



INSTITUTO POLITÉCNICO  
DE VIANA DO CASTELO

Lígia Rafaela Rodrigues Castro

**RELATÓRIO FINAL DE PRÁTICA  
DE ENSINO SUPERVISIONADA**  
Mestrado em Ensino do 1º e 2º Ciclos  
do Ensino Básico

Trilho Matemático: uma experiência fora da sala de aula com uma turma do 5º ano de  
escolaridade

Trabalho efetuado sob a orientação do(a)  
Doutora Isabel Vale

dezembro de 2015



“Ninguém é tão ignorante que não tenha algo a ensinar. Ninguém é tão sábio  
que não tenha algo a aprender.”

Pascal, Blaise



## **AGRADECIMENTOS**

O presente relatório retrata o culminar de mais um grande desafio da minha vida, durante a qual cresci, amadureci, aprendi e concretizei parte de um sonho profissional. Porém, todo este trabalho só foi possível graças ao contributo de diferentes pessoas a quem dirijo o meu especial agradecimento.

Em primeiro lugar, à Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo, pela forma que me recebeu e por ter sido o principal lar ao longo dos cinco anos de estudo.

À professora Doutora Isabel Vale, enquanto minha orientadora do relatório, pelo interesse e apoio durante a sua orientação, disponibilidade e voto de confiança.

À professora Paula Rego do meu percurso no 3º Ciclo e Secundário, por me ter incutido o gosto pela Matemática e por ter sido nela que me inspirei para ingressar neste curso.

A todos os professores que me acompanharam em todo o percurso académico, destacando a professora Lina Fonseca, por ter sido uma professora exemplar, a sua maneira de ser e a forma como exerce a sua profissão de alma e coração fez-me acreditar nas minhas próprias capacidades que me levaram a elaborar esta investigação. Quero agradecer à professora Ana Barbosa, principalmente pela sua função de supervisora durante a prática de 1º ciclo, por me ter orientado de modo a tornar-me uma melhor profissional dentro e fora da sala de aula. À professora Ana Júlia, fica aqui o meu agradecimento, por todo o apoio, desabafos e conselhos ao longo de todo o mestrado.

À professora cooperante no 2º Ciclo, Eugénia Borlido, incansável na sua missão de me acompanhar numa fase tão complexa como é a prática de ensino.

À professora cooperante no 1º Ciclo, Maria Rosa Camelo, pelo seu exemplo e apoio, por me ter inspirado a ser melhor todos os dias.

À Cindy Belle Quaresma, por ter sido companheira durante os cinco anos desta grande etapa. A sua forma de ser, generosa, empreendedora, empenhada, persistente, sábia, curiosa, carinhosa, atenciosa, fez com que se tornasse o meu maior pilar. As aventuras partilhadas juntas, como o programa Erasmus realizado no terceiro ano da licenciatura, fizeram com que me tornasse numa pessoa mais confiante. Obrigado pela ajuda prestada ao longo desta investigação, pelos conselhos, pela confiança, pelo encorajamento e luta constante nos momentos difíceis e pela grande amizade.

À Lara Barbosa, por ter sido companheira neste último percurso. Obrigada pelos momentos de carinho, de amizade, de apoio incondicional, de cumplicidade, de segurança. Obrigada por teres acreditado em mim, por teres estado comigo. Obrigado por seres como és, incrível!

A todos os meus amigos, em especial, à Rosário Alão, Marylène Lages, Alexandra Cunha, Filipa Fornelos e Rafael Almeida, pelo companheirismo, por todo o apoio, por me proporcionarem momentos de alegria que serviram de alento permitindo-me realizar o trabalho com mais afinco e por toda a amizade prestada.

Ao meu namorado, Fábio Barbosa, por me confortar em todos os momentos de angústia e de *stress*, pelos conselhos, por ouvir todos os meus medos e receios, por ter estado incondicionalmente comigo. Obrigado por acreditares em mim, por me teres apoiado em todos os momentos deste percurso. Obrigado pela amizade, pelo carinho e pelo amor. Sem dúvida, o amor! Obrigado também aos seus familiares pela confiança depositada.

À minha tão especial família por toda a ajuda, carinho, ternura e apoio incondicional. Obrigado por me terem feito acreditar que seria capaz. Em especial gostaria de agradecer ao meu padrinho, José Torres, e às minhas primas, que são como irmãs, Ana Cunha e Patrícia Cunha, por tudo! Ao meu tio, José Sobral, que me alentou em todos os sentidos durante este longo percurso. Obrigado pela generosidade, pelo amor e pela confiança depositada em mim. Dedico-te parte deste trabalho por tudo aquilo que tens feito por mim e pela nossa família.

Por último, mas não menos importante, um agradecimento muito especial aos meus pais, Maria da Conceição Castro e Gabriel Cunha, por todo o amor, paciência e ajuda incondicional. Ao meu pai agradeço por todos os conselhos, pela sabedoria na área de História e Geografia de Portugal que tanto alento me deu, pelo carácter e confiança depositada. À minha grande e incondicional companheira de curso, a minha grande fonte de inspiração durante todo este percurso, a minha mãe, obrigada. Obrigada por toda a sabedoria, por todos os momentos de desabafo, pelas discussões e debates criados, por todos os colinhos dados e pela tua maneira de ser, única. Aos dois agradeço pelos momentos de ternura, alegria e de brincadeira, que me fizeram espairecer nos instantes de maior aperto. Obrigados pela oportunidade e confiança que depositaram em mim ao longo desta grande etapa, pelos conselhos oportunos e pela educação que sempre me proporcionaram. A vós dedico este trabalho como uma pequena recompensa do que fizeram por mim.

## RESUMO

O presente relatório foi desenvolvido no âmbito da Prática de Ensino Supervisionada II (PES II), em contexto do 2º ciclo do ensino básico e encontra-se dividido em três partes. A primeira e terceira partes estão relacionadas com a Prática de Ensino Supervisionada, iniciando-se por um enquadramento e findando com uma reflexão. Na segunda parte descreve-se o estudo efetuado como se demonstra nos parágrafos seguintes.

Este trabalho investigativo centrou-se na área de Matemática. Depois de se ter constatado que os participantes demonstravam dificuldades relacionadas com conteúdos geométricos, resolução de problemas e comunicação matemática tornou-se essencial promover experiências de aprendizagem enriquecedoras para que os alunos pudessem envolver-se, com eficiência, nas tarefas, incorporando diferentes contextos e resolvendo e formulando problemas matemáticos, contribuindo para aquisição de conceitos e desenvolvimento do pensamento geométrico. Partindo destes pressupostos, este estudo teve como principal objetivo compreender qual o contributo dos Trilhos Matemáticos no envolvimento dos alunos e na mobilização de conceitos geométricos pelos alunos da turma. De modo a orientar o estudo em causa delinearam-se as seguintes questões: (Q.1.) Como se pode caracterizar o desempenho dos alunos em tarefas de natureza geométrica através de um Trilho Matemático?; (Q.2.) Como se pode caracterizar a reação dos alunos à realização de um Trilho Matemático num contexto de aprendizagem fora da sala de aula?.

Optou-se por uma metodologia de investigação de natureza qualitativa de carácter exploratório e interpretativo. A recolha de dados incidiu sobre toda a turma, privilegiando-se a recolha de dados através de observações participantes do professor/investigador e suas anotações, entrevistas semiestruturadas, dois questionários, gravações áudio/vídeo, registo fotográfico e documentos fornecidos pelos alunos com os registos de todas as resoluções de tarefas.

Os resultados sugerem que a realização do Trilho Matemático proporcionou aos alunos uma mobilização dos conhecimentos geométricos favoráveis na resolução das tarefas. Por outro lado, permitiu-lhes cooperar em pequenos grupos, desenvolvendo assim o espírito de entreajuda e crítico, promovendo características do pensamento criativo quer na resolução quer na formulação de problemas, desabrochando nos mesmos o gosto pela descoberta e pela Matemática.

**Palavras-chave:** Contexto fora da sala de aula; Geometria; Resolução e Formulação de Problemas; Trilho Matemático.





## ABSTRACT

The present report was developed under the Supervised Teaching Practice II (STP II), in the context of the 2<sup>nd</sup> cycle of basic school and is divided into three parts. The first and third parts are related to the supervised teaching practice, starting with a framework and ending with a reflection. The second part describes the study conducted as shown in the following paragraphs.

This research study was focused on the area of Mathematics. After having found that participants had difficulties related to geometric contents, problem solving and mathematical communication, it became essential to promote enriching learning experiences so that students could get involved, efficiently, in tasks incorporating different contexts, formulating and solving mathematical problems, contributing to the concepts acquisition as well as development of geometric thinking. Under these assumptions, this study aimed to understand what the contribution of Math Trails in student engagement and mobilization of geometrical concepts. In order to guide the study in question, the following were outlined: (Q.1.): i) How can one characterize the performance of students in geometric nature tasks through a mathematical trail?; (Q.2.) How can one characterize the reaction of students to carry out a trail in a leaning environment outside the classroom?

It was opted a methodology of research of qualitative nature of exploratory and interpretative character. The data collection focused on the entire class, giving priority to the data collection through participant observations of the teacher/researcher and his notes, semi-structured interviews, two questionnaires, audio/video recordings, photographic recordings and documentation provided by students with records of all task resolutions.

The results suggest that the realization of Math Trails provided to students a mobilization of favorable geometric knowledge in solving tasks. On the other hand, it allowed them to cooperate in small groups, developing the spirit of mutual help and critical, promoting characteristics of creative thinking not only in the resolution but also in the formulation of problems, awakening them the taste for discovery and mathematics.

**KEYWORDS:** Context out of the classroom; Geometry; Resolution and Problem formulation; Math Trail.



## ÍNDICE

AGRADECIMENTOS.....	i
RESUMO.....	iii
ABSTRACT .....	v
ÍNDICE DE FIGURAS.....	ix
INTRODUÇÃO.....	1
PARTE I – ENQUADRAMENTO DA PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA II .....	3
CAPÍTULO I – CARATERIZAÇÃO DO CONTEXTO EDUCATIVO.....	5
Caraterização do meio local.....	5
Caraterização do contexto escolar .....	6
Caraterização da turma .....	7
CAPÍTULO II – ÁREAS DE INTERVENÇÃO.....	9
As diferentes áreas de intervenção .....	9
Orientação para o estudo .....	17
PARTE II – O ESTUDO .....	21
CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO.....	23
Pertinência do estudo.....	23
Problema e questões de investigação .....	25
CAPÍTULO II – ENQUADRAMENTO TEÓRICO .....	27
A Geometria.....	27
Importância da Geometria .....	27
Orientações curriculares .....	28
O ensino da Geometria .....	30
As tarefas matemáticas .....	33
O professor e as tarefas .....	37
As tarefas e a criatividade .....	41
Contextos formais e não formais de ensino .....	43
A aprendizagem fora da sala de aula .....	46
Os trilhos matemáticos .....	47
Os afetos na aprendizagem matemática .....	50
Estudos empíricos.....	52
CAPÍTULO III – METODOLOGIA.....	55
Opções metodológicas.....	55

Participantes .....	57
Delineamento e calendarização do estudo .....	58
Recolha de dados.....	59
Observação.....	59
Entrevistas.....	60
Questionários .....	62
Documentos .....	63
Meios audiovisuais (vídeo e fotografia).....	64
Análise de dados .....	65
CAPÍTULO IV - INTERVENÇÃO DIDÁTICA .....	69
As aulas de Geometria .....	69
O Trilho Matemático.....	70
O planeamento.....	71
As tarefas.....	72
CAPÍTULO V – A TURMA E O TRILHO .....	81
A turma .....	81
O dia do Trilho.....	83
O ponto de Partida .....	83
Desempenho e reação ao longo das tarefas.....	85
Aulas versus Trilho .....	120
CAPÍTULO VI – CONCLUSÕES DO ESTUDO .....	125
Principais conclusões do estudo .....	125
Constrangimentos e limitações do estudo .....	130
Recomendações para investigações futuras .....	132
PARTE III – REFLEXÃO DA PES.....	133
Reflexão final da PES I e PES II .....	135
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	143
ANEXOS.....	155

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 – Banco de pedra .....	72
Figura 2 – Caixote do lixo.....	73
Figura 3 – Quadrados .....	74
Figura 4 – Portão do campo de jogos .....	74
Figura 5 – Edifício escolar .....	75
Figura 6 - Quadrilátero .....	76
Figura 7 – Posto de água .....	77
Figura 8 - Porta .....	78
Figura 9 - Chave .....	79
Figura 10 – Exploração da tarefa T1.1 .....	85
Figura 11 – Exploração da tarefa T1.2 .....	86
Figura 12 – Resolução do grupo D.....	86
Figura 13 – Resolução do grupo C .....	87
Figura 14 – Exploração da tarefa T2 .....	87
Figura 15 – Resolução grupo J .....	88
Figura 16 – Resolução grupo F.....	89
Figura 17 – Resolução grupo K .....	89
Figura 18 – Exploração da tarefa T3 .....	90
Figura 19 – Resolução grupo F.....	90
Figura 20 – Resolução grupo C .....	90
Figura 21 – Resolução grupo G.....	91
Figura 22 - Quadrados .....	91
Figura 23 – Resolução grupo H.....	92
Figura 24 – Resolução grupo J .....	93
Figura 25 – Resolução grupo A .....	93
Figura 26 – Resolução grupo E .....	94
Figura 27 – Resolução grupo H.....	94
Figura 28 – Resolução grupo C .....	94
Figura 29 – Resolução grupo J .....	95
Figura 30 – Resolução grupo I .....	96
Figura 31 – Resolução grupo C .....	97
Figura 32 – Exploração da tarefa T6.1 .....	97
Figura 33 – Resolução do grupo J .....	98
Figura 34 – Resolução grupo F.....	98
Figura 35 – Resolução grupo E .....	99
Figura 36 – Possível solução para a tarefa T6.2 .....	100
Figura 37 – Exploração da tarefa T7 .....	101
Figura 38 – Resolução grupo H.....	101
Figura 39 – Resolução grupo B .....	101
Figura 40 – Resolução grupo G.....	101
Figura 41 – Resolução grupo I .....	102

Figura 42 – Resolução grupo H .....	102
Figura 43 – Resolução grupo K .....	103
Figura 44 – Resolução grupo A .....	103
Figura 45 – Resolução grupo G .....	103
Figura 46 – Exploração da tarefa T8 .....	104
Figura 47 – Resolução grupo I .....	105
Figura 48 – Resolução grupo D .....	105
Figura 49 – Resolução grupo K .....	106
Figura 50 – Resolução grupo J .....	106
Figura 51 – Resolução grupo A .....	106
Figura 52 – Resolução grupo D .....	107
Figura 53 – Resolução grupo I .....	107
Figura 54 – Resolução grupo C .....	107
Figura 55 – Resolução grupo G .....	107
Figura 56 – Exploração da tarefa T9 .....	108
Figura 57 – Resolução grupo J .....	109
Figura 58 – Resolução grupo F .....	109
Figura 59 – Resolução grupo C .....	109
Figura 60 – Resolução grupo D .....	110
Figura 61 – Resolução grupo B .....	110
Figura 62 – Resolução grupo J .....	111
Figura 63 – Resolução grupo H .....	112
Figura 64 – Resolução grupo I .....	112
Figura 65 – Resolução grupo I .....	112
Figura 66 – Resolução grupo C .....	112
Figura 67 – Resolução grupo J .....	113
Figura 68 – Resolução grupo D .....	113
Figura 69 – Resolução grupo I .....	114
Figura 70 – Resolução grupo J .....	115
Figura 71 – Resolução grupo C .....	115
Figura 72 – Exploração da tarefa T11 .....	116
Figura 73 – Tarefa do grupo J .....	117
Figura 74 – Tarefa do grupo H .....	118
Figura 75 – Tarefa do grupo K .....	118
Figura 76 – Tarefa grupo G .....	119
Figura 77 – Tarefa do grupo C .....	120

## INTRODUÇÃO

O presente relatório resultou da intervenção em contexto educativo no 2º ciclo do Ensino Básico no âmbito da Prática de Ensino Supervisionada II (PES II), do Mestrado em Educação 1.º e 2.º ciclos do Ensino Básico. Este estudo está organizado em três partes principais, que correspondem ao enquadramento da prática de ensino supervisionada, ao projeto de investigação desenvolvido e à reflexão final sobre a PES I e II.

A primeira parte encontra-se dividida em dois capítulos, inicialmente apresenta-se a caracterização do contexto educativo, nomeadamente o meio local, o contexto escolar e a turma, onde incidiu a investigação. O segundo capítulo inclui as áreas de intervenção apresentando uma reflexão de cada uma das unidades curriculares, nomeadamente, Matemática, Português, Ciências Naturais e História e Geografia de Portugal. Neste é ainda exibido, justificadamente, a área de conteúdo escolhida sobre o qual recai este relatório.

A segunda parte inclui o trabalho de investigação subdividido em cinco capítulos. Primeiramente apresenta-se a pertinência do estudo, o problema e as questões de investigação; segue-se a revisão da literatura, onde é apresentada a fundamentação teórica tendo como base a perspectiva de diferentes autores e estudos empíricos referenciados de acordo com os principais temas associados ao problema em análise, procurando contribuir para uma melhor compreensão do mesmo; o segundo capítulo remete para a metodologia adotada, incluindo as opções metodológicas, a caracterização dos participantes e instrumentos de recolha de dados, descrição da intervenção educativa, procedimentos de análise de dados e, ainda, a calendarização do estudo. No quarto e quinto capítulo reúne-se a análise de dados recolhidos e sequenciados e as conclusões do estudo, apontando as limitações e seguintes aspetos a investigar, respetivamente.

A terceira e última parte deste relatório apresenta a análise reflexiva global das intervenções no âmbito da PES I e II.





## **PARTE I**

---

### **Enquadramento da Prática de Ensino Supervisionada II**

Nesta primeira parte do trabalho apresenta-se uma caracterização sucinta da escola onde decorreu a Prática de Ensino Supervisionada (PES II) durante a Intervenção em Contexto Educativo e da respetiva área envolvente. Por fim, será ainda apresentada uma breve descrição global da turma.



## **CAPÍTULO I – CARATERIZAÇÃO DO CONTEXTO EDUCATIVO**

Neste capítulo apresenta-se, de forma discriminada, o contexto educativo, mais especificamente a caracterização do meio local, do contexto escolar e da turma onde incidiu a Prática de Ensino Supervisionada (PES II).

### **Caraterização do meio local**

O contexto educativo onde incidiu a Prática de Ensino Supervisionada (PES II) situa-se numa freguesia pertencente ao concelho de Viana do Castelo. Cidade minhota, situada no litoral norte de Portugal, é delimitada a norte pelo concelho de Caminha, a sul pelos concelhos de Barcelos e Esposende, a este pelo concelho de Ponte de Lima e a oeste pela sua extensa orla costeira de 24 km. Segundo os Censos de 2011 (INE, 2011), ocupa cerca de 319 km<sup>2</sup> e tem cerca de 91 000 habitantes, dos quais apenas aproximadamente 40 000 habitam na cidade. O concelho de Viana do Castelo, após a reorganização administrativa de 2013, é constituído por 27 freguesias de 40 anteriormente existentes.

Em 1848, com o desenvolvimento das competências e capacidades do comércio marítimo, Viana da Foz do Lima, vila e terra de pescadores elevou-se a cidade e apelidou-se de Viana do Castelo, por D. Maria II.

A freguesia onde o centro escolar se situa possui aproximadamente 11,8 km<sup>2</sup> e cerca de 25 375 habitantes (INE, 2011). Apesar de se situar num contexto urbano, a principal atividade económica é o comércio, no entanto, devido à sua localização geográfica deve-se salientar as atividades relacionadas com o mar. A atividade piscatória foi uma mais-valia económica para a população desta freguesia, contudo, esta tem vindo a sofrer um forte declínio. Esta freguesia tem evidenciado algumas alterações urbanísticas devido, principalmente, ao setor terciário que tem potenciado um desenvolvimento económico, pelo crescente comércio e criação de novas infraestruturas de saúde, culturais e desportivas. São vários os pontos de atração turística, de interesse cultural e religioso como: igrejas, ponte românica, cruzeiros e praia fluvial. Beneficia de algumas coletividades, como bandas de música e clube desportivo. De salientar que é uma freguesia com tradição

no artesanato de artefactos em madeira, bordados, tecelagem, festas e romarias culturais que atraem anualmente milhares de pessoas.

### **Caraterização do contexto escolar**

Esta instituição, construída no período de 1995/1996, integra um agrupamento composto por oito estabelecimentos, sendo que três pertencem ao pré-escolar, quatro ao 1º ciclos, uma ao 2º e 3º Ciclos e uma ao Ensino Secundário.

De modo geral, a escola em questão (E.B. 2,3) apresenta uma diminuição regular de alunos ao longo dos últimos anos, devido a fenómenos demográficos e do decréscimo da natalidade.

Relativamente ao espaço exterior, a instituição apresenta uma dimensão significativa. Existe um espaço coberto com esplanada o que possibilita momentos de convívio em dias de chuva, um espaço aberto ao redor de todo o edifício escolar, dois campos de jogos (um de futebol e outro de basquetebol) e ainda um outro campo de jogos vedado, com o intuito de se realizarem as aulas de educação física ao ar livre, bem como os respetivos balneários. Num primeiro momento, a nível estrutural, salienta-se que a escola não dispõe de instalações desportivas cobertas, utilizando, para tal, frequentemente o pavilhão municipal localizado num espaço próximo.

No que concerne ao espaço interior, a instituição apresenta dois pisos, no rés-do-chão encontram-se os quartos-de-banho, arrecadações, sala de reuniões, sala do conselho diretivo da instituição, sala de informática, sala de convívio dos professores com bar, sala de serviços administrativos, receção, sala de atendimento aos encarregados de educação, elevador, sala de convívio dos alunos com bar, reprografia/papelaria, cozinha, refeitório, e sala de convívio do pessoal não docente. O primeiro piso é composto maioritariamente por salas de aula, uma sala de estudo e biblioteca.

É de salientar que existem salas específicas para algumas disciplinas como para o ensino das Ciências Naturais, Educação Musical, Educação Visual, Educação Tecnológica e uma sala de laboratório para o ensino das Ciências Físico-Químicas.

No que respeita a recursos que apoiam as diferentes áreas disciplinares, o centro escolar, possui diversos e numerosos materiais pedagógicos necessários. Contudo, para além de normais e suficientes, os níveis de equipamento têm registado uma melhoria e

completação, devido ao Ministério e Direção Regional e aos orçamentos de receitas próprias.

No geral, as instalações evidenciam uma qualidade aceitável em termos de habitabilidade, existindo um plano de prevenção, no qual se prevê a realização regular de prática de rotinas de segurança envolvendo toda a comunidade escolar.

### **Caraterização da turma**

A turma no qual incidiu a intervenção educativa pertencia ao 5º ano de escolaridade, composta por vinte e seis alunos, sendo dezassete do sexo feminino e nove do sexo masculino. Este grupo continha dois alunos retidos, tendo por isso um efetivo já os 12 anos de idade, ao contrário dos restantes que apresentam idades compreendidas entre os 10 e 11 anos.

No que respeita a questões de saúde, dois alunos apresentavam doenças respiratórias, nomeadamente asma.

Quanto às habilitações literárias dos pais dos alunos, destaca-se o ensino secundário, uma vez que dezasseis dos progenitores concluíram o 12º ano, seguindo-se a licenciatura com catorze pais. Existem também seis pais que concluíram o 2º ciclo, seis o 3º ciclo, dois o 1º ciclo, dois o secundário incompleto e um o 2º ciclo incompleto.

No que concerne às atividades profissionais destaca-se o setor secundário, assumindo profissões como pintor, mecânico, cabeleireira e o setor terciário, bancário, professor, auxiliar de ação educativa entre outros.

Sendo que a família é uma das chaves essenciais para o bom comportamento e desempenho dos alunos na sala de aula, salienta-se o facto de a maior parte das famílias serem recompostas, um aluno está inserido numa instituição de acolhimento e outro está a cargo dos avós.

A nível de sala de aula, a turma apresenta alguns problemas, no que remete para a falta de atenção, interesse e motivação. A maioria dos alunos apresentava-se com dificuldades quer ao nível da pontualidade e da assiduidade, quer ao nível do comportamento e da responsabilidade. Relativamente ao aproveitamento, os alunos revelavam dificuldades na aquisição dos conhecimentos pretendidos, principalmente nas

áreas de Ciências Naturais e Matemática. De salientar que a turma não possuía hábitos de estudo e, na sua maioria, não realizava os trabalhos de casa. Todos estes fatores levam a que a maioria das tarefas propostas não fossem realizadas no tempo previsto.

Perante a caracterização global dos alunos, foi crucial a implementação de uma metodologia de trabalho que fosse ao encontro dos interesses dos alunos com a finalidade de os incentivar de forma a melhorarem o seu desenvolvimento a todas as áreas disciplinares.

## **CAPÍTULO II – ÁREAS DE INTERVENÇÃO**

Neste capítulo, apresenta-se de forma sucinta uma sessão das diferentes intervenções semanais de cada uma das áreas, Português, História e Geografia de Portugal, Ciências da Natureza e Matemática, sobre as quais depois de uma descrição se faz uma breve reflexão, salientando os pontos fortes e menos positivos.

### **As diferentes áreas de intervenção**

A organizada PES II está estruturada de forma a que os mestrandos se organizem em díades e/ou trios pedagógicos durante esta breve intervenção, que decorre ao longo de treze semanas.

As primeiras duas semanas destinaram-se à observação interventiva da turma com o objetivo de conhecer não só as estratégias e metodologias de ensino adotadas pelos professores cooperantes, como as competências e interesses do grupo. As restantes semanas foram distribuídas pelo trio pedagógico, sendo que de três em três semanas alternavam a área curricular, com o intuito de todos os elementos do trio lecionarem todas as áreas destinadas a este ano de escolaridade (Português; História e Geografia de Portugal; Ciências da Natureza e Matemática). Como tal, todo o trabalho prévio, ou seja, a planificação das atividades a desenvolver, bem como os materiais necessários foram realizados de forma individual.

Pelo facto de se ter estabelecido o contacto com as quatro áreas do saber, importa refletir acerca do desempenho e experiência vivenciada em cada uma destas. Neste sentido, expôs-se a planificação de uma das aulas lecionadas e uma reflexão relativamente a cada área curricular.

#### **Português**

Tema: “Receita para fazer uma estrela”, de Jorge Sousa.

Conteúdo: Acrósticos.

Relativamente a esta unidade curricular, optou-se por apresentar a segunda aula supervisionada, do dia 14 de maio de 2015, em que se debruçou sobre a introdução e exploração de acrósticos. Esta abordagem realizou-se através da exploração do poema “Receita para fazer uma estrela”, de Jorge Sousa. De salientar que se elegeu esta aula por ter sido bastante rica e desafiante.

A sessão iniciou-se pela apresentação dos trabalhos de casa de alguns alunos, tarefa que se viria a realizar no início de todas as aulas com o objetivo de incentivar os alunos à realização dos mesmos. Assim sendo, alguns alunos, selecionados aleatoriamente, apresentaram o trabalho realizado. Ao longo das exposições, todos foram convidados para refletir, questionar e comentar os aspetos positivos e menos bons dos trabalhos, expondo sugestões de melhoria. Todo este processo foi orientado pela estagiária procurando sempre dar *feedback*.

É de evidenciar que a docente se apresentou desde o início da sessão vestida com uma bata branca com vinte e seis bolsos de diferentes cores e padrões e com o desenho de uma estrela e tubos de ensaio. Posto isto, fazendo o elo de ligação entre as diferentes tarefas, solicitou-se aos alunos que desvendassem o título do poema que iria ser abordado. Tendo em conta que desde o princípio da sessão nenhum dos alunos questionou a vestimenta da professora, neste momento a turma despertou interesse e motivação, tendo todos participado ativamente. O desvendar do título do poema não foi algo fácil e imediato, contudo foi através de pequenas pistas que foram sendo dadas que os alunos desvendaram o mistério. Após este momento, tentou-se que a turma debatesse sobre qual seria o conteúdo do poema. Naturalmente, existiram ideias pertinentes outras nem tanto, porém o esforço e dedicação dos alunos foi valorizada o que aumentou o interesse destes pela sessão.

Com o intuito de introduzir a obra de Jorge Sousa, iniciou-se a leitura expressiva por parte de alguns alunos, igualmente escolhidos aleatoriamente. Seguidamente, procedeu-se ao levantamento de questões orais interpretativas o que solicitou, mais uma vez, a participação ativa da turma. Estas perguntas foram realizadas como meio de facilitar a execução das presentes no manual adotado a serem registadas no caderno diário, posteriormente. Terminadas e corrigidas as tarefas, promoveu-se uma “discussão” que permitiu a análise da estrutura externa do poema. Neste momento, para além de verificarem e apelidarem as estrofes consoante o número de versos, identificaram o tipo



de rimas presentes. Esta dinâmica era repetida em todas as aulas como meio de consolidar e relembrar os conteúdos abordados numa sessão inicial de introdução à poesia.

Como o propósito de apresentar o conceito de acróstico, expôs-se uma pequena história introdutória, fazendo a ponte entre as duas tarefas. De seguida, exibiu-se um acróstico relativamente a uma lapiseira presente na bata. Foi com o apoio das intervenções dos alunos que se apresentou a definição do conceito. O registo permanente no caderno diário do que estava a ser trabalhado no quadro e em *PowerPoint* foi crucial, para num momento futuro servir de apoio ao estudo.

Consolidando o conteúdo presente foi solicitado a criação de um acróstico, individualmente. À vez, os alunos retiravam um papel de um dos bolsos da bata à sua escolha e perante o nome exibido realizavam o pretendido. Considera-se que esta tenha sido uma boa estratégia para elevar o interesse e curiosidade dos alunos. Conclui-se isto uma vez que se mostraram bastante recetivos, entusiasmados e várias foram as solicitações para retirarem os papéis dos bolsos. Devido à escassez de tempo, não foi possível que os alunos apresentassem os acrósticos realizados, contudo esta tarefa foi transportada para uma aula posterior.

Para finalizar, procedeu-se à leitura e interpretação oral do poema “Lapiseira” de Luísa Ducla Soares. Esta última tarefa incentivou os alunos para a realização do trabalho de casa. Este consistiu na realização de um pequeno poema sobre um objeto de interesse pessoal com a finalidade de ser apresentado na aula seguinte. É de realçar o destaque dado à realização de texto com o objetivo de tornar os alunos mais capazes na produção escrita, uma vez que estes apresentam muitos erros ortográficos.

De modo geral, as expectativas foram superadas no decorrer da aula. Esta sessão demonstrou ter sido mais um desafio para a docente, uma vez que a turma não apresenta qualquer tipo de interesse pela área. Estando-se a intervir numa turma problemática em termos de aprendizagem, de certo modo a docente fez temer que o desinteresse se apoderasse, deixando-a nervosa e incapaz de dar resposta às questões colocadas. Contudo, para além de os alunos se manterem focados e da aula ter sido bastante dinâmica, pensa-se ter conseguido contextualizar e articular de forma harmoniosa cada um dos momentos da mesma, deixando-a rica e coesa. Durante o seu decorrer conseguiu-se dar respostas a todas as questões surgidas pelos alunos, esclarecendo eventuais dúvidas que foram emergindo.

Foi uma sessão que, sem dúvida alguma, mostrou que independentemente do interesse dos alunos, se pode promover um ambiente de aprendizagem rico, em que os alunos têm um papel ativo na construção do seu conhecimento, aumentando-lhes o gosto pela poesia, e conseqüentemente, pelo Português.

## **História e Geografia de Portugal**

Tema: O século XIV europeu.

Conteúdo: Consolidação da independência portuguesa.

A disciplina de História e Geografia de Portugal foi, provavelmente, aquela em que foi sentido mais dificuldade durante a lecionação, por falta de conhecimentos prévios, inicialmente, e pela agitação que os alunos demonstravam, tanto nas aulas de noventa minutos como nas aulas de quarenta e cinco minutos, em muito devido ao horário desta disciplina uma vez que procedia de aulas de noventa minutos de Matemática e de Português.

A sessão que se selecionou desenvolveu-se no dia 16 de março de 2015 e teve como objetivo principal iniciar o último conteúdo do tema “O século XIV europeu”, nomeadamente a “Consolidação da independência portuguesa”. Selecionou-se esta não só porque a docente se sentiu mais segura a lecionar, mas também porque os alunos foram bastante recetivos a todas as tarefas propostas o que constitui para um bom funcionamento de toda a aula.

Num primeiro momento procedeu-se à correção do trabalho de casa o que proporciona recordar os conteúdos abordados anteriormente, e que permitiu facilitar o elo de ligação com o que seria exposto nesta sessão. Assim sendo, projetou-se um conjunto de perguntas à turma que depois de analisadas e discutidas as diferentes respostas dos alunos, apresentava-se a resposta correta para que os alunos procedessem à correção no seu caderno diário. Esta estratégia mostrou-se adequada e motivadora, pois, para além de estimular uma participação ativa da turma, promoveu o debate de ideias, esclarecimento de dúvidas, a poupança de tempo e uma minimização dos erros científicos.

