahl von Chromosomen. Nach KIRKHAM wäre wohl **12** die normale haploide Zahl.

Über die Ratte, die braune sowohl als die schwarze, liegen mehrere Untersuchungen vor. MOORE gibt **8** als haploide Anzahl an, wogegen LENNOSSEK die Zahl **12** feststellen zu können glaubte. Ihm schloss sich DUESBERG an, während VAN HOOF **16** resp. **32** als die normalen Zahlen betrachtet. Also wieder recht beträchtliche Unterschiede.

Für das Meerschweinchen sind die Zahlenangaben noch viel schwankender. MOORE und WALKER sollen (nach DUESBERG) **16** als die haploide Anzahl angeben. STEVENS dagegen sieht **28** als die haploide Anzahl an und hat sogar eine diploide Platte mit **56** Chromosomen gefunden und abgebildet. LAMS hat uns schliesslich mehrere Bilder von Reifeteilungen gegeben, in denen man deutlich **8** Chromosomen zählen kann: er hat auch **16** als die somatische Zahl konstatieren können.

Bei dem Kaninchen sind die Verhältnisse auch nicht klargelegt. Nach den neuesten Untersuchungen von BACHHUBER (1916) besitzen die Spermatogonien **22** Chromosomen, von denen 2 als Geschlechtschromosomen zu betrachten sind. Da sich diese auf den beiden Spermatozyten zweiter Ordnung verteilen, so erhalten letztere 10 Autosomen + 1 Allosom also summa **11** Chromosomen. Dieser Angabe kommt das Resultat der Untersuchungen von HONORÉ sehr nahe, indem dieser Forscher **10—12** als die haploide Anzahl betrachtet. FLEMMING hatte seinerzeit die diploide Anzahl zu **24** bestimmt, während v. WINIWARTER **42** Chromosomen gezählt hat.

Von dem Pferde sind mir nur zwei Angaben bekannt. Nach der einen von KIRILLOW beträgt die Anzahl **10—16**, nach der anderen von WODSEDALEK ist sie in den Spermatogonien **37** in den Spermatozyten **18** oder **19** davon abhängig, ob die Zelle das unpaarige Geschlechtschromosom erhalten hat oder nicht.

Die angeführten Zahlen dürften wohl genügen um zu zeigen, auf welche Schwierigkeiten das Zählen der Chromosomen stösst. Bei der Waldmaus liegen die Verhält-

nisse auch nicht anders. Es ist nur möglich die Zahl annähernd festzustellen. Wie auf S. 15 aus vorher angeführten Gründen angegeben wird, muss die haploide Chromosomenzahl auf einige und zwanzig geschätzt werden.

### Vorkommen oder Fehlen von Heterochromosomen.

Die soeben gegebene Übersicht der bis jetzt gewonnenen Resultate in bezug auf die Chromosomenzahlen der Säugetiere dürfte schon genügen um die Schwierigkeiten hervorzuheben, mit welchen ein jeder zu rechnen hat, wenn er den Versuch wagen will in einem bestimmten Fall das Vorkommen oder Fehlen von Heterochromosomen festzustellen. Er wird sich in der Regel von dieser Aufgabe ebenso unbefriedigt trennen müssen, wie wenn es galt die Chromosomen zu zählen. Die beiden Fragen stehen ja mit einander in einem gewissen Zusammenhang und die Schwierigkeiten sind deshalb auch für beide gemeinsam.

Schon bei der Beschreibung über das Verhalten des intranuklearen Körpers bei der Waldmaus machte ich die Bemerkung, dass es äusserst schwierig ist zu entscheiden, ob dieser Körper als ein Heterochromosom aufgefasst werden soll oder nicht. Ein vollständig sicheres Kriterium, wie wir es bei zahlreichen Insekten verschiedener Ordnungen kennen, war ich nicht im Stande nachzuweisen. In dem folgenden werde ich zeigen, dass dies auch in sehr vielen anderen Fällen innerhalb der Säugerklasse nicht möglich ist und dass sich auch hier die Ansichten verschiedener Forscher nicht immer gut vertragen.

Die erste Beschreibung über ein X-Chromosom bei einem Säugetier dürften wir GUYER (1910) zu verdanken haben, und eigentümlicherweise betrifft sie den Menschen. Bei einem Neger entdeckte GUYER zwei X-Chromosomen, die bei der ersten Reifungsteilung ungeteilt zu dem einen Pole ziehen. Da bei der zweiten Teilung alle Chromosomen äquationell geteilt werden, so entstehen zwei verschiedene Arten von Spermatischen, resp. Spermien, von denen die eine 12 Chromosomen (10 Autosomen + 2 Allosomen), die andere nur 10 Chromosomen (10 Autosomen) enthält. GUYER gibt Abbildungen der zwei X-Chromosomen sowohl in den Spermatogonien, Reifeteilungen und Spermatozyten als in den Spermatischen. Diese Figuren sind jedoch wenig überzeugend, und man kann sich kaum dem Gedanken wehren, dass hier der Wunsch die X-Chromosomen zu entdecken die Mutter des Wollens gewesen ist. Auch ist die kurze und knapp abgefasste Mitteilung GUYERS ziemlich scharf kritisiert worden. Zwar ist MONTGOMERY auch der Ansicht, dass zwei X-Chromosomen vorkommen, meint aber im Gegensatz zu GUYER, dass die Verteilung dieser sehr verschiedenartig und ziemlich willkürlich ausfällt. Auch nach Kenntnisnahme des GUYER'schen Materials hält MONTGO-

MERY seine Ansicht aufrecht und kann sich der Auffassung GUYERS nicht anschliessen. V. WINIWARDER (1912) hat wiederum ein unpaariges X-Chromosom bei dem Manne entdeckt, während GUTHERZ (1912) zwei einander äusserlich vollständig ähnliche Heterochromosomen beobachtete, von denen jede Spermatozyte, resp. Spermie eins erhält. JORDAN (1914) bestätigt insofern GUYERS und GUTHERZ Beobachtungen, dass auch er das Vorkommen eines doppelten Heterochromosoms während der Synapsis feststellen konnte. Da aber sein Material trotz guter Fixierung keine so günstige Mitosen enthielt, dass ein exaktes Zählen der Chromosomen möglich gewesen wäre, will er sich nicht über die Verteilung der X-Chromosomen äussern.

Wir sehen also, dass nur in bezug auf das Vorkommen von Geschlechtschromosomen beim Manne die Beobachtungen übereinstimmend sind, wogegen die Ansichten betreffs ihrer Anzahl und Verteilung ganz auseinander gehen, ein Beweis dafür wie ausserordentlich gross die Schwierigkeiten sind, mit denen die Forscher auf diesem Gebiete zu kämpfen haben.

In Jahre 1910 veröffentlichten NEWMAN und PATTERSON eine Arbeit über die Embryogenese des Armadillos. In dieser Untersuchung werden auch die Chromosomenzahlen berücksichtigt, und die Verfasser erwähnen, dass die Oogonien immer 32 Chromosomen enthalten, wogegen die Spermatogonien derer nur 31 besitzen. Das Heterochromosom eilt in der Reduktionsteilung ungeteilt den übrigen Chromosomen voran zu dem einen Pole, wodurch dimorphe Spermatozyten entstehen.

In den darauf folgenden Jahren wächst das Interesse für die Heterochromosomen der Mammalien. Schon 1911 entdeckte und beschrieb JORDAN bei *Didelphys* ein typisches X-Chromosom, das während des Wachstumsstadiums, wenn die übrigen Chromosomen als lange Fäden auftreten und das Bukett bilden, als ein scharf konturierter und kompakter, abgerundeter Körper in der Nähe des Idiosoms liegt. In der ersten Reifungsteilung wandert es ungeteilt in die eine Tochterzelle, während es sich in der zweiten wie die Autosomen teilt. Es ist JORDAN gelungen alle Phasen in der Entwicklung und dem Verhalten des Heterochromosoms zu verfolgen, und die Abbildungen zeigen die Verhältnisse so klar und deutlich, wie man sie sonst nur bei Insekten findet, weshalb man wohl kaum zweifeln kann, dass die Geschlechtsbestimmung bei *Didelphys* analog wie bei den Hemipteren erfolgt.

Weit weniger klar ist der von STEVENS (1912) bei *Cavia cobaya* beschriebene Fall, indem zum ersten Mal bei einem Säugetier ein Paar Idiochromosomen nachgewiesen wurde. In der früheren Hälfte der Wachstumsperiode, während des amphitänen Stadiums, entdeckte STEVENS einen unpaarigen Körper, der sich später in der Prophase in ein X- und ein Y-Chromosom teilt. In der heterotypischen Teilung bilden diese ein Paar, trotzdem sie von verschiedener Grösse und Gestalt sind, und wandern



jedes in seine Tochterzelle, wobei sie sich in der Regel von den Autosomen unterscheiden lassen, indem sie sich entweder früher teilen und voraneilen oder auch verspätet nachhinken. In der Interkinese sind sie glatt und können deshalb nach STEVENS nicht mit den weniger scharf konturierten Autosomen verwechselt werden. Es sollen zwei Sorten von Spermatozyten gebildet werden, solche mit einem Y- und solche mit einem X-Chromosom.

Die Untersuchung von Miss STEVENS scheint mir nicht so klar und überzeugend wie die soeben erörterte von JORDAN. Die Bilder sind zwar deutlich, machen jedoch einen schematisierten Eindruck, und ebenso wie man bei GUYER eine Verwechslung der Heterochromosomen mit den echten Nukleolen oder Plasmosomen als nicht ausgeschlossen ansehen kann, hat man auch hier das Gefühl, dass das letzte Wort über die Geschlechtschromosomen bei dem Meerschweinchen noch nicht gesagt worden ist. Auch die schon S. 27 erwähnten sehr schwankenden Angaben über die Chromosomenzahl bei diesem Nager scheint eine abwartende Haltung in bezug auf die Geschlechtschromosomen zu motivieren.

Beim Schwein beschreibt WODSEDALEK (1913) zwei X-Chromosomen, die sich während der ganzen Spermatogenese durch ihre bedeutendere Grösse und ovale Form von den stäbchenförmigen Autosomen unterscheiden lassen sollen. Sie gehen bei der ersten Reifungsteilung beide zusammen ungeteilt in die eine der Spermatozyten zweiter Ordnung über, weshalb von diesen zwei verschiedene Sorten entstehen, nämlich solche mit 8 Autosomen + 2 X-Chromosomen und solche mit nur 8 Autosomen. Infolge des verschiedenen Chromosomenbestandes sind die reifen Spermien von zwei Grössen-Kategorien. Die von WODSEDALEK gemachten Messungen ergaben Zahlen, die sich in eine typische zweigipfelige Kurve ordnen lassen. In den Spermatogonien und Mesonephroszellen des Männchens konnte WODSEDALEK 18 Chromosomen zählen, wogegen er in den Oogonien und den Mesonephroszellen des Weibchens regelmässig 20 Chromosomen fand. Unter diesen 20 Chromosomen waren 4 grösser und von derselben Form wie die 2 X-Chromosomen beim Männchen, weshalb das Weibchen offenbar, wie dies ja bei den Insekten öfter der Fall ist, die doppelte Anzahl Geschlechtschromosomen im Vergleich mit dem Männchen besitzt.

Sowohl die Beschreibungen wie auch die Abbildungen sind in jeder Beziehung eindeutig und überzeugend. Leider ist JORDAN (1914) bei einer Untersuchung desselben Objektes zu ganz anderen Resultaten gekommen. Er leugnet bestimmt das Vorkommen von Geschlechtschromosomen in der Spermatogenese. Nach dem Erscheinen der Arbeit von WODSEDALEK hat JORDAN seine Präparate noch extra zu dem Zweck die Heterochromosomen zu entdecken durchmustert ohne die von WODSEDALEK beschriebenen Verhältnisse verifizieren zu können. JORDAN hält deshalb seine Ansicht aufrecht, dass das

Schwein im männlichen Geschlecht keine Zeichen von Geschlechtschromosomen verrät. So behauptet JORDAN z. B. von den zwei von WODSEDALEK während der Interkinese beschriebenen Chromatinnukleolen, die WODSEDALEK als die X-Chromosomen betrachtet, dass sie durchaus nicht so charakteristisch sind, sondern dass sie öfter auch zu dreien oder vierten auftreten können, in welchem Fall eine Identifizierung mit den X-Chromosomen unmöglich ist. Also wiederum ein Fall, von dem man nichts sicheres weiss.

Nicht viel erfreulicher liegen die Verhältnisse beim Kaninchen. JORDAN (1914) behauptet mit grösster Bestimmtheit, dass Geschlechtschromosomen beim Männchen fehlen, und betont, dass er seiner Sache hier sehr sicher ist, da er nicht nur Testes erwachsener Tiere, sondern auch solche von jungen und neugeborenen Individuen untersucht hat. BACHHUBER dagegen meint, dass von den 22 Chromosomen der Spermatogonien zwei als Idiochromosomen anzufassen sind. In der Syndese konjugieren die 20 Autosomen, und die Spermatozyten enthalten demzufolge 10 Autosomen + 2 Idiochromosomen. Diese können als ein X- und ein Y-Chromosom betrachtet werden und gehen bei den ersten Reifungsteilung jedes zu seiner Spermatozyte zweiter Ordnung, die also 10 Autosomen und ein X- oder ein Y-Chromosom erhalten.

Beim Pferde steht es mit unseren Kenntnissen insofern etwas besser, dass die von WODSEDALEK (1914) gegebenen Beschreibungen wenigstens nicht in direktem Widerspruch zu den Beobachtungen JORDANS stehen. Nach WODSEDALEK besitzt das Pferd im männlichen Geschlecht ein typisches unpaariges X-Chromosom von herzförmiger (nach JORDAN dreilappiger) Gestalt und bedeutend grösser als die Autosomen. Die Hälfte der Spermien enthält das X-Chromosom. Auch hier lassen sich die Spermien auf zwei verschiedene Grössenklassen verteilen. — KIRILLOW erwähnt nichts von einem Heterochromosom.

Nach JORDAN besitzen noch folgende Säuger im männlichen Geschlecht ein X-Chromosom, das zwar nur in dem Synapsis-Stadium und kurz vorher oder nachher sichtbar ist: Hund, Stier und Schaf.

Bei einer Fledermaus hat JORDAN (1912) in den Spermatogonien ein Element entdeckt, das er als ein X-Chromosom oder möglicherweise als ein Paar Idiochromosomen betrachtet; ähnlich liegen die Verhältnisse beim Manttier.

Auch die Maus besitzt nach JORDAN (1914) im männlichen Geschlecht Heterochromosomen. In der Synapsis kommt regelmässig ein einfacher Chromatinnucleolus vor. Er kann aber auch in gewissen Phasen doppelt auftreten, weshalb JORDAN zweifelhaft ist, ob er der Maus ein unpaariges X-Chromosom oder ein Paar Idiochromosomen zusprechen soll. Das Schicksal des X-Chromosoms während der Reifeteilungen ist nicht möglich zu verfolgen, denn man kann es nicht von den übrigen Chromosomen

unterscheiden, und exakte Angaben über die Chromosomenzahlen in den Spermatozyten, die ja eine Entscheidung zulassen, sind leider auch unmöglich.

Wenn ich jetzt nach der soeben gegebenen Übersicht unserer Kenntnisse von den Heterochromosomen bei den Säugern zur Beantwortung der Frage gehe, ob der intranukleare Körper in der Spermatogenese der Waldmaus als ein X-Chromosom aufzufassen ist oder nicht, so muss ich gestehen, dass ich ebenso zweifelhaft wie vorher bin. Nach der üblichen Auffassung der meisten von den zitierten Autoren könnte ich wohl ohne weitere Bedenken die Frage bejahen und zwar aus folgenden Gründen:

- 1:0 reagiert der intranukleare Körper auf die angewandten Farbstoffe wie ein Chromosom.
- 2:0 unterscheidet er sich von den eigentlichen Chromosomen dadurch, dass er während der ganzen Wachstumsperiode, vom leptotänen bis zum diplotänen Stadium, als ein scharf konturierter, kompakter Körper auftritt (Heteropyknose). Er liegt hierbei während der einseitigen Konzentration des Kerninhalts meistens in dem freien Teil des Kerns, also an dem entgegengesetzten Pole vom Idiosom, wie dies bei dem Pferde, der Maus und der Fledermaus der Fall ist.
- 3:0 kann es sich nicht um einen wahren Nukleolus (Plasmosom) handeln, denn nach Angaben verschiedener Verfasser verschwindet das Plasmosom bei den Säugern schon vor der Synapsis, also zu einer Zeit wenn der intranukleare Körper erst eben zum Vorschein kommt; eine Verwechslung wäre also ausgeschlossen.
- 4:0 findet man in der Anaphase der ersten Reifungsteilung Bilder, die als eine Heterokinese gedeutet werden können.

Die oben angeführten Gründe können zwar als Glieder einer Kette von Indizienbeweisen betrachtet werden, bindend scheinen sie mir kaum zu sein.

Was zunächst die Farbenreaktion betrifft, so ist es zwar richtig, dass der intranukleare Körper in den nach der Dreifachfärbungsmethode von FLEMMING behandelten Präparaten ganz ähnlich wie die Chromosomen reagierte, aber die Farbnuancen zwischen den wahren Nukleolen und den sogenannten Chromatinnukleolen, welche letzteren die Heterochromosomen darstellen, ist bei weitem nicht immer so deutlich, wie öfter behauptet wird. Ein besseres Kriterium würde zwar die Reaktion bei der EHRLICH-BIONDI'schen Färbung leisten, aber leider war es mir nicht möglich diese Methode anzuwenden, da bekanntlich in Osmiumsäure fixiertes Material sich hierzu nicht eignet. Es scheint mir also gewagt alzu grosses Gewicht auf die Farbenreaktion zu legen.

Auch sonst scheint mir die Möglichkeit, dass eine Verwechslung der Heterochromosomen mit wahren Nukleolen vorliegt, in manchen der in der Litteratur beschriebenen Fällen sowie in dem meinigen durchaus nicht ausgeschlossen. Ich möchte mich nämlich nicht unbedingt der Ansicht anschliessen, dass das Plamosom schon vor der Synapsis verschwindet. Oft mag dies wohl der Fall sein, aber sehr oft restituieren sich die Nukleolen wieder in der Interkinese, also gerade in dem Stadium, in welchem es am leichtesten sein müsste ein sicheres Kriterium für das Vorkommen eines unpaarigen Strukturelements zu erhalten. Gerade in dieser Beziehung liegen die Verhältnisse bei der Waldmaus besonders ungünstig. Während es in meinen Präparaten von *Homo* und *Hypudaens glareolus* nicht schwierig ist ein spezielles, charakteristisches Strukturelement während der Interkinese nachzuweisen, ist dies bei der Waldmaus ganz unmöglich.

Übrigens ist eine Verwechslung des Heterochromosoms auch mit anderen Kernelementen nicht ganz ausgeschlossen. Nicht selten wird beispielsweise Trophochromatin in Tropfenform ausgeschieden (vgl. Fig. 11, 12) und hierdurch wird die Identifizierung des Heterochromosoms, — falls dieses nicht von einer besonders leicht kenntlichen Gestalt, — sehr erschwert.

Was sodann die Bilder der Anaphase (Fig. 15 und 16) betrifft, so kann ich sie mit dem besten Willen nicht als ausschlaggebend betrachten. Zwar findet man in zahlreichen Abhandlungen über Heterochromosomen Abbildungen, die durchaus nicht mehr sagen als die meinigen von der Waldmaus. Wenn man aber in der folgenden Teilung keine deutlich erkennbare Differenz in der Chromosomenzahl oder leicht identifizierbare X- und Y-Chromosomen nachweisen kann, so scheint es mir sehr gewagt bloss auf dem Grunde gewisser Unregelmässigkeit in den Reifungsteilungen das Vorkommen von Geschlechtschromosomen als bewiesen anzusehen. Nachhinkende oder voraneilende Chromosomen, kleine Grössendifferenzen zwischen den Partnern desselben Chromosomenpaares und ähnliche Unregelmässigkeiten kommen nämlich durchaus nicht selten auch in dem homogametischen Geschlecht vieler Arten vor.

Die Vorsicht bietet mich also die Frage, ob die Waldmaus im männlichen Geschlecht ein unpaariges Heterochromosom oder eventuell zwei Idiochromosomen besitzt, bis auf weiteres offen zu lassen.

Zum Schluss möchte ich noch erwähnen, dass die Möglichkeit nicht ausgeschlossen ist, dass die Waldmaus zwei gleich grosse Idiochromosomen besitzt, wie JORDAN dies beispielsweise bei der Maus und einigen anderen Säugern für möglich hält. In dem Fall würden die beiden X-Chromosomen vermutlich schon viel früher als die übrigen Chromosomen konjugieren, und hierin läge also die Erklärung, dass man schon im leptotänen Stadium in der Regel nur einen intranuklearen Körper, ausnahmsweise aber

zwei findet. Unter dieser Voraussetzung könnten die in den SERTOLI'schen Zellen vorkommenden paarigen Körperchen an dem Nucleolus tatsächlich als Chromatinnukleolen aufgefasst werden. Aber, wie gesagt, alle Hypothesen in dieser oder jener Richtung haben nur den Wert von Spekulationen.

### Zusammenfassung der wichtigsten Resultate.

Bei der Waldmaus ist der Verlauf der Spermatogenese kein kontinuierlicher, sondern geschieht diskontinuierlich.

Die Kerne der SERTOLI'schen Zellen besitzen ein rundes Kernkörperchen und zwei äusserst charakteristische Chromatinnukleolen von bestimmter, immer gleicher Grösse und kugelförmiger Form.

Eine Synzesis im Sinne MOORES fehlt, wogegen am Ende des leptotänen und im Anfang des pachytänen Stadiums eine einseitige Orientierung der Chromosomen in der Richtung gegen das Idiosom deutlich ist.

Die Pseudoreduktion findet durch Parasyndese statt.

Die Anzahl der Chromosomen ist nicht möglich exakt festzustellen; die haploide Zahl kann dennoch auf einige und zwanzig geschätzt werden.

Es findet keine sekundäre Verbindung der Chromosomen nach der ersten Reifeteilung statt.

Vom leptotänen Stadium bis zur Prophase der ersten Reifungsteilung kann ein intranuklearer Körper deutlich beobachtet werden, der gewisse für die Heterochromosomen der Insekten charakteristische Eigenschaften zeigt. Vollständig sichere Beweise dafür, dass es sich tatsächlich um ein Heterochromosom oder eventuell um zwei X-Chromosomen handelte, sind nicht möglich zu erbringen.

Der chromatoide Körper tritt schon in dem pachytänen Stadium auf und ist noch in der zweiten Reifungsteilung erkennbar. Er zeigt deutliche Fettreaktion

## Zitierte Litteratur.

- Baehhuber, L. J.* 1916. The Behaviour of the Accessory Chromosomes and the Chromatoid Body in the Spermatogenesis of the Rabbit. Biol. Bull. XXX, p. 294—310, 3 Pl.
- Duesberg, J.* 1908 a. Les divisions des Spermatoocytes chez le Rat, (*Mus decumanus* Pall. variété albinos). Archiv für Zellforschung. Bd. I, p. 399—449, Pl. X.
- „ — 1908 b. La Spermatogénèse chez le Rat. Diss. W. Engelmann. Leipzig. 102 S., 2 Pl.
- „ — 1909. Note complémentaire sur la spermatogénèse du rat. Archiv f. Zellf. Bd III, p. 553—562.
- Federley, Harry.* 1913. Das Verhalten der Chromosomen bei der Spermatogenese der Schmetterlinge *Pygaera anachoreta*, *curtula* und *pigra* sowie einiger ihrer Bastarde. Zeitschr. f. induktive Abstammungs- und Vererbungslehre. Bd. 9, S. 1—110, Taf. 1—4.
- „ — 1914. Ein Beitrag zur Kenntnis der Spermatogenese bei Mischlingen zwischen Eltern verschiedener systematischer Verwandtschaft. Öfversigt af Finska Vet. Soc. Förh. LVIA, N:o 13.
- „ — 1915—1916. Chromosomenstudien an Mischlingen. I—III. Ibid. Bd LVII—LVIII.
- Gutherz, S.* 1907. Zur Kenntnis der Heterochromosomen. Archiv f. mikr. Anat. Bd. 69, S. 491—514.
- „ — 1911. Über den gegenwärtigen Stand der Heterochromosomen-Forschung, nebst Bemerkungen zum Problem der Geschlechtsdifferenzierung. Sitz. ber. der Ges. naturforsch. Freunde zu Berlin. S. 253—268.
- „ — 1912. Über ein bemerkenswertes Strukturelement (Heterochromosom?) in der Spermio-genese des Menschen. Archiv f. mikr. Anat. Abt. II, S. 79—95, Taf. VI.
- Guyer, Michael F.* 1910. Accessory Chromosomes in Man. Biol. Bull. Vol. XIX, p. 219—234, 1 Pl.
- „ — 1916. Studies on the Chromosomes of the common Fowl as seen in Testis and in Embryos. Biol. Bull. Vol. XXXI, p. 221—268, 7 Pl.
- Hartmann, Max.* 1918. Theoretische Bedeutung und Terminologie der Vererbungserscheinungen bei haploiden Organismen. Zeitschr. f. ind. Abst. u. Vererb. lehre. Bd 20, S. 1—26
- Jordan, H. E.* 1912 a. The Spermatogenesis of the Opossum (*Didelphys virginiana*) with special reference to the Accessory Chromosome and the Chondriosomes. Archiv f. Zellf. Bd. VII, p. 41—86, Pl. I—III.
- „ — 1912 b. Note on the Spermatogenesis of the Bat. Anat. Anz. XI, p. 513—532.
- „ — 1912 c. Heterochromosomes in mammals. Proc. Soc. Exp. Biol. and Med. Vol. X, p. 20—21.