Seguidamente, apresentou-se o *PowerPoint* que vinha a ser explorado de aulas anteriores, desta vez iniciado com a apresentação de um mapa referente à 2ª invasão castelhana. Este recurso foi utilizado com a finalidade de os alunos o analisarem e retirarem

as suas conclusões, incentivando-os deste modo a preverem o que teria acontecido nesta fase da História de Portugal, sem que se recorresse ao ensino tradicional/expositivo. O uso desta metodologia pensa-se que foi uma mais-valia, pois conseguiu-se cativar a turma para o desenrolar da sessão bem como interligar a História com a Geografia, que tantas vezes é posta de parte.

A apresentação de um vídeo alusivo à 2ª invasão castelhana, continuou a cativar os alunos. Neste momento, os alunos para além de se mostrarem atentos na visualização, tomaram notas com a intenção de, posteriormente, realizarem algumas questões ou mesmo adquirirem informação pertinente para o estudo.

Posteriormente, analisaram-se dois documentos presentes no manual, contudo teve-se sempre em atenção o esclarecimento de determinados conceitos que os alunos poderiam desconhecer o significado, procurando que estes conseguissem interpretá-los da melhor forma. Depois de se ter avançado com a exploração dos documentos e exposição de alguma teoria, fez-se alusão a uma imagem pretendendo-se que os alunos tirassem proveito da mesma e explicitassem a sua análise oralmente. Após um pequeno debate chegou-se à conclusão mais lógica face aos acontecimentos da época.

Como meio de dar a conhecer outras histórias com uma vertente fictícia e real, expôs-se a lenda da “Padeira de Aljubarrota”. A turma mostrou-se curiosa e entusiasmada e foram várias as questões que realizaram ao qual se conseguiu dar resposta.

A segunda parte da aula foi dedicada a tarefas práticas de consolidação dos conhecimentos adquiridos até então. De salientar que se procedeu à correção de um friso cronológico que os alunos vinham, desde já, a preencher com os factos que iriam sendo retratados desde o início desta temática. Esta foi uma boa estratégia a ser implementada, uma vez que o friso cronológico para além de lhes dar uma melhor precensão do tempo em que se retratam os factos históricos, permitiu-lhes seleccionar os marcos mais importantes do século XIV, o que lhes facilitaria na organização e na seleção dos conteúdos a estudar com mais ênfase. Para além de tudo aquilo que estaria planeado, procedeu-se ainda à realização do guia de estudo n.º 11 e também ao jogo n.º 18 presente no mesmo caderno de atividades.

Como balanço geral tem-se a referir que apesar da diversificação de estratégias e tarefas apresentadas ao longo de toda a sessão de modo a cativar os alunos para esta área

de ensino, dever-se-ia ter em atenção também o registo no caderno diário de um esquema síntese de todo o tema. Contudo, esta lacuna foi colmatada numa aula de revisões.

Foi com bom grado, particular, que a estagiária lecionou esta sessão, uma vez que, superou as próprias expectativas pessoais, sendo que não se sentiu, inicialmente, à-vontade para se expor a uma turma como esta, a exhibir conteúdos ao qual não se sentia totalmente capaz. Apesar de tudo procurou sempre dar o melhor de si e cativar os alunos para todas as sessões despertando-lhes o gosto pela História e Geografia de Portugal.

### **Ciências da Natureza**

Tema: Diversidade nos animais.

Conteúdo: Variação dos fatores do meio – sua influência no comportamento dos animais.

No decorrer da prática na área das Ciências Naturais todas as aulas incidiram no primeiro bloco referente à “Diversidade dos seres vivos e suas interações com o meio”. Ao longo das sessões optou-se, sempre que possível, por um “ensino pela descoberta” e pelas atividades práticas, uma vez que a aprendizagem se torna mais significativa. Neste sentido, selecionou-se a aula do dia 10 de março de 2015.

Num primeiro momento, escreveu-se o título do conteúdo da aula no quadro a fim de explorar o conceito de cada uma das palavras apresentadas. Esta estratégia resultou bem, uma vez que a turma se mostrou participativa. De referir que teve-se sempre em atenção a participação de todos os alunos e procurou-se dar *feedback* a todos de modo a incentivá-los para a sessão. Após um momento mais teórico, com o apoio de um *PowerPoint* elucidou-se os alunos para a temática.

Na segunda parte da aula, convidou-se a turma a realizar atividades experimentais, para tal, teve-se o cuidado de formar, previamente, os grupos, prever o modo de disposição na sala de aula e distribuir o material necessário por cada um. É de salientar, que em cinco grupos existentes, dois realizaram uma atividade experimental sobre a influência da água no caracol, dois focaram a influência da luz no bicho-de-conta e o outro grupo centrou-se na influência da temperatura nas minhocas. Antes de cada um dos grupos proceder à atividade experimental que lhe cabia, todos, individualmente receberam um protocolo. Este, para além de conter o procedimento, registos e conclusões alusivas à atividade prática correspondente, continha dois cartões de previsões a serem preenchidos inicialmente,

sobre as atividades dos outros grupos, a fim de permitir que todos ficassem envolvidos em todas as atividades a serem realizadas. Pelo facto de o protocolo ter sido apresentado em caixa, foi uma grande motivação para os alunos, uma vez que estes se demonstraram curiosos e entusiasmados, o que permitiu um bom funcionamento de toda a sessão.

Após se ter distribuído os grupos pelas bancadas disponíveis na sala de aula foram várias as chamadas de atenção para o cuidado a ter com os animais. A turma demonstrou grande responsabilidade e empenho durante todo o processo. Aquando das experimentações circulou-se pela sala, apoiando os grupos no que fora necessário e esclarecendo-se as dúvidas emergentes.

No final, à medida que iam sendo apresentadas as conclusões de cada grupo, estas foram debatidas e discutidas, quando necessário fazia-se o acompanhamento do acréscimo de alguns conteúdos inerentes à atividade através do apoio de um *PowerPoint*. Como não houve tempo para se realizar este processo para as três atividades experimentais, uma ficou para ser explorada posteriormente. Este facto deve-se pela disponibilização de tempo que se dispôs para os s explorarem com calma e da melhor forma os fenómenos que iriam observando, preenchendo simultaneamente os protocolos.

Em suma, foi uma aula produtiva e que envolveu os alunos ativamente na construção dos seus próprios conhecimentos. Nas aulas de Ciências Naturais considera-se que seja fulcral a realização deste tipo de atividades, tanto para os alunos explorarem os conceitos aprendidos como para os descobrirem. Pensa-se ainda que são atividades motivadoras para o processo ensino/aprendizagem, que desenvolvem bastante a capacidade dos alunos trabalharem em grupo e o espírito crítico.

Numa próxima vez, ter-se-á em atenção o modo de abordar alguns conceitos, mantendo-se a calma com o intuito de o discurso ser mais fluido e perceptível. Após este primeiro contacto, teve-se em conta o modo de como gerir melhor o tempo para finalizar todas as atividades a que se propõem inicialmente.

## Matemática

Tema: Geometria e Medida

Conteúdo: Área por enquadramento, composição e decomposição.

Tal como em todas as disciplinas, cabe ao professor criar dinâmicas interessantes e desafiantes que motivem os alunos a aprender mais. Deste modo, optou-se por descrever uma aula em que a metodologia usada centrou-se nos alunos como próprios investigadores e construtores das suas aprendizagens. Nesta sessão, dia 24 de abril de 2015, desenvolveu-se o conteúdo de “Área por enquadramento, composição e decomposição”.

Inicialmente, e tal como era habitual em todas as aulas, procedeu-se à correção dos trabalhos de casa. Esta estratégia inicial, para além de ter a sua extrema importância para consolidar e esclarecer conceitos que não foram assimilados devidamente, cria o elo de ligação com os conteúdos a serem abordados nesta sessão. A correção dos mesmos demorou mais tempo que o previsto, pelo facto de os alunos terem demonstrado algumas dificuldades e falta de aquisição de alguns conceitos prévios. Não ficando indiferente a tal situação, o tempo disponibilizado para a correção do mesmo não foi excessivo, pois, não devemos avançar nos conteúdos ou nas tarefas sem que todos os pontos analisados fiquem devidamente esclarecidos e interiorizados. O querer abordar tudo o que está programado não é sinónimo de os alunos não assimilarem as devidas aprendizagens. Posto isto, sobrou uma pequena parte da aula para o cumprimento do objetivo central, exploração de áreas por enquadramento, composição e decomposição.

Para dar continuidade à sessão sem desperdício de mais tempo, procedeu-se de imediato para a entrega de figuras, uma de cada vez, no qual se desafiou os alunos a determinarem a área das mesmas. Após a resolução de cada uma, debateu-se e procedeu-se às diversas resoluções possíveis a fim de atribuir o nome de cada um dos processos. A exploração destas três formas de determinar áreas poderiam ter sido abordadas sempre com a mesma figura, o que não aconteceu, com o intuito de facilitar a aprendizagem por parte dos alunos.

O ponto-chave da aula residiu na exploração que se fez relativamente à ideia exposta por uma aluna, que, à primeira vista e considerando as condicionantes do momento, poderia parecer uma resposta plausível ao problema. Posto isto, recorreu-se a

um contra exemplo, confrontando conhecimentos e percebendo-se que a intervenção da aluna não era possível de se verificar. Neste sentido, apesar de se ter verificado alguma inquietude inicialmente, conseguiu-se estimular todos os alunos a, por um lado, compreenderem a ideia exposta e, por outro, a testarem. Esta situação, pensa-se que demonstrou da parte da estagiária uma progressão, porque se pôs à prova, em simultâneo, o seu domínio científico, bem como as capacidades que dispõem para lidar com o nervosismo, imprevisto e improvisado.

No geral, não se conseguiu cumprir com tudo aquilo que se tinha planificado para esta sessão, contudo os objetivos principais a que se propôs foram concluídos e mais que esses objetivos, conseguiu-se que os alunos ficassem esclarecidos e adquirissem os conceitos principais referentes a estes e a anteriores conteúdos.

No futuro, aquando da exploração de temáticas geométricas se deva ter sempre em atenção ao discurso, com o intuito de este ser o mais perceptível, a fim de clarificar os alunos da melhor forma. Nesta mesma sessão, tem-se a noção que outras possíveis explorações poderiam ter sido realizadas, contudo, o tempo nem sempre o permitiu. Apesar de todas as ocorrências e estar-se perante uma turma com múltiplas dificuldades a nível de aprendizagem e interesse pensa-se ter cativado os alunos e, a nível pessoal, se ter superado relativamente às capacidades de ação perante situações inesperadas.

### **Orientação para o estudo**

A Matemática é e sempre será uma área com características muito próprias, que envolve raciocínios e resoluções, por vezes, complexas. Independentemente da época de que falemos, a sociedade nunca encarou esta ciência de outra forma se não a de “um bicho-de-sete cabeças”.

Além de me ter sido inculcado, ainda que informalmente, que esta área me iria atormentar o resto da minha vida, sempre a encarei como um desafio ao qual pretendia mostrar a minha capacidade de solucionar e combater tamanha dificuldade. No meu entender foi esta a principal motivação que me despertou desde muito cedo o interesse por esta área do saber. Ao longo dos anos de escolaridade fui percebendo que tudo não passa de um “boato” descabido e que devemos ter algumas atitudes de modo a

contrabalançar esta ideia, onde é fundamental persistir antes de se pensar em desistir. Contudo, para seguir com esta atitude é necessário ter um apoio que nos incentive a continuar. Neste sentido, tanto na escola, como em casa, sempre me inculiram as vantagens que poderia vir a usufruir com a aquisição de conhecimentos matemáticos. Foram e são diversas as brincadeiras que no meu seio familiar se praticam, como por exemplo jogos matemáticos como o dominó, a realização de trocos e a descoberta de charadas. Sempre tive o entusiasmo e a predisposição para este tipo de tarefas e procurava sempre perceber as resoluções e eventualmente o raciocínio a ter para conseguir ganhar ou responder acertadamente a todos os enigmas que me eram propostos.

O meu percurso escolar e a minha formação académica continuaram a alimentar este gosto pela Matemática. Tal facto pode dever-se por todos os desafios que me foram sendo impostos, e não sendo uma pessoa de desistir, sempre agarrei todas as oportunidades para evoluir, para saber mais e responder positivamente às minhas próprias expectativas.

É de destacar que o prazer por esta ciência aumentou progressivamente aquando da realização dos estágios, pois apesar de lecionar as cinco áreas do conhecimento, foi a Matemática que mais me continuou a surpreender e a cativar.

Ter que lidar com alunos que, eventualmente, não enfrentam o grande dilema como eu enfrentei é, sem dúvida, desafiante. Tentar mudar a perceção da turma relativamente a esta área foi o maior estímulo ao longo de todo o meu percurso. Assim, pretendi promover o gosto pela Matemática e desta forma, revii que a maior motivação que alguma criança pode ter é brincar/jogar no meio onde ela, diariamente, se encontra. Relacionar esta ciência com a vida quotidiana foi a estratégia que optei por utilizar para incentivar, promover, executar e ensinar os diversos conteúdos programáticos. Para tal, foi através do modo e do local da resolução de problemas diferentes do habitual que se centrou o meu projeto. Deste modo, o meu objetivo focou-se essencialmente em trabalhar tarefas que lhes permitissem equacionar a Matemática e a vida quotidiana, aplicando diversas estratégias de resolução.

Apesar desta metodologia não formal de aprendizagem, motivar os alunos para a resolução de problemas, manter-me-ia interessada em perceber o raciocínio realizado em cada uma das resoluções efetuadas face aos problemas colocados, com o mesmo grau de dificuldade, da execução de problemas realizados na sala de aula.



Após ter contactado, durante as semanas de observação, com a turma de 5º ano com quem ia trabalhar, verifiquei que seria oportuno e, simultaneamente, arriscado trabalhar esta área com eles durante o curto período de regência, uma vez que, para além de apresentarem diversas dificuldades de aprendizagem, encontravam-se bastante desmotivados ao ponto de corresponderem ao meu projeto de forma esperada. Porém, mais uma vez, não foi motivo de desistência e assim prossegui com o meu projeto de investigação focado na apresentação de uma outra forma de apresentar o ensino-aprendizagem da Matemática, culminando todo este trabalho com a elaboração de Trilhos Matemáticos.

Quando chegou a altura de distribuir os alunos pelas áreas onde teria de ser desenvolvido o relatório de intervenção, tive a sorte de ficar na minha área de eleição, como referi, a Matemática.



## **PARTE II**

---

### **O Estudo**

Na segunda parte deste trabalho apresenta-se a investigação desenvolvida durante a Prática de Ensino Supervisionada II, numa turma do 5º ano, começando por referir o problema em estudo e as respetivas questões orientadoras, todo o seu desenvolvimento e procedimentos ao longo dos cinco capítulos, culminando com as conclusões.



## CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresenta-se o tema escolhido para a investigação, identificando o problema e as principais questões que o orientam. Inicia-se o capítulo por justificar a pertinência do estudo.

### Pertinência do estudo

Atualmente, a Matemática assume um lugar de destaque no currículo escolar. Esta é elogiada pela sua utilidade e considerada um fundamento da sociedade moderna (Shoaf, Pollak & Schneider, 2004). No entanto, o insucesso escolar, nomeadamente, a Matemática, não é um fenómeno apenas atual, este parece ter sempre existido ao longo da história do ensino em Portugal e não só.

Nas últimas décadas defende-se que o processo de ensino-aprendizagem da Matemática deve contemplar tarefas que promovam e estimulem os níveis cognitivos superiores dos alunos. Dentro desta perspetiva destaca-se a resolução de problemas como a capacidade mais adequada em todos os níveis de ensino, ligada sempre que possível às situações concretas (Serrazina, 2004).

Segundo o *Programme for International Student Assessment (PISA)* (2012) que avalia as capacidades e competências dos alunos de 15 anos, de países e regiões de todo o mundo, nos domínios de matemática, de leitura e ciências no que se refere à matemática, avalia-se a capacidade dos alunos conseguirem resolver problemas do dia-a-dia, numa lista de 44 países, os estudantes portugueses surgem em 20º lugar. Desta forma, constata-se que um em cada cinco alunos portugueses não conseguiu resolver aquelas questões, ficando aquém da média da OCDE (PISA, 2012). É igualmente referido pelo Instituto de Avaliação Educativa (IAVE) (2015) que “A dificuldade tende a aumentar nos itens em que se requer a mobilização de operações cognitivas mais complexas, como sejam a aplicação de conhecimentos a situações novas...” (p.53). Posto isto, é necessário colmatar estas lacunas, proporcionando tarefas que envolvam os alunos e desenvolvam capacidades cruciais de resolução de problemas, raciocínio matemático e comunicação matemática.

A imagem negativa que os alunos têm relativamente a esta área pode dever-se ao facto de estes nunca terem tido a oportunidade de apreciar a Matemática ou talvez por não terem sido expostos a um ensino adequado (Shoaf, Pollak, & Schneider, 2004). Matos e Serrazina (1996) defendem que no processo de ensino-aprendizagem da Matemática se deve estimular a curiosidade e a capacidade dos alunos para formular e resolver problemas com o objetivo de estes se tornarem cidadãos mais autónomos e interventivos no mundo que os rodeia.

Durante a PES II identificaram-se algumas dificuldades nos alunos da turma onde decorreu a intervenção, mais especificamente no que diz respeito à falta de motivação, curiosidade, interesse pela escola e por todas as áreas do saber, mais especificamente a Matemática. Ao longo de toda a intervenção planeou-se as melhores estratégias de forma a contribuir para a qualidade de ensino dos alunos. Em particular, pretendeu-se encorajar os alunos provenientes de contextos distintos, para que estes desenvolvessem as suas ideias matemáticas, raciocínio e estratégias de resolução de problemas, bem como, despertar-lhes o gosto de resolver problemas matemáticos relacionados com a sua vida pessoal e social (Shoaf, Pollak & Schneider, 2004).

A Geometria tem sido considerada a parte mais intuitiva da Matemática, devido à extrema importância no desenvolvimento e integração do indivíduo no meio que o rodeia. Neste sentido, é essencial proporcionar aos alunos contextos de aprendizagem favoráveis que lhes permitam desenvolver diferentes capacidades e adquirir interesse por esta área do saber, em particular por conhecimentos geométricos (Matos & Serrazina, 1996).

Como meio de motivar, incentivar, e predispor os alunos para uma aprendizagem mais significativa e envolvente, importa transportar o ensino-aprendizagem para além das quatro paredes. Porém, segundo Paixão e Jorge (2015) “A educação em espaços não formais articulada com o trabalho em sala de aula pode favorecer aprendizagens de âmbito curricular e, simultaneamente, maior motivação e cooperação na realização de atividades” (p.95).

Dentro deste ciclo de contextos não formais de aprendizagem surgem os Trilhos Matemáticos como um espaço de aprendizagem fora da sala de aula. O contacto com este tipo de desafio assume um papel fundamental no ensino da Matemática, pois para além de desenvolver as mais diversas competências a nível de aprendizagem dos conteúdos programáticos, amplia as vivências dos alunos, que poderão ser mobilizados em contextos

distintos, estimulando o gosto por esta área do saber e permitindo-lhes, de modo especial, desenvolver aptidões para usar a matemática eficazmente no seu quotidiano (Vale & Pimentel, 2004). Assim sendo, o Trilho Matemático constitui um desafio de divulgação Matemática exportando-nos para fora da sala de aula que poderá envolver toda a comunidade educativa.

### **Problema e questões de investigação**

De acordo com o referido no ponto anterior e tendo como base que se deve promover momentos criativos para que surjam oportunidades dos alunos desenvolverem as suas capacidades matemáticas, desenvolveu-se um estudo exploratório com uma turma do 5º ano de escolaridade, baseada na resolução de tarefas desafiadoras relacionadas com o meio envolvente escolar.

Em particular pretendia-se compreender o contributo dos Trilhos Matemáticos no envolvimento dos alunos de uma turma de 5º ano de escolaridade e na mobilização de conceitos geométricos por esses alunos. Com este intuito, foram definidas duas questões orientadoras:

Q.1. Como se pode caraterizar o desempenho dos alunos em tarefas de natureza geométrica através de um Trilho Matemático?

Q.2. Como se pode caraterizar a reação dos alunos à realização de um Trilho Matemático num contexto de aprendizagem fora da sala de aula?





## **CAPÍTULO II – ENQUADRAMENTO TEÓRICO**

Como base deste estudo, este capítulo aborda os vários conceitos, devidamente fundamentados. Inicialmente, expõe-se a importância e o ensino da Geometria, bem como, a Geometria no programa curricular. Segue-se uma abordagem alusiva à importância da interligação do professor com as tarefas matemáticas bem como a criatividade das mesmas. O terceiro ponto dá ênfase aos contextos formais e não formais de ensino salientando a importância da aprendizagem fora da sala de aula, Trilhos Matemáticos e ainda os afetos na aprendizagem matemática. Este capítulo culmina com a revisão sobre alguns estudos empíricos.

### **A Geometria**

#### **Importância da Geometria**

Mais que uma linguagem, a Matemática é uma área essencial para a formação pessoal, intelectual e social do indivíduo, fazendo-o ter a percepção do mundo e de tudo aquilo que o rodeia, bem como, da evolução que a ele está inerente.

Em particular, a Geometria tem uma extrema importância no desenvolvimento do indivíduo, uma vez que vivendo em conformidade, necessita desenvolver as suas capacidades espaciais e organizacionais de espaço (Ponte & Serrazina, 2000). Esta área é considerada uma ferramenta de extremo interesse no que remete para a descrição e inter-relação do homem com o espaço que o rodeia, sendo considerada a parte da Matemática mais intuitiva, concreta e relacionada com a realidade, dando oportunidade ao indivíduo de desenvolver habilidades criativas (Nogueira, s/d).

Como estudo das formas no espaço e das relações espaciais, a Geometria oferece ainda a oportunidade de desenvolver a visualização, o pensamento crítico, a intuição e a resolução de problemas, o que constitui uma área a valorizar nos primeiros anos de escolaridade (Gomes, 2012; Ponte & Serrazina, 2000). Desta forma, cabe ao professor conhecer as ideias fundamentais da Geometria e as distintas formas de proporcionar contextos favoráveis aos alunos com a finalidade de lhes fornecer contextos onde lhes permita desenvolver diferentes capacidades e adquirir interesse pela Matemática. Para

isto, devem ter oportunidades de realizar experiências que lhes permitam explorar, visualizar objetos referentes ao dia-a-dia e a diversos materiais concretos, pois é nesta perspectiva que são definidos os objetivos curriculares para a Geometria neste nível de ensino (Ponte & Serrazina, 2000).

### **Orientações curriculares**

Desde há muito tempo que a Matemática é considerada o topo da cultura científica. Esta área do saber sempre foi e é reconhecida pela sua importância e necessidade para compreensão dos fenómenos recorrentes na sociedade atual (Guita, 2013). Como tal, a Matemática assume um papel fundamental no currículo escolar, sendo explorada progressivamente durante todos os anos de escolaridade.

Uma formação sólida da Matemática é o que se pretende que todos os alunos desenvolvam, oferecendo-lhes um ensino que os possibilite compreender e utilizar esta área do saber bem como, promover-lhes uma visão apropriada da Matemática e da sua atividade dando-lhes a perceção do seu contributo para o desenvolvimento do mundo e também para despertar em si uma autoconfiança para poder trabalhar com ela (ME, 2007).

Com a homologação do novo Programa de Matemática 2013, foram notórias as alterações de objetivos e finalidades a que este se propõe. Para além de recorrer a um processo de ensino curricular sequencial e a uma aprendizagem progressiva, o enfoque é dado à comunicação matemática, pois é esta componente que permitirá melhorar a qualidade da aprendizagem Matemática. Assim sendo, as três principais finalidades centram-se na estruturação do pensamento, a análise do mundo natural e a interpretação da sociedade. Com o intuito de progredir no ensino-aprendizagem desta área, existem ainda cinco competências transversais que se deve ter em conta como, a aquisição de conhecimentos de factos e de procedimentos que irão levar a um desenvolvimento do raciocínio matemático, para tal será igualmente importante explorar a comunicação matemática que juntamente com a resolução de problemas irá despertar o gosto dos alunos pela Matemática, evidenciando a visão desta área como um todo articulado e coerente (ME, 2013). Contudo, a resolução de problemas merece igual destaque uma vez que é considerada uma capacidade matemática fundamental, pois permite que os alunos

sejam capazes de resolver e formular problemas recorrendo a diversas e variadas estratégias de resolução.

A Geometria é um dos conteúdos matemáticos que está inserido nos currículos, contudo, é questionada por diferentes autores a forma como esta é exibida nos mesmos. Para muitos, o encarar da Geometria como algo independente da realidade dos alunos e também dos conhecimentos e experiências anteriores é o que é expresso pelos currículos (Panorkou & Pratt, 2009).

Segundo Veloso (1999), tem-se dado uma importância excessiva à experimentação e marginalização da Geometria no currículo da Matemática, fazendo com que esta não tivesse qualquer tipo de interligação com os restantes conteúdos.

Com o propósito de pôr fim a todas estas lacunas, atualmente em Portugal, vigora o Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2013) propondo algumas alterações referentes à Geometria e grandezas geométricas. Salienta-se como ponto de partida oferecer às crianças situações do quotidiano, desenvolvendo desta forma o conhecimento do espaço em que esta se move, o que nos permite basear a aprendizagem em experimentações e manipulações, desenvolvendo capacidades de visualização espacial, verbalização, intuição e a utilização destas na resolução de problemas (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999).

Segundo Matos e Serrazina são vários os aspetos que deverão sofrer alterações, por isso apontam algumas modificações que se deverão ter em conta como, a utilização de uma gestão de sala de aula com o objetivo de os alunos produzirem os seus próprios conhecimentos; para a formação de conceitos apresentam a utilização de materiais; ligação da Matemática ao real e abordagem da Matemática centrada na resolução de problemas (Matos & Serrazina, 1996).

Com o objetivo de interligar as competências primeiramente apresentadas, cabe ao professor adotar um ensino de natureza exploratório em vez do ensino tradicional. Deste modo, o professor em detrimento da exposição de conteúdos deverá propor tarefas onde os alunos com recurso aos conteúdos previamente adquiridos vão explorando a situação e assim vão adquirindo novos conceitos. Assim sendo, são os alunos os construtores dos seus próprios conhecimentos, tornando-os autónomos na resolução, formulação, interpretação, análise e reflexão de problemas. Após estes procedimentos deve seguir-se um momento de debate, discussão entre professor/aluno promovendo o desenvolvimento

da comunicação matemática, a fim de sintetizar o que foi aprendido pela turma. Porém, apesar de se valorizar as tarefas de exploração e investigação, o professor não tem que excluir momentos expositivos (Ponte, 2005).

O sucesso da aprendizagem da Geometria não passa pela eficácia de um currículo, (Albuquerque, Veloso, Rocha, Santos, Serrazina & Nápoles, 2008) pois independentemente deste, das estratégias e conteúdos a explorar, o ensino da matemática deve focar-se nas experiências diversificadas e em contextos de aprendizagem ricos e variados, desenvolvendo nos alunos as suas capacidades cognitivas, afetivas e sociais, estimulando a motivação, curiosidade, espírito de descoberta, postura crítica, e o gosto pelo raciocínio e comunicação tornando o aluno um ser autoconfiante e por consequente autónomo, disposto a enfrentar todas as adversidades que a vida lhe pode fornecer (Matos & Serrazina, 1996).

### **O ensino da Geometria**

O ensino-aprendizagem da Geometria tem, ao longo dos anos, sido uma problemática para os alunos, apesar de ser importante para o desenvolvimento do indivíduo.

Segundo Matos e Serrazina (1996) a Geometria é “uma das formas privilegiadas de adquirir uma intuição e uma orientação espacial crucial para o mundo moderno” (p. 265). Esta, para além de lidar com grandezas e medidas, aborda propriedades de figuras e objetos do espaço, envolvendo, igualmente, conceitos como congruência, semelhança, paralelismo, simetria, entre outros. Todos estes tópicos estão patentes no mundo que nos rodeia, pois tudo se encontra repleto de elementos geométricos, fazendo com que o estudo desta área auxilie os alunos a representar e a dar significado ao mundo. Por outro lado, são estes conhecimentos geométricos que permitem ao indivíduo orientar-se, estimar formas e distâncias, comunicar, realizar medições e até mesmo apreciar a estética da natureza e da arte (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999).

A Geometria deve suscitar nos alunos o desenvolvimento de diversas capacidades, nomeadamente: a capacidade de verbalização, que foca a aptidão para comunicar, trocar ideias, desenvolver argumentos; a capacidade de construir ou manipular objetos geométricos; a capacidade de organizar logicamente o pensamento matemático; a

capacidade de utilizar os conhecimentos geométricos em situações novas; a capacidade de recordar objetos que já não estão à vista e a capacidade de visualização (Matos & Serrazina, 1996). Face a esta última competência, Battista (2007) salienta a importância do “ver” na criança, como modo de esta conseguir analisar e refletir sobre todas as imagens e objetos que lhe são propostos. Os alunos que não possuam esta aptidão visual estarão mais suscetíveis a apresentar maiores dificuldades na aprendizagem matemática (Vale, 2009).

Vale e Barbosa (2009) defendem que esta capacidade deve ser explorada, desde muito cedo nos estudantes pois, “ver” é uma componente importante da generalização. Assim sendo, importa salientar o facto de se dar tanto enfoque a esta competência e, para isso, Arcavi (2006) define:

a visualização como a capacidade, o processo e o produto da criação, interpretação, uso e reflexão sobre fotos, diagrama, nas nossas mentes...com o objectivo de representar e comunicar informação, pensar e desenvolver ideias até então desconhecidas e entendimentos avançados (p.217).

Neste sentido, a visualização não é mais que uma construção e manipulação de representações mentais de objetos que apresentam diversas perspetivas, sejam estas bi ou tridimensionais (NCTM, 2007). Esta capacidade de visualização está bem patente na teoria de van Hiele, que corresponde da melhor forma às necessidades do currículo escolar, por isso importa compreender o método construtivo, geral e progressivo desta perspetiva (Barbosa, 2004).

Segundo van Hiele existem cinco níveis de compreensão, sequenciais e discretos de pensamento dos alunos, no desenvolvimento do raciocínio geométrico, que se descrevem e aos quais o professor deve dar a atenção necessária quando selecionar as tarefas e as estratégias a utilizar na sala de aula durante o processo de ensino-aprendizagem de geometria.

Nível 1: Visualização – neste patamar inicial, os alunos ainda não possuem a destreza para entender as figuras através das suas propriedades geométricas e como tal, o seu raciocínio é orientada pela perceção, identificando as figuras de acordo com a sua aparência. Por exemplo, um círculo poderá ser reconhecido pela sua semelhança com a forma do topo de um banco. Nível 2: Análise – experimentalmente, os alunos, através da observação, da medição, do desenho e da modelação, tornam-se capazes de reconhecerem e caracterizarem as figuras como o conjunto das suas propriedades, pois ainda não estão aptos para perceber as distinções entre classes de figuras. Por exemplo, uma figura é um

retângulo porque possui quatro ângulos retos. Nível 3: Ordenação – apresentando definições abstratas, os alunos são capazes de distinguir, compreender e construir argumentos lógicos geométricos, hierarquizando e fornecendo, ainda que informalmente, teorias que justifiquem as suas classificações na ordem lógica das propriedades de figuras. Por exemplo, identificam que um quadrado é um caso particular de um losango. Nível 4: Dedução – nesta etapa os alunos entendem a Geometria como um sistema axiomático e dedutivo. De forma lógica, constroem demonstrações que justificam uma determinada conclusão, produzindo um raciocínio formal que o leva a interpretar logicamente, afirmações de carácter geométrico. Nível 5: Rigor – quando atingem este nível, os alunos estão aptos para raciocinar formalmente, sobre diversos sistemas axiomáticos de Geometria, ausentes de modelos de referência (Barbosa, 2004).

Deste modo, o pensamento geométrico, segundo van Hiele, progride lentamente, desde as formas iniciais até às formas finais de pensamento, em que surge a articulação entre a dedução e intuição (Matos & Serrazina, 1996). O ensino da Geometria nos níveis mais elementares centra-se nos três primeiros níveis de desenvolvimento do raciocínio geométrico (Matos, 1984).

Para além dos níveis de raciocínio geométrico descritos, a perspectiva dos van Hiele, assentam na progressão recursiva de um nível para o seguinte. Esta evolução gradual não depende somente da maturidade geométrica ou do desenvolvimento dos alunos mas na influência de um procedimento didático adequado (Barbosa, 2004). Neste contexto, a progressão para níveis de ensino superiores de pensamento e raciocínio é determinada pelo ensino. Tudo isto, depende grandemente do professor, tal como refere Gomes (2003) o conhecimento do conteúdo por parte do professor é determinante no ensino e aprendizagem dos alunos e por sua vez Jones (2000) acresce que o ensino da geometria não depende somente do conhecimento mas também do modo como o professor ensina (Barbosa, 2004). A evolução através dos níveis é fortemente limitada caso não existam experiências devidamente adequadas. Neste modo de pensamento, o professor assume um papel fulcral na abordagem e seleção de tarefas adequadas proporcionando, aos alunos, a transição entre os níveis de pensamento, de tal forma que estes consigam percorrer em cada um deles uma sequência de fases de aprendizagem (Ponte & Serrazina, 2000).

## As tarefas matemáticas

Para que os conhecimentos e procedimentos matemáticos emerjam com significado para os alunos e estes consigam desenvolver as suas capacidades matemáticas em relação à resolução de problemas, ao raciocínio e à comunicação matemática, é necessário expô-los a tarefas valiosas (Ponte & Serrazina, 2000).

Uma tarefa é definida como um segmento da atividade da sala de aula dedicada ao desenvolvimento de uma ideia matemática particular. A tarefa pode envolver vários problemas relacionados ou um trabalho prolongado sobre um único problema complexo, tomando no máximo o período de uma aula (Stein & Smith, 1998, p.1).

Segundo Doyle (1988) a base para a aprendizagem é a utilização das tarefas propostas na sala de aula, como tal é essencial a importância de os alunos contactarem com tarefas matemáticas válidas (NCTM, 1994). Nesta perspetiva as tarefas devem satisfazer três aspetos: contemplação do conteúdo matemático necessário, adaptação à faixa etária pretendida e atender aos diferentes modos de aprendizagem matemática que esta poderá proporcionar. Para além destes critérios e de modo a revelar uma matemática significativa e devidamente sustentada, as tarefas devem transpor as orientações curriculares e, igualmente, auxiliar o aluno na compreensão da “definição” de fazer matemática. Estes tipos de tarefas além de motivar os alunos, permitem que estes desenvolvam as suas compreensões e aptidões matemáticas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática, formulem um enquadramento coerente sobre as ideias matemáticas e cresçam na formulação e resolução de problemas (NCTM, 1994). Neste sentido, tarefas que remetem para a execução de um padrão previamente memorizado, de forma rotineira, oferecem ao aluno apenas uma única oportunidade reduzindo o seu pensamento. Contudo, existem tarefas que permitem desenvolver no aluno uma aprendizagem concetual possibilitando que este reflita e realize conexões estimulando-o a diferentes oportunidades de pensamento (Stein & Lane, 1996). A este nível, muitos dos estudos propõem que o ensino deverá recair sobre as tarefas que encorajam formas de raciocinar mais produtivas, ou seja, nas que se baseiam na exploração dos conceitos matemáticos ao invés de se focarem nas tarefas centradas numa aprendizagem mecânica (Hierbert & Wearne, 1993). Igualmente se defende que para um melhor desempenho na Matemática, o ensino deve incidir sobre tarefas associadas a níveis de exigência cognitivos elevados (Hiebert & Carpenter, 1992; Stein & Lane, 1996). Neste sentido, também Fontaine

(2005) defende que o envolvimento ativo dos alunos aumenta se estes estiverem motivados e as tarefas os desafiarem.

De acordo com Stein e Smith (1998), a base para a aprendizagem dos alunos resulta das diferentes tarefas implementadas na sala de aula, uma vez que estas apresentam distintas oportunidades para que os alunos pensem. Neste contexto, existem três etapas que esquematizam a influência da tarefa no desenvolvimento e empenho do aluno: inicialmente a tarefa como surge no currículo ou em materiais escolares, transmitindo o conteúdo, nível e a exigência cognitiva; a seguir, como a tarefa é apresentada ou anunciada pelo professor, onde poderá ser mais ou menos explorada, de onde se pode ou não fazer uso de instrumentos auxiliares, se inclui ou não um direcionamento verbal, se produz um debate sobre aquilo que é ou não esperado; por fim, como estas são implementadas/trabalhadas pelos alunos na sala de aula, se seguem ou não o “raciocínio” do professor ou se alteram todo o percurso de trabalho (Stein, Grover & Henningsen, 1996; Stein & Smith, 1998). Quando se passa de etapa para etapa a natureza das tarefas está sujeita a alterações. A tarefa que surge em materiais escolares nem sempre é idêntica àquela apresentada pelo professor e igualmente esta tarefa não será equivalente à realizada pelos alunos. Posto isto, muitas das vezes, tarefas de nível elevado de exigência cognitiva sofrem alterações na sua natureza, quando os alunos a exploram.

Como já foi referenciado ao longo deste estudo, é notória a importância da utilização de uma panóplia de tarefas distintas, no entanto importa perceber que tipo de distinção é que estas possuem. Segundo o PISA, existem três componentes do domínio do conhecimento matemático, conteúdo, contexto e competências matemáticas, que permitem a diferenciação entre tarefas (OECD, 2014). Neste sentido, o conteúdo matemático refere-se ao facto de a tarefa apresentada ter a possibilidade de englobar variedades suficientes com a intencionalidade de abordar o essencial da matemática relativamente ao domínio que se pretende explorar. O contexto matemático foca-se na importância da contextualização das tarefas evocando para situações reais de modo a justificar a utilização da Matemática, derrubando a conceção de explorar Matemática como um fim em si mesma. Desta forma, para além de aumentar o nível de motivação, permite dar significado à aprendizagem dos alunos uma vez que se transmite a ideia da utilização da Matemática enquanto instrumento de compreensão da realidade. A terceira componente referente às competências matemáticas está internamente relacionada com



os processos matemáticos que os alunos têm que desenvolver com o objetivo de resolver um problema através da utilização da Matemática (OECD, 2014). De forma sucinta, a competência matemática refere-se à capacidade que um cidadão possui relativamente à identificação e compreensão do papel da Matemática na sociedade e de explorar e utilizar a Matemática nos problemas que surgem no dia-a-dia (Niss, 1999).

Independentemente do referenciado, Ponte (2005) centra-se na análise de tarefas através de um quadro organizador onde diferencia e categoriza as mesmas, relativamente ao seu grau de abertura, de desafio cognitivo, de relação com a realidade e de duração da realização. Relativamente à duração das tarefas, o mesmo autor salienta o facto de estas poderem ser realizadas em breves minutos ou até mesmo demorar horas, dias, semanas, meses, sendo deste modo consideradas de curta, média ou longa duração. Os exercícios são o único tipo de tarefa que contempla uma curta duração, todas as outras tarefas como problemas, investigações, explorações e mesmo projetos são consideradas de longa duração. Salientando a dimensão contextual das tarefas e seguindo o mesmo autor, as distintas tarefas podem surgir em cenas reais, semirreais ou de matemática. No entanto, já foi mencionado neste estudo a importância e a ênfase que se deve fornecer a tarefas devidamente contextualizadas. No que concerne ao grau de desafio matemático e grau de abertura, o exercício é considerado uma tarefa fechada de desafio reduzido. Tudo aquilo que é proposto pelo exercício é apresentado de forma clara e relativamente à sua resolução, os alunos apenas têm que aplicar diretamente os conhecimentos e técnicas que adquiriram, sem que para isso tenham que realizar um grande esforço cognitivo. Tendo em conta as mesmas categorias, o problema confere-se uma tarefa igualmente fechada mas com elevado desafio. Neste tipo de tarefa é exigida uma maior reflexão e persistência por parte dos alunos para que estes consigam resolver uma vez que nem sempre existe uma percepção da solução ou procedimento de resolução. A investigação é considerada uma tarefa aberta com grau de desafio elevado e por fim, a exploração apresenta-se como uma tarefa aberta mas com grau de desafio reduzido. Posto isto, a principal diferença entre estes dois tipos de tarefas refere-se ao grau de desafio na sua resolução. Em ambas é necessário que os alunos formulem as suas questões e objetivos para procederem à resolução tendo em conta as indicações iniciais da tarefa. Posteriormente, é esperado que formulem parte do próprio problema, conjeturem e explorem todas as hipóteses com a finalidade de testarem os resultados obtidos. Por serem imprevisíveis e complexas, as

tarefas de natureza aberta não fazem parte da prática regular de alguns professores (APM, 1998). Esta consideração demonstra uma determinada angústia e preocupação pelo ensino uma vez que é precisamente neste tipo de tarefas que a prática educativa deve recair. É este tipo de tarefa que eleva o pensamento matemático a níveis de maior complexidade, conduz o aluno a conjecturar, a testar, a procurar soluções usufruindo de diversas estratégias e favorece a comunicação e argumentação matemática sendo necessário a explicitação oral ou escrita do modo de resolução. Tarefas abertas podem ser encontradas em muitas das tarefas fechadas ou até mesmo, em problemas pois estes podem ser gerados partindo de um problema inicial fazendo alterações, acrescentando ou suprimindo aspetos (Moses, Biork & Goldenberg, 1990; Way, 2005).

De acordo com o Programa de Matemática (ME, 2001), deve-se proporcionar aos alunos diversas experiências e práticas de aprendizagem, como resolução de problemas, atividades de investigação, projetos e jogos, permitindo-lhes o contacto com um leque de tarefas de natureza diversificada. Estas devem, igualmente, satisfazer o cumprimento de múltiplos objetivos de aprendizagem: formação de conceitos; entendimento dos procedimentos matemáticos; domínio da linguagem matemática e estabelecimento de conexões dentro e entre domínios matemáticos (ME, 2007). Contudo, Doyle (1988) e Ponte (2005) consideram que a base da aprendizagem dos alunos se centra na resolução de tarefas e no envolvimento destes no desenvolvimento do pensamento matemático. Porém, Kilpatrick, Swafford e Findell (2001) defendem que o estabelecimento de conexões conceituais, o entendimento das estratégias delineadas, a adaptação de raciocínios, a produção e a comunicação matemática fazem com que os alunos adquiram a aprendizagem de conceitos matemáticos. Neste sentido, a aquisição de todas estas capacidades resultam do tipo de envolvimento dos alunos em cada uma das tarefas (Ponte, 2005). Na mesma linha de pensamento, para além dos tipos de tarefa marcarem a diferença em todo o trabalho desenvolvido pelos alunos, bem como nas aprendizagens efetuadas, não poderá ficar inerente o determinante papel do professor neste relevante processo.

Assim, hoje em dia parece ser consensual o reconhecimento da enorme importância da tarefa como base das experiências matemáticas a proporcionar aos alunos, a vantagem da diversificação de tarefas que possibilite uma diversidade de experiências matemáticas aos alunos, e a necessidade da sua adequação aos propósitos de ensino definidos pelo professor (Canavarro & Santos, 2012, p. 100).

## O professor e as tarefas

Segundo NCTM, 1991, a concepção que se tem acerca da Matemática é:

(...) a de uma disciplina dinâmica que ganha sentido através da dialética que se estabelece entre o conjecturar e o argumentar, então o ambiente de aprendizagem que proporcionamos aos nossos alunos deve envolvê-los na actividade matemática. Este ambiente deve encorajar as crianças a explicar, desenvolver, testar, discutir e aplicar ideias (p.102).

Posto isto, cabe ao professor basear-se em tarefas matemáticas ricas, usufruir de diversos materiais e criar um ambiente de trabalho favorável, de modo a proporcionar aos alunos diversificadas situações de aprendizagem com o intuito de transparecer que a Matemática é uma disciplina em que vigora o pensamento, investigação e resolução de problemas. Neste sentido, a perspetiva retratada pelo ensino tradicional, mostra-se pouco eficaz, uma vez que o papel do aluno seria apenas passivo assimilando toda a informação que o professor transmitiria. Contrariamente, a perspetiva construtivista em vez de considerar o conhecimento como um dado meramente adquirido e transmissível, defende que este é de carácter pessoal e o significado que se atribui a determinados conceitos e teorias é construído pela própria pessoa com base na experiência (Arends, 1995). Sendo o aluno um indivíduo social, este atribui significado aos conceitos através da interação dos conhecimentos prévios com as novas experiências de aprendizagem, e por isso, os professores devem encarar os alunos como questionadores e possuidores de uma história pessoal complexa, capazes de auto-organizar o seu conhecimento e progredir (Borges, 2012).

No âmbito desta perspetiva construtivista, o ensino exploratório é uma prática cada vez mais consolidada nas salas de aula, centrando-se na apresentação e explicação de tarefas desafiantes. Este tipo de prática letiva tem-se demonstrado adequada para enfrentar os desafios curriculares, quer referente ao desenvolvimento de capacidades transversais, como à abordagem compreensiva de temas matemáticos (Canavarro & Santos, 2012).

Como meio de promoção da aprendizagem e desenvolvimento do conhecimento matemático, surgem as tarefas propostas aos alunos, sendo estas o elemento fundamental que permite estabelecer as interações entre professores e alunos (Bispo; Ramalho & Henriques, 2008). Deste modo, as duas componentes essenciais da prática docente centram-se na seleção de tarefas adequadas e no seu desenvolvimento na sala de aula.

As tarefas propostas pelo professor devem sofrer uma criteriosa seleção baseadas em Matemática sólida e significativa com o objetivo de despertar o interesse dos alunos fazendo apelo aos conhecimentos prévios dos mesmos. A este nível, as tarefas Matemáticas devem debruçar-se sobre:

(...) conhecimento das aptidões, interesses e experiências dos alunos; conhecimento da variedade de formas pelas quais os diversos alunos aprendem matemática e que apelem à inteligência dos alunos; desenvolvam a compreensão e aptidões matemáticas dos alunos; estimulem os alunos a estabelecer conexões e a desenvolver um enquadramento coerente para as ideias matemáticas; apelem à formulação e resolução de problemas e ao raciocínio matemático; promovam a comunicação sobre matemática; mostrem a matemática como uma actividade humana permanente, tenham em atenção e assentem em diferentes experiências e predisposições dos alunos; promovam o desenvolvimento da predisposição de todos os alunos para fazer matemática (NCTM, 1994, p. 27).

Para que todo este processo se realize com rigor e coerência é necessário ter em conta que para além de muitos conhecimentos que o professor deva possuir, existem três categorias indispensáveis ao conhecimento do conteúdo como, conhecimento da matéria, conhecimento pedagógico do conteúdo e conhecimento curricular. Após um estudo aprofundado sobre estas três categorias, o docente estará mais apto para proceder a determinadas seleções de tarefas e de procedimentos a seguir, durante uma aula.

Estando bem patente que o ensino exploratório tem demonstrado ser uma actividade complexa e difícil para muitos professores, Stein, Engle, Smith e Hughes (2008), expuseram cinco práticas que visam proporcionar melhores condições para preparar de forma produtiva uma prática de ensino baseada na exploração de tarefas onde as discussões matemáticas têm um papel fundamental.

A *antecipação* é a primeira das cinco etapas que o professor deverá cumprir. Esta remete fundamentalmente para a previsão por parte do docente, da abordagem que os alunos irão fazer das tarefas matemáticas. Neste contexto, o professor poderá prever a interpretação e o envolvimento dos alunos ao longo da realização da tarefa, listar as diferentes estratégias, corretas ou incorretas, e ainda relacionar as estratégias e a interpretação com os conceitos, representações, procedimentos e práticas propostas pelo docente. Ainda nesta etapa, é requerido que o professor resolva a tarefa, não de forma única, é necessário explorar várias interpretações bem como várias estratégias e representações de resolução para que o docente adquira possíveis respostas e dúvidas que

poderão surgir por parte dos alunos. Para um melhor entendimento e adaptação às diferentes tarefas a propor, para além de realizar este procedimento e obter as respostas dos seus alunos, o professor poderá recorrer à literatura como meio de obter respostas tendenciosas de estudantes para tarefas idênticas ou semelhantes às que pretende apresentar.

Num segundo momento irá proceder-se à *monitorização*. Nesta fase o docente deverá circular pela sala de aula, prestando atenção aos raciocínios e estratégias matemáticas explícitas pelos alunos durante a fase de exploração. A finalidade desta fase centra-se na identificação de estratégias matemáticas bem como nas representações suscetíveis de serem partilhadas em grande grupo no momento da discussão. Aquando de pensamentos erróneos dos alunos, o professor terá igualmente de avaliar as suas ideias e procurar dar sentido ao pensamento matemático do aluno. A fase de monitorização está intimamente ligada com a fase de antecipação uma vez que esta última irá permitir que o professor esteja melhor preparado. Contudo, esta segunda fase poderá tornar-se num desafio para o docente quando os estudantes apresentam raciocínios ou representações que não lhes sejam familiares. Como forma de colmatar tal dificuldade, o professor deverá realizar anotações aquando dos raciocínios dos estudantes.

Segue-se a fase da *seleção das respostas* dos alunos. Durante esta etapa, o professor poderá solicitar voluntários, contudo deverá ter em conta a seleção das resoluções dos alunos para que sejam partilhadas em grande grupo com o intuito de apresentar uma panóplia de resoluções distintas, abrindo desta forma o “leque” que irá ao encontro do propósito matemático da aula. Para proceder à escolha das resoluções, o professor poderá auxiliar-se das anotações realizadas durante o momento da monitorização, tendo sempre em conta que a seleção pode adotar diversos critérios, como por exemplo, expor uma resolução que contemple um erro recorrente necessário a ser discutido com o objetivo de colmatar determinadas lacunas propícias que inibem uma melhor aquisição dos conhecimentos.

Numa quarta etapa, pretende-se *sequenciar as apresentações* das resoluções dos alunos com vista a atingir a finalidade matemática da sessão. De salientar, que esta fase ocorre quase em simultâneo com a anterior, após a escolha minuciosa das resoluções pretende-se estabelecer uma sequência lógica das tarefas permitindo uma melhor discussão e síntese dos conteúdos. Como forma de iniciar a discussão, poderá optar-se por

uma resolução mais acessível com a intencionalidade de cumprir com o objetivo matemático ou, começar por uma resolução apoiada numa ideia errada com o intuito de esclarecer o mal-entendido.

Por último, procede-se ao *estabelecimento de conexões* entre as ideias matemáticas já refletidas nas estratégias e representações usadas. Nesta etapa cabe ao professor analisar as distintas abordagens de resolução dos problemas e quais as estratégias mais eficientes. O objetivo primordial do debate não se prende às simples apresentações das distintas resoluções da tarefas mas relacionar as exibições de forma a sintetizar as aprendizagens. Com este propósito, o professor solicita que os alunos analisem, comparem e confrontem as distintas ideias apresentadas; identifiquem as semelhanças e as diferenças nas representações, operações e conceitos e que anunciem as potencialidades de cada uma das resoluções. Estas diferentes formas de discutir as resoluções auxiliam os alunos na avaliação e reflexão sobre as ideias matemáticas tanto nas suas como dos outros, permitindo tornar as discussões mais coesas e coerentes.

As cinco etapas anteriormente descritas são apenas procedimentos que o professor poderá seguir em sala de aula, contudo este estudo centra-se na prática de ensino referente a conceitos geométricos o que faz com que também uma outra teoria, composta por igualmente cinco níveis baseada na teoria de van Hiele seja evidenciada (Clements & Battista, 1992; Matos, 1984; Pegg, Gutierrez & Huerta, 1998).

Inicialmente, na fase de *informação*, cabe ao professor dar a conhecer à turma o conteúdo em estudo, bem como os materiais a utilizar. Não sendo somente uma fase de informação para os alunos, o professor consegue captar os conhecimentos prévios dos alunos como também perceber qual o nível de raciocínio num determinado conteúdo. A segunda etapa refere-se à *exploração* de objetos, em que o professor realiza uma orientação da atividade dos alunos conduzindo-os à descoberta de relações entre objetos que estão a manipular. Num momento seguinte, fase de *discussão*, de partilha de ideias e experiências em grande grupo, os alunos tomam consciência das relações, descrevem conceitos por palavras próprias e desenvolvem o conhecimento intuitivo. Nesta etapa, o professor assume o papel de mediador apoiando os alunos de modo a estes aperfeiçoarem a linguagem fazendo usufruto de termos técnicos. O quarto momento intitulado de *orientação livre* diz respeito à aplicabilidade, por parte dos alunos, dos novos conhecimentos e linguagem a tarefas com elevado grau de complexidade. Deste modo, os

alunos tornam-se mais autónomos na procura de estratégias e resoluções de problemas. Para além de realizar uma seleção criteriosa de materiais e problemas geométricos e introduzir conceitos e processos pertinentes aquando da resolução de problemas, cabe também ao professor motivar os estudantes a desenvolverem diferentes estratégias e apelar à criatividade dos mesmos.

Por fim, tendo os alunos que adquirir uma visão geral dos conteúdos e não tendo o professor nada a acrescentar, cabe-lhe encorajar os alunos a refletir e consolidar os conhecimentos geométricos adquiridos. Importa salientar que para além de não ser aconselhável “saltar” nenhuma das fases, nem desordená-las, estas também não tendem a ser estanques.

Após a apresentação de duas distintas teorias importa sublinhar que seja qual for a metodologia a utilizar pelo docente, a prática de planificação letiva tem a sua importância pois, para além de ser pensada como um todo coerente, contempla tarefas que ajudam a cumprir determinados objetivos específicos de forma articulada sempre com vista na finalidade da sequência de ensino. É também de destacar os ajustes que se podem efetuar às trajetórias de aprendizagem em função da apreciação que o professor faz das respostas dos alunos e do acompanhamento que estes realizam.

Com base em Smith e Stein (1998, citado em Canavarro & Santos, 2012):

É na relação com os alunos que as tarefas revelam o seu potencial, sendo aqui determinante o papel do professor na sua exploração. As formas de trabalho que escolher, os recursos que proporcionar, a gestão que fizer do tempo e das interações na sala de aula, o papel que se reservar a si mesmo e aos alunos, vão limitar ou potenciar as oportunidades de aprendizagem criadas a partir das tarefas (p. 101).

### **As tarefas e a criatividade**

Como já referido ao longo deste estudo, a Matemática continua a ser a área do saber que mais preocupação tem demonstrado ao longo dos anos pelo desinteresse e diminuta aquisição dos conhecimentos que se tem gerado por parte dos alunos.

Segundo Mann (2006), o tradicional método de ensino que envolve a demonstração e a prática de problemas fechados, com respostas predeterminadas, demonstra claramente insuficiente preparação dos estudantes em Matemática. Se o grande objetivo é descobrir e desenvolver as capacidades dos alunos relativamente a conteúdos

matemáticos, então são necessárias mudanças nas práticas de sala de aula e nos materiais curriculares. Contudo, estas alterações só serão concretizáveis se a criatividade matemática for permitida como sendo parte da experiência educacional, uma vez que a essência da matemática não é apenas chegar à resposta correta mas sim, pensar criativamente. Porém, a investigação tem sofrido grandes dificuldades pela ausência de uma definição para o termo de criatividade matemática.

Criatividade é um conceito vulgarmente utilizado como sendo a capacidade de criar novas ideias e ações. Esta inicia-se pela curiosidade envolvendo o indivíduo em tarefas de experimentação e exploração (Vale & Barbosa, 2015).

Na disciplina de matemática, a essência do pensamento matemático e a sua conexão com a criatividade deriva da ligação entre a formulação e a resolução de problemas. Esta relação para além de permitir um aprofundamento dos conceitos matemáticos envolvidos estimula o pensamento crítico, bem como, as capacidades de raciocínio. Deixar de encorajar a criatividade matemática na sala de aula, nega a todas as crianças a oportunidade de desenvolver plenamente a compreensão matemática. A falta de criatividade pode atrasar ou impedir a realização do potencial do estudante de forma a contribuir para uma nova compreensão do mundo que nos rodeia (Mann, 2006). Desta forma, cabe ao professor incentivar os alunos no desenvolvimento da criatividade matemática. Para isso, é necessário que estes estejam preparados para apreciar a beleza e a criatividade matemática, examinando as suas práticas de ensino com o intuito de transmitirem e incutirem explorações criativas do mundo matemático. Ao invés de presentear os alunos com problemas fechados, devem ser fornecidos problemas abertos com uma variada gama de alternativas de solução. Deve-se desafiar os alunos promovendo nestes o pensamento divergente, rico, complexo e mais produtivo, exaltando os conhecimentos prévios constituindo um estímulo para todos os estudantes (Vale & Pimentel, 2012).

Para que os alunos sejam criativos em matemática, Singer, Pelczer e Voica (2011) defendem que estes devem ser capazes de colocar questões que alarguem e aprofundem determinado problema original, assim como resolver de várias formas o mesmo problema exibindo deste modo a capacidade de formular e resolver problemas. É na apresentação de tarefas como formulação de problemas matemáticos que se alicia o aluno a realizar uma autêntica atividade matemática, uma vez que lhe permite encontrar diversos métodos e



resoluções e simultaneamente promove a criatividade e o incentivo na procura de novos problemas, métodos alternativos e resoluções inovadoras (Pinheiro & Vale, 2013). A criatividade necessita de tempo para se desenvolver e prospera na experiência.

É indiscutível que a criatividade matemática é essencial no desenvolvimento do talento matemático, mas também é evidente que é muito difícil identificar e avaliar determinada componente. Segundo Mann (2006), o melhor processo para medir a criatividade matemática centra-se na fluência, flexibilidade e originalidade dos problemas resolvidos e gerados pelos alunos. Considerar as três dimensões referidas por Mann, identificando-as ao nível da formulação de problemas a fluência corresponde ao número de problemas levantados que se ajustam aos requisitos da tarefa; flexibilidade diz respeito ao número de diferentes tipos de problemas colocados e originalidade condiz com o número de problemas colocados que são únicos e raros (Leikin, Koichu & Berman, 2009). Ao nível da resolução de problemas a fluência corresponde ao número de resoluções diferentes, a flexibilidade à capacidade de apresentar resoluções que correspondem a modos diferentes de pensar e a originalidade corresponde à infrequência das propostas apresentadas no conjunto dos alunos com as mesmas resoluções (Vale, no prelo).

Em suma, e segundo Vergani (1993),

Dentro do leque hoje tão diversificado das ciências, não será a matemática a mais livre de intuir alternativas, de relativizar sistemas de referência, de propor novas coerências ao transformar os seus sistemas de axiomas ou postulados iniciais? A sua flexibilidade torna-a de uma infinita tolerância. A sua liberdade de inovar confere-lhe um poder criativo que não pode deixar de ecoar construtivamente no futuro humano (p.64).

### **Contextos formais e não formais de ensino**

São vários os sistemas educativos surgidos na Europa ao longo do tempo tendo estes sofrido influências que se têm interligado de forma evolutiva, resultando em diversos paradigmas educacionais que sustentam distintos modelos de ensino (Borges, 2012).

A educação adquirida ao longo dos anos de escolaridade, através do processo de ensino-aprendizagem, pode ser transmitida por três distintas formas: ensino formal, ensino não-formal e ainda ensino informal (Sebastiany, Pizzato, Pino & Salgado, 2012).

O ensino formal é claramente o alicerce para a aprendizagem matemática no ensino básico, pois refere-se ao sistema de ensino e formação estruturado. Porém, as relações e

conexões entre contextos de aprendizagem formal, informal e não formal não deixam de ser relevantes.

O contexto formal é aquele que gera conformidade entre todos os autores, tornando-se o mais claro de distinguir dos contextos informal e não formal. Assim sendo, a aprendizagem formal ocorre essencialmente na instituição escolar, consiste num modelo sistemático, sequencial e organizado de ensino, programado e apoiado pelo professor, estruturado segundo determinadas leis e normas. As estratégias são bem definidas, abordando conteúdos inerentes ao currículo que se mantém rígido em termos de objetivos e metodologias adotadas. Todo este processo cessa com a avaliação dos alunos e respetiva classificação. De salientar que neste contexto, o professor deverá assumir um papel autónomo e simultaneamente responsável pela conceção, planeamento, operacionalização e regulação do ensino e igualmente pelas aprendizagens que os seus alunos adquirem (Borges, 2012).

No que concerne às outras duas formas de aprendizagem, a concordância não é estável, concisa e clara. Contudo, existem distinções estanques entre ambas.

Focando-se a aprendizagem não formal, esta ocorre fora da esfera escolar, é igualmente programada, orientada, estruturada contudo, não é sequencial e não se expõe a processos de avaliação. Posto isto, refere-se que este tipo de contexto resulta da realização de trabalhos de casa ou das participações em eventos que promovam a aprendizagem, bem como, as estratégias de ensino-aprendizagem que lhes estão associadas (Morais & Miranda, 2014). Tem ainda como característica não seguir eficazmente um currículo porém, assume intrinsecamente alguns objetivos de onde surgiu o planeamento previamente delineado (Borges, 2012). Todo este processo de aprendizagem decorre num clima dito agradável predispondo os alunos para uma maior motivação e interesse no que concerne à aquisição de novos conteúdos. Este processo de ensino acarreta algumas vantagens no que respeita à educação e formação dos cidadãos. Segundo Pinto e Pereira (2008) o ensino não formal para além de promover um contexto de aprendizagem desenvolve competências pessoais e sociais, aspetos que a instituição escolar demonstra fragilidade em desenvolver. Numa outra perspetiva, Rodrigues e Martins (2005) salientam o facto de a especificidade do espaço para além da escola, poder oferecer uma educação ampla, atualizada, acessível e democrática que estará presente na educação que se irá efetuando ao longo de todo o percurso de ensino-aprendizagem. Assim

sendo, é notório o potencial dos contextos de ensino não formal para promover aprendizagens significativas.

Tornando difícil a distinção deste tipo de aprendizagem apresentado anteriormente com o que se segue, pretende-se agora abordar o contexto informal salientando os aspetos com mais enfoque de diferenciação entre estes.

A aprendizagem informal, tal como a aprendizagem não formal, ocorre fora do espaço escolar, inserida num contexto do quotidiano e de lazer. Não é programada, estruturada, sequencial e avaliável. Depende exclusivamente da motivação, interesse e orientação do aluno para aprender. Este tipo de aprendizagem desenvolve-se voluntariamente, ou por vezes acidentalmente ou por puro acaso, no dia-a-dia do indivíduo através de conversas, convívios informais entre membros que o envolvem. Gohn (2006) afirma que a família, os amigos, vizinhos, colegas, e instituições que envolvem o indivíduo são os agentes educadores aquando do contexto informal. Segundo Borges (2012), o processo educativo tem como referências a nacionalidade, localidade, idade, sexo, religião, etnia, entre outras, que atua em momentos espontâneos, onde segundo os gostos ou preferências se desenvolvem as relações sociais. Defende ainda que a aprendizagem informal se executa permanentemente, sendo que os conhecimentos adquiridos não assumem sistematização e são consolidados através das experiências e práticas já exercidas.

Em conclusão, a aprendizagem formal ocorre no espaço interescolar enquanto que, a aprendizagem não formal e informal decorrem num espaço extraescolar.

A principal diferença entre a aprendizagem informal e não formal, é que o contexto informal remete para uma ação autónoma do convívio quotidiano não demonstrando qualquer intenção educativa, não havendo fixação de tempos e locais.

Como contributo para um ensino-aprendizagem dinâmico e inovador é necessário estabelecer conexões entre os três contextos com o objetivo primordial de beneficiar e completar o processo de aprendizagem em matemática, bem como, em outras áreas do saber.

## **A aprendizagem fora da sala de aula**

Geralmente, a matemática escolar é reconhecida pelos professores e alunos como uma entidade separada da grande parte do “mundo real”. Se se continuar a encarar a comunidade matemática escolar como uma comunidade matemática limitada, não transferível, irão reduzir-se as capacidades dos alunos para participar plenamente no crescimento da sociedade. Toda esta mentalidade foi gerada aquando dos professores terem sido preparados para entender a matemática como um problema numérico de resolução e não como uma forma de abordar os problemas. Assim, estes não estariam a ser preparados adequadamente para que os alunos reconhecessem ideias matemáticas fora da sala de aula pois, as formas em que a matemática é encontrada nas práticas do mundo real não refletem a matemática ensinada dentro das quatro paredes (Garii & Silvermann, 2009). Na realidade, os professores não estavam a proporcionar aos estudantes aulas envolventes a fim de os motivar para a aprendizagem. Após o reconhecimento de que os alunos têm de ser motivados de tal forma a que se tornem interessados e dispostos a aprender, com o intuito de serem envolvidos e compreenderem os conteúdos, os professores preocuparam-se mais com o aumento da motivação dos mesmos (Hayden, 2012).

Com o objetivo de apoiar a aprendizagem dos alunos e garantir que os estudantes são capazes de aprender matemática fora da sala de aula, os professores devem ser capazes de identificar e traduzir algumas dessas práticas matemáticas fora da comunidade escolar. Segundo Hayden (2012), os alunos que recebem instruções ao ar livre estão mais motivados para aprender do que aqueles que recebem instruções tradicionais, na sala de aula. A educação ao ar livre, para além de tornar o aluno relutante, ajudar na conquista e aumento de bons resultados, acrescentar variedade de ensino e aprendizagem, aumentar a prática do trabalho de equipa e habilidade de comunicação, reduz os problemas de gestão de sala de aula. Desta forma, este tipo de tarefas, ajuda os professores a lidar com diversas necessidades e interesses dos alunos, oferecendo-lhes oportunidades para que estes façam perguntas sobre tudo aquilo que lhes interessa descobrindo as respostas e permitindo-lhes deste modo, criar a aprendizagem ao longo da vida. O uso de atividades educativas fora da sala de aula requerem o uso de habilidades de pensamento de nível superior e habilidades de processamento, tais como observação, memorização e medição. Neste sentido, a

grande finalidade deste tipo de tarefas centra-se em três grandes dimensões, são elas, promover o conhecimento e preocupação pelo ambiente, facilitar o crescimento pessoal através de problemas, desafios e aventuras, e centrar-se no aumento da compreensão geral. Por colocar a responsabilidade para a aprendizagem sobre os alunos, este tipo de educação livre torna-se uma experiência emocionante e estimulante, uma vez que os estudantes são imersos na experiência de explorar e descobrir matemática.