- Jordan, H. E.* 1914. The Spermatogenesis of the Mongoose and a Further Comparative Study of Mammalian Spermatogenesis, with Special Reference to Sex Chromosomes. Carnegie Inst. of Washington. Publ. 182, p. 163—180, 1 Pl.
- Kirillow S.* 1912. Die Spermiogenese des Pferdes I. Archiv f. mikr. Anat. Abt. II, vol. 79, S. 125—147.
- Kirkham, William B.* 1907. Maturation of the Egg of the White Mouse. Trans. Connecticut Acad. of Art and Sciences. XIII, pp. 65—87, 8 Pl.
- Lams, Honoré.* 1913. Etude de l'œuf de Cobaya aux premiers stades de l'embryogenèse. Archiv de Biol. 28, p. 231—323. Pl. XI—XIV.
- Montgomery, Thomas H.* 1912. Human Spermatogenesis. Spermatoocytes and Spermiogenesis: A Study of Inheritance. Journal of the Academy of Nat. Sc. Philadelphia, 22 p. 4 Pl.
- Newman, H. H. and Patterson, J. C.* 1910. The Development of the nine-banded Armadillo from the primitive Streak Stage to Birth; with especial Reference to the Question of the specific Polyembryony. Journal of Morphology, vol. 21, pp. 359—424, 6 Pl.
- Robertson, W. Rees Bremner.* 1916. Chromosomes Studies III. Inequalities and Deficiencies in homologous Chromosomes: Their Bearing upon Synapsis and the Loss of Unit Characters. Journal of morphology, 26, pp. 109—142. Pl. 1—3.
- Schoenfeld, H.* 1902. La Spermatogenèse chez le taureau et chez les mammifères en général. Archives de Biologie, 18, p. 1—72, Pl. 1—2.
- Sobotta, J.* 1895. Die Befruchtung und Furchung des Eies der Maus. Archiv f. mikr. Anat. u. Entw. gesch. 45, S. 15—93. Taf. II—VI.
- „ — 1907. Die Bildung der Richtungkörper bei der Maus. Anat. Hefte, 106, S. 493—551. Taf. 21—22.
- Stevens, N. M.* 1911. Heterochromosomes in the Guinea-Pig. Biol. Bull. vol. XXI, pp. 155—167.
- Van Hoof, Lucien.* 1912 a. La Spermatogénèse dans les Mammifères. I. L'évolution de l'élément chromatique dans la spermatogénèse du Rat. La Cellule, T. XXVII, pp. 289—345, 4 Pl.
- „ — 1912 b. II. Le Synapsis dans les spermatoocytes des Mammifères. Ibid. p. 349—381, 2 Pl.
- Van Mollé, J.* 1905. La Spermiogénèse dans l'écureuil. La Cellule, T. XXIII, p. 5—52, 2 Pl.
- „ — 1907. Les Spermatoocytes dans l'écureuil. La Cellule, T. XXIV, p. 257—279, 1 Pl.
- Wodsedalek, J. E.* 1913. Spermatogenesis of the Pig with Special Reference to the Accessory Chromosomes. Biol. Bull. vol. XXV, p. 8—46, 6 Pl.
- „ — 1914. Spermatogenesis of the Horse with Special Reference to the Accessory Chromosome and the Chromatoid Body. Biol. Bull. XXVII, p. 295—324, 6 Pl.
- Winiwarter, Hans von.* 1900. Le corpuscule intermédiaire et le nombre des Chromosomes du Lapin. Archives de Biologie, XVI, p. 685—707.
- „ — 1912. Etudes sur la Spermatogenèse humaine. Archives de Biologie, 27, p. 91—189.

### Tafelerklärung.

Die Figuren sind alle nach Präparaten gezeichnet, die nach dem HEIDENHAIN'schen Eisenalaun-Hämatoxylin-Verfahren gefärbt waren. Als Kontrastfärbung kam Lichtgrün zu Verwendung. Die Bilder sind auf Objekttischhöhe mit Hilfe der ZEISS'schen Zeichenapparate gezeichnet. Vergrößerung: Zeiss' Apochromat 1.5 mm n. A. 1.3. Comp. Ocular 12.

- Fig. 1. Spermatogonien in der Prophase.  
 .. 2. Äquatorialplatte der Spermatogonienteilung.  
 .. 3. Profilansicht .. ..  
 .. 4. Späte Anaphase .. ..  
 .. 5. Spermatozyte I. im Ruhestadium.  
 .. 6. .. .. im leptotänen Stadium.  
 .. 7. .. .. im amphitänen ..  
 .. 8-10. .. .. im pachytänen ..  
 .. 11. .. .. im diplotänen ..  
 .. 12. .. .. Diakinese.  
 .. 13. Erste Reifeteilung, Äquatorialplatte.  
 .. 14. .. .. Profilansicht.  
 .. 15-16. .. .. Anaphasen.  
 .. 17. .. .. Telophase.  
 .. 18. .. .. Telophase, Übergang zur Interkinese.  
 .. 19. Spermatozyte II. Ruhestadium.  
 .. 20. .. .. Prophase der 2. Reifeteilung.









ACTA SOCIETATIS SCIENTIARUM FENNICÆ

TOM. XLVIII. N:o 7.

---

ÜBER DIE  
NUMERISCHE AUSFÜHRUNG  
DER  
UNIFORMISIERUNG

VON

P. J. MYRBERG.



HELSINGFORS 1920,  
DRUCKEREI DER FINNISCHEN LITTERATURGESELLSCHAFT.



## I. Einleitung.

1. Nach der Klein-Poincaréschen Uniformisierungstheorie ist es möglich jede analytische Funktion  $y(x)$  zu uniformisieren, d. h. eine Funktion  $z(x, y)$  zu finden, durch welche sich sowohl  $x$  als  $y$  als eindeutige Funktionen darstellen lassen. Diese Funktion, deren Wahl übrigens in hohem Grade willkürlich ist, genügt einer Differentialgleichung der Form

$$[z]_x = \varphi(x, y),$$

wo  $[z]_x$  den bekannten Schwarzischen Differentialausdruck

$$(1) \quad [z]_x = \frac{d^3 z}{d x^3} - \frac{3}{2} \left( \frac{d^2 z}{d x^2} \right)^2.$$

bedeutet, und wo  $\varphi(x, y)$  eine auf der zu  $y(x)$  gehörigen Riemannschen Fläche eindeutige analytische Funktion ist. Auf dieser Fläche ist  $z(x, y)$  eine stets einwertige, im Allgemeinen unendlich vieldeutige analytische Funktion, deren verschiedene Zweige von einander linear abhängen. Diese linearen Substitutionen bilden eine in der  $z$ -Ebene eigentlich diskontinuierliche Gruppe, deren Charakter durch die spezielle Wahl der „linearpolymorphen“ Funktion  $z(x, y)$  bedingt ist. Man kann z. B. erreichen, dass die Gruppe einen Grenzkreis besitzt, und gelangt in dieser Weise zu uniformisierenden Transzendenten, die namentlich bei allgemeinen Untersuchungen eine zentrale Stellung einnehmen.

Dagegen sind z. B. in dem Spezialfalle, wo  $y(x)$  eine algebraische Funktion ist, auch diejenigen polymorphen Funktionen von hervorragendem Interesse, welche zu Gruppen mit komplexen Substitutionskoeffizienten führen. Hierher gehören u. a. diejenigen Gruppen, deren Polygonnetz die ganze  $z$ -Ebene bis auf unendlich viele diskrete Grenzpunkte bedeckt, und unter welchen die Gruppen des Schottkyschen Typus den bekanntesten Spezialfall bilden.

2. Die „Fundamentaltheoreme der automorphen Funktionen“, welche die Existenz der polymorphen Funktionen verschiedener Art bei gegebenen analytischen Gebilden behaupten, sind neuerdings besonders durch die Arbeiten von KOEBE vollständig bewiesen worden. Man hat aber bisher nur wenige Versuche gemacht, um die Uniformisierung mit geeigneten Hilfsmitteln wirklich durchzuführen.

Zu diesem Zwecke kann man sich zweier verschiedener Methoden bedienen.

Die erstere nimmt Anschluss an die Differentialgleichung (1), in welcher im Falle algebraischer Funktionen die rechte Seite in  $x$  und  $y$  rational ist. Zur Definition dieser rationalen Funktion dienen zunächst gewisse algebraische Bedingungen, welche dieselbe bis auf eine Anzahl unbekannter Koeffizienten bestimmen. Diese „akzessorischen Parameter“ werden dann durch die übrigen transzendenten Bedingungen eindeutig festgelegt. Und nun besteht die betreffende Methode darin, dass man diese Parameter wirklich zu berechnen versucht. Wegen der komplizierten Natur der transzendenten Bedingungen hat man aber diese Berechnung nur bei den niedersten Fällen durchführen können<sup>1)</sup>.

3. Es ist bei dieser Sachlage von Interesse, dass man im Besitze einer zweiten Methode ist, die nicht mit so grossen Schwierigkeiten verbunden zu sein scheint. Die bezügliche Idee findet sich zum ersten Male bei POINCARÉ in der berühmten Abhandlung *Mémoire sur les groupes des équations linéaires*<sup>2)</sup>, wo die polymorphen Funktionen als Grenzfälle algebraischer Funktionen betrachtet werden.

Nach diesem Prinzip, welches in der Theorie der elliptischen Funktionen in der Landenschen Transformation und der Gaussischen Methode des arithmetisch-geometrischen Mittels sein Vorbild hat, wird die Berechnung der polymorphen Funktion auf eine unendliche Folge von Wurzelanziehungen zurückgeführt. Später hat auch SCHLESINGER<sup>3)</sup> sich mit dieser Methode beschäftigt, und neuerdings kommen Operationen derselben Art bei KOEBE<sup>4)</sup> vor (Schmiegungsverfahren).

4. Man kann das Poincarésche Prinzip z. B. in folgender Form aussprechen:

Wenn irgend eine irreduzible algebraische Gleichung zwischen  $x$  und  $y$

$$P(x, y) = 0$$

gegeben ist, so ist es stets möglich, und zwar auf unendlich viele wesentlich verschiedene Weisen, eine unendliche Folge rationaler Transformationen

$$(2) \quad x_n = r(x_{n+1}) \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (x_0 = x)$$

zu finden, so dass die algebraische Funktion  $x_n(x)$  sich bei unbegrenzt wachsendem  $n$  einer transzendenten Grenzfunktion  $z(x)$  nähert, in welcher sowohl  $x$  als  $y$  eindeutig werden.

Bei den Gebilden ersten Geschlechtes ist man schon lange im Besitze einer solchen Transformationskette gewesen. Wenn nämlich in der bezüglichen Gleichung, die in der Form

$$(3) \quad y^2 = \frac{x - a_1}{x - b_1} \cdot \frac{x - a_2}{x - b_2} \quad (a_1 < b_1 < a_2 < b_2)$$

<sup>1)</sup> ROTHE, H. Ueber das Grundtheorem und die Obertheoreme der automorphen Funktionen im Falle der Hermite-Laméschen Gleichung mit vier singulären Punkten (Monatsh. für Mathem. u. Phys. 19 (1908)).

<sup>2)</sup> Acta mathematica, Bd. 4 (1884) S. 285—302.

<sup>3)</sup> SCHLESINGER, L. Zur Theorie der Fuchs'schen Funktionen (Crelles Journal 105 (1889)).

<sup>4)</sup> KOEBE, P. Über eine neue Methode der konformen Abbildung und Uniformisierung (Göttinger Nachrichten (1912) S. 861—878).

geschrieben sei, die Landensche Substitution

$$(4) \quad \frac{x - a_1}{x - b_1} = \left( \frac{x_1 - c_1}{x_1 - d_1} \right)^2,$$

wo

$$c_1 = \frac{b_1 + a_1}{2} - \frac{b_1 - a_1}{4}, \quad d_1 = \frac{b_1 + a_1}{2} + \frac{b_1 - a_1}{4}$$

ist, gemacht wird, wird dieselbe in eine neue Gleichung der Form

$$(5) \quad y^2 = \frac{x_1 - a_1'}{x_1 - b_1'} \cdot \frac{x_1 - a_2'}{x_1 - b_2'} \left[ R_1(x_1) \right]^2$$

transformiert, wobei die Entfernung der beiden äusseren Windungspunkte der zugehörigen Riemannschen Fläche verkleinert, diejenige der mittleren Windungspunkte aber vergrössert wird<sup>1)</sup>.

Wir führen nachher eine neue Landensche Substitution aus, indem wir in der früheren (4) die links stehenden Windungspunkte von (3) durch die rechts stehenden Windungspunkte  $a_2'$ ,  $b_2'$  von (5) ersetzen, und alsdann eine unendliche Folge analoger Transformationen, welche für gerades bzw. ungerades  $n$  durch

$$\frac{x_n - a_1^{(n)}}{x_n - b_1^{(n)}} = \left( \frac{x_{n+1} - c_1^{(n)}}{x_{n+1} - d_1^{(n)}} \right)^2, \quad \text{bzw.} \quad \frac{x_n - a_2^{(n)}}{x_n - b_2^{(n)}} = \left( \frac{x_{n+1} - c_2^{(n)}}{x_{n+1} - d_2^{(n)}} \right)^2$$

definiert werden, wo  $a_1^{(n)}$ ,  $b_1^{(n)}$ ,  $a_2^{(n)}$ ,  $b_2^{(n)}$  die Windungspunkte der nach Ausführung der  $n$  ersten Landenschen Substitutionen erhaltenen Riemannschen Fläche

$$y^2 = \frac{x_n - a_1^{(n)}}{x_n - b_1^{(n)}} \cdot \frac{x_n - a_2^{(n)}}{x_n - b_2^{(n)}} \cdot \left[ R_n(x_n) \right]^2$$

sind. Hierbei nähern sich die Windungspunkte paarweise unbegrenzt einander, und man erhält beim Grenzübergang  $n = \infty$  eine über die  $z$ -Ebene ausgebreitete Riemannsche Fläche

$$y^2 = [R_\infty(z)]^2,$$

deren beide Blätter durch die zu zwei Doppelpunkten

$$a = \lim_{n \rightarrow \infty} a_1^{(n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} b_1^{(n)}, \quad b = \lim_{n \rightarrow \infty} a_2^{(n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} b_2^{(n)}$$

ausgearteten Windungspunktpaare vollständig von einander getrennt sind. Mit anderen Worten: es ist nicht nur  $x$ , sondern auch  $y$  eine eindeutige Funktion von  $z$ . Hierbei gewinnt man durch die Grenzausdrücke

$$\lim x_n(x), \quad \lim R_n(x)$$

eine analytische Darstellung von  $x$  und  $y$  als doppelperiodische Funktionen des Arguments

$$\log \frac{z - a}{z - b}.$$

<sup>1)</sup> Wegen der näheren Einzelheiten vgl. No. 30.

Entsprechendes gilt nun auch bei den Gebilden höherer Geschlechter. Man erhält wie vor eine unendliche Folge von Riemannschen Flächen mit konstanter Blätterzahl, jedoch mit dem Unterschied, dass die Anzahl der Windungspunkte und somit auch das Geschlecht mit  $n$  unendlich werden. An der Grenze ergibt sich eine über die Ebene der polymorphen Funktion  $z = \lim x_n$  ausgebreitete Riemannsche Fläche, deren unendlich viele paarweise mit einander koinzidierende Windungspunkte mit den unendlich vielen Grenzpunkten der zugehörigen Gruppe zusammenfallen, wobei die Blätter wieder isoliert werden und  $y$  also eine eindeutige Funktion von  $z$  wird.

5. Nachdem irgend eine Folge rationaler Funktionen der erwähnten Art gefunden ist, kann man, von einem gegebenen Wert der Veränderlichen  $x$  ausgehend, die zugehörigen Werte von  $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$  berechnen, indem man eine Reihe von algebraischen Gleichungen auflöst, die oben allgemein mit

$$(2) \quad r(x_{n+1}) = x_n$$

bezeichnet wurden. Man kann in dieser Weise für jeden gegebenen Wert  $x$  den zugehörigen Wert der polymorphen Funktion  $z$  mit vorgeschriebener Genauigkeit ermitteln.

Bei unserem Standpunkt werden natürlich diejenigen polymorphen Funktionen von der grössten Bedeutung sein, die zu möglichst einfachen Gleichungen (2) führen. Eine besonders wichtige Funktion dieser Art ist diejenige, deren Existenz von KLEIN<sup>1)</sup> in dem sog. *Sicheltheorem* ausgesprochen ist. Dieses Theorem lautet:

*Wenn auf der schlichten Ebene eine gerade Anzahl Punkte  $a_i, b_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) markiert ist, welche je zwei,  $a_i$  und  $b_i$ , mit bestimmten positiven ganzen Zahlen  $\mu_i$  (inkl.  $\infty$ ) behaftet und mit einander durch Schnitte vereinigt sind, so gibt es eine polymorphe Funktion, welche die geschnittene Ebene auf einen Bereich abbildet, der durch „Ineinanderziehung“ der zweieckförmigen Fundamentalbereiche gewisser zyklischen Gruppen gebildet werden kann.*

Wir werden sehen, dass in diesem Falle die Gleichungen (2) binomische Gleichungen sind, vorausgesetzt, dass alle  $\mu$  endlich sind, woraus folgt, dass die Berechnung der polymorphen Funktion auf Wurzelausziehungen zurückgeführt wird.

In der obigen Weise lassen sich alle algebraischen Funktionen uniformisieren. Aber auch gewisse transzendenten Funktionen werden in unserer Hilfsvariablen eindeutig. Um besonders auf die Abelschen Integrale dritter Gattung Rücksicht nehmen zu können, soll auch die Möglichkeit  $\mu = \infty$  zugelassen sein. In diesem Falle wird man neben etwaigen elliptischen erzeugenden Substitutionen auch parabolische erhalten, wobei die binomische Gleichung in eine exponentielle übergeht.

Die von uns gewählten uniformisierenden Transzendenten zeigen noch ein sehr geeignetes Verhalten bei der umgekehrten Aufgabe, nämlich bei der Aufstellung der Formeln, welche die verschiedenen Funktionen durch die uniformisierende Hilfsvariable ausdrücken. Wir haben nämlich in einer früheren Arbeit gezeigt, dass bei den Gruppen der betrachteten Art die Poin-

<sup>1)</sup> Der Satz bildet eigentlich einen Spezialfall eines allgemeineren, ebenfalls von KLEIN ausgesprochenen Satzes, welcher von KOEBE bewiesen ist (*Mathematische Annalen* Bd. 69, S. 1–81 (1910)).

caréschen Reihen ( $-2$ )<sup>ter</sup> Dimension absolut konvergent sein können<sup>1)</sup>. Hieraus ergibt sich die Möglichkeit, diese analytische Darstellung äusserst bequem mittels jener Reihen bzw. der Schottkyschen Produkte zu bewerkstelligen. Bei Grenzkreisgruppen, auf welche sich übrigens die Arbeit von POINCARÉ bezieht, ist dies nach dem Ritterschen Satz bekanntlich nicht der Fall.

6. Als Ausgangspunkt für die folgenden Betrachtungen dient die mit einer Anzahl  $m$  Einschnitte  $a_i, b_i$  versehene  $x$ -Ebene, die je mit einer positiven ganzen Zahl  $\mu_i$  behaftet sind. Es handelt sich um die Berechnung derjenigen linearpolymorphen Funktion  $z(x)$ , die nach dem Siegeltheorem bis auf eine lineare Transformation bestimmt ist und welche die Signatur  $(0, m; \mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m)$  hat. Zur Kenntnis der Gruppe dieser Funktion reicht es hin, ihre erzeugenden Substitutionen zu berechnen. Das zu lösende Problem können wir uns in zwei Aufgaben geteilt denken. Erstens handelt es sich darum, die Kette der Transformationen (2) explizite aufzustellen, und zweitens, die Schuelligkeit der Konvergenz der zugehörigen Wurzeloperationen zu untersuchen. Hierbei kann man zwei verschiedene, einander entgegengesetzte Verfahren einschlagen, jenachdem man die Grössen  $x, x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$  als algebraische Funktionen der ersten unter ihnen  $x$ , oder als eindeutige automorphe Funktionen der letzten unter ihnen, nämlich  $z = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n$  betrachtet. Wenn es sich um die Existenzbeweise handelt, so empfiehlt sich die erste Methode, in welchem Falle die Aufstellung der Gleichungen (2) ein einfaches Problem der Analysis situs bildet. Wir glauben jedoch für unsere Entwicklungen eine anschaulichere Form dadurch zu gewinnen, dass wir von der zweiten Darstellungsform Gebrauch machen, welche uns gestattet, unsere Aufgabe als Problem der Transformation der automorphen Funktionen zu behandeln. Von grundlegender Bedeutung wird hierbei der Satz sein, welcher besagt, dass *zwischen zwei automorphen Funktionen, deren Gruppen kommensurabel sind, d. h. welche als Untergruppen vom endlichen Index einer und derselben Gruppe aufgefasst werden können, algebraisch mit einander verbunden sind.*

Was die explizite Darstellung der Konvergenzkriterien betrifft, so geschieht sie in gewissen speziellen Fällen durch ganz elementare Betrachtungen, in allgemeineren Fällen aber mittels eines Satzes, der als eine Verallgemeinerung eines Satzes von KOEBE angesehen werden kann. Der Verzerrungssatz, welchen man mit so grossem Erfolg bei verschiedenen Existenzbeweisen angewandt hat, scheint für unseren Zweck weniger geeignet zu sein.

<sup>1)</sup> Zur Theorie der Konvergenz der Poincareschen Reihen (Zweite Abhandlung) (Annales Academiae scientiarum fennicae Ser. A. Tom. XI N:o 4 (1917)).

## II. Lösung des gruppentheoretischen Problems.

### A. Definition der Untergruppen.

7. Es seien

$$S_1, S_2, \dots, S_m$$

elliptische Substitutionen, deren Perioden  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m$  irgend welche positiven ganzen Zahlen sind. Wenn wir eine Zahl  $\mu = \infty$  setzen, so soll hiermit verstanden werden, dass die entsprechende Substitution parabolisch ist.

Eine beliebige  $S_i$  unter diesen Substitutionen bildet mit ihren positiven und negativen Potenzen eine zyklische Gruppe der Ordnung  $\mu_i$ . Die Polygonteilung dieser Gruppe wird gewonnen, indem man von dem einen Fixpunkt von  $S_i$  zum anderen eine sich nicht schneidende Kurve zieht, welche nur der Bedingung unterworfen ist keine bezüglich der zyklischen Gruppe äquivalenten Punkte zu enthalten. (Im parabolischen Falle zieht man eine durch den Fixpunkt gehende geschlossene Kurve). Vermittels der Potenzen von  $S_i$  wird dann als Polygonnetz eine Anzahl von nebeneinander gelegenen Zweiecken erhalten, welche in den Fixpunkten ihre gemeinsamen Spitzen haben. Indem wir unter diesen Zweiecken dasjenige fortlassen, welches sich ins Unendliche erstreckt, erhalten wir einen Bereich, den wir kurz „Sichel“ nennen.

Wir nehmen jetzt eine Anzahl elliptischer oder parabolischer Substitutionen, deren Sichelu ausserhalb einander gewählt werden können. Unter dieser Bedingung ist die von ihnen erzeugte Gruppe  $\Gamma$  sicher eigentlich diskontinuierlich. Der Fundamentalbereich dieser Gruppe besteht aus dem ausserhalb der Sichelu gelegenen Teil der Ebene.

Vermöge der Substitutionen von  $\Gamma$  wird man eine unendliche Anzahl von ineinander geschalteten Sichelu erhalten. Indem wir den ursprünglichen Sichelu die Stufenzahl Eins beilegen, nennen wir die von ihnen nächst umschlossenen Sichelu „Sichelu zweiter Stufe“, u. s. w. Bei unbegrenzt wachsender Stufenzahl werden die Dimensionen der Sichelu unendlich klein. Sie häufen sich dabei nach den unendlich vielen Grenzpunkten der Gruppe.