Contudo, importa salientar que a matemática utilizada tanto dentro como fora da sala de aula é reconhecida como uma ferramenta comum que assume diferentes manifestações de acordo com os contextos em que se situa. “A educação em espaços não formais articulada com o trabalho em sala de aula pode favorecer aprendizagens de âmbito curricular e, simultaneamente, maior motivação e cooperação na realização de atividades” (Paixão & Jorge, 2015, p.95). Deste modo, a matemática deixou de ser um tema abstrato aquando da incorporação das conexões visuais entre as ideias e práticas matemáticas reais, motivando os alunos para um maior envolvimento no processo de ensino-aprendizagem.

Segundo DfES (2006), o potencial para o estudante é maximizado se se usar a poderosa combinação de formas físicas, visuais e naturalistas de aprendizagem, bem como a linguística e a inteligência matemática.

### **Os trilhos matemáticos**

Ao encontro do que foi anteriormente referido e como meio de incentivo para a prática de ensino fora da sala de aula, surgem os Trilhos Matemáticos, com o grande objetivo de motivar os alunos a gostarem de Matemática e entenderem o propósito de estudar.

O Trilho Matemático tem como base a presença da Matemática em todo o lado, nas pequenas e grandes coisas que nos rodeiam, nas mais simples e complexas estruturas. Este consiste numa sequência de estações ao longo de uma rota pré-planeada, no qual relaciona a resolução de problemas, conexões, comunicação e aplicação de capacidades matemáticas num contexto significativo (Richardson, 2004).

Muito mais que uma viagem de campo matemático, o trilho funciona como uma ferramenta que oferece experiências de aprendizagens concretas para a exploração de

diferentes conceitos matemáticos presentes no currículo escolar, interligando-os e conectando esta área do saber com outras disciplinas.

Segundo Cross (1997) para a execução de um Trilho deve-se ter em conta determinadas etapas com a finalidade de expressar o máximo de rigor e coerência.

Inicialmente, é necessário escolher um local, verificando por dentro e por fora as suas potencialidades matemáticas elegendo as regiões que servirão de estações para o trilho. Posteriormente, descrevem-se as tarefas seguindo-se as suas correções, apresentando todas as possíveis soluções e verificando se não existem ambiguidades passíveis de confundir os alunos. Aquando desta primeira etapa, importa dar ênfase a todos os tópicos abordados na sala de aula, bem como aqueles que se pretendem explorar. Depois de identificar e examinar pelo menos seis a sete locais, prossegue-se à produção de um mapa com escala, incluindo todos os pontos de referência. Realiza-se o panfleto referente ao trilho, formando as instruções para chegar a cada uma das estações, apresentando todos os desafios propostos. De atender que todas as tarefas são autogeridas para a faixa etária que se pretende implementar e também estas deverão ser realizadas e pensadas numa perspetiva de interligar com outras partes do currículo.

De seguida, será necessário um adulto para levar o grupo de crianças para o local com o objetivo destas realizarem as tarefas específicas. Cada criança possuirá um *kit*, normalmente constituído por um panfleto que conterà todas as orientações para a realização do Trilho Matemático e as questões a responder, um bloco de notas, um lápis, borracha, relógio, uma calculadora de mão e outras ferramentas que poderão ser disponibilizadas.

Posto isto, importa referir que independentemente do meio ter pequenas ou grandes dimensões este serve de contexto a todas as tarefas apresentadas. Vejamos um dos exemplos expostos por Richardson (2004): Quantos arbustos estão em frente ao muro? Eles estão uniformemente espaçados? Se quiséssemos adicionar um arbusto, quão longo do último arbusto teríamos de plantá-lo? Como esta tarefa, todas as outras são com base no contexto em que se pretende elaborar o Trilho Matemático.

Importa, igualmente, salientar que as tarefas propostas ao longo do trilho deverão apresentar diferentes naturezas e enfoques, bem como distintos níveis de dificuldade pretendendo alcançar uma boa variedade, motivando todos os participantes. Deste modo, como alternativa ao ensino tradicional da resolução de problemas, o Trilho Matemático

poderá incluir a formulação de problemas. Esta poderá partir de outros problemas já delineados ou surgir de situações ou objetos concretos. A formulação de problemas permite que os alunos utilizem a linguagem que possuem das suas próprias vivências e contextos para a invenção de problemas o que permite ao professor ter uma outra perspectiva das capacidades e conteúdos adquiridos pelos alunos (Vale & Pimentel, 2004).

A distância, o tempo de caminhada e o número de desafios são aspetos a ter em atenção uma vez que, afetam o cumprimento de um Trilho de Matemática. De referir que duas horas é o limite de atenção da maioria das pessoas para a resolução de problemas, mesmo estando estas no local mais atraente.

Para a realização deste tipo de recurso privilegia-se o trabalho em equipa uma vez que desta forma se torna mais divertido e as contribuições de vários pontos de vista poderá levar a melhores resultados (Richardson, 2004).

Para além de efémero, cooperativo, temporário, este recurso desperta sentimento de descoberta dando destaque à comunicação de ideias matemáticas. Os alunos observam, medem, examinam os dados e registos, a fim de manipular e interpretar todas as tarefas, novamente, na sala de aula. Ao completar todos os desafios no local, as crianças utilizam conceitos matemáticos que aprenderam e descobrem o uso variado da Matemática na vida quotidiana (Cross,1997).

De acordo com Vale e Barbosa (2015):

Ao aprender a resolver problemas e pela aprendizagem através da resolução de problemas, os alunos poderão mais facilmente articular ideias matemáticas e desenvolver uma compreensão conceptual, tendo também a oportunidade de desenvolver o seu pensamento criativo (p.5).

Posto isto, são os professores os coorientadores para o cumprimento destes objetivos, pois possuem o poder de libertar nos jovens o seu poder criativo, inovador e crítico.

Um Trilho Matemático não é mais que uma extensão natural do ambiente de sala de aula, criando uma atmosfera de aventura e exploração. Demonstra ser um recurso versátil, económico, acessível, fácil de criar e pronto a ser cada vez mais explorado no processo e ensino-aprendizagem.

## Os afetos na aprendizagem matemática

Como já referido ao longo deste estudo, a Matemática é considerada uma das áreas em que os alunos manifestam mais dificuldades e por conseguinte menos empatia.

Nos tempos que decorrem, os aspetos afetivos têm vindo a desempenhar um papel essencial e crucial no sucesso escolar dos alunos (Neves & Carvalho, 2006).

Mas afinal o que é isto de afetividade? São diversos os autores e teorias que tentam clarificar o conceito, contudo existe uma enorme ambiguidade para o definir. Na compilação de várias perspetivas, a afetividade é utilizada como um termo geral que inclui várias componentes: crenças, atitudes, emoções, sentimentos, motivação, conceção e atribuição causal. As interações que se estabelecem entre as diferentes componentes resultam em distintas teorias, no entanto, estas convergem no desenvolvimento, ou não, da autoconfiança, autoconceito e autoestima do aluno (Hannula, 2004). Todos estes conceitos e interações foram usados para melhorar a interpretação do comportamento matemático dos estudantes que uma abordagem puramente cognitiva não foi capaz de explicar (Hannula, Evans, Philippou & Zan, 2004).

Segundo Neves e Carvalho (2006), “sem uma atmosfera de harmonia e entendimento entre todos os intervenientes, não é possível criar boas condições de ensino-aprendizagem” (p.201). Posto isto, é necessário criar um bom clima de entendimento tanto com a comunidade escolar como a comunidade exterior referente à família e amigos. Sendo esta a compilação perfeita para que o aluno se desenvolva mais ativamente no processo de ensino aprendizagem, é nas escolas que se deve ajudar as crianças a tomarem as suas próprias decisões, inculcando-lhes desta forma valores que acabam por serem transmitidos pelo processo educativo. Assim sendo, cabe aos professores não somente o papel de transmissores de conhecimento, estes têm igualmente a função de auxiliar os alunos a ultrapassarem as suas dificuldades tanto a nível de realização de tarefas como no campo emocional (Neves & Carvalho, 2006), assumindo deste modo um papel de natureza intelectual e afetivo (Hannula, 2004).

Os docentes devem estabelecer uma relação com os alunos a fim de conhecer as suas necessidades, interesses, dificuldades e atitudes com o objetivo de guiá-los no seu processo educativo (Garcia & Juste, 1984). Seguindo a mesma lógica de pensamento, os professores devem promover atitudes que despertem a motivação do aluno de tal forma a



este sentir prazer na presença da sala de aula, bem como, na realização de tarefas com o intuito de aprender mais, aumentando a sua autoconfiança e autoestima. É deste modo que a influência da postura humana do professor se exerce perante os estudantes, pois, para além do saber fazer e do saber estar, tem que se saber ser. Neste contexto podemos assumir que a aprendizagem torna-se facilitada quando o indivíduo se sente capaz.

No que concerne à aprendizagem matemática, o sistema afetivo codifica igualmente informações relevantes para a relação das pessoas com tarefas matemáticas. Após a presença de um problema matemático, podem emergir sentimentos de grande perplexidade uma vez que este poderá assumir-se como um problema não rotineiro em que as interpretações e as resoluções são inúmeras ou então a falta de conhecimento científico pode não funcionar, fazendo sentir a pessoa incapaz. Este estado emocional pode despertar o sentimento de ansiedade, esta que se representa por determinadas crenças que vão sustentar a ideia de incapacidade de integração na matemática. Por vezes, os professores apercebem-se de determinadas atitudes dos alunos quando estes transmitem por contacto visual, expressões faciais, gestos, entoações de voz, o estado de afetividade em que se encontram (Hannula, Evans, Philippou & Zan, 2004).

Em conformidade com o referido até então, nos tempos que decorrem, é aceite que a educação só é eficaz se a formação humana e moral do indivíduo for tida em conta. É neste sentido que se torna essencial saber gerir e controlar adequadamente as emoções. Salienta-se tal conceito pelo facto de provavelmente ser o mais fundamental quando se pretende discutir afetividade.

Perante uma aprendizagem significativa dá-se oportunidade aos alunos de intervirem ativamente na sala de aula fazendo com que estes percebam o que se lhes ensina dando-lhes sentido, contribuindo ativamente para a construção dos seus próprios conhecimentos, fornecendo-lhes deste modo motivação, interesse, entusiasmo, excitação, descoberta, empenho e confiança. É deste modo que se podem gerar laços emocionais positivos e agradáveis que vão influenciar fortemente a aprendizagem dos alunos, alargando o campo cognitivo dos mesmos. Assim, as emoções podem ter grande influência na aprendizagem e rendimento dos estudantes.

É, seguramente, o desenvolvimento de estruturas afetivas poderosas que acaba por ser a chave para o ensino e aprendizagem da matemática eficaz (Hannula, Evans, Philippou & Zan, 2004).

## Estudos empíricos

As temáticas principais que este estudo aborda assentam nos contextos formais e não formais de aprendizagem e estão, essencialmente, relacionadas com os Trilhos Matemáticos e com a formulação e resolução de problemas. Nas pesquisas efetuadas foi possível verificar que, em Portugal, são escassos os estudos sobre estes temas uma vez que são conteúdos recentes no âmbito da Educação Matemática. Contudo, foram encontrados três estudos, dois que se baseiam nos contextos de aprendizagem e um na criação de problemas em Trilhos Matemáticos.

Paixão e Jorge (2015) efetuaram uma investigação no âmbito dos contextos formais e não formais de aprendizagem, que tinha como propósito analisar o envolvimento dos alunos na realização de tarefas problemáticas num contexto não formal de ensino e perceber o modo como este influenciava a motivação para a realização de atividades em contexto formal. Estes adotaram uma metodologia qualitativa, num *design* de investigação-ação envolvendo uma turma do 2º ano de escolaridade. A turma foi dividida em três grupos de 6 a 7 elementos. Todos foram sujeitos a uma visita de estudo ao Horto de Amato Lusitano – contexto não formal – no qual se depararam com um jogo de natureza problemática. No dia seguinte, foi solicitada a resolução do problema em sala de aula. Os resultados evidenciaram a importância da interação que houve entre os dois contextos e principalmente a motivação que se despertou nos alunos para a realização da atividade matemática, promovendo atitudes de cooperação, capacidades de raciocínio e resolução de problemas.

Jorge, Paixão, Heitor e Taborda (2015) desenvolveram outro estudo no âmbito da formação inicial de professores do 1º ciclo do Ensino Básico com o objetivo de desenvolver e avaliar uma estratégia para o ensino da matemática destacando a interação entre contextos formais e não formais. Este estudo centrou-se em quatro relatórios referentes a projetos desenvolvidos no Horto de Amato Lusitano. Assim, adotou-se uma metodologia qualitativa de índole analítica, descritiva e interpretativa sendo que os dados foram recolhidos através da reflexão ao longo da orientação dos relatórios, bem como, da análise de conteúdos a esses documentos. De acordo com os investigadores os resultados revelam que é desejável integrar a estratégia de interação entre contextos de aprendizagem na formação dos estágios de futuros professores, com vista ao desenvolvimento profissional.

É igualmente evidenciado que o contexto não formal, como o meio local, é um potencial recurso de aprendizagens significativas.

Vale e Barbosa (2015), desenvolveram um estudo que tinha como finalidade compreender de que forma o contacto com contextos não formais permite potenciar o conhecimento matemático, as capacidades de resolução e formulação de problemas, bem como as mudanças de atitudes positivas relativamente a esta área do saber. Este incidu em 70 futuros professores do ensino básico adotando uma metodologia qualitativa de *design* exploratório. Inicialmente procedeu-se a uma discussão na sala de aula com o intuito de esclarecer aspetos a ter em conta na construção de uma tarefa e só posteriormente se procedeu à construção do Trilho Matemático em grupos, sendo estes a delinear os seus critérios e estrutura, bem como a natureza das tarefas a apresentar. Os estudantes procederam à realização de um Trilho Matemático, através da formulação e resolução de tarefas, com base em aspetos característicos do meio local, nomeadamente, a cidade de Viana do Castelo. Os resultados evidenciaram uma atitude mais positiva por parte dos futuros professores face à relação com a matemática, bem como da interação que esta tem com o mundo que nos rodeia. Os estudantes apresentaram tarefas com conteúdos geométricos elementares e incidiram principalmente em tarefas problemáticas. De forma global, houve um claro envolvimento, o que facilitou a superação de dificuldades apresentadas permitindo-lhes compreender as vantagens deste trabalho em contexto não formal de ensino, realizando uma abordagem matemática significativa e motivadora.



## CAPÍTULO III – METODOLOGIA

Ao longo deste capítulo clarifica-se a metodologia envolvida e a caracterização dos intervenientes no estudo. Segue-se o delineamento e calendarização do mesmo e também a apresentação e análise de dados *à priori* recolhidos. Este capítulo culmina com a descrição da análise de dados.

### Opções metodológicas

A escolha da metodologia deve ser em função da natureza do problema a estudar – perceber como se pode caracterizar o desempenho dos alunos em tarefas de natureza geométrica através de um Trilho Matemático e como se pode caracterizar a reação dos alunos na realização de um Trilho Matemático num contexto de aprendizagem fora da sala de aula e das questões a que queremos dar resposta.

Apesar da predominância ao longo dos anos ter recaído por investigações de natureza quantitativa, esta demonstrou ser insuficiente em estudos educacionais de cariz mais complexo e com o intuito de colmatar determinadas lacunas desse método. Nos últimos tempos, mais especificamente em educação Matemática, tem-se vindo a dar mais enfoque ao tipo de metodologia de investigação de natureza qualitativa (Vale, 2004). Neste sentido, este tipo de investigação ocorre em ambiente natural, assumindo que “o comportamento humano é significativamente influenciado pelo contexto em que ocorre” sendo assim a fonte direta de dados (Bogdan & Biklen, 1994, p. 48). O investigador assume-se como o instrumento principal, pois estabelece contacto direto e prolongado, com o contexto, incorporando o papel de observador participante do fenómeno em causa. A investigação qualitativa é considerada descritiva uma vez que “os investigadores qualitativos abordam o mundo de forma minuciosa” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 48) e tem como papel vital obter significado através da análise indutiva e interpretação/compreensão dos dados recolhidos. A este nível, a metodologia qualitativa ao longo da sua implementação apresenta determinados processos como, a observação, o registo, a análise, a reflexão, o diálogo e o repensar.

Segundo Vale (2004), todo o processo se inicia pela nomeação de um problema que se pretende dar resposta, após o estudo do meio onde se irá realizar, através da explicação ou somente da compreensão.

Numa outra perspetiva, Morse (1994, citado em Vale, 2004), dita que são seis os estádios, que se relacionam entre si, pelo qual a investigação qualitativa tem que atravessar e foi nesta perspetiva que se orientou este estudo. Primeiramente decorreu o *estádio de reflexão*, cujo objetivo se centrou na eleição do tópico/tema que se pretendia explorar. Posteriormente, no *estádio de planeamento*, procedeu-se à seleção do local, da estratégia, da preparação, criação e refinamento das questões de investigação. De seguida, desenvolveu-se o *estádio de entrada*, que correspondeu ao período inicial de recolha de dados, sendo que a investigadora não focou as suas observações tendo uma visão ampla com o intuito de realizar a caracterização do meio em estudo. Depois, o *estádio de produção e recolha de dados* debruçou-se sobre a compreensão de toda a análise dos dados, recolhidos desde o início até ao final de todo o processo. Seguiu-se o *estádio de afastamento*, pois tal como o nome indica, houve um afastamento do meio por parte da investigadora com o objetivo de esta refletir sobre todo o trabalho efetuado. Por fim, no *estádio de escrita*, realizou-se o retrato do estudo e a descrição dos dados devidamente sustentados em referenciais teóricos e empíricos.

O estudo decorreu em contexto natural, onde o investigador para além de observar os intervenientes, interagiu com estes e analisou o modo como agiam, compreendiam e explicavam as determinadas ocorrências com que se deparavam. Deste modo, este método de investigação centra-se nos processos em detrimento dos produtos.

Para a realização deste estudo optou-se por uma metodologia de investigação de natureza qualitativa de carácter exploratório e interpretativo. A principal razão por estas opções metodológicas deveram-se à natureza do problema em estudo, sendo evidente a necessidade de interpretar e compreender os fenómenos apresentados. O estudo é exploratório pois pretende-se que este possa fornecer indícios para futuros estudos e interpretativo uma vez que tem como objetivo interpretar/ atribuir significado, “compreender o mundo complexo do vivido desde o seu ponto de vista. Se a ação humana é intencional, pensam, há que interpretar e compreender os seus significados num dado contexto social” (Coutinho, 2011, p. 17).

## Participantes

O presente trabalho de investigação incidiu sobre uma turma do 5º ano de escolaridade, composta por vinte e seis alunos, com idades compreendidas entre os dez e os doze anos de idade.

A turma, em geral, apresentava algum desinteresse escolar, não tendo motivação e curiosidade pela aprendizagem de qualquer uma das áreas curriculares. O comportamento e o rendimento escolar eram razoáveis, não possuíam espírito crítico, a participação era escassa e o nível de autonomia que detinham era diminuto. Contudo, a Matemática era a disciplina onde estes apresentavam mais dificuldades e menos empatia. Posto isto, este estudo visava despertar o interesse dos alunos pela Matemática, mais especificamente pela Geometria, através da realização de um Trilho Matemático.

Numa parte inicial, participaram os vinte e seis alunos, tendo sido formados dez díades e dois trios para a realização de todas as propostas de desafios que iam sendo colocados ao longo das sessões de Matemática. Na formação destes pequenos grupos, foi tido em consideração o nível de desempenho escolar, a empatia e o comportamento dos mesmos, com o intuito de salvaguardar um bom envolvimento de todos os alunos.

Devido à ausência sucessiva de uma aluna, e para não excluir qualquer aluno deste estudo, optou-se por dividir esta díade distribuindo os seus elementos por duas outras díades, formando desta forma, dois trios.

Numa fase posterior, procedeu-se à realização do Trilho Matemático no qual alguns alunos tiveram que se retirar deste estudo. Uma das alunas por motivos familiares teve que se ausentar da escola a meio do último semestre e por isso o seu par teve automaticamente que se excluir, uma vez que neste trabalho de investigação a avaliação de todas as tarefas eram realizadas em pequenos grupos. Também um outro trio foi desfeito pela sucessiva falta de comparência de uma aluna, como já foi mencionado, sendo que este trio para além de ter passado a díade continuou a ser alvo de estudo. Deste modo, apenas participaram nesta investigação vinte e três alunos, catorze do sexo feminino e nove do sexo masculino, sendo que se formaram dez díades e um trio.

A envolvimento de toda a turma na investigação permitiu que todos tivessem a mesma oportunidade de melhorar a sua experiência e conhecimentos ao nível da Matemática. Neste sentido, o objetivo de todas as tarefas apresentadas foi despertar a

curiosidade, o gosto, a motivação, o interesse, de modo a que estes desenvolvessem o seu raciocínio matemático, a interpretação de enunciados, apresentação de respostas críticas, a criatividade na (re)formulação de problemas, verbalização e a representação escrita da matemática.

### **Delineamento e calendarização do estudo**

Tendo este estudo decorrido entre fevereiro de 2014 e outubro de 2015, inicialmente procedeu-se à etapa de investigação que correspondeu à pesquisa bibliográfica relacionada com a temática, o problema e as respetivas questões de investigação. Ainda neste mesmo período foi realizada a parte teórica deste trabalho, ou seja, a revisão de literatura que foi sendo reformulada ao longo de todo o processo de forma a corresponder a toda a ação e metodologias adotadas.

De seguida, procedeu-se à execução dos pedidos de autorização aos encarregados de educação (Anexo I). Foram igualmente administrados os questionários iniciais aos alunos, com o intuito de recolher informação a analisar no final do estudo. De acordo com a revisão da literatura foram selecionadas tarefas adequadas ao programa e ano de escolaridade dos alunos. Importa salientar que para além da escolha de tarefas a realizar dentro da sala de aula, as restantes tarefas, pertencentes ao Trilho Matemático, foram elaboradas tendo em conta os conteúdos a abordar e os locais disponibilizados no recinto escolar.

Posteriormente, seguiu-se o trabalho de campo onde foram implementadas as tarefas e onde se procedeu à maior parte da recolha de dados através das observações, notas de campo, gravações áudio e vídeo, fotografias e registos produzidos pelos alunos. Todos estes dados recolhidos foram sujeitos a uma análise, contudo estes foram alvo de uma análise mais cuidada e rigorosa apenas após a conclusão da etapa de recolha de dados.

Ao longo desta investigação foi mantido o anonimato dos alunos, tendo os seus nomes sido codificados.

No final do estudo, foram ainda aplicados os questionários finais e realizadas as entrevistas aos alunos. Depois da análise de dados realizou-se a redação das conclusões, procurando dar resposta às questões de investigação (Anexo II).



## **Recolha de dados**

A recolha de dados é a fase principal na realização de qualquer investigação, sendo primordial a eleição dos métodos necessários de forma a facultar a informação pretendida. Ou seja, para dar resposta ao problema é necessário relacionar as possibilidades impostas com as informações a recolher (Cohen & Manion, 1990). Deste modo, o investigador possui à sua disposição uma panóplia de instrumentos que o auxiliam durante este processo.

Segundo Bogdan e Biklen (1994) os dados abrangem determinados materiais que os investigadores registam, como sendo transcrições de entrevistas ou até mesmo notas de campo alusivas à observação efetuada dos participantes. Contudo, quando se incorpora uma investigação de carácter qualitativo, os dados não somente se baseiam em observações e entrevistas como também em documentos e questionários (Vale, 2004). Este tipo de dados diferenciam-se devido ao foco em acontecimentos do contexto “real”, possibilitando um geral entendimento dos fenómenos e admitindo realizar-se um estudo de qualquer processo, uma vez que estes são recolhidos num delimitado período de tempo (Vale, 2004).

### **Observação**

Uma das técnicas de recolha de dados privilegiada nesta investigação foi precisamente a observação. Para além de o investigador não necessitar de intermediários, Coutinho (2014) refere que através da “observação o investigador consegue documentar atividades, comportamentos e características físicas sem ter de depender da vontade e capacidade de terceiras pessoas” (p. 136), esta permite comparar aquilo que o sujeito relata ou não com o que realiza na prática, tendo como finalidade obter informação sobre qualquer tipo de assunto em concreto. Deste modo, antes de iniciar este método, deve-se ter em conta aquilo que se pretende observar (Goméz, Flores & Jiménez, 1999; Vale, 2004).

O investigador assume um papel preponderante neste tipo de recolha de dados, uma vez que através do seu contacto com o contexto este verifica e analisa o comportamento dos participantes, na entrega natural às tarefas (Quivy & Campenhoudt, 1992).

Perante os três níveis de intervenção do observador, em que o primeiro nível admite que o observador tem uma posição indiferente onde a sua intervenção é diminuta

mantendo uma distância com o objeto de estudo para não se inserir na situação e o segundo nível se refere sobre uma maior presença do observador com o objeto de estudo de tal forma realizar-se uma observação participativa de modo passivo, este estudo recai sobre o terceiro nível em que admite que o investigador se proponha a compreender a dinâmica de uma situação, modificando-a, numa observação participativa e ativa (Blanchet, Ghiglione, Massonnat & Trognon, 1989).

Para além destas etapas a percorrer, o modo como o investigador realiza os seus registos determina se a observação é de índole estruturado ou não estruturado. Contudo, ao longo deste processo o investigador neste estudo não elaborou qualquer protocolo pré-definido ou grelha de observação, concluindo desta forma que nesta investigação se optou por uma observação de cariz não estruturado em que o investigador “observa tudo o que acontece naturalmente”, daí a designação de observação naturalista, partindo para o terreno apenas com uma folha de papel para efetuar os registos (Coutinho, 2011, p. 188).

Sendo que o investigador se apresentou com uma postura ativa, este estudo decorreu através de uma observação naturalista participante.

Foi no principiar da PES II que se iniciaram as observações intensivas durante três semanas, no qual permitiu perceber algumas lacunas que os alunos assumiam dentro e fora da sala de aula, possibilitando deste modo a escolha do tema a estudar. Ao longo deste período inicial, foram analisadas algumas das práticas bem como o comportamento dos alunos consoante as situações de aprendizagem. A este nível, as observações “são a melhor técnica de recolha de dados do indivíduo em actividade” (Vale, 2004, p. 179). Estas observações permitiram aprimorar as dinâmicas estabelecidas, serviram como auxiliar na planificação e elaboração de próximas tarefas e possibilitaram avaliar o potencial de cada um dos alunos na partilha/expressão de ideais e raciocínios e também no modo como estes colaboram em equipa a fim de dar resposta a todas as tarefas apresentadas principalmente num último desafio, o Trilho Matemático.

## **Entrevistas**

As entrevistas são realizadas em parte com as ideias que nascem ao longo das observações defendendo que “a interação entre estas duas fontes de recolha de dados não só enriquece cada uma delas como também é de grande utilidade para a análise, a qual

seria impossível apenas com uma fonte” (Vale, 2004, pp. 188, 189). Também Coutinho (2011) refere que as entrevistas para além de possibilitar uma interação entre entrevistador e entrevistado, este método permite obter informação que não se conseguiria com um questionário, sendo que se pode esclarecer determinados aspetos adicionais, fornecendo ao investigador informação precisa e detalhada sobre determinado assunto.

A entrevista é considerada uma das técnicas com grande eficácia, uma vez que o investigador consegue obter informações que não são possíveis de observar, tal como sentimentos, pensamentos, intenções, etc. (Vale, 2004).

A posição do entrevistado relativamente a qualquer tópico e até mesmo testar ou desenvolver hipóteses, são características passíveis de serem verificadas e avaliadas através deste método (Cohen, Manion, & Morrison, 2011). A principal vantagem remete para o grau de profundidade que se permite obter dos elementos de análise a serem recolhidos. Posto isto, “as entrevistas são conversas intencionais”, que possibilitam ao investigador “clarificar e ajudar a interpretar o sentido das opiniões dos entrevistados, bem como as atitudes e conceções” (Vale, 2004, p.178). Ainda segundo Bogdan e Biklen (1994) a entrevista é utilizada para “recolher dados descritivos na linguagem do próprio sujeito, permitindo ao investigador desenvolver intuitivamente uma ideia sobre a maneira como os sujeitos interpretam aspetos do mundo” (p.134).

Durante este método, o entrevistador assume a responsabilidade pela dinâmica da situação mantendo a conversa, de tal forma a motivar e deixar à-vontade os entrevistados com o intuito de discutirem os seus pensamentos e experiências ultrapassando possíveis entraves/conceções na partilha de ideias (Cohen, Manion, & Morrison, 2011).

A entrevista pode ser caracterizada relativamente à estruturação das questões, sendo que as utilizadas ao longo deste estudo foram as entrevistas semiestruturadas (Anexo III), cujo algumas das questões foram previamente formuladas sujeitas a alterações consoante o decorrer desta, uma vez que se pretendia que os alunos pudessem exprimir de modo flexível as suas ideias e raciocínios, encorajando-os sempre para as questões seguintes. Deste modo, efetuaram-se quinze entrevistas, uma a cada grupo, ou seja, dez díades e um trio, relativamente aos desafios realizados em sala de aula com o intuito de os alunos clarificarem aspetos menos claros, identificado aquando da realização das diferentes tarefas. Numa fase posterior, aquando do término do Trilho Matemático,

procederam-se a umas segundas entrevistas, doze, igualmente em díades ou trios, com a finalidade de os alunos poderem expressar, acrescentar e clarificar o raciocínio em algumas das tarefas no qual este não era explícito no registo escrito.

## **Questionários**

O processo de inquirição por questionário é talvez aquele que é mais utilizado na concretização de uma investigação. Este consiste na colocação de perguntas de opinião, ou relativamente à atitude em relação a determinadas opções, ou então sobre algum assunto que é do interesse dos investigadores, a uma determinada população (Quivy & Campenhoudt, 1992).

O questionário apresenta uma grande vantagem, uma vez que este pode ser aplicado sem que o investigador esteja presente durante a realização do mesmo por parte do investigado. Um outro benefício referido por Quivy e Campenhoudt (1992) é o facto de este instrumento permitir “quantificar uma multiplicidade de dados e de proceder, por conseguinte, a numerosas análises de correlação” (p. 191).

Para além disto, este método é fácil de administrar contudo, para que este seja fiável é necessária a realização de questões de forma clara, que haja uma relação entre as questões e os entrevistados e um ambiente confortável de confiança no ato de preenchimento do mesmo. (Quivy & Campenhoudt, 1992). Deste modo, os questionários podem conter questões de natureza aberta ou fechada formulada de modo a obter toda a informação necessária de acordo com os objetivos previamente definidos (Vale, 2004).

Ao longo da elaboração dos questionários efetuados, foram tidos em conta aspetos como, o objetivo do questionário, para quem se destinava, a planificação da ordenação do que este iria abranger para posteriormente o investigar atender a aspetos como a utilidade de cada uma das perguntas efetuadas, o modo como estas se apresentavam graficamente, o tipo de resposta que envolviam (resposta curta, escolha múltipla, resposta de acordo com uma escala/ordenação) e a ordem pela qual as questões se apresentariam da forma mais adequada (Cohen, Manion, & Morrison, 2011). Ainda defendido pelos mesmos autores, “os investigadores devem ser capazes de antecipar o tipo e o leque de respostas que as perguntas provavelmente suscitarão”, algo que foi realizado pelo investigador antes de disponibilizar os questionários.

No decorrer de todo o processo foram aplicados dois questionários, um questionário inicial (Anexo IV) que foi apresentado mesmo antes de se proceder às práticas de lecionação por parte do investigador de tal forma a perceber qual o interesse, motivação, gosto pela área da Matemática bem como entender se conheciam um “Trilho Matemático”, e um questionário final (Anexo V), realizado no término de todas as práticas, que contemplava algumas das mesmas questões apresentadas no questionário inicial com o intuito de perceber se existiam alterações e evoluções no modo de pensamento e da posição face à Matemática e também para tomar conhecimento da opinião face ao desafio posto em prática.

## **Documentos**

A recolha documental foi uma outra fonte de recolha de dados aplicada neste estudo, uma vez que estes englobam “toda a variedade de registos escritos e simbólicos, assim como todo o material e dados disponíveis” (Vale, 2004, p. 180) necessários a ter em conta num tipo de estudo como este, qualitativo. Para além de os documentos assumirem uma excelente fonte de informação, estes substituem o registo de tarefas que o investigador não tem a possibilidade de observar diretamente (Stake, 2007, referido por Calado, 2008).

Nesta investigação, todos os documentos produzidos pelos participantes do estudo foram recolhidos, principalmente os registos elaborados pelos alunos em todas as tarefas de sala de aula e um outro tipo de registos que efetuaram ao longo da realização do Trilho Matemático. Com estes pretendeu-se analisar determinados aspetos referentes à comunicação mas principalmente ao raciocínio matemático escrito referentes à resolução de todas as tarefas.

Todos os documentos foram previamente analisados de forma geral consoante ocorria o processo de recolha de dados e posteriormente mais aprofundados, sendo um dos principais métodos de recolha de dados deste estudo.

## **Meios audiovisuais (vídeo e fotografia)**

A utilização destes meios de recolha de dados é importante pois, para além de serem sistemas abertos, permitem captar uma maior parte da realidade com uma diminuta intervenção do observador (Evertson & Green, 1989).

As gravações vídeo/áudio possibilitam a captação de linguagem verbal como linguagem não-verbal, ou seja, não só permite registar as intervenções orais dos participantes, como também memoriza as expressões destes, o que pode contribuir fortemente para o problema em estudo. Segundo Cohen, Manion e Morrison (2011), “as gravações vídeo representam algo ao vivo e são um excelente meio para a gravação de situações de evolução e interações, detalhes que o observador pode perder” (p. 530).

Ao longo das práticas recorreu-se a este método, tendo sido gravadas algumas das sessões de sala de aula, ao longo da realização do Trilho Matemático, bem como nas entrevistas efetuadas.

A fotografia é uma outra “técnica” intimamente relacionada com a investigação qualitativa e deste modo fez-se, nesta investigação, uso da mesma. Esta para além de permitir detetar alguns pormenores que poderiam ter sido descurados inicialmente, também permite a descrição do objeto de estudo (Bogdan & Biklen, 1994). A utilização desta foi com o propósito de captar alguns dos momentos significativos, ao longo da realização do Trilho Matemático, que auxiliaram na compreensão do envolvimento dos participantes nos desafios e registar muitas das suas reações.

De referir que o emprego destes métodos de recolha de dados não interferiram no comportamento dos alunos, ou seja, não houve qualquer constrangimento por parte destes uma vez que os meios foram utilizados frequentemente ao longo das intervenções e os participantes desde o início que se mostraram recetivos e participativos.

## **Análise de dados**

Com o objetivo de melhor compreender o problema inicialmente apresentado, obter resposta às questões referentes a este estudo e com a finalidade de dar a conhecer tudo aquilo que foi recolhido, interpretado e concluído, a análise de dados apresenta-se como um processo de busca e organização sistemática de materiais que foram sendo necessários, ou seja, trata-se de “um processo de estabelecer ordem, estrutura e significado na grande massa de dados recolhidos” (Bogdan & Biklen, 1994; Vale, 2004, p.183).

Estando perante um processo em movimento, a investigação qualitativa, destaca-se pelas descrições e interpretações constantes de entrevistas, notas de campo e outros materiais que foram sendo recolhidos de modo a se complementarem (e.g. Bogdan & Biklen, 1994; Vale, 2004).

A validade, ou seja, a qualidade do estudo, é um dos aspetos mais importantes numa investigação qualitativa. Segundo Vale (2004), a validade de um estudo “deve demonstrar o seu verdadeiro valor, proporcionar as bases para aplicá-las, e permitir que possam ser feitos julgamentos externos sobre a consistência dos seus procedimentos e a neutralidade dos seus resultados ou decisões” (p.188).

A análise de dados é um momento complicado para o investigador, e de modo a garantir a qualidade deste estudo, para além de se ter efetuado leituras sucessivas dos dados e relacioná-los com os dados empíricos, teve-se em conta a perspetiva de Wolcott (1994, citado em Vale, 2004). Este autor diferencia três momentos fundamentais durante este processo analítico: descrição, momento de escrita de textos resultantes de dados originais registados; análise, fase correspondente à organização de dados, salientando-se os aspetos essenciais; e interpretação, processo onde se adquire significados e conclusões a partir de todos os dados obtidos.

Na mesma ordem de ideias, durante este trabalho investigativo, seguiu-se o modelo de análise qualitativa de Miles e Huberman (1994). Igualmente repartido por três etapas, estas iniciam pela redução dos dados, processo referente à seleção, simplificação e organização de todos os dados recolhidos durante a investigação; prossegue-se a apresentação dos dados, etapa na qual a informação é devidamente organizada e

compactada de modo a facilitar a compreensão, por parte do investigador, dos acontecimentos ao longo do estudo; e finda-se com as conclusões e verificação, fase dependente de todos os processos, dos métodos usados e da experiência do investigador neste contexto.

Foram seguidas algumas estratégias para garantir a qualidade do estudo como referidas por Vale (2004). Assim, a primeira remete para o envolvimento prolongado no estudo, o que se verificou, uma vez que a investigadora se manteve no contexto durante três meses. A segunda estratégia diz respeito à confirmação dos participantes. Neste momento, estes tiveram a oportunidade de verificar o que realizaram, visualizando algumas das estratégias de resolução utilizadas e através das entrevistas clarificar algumas que não foram tão perceptíveis. Por fim, na terceira, recorreu-se à utilização de vários métodos/instrumentos de recolha de dados já mencionados, contribuindo para a triangulação dos dados recolhidos. A triangulação consiste na combinação de diversos pontos de vista, fontes ou métodos de recolha de dados num mesmo estudo com o objetivo de obter “um retrato mais fidedigno da realidade ou uma compreensão mais completa do fenómeno a analisar” (Coutinho, 2008, p.9). Stake (1995) defende que para a investigação se tornar mais sólida e coesa é necessário utilizar a triangulação, sendo que deste modo se permite ter uma visão global sobre um mesmo problema, intersectando distintos olhares obtidos das fontes de evidências.

Tendo em conta Vale (2004), os dados obtidos neste modelo de investigação tomarão a forma de palavras, que seguidamente serão convertidas numa autêntica narrativa.

O envolvimento e análise de todos estes métodos salientaram a sua importância, pois a investigadora atingiu o seu objetivo de perceber o raciocínio, pensamento e estratégias utilizadas pelos alunos ao longo da resolução de tarefas pertencentes ao Trilho Matemático. A análise efetuada de todos os métodos utilizados ao longo do trabalho investigativo permitiu visualizar e analisar, eventualmente, alguns dos comportamentos, atitudes e reflexões dos participantes. Assim sendo, e não descurando a importância de todos os elementos utilizados, as entrevistas demonstram a sua importância uma vez que permitiu a compreensão e esclarecimentos das estratégias e raciocínios que os alunos utilizaram nas resoluções das tarefas, o que não seria permitido de outra forma.



Os dados foram analisados e organizados de acordo com duas grandes categorias, a turma e os Trilhos, tendo sempre presente as questões orientadoras que sustentarem este estudo e a revisão de literatura consultada.



## **CAPÍTULO IV - INTERVENÇÃO DIDÁTICA**

Neste capítulo efetua-se a descrição dos procedimentos adotados ao longo das aulas de Geometria, os procedimentos a adotar aquando da construção do Trilho Matemático, descrevendo as tarefas pertencentes ao mesmo.

### **As aulas de Geometria**

Ao longo da PES II foram desenvolvidas oito sessões explorando-se apenas conteúdos geométricos relacionados com perímetro e áreas de figuras planas (Anexo VI).

De salientar, que as últimas três sessões, de noventa minutos cada, foram disponibilizadas para o Trilho Matemático, duas aulas para a realização do trilho e uma para a sua correção.

Ao longo das observações, como já foi referido, constatou-se que a turma para além de apresentar desinteresse pela disciplina e grandes dificuldades em expressar raciocínios, verificou-se também o pouco à-vontade na discussão de resultados aquando da realização de tarefas. Deste modo, como meio de motivar e envolver os alunos, optou-se por tarefas mais diversificadas. Assim, deu-se privilégio ao modelo de Stein et al. (2008) para a exploração de todas as tarefas em sala de aula. No decorrer das intervenções, para além das aulas serem planificadas de acordo com o programa, as tarefas foram sendo exploradas tendo em conta o modelo anteriormente referido, sendo que todas as tarefas propostas foram previamente resolvidas de forma a antecipar possíveis respostas dos alunos. No processo de resolução das tarefas por parte dos alunos, a professora circulava pela sala com o intuito de monitorizar o trabalho de todos e de selecionar as resoluções a serem expostas à turma. Tendo em conta os objetivos traçados para a aula e o grau de complexidade dos conteúdos, a ida ao quadro era realizada de forma sequenciada. Na parte final eram realizadas conexões entre as distintas resoluções expostas com ideias matemáticas.

A aula iniciava com a correção dos trabalhos de casa e o esclarecimento de eventuais dúvidas. De salientar, que estes eram maioritariamente corrigidos no quadro pelos alunos e discutidos em grande grupo, sendo que, na maior parte das vezes, recorria-

se a este momento da sessão para recordar possíveis conteúdos já esquecidos ou eventualmente que não tivessem sido corretamente assimilados.

No momento seguinte era apresentado o sumário a fim de expor aos alunos os objetivos da aula.

A parte central da sessão remetia para a transmissão e exploração de conteúdos novos (ou não), numa interação constante entre professor e aluno, procurando desenvolver sempre a capacidade de verbalização, focando a aptidão para comunicar e desenvolver argumentos. Todas as sessões foram devidamente planeadas com o intuito de os alunos explorarem o máximo de tarefas diversificadas e manipularem materiais como meio de facilitar a aquisição de conhecimentos geométricos e desenvolver a capacidade de construir ou manipular esses objetos. Ao longo deste momento, eram efetuados vários registos no caderno diário bem como realizadas e corrigidas várias tarefas.

Seguidamente, mas não em todas as sessões, procedia-se à distribuição de desafios matemáticos, semelhantes às tarefas que iriam ser apresentadas no Trilho Matemático. Estes eram realizados em grupos (díades ou trios, os mesmos que corresponderiam à realização do Trilho Matemático) com o propósito de estimular a capacidade de utilizar os conhecimentos geométricos em novas situações. Procedia-se ao registo dos trabalhos de casa, que muitas vezes eram esclarecidos previamente, de modo, a que os alunos não apresentassem dificuldades na sua resolução.

No término de cada uma das sessões realizava-se uma síntese de todos os conteúdos que teriam sido abordados durante a aula.

As duas penúltimas sessões foram dedicadas, como já foi anteriormente referido, à realização do Trilho Matemático.

A última aula recaiu sobre a correção e discussão das tarefas do Trilho Matemático, tendo sido corrigida tarefa a tarefa com intervenções sucessivas dos alunos.

Deste modo, procurou-se contribuir para um ensino aprendizagem mais motivador, interessante com o intuito de despertar nos alunos o gosto pela Matemática.

### **O Trilho Matemático**

Um Trilho Matemático, como referido anteriormente, é uma experiência de aprendizagens concretas que permite explorar diferentes conceitos matemáticos presentes no currículo, interligando-os e conectando a Matemática com as diferentes áreas

e saberes, sendo uma proposta bem recebida por parte do professor cooperante de Matemática e da direção da escola (Anexo VII).

## **O planeamento**

Para a execução deste instrumento teve-se em conta determinadas etapas com o objetivo de ser o mais rigoroso e coerente possível. Inicialmente, procedeu-se à identificação do contexto, o recinto escolar. Este foi eleito pelo simples facto de ser um espaço ao ar livre de fácil acesso, evitando a saída dos alunos da comunidade escolar. Esta escolha teve em conta também as potencialidades matemáticas de alguns espaços que serviram de estações para o trilho. De realçar, que a seriação de um percurso diversificado apresentou algumas dificuldades, uma vez que o espaço circundante é bastante semelhante.

Após a análise e o registo fotográfico efetuado a quinze dos locais, criaram-se as respetivas tarefas. Estas tiveram por base os conteúdos abordados na sala de aula, centrando-se em conteúdos programáticos de Geometria, e pensadas numa perspetiva de interligar com outras áreas do currículo. Quanto à natureza das tarefas estas podem ser classificadas em exercício, exploração, problemas e investigação, consoante o seu grau de abertura, desafio cognitivo, relação com a realidade e de duração da realização (Ponte, 2005). Depois de terem sido realizadas e resolvidas por mim, foram avaliadas por mais quatro elementos. No decorrer de algumas discussões dos pontos principais foram salientados, a adequação à faixa etária e o tempo disponível. Por isso, três das tarefas foram excluídas, sendo selecionadas as mais viáveis e concretizáveis (Anexo VIII).

Num momento posterior procedeu-se à produção de um mapa com escala, incluindo todos os pontos de referência.

De seguida, ponderou-se a forma de apresentar o trilho no panfleto. Primeiramente, procedeu-se a uma organização lógica do seguimento das tarefas de modo a criar elos de ligação. As instruções para chegar a cada uma das estações foi o procedimento seguinte. Após todas as informações necessárias foi realizado o panfleto de um modo criativo, apelativo e fácil de manusear com a finalidade de motivar e facilitar o trabalho dos estudantes. Foi então que surgiu a criação do bloco de notas do mesmo formato que o trilho, com o objetivo de os alunos seguirem a mesma lógica de pensamento e todos os registos fiquem organizados.

No final de todo o processo, realizou-se novamente o Trilho Matemático para a retificação de algumas lacunas. Nesse momento, foram anotados todos os materiais que seriam necessários para que os alunos realizassem esta tarefa com o máximo de rigor e coerência. Deste modo, procedeu-se à “construção” do *kit* constituído por: bolsa, calculadora de mão, régua de papel, bloco de notas, fio de lã, transferidor, lápis e borracha (Anexo IX). Para a realização do mesmo, a turma seria distribuída em díades e trios, selecionados pela estagiária, com consentimento do professor cooperante de Matemática, facilitando e promovendo o trabalho em grupo.

Para o desenvolvimento do Trilho Matemático planeou-se duas aulas de Matemática, cento e oitenta minutos, pertencentes ao horário curricular. De referir que antes de proceder à realização das tarefas do Trilho Matemático, procedeu-se à resolução de tarefas semelhantes dentro da sala de aula, com a finalidade dos alunos se familiarizarem com os conteúdos abordados e verificar posteriormente se o contexto influencia, ou não, na interpretação e compreensão das tarefas.

O objetivo geral da implementação do Trilho Matemático está de facto relacionado com a motivação e incentivo dos alunos para com a Matemática, promovendo deste modo o gosto por esta área do saber e compreenderem a sua utilidade na vida quotidiana.

## **As tarefas**

### **Tarefa 1**

Numa fase inicial, na T1.1, (figura 1), os alunos teriam de recorrer aos seus conhecimentos prévios, relembrando o que era uma face e contabilizar as existentes no banco, assumindo este como um sólido geométrico.



*Figura 1 – Banco de pedra*

De seguida, na T1.2, apresenta-se um problema. Primeiramente, os alunos teriam de identificar a face maior presente nos pés do banco e identificar o topo do banco. Depois,

analisariam uma das estratégias para resolver o problema. Poderiam recorrer à medição do comprimento e da largura da face maior dos pés do banco e posteriormente medir o comprimento e largura do topo do banco e assim verificar quantas vezes a face maior dos pés do banco cabia no topo do banco. Por outro lado, poderiam calcular a área da face maior dos pés do banco e calcular a área do topo do banco verificando quantas vezes é que a face maior dos pés do banco cabia na face do topo do banco.

## Tarefa 2

Na tarefa, T2, pretendia-se que os alunos medissem e calculassem áreas mas também que resolvessem um problema podendo recorrer a várias estratégias. Inicialmente na T2.1 os alunos teriam de obter por medição as três dimensões necessárias para a determinação da área dos diferentes ferros a vermelho, (figura 2). Antes, teriam de identificar que cada um desses “ferros” eram paralelepípedos. Com as respetivas medidas calculavam a área do paralelepípedo (área da base vezes a altura). Poderiam medir e calcular a área de mais que um



Figura 2 – Caixote do lixo

dos ferros, contudo, como se pedia um valor aproximado da área, a partir da medida da área de um dos ferros poderiam estimar as outras medidas e obter um valor aproximado de todo o ferro presente no caixote do lixo. Na T2.2 usufruiriam da resposta dada na T2.1. Depois de lerem o enunciado do problema, deveriam deduzir que se três latas de tinta preta dava para cobrir três metros quadrados de ferro, então cada lata de tinta dava para cobrir um metro quadrado de ferro. Posteriormente, verificavam por quantos metros quadrados de ferro era composto um caixote do lixo, sendo que esta resposta poderiam consultá-la na T2.1. De seguida, verificavam quantas latas de tinta seriam necessárias para cobrir todo o ferro de um caixote do lixo e posteriormente multiplicariam o número de latas de tinta pelo número de caixotes de lixo existentes na escola (doze). Uma outra estratégia seria verificar apenas quantas latas de tinta seriam necessárias para cobrir todo o ferro de um caixote e verificar se as três latas de tinta dariam para cobrir o ferro dos doze caixotes. Uma outra resolução plausível seria calcular a área do ferro de um dos caixotes, multiplicar por doze caixotes existentes, e verificar se as três latas dariam para pintar toda a área de ferro. Como estes raciocínios poderiam surgir outros possíveis.

### Tarefa 3

Esta tarefa era de natureza exploratória tinha como principal objetivo estimar. Num primeiro momento, tinha que se eleger uma unidade de comprimento, como por exemplo unidades de medidas naturais, um palmo, uma pegada, entre outras possíveis e depois estimar a altura do edifício escolar.

### Tarefa 4

Esta tarefa é composta por duas alíneas. A T4.1 foi construída com o intuito de treinar o “olho” geométrico desenvolvendo competências ao nível da visualização tão importante na Geometria. A partir deste conteúdo previamente adquirido, os alunos teriam que efetuar a contagem de quadrados presentes na figura, (figura 3), tendo em conta que poderão existir quadrados de diferentes dimensões. De seguida, na T4.2 pretendia-se explorar os diferentes modos representativos da fração  $\frac{3}{4}$  de uma situação parte-todo. Como resposta à questão, os alunos teriam que desenhar a figura e pintar os quadrados das diferentes formas possíveis que representasse sempre  $\frac{3}{4}$  do todo.



*Figura 3 – Quadrados*

### Tarefa 5

Relativamente ao cálculo e determinação da amplitude de ângulos internos de um triângulo, surgiu esta tarefa, (figura 4). Inicialmente pretendia-se que classificassem o triângulo quanto ao comprimento dos lados de modo a perceberem que as amplitudes dos ângulos internos seriam todas distintas, pois estariam perante um triângulo escaleno. Posteriormente, identificariam a amplitude do ângulo reto e com o auxílio do transferidor determinariam um valor aproximado da amplitude do ângulo agudo



*Figura 4 – Portão do campo de jogos*



adjacente ao solo. Depois de saberem a amplitude de dois dos ângulos, recorreriam à lei que subscreve que a soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre  $180^\circ$ .

### Tarefa 6

Para a resolução da T6 inicialmente era necessário ler, interpretar e identificar o vidro referente à janela que está descrita no enunciado. Na questão T6.1, pretendia-se verificar quanto ficaria o estrago provocado por um aluno após ter partido um vidro de uma janela com a bola de futebol. Inicialmente, os alunos teriam de medir, com o auxílio da régua, o comprimento e a largura do vidro da janela para conseguirem calcular a área (a área de um retângulo, multiplicação do comprimento pela



*Figura 5 – Edifício escolar*

largura). Sabendo que um metro quadrado custava um euro e cinquenta, pretendia-se que os alunos multiplicassem a área do vidro por um euro e cinquenta, obtendo deste modo o valor a pagar por um novo vidro. A figura 5 apresenta apenas uma parte de uma das fachadas do edifício escolar.

Na T6.2 os alunos seriam postos à prova na resolução de uma exploração referente a uma sequência. Inicialmente, os alunos teriam de reter que a 1ª, 3ª e 6ª janelas estariam abertas, então, a 2ª, 4ª e 5ª estariam fechadas. Era pedido para que os alunos verificassem se a 21ª janela estaria fechada ou aberta. A interpretação e justificação correta seria que da 1ª para a 3ª janela surgia uma janela de intervalo que estaria fechada, e da 3ª para a 6ª surgiam duas janelas de intervalo que estariam igualmente fechadas então, continuariam este raciocínio, deixando sempre mais uma janela de intervalo que o anterior até que chegassem à 21ª janela e concluíssem que esta estaria aberta. Uma outra possibilidade seria pensar que da 1ª para a 3ª janela surgia uma de intervalo que estaria fechada e da 3ª para a 6ª janela surgiam duas de intervalo que estariam igualmente fechadas. Este seria o modelo de repetição, ou seja, da 6ª para a 8ª janela surgiria uma janela de intervalo fechada e depois da 8ª para a 11ª surgiriam duas janelas de intervalo que estariam fechadas e assim sucessivamente, até chegar à 21ª janela e verificar que esta se encontrava aberta.

### Tarefa 7

A T7 centra-se na contagem e no reconhecimento de percentagens representativas de uma situação parte-todo. Na T7.1 pretendia-se efetuar a contagem dos quadrados pretos existentes no tabuleiro de xadrez representado no chão, de modo a deduzir o número de pessoas que iriam assistir ao jogo sentadas. Para saber o total de quadrados existentes no tabuleiro poderiam proceder à contagem de todos os quadrados ou verificarem que cada lado era composto por oito quadrados (quatro brancos e quatro pretos), recorrendo à multiplicação de oito por oito saberiam que o tabuleiro de xadrez era composto por sessenta e quatro quadrados. Logo, deduziriam que metade do tabuleiro era composto por quadrados brancos e outra metade por quadrados pretos, então dos sessenta e quatro quadrados existentes, trinta e dois eram brancos e trinta e dois eram pretos. Se em cada um dos quadrados pretos só se sentava uma pessoa, então seriam trinta e duas pessoas a assistir ao jogo sentadas. Relativamente à T7.2, parte desta já estaria apoiada na alínea anterior, para a resolver teriam de transpor este raciocínio para percentagens. Se o todo corresponde a 100% (sessenta e quatro quadrados) então metade (trinta e dois quadrados) corresponde a 50%.

### Tarefa 8

No que concerne à classificação e determinação de áreas de triângulos, surge a T8. Inicialmente na T8.1 os alunos teriam de medir pelo menos dois lados do triângulo de forma a verificar se se tratava de um triângulo isósceles ou escaleno, (figura 6). Perante este facto deveriam classificá-lo dando resposta a esta alínea. Na T8.2 os alunos, após as medidas efetuadas teriam de calcular a área do triângulo (recordando que a área do triângulo é igual à multiplicação da base pela altura a dividir por dois). Na T8.3 para determinar a área do quadrilátero, poderiam recorrer à multiplicação de duas vezes a área do triângulo ou optar por realizar a área do retângulo (a multiplicação do comprimento pela largura).



Figura 6 - Quadrilátero

### Tarefa 9

A T9.1 tinha o mesmo objetivo que a T6.2 pois também se tratava de uma exploração, onde se pretendia a justificação do raciocínio utilizado na sequência. Nesta mesma tarefa, os alunos teriam de identificar e aproximar-se do cubo pretendido e orientado no Trilho Matemático, (figura 7). No cubo, verificava-se que de dentro para fora, o primeiro, terceiro e quinto quadrilátero, eram verdes e os restantes, segundo e quarto, eram azuis. Os alunos teriam que descobrir de que cor



Figura 7 – Posto de água

seria o décimo sétimo quadrado se o “ninho de quadrados” fosse composto por cinquenta quadrados. Posto isto, e observando o ninho de cinco quadrados, os alunos poderiam deduzir que os quadrados correspondentes aos números ímpares, ou seja o primeiro, terceiro, quinto, sétimo, entre outros teriam a cor verde e os quadrados correspondentes aos números pares teriam a cor azul. Como o décimo sétimo é um número ímpar, então o quadrado décimo sétimo seria verde.

Na T9.2 era dito que existiam treze pés de rosas e doze pés de lírios e os alunos teriam de desenhar as possibilidades de os dispor no topo do cubo de vários modos possíveis. Uma das formas seria os alunos identificarem que o cubo é composto por quadrados, logo a floreira seria em forma de quadrado, por isso o mesmo número de flores colocadas ao longo do comprimento teriam que ser as mesmas colocadas ao longo da largura. Sendo que treze pés de rosas e doze pés de lírios perfaz vinte e cinco pés, e se se trata de um quadrado, a raiz quadrada de vinte e cinco é cinco, por isso ao longo de cada um dos lados do quadrado caberiam cinco pés. Seria necessário que os alunos elaborassem uma legenda de forma a identificarem os pés de rosas e os pés de lírios para que se percebesse as diferentes disposições apresentadas.

Na T9.3 os alunos estariam perante um problema. Pretendia-se que este fosse resolvido por tentativas, atendendo à faixa etária a que o Trilho se propunha. Contudo, mesmo por esta estratégia, os alunos teriam que estipular um número de pé de rosas e multiplicá-lo pelo valor de cada pé de rosas (três euros e cinquenta). Posteriormente, subtrairiam o resultado obtido ao valor total (setenta e cinco euros e sessenta cêntimos). Depois, dividiam o valor resultante da subtração pelos quatro euros e vinte cêntimos (valor de cada pé de lírios), de modo a obter o número de pés de lírios. Caso não

obtivessem o valor exato, essa solução não seria possível uma vez que não seria exequível repartir cada pé. Dentro do mesmo raciocínio mas elaborando de forma diferente, os alunos poderiam atribuir igualmente um número para o pé de rosas e multiplicar pelo valor de custo de cada um e fazer o mesmo procedimento para o pé de lírios. No final adicionavam os valores e verificavam quanto faltava para perfazer o valor total e consoante o resultado obtido iam retirando ou acrescentando no pé de rosas ou lírios até que conseguissem obter o valor total exato de setenta e cinco euros e sessenta cêntimos.

### **Tarefa 10**

Fazendo referência aos conteúdos abordados, a T10, figura 8, centra-se na identificação e transcrição matemática de conteúdos relativos a figuras geométricas. As T10.1 e T10.4 reportam o reconhecimento de segmentos de reta, retas perpendiculares e paralelas respetivamente. As T10.2 e T10.3 referem-se aos conteúdos inerentes aos ângulos, mais especificamente, ângulos verticalmente opostos e ângulos adjacentes.



*Figura 8 - Porta*

Nesta tarefa, inicialmente os alunos teriam de identificar, recorrendo a letras, os vértices que achariam pertinentes de modo a conseguirem resolver todas as alíneas. Só posteriormente, e recordando algumas propriedades é que procediam à resolução das mesmas.

### **Tarefa 11**

Como penúltima, na T11, os alunos com o auxílio do novelo de lã e da régua que dispunham no *Kit* teriam de calcular o perímetro da chave desenhada no chão, figura 9. Para isso, teriam de circundar a chave com o fio de lã e posteriormente esticá-lo. Depois com o auxílio da régua verificar o comprimento aproximado da linha fronteira da chave que corresponderia ao perímetro da figura.



*Figura 9 - Chave*

**Tarefa 12**

Por último, na T12 pretendia-se que os alunos formulassem e resolvessem um problema. Primeiramente, teriam de seleccionar um dos elementos da escola e a partir dele elaborar um problema. Como meio de verificar a veracidade da tarefa formulada, pretendia-se que a resolvessem.



## **CAPÍTULO V – A TURMA E O TRILHO**

Ao longo deste capítulo, efetua-se uma descrição da turma onde foi implementada a experiência didática, identificando a relação existente entre estes alunos e a Matemática, assim como, o desempenho e reação dos mesmos na realização de tarefas matemáticas fora da sala de aula. Segue-se uma descrição pormenorizada do dia de implementação do Trilho Matemático e do desempenho e reação dos alunos ao longo destas tarefas. Este capítulo termina com uma pequena análise comparativa entre as tarefas desenvolvidas dentro de sala de aula e o Trilho Matemático.

### **A turma**

A PES II e, conseqüentemente, este trabalho investigativo, foram desenvolvidos numa turma de 5ºano de escolaridade, constituída por vinte e seis alunos. Esta caracteriza-se como sendo bastante heterogénea tanto a nível de desempenho académico como a nível de ritmos de aprendizagem. O mesmo acontecia a nível comportamental pois, mesmo quando as tarefas lhes despertavam motivação e interesse os alunos eram perturbadores, qualquer coisa era alvo de distração fazendo com que os colegas que queriam participar positivamente não o conseguissem. No geral, tratava-se de uma turma com alunos bastante distraídos, conversadora e falta de interesse nas tarefas escolares propostas, uma vez que não realizavam os trabalhos de casa. Eram muitos os estudantes que apresentavam dificuldades na compreensão e aplicação dos conteúdos, permanecendo constantemente à espera que as respostas/resultados fossem apresentados no quadro da sala de aula. A compreensão, expressão escrita e articulação de conhecimentos foram outras dificuldades verificadas nos alunos o que prejudicava o seu aproveitamento escolar.

Na elaboração do inquérito inicial houve a preocupação de analisar a preferência e a existência ou não das dificuldades dos alunos relativamente às áreas curriculares, especificamente à disciplina de Matemática. Também era pertinente averiguar se os estudantes percebiam a utilidade da aprendizagem matemática. Posto isto, a primeira questão a colocar, incidiu sobre a preferência das áreas. A turma elegeu as disciplinas de Educação Visual, Ciências Naturais, Matemática, Educação Tecnológica e História e

Geografia de Portugal, como as prediletas, respeitando esta ordem de preferências. De salientar que o Inglês é a área em que doze dos alunos manifestaram o seu desagrado.

Inquiridos se sentiam ou não dificuldades ao nível da aprendizagem de alguma das disciplinas e a sua razão, 83% (dezanove alunos) assumiu ter dificuldades. As áreas referidas foram Inglês, Matemática e Educação Musical. De salientar que relativamente à Matemática apenas seis alunos sentem dificuldades, porque “não estudo”, “não percebo a matéria”, “distraio-me muito”, “não consigo interpretar os problemas” e também referiram que têm dificuldades a matemática por não conseguir obter os resultados esperados. Contudo, no que respeita à questão de ter facilidade em aprender matemática, quinze dos alunos consideram que “a matéria é fácil”, “tiro boas notas”, “a matéria é divertida” e também porque têm apoio em casa. Os motivos pelo qual onze dos alunos responderam que têm dificuldade na aprendizagem matemática são os mesmos apresentados na pergunta anterior.

A maioria da turma, 91% (vinte e um alunos) gosta de Matemática considerando-a uma disciplina “divertida”, “interessante”, “necessária para sabermos medir”, “importante para tudo na vida”, “está em todo o lado”, “útil para o futuro” entre outras. É de realçar que quando questionados relativamente à utilização da matemática que se aprende, houve uma grande diversidade referindo que a matemática que se aprende é útil para “fazer os trabalhos de casa”, “construções”, “medições”, “fazer contas e resolver problemas”, “para fazer os testes”, “para fazer trabalhos”, “saber dar trocos”, “a matemática que aprendemos é útil para tudo”.

Posto isto, podemos referir que grande parte dos alunos têm uma boa relação com a matemática porém, quase metade da turma assume que tem dificuldades nesta área de estudo. Os estudantes têm uma relação ambígua com esta disciplina, se por um lado a elegem como uma das preferidas, por outro revelam que os conteúdos nem sempre são facilmente perceptíveis.

Globalmente, a turma demonstrou entusiasmo na experiência de trabalhar em pequenos grupos durante a resolução dos desafios apresentados no final de algumas aulas, prática não recorrente com aquele grupo. O desempenho foi razoável, demonstrando algumas dificuldades relativamente a conteúdos matemáticos e às capacidades transversais. Foi notória a falta de conhecimento em relação às estratégias de resolução de



problemas, em expressar o seu raciocínio, quer oralmente, quer por escrito e sobretudo na discussão de resultados. Aspetos abordados pormenorizadamente em Aulas versus Trilho.

A turma mostrou-se compreensiva e cooperante durante todo o processo de recolha de dados para a investigação, tanto no preenchimento dos questionários inicial e final e nas entrevistas, como na recolha de fotografias, filmagens e documentação.

## **O dia do Trilho**

### **O ponto de Partida**

No dia 27 de abril de 2015, segunda-feira, pelas dez e vinte horas os alunos dirigiam-se para a sala de aula de matemática. Pensavam eles que seria mais uma aula tradicional em que se iria avaliar todas as suas capacidades relativamente aos conteúdos até então abordados.

Apresentou-se o sumário no quadro e rapidamente surgiram as dúvidas.

A1: Professora o que é um Trilho Matemático?

Iniciava-se desta forma uma aula diferente, do desconhecimento de todos. O esclarecimento foi dado. O Trilho Matemático consistia “num jogo” que envolvia tarefas matemáticas contextualizadas. Estas seriam resolvidas fora da sala de aula, no recinto escolar. Foi imediata a alegria, contentamento, excitação, entusiasmo de toda a turma.

Após aquele momento de grande euforia, procedeu-se ao esclarecimento de tudo aquilo que se pretendia desenvolver ao longo desta sessão. Iniciou-se por apresentar o panfleto. A docente procedeu à leitura das rimas apresentadas na capa do mesmo. Posteriormente, clarificou-se que no trilho mesmo antes de apresentar cada uma das tarefas, existia a identificação das estações e as respetivas orientações. Estas seriam essenciais para que não se perdessem durante o percurso. Como auxílio, teriam igualmente um mapa de todo o trajeto. Depois de um breve esclarecimento do mapa, referiu-se que todas as tarefas teriam de ser resolvidas e justificadas corretamente. Procedeu-se também à leitura de algumas como meio de clarificar qualquer conteúdo ou termo menos explícito.

De seguida, chamou-se à atenção para o formato do panfleto. Fez-se uma pequena demonstração de como este se deveria desdobrar. Posto isto, salientou-se para o facto de

cada um ter um bloco de notas onde iriam fazer todos os registos relativamente às respostas de todas as tarefas.

Procedeu-se ao esclarecimento e apresentação do *kit* matemático, como sendo material auxiliar para a realização de todas as tarefas. Chamou-se igualmente à atenção para o facto de utilizarem o material corretamente e tirarem o maior partido de tudo aquilo que dispunham.