Unsere Gruppe  $\Gamma$  hat das Geschlecht Null. Zu diesem Ergebnis gelangt man ganz einfach, wenn man vermittels einer stereographischen Projektion zu der Riemannschen Kugelfläche übergeht und dort den Fundamentalbereich in eine geschlossene Mannigfaltigkeit verwandelt, indem man durch eine stetige Deformation die paarweise äquivalenten Randpunkte jeder einzelnen Sichelu zusammenfallen lässt. Man erhält dann eine Vollkugel, die ja eine Fläche vom Geschlecht Null ist.

8. Wir fügen jetzt dem Fundamentalbereich  $B$  von  $\Gamma$  alle diejenigen Bereiche hinzu, welche aus ihm vermittle der Potenzen einer beliebig gewählten erzeugenden Substitution  $S_k$  hervorgehen, und erhalten einen zusammenhängenden, von Sicheln begrenzten Bereich  $B_1$ , welcher den Fundamentalbereich einer gewissen Untergruppe  $\Gamma_1$  bildet. Diese Gruppe  $\Gamma_1$ , welche neben den Substitutionen

$$S_1, S_2, \dots, S_{k-1}, S_{k+1}, \dots, S_m$$

die folgenden

$$S_k^{-\tau} S_i S_k^{\tau} \quad \left. \begin{array}{l} \tau = 1, 2, \dots, \mu_k - 1 \\ i = 1, 2, \dots, k-1, k+1, \dots, m \end{array} \right\}$$

als erzeugende Substitutionen hat, ist von derselben Art wie  $\Gamma$ . Man kann ferner die Substitutionen von  $\Gamma$  in  $\mu_k$  Horizontalreihen

$$(6) \quad \begin{array}{ccccccc} 1 & S_1 & S_2 & S_3 & \dots & & \\ T_1 & T_1 S_1 & T_1 S_2 & T_1 S_3 & \dots & & \\ T_2 & T_2 S_1 & T_2 S_2 & T_2 S_3 & \dots & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & & \\ T_{\mu_k-1} & T_{\mu_k-1} S_1 & T_{\mu_k-1} S_2 & T_{\mu_k-1} S_3 & \dots & & \end{array}$$

ordnen, wo die erste Reihe die Gesamtheit der Substitutionen von  $\Gamma_1$  enthält und wo  $T_1, T_2, \dots, T_{\mu_k-1}$ , welche die von der Identität verschiedenen Potenzen von  $S_k$  darstellen, ein „Repräsentantensystem“ der Untergruppe  $\Gamma_1$  bezüglich der Gruppe  $\Gamma$  bilden<sup>1)</sup>.

In der Tat sei  $\Sigma$  irgend eine Substitution von  $\Gamma$ . Das zugehörige Polygon bildet mit gewissen  $\mu_k - 1$  anderen damit hinsichtlich  $\Gamma$  kongruenten Polygonen ein Polygon von  $\Gamma_1$ . Wenn mit  $S$  die zugehörige Substitution von  $\Gamma_1$  bezeichnet wird, so wird das erstgenannte, der Substitution  $\Sigma$  angehörige Polygon durch  $S^{-1}$  auf einen Bereich abgebildet, welcher einer gewissen Potenz  $T_\nu$  von  $S_k$  entspricht. Aus  $\Sigma S^{-1} = T_\nu$  folgt aber

$$\Sigma = T_\nu S,$$

womit bewiesen ist, dass  $\Gamma_1$  eine Untergruppe des Index  $\mu_k$  von  $\Gamma$  ist.

Wir können jetzt die Gruppe  $\Gamma_1$  in ähnlicher Weise zerlegen, und indem wir so weiter gehen, definieren wir eine unendliche Folge von Untergruppen

$$\Gamma, \Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \dots, \Gamma_\nu, \dots$$

unter welchen jede in allen vorgehenden als Untergruppe enthalten ist. Bei der Wahl dieser Untergruppen hat man nur daran festzuhalten, dass die zugehörigen Fundamentalbereiche sich bei unbegrenzt wachsendem Index  $n$  über das ganze Polygonnetz ausdehnen, d. h. keinen von den Grenzpunkten verschiedenen Punkt unbedeckt lassen. Im Falle lauter elliptischer Substitutionen wachsen dabei die Stufenzahlen der Randsicheln der Fundamentalbereiche mit dem Index  $n$  unbegrenzt.

<sup>1)</sup> Wegen der Terminologie vgl. R. FRICKE und F. KLEIN, *Vorlesungen über die Theorie der elliptischen Modulfunktionen*, Bd. I S. 310.

9. Wir führen hier eine Klassifizierung der Substitutionen der vorgelegten Gruppe  $T$  ein, indem wir eine Substitution

$$(7) \quad S_{i_1}^{\tau_1} S_{i_2}^{\tau_2} \dots S_{i_\nu}^{\tau_\nu}$$

die  $\nu$  Potenzen der Primfaktoren enthält, eine „Substitution  $\nu^{\text{ter}}$  Stufe“ nennen und kurz mit  $S_{(\nu)}$  bezeichnen. Vermöge (7) wird jede Randsichel  $S_i$ , wo  $i \neq i_1$  ist, auf eine Sichel  $(\nu + 1)^{\text{ter}}$  Stufe abgebildet.

Ferner bemerken wir, dass allgemein eine Sichel  $(\nu + 1)^{\text{ter}}$  Stufe eine zyklische Gruppe von Substitutionen  $(2\nu + 1)^{\text{ter}}$  Ordnung definiert, deren Fundamentalbereich aus dem Äusseren der Sichel besteht. Für die oben besprochene Sichel z. B. hat diese zyklische Gruppe  $S_{(\nu)}^{-1} S_i S_{(\nu)}$  als erzeugende Substitution.

Es sei nun  $N$  die kleinste Stufenzahl der Randsicheln des Fundamentalbereichs  $B_n$  von  $T_n$ . Die niederste bei den erzeugenden Substitutionen von  $T_n$  auftretende Stufenzahl ist dann  $2N - 1$ . Wir behaupten, dass jede Substitution von  $T_n$ , die keine Potenz der ersteren ist, von höherer als  $(2N - 1)^{\text{ter}}$  Stufe ist.

Zum Beweis schreiben wir eine beliebige Substitution  $S_{(\nu)}$  von  $T_n$  in der Form

$$S_{(\nu)} = S_{(N-1)} S_i^{\tau} S_{(\nu-N)},$$

wo  $S_i$  eine erzeugende Substitution von  $T$  ist. Wenn  $\zeta$  ein Fixpunkt von  $S_i$  ist, liegt der Punkt  $S_{(N-1)}^{-1}(\zeta)$  als Eckpunkt einer Sichel  $N^{\text{ter}}$  Stufe auf der Berandung von  $B_n$  oder innerhalb  $B_n$ . Der mit  $S_{(N-1)}^{-1}(\zeta)$  in bezug auf  $T_n$  äquivalente Punkt  $S_{(\nu-N)}(\zeta)$  muss dann entweder mit dem ersteren Punkt zusammenfallen oder ausserhalb  $B_n$  liegen, denn zwei verschiedene Eckpunkte der Randsicheln von  $B_n$  können nicht mit einander in bezug auf  $T_n$  konjugiert sein. Im ersten Falle, wo  $S_{(\nu)}$  offenbar eine erzeugende Substitution von  $T_n$  oder eine Potenz einer solchen Substitution ist, hat man  $\nu - N = N - 1$ , oder  $\nu = 2N - 1$ , im zweiten Falle ist wieder  $\nu - N > N - 1$  oder also  $\nu > 2N - 1$ , womit unsere Behauptung bewiesen ist.

## B. Bildung der Hauptfunktionen.

10. Die automorphen Funktionen einer Gruppe vom Geschlecht Null können bekanntlich durch eine spezielle unter ihnen rational dargestellt werden. Um diese Hauptfunktion, die im Fundamentalbereich einwertig ist, im vorliegenden Falle eindeutig zu fixieren, setzen wir fest, dass sie in der Umgebung des unendlich fernen Punktes eine Reihenentwicklung der Form

$$z + \frac{c_1}{z} + \frac{c_2}{z^2} + \dots$$

gestatte. Dass zwei verschiedene Funktionen dieser Bedingung nicht genügen können, ist daraus einzusehen, dass im entgegengesetzten Falle ihre Differenz eine überall endliche automorphe Funktion, also eine Konstante sein würde, die hier insbesondere den Wert Null hätte, weil in der obigen Reihenentwicklung kein von  $z$  freies Glied auftritt.

Hinsichtlich der unendlichen Folge der in obiger Weise definierten Hauptfunktionen

$$(8) \quad f(z), f_1(z), f_2(z), \dots, f_n(z), \dots$$

der sukzessiven Untergruppen gilt der folgende

**Satz.** Die Gleichung

$$\lim_{n=\infty} f_n(z) = z$$

besteht gleichmässig in jedem Bereich, der keinen Grenzpunkt der Gruppe  $\Gamma$  im Innern oder auf dem Rande enthält.

Den entsprechenden Satz haben POINCARÉ<sup>1)</sup> und SCHLESINGER<sup>2)</sup> für gewisse Hauptkreisgruppen bewiesen. In unserem Beweis werden wir einem Verfahren folgen, welches von KOEBE u. a. beim Beweis des S. 6 erwähnten allgemeinen Uniformisierungssatzes angewandt worden ist<sup>3)</sup> und welches wesentlich auf dem Verzerrungssatze und der Cauchyschen Integralformel beruht.

11. Wir wählen  $z$  zunächst im Innern von  $B$ , ferner die Zahl  $N$  beliebig und dann  $n$  so gross, dass  $B_n$  von Sicheln begrenzt ist, die sämtlich von  $N^{\text{ter}}$  oder höherer Stufe sind. Nach No 8 ist dies stets möglich, wenn keine parabolischen Substitutionen vorhanden sind. In dem folgenden Beweis wird diese beschränkende Voraussetzung gemacht<sup>4)</sup>.

Wir bezeichnen mit  $C_\mu$  eine beliebige Randkurve des Bereichs  $F_\mu$ , welcher von der Gesamtheit der Sicheln  $\mu^{\text{ter}}$  Stufe begrenzt ist. Für  $\mu < N$  ist dann  $F_\mu$  sicher ein Teil von  $B_n$ .

Um den Nullpunkt als Mittelpunkt ziehen wir jetzt einen Kreis  $K$  mit dem Radius  $\varrho$ , welcher den Punkt  $z$  sowie die Gesamtheit der Sicheln umschliesst. Für die Funktion

$$q_n(z) = f_n(z) - z,$$

welche im Bereiche  $B_n$  überall eindeutig und regulär ist, hat man auf Grund des Cauchyschen Lehrsatzes die Darstellung

$$(9) \quad q_n(z) = \frac{1}{2\pi i} \sum \int_{C_\mu} \frac{q_n(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta + \frac{1}{2\pi i} \int_K \frac{q_n(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta,$$

wo für  $C_\mu$  der Reihe nach sämtliche Randkurven von  $F_\mu$  zu setzen sind.

Das letzte Integral hat offenbar den Wert Null. Ein beliebiges Glied der ersten Summe schreiben wir in der Form

$$\int_{C_\mu} \frac{q_n(\zeta) - q_n(\zeta_0)}{\zeta - z} d\zeta.$$

<sup>1)</sup> <sup>2)</sup> Vgl. die die Noten <sup>2)</sup> und <sup>3)</sup> S. 4.

<sup>3)</sup> *Mathematische Annalen*, Bd. 69, S. 1—81.

<sup>4)</sup> Wir werden später unter gewissen Voraussetzungen einen neuen Beweis dieses Satzes geben, welcher auch im Falle parabolischer Substitutionen gültig bleibt.

wo  $\zeta_0$  ein auf der Kurve  $C_\mu$  beliebig genommener Punkt ist. Wenn  $d$  die kleinste Entfernung des Punktes  $z$  von der Berandung des Bereichs  $B$  ist, wenn ferner  $\Delta_\mu^{(n)}$  die Schwankung von  $f_n(z)$  auf  $C_\mu$  und  $l_\mu$  die Länge von  $C_\mu$  bedeutet, so wird ersichtlich das obige Integral dem absoluten Betrage nach kleiner als

$$\frac{l_\mu}{d} \left( \Delta_\mu^{(n)} + \frac{1}{2} l_\mu \right) < \frac{1}{2d} \left( 2l_\mu^2 + \Delta_\mu^{(n)2} \right).$$

und es gilt also die Ungleichung

$$(10) \quad |f_n(z) - z| < \frac{1}{2\pi d} \sum l_\mu^2 + \frac{1}{4\pi d} \sum \Delta_\mu^{(n)2},$$

die Summierung über die sämtlichen Randkurven von  $F_\mu$  bzw. die bezüglichen Schwankungen von  $f_n(z)$  erstreckt.

Für den Beweis des Satzes ist es also hinreichend zu zeigen, dass bei einer beliebig vorgeschriebenen kleinen positiven Zahl  $\varepsilon$  die Ungleichungen

$$(11) \quad \sum l_\mu^2 < \varepsilon, \quad \sum \Delta_\mu^{(n)2} < \varepsilon$$

stets für genügend grosse Werte gelten, wenn  $\mu$  passend gewählt ist.

12. Es sei  $S_\mu(z)$  diejenige Substitution der Gruppe  $\Gamma$ , welche den Fundamentalbereich  $B$  auf einen Teilbereich von  $F_\mu$  abbildet, der mit  $F_\mu$  die Randkurve  $C_\mu$  gemeinsam hat. Die Grösse  $\Delta_\mu^{(n)}$  können wir dann als die Schwankung der Funktion

$$\psi(z) = f_n(S_\mu(z))$$

auf der zu  $C_\mu$  äquivalenten Randkurve  $C_\mu^{(0)}$  des Bereichs  $B$  auffassen. Wenn wir nunmehr  $\mu < N-1$  wählen, so wird  $\psi(z)$  eindeutig und einwertig nicht nur in  $B$ , sondern auch in dem grösseren Bereich  $F_1$ , welcher von den Sicheln zweiter Stufe begrenzt ist und den Bereich  $B$  als einen ganz im Innern liegenden Teilbereich enthält.

Auf den innerhalb des oben definierten Kreises  $K$  liegenden Teil  $B$  von  $B$ , wo  $\psi(z)$  eindeutig, regulär und einwertig ist, wollen wir nun den Koebeschen Verzerrungssatz in seiner allgemeinen Form<sup>1)</sup> anwenden. Wir erhalten dann für zwei beliebige Punkte  $z_1$  und  $z_2$  des Bereichs  $B$  die doppelte Ungleichung

$$\frac{1}{q} < \left| \frac{\psi'(z_1)}{\psi'(z_2)} \right| < q,$$

wo  $q$  eine nur von der Form des Bereichs  $\bar{B}$  und von  $q$  abhängige positive Grösse ist.

Es sei jetzt  $\kappa_0$  ein Kreis in  $\bar{B}$  mit dem Flächeninhalt  $t_0$ , ferner  $t_\mu^{(n)}$  der Inhalt des vermittle  $\psi(z) = f_n(S_\mu(z))$  erhaltenen schlichten Bildbereichs von  $K_0$ . Dann ist

$$(12) \quad t_\mu^{(n)} > \psi'(z)_{\text{Min.}}^2 \cdot t_0,$$

<sup>1)</sup> Vgl. R. FRICKE und F. KLEIN, *Vorlesungen über die Theorie der automorphen Funktionen*, Bd. II, S. 514.

und auf der anderen Seite ist

$$(12)' \quad \Delta_{\mu}^{(n)} < \vartheta'(z) \max. \frac{l_{\mu}^{(0)}}{2},$$

wo  $l_{\mu}^{(0)}$  die Länge von  $C_{\mu}^{(0)}$  bezeichnet. In diesen Ungleichungen sind die extremen Werte im Bereiche  $\bar{B}$  inkl. des Randes zu nehmen. Aus (12) und (12)' folgt dann

$$(13) \quad \frac{\Delta_{\mu}^{(n)^2}}{t_{\mu}^{(n)}} < \frac{\vartheta^2 l_{\mu}^{(0)^2}}{4 t_0}.$$

13. Wenn wir  $S_{\mu}$  die Gesamtheit derjenigen Substitutionen durchlaufen lassen, deren zugehörige Polygone innerhalb  $F_{N-1}$  liegen, erhalten wir vermittle der Funktionen  $f_n(S_{\mu}(z))$  eine Anzahl Bildbereiche von  $z_0$ , welche getrennt von einander und innerhalb eines gewissen von  $n$  unabhängigen Kreises liegen.

Der erste Teil dieser Behauptung folgt unmittelbar daraus, dass  $z_0$  innerhalb des Fundamentalbereichs  $B$  gewählt wurde und dass  $f_n(z)$  im Bereiche  $F_{N-1}$  einwertig ist. Um den letzteren Teil zu erklären, weisen wir auf den bekannten Satz von KOEBE<sup>1)</sup> hin, wonach eine für

$$0 < |z| < R$$

eindeutige, reguläre und einwertige analytische Funktion, welche in der Umgebung des Nullpunktes eine Reihenentwicklung der Form

$$\frac{1}{z} + c_1 z + c_2 z^2 + \dots$$

besitzt, auf der Peripherie des Kreises

$$|z| = r \leq R$$

dem absoluten Betrage nach unterhalb  $\frac{k}{r}$  liegt, wo  $k$  eine gewisse, von der Wahl der Funktion unabhängige numerische Konstante ist. Auf die Funktion  $f_n\left(\frac{1}{z}\right)$  angewandt, gibt uns dieser Satz die Ungleichung

$$|f(z)|_{|z|=r} < k \varrho$$

die für jeden Wert für  $n$  gilt. Dann ist aber

$$\sum_{\mu} t_{\mu}^{(n)} < \pi k^2 \varrho^2,$$

die Summierung über alle vermittle der verschiedenen Funktionen  $f_n(S_{\mu}(z))$  erhaltenen Bildbereiche von  $K_0$  erstreckt. Indem wir unter  $\sigma_{\mu}$  allgemein diejenigen Glieder  $t_{\mu}^{(n)}$  zusammenfassen, deren entsprechende Polygone am Rande des Bereichs  $F_{\mu}$  innerhalb desselben liegen, können wir die obige Ungleichung in der Form

$$\sum_{\mu=0}^{N-1} \sigma_{\mu} < \pi k^2 \varrho^2$$

darstellen.

<sup>1)</sup> Über die Uniformisierung beliebiger analytischer Kurven (Nachrichten der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, 1907).

Hieraus folgt, dass für jede vorgeschriebene kleine positive Zahl  $\varepsilon$  die Zahlen  $n$ ,  $N$  und nachher  $\mu < N - 1$  stets so gewählt werden können, dass die Summe  $\sigma_\mu$  unter  $\varepsilon$  herabsinkt. Wegen (13) gilt aber dann die Ungleichung

$$\sum \Delta_\mu^{(n)^2} < \varepsilon \frac{q^2}{4 l_0} \sum l_\mu^{(0)^2},$$

wo rechts die Summe der Quadrate der Peripherien aller Randkurven von  $B$  auftritt. Weil die rechte Seite durch die Wahl von  $\varepsilon$  beliebig klein angenommen werden kann, ist das Bestehen der zweiten der Behauptungen (11) dargetan.

Was die erste unter ihnen betrifft, so ist sie eine direkte Folge aus der absoluten Konvergenz der Poincaréschen Reihen  $(-4)^{\text{ter}}$  Dimension der betrachteten Gruppe. Es ist nämlich allgemein

$$l_\mu = \int_{C_\mu^{(0)}} \frac{dz}{\gamma_\mu z + \delta_\mu} < \frac{1}{M_\mu^2} \cdot \frac{1}{\gamma_\mu^2},$$

wo  $M_\mu$  das Minimum von  $|z - S_\mu^{-1}(\infty)|$  auf der Berandung von  $B$  bedeutet. Weil nun die Punkte  $S_\mu^{-1}(\infty)$  ausserhalb des Bereichs  $B$  und, von einer endlichen Anzahl derselben abgesehen, dazu sogar ausserhalb des grösseren Bereichs  $F_1$ , welcher  $B$  in seinem Innern enthält, gelegen sind, so haben die Grössen  $M_\mu$  eine von Null verschiedene untere Grenze  $M$ , und wir haben also die Ungleichung

$$\sum l_\mu^2 < \frac{1}{M^4} \sum \frac{1}{\gamma_\mu^4}.$$

Weil nun, wie bekannt, die Reihe  $\sum \frac{1}{\gamma_\mu^4}$  gleichzeitig mit den Poincaréschen Reihen  $(-4)^{\text{ter}}$  Dimension absolut konvergiert, so ist hiermit die obige Behauptung bewiesen.

Im obigen Beweis des Satzes No 10 wurde der Punkt  $z$  im Fundamentalbereiche von  $\Gamma$  gewählt. Um den betreffenden Satz für einen beliebigen, von den Grenzpunkten verschiedenen Punkt  $z$  zu beweisen, braucht man nur bei der Zerlegung in Untergruppen mit einer Untergruppe  $\Gamma_n$  zu beginnen, deren Index  $n$  so gross ist, dass der Fundamentalbereich von  $\Gamma_n$  den Punkt  $z$  in seinem Innern enthält.

Unsere Behauptung ist hiermit vollständig bewiesen.

### III. Aufstellung der Transformationsgleichungen.

14. Wir gehen jetzt zur Herleitung der Transformationsgleichungen über, d. h. derjenigen Beziehungen, welche die analytische Abhängigkeit der automorphen Hauptfunktionen von einander darstellen. Im Falle endlicher  $\mu$ , auf welchen wir uns zunächst beschränken wollen, sind jene Beziehungen von algebraischem Charakter.

Wir denken uns die Substitutionen von  $\Gamma_p$  in eine Tafel der Form (6) gebracht, wo die erste Horizontalreihe die Substitutionen von  $\Gamma_{p+1}$  umfasst. Dem Übergang von  $\Gamma_{p+1}$  zu  $\Gamma_{p+2}$  entsprechend ersetze man die oberste Horizontalreihe durch eine Anzahl von neuen, wobei eine Zerlegung der übrigen Horizontalreihen von selbst erreicht wird. Nach  $q - p$  derartigen Schritten erhält man die Substitutionen von  $\Gamma_p$  in einer endlichen Anzahl  $\nu$  Horizontalreihen geordnet, wobei die Substitutionen  $S$  der Untergruppe  $\Gamma_q$  die oberste Reihe bilden und ferner die Substitutionen der  $i^{\text{ten}}$  Horizontalreihe die Form  $T_{i-1}S$  haben, wo

$$1, T_1, T_2, \dots, T_{\nu-1}$$

ein in bezug auf  $\Gamma_p$  genommenes Repräsentantensystem von  $\Gamma_q$  bilden. Dann besteht der Fundamentalbereich von  $\Gamma_q$  aus  $\nu$  Polygonen von  $\Gamma_p$ , und die  $\nu$  Substitutionen  $T$  sind gerade die diesen Polygonen zugeordneten Substitutionen von  $\Gamma_p$ .

15. Die verschiedenen Funktionen von  $z$ , zu welchen man gelangt, wenn das Argument von  $f_q(z)$  allgemein durch eine Substitution von  $\Gamma_p$  transformiert wird, sind mit je einer der Funktionen

$$(14) \quad f_q(z), f_q(T_1(z)), f_q(T_2(z)), \dots, f_q(T_{\nu-1}(z))$$

identisch. Aus der Einwertigkeit von  $f_q(z)$  im Fundamentalbereiche  $B_q$  folgt insbesondere, dass unter den zuletztgeschriebenen Funktionen keine zwei identisch sein können. Wenn man ferner in den Funktionen (14) das Argument  $z$  durch irgend eine Substitution von  $\Gamma_p$  transformiert, so werden sie nur unter einander vertauscht. Folglich bleibt für die genannten Substitutionen jeder symmetrische Ausdruck der Funktionen (14) ungeändert. Ein solcher Ausdruck stellt also eine automorphe Funktion von  $\Gamma_p$  dar, und ist mithin eine rationale Funktion der Hauptfunktion  $f_p(z)$  dieser Gruppe.

Speziell sind die  $\nu$  elementaren symmetrischen Funktionen von (14) rationale Funktionen von  $f_p(z)$ , die nur für  $z = \infty$  und die in bezug auf  $\Gamma_p$  äquivalenten Stellen von erster Ordnung unendlich werden. Sie sind aber dann ersichtlich ganze lineare Funktionen von  $f_p(z)$ . Hiermit gewinnt man für die zwischen den Hauptfunktionen  $f_p(z)$  und  $f_q(z)$  herrschende Gleichung die Form

$$(15) \quad f_q^\nu(z) + \sum_{n=0}^{\nu-1} (A_n f_p(z) + B_n) f_q^n(z) = 0,$$

wo wegen der Identität

$$f_q(z) + f_q(T_1(z)) + \dots + f_q(T_{\nu-1}(z)) \equiv f_p(z)$$

speziell

$$A_{\nu-1} = -1, \quad B_{\nu-1} = 0$$

ist. Nach  $f_p(z)$  aufgelöst, kann hiernach die Gleichung (15) in die Form

$$(15)' \quad f_p(z) = f_q(z) + \sum_{\nu} \frac{C_\nu}{f_q(z) - f_q(T_\nu(\infty))}$$

gebracht werden, wo  $T_\nu$  das Repräsentantensystem von  $\Gamma_q$  für die Gruppe  $\Gamma_p$  durchläuft. Für das Residuum  $C_\nu$  berechnet man leicht den Wert

$$C_\nu = -\frac{1}{\gamma_\nu^2} f_q'(T_\nu(\infty)).$$

Zur Bestimmung der Koeffizienten  $A, B$  in der Gleichung (15) bemerken wir, dass diese Gleichung durch  $q-p$  Resolventen ersetzt werden kann, die von derselben Form sind und bei welchen  $q-p=1$  ist. Für diese Resolventen gewinnt man einen äusserst einfachen Ausdruck in folgender Weise.

Es seien  $\alpha_p, \beta_p$  die Fixpunkte derjenigen elliptischen Substitution, deren verschiedene Potenzen das Repräsentantensystem der Untergruppe  $\Gamma_{p+1}$  für die Gruppe  $\Gamma_p$  bilden; ferner sei  $\mu_p$  ihre Periode. Wir setzen der Kürze halber

$$f_p(z) = x_p, \quad f_{p+1}(z) = x_{p+1}, \\ f_p(\alpha_p) = a_p, \quad f_p(\beta_p) = b_p, \quad f_{p+1}(\alpha_p) = c_p, \quad f_{p+1}(\beta_p) = d_p.$$

Für  $x_p$  und  $x_{p+1}$  haben wir dann in der Umgebung von  $\alpha_p$  Reihenentwicklungen der Form

$$(16) \quad x_p = a_p + h_{\mu_p} (z - \alpha_p)^{\mu_p} + h_{\mu_p+1} (z - \alpha_p)^{\mu_p+1} + \dots \\ x_{p+1} = c_p + k_1 (z - \alpha_p) + k_2 (z - \alpha_p)^2 + \dots,$$

wo  $h_{\mu_p}$  und  $k_1$  von Null verschieden sind, und entsprechende Reihen in der Umgebung von  $\beta_p$ . Weil ferner aus (15)  $x_p$  als eine rationale Funktion von  $x_q$  erhalten wird, deren Ordnung  $\nu$  in unserem Spezialfalle gleich  $\mu_p$  ist, haben wir eine Relation der Form

$$\frac{x_p - a_p}{x_p - b_p} = \frac{\sum_{n=0}^{\mu_p} s_n (x_{p+1} - c_p)^n}{\sum_{n=0}^{\mu_p} t_n (x_{p+1} - d_p)^n}.$$

Nach Einsetzung der Reihenentwicklungen (16) und der beiden analogen in dieser Gleichung ergibt sich durch Vergleichung der Koeffizienten auf den beiden Seiten, dass alle Koeffizienten  $s_n, t_n$ , diejenigen der höchsten Potenzen ausgenommen, gleich Null sind. Weil ferner sowohl  $x_p$  als  $x_{p+1}$  für  $z = \infty$  unendlich werden, ist  $s_{\mu_p} = t_{\mu_p}$ , und wir erhalten also für (15) den Ausdruck

$$(17) \quad \frac{x_p - a_p}{x_p - b_p} = \left( \frac{x_{p+1} - c_p}{x_{p+1} - d_p} \right)^{\mu_p}.$$

Zur Bestimmung der Grössen  $c_p, d_p$  ersetzen wir in der Formel (17)  $x_p$  und  $x_{p+1}$  durch ihre für die Umgebung von  $z = \infty$  geltenden Reihenentwicklungen

$$\begin{aligned} x_p &= z + \frac{A_1}{z} + \frac{A_2}{z^2} + \dots \\ x_{p+1} &= z + \frac{B_1}{z} + \frac{B_2}{z^2} + \dots, \end{aligned}$$

wodurch die genannte Formel den Ausdruck

$$\begin{aligned} &1 + \frac{b_p - a_p}{z} + \frac{b_p(b_p - a_p)}{z^2} + \left[ \frac{1}{z^3} \right] \\ &= 1 + \mu_p \frac{d_p - c_p}{z} + \mu_p(d_p - c_p) \left[ d_p + \frac{\mu_p - 1}{z}(d_p - c_p) \right] \frac{1}{z^2} + \left[ \frac{1}{z^3} \right] \end{aligned}$$

annimmt. Hieraus erhält man durch Vergleichung der Koeffizienten von  $z^{-1}$  und  $z^{-2}$  die Formeln

$$(17)' \quad \begin{aligned} c_p &= \frac{a_p + b_p}{2} + \frac{a_p - b_p}{2\mu_p}, \\ d_p &= \frac{a_p + b_p}{2} - \frac{a_p - b_p}{2\mu_p}. \end{aligned}$$

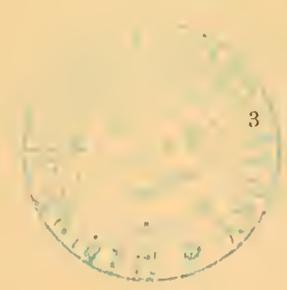
Die Koeffizienten unserer Resolvente (17) sind hiermit durch die Werte der Hauptfunktion  $x_p = f_p(z)$  für die Eckpunkte einer Randsichel des Fundamentalbereiches von  $\Gamma_p$  ausgedrückt.

Wir wählen nun zuerst  $p = 0$ . Die Koeffizienten  $a, b$  der zugehörigen Gleichung (17) sind dann ganz einfach identisch mit einem der gegebenen markierten Punktpaare der  $x$ -Ebene. Man kann also den Wert von  $x_1$  für einen beliebigen Eckpunkt mittels Wurzel- und rationalen Operationen aus bekannten Grössen berechnen und gelangt in dieser Weise zur expliziten Darstellung der Gleichung (17) für  $p = 1$ . Allgemein lassen sich die Koeffizienten der  $p$ ten Resolvente aus den Koeffizienten der  $(p-1)$ ten Resolvente in ähnlicher Weise berechnen. Die Aufgabe der expliziten Darstellung einer beliebigen Transformationsgleichung ist hiermit auf die Ausführung einer endlichen Anzahl rationaler und Wurzeloperationen zurückgeführt.

16. Die obigen Resultate können auch im Falle  $\mu = \infty$  verwertet werden. In diesem Falle besitzt die Tafel (6) unendlich viele Horizontalreihen, weil nämlich dann das Repräsentantensystem aus den unendlich vielen Potenzen einer parabolischen Substitution besteht. Ferner nimmt die Resolvente (17) für  $\mu = \infty$  die Form

$$(18) \quad \frac{x_p - a_p}{x_p - b_p} = e^{-\frac{a_p - b_p}{x_{p+1} - \frac{a_p + b_p}{2}}}$$

an, wie man durch einen einfachen Grenzübergang findet.



Wir wollen noch direkt bestätigen, dass die durch diese Gleichung bestimmte Funktion  $x_{p+1}$  wirklich die Hauptfunktion von  $\Gamma_{p+1}$  darstellt, wenn  $x_p$  diejenige von  $\Gamma_p$  ist.

In der Tat verhält sich offenbar die Funktion  $x_{p+1} = f_{p+1}(z)$  denselben Substitutionen gegenüber invariant wie die Funktion  $x_p = f_p(z)$ , diejenige erzeugende Substitution  $S_p$  von  $\Gamma_p$  sowie ihre Transformaten ausgenommen, deren Sicheln in der  $x$ -Ebene der Schnitt  $a_p b_p$  entspricht. Aus der Definition von  $\Gamma_{p+1}$  folgt aber ohne weiteres, dass keine von ihren erzeugenden Substitutionen aus  $S_p$  durch Transformation hervorgegangen ist, m. a. W.  $x_{p+1}(z)$  ist unter der gemachten Voraussetzung eine automorphe Funktion von  $\Gamma_{p+1}$ . Dass sie gerade die Hauptfunktion der Gruppe  $\Gamma_{p+1}$  ist, kann man auf Grund der Relation (18) leicht bestätigen, indem man das Verhalten der Funktion  $x_{p+1}$  im Punkte  $z = \infty$  berücksichtigt.

17. Auf Grund der vorgehenden Entwicklungen sind wir jetzt im Stande, auf eine interessante Analogie zwischen der Berechnung der polymorphen Funktionen und der algebraischen Auflösung von Gleichungen hinzuweisen. Wenn man nämlich

$$(19) \quad f(z) = x$$

als eine transzendente Gleichung für  $z$  betrachtet, die die unendlich vielen von einander linear abhängigen Zweige der polymorphen Funktion zu Wurzeln hat, so kann die Gruppe  $\Gamma$  als die symmetrische Gruppe der Wurzeln angesehen werden, indem die symmetrischen Funktionen der Wurzeln automorphe Funktionen von  $z$  sind und sich somit durch  $x$  und analoge gegebene Grössen rational ausdrücken lassen. In unserer Gruppenfolge  $\Gamma, \Gamma_1, \Gamma_2 \dots$  besitzen wir eine Zerlegung der symmetrischen Gruppe in Untergruppen, die der bei der Auflösung von algebraischen Gleichungen angewandten analog ist, und in den Hauptfunktionen besitzen wir ihre bezüglichen Invarianten. Schliesslich entsprechen die Transformationsgleichungen (17) und (18) den Resolventen.

Es liegt nun ein Unterschied darin, dass wir wegen der unendlichen Anzahl Substitutionen der Gruppe  $\Gamma$  nicht, nach einer endlichen Anzahl von Zerlegungen derselben, zu einer Untergruppe gelangen, die nur aus der identischen Substitution bestände und deren invariante Funktion gerade  $z$  wäre. Etwas Analoges kommt jedoch in dem Umstande zum Vorschein, dass unsere Kette von Untergruppen in gewissem Sinne gegen die identische Substitution konvergiert, indem die Reihe der Hauptfunktionen die Grenzfunktion  $z$  besitzt, welche als Hauptfunktion der aus der identischen Substitution allein bestehenden Untergruppe  $\Gamma_\infty$  angesehen werden kann.

Indem hiermit die Berechnung der polymorphen Funktion  $z$  auf die Auflösung einer unendlichen Folge binomischer und exponentieller Gleichungen zurückgeführt worden ist, ergibt sich die Möglichkeit, durch Ausführung einer hinreichend grossen Anzahl von Wurzel- bzw. logarithmischen Operationen die Uniformisierung mit vorgeschriebener Genauigkeit auszuführen.

18. Nachdem wir in den vorhergehenden Paragraphen für die algebraischen Funktionen

$$(20) \quad x_1(x), x_2(x), \dots, x_n(x), \dots$$

ihre expliziten Ausdrücke hergeleitet haben, bleibt es noch übrig, die von diesen Funktionen vermittelten konformen Abbildungen der geschnittenen  $x$ -Ebene in dem Umfange zu studieren, wie es zur Herleitung der Konvergenzkriterien wünschenswert ist.

Wir ordnen jedem Schnitt  $a_i b_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) eine Sichel der  $z$ -Ebene zu, deren Ordnung, d. h. die Ordnung der dadurch definierten zyklischen Gruppe, gleich dem entsprechenden Index  $\mu_i$  ist. Hierdurch erhalten wir einen  $m$ -fach zusammenhängenden, von Sichelu begrenzten Bereich, welcher als Fundamentalbereich betrachtet eine Gruppe definiert, die mit der gesuchten Gruppe holoëdrisch isomorph ist und deren Polygonnetz mit demjenigen der gesuchten Gruppe in Sinne der Analysis situs identisch ist.

Wir denken uns jetzt eine unendliche Anzahl von in der oben angegebenen Weise geschnittenen, übereinander gelagerten  $x$ -Ebenen vorhanden und diese miteinander längs den Schnitten in der Weise verbunden, dass eine unendlich vielblättrige geschlossene Riemannsche Fläche, die sog. Überlagerungsfläche entsteht, die in umkehrbar eindeutiger Weise auf das ganze Polygonnetz der Gruppe im Sinne der Analysis situs bezogen werden kann.

Zu diesem Zweck fügen wir durch Zusammenheftung der Ufer der Schnitte  $a_k b_k$  zu demjenigen Blatt  $\bar{F}_0$ , welches dem Fundamentalbereich von  $I$  zugeordnet ist, diejenigen  $\mu_k - 1$  Blätter hinzu, welche Polygonen des Fundamentalbereichs von  $I_1$  entsprechen. Hierdurch entsteht eine  $\mu_k$ -blättrige, auf den Fundamentalbereich von  $I_1$  umkehrbar eindeutig bezogene Riemannsche Fläche  $\bar{F}_1$  vom Geschlecht Null, deren jedes Blatt  $m - 1$  freie Schnitte aufweist. Wenn die beiden Ufer jedes einzelnen Schnittes zusammengeheftet werden, geht  $\bar{F}_1$  in die Riemannsche Fläche  $F_1$  der algebraischen Funktion  $x_1(x)$  über, welche ja bei  $a_k$  und  $b_k$  einen Windungspunkt  $\mu_k$ ter Ordnung besitzt.

Es sei ferner  $\mu_l$  die Ordnung derjenigen Substitution, welche den Übergang von  $I_1$  zu  $I_2$  vermittelt,  $a_l b_l$  der zugehörige Schnitt. Indem wir uns  $\mu_l$  Exemplare der Flächen  $\bar{F}_1$  vorhanden denken, vereinigen wir diese zu einer Riemannschen Fläche durch Zusammenheftung der Ufer derjenigen Schnitte  $a_l b_l$ , welche sich auf  $\bar{F}_0$  und auf den entsprechenden Blättern der übrigen Exemplare  $F_1$  befinden, so dass bei  $a_l$  und  $b_l$  Windungspunkte  $\mu_l$ ter Ordnung entstehen. Die erhaltene Riemannsche Fläche, welche umkehrbar eindeutig auf den Fundamentalbereich von  $I_2$  bezogen ist, bildet, wenn die beiden Ufer jedes vorhandenen freien Schnittes zusammengeheftet werden, die Riemannsche Fläche  $F_2$  der algebraischen Funktion  $x_2(x)$ . Wenn man nun in gleicher Weise zuerst mit den übrigen Schnitten von  $F_0$ , dann in irgendwelcher Ordnung mit denjenigen von  $F_1, F_2$  u. s. w. operiert, erhält man eine unendliche Folge von Riemannschen Flächen, die nach Zusammenheftung der Ufer jeder einzelnen Schnitte in den Funktionen  $x_1(x), x_2(x), \dots, x_n(x), \dots$  ihre Hauptfunktionen besitzen und deren Grenzfläche mit der oben eingeführten Überlagerungsfläche zusammenfällt, auf welcher unsere polymorphe Funktion  $z(x)$  sowohl eindeutig als einwertig ist.

19. Um den Ausdruck von  $x_n(x)$  allgemein zu gewinnen, haben wir nach N:o 15 in folgender Weise zu verfahren.

Wir bilden zuerst die algebraische Funktion  $x_1(x)$ , welche durch die Gleichung

$$\frac{x_1 - a_k'}{x_1 - b_k'} = \left( \frac{x - a_k}{x - b_k} \right)^{\frac{1}{\mu_k}}$$

bestimmt ist, wo nach (17)'  $a_k'$  und  $b_k'$  bzw. gleich  $\frac{a_k + b_k}{2} \pm \frac{a_k - b_k}{2\mu_k}$  sind. Diese Funktion bildet

N:o 7.

die Fläche  $F_1$  auf die geschnittene schlichte  $x_1$ -Ebene ab, wobei insbesondere das Blatt  $F_0$  in einen Bereich überführt wird, bei welchem dem Schnitt  $a_k b_k$  eine Sichel  $\mu_k$ ter Ordnung, den übrigen aber wieder Schnitte entsprechen. Die Bilder der anderen Blätter von  $F_1$ , die sämtlich innerhalb der genannten Sichel liegen, gehen aus dem Bild von  $F_0$  durch die linearen Substitutionen

$$(21) \quad \frac{x_1' - a_k'}{x_1' - b_k'} = e^{\frac{2\pi i \nu}{\mu_k} \frac{x_1 - a_k'}{x_1 - b_k'}} \quad (\nu = 1, 2, \dots, \mu_k - 1)$$

hervor. Der ganzen Fläche  $F_1$  entspricht also die mit  $(m-1)\mu_k$  Schnitten versehene  $x_1$ -Ebene.

Über die ganze Überlagerungsfläche analytisch fortgesetzt bewirkt die ausgeführte Transformation  $x_1 = x_1(x)$  eine Reduktion dieser Fläche in der Weise, dass die Blätter derselben je  $\mu_k$  zu einem Blatt zusammenfallen, so dass man eine über die  $x_1$ -Ebene ausgebreitete, unendlichblättrige Riemannsche Fläche erhält, welche in den Endpunkten der vorhandenen  $(m-1)\mu_k$  Schnitte Windungspunkte besitzt.

Der folgende Schritt besteht aus der Abbildung der über die  $x_1$ -Ebene ausgebreiteten reduzierten Bildfläche von  $F_2$  vermöge der zugehörigen Hauptfunktion  $x_2$ , die durch die Gleichung

$$\frac{x_2 - a_j''}{x_2 - b_j''} = \left( \frac{x_1 - a_j'}{x_1 - b_j'} \right)^{\frac{1}{\mu_j}}$$

definiert wird, wo

$$a_j' = x_1(a_j), \quad b_j' = x_1(b_j)$$

und  $a_j''$  und  $b_j''$  bzw. gleich

$$\frac{a_j' + b_j'}{2} \pm \frac{a_j' - b_j'}{2\mu_j}$$

sind, auf die schlichte  $x_2$ -Ebene. Hierbei geht insbesondere der Bildbereich von  $F_0$  in einen Bereich über, welcher von zwei Sichel<sup>1)</sup> und  $m-2$  Schnitten begrenzt ist; während das Bild der ganzen Fläche  $F_2$  aus der mit einer Anzahl Schnitte versehenen  $x_2$ -Ebene besteht, von welchen  $m-2$  ausserhalb der beiden Sichel,  $(m-1)(\mu_k-1)$  innerhalb der ersten (nicht linearen) und  $(\mu_l-1)[(m-1)(\mu_k-1) + m-2]$  innerhalb der zweiten (linearen) Sichel gelegen sein wird. Nach Ausführung der  $m$  ersten Wurzelprozesse, deren analytische Ausdrücke in der angegebenen Weise unmittelbar gefunden werden, gelangt man zur  $x_m$ -Ebene, wo dem Blatt  $F_0$  ein  $m$ -fach zusammenhängender Bereich entspricht, dessen Begrenzung aus lauter Sichel besteht.

Bei den folgenden Wurzelprozessen werden neue, innerhalb der schon vorhandenen Sichel liegende Schnitte geöffnet. Hierbei ändern sich die schon existierenden Sichel, jedoch immer weniger; und es ist interessant zu beobachten, dass obwohl diese bei dem ersten Prozess nach ihrer Entstehung ihren linearen Charakter verloren haben, sie bei den folgenden Prozessen sich doch diesem Grenzzustand unbegrenzt nähern.

20. Die Bestimmung der Gruppe  $\Gamma$ , d. h. der Koeffizienten ihrer erzeugenden Substitutionen, lässt sich nun folgendermassen ausführen. Zur Berechnung der zum Schnitt  $a_i b_i$  gehörigen

<sup>1)</sup> Hier und im Folgenden wird die Benennung „Sichel“ oft in einer allgemeineren Bedeutung angewandt, indem wir darunter einen sichelförmigen Bereich verstehen, der aus einer Sichel in der früheren Bedeutung („lineare Sichel“) durch Abbildung vermittels algebraischer Funktionen erhalten wird.

erzeugenden Substitution der endlichen Ordnung  $\mu_i$  wählen wir zuerst  $x = a_i$ , dann  $x = b_i$ , und berechnen jedes Mal den zugehörigen Wert des Hauptzweiges  $x_n(x)$ . Diese Werte geben dann die beiden Fixpunkte der gesuchten elliptischen erzeugenden Substitution mit einer Genauigkeit, die mit  $n$  unbegrenzt wächst.

Wenn dagegen  $\mu_i = \infty$  und die zugehörige Substitution also parabolisch ist, kann in obiger Weise nur der eine Koeffizient berechnet werden. Man kommt stets zum Ziel, wenn man allgemeiner irgend zwei Paare hinsichtlich der fraglichen Substitution äquivalenter Punkte berechnet und als Anfangswerte  $x$  z. B. zwei beliebige Paare gegenüberliegender Punkte des zugehörigen Schnittes wählt. Hiernach wird man bei der Anstellung der Konvergenzkriterien der Wurzelprozesse darauf zurückgeführt, den Wert von  $|f_n(z) - z|$  für die Fixpunkte der erzeugenden Substitutionen oder allgemeiner für die Randpunkte des Fundamentalbereichs von  $\Gamma$  abzuschätzen.



#### IV. Abschätzung der Konvergenz der sukzessiven Hauptfunktionen.

21. Wir werden uns im Folgenden auf eine spezielle, jedoch sehr ausgedehnte Klasse von Gruppen des Sicheltypus beschränken, nämlich auf diejenigen, deren Poincarésche Reihen  $(-2)^{\text{ter}}$  Dimension absolut konvergieren. In diesem speziellen Fall kann die Existenz der Grenzfunktion  $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(z)$  direkt mittels jener Reihen und ohne Anwendung des Verzerrungssatzes bewiesen werden, und man wird hierbei für  $|f_n(z) - z|$  eine obere Grenze gewinnen, welche die Schnelligkeit der Konvergenz der Wurzelprozesse mit hinreichender Genauigkeit abschätzen lässt.

Die in dieser Weise erhaltenen Kriterien haben noch eine besondere Bedeutung darin, dass man, wie in dem vorliegenden Kapitel gezeigt wird, mit ihrer Hilfe bei gegebener Schneidung der  $x$ -Ebene hinreichende Bedingungen für die absolute Konvergenz der Poincaréschen Reihen  $(-2)^{\text{ter}}$  Dimension der zugehörigen Gruppe aufstellen und zugleich die Schnelligkeit der Konvergenz derselben untersuchen kann.

22. Eine fundamentale Rolle spielt im Folgenden die Reihe

$$(22) \quad g(z) = z + \sum' (S(z) - S(\infty)),$$

die Summierung über alle von der Identität verschiedenen Substitutionen von  $T$  erstreckt.

Aus der Relation

$$(23) \quad |S(z) - S(\infty)| = \frac{1}{|\gamma|^2} \cdot \frac{1}{\left| z + \frac{\delta}{\gamma} \right|}$$

geht hervor, dass unsere Reihe in jedem von den Grenzpunkten und den Punkten  $S^{-1}(\infty) = -\frac{\delta}{\gamma}$  verschiedenen Punkt mit der Reihe  $\sum \frac{1}{|\gamma|^2}$ , und somit überhaupt mit den Poincaréschen Reihen  $(-2)^{\text{ter}}$  Dimension gleichzeitig absolut konvergiert.

Wir werden im Folgenden zeigen, dass die Reihe

$$(24) \quad \sum' |S(z) - S(\infty)|$$

bei einer sehr allgemeinen Klasse von Gruppen des Sicheltypus für jeden nicht singulären Wert  $z$  konvergiert.

Zum Beweis fassen wir in der Summe

$$(24)' \quad \sigma_\nu(z) = \sum [S_{(\nu)}(z) - S_{(\nu)}(\infty)]$$

diejenigen Glieder von (24) zusammen, welche sich auf Substitutionen  $\nu^{\text{ter}}$  Stufe

$$(7) \quad S_{(\nu)} = S_{i_1}^{\tau_1} S_{i_2}^{\tau_2} \dots S_{i_\nu}^{\tau_\nu}$$

beziehen, wodurch die Untersuchung der Konvergenz von (24) auf diejenige der Reihe

$$(25) \quad \sum_{\nu=1}^{\infty} \sigma_\nu(z)$$

zurückgeführt wird. Diese Reihe kann aber mit einer passend gewählten geometrischen Reihe verglichen werden, wie wir jetzt zeigen wollen.

Jeder beliebig gewählten Substitution  $S_{(\nu)}$  der Stufe  $\nu$  ordnen wir alle in der Form

$$(26) \quad S_{(\nu+1)} = S_{(\nu)} S_i^{\tau}$$

darstellbaren Substitutionen  $(\nu+1)^{\text{ter}}$  Stufe zu. Wenn dann  $S_{(\nu)}$  die Gesamtheit der in  $\sigma_\nu$  auftretenden Substitutionen durchläuft, wird  $S_{(\nu+1)}$  gerade einmal mit jeder Substitution von  $\sigma_{\nu+1}$  übereinstimmen, woraus folgt, dass unsere Reihe (25) hinsichtlich der Konvergenz mit derjenigen geometrischen Reihe vergleichbar ist, deren Anfangsglied gleich  $\sigma_1$  ist und wo der Quotient eines Gliedes und des nächst vorangehenden gleich der oberen Grenze der Ausdrücke

$$(27) \quad \frac{\sum_{i, \tau} S_i^{\tau}(S_{(\nu)}(z)) - S_i^{\tau}(S_{(\nu)}(\infty))}{S_{(\nu)}(z) - S_{(\nu)}(\infty)}$$

ist, die Summierung über alle Substitutionen (26) erstreckt; d. h. sobald diese geometrische Reihe konvergiert, gilt dasselbe a fortiori für die Reihe (25).