Com o intuito de esclarecer todas as regras, foi alertado que o Trilho Matemático não era um jogo de verificar quem chega primeiro mas sim, quem resolve corretamente o maior número de tarefas apresentadas. Assim, se induziu uma competição saudável de modo a por à prova os conhecimentos de todos os alunos e avaliar o trabalho em equipa.

Por fim, distribuíram-se os crachás com os respetivos nomes e cor do grupo e posteriormente os *kit's* por todas as díades e trio já anteriormente delineados, uma vez que estes já se dispunham sentados pelos respetivos grupos nas aulas de matemática.

O alvoroço inicial foi contagiante, ver os alunos felizes e entusiasmados é gratificante, contudo o medo de estes não cumprirem com os objetivos delineados também eram muitos.

Mesmo antes de sair da sala de aula, foram alertados que o comportamento bem como o desempenho ao longo do trilho iam ser, igualmente, critérios de avaliação. Quem não obedecesse às regras iria ser severamente penalizado tendo mesmo que abandonar o local e regressar à sala de aula procedendo a uma ficha de avaliação. Foi também referido que o professor cooperante juntamente com as três estagiárias iriam ser os orientadores ao longo de todo o trajeto como meio de verificar e orientar todos os alunos.

Já na porta, e como meio de desafiar inicialmente todos os alunos a professora interrogou relativamente ao ponto de partida. Depois de o terem identificado, todos em fila indiana e em silêncio dirigiram-se para o local. De salientar que iria um orientador à frente, dois a meio e outro no fim, fechando a sala de aula e garantindo que todos se auxiliavam do *kit* e do crachá.

No momento em que todos chegaram ao ponto de partida iniciava-se o trabalho cooperativo entre os grupos, realizado de forma autónoma, sendo que a professora intervinha apenas para clarificar dúvidas. Cada grupo ficaria responsável pelos materiais de que dispunha, das tarefas que desenvolvia e do percurso que realizaria.

Foi notório o empenho, dedicação, felicidade, admiração que todos os alunos apresentavam. Aquando do toque da campainha a indicar o término da aula, foram muitos os alunos que manifestaram o seu descontentamento querendo continuar a realizar o trajeto. Porém, todos cumpriram as regras inicialmente expostas, pois ao toque da campainha em silêncio e sem correr dirigiam-se para a sala de aula, recolhiam as mochilas e deixariam os *kit's* e crachás devidamente em cima das mesas.

Na próxima sessão continuar-se-ia o percurso, cada um o seu, e concluir-se-ia todas as tarefas. Todos os grupos finalizaram todas as tarefas no decorrer das duas aulas de noventa minutos, uns mais cedo outros mais tarde mas todos cumpriram com os objetivos inicialmente delineados.

### **Desempenho e reação ao longo das tarefas**

Análise do desempenho e reação dos grupos em torno do Trilho Matemático, tarefa a tarefa.

#### **Tarefa 1**

Como primeira tarefa do Trilho Matemático, os alunos demonstraram grande entusiasmo e curiosidade.

Nesta tarefa, a maioria da turma contabilizou as faces do topo do banco, não incluindo as faces dos pés do banco. É justificável tal reação, uma vez que os alunos nunca tiveram oportunidade de visualizar numa perspetiva matemática objetos com formato de sólidos geométricos, por esse motivo não visualizaram o banco como um sólido geométrico mas como um objeto composto por três sólidos (o topo e cada um dos pés).



*Figura 10 – Exploração da tarefa T1.1*

Contudo, houve alunos a contabilizarem mais faces do que aquelas que o banco apresentava. Assim sendo, as respostas variaram entre as seis e as dezoito faces, sendo que a maior parte (seis díades) referiu que o banco era composto por seis faces e apenas

dois grupos responderam acertadamente, referindo que o banco era composto por catorze faces.

Na T1.2 os alunos, como se pode observar na imagem, demonstraram motivação, interesse e empenho. De salientar, que determinados alunos incorporaram uma personagem como por exemplo, arquiteto, engenheiro, e foi esta a postura adotada ao longo de todo o trilha.



Figura 11 – Exploração da tarefa T1.2

Inicialmente, dois grupos demonstraram desinteresse nesta tarefa deixando-a por resolver. Porém, todos os restantes grupos empenharam-se na sua resolução.

De destacar o grupo D, que apresentou como resposta a descrição demonstrada na figura 12. Apesar do texto ser pouco claro é perceptível o raciocínio obtido, tendo o grupo assumido como a área do retângulo o topo do banco, e a área das tábuas de madeira como sendo as faces dos pés do banco com maior área. A resposta de trinta e quatro tábuas é realmente descabida e esta deve-se ao facto de os alunos realizarem incorretamente os cálculos mentalmente.

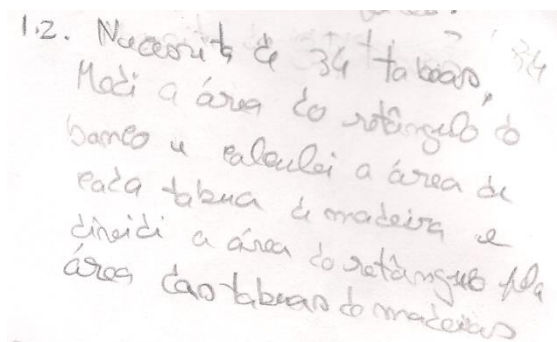


Figura 12 – Resolução do grupo D

O grupo C procedeu a uma resolução mais coerente, lógica e correta, como se pode verificar na figura 13. Mediram e calcularam a área da tábua com maior área dos pés do banco e calcularam a área do topo do banco. Após terem conhecimento de ambas as áreas verificaram quantas vezes “cobia” a área da face dos pés do banco na área do topo do banco. Utilizando uma estratégia básica, foram subtraindo a área da face dos pés do banco à área do topo, até que não conseguirem subtrair mais. Por fim, contabilizaram quantas

vezes subtraíram o valor de mil duzentos e cinquenta e quatro, aos nove mil (sete vezes). Como sobraram duzentos e vinte e dois assumiram que necessitariam de mais uma placa ou seja, no total para que fosse possível cobrir o topo do banco com as placas de madeira, necessitar-se-ia de oito placas.

$$\begin{array}{r}
 1.2 \quad 38 \times 33 = 1254 \\
 50 \times 180 = 9000 \\
 9000 - 1254 = 7746 \\
 7746 - 1254 = 6492 \\
 6492 - 1254 = 5238 \\
 5238 - 1254 = 3984 \\
 3984 - 1254 = 2730 \\
 2730 - 1254 = 1476 \\
 1476 - 1254 = 222 \\
 7 + 1(222) = 8 \\
 \text{Precisa de 8 placas.}
 \end{array}$$

Figura 13 – Resolução do grupo C

Como sendo uma tarefa inicial, o desempenho dos alunos foi satisfatório.

### Tarefa 2

A tarefa apresentada foi sem dúvida, uma das mais complexas para os alunos, contudo, a maioria (dezassete) dos alunos mantiveram o nível de envolvimento, caracterizado pelo empenho, interesse, dedicação, persistência e motivação ao longo da resolução da mesma. Todavia, os resultados obtidos não foram os mais satisfatórios.



Figura 14 – Exploração da tarefa T2

Na T2.1, de todas as tentativas de resolução, a do grupo J foi das mais perceptíveis, mas nem por isso a correta.

Como se pode verificar na figura 15, o grupo J não calculou a área do ferro vermelho presente no caixote do lixo, apenas mediram o comprimento de cada uma das faces da composição do ferro e multiplicaram por quantas faces do mesmo comprimento existiam. Este tipo de raciocínio foi o mais usual, sete dos grupos procederam ao mesmo tipo de resolução.

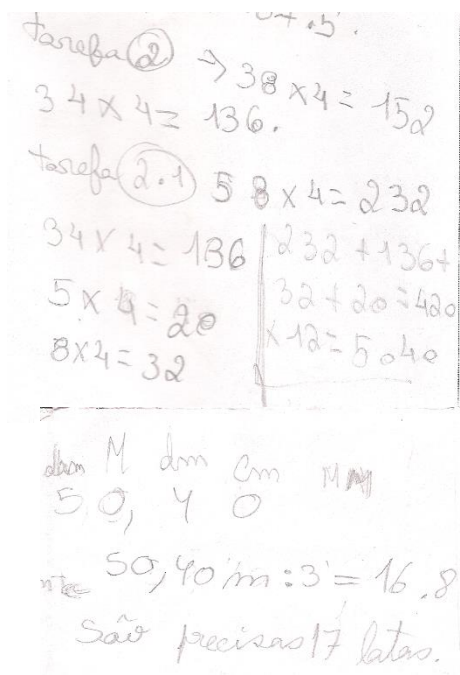


Figura 15 – Resolução grupo J

O maior obstáculo destacado nesta tarefa refere-se ao formato do ferro vermelho do caixote do lixo, este composto por paralelepípedos e não por figuras planas. Contudo, nenhum dos grupos foi capaz de visualizar que o ferro a vermelho não é um polígono, como um retângulo, e por conseguinte seria necessário determinar a área de cada uma das partes do ferro, aproximadamente. De referir que três grupos não apresentaram qualquer tipo de resposta a esta alínea, e nenhum dos restantes grupos conseguiu resolver a tarefa com sucesso. Tudo isto é compreensível devido às dificuldades que a turma apresenta na visualização de sólidos geométricos em objetos do quotidiano.

Tendo em conta as respostas obtidas na alínea anterior, na T2.2 nenhuma das resoluções estará correta, porém, foi valorizado o raciocínio e o registo escrito.

Os grupos K e F foram os que efetuaram os registos mais perceptíveis. Como consta na figura 17, o grupo K, na alínea anterior determinou que todo o ferro tinha de área quinhentos e cinquenta e nove metros quadrados. Como tal, multiplicou a área de um



caixote pelo número de caixotes do lixo existentes na escola (12), obtendo como área total de todos os caixotes seis mil seiscentos e vinte e quatro metros quadrados. Seguidamente dividiram o valor da área de todos os bancos por três. Para além da resposta não estar correta e por falta de justificação todo o raciocínio efetuado não foi esclarecido. O mesmo já não acontece com o grupo F (figura 16). Este repete o procedimento realizado na alínea anterior, adicionando todos os comprimentos medidos como se representassem a área do ferro. Após todas as medições e cálculos, concluiu que o ferro tinha de área seis metros quadrados.

Prof.: Na vossa resolução, após efetuarem todos os cálculos e concluírem que todo o ferro têm seis metros quadrados de área, como pensaram para afirmar que seriam necessárias seis latas de tintas para pintar seis metros quadrados?

Aluno F1.: Professora, se três latas de tintas dão para pintar três metros quadrados, então é porque cada lata de tinta dá para pintar um metro quadrado. Se na escola existem doze caixotes do lixo com área de seis metros quadrados, então serão necessários pintar setenta e dois metros quadrados, por isso são necessárias setenta e duas latas de tinta.

De facto, a determinação da área de todo o ferro não foi bem executada, mas todo o outro raciocínio apresentado é correto.

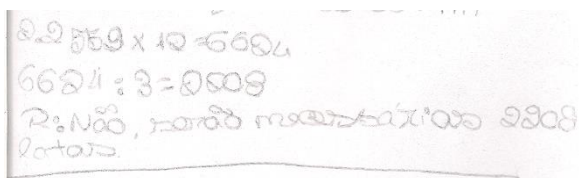


Figura 17 – Resolução grupo K

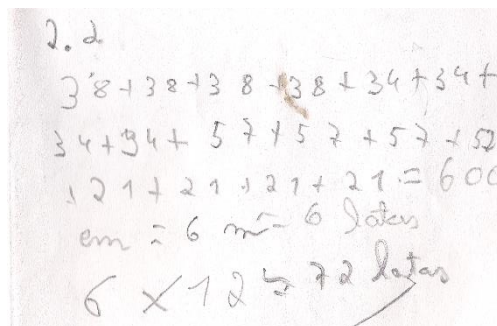


Figura 16 – Resolução grupo F

É de frisar que três grupos não realizaram esta tarefa e todos os restantes resolveram-na incorretamente.

### Tarefa 3

Ao longo desta tarefa foi notória a motivação, empenho, dedicação de todos os grupos, na resolução da mesma.

D1: Professora as aulas de matemática deviam de ser sempre assim!

Desta forma, todos os grupos deram resposta a esta questão, sendo que seis grupos se aproximaram da resposta correta, ou seja, o edifício escolar tem aproximadamente sete metros de altura. Porém três dos grupos responderam que a altura da escola era inferior a sete metros e dois grupos assumiram que a escola tinha aproximadamente dez metros de altura. Vejamos a estratégia mais utilizada pelos alunos.



Figura 18 – Exploração da tarefa T3

Em ambas as resoluções, como se demonstra nas figuras 19 e 20, os grupos, inicialmente, optaram por medir a altura de um dos colegas. Posteriormente, estimaram quantas vezes é que a altura do amigo “cabia” na altura da escola. Desta forma, o grupo C multiplicou seis vezes a altura de 1.12 metros obtendo como resposta que a escola tem cerca de 6.72 metros de altura. Já o grupo F multiplicou 1.20 metros por cinco, concluindo que a escola teria aproximadamente 6 metros de altura. De referir que este grupo para melhor exemplificar o raciocínio obtido acompanhou o algoritmo de um desenho.

C  
 3-1  $1,12 \times 6 = 6,72 \text{ m}$   
 A escola tem cerca de 6,72 m.

Figura 20 – Resolução grupo C

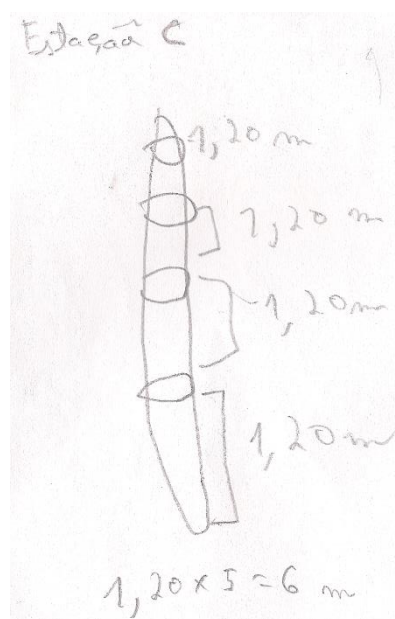


Figura 19 – Resolução grupo F



Estas não foram as únicas estratégias de resolução. O grupo G, figura 21, em vez de utilizar como unidade de medida o comprimento de um dos colegas, decidiu medir o tronco de uma árvore e estimar a altura da escola. De salientar o facto de inicialmente terem medido a árvore em centímetros, como 223 cm de comprimento. Verificaram de seguida que três vezes o comprimento da árvore perfazia a altura da escola. De destacar que no fim, os alunos converteram os 669 cm em metros obtendo como resposta que a escola tem aproximadamente 6,69 metros de altura. Os alunos conseguiram traduzir corretamente o raciocínio utilizado, recorrendo a cálculos corretos.

três  
 $223 \times 3 = 669$   
 - 223 é o tamanho da árvore  
 até chegar aos ramos. Nós  
 multiplicamos esse número  
 x 3 que nos deu 6,69m.  
 Km lit com m de em mm  
 6,6 9

Figura 21 – Resolução grupo G

#### Tarefa 4

Mais uma vez, os alunos demonstraram motivação e entusiasmo ao longo desta tarefa, talvez por ser semelhante a uma outra realizada na sala de aula proporcionando-lhes mais confiança.

Esta tarefa exploratória foi, no geral, bem-sucedida. Seis grupos obtiveram a resposta correta visualizando onze quadrados, dois grupos conseguiram visualizar dez dos quadrados e três grupos apenas contabilizaram oito quadrados.

Os grupos que visualizaram dez dos quadrados, não contabilizaram o quadrado com o lado de maior comprimento no centro da figura, figura 22:

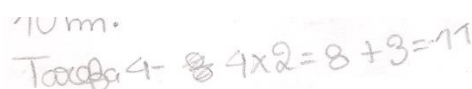


Figura 22 - Quadrados

Os grupos que obtiveram resposta de oito quadrados, apenas observaram os pequenos quadrados, não tiveram em conta que poderiam existir quadrados sobrepostos cujos lados são o dobro dos lados das medidas menores.

Pode-se concluir que a maioria conseguiu visualizar os onze quadrados existentes contudo, apenas um grupo foi capaz de explicitar, ainda que não correto, o seu raciocínio.

Deste modo, como se verifica na figura 23, a multiplicação de quatro por dois explicita o modelo retangular da multiplicação, contabilizando deste modo oito quadrados de lados de menores dimensões. Posteriormente, adicionaram três que corresponde aos quadrados com lados de maiores dimensões. Assim concluíram que na figura é possível visualizar onze quadrados. Apesar de o raciocínio estar certo, a expressão encontra-se incorreta.



Handwritten mathematical work showing a calculation: "10 m." followed by "Tudo 4 x 2 = 8 + 3 = 11".

Figura 23 – Resolução grupo H

Na T4.2, os alunos mantiveram o entusiasmo, demonstrando concentração e persistência. Esta implicava ter uma destreza a nível dos conteúdos referentes a números racionais representados por frações, dificuldade sentida pela maior parte da turma verificada ao longo das sessões dentro da sala de aula.

Perante esta dificuldade, a turma demonstrou-se mais empenhada e dedicada na resolução da tarefa, existindo apenas um grupo que não a concretizou. Dois grupos não compreenderam o enunciado e por isso não realizaram o pretendido, tendo optado por calcular a área de toda a figura. Outro apresentou aleatoriamente a resposta de quatro formas sem que tivesse apresentado qualquer tipo de raciocínio ou representação icónica (desenho) ou simbólica (fração ou cálculos).

Dois dos grupos, grupo J e grupo G, procederam à resolução da exploração de forma pouco perceptível como se verifica na figura 24.

Ambos os grupos desenharam a imagem e preencheram-na na totalidade. Sem perceber qual a intenção e raciocínio dos grupos, ao longo da entrevista tal resolução foi esclarecida:

Prof.: Expliquem-me a resposta que obtiveram nesta tarefa.

Aluno J2: Representamos várias vezes os três quartos.

Prof.: O que eu vejo é que vocês pintaram tudo e não três quartos.

Aluno J1: Não professora. Nós pintamos três quartos de várias formas, mas como não tínhamos outras cores não dá para perceber.



Figura 24 – Resolução grupo J

Foi portanto, esclarecido ao longo das entrevistas, que ambos os grupos compreenderam o que se pretendia, contudo não souberam registar de uma outra forma as possíveis soluções de resposta. Os grupos que chegaram à resposta correta demonstraram claramente dificuldades em identificar o significado de uma fração.

Foram quatro os grupos que procederam a uma resolução idêntica à representada na figura 25. Estes apenas tiveram em conta pintar três dos oito quadrados da figura, representando desta forma três oitavos e não três quartos como era solicitado. Tal resposta deve-se ao facto de os alunos ainda não terem percebido a simbologia e o significado da representação de um número sob a forma de fração, apenas interiorizaram que o numerador é a parte que normalmente se representa na figura sem atender ao significado do denominador que ilustra o número de partes em que a figura está dividida.

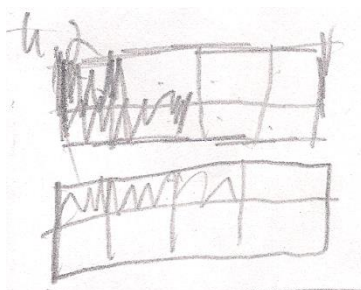


Figura 25 – Resolução grupo A

Porém, estas não foram as únicas respostas incorretas, o grupo E, demonstrou um outro raciocínio.

Na figura 26 depreende-se que os alunos sabem o que representa três quartos da figura. Contudo, representaram um quarto da figura de três modos diferentes. Considerando não uma unidade, mas três unidades. Ao invés de preencherem os quadrados fazendo corresponder três quartos da figura, representaram um quarto da figura. Deste modo, conseguiram apresentar quatro formas diferentes de representar um quarto.

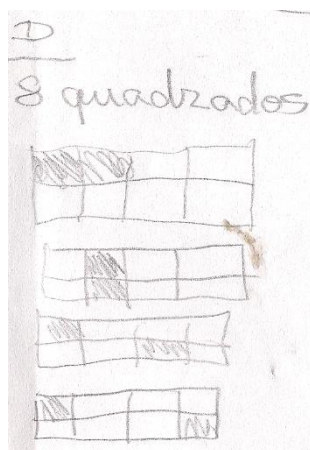


Figura 26 – Resolução grupo E

Como possíveis soluções dois grupos registraram respostas corretas. O grupo H apresentou três soluções (figura 27) e o grupo C apresentou oito soluções possíveis. Mais uma vez este último teve o melhor desempenho, como se pode verificar na figura 28.

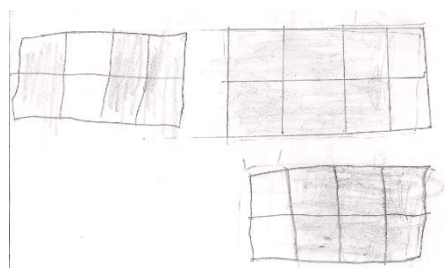


Figura 27 – Resolução grupo H



Figura 28 – Resolução grupo C

Posto isto, esta tarefa apesar de demonstrar a fragilidade dos alunos relativamente a este conteúdo, houve por parte destes uma intenção e persistência para a resolver o que demonstrou ser bastante desafiante. É neste sentido que Vale e Pimentel (2012) referem que se deve desafiar os alunos de modo a promover nestes o pensamento divergente, rico, complexo e mais produtivo, exaltando os conhecimentos prévios constituindo um estímulo para todos os estudantes.

### Tarefa 5

Quando deparados com esta tarefa, os grupos foram evidenciando excitação e interesse pela mesma. Todavia, esta foi uma das que a maioria da turma (dez grupos) não conseguiu obter a resposta correta.

Primeiramente o grupo J, figura 29, tal como mais três grupos, apenas obtiveram a resposta que o triângulo era composto por um ângulo reto, 90 graus, e dois ângulos agudos. Contudo, não apresentaram a amplitude dos ângulos agudos. Perante tal situação, deduz-se que os grupos não interpretaram corretamente o enunciado, não percebendo que seria para determinar a amplitude dos ângulos e não apenas para os classificar.

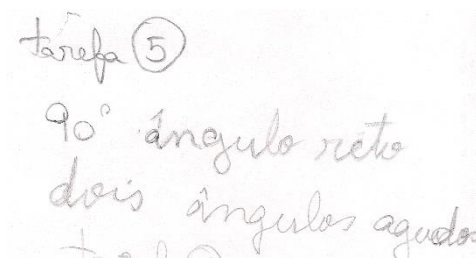
A photograph of a handwritten note on a piece of paper. The text is written in cursive and reads: 'tarefa 5', '90° ângulo reto', and 'dois ângulos agudos'. There are some faint markings below the text, possibly representing a triangle or a diagram.

Figura 29 – Resolução grupo J

O grupo I, figura 30, como a maior parte da turma (sete grupos) obtiveram como resposta que o triângulo continha um ângulo reto, 90°, e dois ângulos agudos com amplitudes de 45° cada. A resolução da díade apresenta um raciocínio claro e coerente. Inicialmente representa através de um desenho, um retângulo, dividido num triângulo e num quadrilátero, aqui claramente o desenho foi mal representado, uma vez que o que se observava no portão seria um retângulo dividido em dois triângulos por uma diagonal. Este desenho ao estar mal elaborado terá influenciado o raciocínio e a resposta dos alunos à questão. Após verificarem que o triângulo tinha um ângulo reto, automaticamente deduziram que como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo tem de ser de 180° e o triângulo tem mais dois ângulos agudos iguais, pois o triângulo seria isósceles, esses dois ângulos iriam ter a mesma amplitude e então dividiram os 90° por dois, obtendo como resposta os 45°. Fizeram a verificação adicionando a amplitude dos três ângulos – 90°; 45°; 45° - apurando que a soma das amplitudes é de 180°. Logo, os ângulos agudos tinham de amplitude 45°. De salientar, que a díade não finalizou a resposta a dar à tarefa apresentada, tendo sido esta confirmada através da entrevista efetuada.

Prof.: Qual foi a resposta que deram à tarefa?

Aluno I1: Nenhuma, porque não escrevemos.

Prof.: E perante o que apresentaram qual seria a vossa resposta?

Aluno I2: Que o triângulo tinha um ângulo de 90° e dois de 45°.

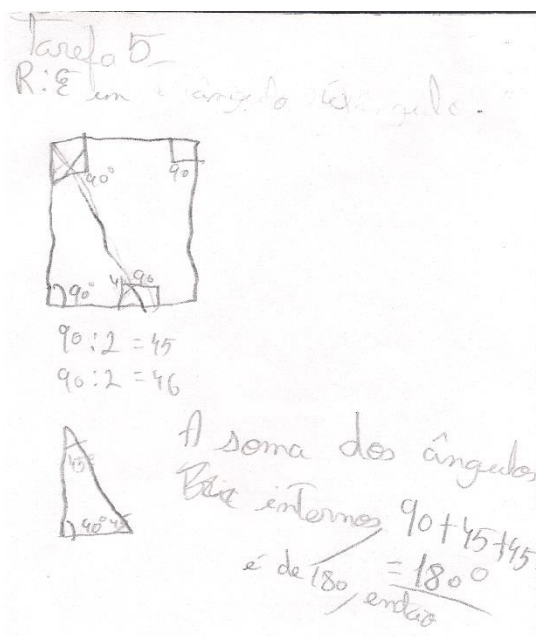


Figura 30 – Resolução grupo I

Porém, uma das díades, que foi a que demonstrou melhor raciocínio e desempenho ao longo do trilho, o que já era de esperar face à postura na sala de aula, depois de terem lido o enunciado, deslocaram-se para a frente do portão e começaram a analisar:

Aluno C1: Isto é fácil. O triângulo contém um ângulo de 90°, logo os outros dois ângulos têm 45° cada um.

Aluno C2: Que estás a dizer? Não é nada disso. Então não vês que este portão não é um quadrado?

Aluno C1: Que tem isso a ver com a amplitude dos ângulos do triângulo?

Aluno C2: Pensa comigo. Se o portão fosse um quadrado a diagonal aqui representada iria dividir o ângulo reto em dois ângulos com a mesma amplitude, mas como podes ver, porque é bem visível, o portão é um retângulo logo a diagonal nunca irá dividir um ângulo reto em dois ângulos iguais.

Aluno C1: E como é que vamos saber então a amplitude do ângulo adjacente ao solo?

Aluno C2: Medindo com o transferidor, por isso é que ele está no *Kit* que a professora nos deu, não foi para fazer feitiço e ocupar espaço.

Após esta discussão e análise da tarefa, efetuaram a medição e procederam ao registo no bloco de notas como se pode verificar na figura 31.

Inicialmente, adicionaram a amplitude do ângulo reto com o ângulo agudo adjacente ao solo, que mediram e concluíram que este tinha 60° de amplitude. De seguida, aos 180°, que corresponde à adição da amplitude dos ângulos internos de um triângulo, retiraram os 150° de modo a obter a amplitude do ângulo agudo em falta que seria de 30°.

Deste modo, concluíram, e muito bem, que o triângulo era composto por um ângulo de 90°, um de 60° e um de 30°.

E5.1

$$90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$$
$$180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

1 ângulo é de 90° outro  
ângulo é de 60° e o  
que falta é de 30°.

Figura 31 – Resolução grupo C

Tendo em conta a análise efetuada, verifica-se que o insucesso nesta tarefa foi relevante. A resposta que a maioria obteve foi a “mais intuitiva”, uma vez que a primeira reação dos alunos foi verificar que o triângulo corresponderia a um triângulo retângulo e por ser retângulo assumiram que seria isósceles, o que não é correto. No entanto, existiu um grupo capaz de dar a resposta correta, o que salvaguarda a alerta realizada em sala de aula para este tipo de tarefas. De salientar que todos os grupos responderam mantendo o nível de motivação, aspeto importante já que segundo Fontaine (2005) os alunos envolvem-se ativamente nas tarefas quando estas os desafiam.

### Tarefa 6

Nesta tarefa os alunos teriam de medir o vidro de uma janela, figura 32. Este fator fez com que houvesse envolvimento dos alunos e fosse mais notório o empenho, dedicação e entusiasmo dos mesmos.

Ao longo desta tarefa verificaram-se algumas dificuldades e o desempenho dos alunos não foi o desejado. Dois dos grupos não realizaram a tarefa e apenas três díades conseguiram aproximar-se da resolução correta.

O grupo J, figura 33, foi o que expressou e resolveu da melhor forma a T6.1. Inicialmente, mediram a altura e a largura do vidro e multiplicaram esses valores de modo a obter a área do vidro da janela.

Depois multiplicaram pelo valor de cada metro quadrado (um euro e meio), e obtiveram



Figura 32 –  
Exploração da  
tarefa T6.1



como resposta que o rapaz teria de pagar cinquenta e um euro. Neste sentido, ao longo desta resolução dá para perceber a dificuldade que o grupo apresenta na utilização de diferentes unidades de comprimento. Isto conclui-se pelo facto de não terem reduzido as unidades de centímetros para metros.

Tarefa 6

1,70 x 30 = 34

34 x 1,50 = 51 €

6 rapazes vai ter de pagar 51€

Figura 33 – Resolução do grupo J

O grupo F, figura 34, mediu apenas a altura do vidro e multiplicou por um euro e meio. Para além de não terem calculado a área do vidro não deduziram que o euro e meio era o preço por metro quadrado.

Estação F

1,20 x 1,50 = 1,5 €

Figura 34 – Resolução grupo F

Aquando das entrevistas, os alunos foram confrontados com a sua resolução.

Prof.: Expliquem-me o raciocínio obtido para dar resposta à tarefa T6.1.

Aluno F1: Medimos a altura do vidro da janela e multiplicamos por um euro e meio.

Prof.: O que é que custava um euro e meio?

Aluno F2: Um metro quadrado custava um euro e meio.

Prof.: O que significa metro quadrado?

Aluno F2: Já sei professora. Nós resolvemos mal. Um metro quadrado significa a área e nós fizemos a tarefa como se um euro e meio fosse o preço de um metro.

Prof.: E então o que teriam de fazer?

Aluno F2: Tínhamos que medir a altura e a largura do vidro. Achar a área e multiplicar por um euro e meio.

Prof.: E como se calcula a área do vidro?

Aluno F1: Multiplicando a altura pela largura.

Após o confronto com o que tinham resolvido, o grupo F facilmente detetou o erro e explicou coerentemente o procedimento que se deveria ter seguido para obter uma resolução correta.



Para além deste tipo de resoluções mais frequentes, o grupo E desistiu durante a resolução da tarefa (figura 35), pelo simples facto de a calculadora da díade ter ficado sem pilhas. Perante esta adversidade, em vez de pedir auxílio a um outro grupo, optou por executar o cálculo mas sem sucesso.

Handwritten mathematical work on a piece of paper. At the top, it says "Tarefa 6/F". Below that, there are several calculations. The first is  $1,11 \times 1,19 =$ . To the left of this is "2/3" and "1,11". Below that is a multiplication of 1,11 by 1,19, showing the result 999. To the right of this is "1,50" and "x 123,099". Below that is "111" and "+ 111". At the bottom, there is "123,099" and "R: Não Sei".

Figura 35 – Resolução grupo E

É na resolução desta tarefa que está bem patente a dificuldade que os alunos apresentaram na medição de objetos e nos respetivos cálculos a efetuar.

Ao longo da T6.1 os alunos foram demonstrando o seu descontentamento e desinteresse pela mesma, fator que influenciou a prestação dos alunos na T6.2. Assim, para além dos três grupos que não resolveram a tarefa anterior também mais quatro grupos decidiram não resolver esta alínea, T6.2. O motivo pela qual não a resolveram é totalmente desconhecido, uma vez que quando confrontados, ao longo das entrevistas, não souberam justificar. Porém, após terem sido desafiados a resolver no momento, o grupo C fez uma tentativa:

Prof.: Expliquem-me então agora como procederiam para resolver esta tarefa.

Aluno C1: Responderíamos que a vigésima primeira janela estaria fechada.

Prof.: Expliquem-me como chegaram a essa conclusão.

Aluno C1: Então três mais três são seis, seis mais seis são doze, doze mais doze vinte e quatro. Se estão abertas de três em três a vigésima primeira janela está fechada.

Prof.: Leiam de novo o enunciado e verifiquem que as janelas estão abertas de três em três.

Aluno C2: Não. Porque a primeira janela também está aberta e da primeira para a terceira que também está aberta não vão três.

Aluno C1: Pois então não sei.

Foi visível e compreensível o raciocínio obtido ao longo da entrevista do grupo C, contudo não conseguiram responder corretamente, mesmo que oralmente.

Dois grupos deram a resposta de que a vigésima primeira janela estaria meia aberta. Obviamente que esta resposta não era válida e ambos os grupos foram confrontados. Um deles não justificou a resposta e procedeu de imediato para um raciocínio idêntico ao descrito anteriormente. Já o grupo J admitiu:

Aluno J1: Professora nós concluímos que a vigésima primeira janela estava meia aberta porque contamos as janelas que tinham naquela parede e vimos que a vigésima primeira janela tinha o estore meio aberto.