23. Wir nehmen jetzt der Einfachheit halber an, dass die Kurven der Sichel Kreisbogen<sup>1)</sup> sind, und dass die Sichel symmetrisch sind inbezug auf die ihre Eckpunkte verbindende Gerade. Es sei allgemein

$$\frac{S_i - \xi_i}{S_i - \xi_i'} = e^{\frac{2\pi i - 1}{\mu_i}} \frac{z - \xi_i}{z - \xi_i'}$$

<sup>1)</sup> Bei ungeradem  $\mu$  reduziert sich eine derselben auf die durch die Fixpunkte gehende Gerade.

der Ausdruck von  $S_i$ . Unter der angegebenen Voraussetzung befindet sich die zugehörige Randsichel innerhalb des Kreises  $K_i$ , deren Gleichung

$$(28) \quad \left| z - \frac{\zeta_i + \zeta_i'}{2} \right| = \left| \frac{\zeta_i - \zeta_i'}{2} \right| \cotg \frac{\pi}{2\mu_i} = R_i$$

ist <sup>1)</sup>.

Unsere erste beschränkende Voraussetzung besteht darin, dass wir die  $m$  Kreise

$$(29) \quad K_1, K_2, \dots, K_m$$

vollständig ausserhalb einander gelegen annehmen. Es sei  $z$  ein Punkt im Innern oder auf der Berandung von  $B$ . Der Punkt  $S_{(\nu)}(z)$ , wo  $S_{(\nu)}$  den Ausdruck (7) hat, liegt dann sicher in der Sichel  $S_{i_\nu}$ , und man hat somit für das allgemeine Glied von (27) eine obere Grenze, wenn man das Maximum des Abbildungsmoduls

$$(30) \quad \left| \frac{dS_i^\tau(z)}{dz} \right| = \frac{R_i^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{2\mu_i}}{\sin^2 \frac{\tau\pi}{\mu_i}} \cdot \frac{1}{|z - S_i^{-\tau}(\infty)|^2}$$

für die Punkte der Sichel  $S_{i_\nu}$  berechnet <sup>2)</sup>.

Nun sei  $\Delta_{i_\nu i}$  die kürzeste Entfernung der Punkte

$$S_i^\tau(\infty) \quad (\tau = 1, 2, \dots, \mu_i - 1)$$

von der Peripherie der Sichel  $S_{i_\nu}$ , welche Entfernung jedenfalls grösser als der kürzeste Abstand der Kreislinien  $K_i$  und  $K_{i_\nu}$  voneinander ist. Auf Grund von (30) haben wir dann die Ungleichung

$$(31) \quad \left| \frac{S_i^\tau(S_{(\nu)}(z)) - S_i^\tau(S_{(\nu)}(\infty))}{S_{(\nu)}(z) - S_{(\nu)}(\infty)} \right| < \left( \frac{R_i}{\Delta_{i_\nu i}} \right)^2 \frac{\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{2\mu_i}}{\sin^2 \frac{\tau\pi}{\mu_i}}$$

für jeden Punkt des Fundamentalbereichs von  $F$ . Mit Rücksicht auf die Formel

$$(32) \quad \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{\sin^2 \frac{k\pi}{n}} = \frac{n^2 - 1}{3}$$

ergibt sich hierans durch Summierung über die von der Identität verschiedenen Potenzen von  $S_i$  die Ungleichung

$$(33) \quad \sum_{\tau} \frac{|S_i^\tau(S_{(\nu)}(z)) - S_i^\tau(S_{(\nu)}(\infty))|}{|S_{(\nu)}(z) - S_{(\nu)}(\infty)|} < \frac{\mu_i^2 - 1}{3} \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{2\mu_i} \left( \frac{R_i}{\Delta_{i_\nu i}} \right)^2.$$

<sup>1)</sup> Im Falle einer parabolischen Substitution

$$\frac{1}{S_i - \zeta_i} = \frac{1}{z - \zeta_i} + \beta_i$$

haben wir anstatt (28) die Gleichung

$$|z - \zeta_i| = \frac{2}{|\beta_i|} = R_i.$$

<sup>2)</sup> Die Formel (30) ist auch für  $\mu_i = \infty$  gültig, wie auch alle unten folgenden Beziehungen.

wo unabhängig von dem Werte von  $\mu_i$

$$(34) \quad \frac{\mu_i^2 - 1}{3} \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{2\mu_i} < 1$$

ist. Wir setzen

$$(35) \quad q = (m-1) \left( \frac{R_i}{\Delta_{i\nu i}} \right)_{\text{Max.}}^2,$$

wo es sich um das Maximum der  $m(m-1)$  Grössen

$$(36) \quad \frac{R_i}{\Delta_{i\nu i}} \quad (i, i\nu = 1, 2, \dots, m; i\nu \neq i)$$

handelt. Diese Grösse  $q$  definiert dann eine obere Grenze für die Gesamtheit der Quotienten der Form (27), und nach dem Vorhergehenden haben wir daher die Ungleichungen

$$(37) \quad \sigma_{\nu+1}(z) < q \sigma_\nu(z) \quad (\nu = 1, 2, 3, \dots)$$

und somit

$$\sigma_{\nu+1}(z) < q^\nu \sigma_1(z).$$

wo

$$\sigma_1(z) = \sum_{i, \tau} S_i^{-\tau}(z) - S_i^{-\tau}(\infty)$$

ist, die Summierung über die Gesamtheit der verschiedenen Potenzen der erzeugenden Substitutionen erstreckt.

Zur Abschätzung dieses Anfangsgliedes schreiben wir es zunächst in der Form

$$(38) \quad \sigma_1(z) = \sum_{i, \tau} \frac{R_i^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{2\mu_i}}{\sin^2 \frac{\tau\pi}{\mu_i}} \cdot \frac{1}{z - S_i^{-\tau}(\infty)},$$

indem wir von (30) und von der Relation

$$(39) \quad S(z) - S(\infty) = z - S^{-1}(\infty) \left| \frac{dS(z)}{dz} \right|$$

Gebrauch machen. Die Punkte  $S_i^{-\tau}(\infty)$  liegen bei endlichem  $\mu_i$  alle innerhalb der zugehörigen Sichel, im Falle  $\mu_i = \infty$  haben sie dagegen den auf der Peripherie der Sichel liegenden parabolischen Fixpunkt zur Häufungsstelle. Für jeden nicht singulären Punkt  $z$  des Fundamentalbereichs von  $T$  lässt sich daher eine Anzahl endlicher, von Null verschiedener Grössen  $\delta_i(z)$  bestimmen derart, dass die Ungleichungen

$$\left| z - S_i^{-\tau}(\infty) \right| > \delta_i(z) \quad \left( \begin{array}{l} \tau = 1, 2, \dots, \mu_i - 1 \\ i = 1, 2, \dots, m \end{array} \right)$$

bestehen. Aus (38) folgt dann, mit Rücksicht auf (32) und (34), die Ungleichung

$$(40) \quad \sigma_1(z) < \sum_{i=1}^m \frac{R_i^2}{\delta_i(z)}.$$

Es sei  $B'$  irgendein Teil von  $B$ , welcher keine parabolischen Ecken auf seiner Berandung hat. Für die Punkte von  $B'$  hat man die Ungleichungen

$$\delta_i(z) > \delta_i,$$

wo  $\delta_i$  von Null verschiedene positive Grössen sind. Aus dem Obigen ergibt sich, dass die Ungleichungen

$$\sigma_{\nu+1}(z) < q^\nu \sum_{i=1}^m \frac{R_i^2}{\delta_i} \quad (\nu = 1, 2, 3, \dots)$$

für den ganzen Bereich  $B'$  gelten.

24. Wir nehmen jetzt an, dass die Entfernungen der verschiedenen Randsicheln von  $B$  von einander so gross im Vergleich mit ihren Dimensionen sind, dass  $q < 1$  wird, was z. B. durch die Annahme

$$R_M < \frac{\Delta_m}{\sqrt{m-1}}$$

erreicht werden kann, wo  $R_M$  der Radius des grössten Kreises  $K$ ,  $\Delta_m$  der kürzeste Abstand zweier Kreise  $K$  bedeutet. Unter dieser Voraussetzung konvergiert die Reihe (24) zunächst in jedem Teilbereich  $B'$  gleichmässig. Weil aber dann die Reihe  $\sum \frac{1}{\gamma^2}$  wegen der Relation (23) konvergent ist, und weil auf Grund derselben Relation allgemein

$$S(S_\nu(z)) - S(\infty) = \frac{1}{\gamma^2} \cdot \frac{1}{S_\nu(z) + \frac{\delta}{\gamma}}$$

ist, wo  $S_\nu$  eine beliebige Substitution von  $\Gamma$  bedeutet, so ergibt sich, dass die Reihe (24) in jedem Bildbereich von  $B'$  und somit überhaupt in jedem endlichen, von den Grenzpunkten freien Bereich gleichmässig konvergiert, welcher keine mit  $z = \infty$  äquivalenten Punkte in seinem Innern oder auf seiner Berandung enthält.

Wir behaupten, dass die durch (22) definierte analytische Funktion  $q(z)$  inbezug auf  $\Gamma$  automorph und mit der Hauptfunktion  $f(z)$  dieser Gruppe identisch ist.

In der Tat ist die Funktion  $\frac{q'(z) - f'(z)}{f'(z)}$ , wo die Derivierte

$$q'(z) = \sum \frac{dS(z)}{dz}$$

eine Poincarésche  $\theta$ -Funktion von der Dimension  $(-2)$  ist, als eine automorphe Funktion von  $\Gamma$  durch  $x = f(z)$  rational darstellbar, woraus durch Integration die Beziehung

$$q(z) - f(z) = \int R(x) dx$$

erhalten wird. Weil nun die linke Seite für alle Punkte von  $B$  endlich bleibt, so stellt die rechte Seite eine überall endliche Funktion  $x$ , also eine Konstante dar, deren Wert durch die Spezialisierung  $z = \infty$  gleich Null gefunden wird. Wir haben daher  $q(z) \equiv f(z)$ , und nach (22) erhalten wir somit für unsere Hauptfunktion  $f(z)$  die konvergente Reihenentwicklung

$$(41) \quad f(z) = z + \sum' (S(z) - S(\infty)),$$

die Summierung über sämtliche von der Identität verschiedenen Substitutionen von  $\Gamma$  erstreckt.

Wenn  $I$  durch  $I_n$  ersetzt wird, folgt aus (41)

$$(42) \quad f_n(z) - z < \sum' |S^{(n)}(z) - S^{(n)}(\infty)|,$$

die Summierung über die Substitutionen von  $I_n$  erstreckt. Weil nach N:o 9 diese Substitutionen von mindestens  $(2N-1)$ ter Stufe sind, wo  $N$  die niederste Stufenzahl der Randsicheln von  $B_n$  bedeutet, so besteht die rechte Seite von (42) aus einem Teil der Reihe

$$(43) \quad \sum_{\nu=2N-1}^{\infty} \sigma_{\nu}(z),$$

und wir haben daher die Ungleichung

$$(44) \quad f_n(z) - z < \frac{\sigma_1(z)}{1-q} q^{2N-2}$$

für jeden nicht singulären Punkt des Fundamentalbereichs von  $I$ .

25. Wir wollen die Ungleichung (44) zunächst für den Fall weiter entwickeln, wo keine parabolischen Substitutionen existieren. Weil dann  $N$  gleichzeitig mit  $n$  unendlich wird, so kann aus dem Obigen und insbesondere aus (44) der Schluss gezogen werden, dass die Beziehung

$$\lim_{n=\infty} f_n(z) = z$$

zunächst in jedem Bereich  $B'$ , dann aber ersichtlich in jedem von den singulären Punkten freien Teil der  $z$ -Ebene gleichmässig besteht, womit unter den obigen Annahmen ein neuer Beweis des Satzes in N:o 10 gegeben ist.

Wir wählen jetzt  $z$  gleich einem Fixpunkt  $\xi_i$  einer elliptischen erzeugenden Substitution  $S_i$ . In der Ungleichung (40) kann dann

$$(45) \quad \delta_i(z) = \left| \frac{\xi_j - \xi_i'}{2} \right| = R_i \operatorname{tg} \frac{\pi}{2\mu_i}, \quad \delta_j = \Delta_{ij} \quad (j \neq i)$$

genommen werden, d. h. man hat die Ungleichung

$$(46) \quad \sigma_1(\xi_i) < R_i \operatorname{cotg} \frac{\pi}{2\mu_i} + \sum_{j=1}^m' \frac{R_j^2}{\Delta_{ij}},$$

wo in der rechten Summe  $j \neq i$  zu nehmen ist.

Nach Einsetzung der rechten Seite von (46) in die Ungleichung (44) erhält man eine Abschätzung von  $f_n(z) - z$  für einen beliebigen Fixpunkt  $\xi_i$ , welche Abschätzung noch etwas verschärft werden kann, weil auf der rechten Seite von (42) nur ein Teil der Reihe (43) auftritt. Dies geschieht in folgender Weise.

Auf der rechten Seite von (42) bilden die auf Substitutionen höherer als  $(2N-1)$ ter Stufe sich beziehenden Glieder eine Summe  $< \frac{\sigma_1}{1-q} q^{2N-1}$ , die bei kleinem Wert von  $q$  im Vergleich mit der Summe der anderen Glieder vernachlässigt werden kann. Es sei nun  $S_{(2N-1)}$  irgendeine erzeugende Substitution von  $I_n$  der Stufe  $2N-1$ ,  $S_i^{\bar{}}$  das Produkt ihrer ersten unter einander N:o 7.

der gleichen Primfaktoren. Nach S. 24 und 25 haben wir dann für einen beliebigen nicht singulären Punkt von  $B$  die Ungleichungen

$$\frac{S_{(2^{N-1})}(z) - S_{(2^{N-1})}(\infty)}{S_i^{\tau}(z) - S_i^{\tau}(\infty)} < \left(\frac{q}{m-1}\right)^{2^{N-2}}$$

und

$$|S_i^{\tau}(z) - S_i^{\tau}(\infty)| < \frac{R_i^2}{\delta_i(z)}.$$

Für  $z = \zeta_i, \zeta_i'$  und  $z = \zeta_j, \zeta_j'$  hat man resp.

$$\delta_i = R_i \operatorname{tg} \frac{\pi}{2^{\mu_i}}, \quad \delta_i = \Delta_{ij}$$

zu nehmen. Wir erhalten in dieser Weise anstatt (44) für einen beliebigen Punkt des Fundamentalbereichs  $B$  die Ungleichung

$$(47) \quad |f_n(z) - z| < \left(\frac{q}{m-1}\right)^{2^{N-2}} \sum_{i=1}^m \frac{z_i R_i^2}{\delta_i(z)} + \frac{\sigma_1(z)}{1-q} q^{2^{N-1}},$$

wo allgemein  $z_i$  die Anzahl der Substitutionen  $S_{(2^{N-1})}$  mit dem ersten Faktor  $S_i^{\tau+1}$  bezeichnet.

26. Die obige Darstellung bedarf einer Modifizierung im Falle parabolischer Substitutionen, weil dann die Zahl  $N$  nicht mit  $n$  unbegrenzt wächst, sondern nur gleich zwei werden kann, und somit die Kriterien (44) und (47) für unseren Zweck nicht brauchbar sind. Um auch für diesen Fall anwendbare Kriterien zu erhalten, müssen die Untergruppen von  $\Gamma$  in einer von dem Obigen abweichenden Weise definiert werden.

Wir versehen zunächst die bei der Gruppe  $\Gamma$  in der  $z$ -Ebene vorhandenen Sichel mit den Indizes 0, 1, 2, ..., indem wir allgemein einer Sichel den Index  $p$  zuteilen, wenn man ihre Randkurve mit einem Punkt des Fundamentalbereichs  $B$  mittels einer stetigen, die Eckpunkte vermeidenden Linie verbinden kann, die in  $p$  nicht aber in einer geringeren Anzahl Punkte die Kurven der verschiedenen Sichel schneidet. Die Randsichel von  $B$  sind also des Index 0, die in den äussersten Zweiecken derselben liegenden Sichel des Index 1, u. s. w.

Wir wählen jetzt in folgender Weise die Reihe von Untergruppen unserer Gruppe  $\Gamma$ .

Es seien  $S_1, S_2, \dots, S_m$  die irgendwie geordneten erzeugenden Substitutionen von  $\Gamma$ , bzw. die entsprechenden Sichel, welche zusammen die Berandung des Fundamentalbereichs  $B$  von  $\Gamma$  bilden. Wir transformieren zuerst diese Randsichel, mit Ausnahme von  $S_1$ , mittels der verschiedenen Potenzen der Substitution  $S_1$ . Nachher transformieren wir die hierbei erhaltenen Sichel, mit Ausnahme von  $S_2$ , mittels der verschiedenen Potenzen von  $S_2$ , u. s. w. Schliesslich transformieren wir die bei den  $m-1$  vorhergehenden Schritten erhaltenen Sichel, mit Ausnahme von  $S_m$ , mittels der verschiedenen Potenzen der Substitution  $S_m$ .

Die in dieser Weise erhaltenen unendlich vielen Sichel, deren Indizes sämtlich  $> 1$  sind, bilden zusammen die volle Berandung eines gewissen Bereichs  $B_{m_1}$ . Jeder Randsichel derselben gehört eine Substitution von  $\Gamma$ , die das Äussere der Sichel auf einen Teil des Inneren derselben abbildet. Alle diese Substitutionen erzeugen eine Untergruppe von  $\Gamma$ , die  $B_{m_1}$  zum Fundamentalbereich hat. Dies ist eben unsere erste Untergruppe  $\Gamma_{m_1}$ .

Unter den Randsicheln von  $B_{m_1}$  wählen wir jetzt alle diejenigen aus, deren Indizes gleich 1 sind (die Anzahl derselben ist endlich), und ordnen dieselben oder die entsprechenden Substitutionen irgendwie in eine Folge  $S_1', S_2', \dots, S_m'$ . Indem wir dem oben auseinandergesetzten Verfahren genau Folge leisten (wir transformieren sukzessiv mittels der verschiedenen Potenzen von  $S_1'$ , bzw.  $S_2', \dots, S_m'$ ), gelangen wir von  $\Gamma_{m_1}$  zu einer neuen Untergruppe  $\Gamma_{m_2}$ , deren Fundamentalbereich  $B_{m_2}$  von lauter Sicheln begrenzt ist, deren Indizes  $> 2$  sind.

Wir wählen nachher diejenigen Randsicheln von  $B_{m_2}$  aus, deren Indizes gleich 2 sind, und bilden in genau derselben Weise wie oben die folgende Untergruppe  $\Gamma_{m_3}$ , nachher  $\Gamma_{m_4}$ , u. s. w. Dann wird allgemein der Fundamentalbereich der  $\nu^{\text{ten}}$  Gruppe  $\Gamma_{m_\nu}$  von lauter Sicheln begrenzt, deren Indizes  $> \nu$  sind.

Es sei nun

$$(S) \quad S_{i_1}^{\tau_1} S_{i_2}^{\tau_2} \dots S_{i_h}^{\tau_h}$$

irgendeine in „reduzierter Form“ geschriebene Substitution von  $\Gamma_{m_\nu}$ , d. h. wo die Anzahl der Primfaktoren  $S_{i_k}$ , welche die erzeugenden Substitutionen von  $\Gamma$  bzw. deren inverse Substitutionen bezeichnen, auf das Minimum reduziert ist. Wir behaupten, dass für die Summe der Exponenten die Ungleichung

$$\sum_{i=1}^h \tau_i > 2\nu + 1$$

besteht.

Zum Beweis ziehen wir vom Fundamentalbereich  $B$  aus nach dem Bereich (S) eine beliebige, die Eckpunkte der Sicheln vermeidende Linie  $OQ$ . Diese Linie schneidet die Berandung von  $B_{m_\nu}$  in einem gewissen Punkt  $P$ , und der Teil  $OP$  derselben hat, auf Grund der Definition der Untergruppen, mit den Kurven der Sicheln ausser  $P$  wenigstens  $\nu$  Punkte gemeinsam. Dasselbe gilt aber auch betreffs des anderen Teiles  $PQ$ , weil dieser in bezug auf die Gruppe  $\Gamma_{m_\nu}$  mit einer Kurve äquivalent ist, welche den Bereich  $B$  mit einem auf der Berandung des Bereichs  $B_{m_\nu}$  oder ausserhalb desselben gelegenen Punkt verbindet. Die Kurve  $OQ$  schneidet also die Kurven der bei  $\Gamma$  vorhandenen Sicheln wenigstens in  $2\nu + 1$  verschiedenen Punkten. Damit ist aber auch die obige Behauptung bewiesen.

Für das Folgende bemerken wir, dass hiernach wenigstens einer der Exponenten  $\tau$  in dem Ausdruck (S) der Bedingung

$$\tau > \frac{2\nu + 1}{h}$$

genügt.

27. Es sei nun  $\sigma_{h,p}$  derjenige Teil von  $\sigma_h$ , welcher sich auf alle der Bedingung

$$\tau_p > \frac{2\nu + 1}{h}$$

genügenden Substitutionen bezieht. Zur Abschätzung der Grösse dieser Teilsumme machen wir Gebrauch von der Ungleichung (31), indem wir dort  $S_{(v)}$  der Reihe nach gleich

$$S_{i_1}^{\tau_1}, S_{i_1}^{\tau_1} S_{i_2}^{\tau_2}, \dots, S_{i_1}^{\tau_1} S_{i_2}^{\tau_2} \dots S_{i_{h-1}}^{\tau_{h-1}}$$



wählen. Wie früher (S. 24) erhält man für die entsprechenden Werte von (27) die obere Grenze  $q$ , für den  $(p-1)$ ten Quotienten hat man aber jetzt die im allgemeinen genauere obere Grenze

$$2 \frac{q}{m-1} \sum_{i=1}^m \sum_{\tau = \left[ \frac{2\nu+1}{h} \right]}^{\left[ \frac{\mu_i}{2} \right]} \frac{\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{2\mu_i}}{\sin^2 \frac{\tau\pi}{\mu_i}},$$

wo die innere Summe nur für diejenigen Indizes  $i$  existiert, für welche der untere Index des Summenzeichens den oberen nicht übertrifft. Dieser Ausdruck ist aber, auf Grund der für  $\mu_i > 2$ ,  $\tau < \frac{\mu_i}{2}$  sicher geltenden Ungleichung

$$(48) \quad \frac{\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{2\mu_i}}{\sin^2 \frac{\tau\pi}{\mu_i}} < \frac{1}{\tau^2},$$

kleiner als  $2 q \left( \frac{2\nu+1}{h} \right) q$ , wo

$$\varphi(x) = \sum_{k=[x]}^{\infty} \frac{1}{k^2}$$

ist.

In der S. 25 angegebenen Weise erhält man jetzt, zunächst für  $p > 1$ , die Ungleichung

$$\sigma_{h,p} < 2 q \left( \frac{2\nu+1}{h} \right) q^{h-1} \sum_{i=1}^m \frac{R_i^2}{\delta_i}.$$

Unter Berücksichtigung der Beziehung

$$S_i^{\tau}(z) - S_i^{\tau}(\infty) = \frac{R_i^2}{z - S_i^{-\tau}(\infty)} \cdot \frac{\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{2\mu_i}}{\sin^2 \frac{\tau\pi}{\mu_i}} < \frac{R_i^2}{\tau^2 \delta_i},$$

welche nach (30), (39) und (48) für jede erzeugende Substitution von  $\Gamma$  gilt, sieht man aber unmittelbar, dass die obige Ungleichung auch für  $p=1$  und somit allgemein gültig ist.

Wir denken uns jetzt die Ungleichung (42) für die Untergruppe  $\Gamma_{m\nu}$  geschrieben. Weil jede in  $\Gamma_{m\nu}$  auftretende Substitution  $h$ ter Stufe, wenigstens in einer der Summen  $\sigma_{h,p}$  ( $p=1, 2, \dots, h$ ) vorkommt, so ist die sich auf Substitutionen  $h$ ter Stufe beziehende Teilsumme der rechten Seite der betreffenden Ungleichung kleiner als

$$\sum_{p=1}^h \sigma_{h,p} < 2 h q \left( \frac{2\nu+1}{h} \right) q^{h-1} \sum_{i=1}^m \frac{R_i^2}{\delta_i}.$$

Wir wählen hier  $h$  der Reihe nach gleich  $1, 2, \dots, \nu$ . Die Summe der auf Substitutionen höherer als  $\nu$ ter Stufe bezogenen Glieder ist  $< \frac{\sigma_1 q^\nu}{1-q}$ . Wir haben dann für den von singulären Punkten freien Teil  $B'$  von  $B$  die Ungleichung

$$(49) \quad f_{m\nu}(z) - z < \left[ 2 \sum_{h=1}^{\nu} h q \left( \frac{2\nu+1}{h} \right) q^{h-1} + \frac{q^\nu}{1-q} \right] \sum_{i=1}^m \frac{R_i^2}{\delta_i},$$

deren rechte Seite bei unbegrenzt wachsendem  $r$  und  $q < 1$  unendlich klein wird. Weil man dasselbe für jeden von singulären Punkten freien Bereich zeigen kann, so ist hiermit unser Satz in No 10 auch im Falle parabolischer Substitutionen bewiesen.

28. Die zuletzt angewandte Wahl der Untergruppen hat auch dann eine praktische Bedeutung, wenn einige Indizes  $\mu$  grosse endliche Werte haben. Im allgemeinen kann diejenige Wahl der Untergruppen als die zweckmässigste angesehen werden, welche die Reihen

$$\sum' S(z) - S(\infty)$$

möglichst rasch von ihren grössten Gliedern befreit. Man erreicht dies am besten, wenn bei der Bildung der neuen Fundamentalbereiche stets die Begrenzung der jeweilig grössten Randsichel überschritten wird oder, was im Wesentlichen damit gleichbedeutend ist, wenn stets die grössten Schnitte durch Wurzeloperationen geöffnet werden.

Es erübrigt noch zu zeigen, wie die in den Kriterien auftretenden Grössen  $R_i$  und  $\Delta_{ij}$  bei gegebener Schmeidung der  $x$ -Ebene abgeschätzt werden können.

29. Bevor wir diese Untersuchung für allgemeinere Fälle beginnen, wollen wir sie auf einem besonderen Wege für diejenigen Fälle durchführen, wo die Punkte  $a_i, b_i$  sämtlich auf der reellen Achse liegen und alle Zahlen  $\mu_i$  gleich zwei sind. Es handelt sich also um die numerische Ausführung der Uniformisierung aller zweiblättrigen Riemannschen Flächen mit reellen Windungspunkten. Zugleich hat man hier ein Verfahren, die von einer Anzahl auf der reellen Achse gelegener Schnitte begrenzte Ebene auf einen Kreisbereich abzubilden.

Auf der reellen Achse markieren wir eine gerade Anzahl Punkte, die von links nach rechts gerechnet

$$a_1, b_1, a_2, b_2, \dots, a_m, b_m$$

seien. Als Schnitt  $a_i, b_i$  wählen wir die entsprechende Strecke der reellen Achse. Die Sichel, welche im Falle  $\mu = 2$  allgemein aus dem Inneren einer einfachen geschlossenen Kurve bestehen, sind dann insbesondere Kreise. Aus der Resolvente (17) geht nämlich hervor, dass im vorliegenden Falle jede Randkurve  $K$  des Fundamentalbereichs inbezug auf die reelle Achse symmetrisch ist, wobei gerade die inbezug auf die reelle Achse symmetrischen Punkte einander paarweise entsprechen. Weil diese Punkte anderseits durch die involutorische Substitution

$$\frac{z' - \zeta}{z' - \zeta'} = - \frac{z - \zeta}{z - \zeta'}$$

einander zugeordnet sind, wo  $\zeta, \zeta'$  die Schnittpunkte von  $K$  mit der reellen Achse bedeuten, so ist ohne weiteres klar, dass die Kurve  $K$  mit dem Kreise

$$\left| z - \frac{\zeta + \zeta'}{2} \right| = \frac{\zeta - \zeta'}{2}$$

identisch ist.

30. Im vorliegenden Falle bestehen die Wurzelprozesse aus Quadratwurzelausziehungen, welche den Ausdruck

$$(50) \quad x_{\nu+1} - c_{\nu} = \frac{1}{2} \left( x_{\nu} - c_{\nu} \pm \sqrt{(x_{\nu} - c_{\nu})^2 - r_{\nu}^2} \right)$$

besitzen, wo  $c_{\nu} = \frac{a_{\nu} + b_{\nu}}{2}$  den Mittelpunkt des Schnittes, der eben geöffnet wird, und  $r_{\nu}$  die halbe Länge desselben bedeutet. Für einen ausserhalb des Schnittes gewählten Punkt  $x_{\nu}$  der reellen Achse folgt hieraus

$$x_{\nu+1} - c_{\nu} < x_{\nu} - c_{\nu}$$

und

$$\frac{dx_{\nu+1}}{dx_{\nu}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{x_{\nu} - c_{\nu}}{\sqrt{(x_{\nu} - c_{\nu})^2 - r_{\nu}^2}} > 1.$$

wenn in der Formel (50) das richtige Zeichen, d. h. für  $x_{\nu+1}(x)$  derjenige Zweig gewählt wird, welcher den unendlich fernen Punkt invariant lässt.

Die erste dieser Ungleichungen zeigt, dass der betreffende Wurzelprozess auf die ausserhalb des Schnittes auf der reellen Achse liegenden Punkte eine Anziehung gegen das Zentrum  $c_{\nu}$  bewirkt, die zweite, dass jede ausserhalb des Schnittes gewählte Strecke der reellen Achse hierbei verlängert wird. Aus der ersten Bemerkung folgt insbesondere, dass sich der Punkt  $a_1$  während der sukzessiven Wurzelprozesse beständig nach rechts, der Punkt  $b_m$  dagegen beständig nach links bewegt, und zwar im ganzen um einen Betrag, der sicher grösser als  $\frac{r_1}{2}$  bzw.  $\frac{r_m}{2}$  ist, wenn  $r_i$  die halbe Länge des Schnittes  $a_i b_i$  bezeichnet. Also schneiden alle Randkurven des Fundamentalbereichs die reelle Achse zwischen den Punkten  $c_1 - \frac{r_1}{2}$  und  $c_m + \frac{r_m}{2}$ .

31. Wir denken uns zuerst die  $m$  Anfangsoperationen ausgeführt, welche die Schmitte  $a_i b_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) der Reihe nach durch geschlossene Kurven ersetzen. Es sei  $z_i$  die  $i$ te unter diesen Kurven,  $K_i$  der entsprechende Randkreis des Fundamentalbereichs in der  $z$ -Ebene und  $R_i$  der Radius von  $K_i$ . Ferner sei  $d_i$  die Länge des zwischen  $z_i$  und  $z_{i+1}$  liegenden Teiles der reellen Achse (nach dem oben gesagten ist  $d_i > a_{i+1} - b_i$ ),  $\Delta_i$  die Länge des entsprechenden Teiles der reellen Achse in der  $z$ -Ebene. Die Gesamtlänge  $s_i$  der innerhalb der Kurve  $z_i$  liegenden Strecken der reellen Achse, welche keinen Bildschnitten angehören, wird bei den folgenden Wurzelprozessen beständig vergrössert, und man hat somit

$$(51) \quad R_i > \frac{s_i}{2}.$$

Weil ferner

$$(52) \quad 2 \sum_{i=1}^m R_i + \sum_{i=1}^{m-1} \Delta_i < E$$

ist, wo  $E$  den Abstand der beiden äussersten Schnittpunkte des Kurvensystems  $z$  mit der reellen Achse bedeutet — nach dem oben Gesagten ist übrigens

$$(52)' \quad E < |a_1 - b_m| - \frac{1}{2} (r_1 + r_m),$$

und weil allgemein

$$(53) \quad \Delta_i > d_i (> a_{i+1} - b_i)$$

ist, so hat man für den Radius eines beliebigen Randkreises  $K_j$  die Ungleichung

$$(54) \quad 2 R_j < E - \sum_{i=1}^{m-1} d_i - \sum_{i=1}^m s_i,$$

wo bei der letzten Summierung der Wert  $i=j$  auszuschliessen ist.

Weil im vorliegenden Falle die Punkte  $S(\infty)$  mit den Mittelpunkten  $\frac{\xi + \xi'}{2}$  der betreffenden Randkreise  $K$  zusammenfallen, so haben wir nach der in N:o 23 gegebenen Definition der Grössen  $\Delta_{ij}$

$$(55) \quad \begin{aligned} \Delta_{ij} &= \sum_{k=i}^{j-1} \Delta_k + 2 \sum_{k=i+1}^{j-1} R_k + R_j \quad \text{für } j > i, \\ \Delta_{ij} &= \sum_{k=j}^{i-1} \Delta_k + 2 \sum_{k=j+1}^{i-1} R_k + R_j \quad \text{für } j < i \end{aligned}$$

zu nehmen. Nach der Abschätzung der Werte der Grössen  $R_i$  und  $\Delta_{ij}$  mittels der Formeln (54), (55), unter Berücksichtigung von (51) und (53), lassen sich nachher obere Grenzen für  $q$  und  $\sigma_i$  aus (35) bzw. (46) berechnen und also die Abschätzungen (44) oder (47) aufstellen, wenn  $q < 1$  ist<sup>1)</sup>.

32. Wir gehen jetzt zu dem allgemeinen Fall über, wo die Indizes  $\mu_i$  ganz beliebige Werte haben. Die Darstellung der Konvergenzkriterien beruht auf einem allgemeinen Satz, den wir zuerst herleiten werden.

Es sei  $A$  ein mit endlich oder unendlich vielen Randkurven versehener, zusammenhängender Bereich der  $x$ -Ebene, welcher den unendlich fernen Punkt als inneren Punkt enthält. Ferner sei  $\varphi(x)$  eine im Innern dieses Bereichs eindeutige, *einwertige* und im Endlichen reguläre analytische Funktion, die in der Umgebung des unendlich fernen Punktes eine Reihenentwicklung der Form

$$(56) \quad \varphi(x) = x + \frac{c_1}{x} + \frac{c_2}{x^2} + \dots$$

hat.

Die Randkurven von  $A$  ordnen wir in irgendeiner Weise in Gruppen und umschliessen die zu jeder einzelnen Gruppe gehörigen Randkurven mit einer geschlossenen Kurve, sodass die neuen Kurven alle im Innern des Bereichs  $A$  und getrennt von einander verlaufen. Es seien

---

<sup>1)</sup> Nach einem bekannten Satz von RITTER und BURNSIDE sind die Poincaré'schen Reihen ( $-2$ )ter Dimension im vorliegenden Falle, wo es sich um Hauptkreisgruppen ohne Grenzkreis handelt, stets absolut konvergent. Durch eine andere Anordnung der Glieder, nämlich indem man jedem Kreis die von demselben nächst umschlossenen Kreise zuordnet, kann in der Tat bewiesen werden, dass der Quotient  $\sigma_{\nu+1} : \sigma_{\nu}$  beständig kleiner als eine Grösse  $< 1$  ist. (Vgl. die Abhandlung des Verf.: *Zur Theorie der Konvergenz der Poincaré'schen Reihen* (Annales Academiae scientiarum fennicae, t. IX, Ser. A, N:o 4. S. 23)).

$C_1, C_2, \dots$  diese Kurven. ferner  $\alpha_i, \alpha_2, \dots$  die von  $C_i$  umschlossenen Randkurven von  $A$  und  $D_{i\nu}$  und  $d_{i\nu}$  der grösste bzw. kleinste Abstand zwischen den Punkten der Kurven  $C_i$  und  $\alpha_{i\nu}$ . Die Kurven  $C_i$  begrenzen vollständig einen unendlichen Teilbereich von  $A$ , den wir  $A'$  nennen.

Weil die Funktion  $q(x) - x$  in diesem Bereich  $A'$  eindeutig und regulär ist, erreicht ihr absoluter Betrag dort sein Maximum  $M$  für einen Punkt  $x_0$  einer gewissen Randkurve  $C_\alpha$ .

Lassen wir die  $q$ -Ebene mit der  $x$ -Ebene zusammenfallen, so wird allgemein die Bildkurve von  $C_i$  innerhalb derjenigen Parallelkurve von  $C_i$  verlaufen, welche  $C_i$  umschliesst und davon die Entfernung  $M$  hat. Aus der Einwertigkeit der Funktion  $q(x)$  in dem ganzen Bereich  $A$  folgt dann, dass allgemein die Bildkurven sämtlicher Kurven  $\alpha_{i\nu}$  innerhalb der genannten Parallelkurve von  $C_i$  liegen, so dass für die Punkte  $\xi$  der Kurve  $\alpha_{i\nu}$  die Ungleichung

$$(57) \quad |q(\xi) - \xi| < D_{i\nu} + M$$

gilt.

Weil die Funktion  $q(x) - x$  im Bereiche  $A$  eindeutig und regulär ist und weil sie für  $x = \infty$  verschwindet, so haben wir für einen beliebigen Punkt  $x$  von  $A$  auf Grund des Cauchy'schen Lehrsatzes die Formel

$$(58) \quad q(x) - x = \frac{1}{2\pi i} \sum \int_{\alpha_{i\nu}} \frac{q(\xi) - \xi}{\xi - x} d\xi,$$

wo über sämtliche Randkurven von  $A$  zu integrieren ist<sup>1)</sup>.

Es sei  $D_i$  das grösste  $D_{i\nu}$  und  $d_i$  das kleinste  $d_{i\nu}$  und ferner  $g_{ij}$  der kleinste Abstand der Kurven  $C_i$  und  $C_j$ . Wenn  $x$  auf der Kurve  $C_\alpha$  gewählt wird, so ist für einen beliebigen Punkt  $\xi$  der Kurve  $\alpha_{i\nu}$ , wenn  $i \neq \alpha$  ist,

$$(59) \quad |q(\xi) - \xi| < D_i + M; \quad |\xi - x| > d_i + g_{i\alpha},$$

während für Punkte der Kurven  $\alpha_{i\nu}$  die Ungleichungen

$$(59)' \quad |q(\xi) - \xi| < D_\alpha + M; \quad |\xi - x| > d_\alpha$$

gelten.

Fassen wir jetzt in der Summe (58) jedesmal diejenigen Glieder zusammen, bei welchen über die Kurven einer und derselben Gruppe integriert wird, und bezeichnen wir mit  $\lambda_i$  die Gesamtlänge der innerhalb  $C_i$  gelegenen Randkurven, so erhält man aus (58) für  $x = x_0$  die Ungleichung

$$(60) \quad M < \frac{1}{2\pi} \sum_i' \frac{D_i + M}{d_i + g_{i\alpha}} \lambda_i + \frac{1}{2\pi} \frac{D_\alpha + M}{d_\alpha} \lambda_\alpha,$$

wo die erste Summe sich auf alle von Null verschiedenen Indizes bezieht.

Wir nehmen jetzt an, dass alle Ungleichungen der Form

$$(61) \quad \frac{\lambda_k}{d_k} + \sum_i' \frac{\lambda_i}{d_i + g_{ik}} < 2\pi,$$

<sup>1)</sup> Man sollte eigentlich längs gewisser um die einzelnen Randkurven  $\alpha_{i\nu}$  bezeichneter Kurven integrieren, deren Abstände von den Randkurven  $\alpha$  nachher unendlich klein gemacht werden.

wo  $k$  ein beliebiger von den Indizes  $i$  ist und wo sich die Summierung über alle von  $k$  verschiedenen Indizes erstreckt, erfüllt sind. Dann können wir sicher die Ungleichung (60) in bezug auf  $M$  lösen. Hieraus ergibt sich

$$M < M_0,$$

wo

$$(62) \quad M_0 = \text{Max.} \left[ \frac{1}{2\pi} \left( \frac{D_k \lambda_k}{d_k} + \sum' \frac{D_i \lambda_i}{d_i + g_{ik}} \right) : \left( 1 - \frac{1}{2\pi} \left( \frac{\lambda_k}{d_k} + \sum' \frac{\lambda_i}{d_i + g_{ik}} \right) \right) \right] \quad (k = 1, 2, 3, \dots)$$

ist.

Das letzte Resultat wollen wir für die spätere Anwendung in folgender Form aussprechen.

**Satz.** *Es sei  $A'$  ein von geschlossenen Kurven  $C_i$  begrenzter, den unendlich fernen Punkt enthaltender Bereich der  $x$ -Ebene, in welchem  $\varphi(x)$  eine eindeutige, einwertige und im Endlichen reguläre analytische Funktion ist, die in der Umgebung des unendlich fernen Punktes eine Reihenentwicklung der Form*

$$\varphi(x) = x + \frac{c_1}{x} + \frac{c_2}{x^2} + \dots$$

*hat. Es werde dazu vorausgesetzt, dass  $\varphi(x)$  diese Eigenschaften noch in einem grösseren Bereich  $A$  behält, welcher den Bereich  $A'$  als Teilbereich enthält und dessen Randkurven innerhalb der Kurven  $C$  in der Weise gelegen sind, dass die Bedingungen (61) erfüllt werden. Unter diesen Voraussetzungen hat man für jeden Randpunkt von  $A'$*

$$(63) \quad |\varphi(x) - x| < M_0,$$

wo  $M_0$  eine nur von den Bereichen  $A$  und  $A'$  abhängige Grösse bezeichnet<sup>1)</sup>.

33. Wir wollen unseren Satz auf den speziellen Fall anwenden, wo der Bereich  $A$  aus dem Äusseren eines einzigen Kreises  $K$  mit dem Radius  $r$  besteht.

Zur Kurve  $C$  wählen wir einen mit  $K$  konzentrischen Kreis mit dem Radius  $R > r$ . Die Bedingungen (61) reduzieren sich dann auf

$$\frac{2\pi r}{R-r} < 2\pi \quad \text{oder} \quad R > 2r,$$

und aus (62) erhält man

$$M_0 = \frac{R+r}{R-2r} r.$$

Für Punkte der Kreislinie  $|x| = R$  haben wir die Ungleichung

$$|\varphi(x)| < R + \frac{R+r}{R-2r} r,$$

<sup>1)</sup> Als Korollarium folgt hieraus, dass die Ungleichung

$$|\varphi(x)| < M_0 + T,$$

wo  $T$  den grössten Wert von  $\varphi(x)$  auf den Kurven  $C_i$  bedeutet, zunächst für die Punkte der Kurven  $C_i$ , dann aber a fortiori für die Randpunkte von  $A$  gültig ist. Für den Spezialfall, dass  $A$  nur eine einzige Randkurve hat, welcher Fall in der folgenden Nummer behandelt wird, ergibt sich hieraus ein Satz von KOEBE (Vgl. *Über die Uniformisierung der algebraischen Kurven* (Math. Annalen, 69 (1910), S. 46)).

welche dann a fortiori für  $|x| = r$  gültig ist. Wählt man speziell  $R = (2 + \sqrt{3})r$ , so erreicht die rechte Seite ihr Minimum  $= (3 + 2\sqrt{3})r$ . Es gilt daher die Ungleichung

$$|\varphi(x) - x| < (k+1)r \quad (k < 3 + 2\sqrt{3})^1)$$

auf der Peripherie von  $K$ . Durch Anwendung der Cauchyschen Formel erhält man hieraus die Ungleichungen

$$(64) \quad |\varphi(x) - x| < \frac{(k+1)r^2}{|x| - r}$$

und

$$(64)' \quad |\varphi'(x) - 1| < \frac{(k+1)r^2}{(|x| - r)^2}$$

ausserhalb des genannten Kreises.

34. In dem Spezialfalle, wo  $\varphi(x)$  der Gleichung

$$(65) \quad \frac{\varphi(x) - \frac{r}{n}}{\varphi(x) + \frac{r}{n}} = \left(\frac{x-r}{x+r}\right)^{\frac{1}{n}}$$

genügt, können die beiden letzten Ungleichungen verschärft werden. Der späteren Anwendung wegen wollen wir dies für die erste von ihnen zeigen.

Wir nehmen zunächst  $r=1$  an. Für den Hauptzweig von  $\varphi(x)$  leitet man leicht die Darstellung

$$x - \varphi(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$$

her, wo

$$P(x) = \left(1 + \frac{1}{n}\right) \frac{1}{x^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2k}{(2k+1)!} \cdot \frac{\left(1 - \frac{1}{n}\right)\left(2 - \frac{1}{n}\right) \cdots \left(2k - 1 - \frac{1}{n}\right)}{x^{2k-2}}$$

und

$$Q(x) = \frac{1}{x} \left\{ 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\left(1 - \frac{1}{n}\right)\left(2 - \frac{1}{n}\right) \cdots \left(2k - \frac{1}{n}\right)}{(2k+1)! x^{2k}} \right\}$$

ist. Für beliebige positive ganzzahlige Werte von  $n$  und für  $|x| > 1$  folgt aus der ersten Formel

$$|P(x)| < \frac{1}{3|x|^2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{|x|^2}}$$

und aus der zweiten

$$|Q(x)| > \frac{1}{|x|} \left\{ 1 - \frac{1}{3|x|^2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{|x|^2}} \right\}.$$

<sup>1)</sup> Neuerdings hat man für die Koebesche Konstante  $k$  den genauen Wert  $k=2$  gefunden. Vgl. z. B. L. BIEBERBACH, *Über die Koeffizienten derjenigen Potenzreihen, welche eine schlichte Abbildung des Einheitskreises vermitteln* (Sitzungsberichte der königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften, XXXVIII, 1916).

Der letzte Ausdruck ist positiv für  $|x| < \frac{2}{\sqrt{3}}$ . Unter dieser Annahme besteht die Ungleichung

$$(66) \quad |\varphi(x) - x| < \frac{1}{3|x|} \cdot \frac{1}{1 - \frac{4}{3|x|^2}}.$$

Allgemeiner folgt aus (65) für  $|x| > \frac{2}{\sqrt{3}} r$  die Ungleichung

$$(66)' \quad |\varphi(x) - x| < \frac{r^2}{3|x|} \cdot \frac{1}{1 - \frac{4}{3|x|^2}} r^2.$$

35. Zur Abschätzung der in unseren Kriterien auftretenden Grössen  $R_i$  und  $\Delta_{ij}$  kann der Satz in No 32 in folgender Weise angewandt werden.

Wir wählen zum Bereich  $A$  die geschnittene  $x$ -Ebene, wo wir um den Mittelpunkt jedes etwa geradlinig gewählten Schnittes  $a_i b_i$  einen Kreis  $C_i$  mit dem Radius  $q_i$  beschreiben. Es sei  $r_i$  die halbe Länge von  $a_i b_i$ . Auf der rechten Seite von (62) haben wir dann

$$\lambda_\nu = 4 r_\nu, \quad D_\nu = q_\nu + r_\nu, \quad d_\nu = q_\nu - r_\nu$$

zu setzen.

Die Bedingungen (61) werden hier erfüllt, wenn die Längen der Schnitte im Vergleich mit ihren Entfernungen von einander hinreichend klein angenommen werden. Wir setzen z. B. voraus, dass allgemein

$$q_i = 4 r_i$$

gewählt werden kann. Es sei  $s$  der kleinste unter den Quotienten

$$\frac{g_{ik}}{r_i} \quad (i, k = 1, 2, \dots, m; i \neq k),$$

wo  $g_{ik}$  wie oben den kleinsten Abstand der Kreise  $C_i$  und  $C_k$  von einander bedeutet. Die Bedingungen (61) reduzieren sich dann auf die folgende

$$(67) \quad s > \frac{6(m-1)}{3\pi-2} - 3,$$

und sind also für  $m < 4$  immer erfüllt. Ferner genügt das durch (62) definierte Maximum der Ungleichung

$$(68) \quad M_0 < \frac{10}{\pi} \left( \frac{r_M}{3} + \frac{\sum' r_i}{3+s} \right) : \left( 1 - \frac{2}{\pi} \left[ \frac{1}{3} + \frac{m-1}{3+s} \right] \right),$$

wo  $r_M$  die halbe Länge des grössten Schnittes ist. Hieraus geht hervor, dass der Wert von  $M_0$  unterhalb jeder vorgegebenen Grösse herabsinkt, wenn die Schnitte auf Punkte zusammengezogen werden, ohne dass sie sich dabei unbegrenzt nähern.

Wir identifizieren jetzt die Funktion  $\varphi(x)$  mit dem Hauptzweig unserer polymorphen Funktion  $z(x)$ . Infolge der Ungleichung (63), die für Punkte der Kreise  $C_i$  gilt, liegen die Bildkurven dieser Kreise und also auch die Bilder der Schnitte, d. h. die Randsicheln des Fundamentalbereichs von  $T$ , innerhalb der mit den Kreisen  $C_i$  konzentrischen Kreise  $K_i'$  mit den

Radien  $R_i' = \varrho_i + M_0$ . Wir setzen  $s$  so gross voraus, dass die Kreise  $K_i'$  ausserhalb einander liegen. Für die in N:o 23 definierten Grössen  $R_i$  und  $\Delta_{ij}$  bestehen dann die Ungleichungen

$$(69) \quad R_i < R_i' = \varrho_i + M_0; \Delta_{ij} > \left| \frac{a_i + b_i}{2} - \frac{a_j + b_j}{2} \right| - R_i' - R_j'.$$

Nach diesen allgemeinen Bemerkungen wollen wir unsere Konvergenzkriterien bei geeigneten numerischen Beispielen einer näheren Prüfung unterwerfen. Wir werden dabei sehen, dass dieselben während der Rechnung noch einigermaßen verschärft werden können.