Prof.: E o que diz o enunciado? Para contarem as janelas existentes na parede e ver se o estore estava aberto ou fechado?

Aluno J2: Não. Tínhamos que seguir a lógica.

Prof.: Que lógica?

Aluno J2: No enunciado diz que a primeira, terceira e sexta janelas estavam abertas e tínhamos que seguir a sequência até chegarmos à vigésima primeira janela e ver se estava aberta ou fechada.

Contudo, dois dos grupos responderam acertadamente que a vigésima primeira janela estaria aberta, todavia, no bloco de notas não expressaram o seu raciocínio, como é demonstrado na figura 36. No decorrer das entrevistas, ambos os grupos procederam ao mesmo raciocínio.

Prof.: Expliquem-me como pensaram para obter a resposta de que a vigésima primeira janela estaria aberta.

Aluno D1: Então foi assim. Se a primeira, a terceira e a sexta janelas estão abertas, então quer dizer que a décima, décima quinta e vigésima primeira estavam abertas.(executando um esquema numa folha).

Prof.: Porquê?

Aluno D1: Então da primeira para a terceira fica uma janela fechada de intervalo, da terceira para a sexta existe de intervalo duas janelas fechadas, então da próxima vez tem que haver um intervalo de três janelas fechadas e assim sucessivamente, acrescentando sempre uma janela fechada do que o intervalo anterior.

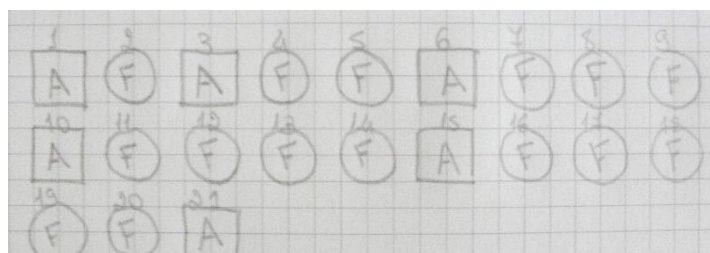


Figura 36 – Possível solução para a tarefa T6.2

### Tarefa 7

Os alunos mostraram desde logo grande entusiasmo e mantiveram a persistência durante toda a tarefa. Relativamente ao desempenho, foi bastante bom não apresentando quaisquer tipo de dificuldades.



Figura 37 – Exploração da tarefa T7

Porém, dois grupos foram incapazes de responder corretamente a esta questão. O grupo I procedeu à contagem dos quadrados, contudo esta foi mal efetuada daí a resposta de 30 pessoas estar incorreta.

O grupo H, figura 38, apresentou cálculos incompreensíveis e quando confrontados com a resolução, apenas referiram que multiplicaram os quatro quadrados pretos de largura e deduziram que o número de quadrados pretos no comprimento seria o mesmo daí surgir a multiplicação de quatro por quatro. Quando verificaram a imagem do tabuleiro de xadrez foi imediato o descontentamento, apercebendo-se de terem errado a tarefa.

$$4 \times 4 = 16$$

Figura 38 – Resolução grupo H

As respostas corretas que se apresentaram pelos restantes nove grupos, apenas dois explicitaram o raciocínio.

Em ambos os casos, figura 39 e figura 40, os grupos contabilizaram o número de quadrados pretos de largura e o número de quadrados pretos de comprimento e multiplicaram, obtendo desta forma o número total de quadros pretos. De salientar, que só o grupo G transcreveu a resposta correta.

tarefa 7

7.2

$$4 \times 8 = 32$$

de x 2

podem-se montar 32

peças.

Figura 40 – Resolução grupo G

tarefa 7

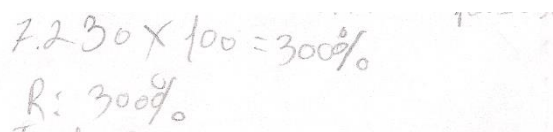
$$7.2 \quad 4 \times 8 = 32 \text{ quadrados pretos}$$

Figura 39 – Resolução grupo B

Todos os restantes, sete grupos, procederam à resposta da questão contando os quadrados pretos um a um.

A T7.2, abordando conteúdos referentes às percentagens e com base nas respostas dadas na alínea anterior, constata-se que apenas dois grupos manifestaram dificuldades. De salientar que a postura dos alunos manteve-se constante.

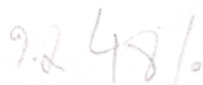
Primeiramente, o grupo I, figura 41, tendo em conta a resposta dada na alínea anterior de um total de trinta pessoas, procedeu à resolução desta tarefa insatisfatoriamente, demonstrando claramente a dificuldade em determinar percentagens. Da análise procedida ao registo desta resposta, concluiu-se que os alunos multiplicaram os trinta lugares por cem por cento mas em falta estaria o processo de dividir os trezentos pelo número total de quadrados existentes no tabuleiro. Fica evidente que recorreram a um processo automatizado sem perceberem o que realmente realizaram. Neste sentido, Stein e Lane (1996) referem que tarefas que remetem para a execução de um padrão previamente memorizado, de forma rotineira, oferecem ao aluno apenas uma única oportunidade reduzindo o seu pensamento. Assim sendo, existem tarefas que permitem desenvolver no aluno uma aprendizagem concetual possibilitando que este reflita e realize conexões estimulando-o a diferentes oportunidades de pensamento.



7.230 x 100 = 3000%  
R: 3000%

*Figura 41 – Resolução grupo I*

O grupo H, figura 42, que não respondeu corretamente à alínea anterior foi incapaz de explicitar o raciocínio obtido para apresentar como solução os quarenta e oito por cento.



7.248%

*Figura 42 – Resolução grupo H*

A resolução apresentada na figura 43, correspondente ao grupo K, que demonstra igualmente dificuldades em determinar percentagens. No entanto, o raciocínio obtido não foi de todo erróneo. Inicialmente apresenta os cálculos para determinar o número total de quadrados presentes no tabuleiro (sessenta e quatro) e posteriormente divide esse valor pelo número de quadrados pretos (trinta e dois) que corresponderia à metade. Daí, teriam

de deduzir que a metade em percentagem corresponderia a cinquenta por cento. A resposta apresentada é insuficiente e não correta para a questão colocada.

7.28 x 8 = 64  
 $\frac{64}{32}$   
R: A percentagem é de  $\frac{64}{32}$

Figura 43 – Resolução grupo K

Os grupos A e J, figura 44, apresentaram a resposta em número fracionário. O raciocínio apresentado é plausível apenas faltou representar um meio em percentagem.

64 quadrados  
 $\frac{32}{64} = \frac{1}{2}$

Figura 44 – Resolução grupo A

Dos restantes seis grupos que obtiveram a resposta correta, apenas três apresentaram o raciocínio devidamente justificado. Porém, dos três, o grupo G foi o que apresentou uma justificação mais completa como se pode verificar na figura 45. Apesar de se verificar alguma dificuldade na transcrição do raciocínio, percebe-se que o intuito é referir que existem trinta e dois quadrados pretos (não pintados) e trinta e dois quadrados brancos (pintados), ou seja, metade corresponde a quadrados pretos e outra metade a quadrados brancos, o que faz com que a percentagem de quadrados com cadeiras representem cinquenta por cento.

7.2 -  
O tabuleiro tem 32  
pintados e os outros 32  
a preto quer dizer que  
50% do quadrado não está  
pintado.

Figura 45 – Resolução grupo G

De modo geral a T7, foi uma das tarefas em que todos os alunos se empenharam na sua resolução.

### **Tarefa 8**

Na T8, mais uma vez, a atenção dos alunos é um aspeto a salientar. Durante a realização de toda a tarefa, revelaram grande interesse, procedendo à manipulação de materiais e cálculos para a conseguir resolver, figura 46. O desempenho foi bom, demonstraram menos dificuldades durante a sua resolução, tal facto deve-se a este conteúdo ter sido abordado mais recentemente.



*Figura 46 – Exploração da tarefa T8*

De modo geral todos os grupos deram resposta a este desafio, exceto um, grupo F.

Na T8.1, pretendia-se que os alunos classificassem o triângulo relativamente ao comprimento dos seus lados e à amplitude dos seus ângulos. Apenas o grupo K, classificou o triângulo somente quanto ao comprimento dos seus lados, referindo que se tratava de um triângulo escaleno. Dois grupos, grupo J e H, classificaram o triângulo quanto à amplitude dos seus ângulos, afirmando que este se tratava de um triângulo retângulo. Dois outros grupos, grupo A e E, classificaram o triângulo, e muito bem, como um triângulo escaleno e retângulo. Contudo, quatro dos grupos, C, D, G e I, classificaram o triângulo como sendo um triângulo isósceles ou um triângulo retângulo.

De modo geral, os alunos demonstraram conhecimento nas designações da classificação dos triângulos, quer quanto ao comprimento dos lados quer quanto à amplitude dos ângulos. Durante a correção, as respostas dadas eram validadas, ou não, consoante as medições efetuadas na alínea anterior. Contudo, seria indispensável que relativamente à amplitude dos ângulos classificassem o triângulo, como triângulo retângulo.

Ao longo da T8.2, os alunos mantinham-se empenhados e dedicados ao trabalho que estavam a efetuar. Todavia, tanto nesta tarefa como na anterior, não foram coerentes relativamente às respostas, contradizendo-se. Vejamos, o grupo I, figura 47. Classificou inicialmente o triângulo como isósceles, porém, já na realização desta alínea, assume que o triângulo tem como base catorze centímetros e altura quinze centímetros. De modo a

perceber qual o erro ou lacuna cometida, procedeu-se ao esclarecimento através da entrevista.

Prof.: Como procederam para dar resposta à alínea 8.1?

Aluno I1: Olhamos para a figura que estava pintada na parede e vê-se logo que é isósceles e retângulo.

Prof.: Mas como podem vocês ter a certeza que o triângulo é isósceles.

Aluno I1: Medindo.

Prof.: Foi isso que fizeram na alínea 8.1? Mediram e só depois classificaram o triângulo?

Aluno I2: Eu já percebi porque é que a professora nos está a perguntar isto. Nós na 8.1 dissemos que o triângulo era isósceles, porque foi a olho, não medimos. Nós só medimos para fazer a alínea 8.2 e já vi que não bate certo, não é?

Tais procedimentos foram adotados por mais dois grupos, grupo D e C, figura 48, não tendo sido coerentes nas respostas a estas tarefas, T8.1 e T8.2.

Será ainda de realçar que como registo efetuado, o grupo I demonstrou mais cautela, apreço e organização que o grupo D, que para além de transcrever mal o número de uma parcela para a outra, não coloca unidades de medida nem apresenta qualquer resposta à tarefa proposta, assumindo como possível solução apenas a resolução do cálculo efetuado.

Tarefa 8  
8.1 Triângulo  
Lado - isósceles  
ângulo - retângulo  
8.2  $\frac{b \times a}{2} = \frac{14 \times 15}{2} = \frac{210}{2} = 105 =$   
R.: A área é de 105 cm<sup>2</sup>

Figura 47 – Resolução grupo I

8.1 retângulo isósceles  
8.2  $14,5 \times 15 = 217,5$   
 $17,5 \div 2 = 108,75$

Figura 48 – Resolução grupo D

A execução desta tarefa foi realizada por sete grupos, de forma coerente relativamente à T8.1.

Como se pode constatar com os registos efetuados pelo grupo J e K, figura 49 e 50, nenhum apresenta resposta completa. Para além de não usarem unidades de medida, nem responderem por extenso à tarefa, o grupo J realiza todos os cálculos numa mesma parcela, estando incorreto matematicamente. O grupo K regista corretamente a divisão (duzentos e trinta e dois vírgula cinco a dividir por dois), todavia apresenta um resultado incoerente (quatrocentos e quarenta e seis vírgula cinco) o que representa o dobro e não a metade. Deste modo, o grupo K efetuou a operação inversa não demonstrando espírito crítico.



triângulo retângulo.  
 $5 \times 5 = 25 : 2 = 12.5$   
 A área da quadrilátero  
 é  $25 \text{ cm}^2$ .

Figura 49 – Resolução grupo J

tarefa 1-1  
 8.1 triângulo escaleno  
 8.2  $15,5 \times 15 = 232,5$   
 $232,5 : 2 = 116,25$   
 R: A área é de  $116,25$

Figura 50 – Resolução grupo K

Além das lacunas cometidas por alguns grupos, o grupo A, figura 51, representou de forma sucinta e incompleta o cálculo. Apresenta as unidades de medida sem qualquer tipo de resposta por extenso.

escaleno  
 retângulo

---


$$\frac{14 \times 15}{2} = 105 \text{ cm}^2$$

Figura 51 – Resolução grupo A

Ao longo da T8.3 os alunos mantiveram uma postura responsável. Interligada com a alínea anterior, T8.2, os dez grupos procederam à sua resolução. Dois grupos continuam a demonstrar incoerência e falta de espírito crítico.

O grupo I, figura 52, apresenta uma resposta para esta tarefa que de todo não condiz com o que foi referido na alínea anterior. Inicialmente refere que a base do triângulo, representativa de um dos lados do quadrilátero, tem catorze centímetros, porém, na alínea T8.3 refere que esse mesmo lado contém quinze centímetros. O mesmo se passa na resolução do grupo D, figura 53. Inicialmente o mesmo lado contém catorze centímetros e meio e posteriormente já contém quinze centímetros. Confrontados com o registado ambos os grupos referiram que mediram duas vezes o mesmo lado, sem que se tivessem apercebido. Neste sentido, fica bem patente que os alunos demonstram



dificuldades, estas representadas a nível de conteúdos relacionados com as diagonais de um quadrilátero, seja ele quadrado ou retângulo.

8.2  $\frac{b \times a}{2} = \frac{14 \times 15}{2} = \frac{210}{2} = 105 =$   
 $\frac{210}{2} =$   
 R: A área é de  $105 \text{ cm}^2$

---

8.3  $l \times l = 15 \times 15 = 225 \text{ cm}^2$   
 R: A área é de  $225 \text{ cm}^2$ .

Figura 52 – Resolução grupo I

8.2  $14,5 \times 15 = 217,5$   
 $217,5 \div 2 = 108,75$

8.3  $15 \times 15 = 225$

Figura 53 – Resolução grupo D

Os restantes oito grupos procederam de modo coerente à resolução da tarefa.

O grupo G e C, figura 55 e 54 respetivamente, demonstraram conhecimentos relativamente ao cálculo de áreas, quer de triângulos, quer de quadriláteros. Outros seis grupos procederam de forma idêntica a estas aqui representadas. Continua a ser visível a ausência de unidades de área por parte do grupo G.

8.2  
 $14 \times 14 = 196$   
 $196 : 2 = 98$

8.3  
 $14 \times 14 = 196$   
 Área é 196

Figura 55 – Resolução grupo G

8.2  $15 \times 74 = 210$   
 $210 : 2 = 105 \text{ cm}^2$

8.3  $15 \times 74 = 210 \text{ cm}^2$

Figura 54 – Resolução grupo C

De modo geral, independentemente das incorreções e lacunas já referidas ao longo de toda a T8, foi possível perceber que os alunos adquiriram os conhecimentos base no que concerne à classificação de triângulos e ao cálculo de áreas de triângulos e quadriláteros. O espírito crítico fica aquém de todas as expectativas, segundo Mann (2006) este déficit deve-se pela ausência da relação entre a formulação e a resolução de problemas.

### Tarefa 9

De todas as tarefas apresentadas ao longo do Trilho Matemático, esta contempla um grau de complexidade acrescido porém, possível de ser resolvido pelos alunos. Era de esperar mais dificuldades e dúvidas.

O empenho e dedicação ao longo desta tarefa foi visível.

A1: Isto é mesmo *fixe!*

No entanto, um diáde optou por não resolver a T9 por incompreensão do enunciado.



Figura 56 – Exploração da tarefa T9

De todas as alíneas apresentadas ao longo da T9, a T9.1 seria a que contemplaria menos grau de complexidade. Dez grupos responderam a esta questão. Seis verificaram que o décimo sétimo quadrado seria de cor azul e quatro afirmaram que o décimo sétimo quadrado seria de cor verde.

Tanto o diáde J, figura 58, como o diáde F, figura 57, responderam que o décimo sétimo quadrado seria de cor azul, apesar de representarem os raciocínios de formas distintas. A diáde J identificou a sequência, prolongando-a até ao décimo sétimo quadrado e verificando que este seria azul. A diáde F optou por seguir a sequência mas do terceiro quadrado passou para o sexto quadrado, do sexto para o décimo segundo, do décimo segundo para o décimo quinto e do décimo quinto para o décimo sétimo. Para melhor perceber o raciocínio obtido ao longo da resolução entrevistou-se o grupo.

Prof.: Expliquem-me o raciocínio obtido para dar resposta a esta alínea.

Aluno F1: Inicialmente, seguimos a sequência e verificamos que o décimo sétimo quadrado seria de cor azul.

Prof.: Tudo bem, mas isso não é o que está representado no papel.

Aluno F2: Para que a professora percebesse e não tivéssemos que escrever a cor dos quadrados um a um, verificamos que os números ímpares eram de cor azul e os pares de cor verde, então optamos por “saltar” quadrados e apresentar apenas alguns, inclusive o décimo sétimo que seria azul.

De salientar, que dos grupos que apresentaram como resposta o décimo quadrado azul, apenas a diáde F foi capaz de elaborar este raciocínio, todos os outros seguiram a sequência. Porém, quando confrontados ao longo das entrevistas e quando solicitado que outra estratégia poderiam ter utilizado, três dos grupos foram capazes de proceder ao mesmo raciocínio que o grupo F.

A resposta dos restantes grupos foi igualmente aceite, uma vez que estes se dirigiram a um outro posto em que as cores eram as mesmas mas pintadas de forma inversa, ou seja, os quadrados representados por números ímpares eram verdes e os pares eram azuis.

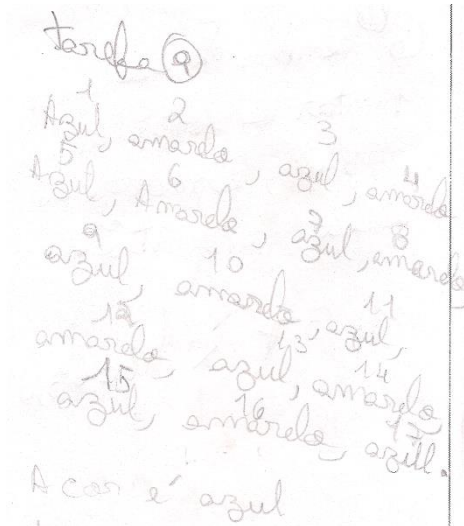


Figura 57 – Resolução grupo J

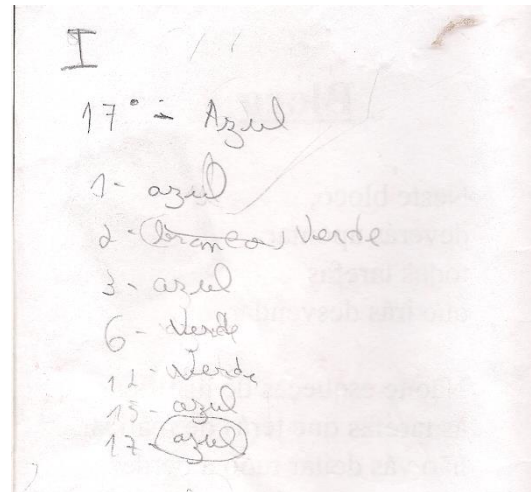


Figura 58 – Resolução grupo F

A resolução apresentada na figura 59 foi obtida pelo diáde C. No intervalo de um ao décimo sétimo, colocaram os números ímpares como quadrados verdes e números pares como quadrados azuis. Tal como o grupo F este diáde seguiu exatamente o mesmo raciocínio, obtendo respostas diferentes pelo facto de não terem analisado a tarefa no mesmo posto. Os restantes três grupos apesar da mesma resposta que a diáde C, não seguiram este raciocínio, seguiram a sequência até ao décimo sétimo quadrado.

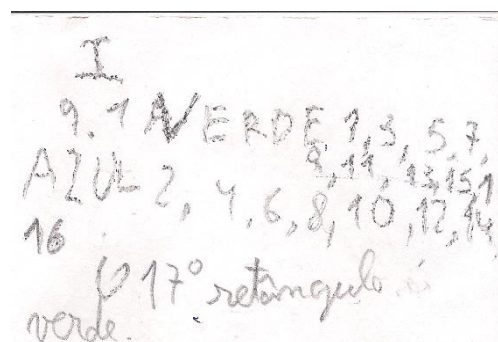


Figura 59 – Resolução grupo C

Esta alínea foi das que obteve mais sucesso durante todo o trilha.

Na T9.2 o entusiasmo já não demonstrava ser o mesmo, talvez por se terem apercebido que o grau de complexidade seria maior e por isso ficaram remitentes se conseguiriam ou não resolvê-la. Ao contrário do sucedido na alínea anterior, nesta demonstraram claras dificuldades na interpretação do enunciado e na sua resolução.

Dos dez grupos que realizaram a T9, cinco não conseguiram perceber o que se pretendia, não respondendo a esta alínea.

Nas figuras 60 e 61, estão demonstradas duas das resoluções de grupos distintos aos quais, nem eles próprios conseguiram explicar os registos efetuados.

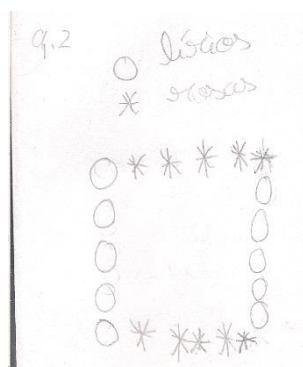


Figura 61 – Resolução grupo B

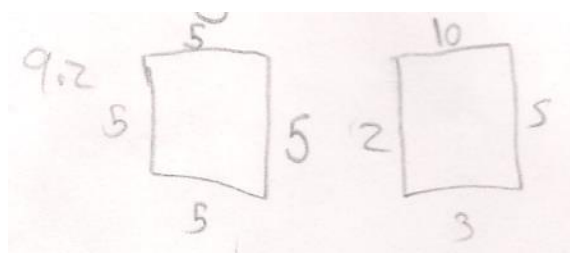


Figura 60 – Resolução grupo D

Foram três os grupos que apresentaram tentativas de resolução.

A resolução apresentada pelo grupo J, figura 62, é pouco coerente. No primeiro quadrilátero superior, apresenta dez rosas e oito lírios, dispostos sem qualquer tipo de coerência, tanto as linhas continham quatro pés de flores como já continham cinco. No segundo quadrilátero inferior apresentam doze rosas e doze lírios, dispostos igualmente de forma incoerente. Já no restante “quadrado” o grupo demonstrou uma outra lógica de pensamento. Cumprindo com o referido no enunciado, apresentaram oito pés de rosas e oito pés de lírios dispostos quatro a quatro. Apenas foi considerada como resposta correta uma das tentativas apresentadas. O grupo teve o cuidado de patentear uma legenda de forma a melhor se perceber todos os registos efetuados. Uma vez que só este grupo apresentou uma resposta plausível, foi interrogado.

Prof.: Perante as possíveis respostas que vocês apresentaram a esta tarefa o que me têm a dizer?

Aluno J2: Agora que estamos a ver o que resolvemos, as duas primeiras opções que apresentamos estão mal, porque contamos mal. Tem mais pés de flores do que pede na tarefa.

Prof.: Muito bem. E depois na terceira vez acham que resolveram bem?

Aluna J1: Sim professora, apresentamos oito lírios e oito rosas dentro de um quadrado, está bem!

Prof.: E porque não continuaram a tentar representar mais opções?

Aluna J2: Oh professora porque se não nunca mais acabávamos.

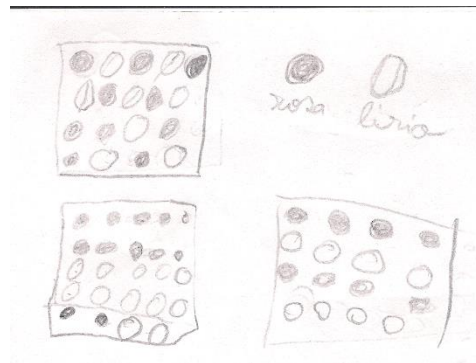


Figura 62 – Resolução grupo J

Este grupo apresentou três possíveis soluções o que não se verificou nos restantes. Alguns grupos apresentaram somente uma solução referindo que seria suficiente para dar resposta à tarefa. Deste modo, pode-se concluir que alguns dos alunos não estão familiarizados com este tipo de problemas, não percebendo que por vezes não existe uma resposta única para a questão formulada (Ponte, 2005).

As duas resoluções que se apresentam na figura 63 e 64 são idênticas, contudo foram realizadas por díades distintas, díade I e H, respetivamente. De notar que como a resolução é exatamente a mesma conclui-se que os díades se juntaram para resolver esta tarefa, verificando-se o espírito cooperativo, de equipa, e colaborativo entre os pequenos grupos. No que concerne às resoluções efetuadas, a primeira proposta apresentada não foi validada como uma possível resposta à tarefa. Os alunos deduziram que podiam efetivamente sobrar pés de flores. Consideraram o suporte para as flores como sendo um quadrado, apresentando o mesmo número de pés de flores tanto em comprimento como em largura. A segunda opção apresentada foi igualmente considerada nula por falta de cumprimento do solicitado, ou seja, os alunos apresentam doze pés de lírios e quatro pés de rosas. Quando confrontados com a resolução que obtiveram, assumiram não ter percebido o enunciado da tarefa.

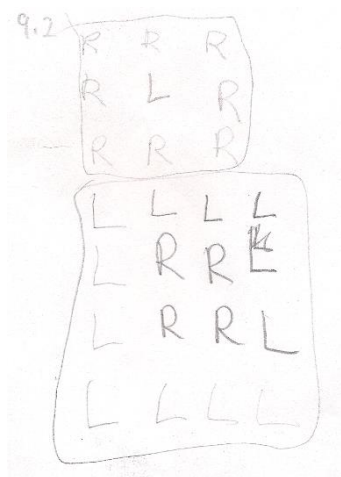


Figura 64 – Resolução grupo I

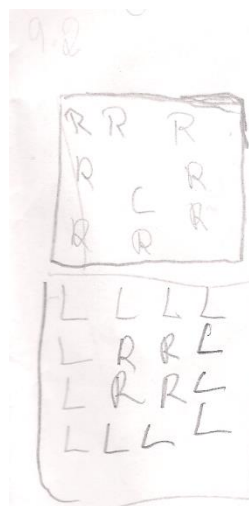


Figura 63 – Resolução grupo H

Os resultados obtidos poderiam ter sido mais satisfatórios se o enunciado fosse mais claro e conciso.

Na T9.3 a postura dos alunos foi idêntica à adotada ao longo da T9.2. Os dez grupos tentaram dar resposta a esta alínea, todavia apenas um apresentou um raciocínio perto da resposta correta.

As figuras 65, 66 e 67, foram três das soluções apresentadas por distintos grupos a esta tarefa. Nestes casos quando confrontados com os resultados, alegaram não ter percebido o enunciado ou não saber qual a estratégia ou o modo de a resolver.

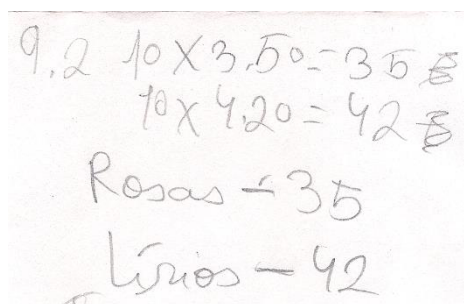


Figura 65 – Resolução grupo I

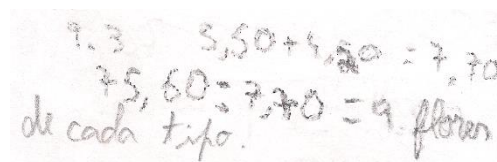


Figura 66 – Resolução grupo C

Tarefa (9.3)

$$75.60 : 4.20 = 18 \text{€}$$

$$75.60 : 3.50 = 21.6 \text{€}$$

$$21.6 + 18 = 39.6 \text{€}$$

Não custam 39.6.

Figura 67 – Resolução grupo J

Sem obter a resposta correta, valeu o esforço, dedicação e empenho demonstrado pelo diáde representante da resolução exposta na figura 68. Os registos efetuados, descoordenadamente e sem coerência foram os que surgiram durante o raciocínio.

Prof.: Como é que procederam para resolver à T9.3?

Aluno D1: Foi por tentativas professora, por isso é que está uma confusão que ninguém consegue perceber. Primeiro, pensamos que tínhamos dez pés de lírios e dez pés de rosas e ao multiplicar pelo valor de custo de cada um vimos que não poderia ser. Depois, fomos tirando de um lado e colocando do outro, para conseguirmos atingir o valor de 75.60 euros. Mas já cansados de fazer tentativas e como chegamos ao valor de 76.30 euros e era o valor mais próximo que tínhamos conseguido dos 75.60 euros, assumimos que cada posto teria oito pés de lírios e doze pés de rosas.

Este foi o grupo que evidenciou melhor raciocínio nesta tarefa.

9.3

10 lírios	77	10 rosas
42		35
9 lírios		10
37,8		11 rosas
		38,5
	76,3	
8 lírios	36,8	12 rosas

Figura 68 – Resolução grupo D

Nenhum grupo obteve uma resposta correta a esta tarefa. Eram previsíveis estes resultados, devido às dificuldades demonstradas em sala de aula na compreensão e interpretação de enunciados, resolução de problemas e de investigações.



### Tarefa 10

Ao longo da T10 os alunos demonstraram grande entusiasmo, motivação e interesse, para além de estarem cada vez mais perto do término do Trilho, na sala de aula já se tinha resolvido uma tarefa idêntica, despertando-lhes uma maior confiança e determinação.

A tarefa abordou conteúdos que os alunos dominavam, contudo apresentaram dificuldades na representação matemática.

O grupo I, como se pode observar na figura 69, apesar de dar a entender que tem conhecimentos relativamente às propriedades indicadas pelas diferentes alíneas, não dá para perceber pela análise do registo, se sabem ou não diferenciar segmentos de reta de reta. Está claramente expresso que não adquiriram a representação matemática correta. Registo idêntico verificou-se pelo grupo A.

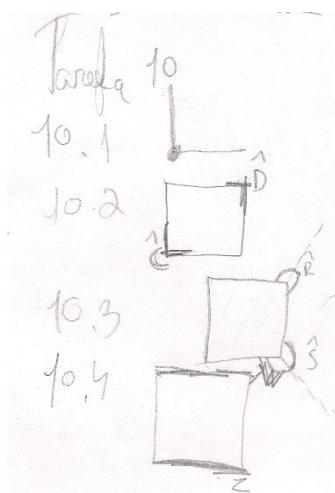


Figura 69 – Resolução grupo I

Numa tentativa de melhor representação que os grupos anteriores, o grupo J, figura 70, aproximou-se da representação matemática correta. Demonstrou dificuldades relativamente aos conteúdos de ângulos adjacentes e ângulos opostos. Pelo registo efetuado é perceptível que o grupo não distingue segmento de reta de reta. Quatro dos grupos demonstrou dificuldade foi não só na identificação de ângulos opostos e adjacentes como principalmente na representação matemática correta.



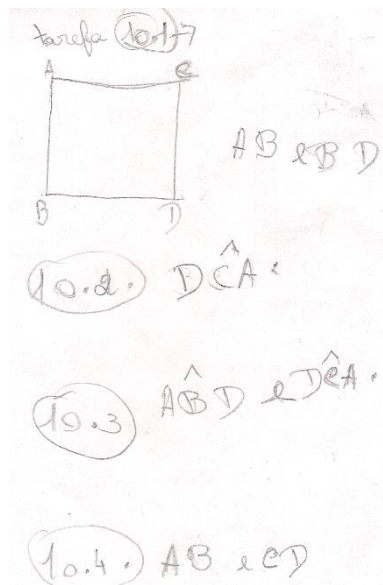


Figura 70 – Resolução grupo J

O único grupo que concluiu esta tarefa com sucesso foi o grupo que tem vindo a demonstrar o melhor desempenho em quase todas as tarefas, grupo C, figura 71.

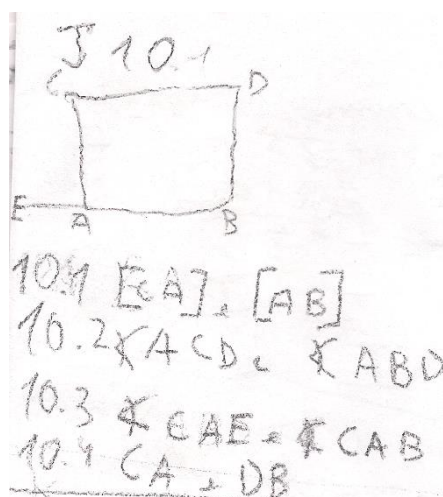


Figura 71 – Resolução grupo C

### Tarefa 11

Estando perante a penúltima tarefa do Trilho Matemático, os alunos continuaram a demonstrar empenho, dedicação, entusiasmo, motivação e cooperação.

F2: Professora se todas as aulas de Matemática fossem assim, até eu passaria a gostar!