## V. Numerische Beispiele.

36. Wir beginnen mit dem einfachen Fall, wo in der  $x$ -Ebene nur zwei reelle Punktpaare  $a_1, b_1$  und  $a_2, b_2$  gegeben sind, deren Index  $\mu$  gleich 2 ist. Es handelt sich dann zugleich um die Uniformisierung der Riemannschen Fläche ersten Geschlechtes

$$y^2 = (x - a_1)(x - b_1)(x - a_2)(x - b_2),$$

weil nämlich offenbar neben  $x$  auch  $y$  in  $z$  eindeutig ist.

Wir denken uns für einen Augenblick eine lineare Substitution ausgeführt, welche die Windungspunkte in die Punkte

$$e_1, e_2, e_3, \infty$$

überführt, die der Bedingung

$$e_1 + e_2 + e_3 = 0$$

unterworfen sind. Für die dem Schnitt  $e_1, e_2$  zugeordnete Quadratwurzeloperation hat man dann den Ausdruck

$$(70) \quad \frac{x - e_2}{x - e_1} = \left( \frac{x_1 - \frac{1}{2} e_2 + \frac{1}{4} e_3}{x_1 - \frac{1}{2} e_1 + \frac{1}{4} e_3} \right)^2.$$

Dies ist die bekannte „Landensche Substitution“<sup>1)</sup>. Wenn man dagegen die Wurzeloperation bei dem Schnitt  $e_2, e_3$  anwendet, erhält man die Gleichung

$$(71) \quad \frac{x - e_2}{x - e_3} = \left( \frac{x_1 - \frac{1}{2} e_2 + \frac{1}{4} e_1}{x_1 - \frac{1}{2} e_3 + \frac{1}{4} e_1} \right)^2,$$

in welcher die „Gaussische Substitution“ erkannt wird.

Wir bringen jetzt die Punkte  $a_1, b_1, a_2, b_2$  mittels einer reellen linearen Substitution in solche Lagen, dass die halben Längen  $r_1$  und  $r_2$  der aus  $a_1, b_1$  und  $a_2, b_2$  durch diese Transformation erhaltenen Schnitte beide gleich 1 werden und dass diese Schnitte zur imaginären Achse symmetrisch liegen, was zwei verschiedene Möglichkeiten gibt, jenachdem ob man die Reihenfolge

<sup>1)</sup> Vgl. z. B. DURÉGE und MAURER, *Theorie der elliptischen Functionen*, fünfte Auflage, S. 55.

der Punkte ungeändert lässt oder die Punkte einer zyklischen Vertauschung unterwirft. Führen wir die Doppelverhältnisse

$$D = \frac{a_2 - b_1}{a_2 - a_1} : \frac{b_2 - b_1}{b_2 - a_1}, \quad D' = \frac{b_2 - a_2}{b_2 - b_1} : \frac{a_1 - a_2}{a_1 - b_1}$$

ein, so haben wir für den Abstand der Mittelpunkte der Schnitte den Ausdruck

$$q = \frac{2}{\sqrt{1-D}} \quad \text{bzw.} \quad q = \frac{2}{\sqrt{1-D'}}.$$

Weil  $D + D' = 1$  ist, so ist einer dieser Werte  $\geq 2\sqrt{2}$ .

Im vorliegenden Falle lässt sich die Abhängigkeit der S. 10 mit  $N$  bezeichneten Zahl von  $n$  leicht angeben. Wir nehmen an, dass bei den sukzessiven Wurzelprozessen von den zwei stets vorhandenen Schnitten wechselweise der links- und der rechtstehende geöffnet wird. Nach Ausführung der ersten, zweiten und dritten Operation gelangt man zu Gruppen, deren Fundamentalbereiche von Randsicheln bzw. der Stufen 2, 1; 2, 3; 5, 3 begrenzt sind (Fig. 1). Für  $n=1, 2, 3$  hat man daher bzw.  $N=1, 2, 3$  zu setzen, und man sieht unmittelbar ein, dass für grössere  $n$  der zugehörige Wert von  $N$  immer gleich der Summe der zwei nächst vorhergehenden Werte ist. Nach der Theorie der rekurrenten Reihen folgt hieraus

$$N = \frac{1}{\sqrt{5}} \left\{ \left( \frac{\sqrt{5}+1}{2} \right)^{n+1} + (-1)^n \left( \frac{\sqrt{5}-1}{2} \right)^{n+1} \right\}.$$

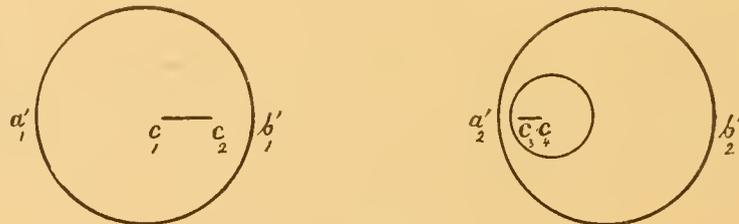


Fig. 1.  $x_2$ -Ebene.

Nach (52)' und (53) ist  $E < q + 1$  und  $\Delta_1 > q - 2$ . Mit Rücksicht auf die Symmetrie des Fundamentalbereichs in bezug auf die imaginäre Achse ist offenbar  $R_1 = R_2$ , und wir erhalten daher nach (52)

$$R_1 = R_2 < \frac{3}{4}.$$

Weil ferner nach (55)  $\Delta_{ij} = R_j + \Delta_j$  ( $i, j = 1, 2$ ) ist, so folgt aus (46), für jeden Fixpunkt der erzeugenden Substitutionen,

$$\sigma_1(\xi) < R_i + \frac{R_j^2}{\Delta_{ij}} < \frac{5}{4}.$$

Die Formel (44) nimmt daher die Form

$$(72) \quad |f_n(\xi) - \xi| < \frac{5}{4} \frac{q^{2N-2}}{(1-q)^q}$$

an. Für die Zahl  $q$  findet man nach (35), wo in dem ungünstigsten Fall  $D = \frac{1}{2}$  und  $\Delta_{ij} > R + 2\sqrt{2} - 2$  ist, die Ungleichung

$$q < \frac{1}{4}.$$

37. Wir führen die Rechnungen näher aus für die Gleichung

$$y^2 = x(1-x)(1-x^2x),$$

wo  $x = \frac{24}{25}$  ist<sup>1)</sup>. Hier ist  $a_1 = 0$ ,  $b_1 = 1$ ,  $a_2 = \frac{1}{x^2}$ ,  $b_2 = \infty$ , also

$$D' = x^2 = \frac{576}{625},$$

woraus  $q = \frac{50}{7}$  berechnet wird.

Nach Ausführung der beiden Anfangsoperationen gelangt man zu der  $x_2$ -Ebene (vgl. Fig. 1). wo mit drei Dezimalen

$$\begin{aligned} a_1' &= -4,038, & b_1' &= -3,033, & a_2' &= 3,034, & b_2' &= 4,039, \\ c_1 &= -3,505, & c_2 &= -3,495 \end{aligned}$$

ist. Nach No 31 berechnet man aus diesen Werten

$$E < 8,078, \quad \Delta_1 > 6,066,$$

und die Länge des Schnittes  $c_1 c_2$  findet sich  $< 0,011$ . Vermittels der Formel (50) wird die Länge von  $c_3 c_4 < 0,0001$  gefunden. Wir haben daher  $s_1 > 0,985$ ,  $s_2 > 1,004$  und also nach (51), (54) und (55)

$$R_1 = R_2 < 0,52, \quad \Delta_{12} = \Delta_{21} > 6,55.$$

Aus (35) und (46) folgt dann

$$q < 0,0063, \quad \sigma_1(\xi) < 0,57$$

und schliesslich aus (44)

$$|f_2(\xi) - \xi| < \frac{3}{10^5}, \quad |f_3(\xi) - \xi| < \frac{1}{10^6}.$$

38. Als zweites Beispiel nehmen wir die Riemannsche Fläche des Geschlechtes zwei

$$y^2 = (x^2 - 1)(x^2 - 36)(x^2 - 64);$$

die zugehörigen Schnitte  $(-8, -6)$ ,  $(-1, 1)$ ,  $(6, 8)$  haben annähernd dieselben Entfernungen von einander wie im vorhergehenden Beispiele.

Nach Ausführung der drei Anfangsoperationen gelangt man zur Ebene der Hauptfunktion  $x_3$ , deren Fundamentalebene 10 Randkurven mit den Stufenzahlen

$$2, 2, 3, 3, 2, 3, 4, 4, 3, 3$$

<sup>1)</sup> Dieses Beispiel ist dem oben erwähnten Lehrbuch von DURÉGE und MAURER entnommen (S. 60).

hat. Wir erhalten die Figur 2, wo mit drei Dezimalen

$$\begin{aligned} a_1' &= -7,449, & b_1' &= -6,442, & a_2' &= -0,506, & b_2' &= 0,510, \\ a_3' &= 6,441, & b_3' &= 7,446, & c_1 &= -6,928, & c_2 &= -6,926, \\ c_3 &= -6,915, & c_4 &= -6,902, & c_5 &= 0,632, & c_6 &= 0,042 \end{aligned}$$

ist, und hieraus nach No 31

$$\Delta_1 > 5,935, \quad \Delta_2 > 5,930, \quad E > 14,896.$$

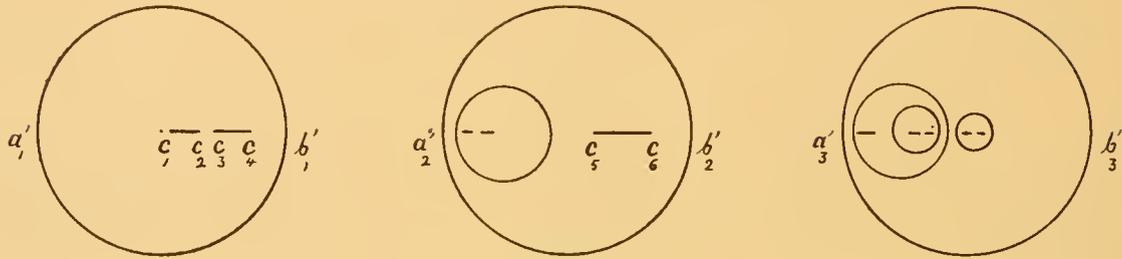


Fig. 2.  $x_3$ -Ebene.

Die Längen des ersten, zweiten und fünften Schnittes, von links nach rechts gerechnet, werden hiernach bzw. kleiner als

$$0,003, \quad 0,014, \quad 0,011$$

gefunden. Vermittels der Formel (50) werden die Grössen der übrigen Schnitte  $< 0,0001$  abgeschätzt. Weil also, nach der No 31 gegebenen Definition der Grössen  $s$ ,

$$s_1 > 0,989, \quad s_2 > 1,004, \quad s_3 > 1,004$$

ist, so wird infolge der Ungleichungen (51), (53), (54) und (55)

$$R_i < 0,52, \quad \Delta_{ij} > 6,42 \quad (i, j = 1, 2, 3; i \neq j).$$

Aus (35) berechnet man dann

$$q < 0,0132.$$

Zur Aufstellung der Ungleichung (47) bemerken wir, dass die Substitutionen niederster Stufe von  $T_3$

$$S_1 S_2 S_1, \quad S_1 S_3 S_1, \quad S_2 S_3 S_2$$

sind, und wir haben also in dieser Ungleichung

$$z_1 = 2, \quad z_2 = 1, \quad z_3 = 0$$

zu setzen. Aus den obigen Werten erhält man für die Differenz  $f_3(\xi) - \xi$  die Abschätzung

$$f_3(\xi) - \xi < \frac{5}{10^5}.$$

Wir führen noch diejenigen Wurzeloperationen aus, bei welchen der erste, zweite und fünfte Schnitt der Reihe nach geöffnet werden, und gelangen zur Hauptfunktion  $x_6$  der Untergruppe  $T_6$ , deren Fundamentalbereich 66 Randkurven hat, unter welchen 6 von dritter, alle

übrigen von höherer Stufe sind. Aus (47) erhält man, nach Einsetzung der berechneten Größen, die Ungleichung

$$|f_6(\xi) - \xi| < \frac{6}{10^9}$$

für jeden Fixpunkt der erzeugenden Substitutionen

39. Als Beispiel zu dem allgemeinen Fall betrachten wir zwei Schnitte  $a_1 b_1, a_2 b_2$  mit dem Index  $n$ . Es handelt sich zugleich um die Uniformisierung der Riemannschen Fläche des Geschlechtes  $n-1$

$$(73) \quad y^n = \frac{x-a_1}{x-b_1} \cdot \frac{x-a_2}{x-b_2}.$$

Wir wählen  $a_1 = -1, b_1 = 1, a_2 = 6, b_2 = 8$ . Die Entfernung der Schnitte von einander ist dann näherungsweise dieselbe wie im ersten Beispiele.

Wir öffnen zuerst den linksstehenden Schnitt vermittle der durch

$$(74) \quad \begin{aligned} x_1 - \frac{1}{n} \\ x_1 + \frac{1}{n} \end{aligned} = \left( \frac{x-1}{x+1} \right)^{\frac{1}{n}}$$

gegebenen Wurzeloperation. Der Übergang von der  $x$ -Ebene zur  $x_1$ -Ebene geschieht dann in der Weise, dass man den Schnitt  $a_1 b_1$  durch eine Sichel  $n$ ter Ordnung mit den Eckpunkten  $\pm \frac{1}{n}$  ersetzt, den zweiten Schnitt  $a_2 b_2$  vermittle des Hauptzweiges der Funktion  $x_1(x)$  abbildet und schliesslich die Bilder des neuen Schnittes einträgt, die mit Hilfe der Potenzen der durch die Gleichung

$$(74) \quad \begin{aligned} \Sigma(x) - \frac{1}{n} \\ \Sigma(x) + \frac{1}{n} \end{aligned} = e^{\frac{2\pi i}{n} \left( \frac{x-1}{x+1} \right)^{\frac{1}{n}}}$$

bestimmten linearen Substitution  $\Sigma(x)$  innerhalb der Sichel erhalten worden sind. Die Punkte des Schnittes  $a_2 b_2$  werden dabei nach links um einen Betrag  $< 0,06$  verschoben, wie man durch Anwendung von (66) auf diesen Fall, wo  $x > 6$  ist, findet. Die Länge des verschobenen Schnittes  $a_2' b_2'$  ist daher  $< 2,06$ . Weiter berechnet man nach (30) und (31), wo jetzt

$$\frac{\xi_i + \xi_i'}{2} = \frac{1}{n}, \quad \mu_i = n, \quad \tau = \nu$$

zu setzen ist,

$$(75) \quad \left| \frac{d\Sigma^\nu(x)}{dx} \right| = \frac{1}{n^2} \cdot \frac{1}{\sin^2 \frac{\pi \nu}{n}} \cdot \frac{1}{\left( x - \Sigma^{-\nu}(\infty) \right)^2},$$

und nach (74)

$$(75)' \quad \Sigma^{-\nu}(\infty) = -\frac{i}{n} \cotg \frac{\pi \nu}{n}.$$

Hieraus folgt für jeden auf  $a_2' b_2'$  genommenen Punkt  $x$

$$\left| \frac{d\Sigma^\nu(x)}{dx} \right| < \frac{1}{5,94^2} \cdot \frac{1}{n^2 \sin^2 \frac{\pi \nu}{n}}.$$

und für die Gesamtlänge der innerhalb der Sichel liegenden Bildschnitte erhält man also, mit Rücksicht auf die Formel (32), die obere Grenze

$$\frac{b_2' - a_2'}{5,94^2} \cdot \frac{1}{n^2} \sum_{\nu=1}^{n-1} \frac{1}{\sin^2 \frac{\pi \nu}{n}} < 0,02.$$

Nach (39) erhalten wir aus (75)

$$(76) \quad \left| \Sigma^\nu(x) - \Sigma^\nu(\infty) \right| = \frac{1}{n^2} \cdot \frac{1}{\sin^2 \frac{\pi \nu}{n}} \cdot \frac{1}{\left| x - \Sigma^{-\nu}(\infty) \right|}.$$

Weil allgemein  $n^2 \sin^2 \frac{\pi \nu}{n} > 4$  und, für die Punkte auf  $a_2' b_2'$ ,  $\left| x - \Sigma^{-\nu}(\infty) \right| > 5,94$  ist, so folgt aus (76) die Ungleichung  $\left| \Sigma^\nu(x) - \Sigma^\nu(\infty) \right| < 0,05$ . Weil ferner nach (75)', unabhängig von  $n$  und  $\nu$ ,  $\left| \Sigma^\nu(\infty) \right| < \frac{1}{\pi}$  ( $< 0,32$ ) ist, so befinden sich die in der Sichel gelegenen Bildschnitte sämtlich im Innern des Kreises  $|x_1| = 0,37$ .

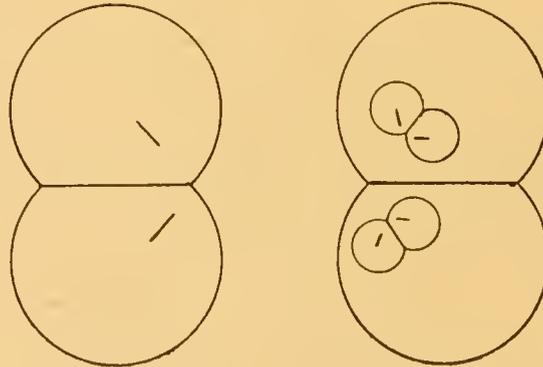


Fig. 3.  $x_2$ -Ebene.

Wir führen jetzt die zweite Wurzeloperation aus, welche den Schnitt  $a_2' b_2'$  öffnet. Mit Hilfe der Formel (66) berechnet man für den Betrag der Verschiebungen, welche die Punkte der ersten Sichel dabei erleiden, eine obere Grenze  $< 0,06$ . Die innerhalb dieser Sichel gelegenen Schnitte befinden sich daher nach Ausführung des Wurzelprozesses innerhalb des Kreises

$$\left| x_2 \right| = 0,43.$$

Durch Anwendung der Ungleichung (64)' ergibt sich ferner, dass der Wert des Abbildungsmoduls  $\left| \frac{dx_2}{dx_1} \right|$  des Hauptzweiges für die letztgenannten Bildschnitte  $< 1,2$  ist, woraus folgt, dass ihre Gesamtlänge nach Ausführung des letzten Wurzelprozesses  $< 0,024$  wird.

Hinsichtlich der Grösse der innerhalb der zweiten Sichel entstandenen Bildschnitte genügt es zu bemerken, dass, wie man vermittels der Ungleichung (64)' ohne Mühe findet, ihre Gesamtlänge im Vergleich mit derjenigen der anderen Schnitte unberücksichtigt bleiben kann und dass sie alle im Innern des Kreises

$$\left| x_2 - 7 \right| = 0,5$$

liegen.

Wir wollen jetzt unseren allgemeinen Satz No 32 auf die geschnittene  $x_2$ -Ebene anwenden, für welche der Hauptzweig der polymorphen Funktion die Eigenschaften der Funktion  $g$  besitzt. In der Tat ist jede Funktion  $x_n$  auf der geschnittenen  $x_m$ -Ebene ( $m < n$ ) eindeutig und einwertig, woneben die Hauptzweige derselben in der Umgebung von  $x_m = \infty$  eine Reihenentwicklung der Form

$$x_n = x_m + \frac{a}{x_m} + \frac{b}{x_m^2} + \dots$$

besitzen.

Zu Kurven  $C_i$  wählen wir die Kreise

$$|x_2| = 0,7, \quad |x_2 - 7| = 0,7,$$

welche nach dem Obigen die Gesamtheit der Schnitte umschliessen.

Wir identifizieren zunächst den ersten dieser Kreise mit  $C_k$ . Auf der rechten Seite von (62) haben wir dann

$$D_k = 0,7 + 0,43 = 1,13, \quad d_k = 0,7 - 0,43 = 0,27, \quad \lambda_k = 2 \cdot 0,024 = 0,048$$

zu setzen, während das mit dem kleinen Faktor  $\lambda_i$  multiplizierte Glied unberücksichtigt bleiben kann. Der in den Klammern auftretende Ausdruck wird dann  $< 0,05$  gefunden. Wird nachher der zweite Kreis mit  $C_k$  identifiziert, so erhält man einen erheblich kleineren Wert. Es ist mithin

$$M_0 < 0,05.$$

Weil nun also nach (63) für die Punkte der Kreislinien  $C$

$$|z - x_2| < 0,05$$

ist, so liegen die Bildkurven der Kreise  $C$  in der  $z$ -Ebene innerhalb der Kreise

$$|z| = 0,75, \quad |z - 7| = 0,75.$$

Nun befindet sich nach (28) die bei dem ersten Wurzelprozess entstandene Sichel, unabhängig von  $n$ , vollständig innerhalb der um den Nullpunkt als Mittelpunkt mit dem Radius  $\frac{2}{\pi} < 0,64$  beschriebenen Kreises. Bei dem zweiten Wurzelprozess erleiden die Punkte derselben Verschiebungen, deren Betrag  $< 0,06$  gefunden wird, wenn man bei Anwendung von (66)'  $r = \frac{1}{2}(b_2' - a_2') < 1,03$  und  $x = \frac{1}{2}(a_2' + b_2') - \frac{2}{\pi} < 6,3$  nimmt. Hieraus folgt, dass die betreffende Sichel nach Ausführung der beiden Anfangsprozesse noch innerhalb des Kreises  $|x_2| = 0,7$  liegt. Aus dem Obigen kann der Schluss gezogen werden, dass die genannte Sichel bei den unendlich vielen folgenden Wurzeloperationen aus dem Kreis  $|x_2| = 0,75$  nicht heraustreten kann.

Weil nun die von den Funktion  $x_{p+1}(x_p)$  (vgl. Formel (17)) vermittelte Abbildung eine Symmetrie in bezug auf die Mittelnormale der Strecke  $a_p b_p$  aufweist und weil ihre Form ausser von  $n$  offenbar nur von der Differenz  $|b_p - a_p|$  abhängig ist, so ist es klar, dass im vorliegenden Falle der Fundamentalbereich von  $T$  in bezug auf die Mittelnormale der Strecke

$b_1 a_2$  symmetrisch ist. Hieraus folgt, dass die zweite Randsichel vollständig innerhalb des Kreises  $|z - 7| = 0,75$  liegt.

Im vorliegenden Falle sind die Kurven der Sichel Kreisbogen (für ungerades  $n$  ist eine derselben eine Gerade), wie man ohne Mühe zeigen kann. Es sei  $R$  der gemeinsame Radius der beiden um die Randsichel beschriebenen Kreise  $K_1, K_2$  und  $\Delta$  der kürzeste Abstand dieser Kreise. Weil die Punkte  $S^{-1}(\infty)$  bei den erzeugenden Substitutionen auf den durch den Mittelpunkt des betreffenden Kreises  $K_i$  senkrecht zur reellen Achse gelegten Geraden liegen, so haben wir, nach der in No 23 gegebenen Definition der Grössen  $\Delta_{ij}$ ,  $\Delta_{12} = \Delta_{21} > \Delta + R$  und daher nach (35), weil  $R < 0,75$  und  $\Delta > 5,5$  ist,

$$q < \left( \frac{R}{\Delta + R} \right)^2 < 0,015.$$

Nach Ausführung der beiden Anfangsoperationen gelangt man zur Hauptfunktion  $\sigma_2$ , deren Fundamentalbereich  $n - 1$  Sicheln zweiter Stufe und  $(n - 1)^2$  Sicheln dritter Stufe zu Randkurven hat. Wir haben also in (44)  $N = 2$  zu nehmen. Jede von den erstgenannten Sicheln definiert eine erzeugende Substitution von  $I_2$ , die als Substitution von  $I$  aufgefasst eine Substitution dritter Stufe ist und deren Ausdruck von der Form  $S_1^{-\tau} S_2^\nu S_1^\mu$  ist. Wegen der Kleinheit von  $q$  braucht man in der für  $f_2(z)$  geschriebenen Ungleichung (42) nur die zu den Substitutionen niederster Stufe gehörigen Glieder zu berücksichtigen<sup>1)</sup>. Die rechte Seite ist offenbar kleiner als  $\sigma_1 q^2$ , wo  $\sigma_1$  den Teil

$$(77) \quad \sigma_1(z) = \sum_{\tau=1}^{n-1} S_1^\tau(z) - S_1^\tau(\infty)$$

der Summe  $\sigma_1$  bedeutet. Diese Teilsumme genügt der Ungleichung

$$\sigma_1(z) < \frac{R^2}{\delta(z)},$$

die anstatt (40) anzuwenden ist.

Es ist für einen beliebigen Punkt der Sichel  $S_2$

$$z - S_1^{-\tau}(\infty) > \Delta + R$$

und also

$$\sigma_1 < \frac{R^2}{\Delta + R} < 0,1.$$

Wir haben daher unabhängig von  $n$  die Ungleichung

$$(78) \quad |f_2(z) - z| < \frac{3}{10^5}$$

<sup>1)</sup> Man kann sich leicht davon überzeugen, dass dies noch dann der Fall ist, wenn  $z$  ein Punkt eines der Bereiche  $S_2^{+\tau}$  ( $\tau = 1, 2, \dots$ ) ist.

u. a. für die Fixpunkte  $\zeta_2, \zeta_2'$  von  $S_2$ . Die Koeffizienten von

$$\frac{S_2 - \zeta_2}{S_2 - \zeta_2'} = e^{\frac{2\pi i}{n}} \cdot \frac{z - \zeta_2}{z - \zeta_2'}$$

werden also mit vier richtigen Dezimalen erhalten, wenn wir zuerst durch Ausziehung je einer  $n$ ten Wurzel die Werte von  $x_1(a_2)$  und  $x_1(b_2)$  für den Hauptzweig von  $x_1(x)$  berechnen und nachher

$$\zeta_2 = \frac{x_1(a_2) + x_1(b_2)}{2} + \frac{x_1(a_2) - x_1(b_2)}{2n},$$

$$\zeta_2' = \frac{x_1(a_2) + x_1(b_2)}{2} - \frac{x_1(a_2) - x_1(b_2)}{2n}$$

setzen. Aus Symmetriegründen sind zugleich die Koeffizienten von  $S_1$  mit der nämlichen Genauigkeit bekannt.

40. Die obigen Resultate gelten noch für  $n = \infty$ . Wir gelangen in diesem Falle zu einer polymorphen Funktion, durch welche u. a. die Gesamtheit der Riemannschen Flächen (73) sowie die unendlichvielblättrige Riemannsche Fläche

$$(79) \quad y = \log \left( \frac{x - a_1}{x - b_1} \cdot \frac{x - a_2}{x - b_2} \right)$$

uniformisiert werden.

Anstatt der Wurzeloperationen hat man hier zunächst zwei logarithmische Anfangsoperationen auszuführen, von welchen die erste den Ausdruck

$$\frac{1}{x_1 - \frac{a_1 + b_1}{2}} = \frac{1}{b_1 - a_1} \log \frac{x - a_1}{x - b_1}$$

hat. Wird hieraus

$$a_2' = x_1(a_2), \quad b_2' = x_1(b_2)$$

berechnet, so erhält man als Ausdruck der zweiten Operation

$$\frac{1}{x_2 - \frac{a_2' + b_2'}{2}} = \frac{1}{b_2' - a_2'} \log \frac{x_1 - a_2'}{x_1 - b_2'}$$

Aus dem Hauptzweige von  $x_2$  gehen die anderen Zweige desselben durch Potenzen der parabolischen Substitution  $\Sigma(x_1)$  hervor, die durch die Gleichung

$$\Sigma(x_1) - \frac{1}{a_2' + b_2'} = \frac{1}{x_1 - \frac{a_2' + b_2'}{2}} + \frac{2i\pi}{b_2' - a_2'}$$

definiert wird.

Zur Berechnung der Koeffizienten der parabolischen erzeugenden Substitution  $S_2$  von  $I$ , die den Ausdruck

$$S_2 - \zeta_2 = \frac{1}{z - \zeta_2} + it$$

hat, bestimmen wir den Punkt

$$S_2^{-1}(\infty) = \zeta_2 + \frac{i}{t},$$

dem in der  $x_2$ -Ebene der Punkt

$$\Sigma^{-1}(\infty) = \frac{a_2' + b_2'}{2} + \frac{b_2' - a_2'}{2\pi} i$$

entspricht. Die Ungleichung (78), die nach der Fussnote auf Seite 46 auch für  $z = S_2^{-1}(\infty)$  gilt, gibt für diesen Wert von  $z$

$$\Sigma^{-1}(\infty) - S_2^{-1}(\infty) < \frac{3}{10^5}.$$

Die Grössen

$$\zeta_2 = \frac{a_2' + b_2'}{2}, \quad \frac{1}{t} = \frac{b_2' - a_2'}{2\pi}$$

geben also die Werte von  $\zeta_2$  und  $\frac{1}{t}$  mit vier richtigen Dezimalen. Wegen der Symmetrie des Fundamentalbereichs sind zugleich die Koeffizienten von  $S_1$  mit der nämlichen Genauigkeit bekannt.

41. Indem wir zur Gleichung (73) zurückkehren, wollen wir noch die Genauigkeit der folgenden algebraischen Näherungsfunktionen für den Fall  $n=3$  untersuchen.

In der hier anzuwendenden Ungleichung (47) können wir  $q$  durch  $\frac{4}{9}q$  ersetzen, indem wir den auf der rechten Seite von (31) auftretenden Faktor  $\frac{\operatorname{tg}^2 \frac{2\pi}{\mu_i}}{\sin^2 \frac{\pi}{\mu_i}}$ , dessen Wert hier  $= \frac{4}{9}$  ist, berücksichtigen.

Weil  $T_2$  als Substitutionen niederster Stufe die Substitutionen  $S_1^{-1}S_2S_1$ ,  $S_1^{-2}S_2S_1^2$  nebst ihren zweiten Potenzen hat, so haben wir in (47), wenn  $z = \zeta_2$ ,  $\zeta_2'$  ist,  $\alpha_1 = 4$ ,  $\alpha_2 = 0$ ,  $R_1 = R_2 = 0,75$ ,  $\delta_1 = \Delta + R = 6,25$ ,  $N = 2$  zu nehmen. Mit diesen Werten berechnet man für  $z = \zeta_2$ ,  $\zeta_2'$

$$|f_2(z) - z| < \frac{2}{10^5},$$

welches Resultat mit dem oben für ein allgemeines  $n$  hergeleiteten im Einklang steht.

Wir denken uns alsdann diejenige zwei Wurzeloperationen ausgeführt, welche diejenigen innerhalb der linksstehenden Sichel der  $x_2$ -Ebene gelegenen Schnitte öffnen, die den beiden Randsicheln zweiter Stufe des Fundamentalbereichs von  $T_2$  entsprechen. Die Gruppe  $T_4$  der resultierenden Hauptfunktion  $x_4$  besitzt einen Fundamentalbereich, welcher als Randsicheln niederster Stufe vier innerhalb der Sichel  $S_2$  liegende Sicheln dritter Stufe hat. Die Gruppe  $T_4$  enthält also auch Substitutionen niederster Stufe acht Substitutionen fünfter Stufe, deren erster Faktor  $S_2$  ist.

Wir wählen  $z = \zeta_1$ ,  $\zeta_1'$  und haben in (47)  $N=3$ ,  $\alpha_1=0$ ,  $\alpha_2=8$ ,  $\delta_2 = \Delta + R_2$  zu setzen. Wir erhalten

$$|f_4(z) - z| < \frac{2}{10^9}.$$

Nach Ausführung der folgenden vier Wurzeloperationen, welche die den zuletzt erwähnten vier Randsicheln entsprechenden, innerhalb der rechtsstehenden Sichel der  $x_4$ -Ebene liegenden Schnitte öffnen, gelangen wir zur Gruppe  $T_8$  der Hauptfunktion  $\mathcal{J}_8$  mit einem Fundamentalbereich, der als Randsicheln niederster Stufe zwei innerhalb der Sichel  $S_1$  liegende Sicheln vierter Stufe besitzt. Für  $z = \xi_2, \xi_2'$  berechnet man dann aus (47), wo  $N=4, z_1=4, z_2=0, \delta_1=\Delta + R_1$  zu setzen ist,

$$|f_8(z) - z| < \frac{4}{10^{14}},$$

d. h. man kennt die Fixpunkte von  $S_2$ , und also wegen der Symmetrie diejenigen von  $S_1$ , mit dreizehn richtigen Dezimalen.

42. Die vorstehenden Beispiele haben wir so gewählt, dass sie hinsichtlich der Konvergenz der Wurzelprozesse eine Vergleichung des allgemeinen Falles mit dem Spezialfalle  $m=2, \mu_1=\mu_2=2$ , d. h. mit der Landenschen Substitution, gestatten. In jedem Falle hängt diese Konvergenz wesentlich von der Grösse  $q$  ab, die bei Vergrösserung der Abstände der verschiedenen Sicheln unter Beibehaltung ihrer Dimensionen rasch abnimmt. Im allgemeinen Falle wächst zwar die Zahl  $N$  nicht so rasch wie bei der Landenschen Substitution: man kann jedoch dem Poincaréschen Prinzip mit vollem Rechte bei der Uniformisierung höherer algebraischer Kurven dieselbe praktische Bedeutung zurechnen, welche die Landensche Substitution bei der Uniformisierung der Riemannschen Flächen ersten Geschlechtes hat.

Die von uns gewählte Uniformisierungsmethode führt aber noch in anderer Hinsicht zu befriedigenden Resultaten. In den Fällen, welche in den vorhergehenden Untersuchungen behandelt worden sind, wird man nämlich zu Gruppen mit absolut konvergierenden Poincaréschen Reihen ( $-2$ )ter Dimensionen geführt, die mit Vorteil zur analytischen Darstellung der Funktionen des uniformisierten algebraischen Gebildes durch die uniformisierende Variable angewendet werden können. Die Konvergenz dieser Reihen nimmt bei abnehmenden  $q$  rasch zu. Hinsichtlich der Konvergenz sind nämlich jene Reihen bekanntlich mit der speziellen Reihe

$$\sum \frac{dS(z)}{dz}$$

vergleichbar, die rascher als eine geometrische Reihe mit dem Quotienten  $q$  konvergiert, wenn man die sich auf Substitutionen einer und derselben Stufe beziehenden Glieder stets zu einem Gliede vereinigt und diese Glieder nach den Stufenzahlen ihrer Substitutionen ordnet.



## VI. Über die Darstellung der algebraischen Funktionen und ihrer Integrale als eindeutige Funktionen der polymorphen Funktion $z$ .

43. Zu den mehrdeutigen analytischen Funktionen, die durch Einführung der polymorphen Funktion  $z$  des Sicheltypus als Hilfsvariable uniformisiert werden können, gehören in erster Linie die Gesamtheit der algebraischen Funktionen sowie gewisse Klassen Abelscher Integrale, wie im Folgenden gezeigt werden soll.

Wenn irgendeine algebraische Gleichung

$$P(x, y) = 0$$

gegeben ist, so kann man nach Ausführung einer geeigneten birationalen Transformation erreichen, dass die zugehörige, über die  $x$ -Ebene ausgebreitete Riemannsche Fläche  $P$  den beiden folgenden Bedingungen genügt, nämlich erstens, dass sie eine gerade Anzahl Windungspunkte besitzt, und zweitens, dass diese Windungspunkte paarweise  $a_i, b_i$  von derselben Ordnung  $\mu_i$  sind und einem und demselben Blätterkomplex angehören. Man kann ja sogar, nach einem von CLEBSCH<sup>1)</sup> und LÜROTH<sup>2)</sup> bewiesenen Satz, erreichen, dass alle Ordnungszahlen gleich zwei werden.

Wir setzen ferner voraus, dass zwei verschiedene Windungspunkte stets über verschiedenen Punkten der  $x$ -Ebene liegen, was man durch eine lineare Substitution der Form

$$x' = x + ky, \quad y' = y$$

erreichen kann, wo die Konstante  $k$  nur der Bedingung unterworfen ist, dass sie gewisse Ausnahmewerte vermeidet.

Wir behaupten, dass unsere algebraische Funktion durch diejenige polymorphe Funktion des Sicheltypus uniformisiert wird, die zu den Schritten  $a_i, b_i$  mit den Indizes  $\mu_i$  gehört.

<sup>1)</sup> CLEBSCH. *Zur Theorie der Riemannschen Fläche* (Mathematische Annalen, Bd. 6 (1873), S. 216).

<sup>2)</sup> LÜROTH. *Note über Verzweigungsschnitte und Querschnitte in einer Riemannschen Fläche* (Mathematische Annalen, B. 4 (1871), S. 181).

Es sei nämlich in der  $z$ -Ebene irgendeine geschlossene Kurve gezogen, die durch keinen Grenzpunkt geht. Diese Kurve kann immer durch eine stetige Deformation, wobei weder Grenzpunkte noch Sichelecken überschritten werden, auf eine Folge geschlossener Elementarwege zurückgeführt werden, die von zwei verschiedenen Arten sind. Jeder Weg erster Art führt in die Nähe einer gewissen Randsichel, macht um diese einen Umlauf in dem betreffenden Bereiche und kehrt dann entlang der ersten Linie wieder zum Anfangspunkt zurück. Ein Weg zweiter Art besteht aus einer doppelt durchlaufenen Linie, die in der Nähe einer gewissen Sichelecke endet, und einem Umlauf um diese Ecke.

Auf der Riemannschen Fläche entspricht jedem Weg erster Art eine geschlossene Kurve, welche nur ein Paar einander zugeordneter Windungspunkte umkreist, jedem Weg zweiter Art eine geschlossene Kurve, die sich einen einzigen Windungspunkt vollständig herumwindet. Hieraus geht die Eindeutigkeit von  $y(z)$  unmittelbar hervor.

44. Während  $x(z)$  eine automorphe Funktion der Gruppe  $T$  darstellt, ist  $y(z)$  nur in bezug auf eine gewisse Untergruppe  $T'$  automorph, die z. B. in folgender Weise gefunden wird.

Es seien  $y_0, y_1, y_2, \dots, y_{n-1}$  die verschiedenen Zweige unserer algebraischen Funktion  $y(x)$  bzw. die zugeordneten Blätter ihrer Riemannschen Fläche  $P$ . Indem wir eines von diesen Blättern, etwa  $y_0$ , dem Fundamentalbereich  $B$  von  $T$  zuordnen, wird  $y$  als eine eindeutige Funktion von  $z$  vollständig bestimmt. Wegen der Eindeutigkeit der Funktionen  $x(z)$  und  $y(z)$  entspricht jedem Bereich der Gruppe  $T$  ein ganz bestimmtes Blatt von  $P$ .

Wir denken uns jetzt diese Bereiche mit denselben Indizes  $0, 1, 2, \dots, n-1$  wie ihre zugeordneten Blätter versehen. Jedem Bereich mit dem Index  $0$  entspricht dann eine Substitution von  $T$ , welche nicht nur  $x(z)$  sondern auch  $y(z)$  invariant läßt. Alle diese Substitutionen  $\Sigma$  sind daher Substitutionen der gesuchten Untergruppe  $T'$ . Ferner sind allgemein die sich auf Bereiche vom Index  $\nu$  beziehenden Substitutionen in der Form  $T_\nu \Sigma$  darstellbar, wo  $T_\nu$  eine spezielle unter ihnen bedeutet. Hieraus geht aber hervor, dass  $T'$  eine Untergruppe des Index  $n$  von  $T$  ist.

Es ist eine unmittelbare Folge der Irreduzibilität der algebraischen Gleichung  $P(x, y) = 0$ , dass die Substitutionen  $\Sigma_0 = 1, \Sigma_1, \Sigma_2, \dots, \Sigma_{n-1}$  in der Weise gewählt werden können, dass die ihnen entsprechenden Bereiche einen zusammenhängenden Bereich  $B'$  bilden. Die Gestalt dieses Bereichs, welcher gerade als Fundamentalbereich von  $T'$  gewählt werden kann, ergibt sich aus den folgenden Überlegungen.

Die Randkurven von  $B'$  sind von zwei wesentlich verschiedenen Arten. Diejenigen der ersten Art bestehen je aus der Begrenzung einer ganzen Sichel, deren Eckpunkten gewöhnliche Punkte der Fläche  $P$  entsprechen. Die zugeordneten elliptischen Substitutionen, welche die betreffenden Eckpunkte als Fixpunkte haben, gehören der Untergruppe  $T'$  an und können als erzeugende Substitutionen dieser Untergruppe gewählt werden. Derartige Randkurven sind stets vorhanden, wenn nicht zufälligerweise alle Zahlen  $\mu$  gleich  $n$  sind.

Die Randkurven zweiter Art von  $B'$  sind geschlossene Kurven, deren Eckpunkten je ein Paar zugeordneter Windungspunkte  $a_i, b_i$  auf  $P$  entspricht. Jede von ihnen begrenzt entweder eine ganze Sichel oder nur gewisse auf einander folgende Zweiecke einer Sichel. Ihre Bilder auf der Riemannschen Fläche sind Rückkehrschnitte, deren Projektionen auf der  $x$ -Ebene mit

den bezüglichlichen doppelt zählenden Schnitten  $a_i, b_i$  zusammenfallen, wobei jene Randkurven stets paarweise den beiden Ufern eines und desselben Rückkehrschnittes zugeordnet sind. Hieraus lässt sich leicht erkennen, dass die Randkurven zweiter Art paarweise durch lineare Substitutionen in der Weise auf einander bezogen sind, dass die Inneren und Äusseren einander wechselweise entsprechen. Die betreffenden Substitutionen sind offenbar loxodromische oder hyperbolische Substitutionen, und ihre Anzahl ist gleich dem Geschlecht der Riemannschen Fläche.

Ans dem Obigen geht hervor, dass  $x(z)$  und  $y(z)$  eindeutige automorphe Funktionen einer Gruppe  $I'$  sind, deren Fundamentalbereich  $B'$  durch den Prozess der sog. „Ineinanderschiebung“ gewisser von einer einzigen elliptischen, hyperbolischen oder loxodromischen Substitution erzeugten Gruppen entsteht. Lassen wir dabei auch parabolische Substitutionen teilnehmen, um zugleich gewisse Abelsche Integrale zu uniformisieren, so werden wir zu den allgemeinsten Gruppen der erwähnten Art geführt.

Die Gruppe  $I'$  reduziert sich insbesondere auf eine Gruppe des Schottkyschen Typus, wenn alle Zahlen  $\mu$  gleich  $n$  sind. Dies findet in dem Falle statt, wo die Gleichung  $P(x, y) = 0$  die Form

$$y^n = \frac{x - a_1}{x - b_1} \cdot \frac{x - a_2}{x - b_2} \cdots \frac{x - a_m}{x - b_m}$$

hat, also im besonderen bei den hyperelliptischen Flächen.

45. Wir gehen zur Betrachtung der Abelschen Integrale über. Es seien

$$A_1, A_2, \dots, A_p$$

die oben eingeführten Rückkehrschnitte, welche je ein Paar von den durch loxodromische oder hyperbolische Substitutionen auf einander bezogenen Randkurven von  $B'$  definieren. Ferner sei

$$B_1, B_2, \dots, B_p$$

ein System konjugierter Schnitte, die je ein Paar gegenüberliegender Punkte der bezüglichlichen Rückkehrschnitte miteinander verbinden. In der  $z$ -Ebene entsprechen ihnen offene Kurven, welche die Bildkurven von  $A_i$  miteinander verbinden, so dass der Anfangs- und Endpunkt stets äquivalente Punkte sind.

Als Periodenweg für die relativ zur Fläche  $P$  unverzweigten Abelschen Integrale lässt sich jede auf  $P$  geschlossene Kurve durch eine ganzzahlige lineare Kombination der Kurven  $A, B$  in der Form

$$\sum_i (m_i A_i + n_i B_i)$$

darstellen. Hier bedeutet  $m_i$  bzw.  $n_i$  die Differenz zwischen den Anzahlen der positiven und negativen Schneidungen der betreffenden Kurve mit dem Schnitt  $B_i$  bzw.  $A_i$  (d. h. den Anzahlen der vom  $-$  zum  $+$  Rand und vom  $+$  zum  $-$  Rand gemachten Übergänge). Indem man die Ufer der Bildkurven von  $A_i$  und  $B_i$  in der  $z$ -Ebene in entsprechender Weise mit Zeichen versieht, findet man, dass bei jedem Bereich stets die paarweise konjugierten Randkurven auf ihren inneren Ufern entgegengesetzte Zeichen haben. Auf Grund dieser Überlegungen kann man sich leicht davon überzeugen, dass die Bildkurve einer auf  $P$  geschlossenen Kurve in der  $z$ -Ebene.

welche allgemein ein Weg zwischen zwei äquivalenten Punkten ist, stets und nur dann geschlossen ist, wenn alle Zahlen  $n_i$  verschwinden.

Aus dem Obigen folgt, dass nur diejenigen Abelschen Integrale in unserer Hilfsvariable  $z$  eindeutig werden, welche auf den Wegen  $A_i$  durchgehends verschwindende Perioden besitzen. Bei den Integralen erster Gattung ist dies bekanntlich nie der Fall. Dagegen sind die für die Wege  $A, B$  „transzendent normierten“ Integrale zweiter Gattung, deren zu den Schnitten  $A$  gehörige Perioden sämtlich verschwinden, eindeutige, wenn auch nicht automorphe Funktionen von  $z$ .

Was schliesslich die Integrale dritter Gattung betrifft, so können gewisse unter ihnen, nämlich die elementaren Integrale mit zwei logarithmischen Unstetigkeitspunkten, deren längs den Wegen  $A_i$  genommene Perioden gleich Null sind, durch Einführung von parabolischen Sicheln als eindeutige Funktionen von  $z$  dargestellt werden.

Es seien nämlich  $c_1, d_1; c_2, d_2; \dots$  die logarithmischen Unstetigkeitspunkte des Integrals, deren zugehörige Residua wir paarweise als entgegengesetzte Grössen voraussetzen. Wir nehmen ferner an, dass keine zwei Punkte über einem und denselben Punkt der  $x$ -Ebene liegen, was man stets vermittels einer linearen Transformation erreichen kann. Wenn wir in der  $x$ -Ebene die Schnitte  $c_i, d_i$  ziehen und jeden derselben mit dem Index  $\mu = \infty$  versehen, so gelangen wir zu einer polymorphen Funktion, in welcher die betreffenden Integrale dritter Gattung eindeutig sind.





ACTA SOCIETATIS SCIENTIARUM FENNICÆ

TOM. XLVIII. N<sup>o</sup> 1.

---

RECHERCHES  
SUR LES  
MOUVEMENTS PROPRES DES ÉTOILES  
DANS LA  
ZONE PHOTOGRAPHIQUE DE HELSINGFORS

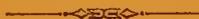
PAR

**RAGNAR FURUHJELM**

---

I

Clichés de 9<sup>h</sup> à 12<sup>h</sup>



HELSINGFORS 1916,

IMPRIMERIE DE LA SOCIÉTÉ DE LITTÉRATURE FINNOISE







ACTA SOCIETATIS SCIENTIARUM FENNICÆ

TOM. XLVIII. N:o 2.

---

# GLEICHZEITIGE REGISTRIERUNG DES PULSES

BEI

## ZWEI VERSCHIEDENEN ARTERIEN

VON

CARL TIGERSTEDT.

*(Aus dem physiologischen Institut der Universität Helsingfors.)*

---

HELSINGFORS 1918,  
DRUCKEREI DER FINNISCHEN LITTERATURGESELLSCHAFT.







ACTA SOCIETATIS SCIENTIARUM FENNICÆ

TOM. XLVIII. N:o 3.

---

BEITRAG

ZUR

KENNTNIS DER ENTWICKLUNG DES  
GELENKNORPELS

VON

YRJÖ KAJAVA

---

Mit 31 Abbildungen im Texte

---

HELSINGFORS 1919

DRUCKEREI DER FINNISCHEN LITERATUR-GESELLSCHAFT







# Ein neues Manometer

von

Carl Tigerstedt.

---

(Aus dem physiologischen Institut der Universität Helsingfors.)

---

HELSINGFORS 1919,

DRUCKEREI DER FINNISCHEN LITERATURGESELLSCHAFT.







7285-6.201.  
111-126.

ACTA SOCIETATIS SCIENTIARUM FENNICÆ

TOM. XLVIII. N:o 5.

---

MICROPLANKTON  
FROM THE FINNISH WATERS DURING THE  
MONTH OF MAY 1912

BY

CAROLINE LEEGAARD

---



HELSINGFORS 1920  
PRINTED BY THE FINNISH LITERARY SOCIETY







**Beiträge**

zur

# **Kenntnis der Säugetiergametogenese**

I.

## **Die Spermatogenese von *Mus silvaticus* L.**

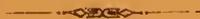
Von

**Harry Federley**

Helsingfors

Mit einer Tafel und einer Textfigur

Vorgelegt am 17. März 1919



Helsingfors 1919,  
Druckerei der Finnischen Literaturgesellschaft







ACTA SOCIETATIS SCIENTIARUM FENNICÆ

TOM. XLVIII. No 7.

---

ÜBER DIE  
NUMERISCHE AUSFÜHRUNG  
DER  
UNIFORMISIERUNG

VON

P. J. MYRBERG.



---

HELSINGFORS 1920,

DRUCKEREI DER FINNISCHEN LITTERATURGESELLSCHAFT.











MBL WHOI Library - Serials



5 WHSE 04191