Ao longo da realização desta tarefa, os alunos apresentaram diversas resoluções. Apenas dois grupos se aproximaram da solução correta (aproximadamente 16,50 metros), com resultados como 17,16 metros e 15,53 metros. Todavia, seis grupos responderam que o perímetro da figura corresponderia a 22,58 metros e 22,80 metros. Apenas dois grupos

referiram que o perímetro da figura seria menos que os 16,50 metros, um referiu que a figura tinha 7,00 metros e o outro 11,30 metros. A maioria optou por colocar o novelo à volta da figura e posteriormente esticar e medir com a régua. Porém, um grupo optou por medir o tamanho do pé e multiplicar essa medida pelo número de pegadas dadas ao longo do comprimento do fio do novelo.



*Figura 72 – Exploração da tarefa T11*

No decorrer desta tarefa para além dos aspetos já referenciados, foi notória a cooperação entre os grupos, o qual se coaduna com o referido por Niza (1998) “o trabalho de grupo tem-se revelado a melhor estrutura social para aquisição de competências, o que contraria frontalmente toda a tradição individualista e competitiva da organização do trabalho na escola” (p. 4).

### **Tarefa 12**

Nesta tarefa, que envolvia a construção e realização de um problema, era expectável alguma desmotivação ou desinteresse, uma vez que, no geral, a turma não tinha por hábito proceder a este tipo de desafio. Verificou-se o contrário, alguns dos alunos mostraram-se bastante entusiasmados, motivando mesmo aqueles que manifestavam desânimo.

Tendo em conta a natureza desta tarefa, teve-se em atenção se os alunos procederam à formulação do problema de forma clara e coerente, utilizando linguagem

matemática apropriada. De acordo com o conteúdo matemático eleito e a forma como este foi explorado na formulação do problema, também a correção científica e a criatividade foram focos de avaliação. O raciocínio foi tido em conta durante a resolução do mesmo, como forma de confirmação da validade do problema criado.

O grupo J, como se pode verificar na figura 73, centrou-se nos conteúdos e nas tarefas apresentadas ao longo do trilho, criando uma tarefa envolvendo a área de retângulos. O enunciado é escrito de forma simples e coesa, contudo a formulação da pergunta não é a mais correta. Procederam à resolução do problema verificando a veracidade do mesmo. Esta é efetuada de modo incompleta, as medições apresentadas não são as reais do portão estimando tanto a altura como a base, não apresentam unidades de medida, nem uma resposta ao problema.



Figura 73 – Tarefa do grupo J

O grupo H foi além do tipo de tarefas apresentadas ao longo do trilho, como se pode constatar na figura 74. Elegeram um objeto que não estava inserido no Trilho Matemático e formularam um problema com base em problemas resolvidos na sala de aula, provenientes do manual escolar. O enunciado em forma de pergunta é formulado de modo claro e coeso, podendo somente ter salientado que a tabela tem a forma de quadrado. Os próprios alunos não perceberam o problema formulado, dando uma resposta incorreta, sem apresentarem qualquer tipo de raciocínio. Tal lacuna foi reconhecida quando confrontados com os seus registos e aquando da correção na sala de aula, optando-se por

modificar o valor da área da tabela, de modo a simplificar a resolução, obtendo número exato.



área m<sup>2</sup> lá

Sabendo que a tabela do cesto tem 5 cm<sup>2</sup> quadrados centímetros tem de perimetro R: 20 cm.

Figura 74 – Tarefa do grupo H

O grupo K, figura 75 elegeu igualmente um objeto que não estava inserido no trilha mas optou por formular um problema parecido ao já apresentado (T4.1). Para além da primeira pergunta não estar formulada corretamente, percebe-se qual a intenção dos alunos. Não expõem qualquer enunciado, apenas apresentam as questões. Fazem uma representação da imagem da qual se serviram, para tentarem dar resposta ao problema formulado. Efetuaram corretamente a identificação da figura (retângulo), contudo a contagem dos mesmos tornou-se bastante confusa e impercetível, uma vez que tiveram em conta os diferentes tamanhos que poderiam existir. Este desafio tornou-se difícil para esta faixa etária.



Qual a figura geométrica que compõe o objeto?  
 Quantos conseguimos contar?

$23 \times 8 = 184$   
 $184 + 13 = 197$   
 $197 + 12 = 209$   
 $209 + 3 = 212$   
 $212 + 6 = 218$   
 $218 + 2 = 220$   
 $220 + 6 = 226$   
 $226 + 6 = 232$   
 $232 + 6 = 238$   
 $238 + 6 = 244$   
 $244 + 6 = 250$   
 $250 + 6 = 256$   
 $256 + 6 = 262$   
 $262 + 6 = 268$   
 $268 + 6 = 274$   
 $274 + 6 = 280$   
 $280 + 6 = 286$   
 $286 + 6 = 292$   
 $292 + 6 = 298$   
 $298 + 6 = 304$   
 $304 + 6 = 310$   
 $310 + 6 = 316$   
 $316 + 6 = 322$   
 $322 + 6 = 328$   
 $328 + 6 = 334$   
 $334 + 6 = 340$   
 $340 + 6 = 346$   
 $346 + 6 = 352$   
 $352 + 6 = 358$   
 $358 + 6 = 364$   
 $364 + 6 = 370$   
 $370 + 6 = 376$   
 $376 + 6 = 382$   
 $382 + 6 = 388$   
 $388 + 6 = 394$   
 $394 + 6 = 400$   
 $400 + 6 = 406$   
 $406 + 6 = 412$   
 $412 + 6 = 418$   
 $418 + 6 = 424$   
 $424 + 6 = 430$   
 $430 + 6 = 436$   
 $436 + 6 = 442$   
 $442 + 6 = 448$   
 $448 + 6 = 454$   
 $454 + 6 = 460$   
 $460 + 6 = 466$   
 $466 + 6 = 472$   
 $472 + 6 = 478$   
 $478 + 6 = 484$   
 $484 + 6 = 490$   
 $490 + 6 = 496$   
 $496 + 6 = 502$   
 $502 + 6 = 508$   
 $508 + 6 = 514$   
 $514 + 6 = 520$   
 $520 + 6 = 526$   
 $526 + 6 = 532$   
 $532 + 6 = 538$   
 $538 + 6 = 544$   
 $544 + 6 = 550$   
 $550 + 6 = 556$   
 $556 + 6 = 562$   
 $562 + 6 = 568$   
 $568 + 6 = 574$   
 $574 + 6 = 580$   
 $580 + 6 = 586$   
 $586 + 6 = 592$   
 $592 + 6 = 598$   
 $598 + 6 = 604$   
 $604 + 6 = 610$   
 $610 + 6 = 616$   
 $616 + 6 = 622$   
 $622 + 6 = 628$   
 $628 + 6 = 634$   
 $634 + 6 = 640$   
 $640 + 6 = 646$   
 $646 + 6 = 652$   
 $652 + 6 = 658$   
 $658 + 6 = 664$   
 $664 + 6 = 670$   
 $670 + 6 = 676$   
 $676 + 6 = 682$   
 $682 + 6 = 688$   
 $688 + 6 = 694$   
 $694 + 6 = 700$   
 $700 + 6 = 706$   
 $706 + 6 = 712$   
 $712 + 6 = 718$   
 $718 + 6 = 724$   
 $724 + 6 = 730$   
 $730 + 6 = 736$   
 $736 + 6 = 742$   
 $742 + 6 = 748$   
 $748 + 6 = 754$   
 $754 + 6 = 760$   
 $760 + 6 = 766$   
 $766 + 6 = 772$   
 $772 + 6 = 778$   
 $778 + 6 = 784$   
 $784 + 6 = 790$   
 $790 + 6 = 796$   
 $796 + 6 = 802$   
 $802 + 6 = 808$   
 $808 + 6 = 814$   
 $814 + 6 = 820$   
 $820 + 6 = 826$   
 $826 + 6 = 832$   
 $832 + 6 = 838$   
 $838 + 6 = 844$   
 $844 + 6 = 850$   
 $850 + 6 = 856$   
 $856 + 6 = 862$   
 $862 + 6 = 868$   
 $868 + 6 = 874$   
 $874 + 6 = 880$   
 $880 + 6 = 886$   
 $886 + 6 = 892$   
 $892 + 6 = 898$   
 $898 + 6 = 904$   
 $904 + 6 = 910$   
 $910 + 6 = 916$   
 $916 + 6 = 922$   
 $922 + 6 = 928$   
 $928 + 6 = 934$   
 $934 + 6 = 940$   
 $940 + 6 = 946$   
 $946 + 6 = 952$   
 $952 + 6 = 958$   
 $958 + 6 = 964$   
 $964 + 6 = 970$   
 $970 + 6 = 976$   
 $976 + 6 = 982$   
 $982 + 6 = 988$   
 $988 + 6 = 994$   
 $994 + 6 = 1000$

1 É o retângulo

Figura 75 – Tarefa do grupo K

Elegido um objeto não utilizado no Trilho Matemático, o grupo G, para a formulação do enunciado inspirou-se na T1, figura 76. Apresenta mais dificuldades na formulação do problema, sendo pouco claro devido à estrutura das frases, ou seja, demonstra bastantes fragilidades ao nível da escrita. Na primeira alínea determinaram corretamente a área e o perímetro da base do banco. Na segunda, não dá qualquer tipo de resposta. Inicialmente, seria necessário calcular a área de cada uma das faces do banco e também de um dos quadrados do chão e posteriormente, verificar quantas vezes “cabia” a área do quadrado do chão, na área de cada uma das faces do banco. No final, adicionar-se-ia o número de quadrados que “caberiam” em cada uma das faces do banco, perfazendo o total de quadrados necessários.

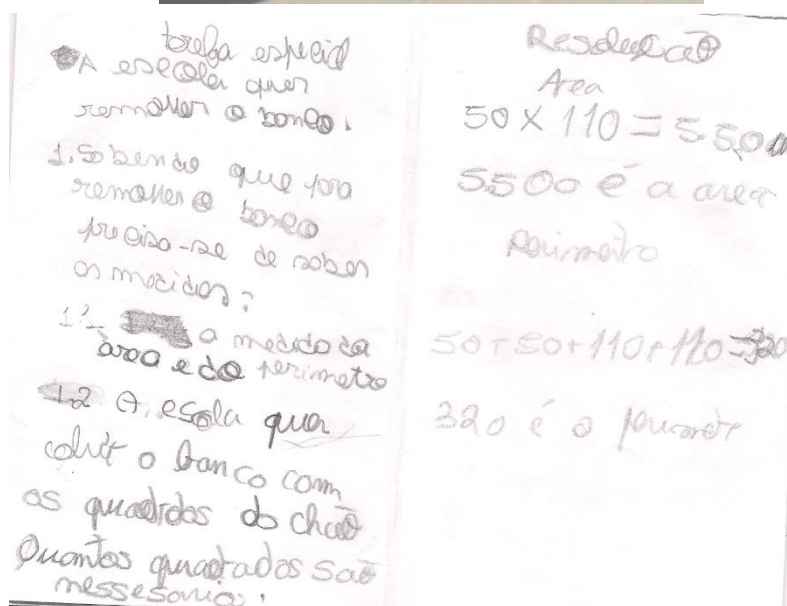


Figura 76 – Tarefa grupo G

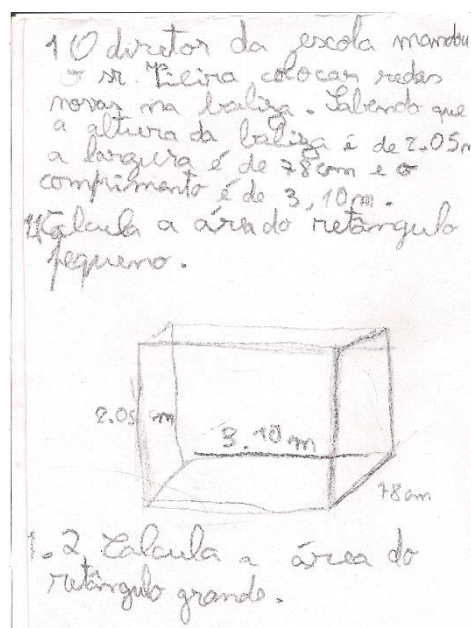
O grupo C, figura 77, escolheu igualmente um elemento que não se apresentava no Trilho Matemático. Criaram um contexto para o problema, desenharam um protótipo do objeto e formularam questões simples baseadas no cálculo de áreas de retângulo. Porém, existe uma lacuna nesta mesma formulação, assumem que a baliza é composta somente por retângulos e na verdade, as duas laterais não são retângulos, quanto muito poderiam



considerar-se quadriláteros. Este grupo não apresenta qualquer tipo de resposta ao problema formulado.



Figura 77 – Tarefa do grupo C



No geral, todos os grupos introduziram conteúdos matemáticos na formulação do seu problema, ainda que bem ou mal formulado. A maioria ficou contagiada com os últimos conteúdos abordados: áreas e perímetros de figuras e sólidos geométricos e estimativas. Este tipo de tarefa, de formulação de problemas, envolveu vários processos cognitivos que potenciaram a reflexão sobre as aprendizagens, o desenvolvimento do raciocínio criativo e a comunicação matemática. Como refere Pinheiro e Vale (2013) é na representação de tarefas como formulação de problemas matemáticos que se alicia o aluno a realizar uma autêntica atividade matemática, uma vez que lhe permite encontrar diversos métodos e soluções e simultaneamente promove a criatividade e o incentivo na procura de novos problemas, métodos alternativos e soluções inovadoras.

### Aulas versus Trilho

Durante toda a intervenção didática a intenção foi criar um conjunto de tarefas diversificadas, quer dentro quer fora da sala de aula, que pudessem potenciar experiências significativas com a matemática. Dentro da sala de aula desafiou-se todos os alunos para resolverem tarefas sem que pertencessem ao manual escolar (Anexo X). As tarefas implementadas fora da sala de aula constavam no Trilho Matemático. Como referido

anteriormente, as díades e o trio formados foram criados segundo as capacidades e a empatia entre os alunos.

Como era de esperar, os alunos nunca tinham realizado tarefas matemáticas fora da sala de aula relativamente a qualquer tipo de conteúdos e a Geometria não era exceção. A grande maioria dos alunos não sabia em que consistia um Trilho Matemático.

Neste sentido, pode-se considerar que a opção por uma estratégia de ensino diferente adotada nas aulas de matemática fez com que esta experiência fosse bem-sucedida. Durante o período de observação constatou-se, muitas vezes, a falta de motivação/interesse por parte da turma em relação aos conteúdos abordados; consideravam aquelas aulas monótonas e inoportunas; a maioria estava desatenta e em constante folia; não produziam raciocínios, nem comunicavam as ideias matemáticas entre si, limitando-se a copiar os resultados do quadro. De facto, a visão que se tinha daquele contexto de ensino fez com que se tivesse de adotar uma abordagem diferente da habitual para que, no final, os alunos evoluíssem, melhorassem quer a nível da motivação/interesse quer na aquisição dos seus conhecimentos, tornando-se mais autónomos, críticos e construtores das suas próprias aprendizagens.

A implementação dos diversos desafios no final das aulas em pequenos grupos permitiu que, aos poucos e poucos, se verificasse o empenho e a determinação de alguns alunos, no geral, em participar nas tarefas propostas. Os desafios foram motivadores para a turma porque de certa forma lhes permitiu sair da rotina e da aplicação sistemática de tarefas mecanizadas. Deste modo, estes desafios, de resolução e formulação de problemas, abordaram e interligaram diversos conteúdos apelando também ao desenvolvimento de várias capacidades, nomeadamente, as capacidades transversais presentes no programa de matemática, já referido anteriormente.

Com a introdução do Trilho Matemático, verificou-se claramente o entusiasmo e a dedicação dos alunos ao longo das tarefas propostas, tornando-se a turma mais ativa e interessada. Todos, em geral, aderiram com entusiasmo ao Trilho Matemático, considerando fundamental para a aquisição de competências e conceitos matemáticos, salientando que “o trilho é uma diferente forma de aprender matemática”.

Como meio de verificar qual o melhor desempenho dos alunos ao longo de todas as tarefas apresentadas, fora e dentro da sala de aula, recorreu-se a uma análise mais precisa.

Foram duas as tarefas (dentro da sala de aula corresponde à tarefa A e tarefa G; no Trilho Matemático corresponde à T5 e T1.1) que foram melhor sucedidas dentro da sala de aula do que fora, no Trilho Matemático. Este fator pode ter a ver com a escassa familiarização que os alunos apresentam com a realização de tarefas fora do contexto formal de aprendizagem.

Contudo, o desempenho dos alunos em três tarefas da sala de aula foi semelhante ao manifestado na realização das tarefas semelhantes a essas, no Trilho Matemático (dentro da sala de aula corresponde à tarefa B, D e H; no Trilho Matemático corresponde à T10, T2 e T6.1 e T4.2 e T7). Tudo isto se pode dever ao facto de o intervalo de tempo de implementação entre as tarefas realizadas dentro da sala de aula e as realizadas no Trilho Matemático, não ter sido suficiente de modo a que os alunos assimilassem/acomodassem todos os conteúdos abordados.

No geral, em treze tarefas apresentadas na sala de aula, que tinham semelhanças com igualmente treze tarefas apresentadas no Trilho Matemático, oito foram melhor sucedidas no Trilho Matemático (dentro da sala de aula corresponde às tarefas C, E, F, I, J, K, L e M; no Trilho Matemático corresponde às tarefas T8.1, T11, T3, T6.2, T9.1, T4.1, T8.3 e T12). Estes resultados vão ao encontro de Mann (2006) que refere que a criatividade pode atrasar ou impedir a realização do potencial do estudante de forma a contribuir para uma nova compreensão do mundo que nos rodeia. De facto o modo como as tarefas foram apresentadas no Trilho Matemático para os alunos, foi algo novo, criativo que lhes despertou o interesse e a curiosidade. Também o referido por Paixão e Jorge (2015) vem ao encontro dos resultados apresentados referindo que “A educação em espaços não formais articulada com o trabalho em sala de aula pode favorecer aprendizagens de âmbito curricular e, simultaneamente, maior motivação e cooperação na realização de atividades” (p.95). Assim, esta nova estratégia de ensino-aprendizagem, não invalida as sessões dentro da sala de aula, já que os alunos ao longo do Trilho Matemático demonstraram um melhor desempenho nas tarefas que já tinham sido apresentadas como desafios na sala de aula, de forma semelhante. Quando entrevistados, salientaram também o facto de as tarefas dentro da sala de aula terem ajudado na resolução do Trilho Matemático. Houve quem ainda salientasse que “os desafios realizados dentro da sala de aula foram uma grande ajuda para conseguirmos resolver algumas tarefas do Trilho Matemático, eu diria até que todo o Trilho porque ao conseguirmos resolver umas tarefas já nos dava mais vontade para



resolver todas, pois ao vermos que conseguimos resolver algumas tarefas ganhamos mais confiança”. Deste modo, salienta-se também que as restantes tarefas presentes no Trilho Matemático foram igualmente resolvidas, umas com mais dificuldades, que outras, porém a dedicação e persistência manteve-se. As tarefas que apresentaram um maior insucesso foram as T2 e T9 e as que os alunos conseguiram obter um melhor desempenho foram as T3, T7 e T11. Porém, os bons resultados dos alunos foram evidentes, mesmo com todas as dificuldades que estes apresentavam.

À questão “Gostaste de fazer o Trilho Matemático?”, todos os alunos responderam positivamente, salientando que trabalhar e aprender ao ar livre é mais divertido, permitindo conviver com todos os alunos e colaborar em grupo. Contudo, quando questionados “Achas que aprendes melhor com as aulas como a do trilho?”, a resposta não foi unânime. Aproximadamente 70% dos alunos (16 alunos) responderam que sim, que se aprende melhor porque é mais prazeroso, têm mais vontade de aprender, mais divertido, descobrem coisas novas do dia-a-dia, aprendem com mais descontração e ainda salientam que “divertir é aprender e eu adoro aprender a brincar”. Contudo, 30% dos alunos (sete alunos) dizem que não aprendem melhor com o trilho uma vez que estão menos concentrados, as aulas são mais teóricas e com menos brincadeiras e ainda estas não são tão cansativas. Porém, todos os alunos salientaram que deveria haver mais aulas como as do Trilho Matemático, por serem aulas mais divertidas, diferentes, que trabalham em grupos e ainda porque “é uma forma diferente de aprender”.

O envolvimento de toda a turma ao contactarem e interagirem com outros contextos evidenciou o gosto deles pela Matemática, enquanto se apropriaram das novas aprendizagens, primeiro de forma concreta e, depois mais abstrata.

Por fim, pretendia-se saber se a opinião dos alunos relativamente à importância da Matemática no dia-a-dia tinha sido alterada, já que nos questionários iniciais, os alunos expressaram que sim mas referindo essencialmente aspetos relacionados com a escola. Pondo de parte aspetos somente escolares, os alunos já foram capazes de referir também que “qualquer coisa que vemos foi criada e baseada na matemática”, o que dá a perceber que para além de a matemática ser essencial no dia-a-dia escolar, esta também é importante em tudo aquilo que vemos e construímos. No que concerne à importância da aprendizagem matemática os alunos referem que esta é importante precisamente para o dia-a-dia mas também “permite-nos ver o Mundo de forma diferente”.



## **CAPÍTULO VI – CONCLUSÕES DO ESTUDO**

Neste capítulo apresentam-se as principais conclusões do estudo realizado, procurando dar resposta às questões orientadoras do problema investigado. Seguem-se as limitações identificadas durante a realização do estudo, assim como se sugerem algumas recomendações para futuras investigações.

### **Principais conclusões do estudo**

Para a realização deste trabalho de investigação tinha-se como principal objetivo compreender que contributo têm os Trilhos Matemáticos na aprendizagem da Geometria no 2º Ciclo do Ensino Básico. Neste sentido, foram enunciadas, previamente, algumas questões: Q.1. Como se pode caracterizar o desempenho dos alunos em tarefas de natureza geométrica através de um Trilho Matemático?; Q.2. Como se pode caracterizar a reação dos alunos à realização de um Trilho num contexto de aprendizagem fora da sala de aula?.

#### **Q.1. Como se pode caracterizar o desempenho dos alunos em tarefas de natureza geométrica através de um Trilho Matemático?**

Ao longo de toda a investigação, o Trilho Matemático, pareceu ser uma mais-valia para o desempenho dos alunos face a tarefas de natureza geométrica fora do contexto formal de aprendizagem. Como referido, as tarefas contidas no Trilho abordavam sobretudo áreas e perímetros de figuras planas, medições, unidades de medida e ainda estimativas.

Fazendo uma análise ao longo das tarefas é possível verificar uma evolução positiva.

Segundo Mann (2006), o tradicional método de ensino que envolve a demonstração e a prática de problemas fechados, com respostas predeterminadas, demonstra insuficiente preparação dos estudantes em Matemática. Se o grande objetivo é descobrir e desenvolver as capacidades dos alunos relativamente a conteúdos matemáticos, então são necessárias mudanças. Neste sentido, o Trilho Matemático, para além de ter sido realizado fora do contexto formal de ensino-aprendizagem, apresentava tarefas, de modo geral, de natureza exploratória envolvendo os alunos na sua resolução. Posto isto, as tarefas T1, T2, T5 e T6 são as tarefas do Trilho que permitia que os alunos para além de

terem de contactar com elementos da vida real, fora do contexto formal de aprendizagem como em todas as outras tarefas, teriam de mobilizar os seus conhecimentos geométricos e manipular materiais concretos, como transferidor, régua, calculadora, de modo a conseguirem efetuar as tarefas com sucesso. O facto de os alunos não terem por hábito contactar e transpor os conteúdos geométricos para elementos da vida real, fez com que estes, num primeiro momento, demonstrassem as suas fragilidades.

Nas tarefas T3, T8 e T11 era necessário que os alunos suportassem uma base de conteúdos de modo a conseguirem realizá-las. Para além destes conteúdos terem sido apresentados dentro da sala de aula num contexto mais formal e se terem explorado tarefas semelhantes a estas, os alunos ao longo do Trilho Matemático não manifestaram dificuldades, tendo de modo geral, utilizado conceitos matemáticas que aprenderam e partiram para a descoberta do uso variado da Matemática na vida quotidiana (Cross, 1997). Assim, Hierbert e Wearne (1993) sustentam este facto referindo que o ensino deverá recair sobre as tarefas que encorajam formas de raciocinar mais produtivas.

Contudo, principalmente a T10 apresentada no Trilho englobava para além dos conteúdos a ela inerente, um registo matemático “mais específico”. De salientar, que esta tarefa foi igualmente apresentada em sala de aula de modo semelhante, no qual os alunos tinham apresentado algumas dificuldades no registo escrito desses mesmos conteúdos. No Trilho não foi exceção, essas mesmas dificuldades foram novamente expressas. Deste modo, os alunos não assimilaram o modo de como devem efetuar o registo e isto poderá dever-se ao curto intervalo de tempo que se estabeleceu entre as tarefas apresentadas dentro da sala de aula e as fora da sala de aula.

Bem patente em todas as tarefas, mas mais especificamente nas tarefas T4 e T7, a visualização foi um fator determinante na resolução das mesmas. Para além de se terem implementado tarefas semelhantes dentro da sala de aula, e de alguns alunos terem evoluído, a turma não apresentava um desenvolvimento razoável relativamente a esta competência. Pois, como refere Vale (2009) quem não possui esta aptidão visual irá apresentar maiores dificuldades na aprendizagem matemática, tal como se verifica nos participantes deste estudo. Ainda Vale e Barbosa (2009) defendem que esta capacidade deve ser explorada o mais cedo durante o processo de ensino-aprendizagem, uma vez que, “ver” é uma componente essencial da generalização que tão importante é na Geometria.

No que remete para o desempenho dos alunos na T8, é notável que continua a haver falta de espírito crítico por parte dos alunos. Este factor é determinante no ensino-aprendizagem da Matemática e este deve-se, segundo Mann (2006), pela ausência da relação entre a formulação e a resolução de problemas. Esta que foi explorada dentro da sala de aula bem como no Trilho Matemático, T12, onde os alunos já demonstraram uma melhor formulação de problemas, tendo em conta os conteúdos abordados.

Desta forma, o Trilho Matemático proporcionou uma aprendizagem por descoberta, de forma autónoma e eficaz, sendo os alunos a mobilizar os seus próprios conhecimentos, desenvolvendo capacidades visuais e manipulando matérias concretos como meio de desenvolver e adquirir competências geométricas.

As dificuldades sentidas dentro da sala de aula como expressar os seus raciocínios, quer por escrito, quer oralmente, e utilizar vocabulário matemático, continuaram presentes ao longo de todo o Trilho Matemático, no entanto não com tanta evidência, tendo os alunos melhorado ligeiramente. No que diz respeito às dificuldades sentidas na identificação de quadriláteros, determinar áreas e perímetro, desenvolvendo a destreza de medir e estimar, de forma geral, houve uma evolução muito positiva. Além de todas estas competências, o Trilho Matemático serviu também para relembrar ou, até mesmo, aprender muitos outros conceitos matemáticos.

Como era expectável, as diferentes estratégias de ensino implementadas serviram para que estas alterações fossem efetuadas e notadas. Os alunos afastavam-se, portanto, da rotina ao qual estavam adaptados e, em cooperação com o(s) colega(s), exploravam e investigavam as tarefas, sendo construtores dos seus raciocínios e conhecimentos geométricos. Mais do que “ver” é “fazer”, visualizando os objetos de diferentes formas e perspectivas e analisando a particularidade de cada um deles. Mesmo com ritmos de aprendizagem distintos, a turma soube expressar o seu empenho e dedicação para a aquisição dos conceitos ligados à Geometria que, por sua vez, incentivou a procura pelas respostas. Isto só indica que este tipo de aulas, Trilho Matemático, foram úteis no auxílio das aprendizagens em estudo, visto que os alunos apropriavam-se, rapidamente, dos novos conceitos, desenvolvendo a aptidão para visualizar, reconhecer e analisar as relações geométricas, através da medição das figuras, sabendo qual a estratégia a utilizar para resolver e dar resposta a cada uma das tarefas propostas justificando o seu raciocínio.

Em síntese, este projeto de investigação mostrou que o grau de implicação dos alunos é maior em tarefas matemáticas realizadas em contextos informais de aprendizagem e que estas despertaram nos alunos um melhor desenvolvimento do seu raciocínio matemático bem como na capacidade de elaborar problemas matemáticos.

## **Q.2. Como se pode caracterizar a reação dos alunos à realização de um Trilho num contexto de aprendizagem fora da sala de aula?**

Fora da sala de aula, o contexto de aprendizagem dos alunos foi deveras positivo. Inicialmente, os alunos demonstraram um entusiasmo excessivo, coube ao professor mediar tal situação de modo a fazer perceber o que são aulas fora do contexto formal de aprendizagem com o intuito de estes corresponderem a todas as expectativas. Assim, para além do envolvimento de todos os alunos durante a realização do Trilho Matemático, a motivação foi o aspeto que mais se salientou. Como refere Handey (2012), contrariamente ao que a maioria dos docentes pode pensar, a educação fora da sala de aula não conduz à dispersão destes relativamente ao que se pretende efetuar, na verdade, tornam-se estudantes mais empenhados, interessados e autónomos.

A motivação que os alunos apresentavam perante a Matemática foi um dos indicadores para elaborar este estudo. Na turma, existiam alunos que apreciavam esta disciplina e não demonstravam grandes dificuldades, no entanto esta era maioritariamente composta por alunos que tinham dificuldades nesta área do saber e por isso manifestavam o seu desinteresse. Ao longo do estudo foram evidentes diferentes manifestações que o comprovam, desde as próprias respostas dos alunos aos questionários como o seu comportamento e comentários ao longo do Trilho Matemático. Alguns encaravam a Matemática como se fosse algo muito difícil de perceber, monótono e complexo, que não passava de um conjunto de definições, propriedades e fórmulas que têm de ser decorados. Estes são certamente pensamentos que não correspondem à realidade pois, para além de ser uma área rica em aplicações práticas que auxilia em muitos dos problemas do quotidiano, nomeadamente nos que concerne em conteúdos relacionados com a Geometria, está presente no dia-a-dia, na Natureza, em tudo que se observa em redor. Assim sendo, como ponto de partida pretendeu-se oferecer aos alunos situações do quotidiano, desenvolvendo desta forma o conhecimento do espaço em que esta se move, o

que nos permite basear a aprendizagem em experimentações e manipulações, desenvolvendo capacidades de visualização espacial, verbalização, intuição e a utilização destas na resolução de problemas (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999).

Inicialmente, os alunos sentiam-se mais à vontade na realização das tarefas dentro da sala de aula, talvez por não terem o hábito de as realizarem fora do contexto tradicional.

A postura de alguns dos alunos face à disciplina de Matemática, e nomeadamente em relação a conteúdos geométricos melhorou. Isto, porque para além de apresentarem ainda algumas dificuldades, o contexto de aprendizagem fora da sala de aula demonstrou-lhes que a matemática pode e é divertida e até mais fácil de assimilar do que aquilo que estes pensariam. O trabalho de sala de aula articulado com a educação em espaços não formais foi uma mais-valia no sentido de favorecer as aprendizagens que foram sendo exploradas ao longo deste período (Paixão & Jorge, 2015).

Uma vez observadas todas as aulas e verificados os dados obtidos, pode-se concluir que, realmente, a implementação de aulas como o Trilho Matemático só veio facilitar todo o trabalho desenvolvido dentro da sala de aula. Esta diferente técnica de ensino, tornou a Matemática mais acessível permitindo reduzir a ansiedade e atitudes negativas de alguns alunos em relação a esta área do saber, fazendo-os sentir mais capazes, persistentes e mais competentes nas suas aprendizagens. É neste sentido que Hannula, Evans Philippou e Zan (2004) afirmam que o desenvolvimento de estruturas afetivas poderosas acaba por ser a chave para o ensino e aprendizagem da matemática. Posto isto, cabe ao professora criar laços de afetividade com os alunos, de modo a proporcionar-lhes um processo de ensino-aprendizagem refugiado dos medos e angústias que estes poderão inicialmente sentir.

As aulas referentes ao Trilho Matemático contribuíram, em grande parte, para aumentar, o interesse, motivação e a confiança dos alunos nas suas capacidades e desenvolver a autonomia. Tudo isto deve-se ao facto de a Matemática ter deixado de ser um tema abstrato aquando da incorporação das conexões visuais entre as ideias e práticas matemáticas reais, motivando os alunos para um maior envolvimento no processo de ensino-aprendizagem. Mostrando e incorporando contextos reais na Matemática, o Trilho Matemático promoveu uma visão desta área mais útil para a sua vida pessoal e social.

É também de salientar que o trabalho em díades e trio foi um aspeto fulcral no desenvolvimento das aulas em contextos formais e não formais, uma vez que para além de

os alunos se sentirem mais motivados, a cooperação em pequenos grupos foi notória e gratificante.

Apesar dos obstáculos, todas as tarefas foram aplicadas pelos pequenos grupos (díades e trio), tentando da melhor forma dar o seu contributo explicitando, ainda com algumas dificuldades, os seus raciocínios. O trabalho em pequenos grupos, só veio ajudar a que os alunos desenvolvessem outros comportamentos face à Matemática pois, como refere Richardson (2004) para a resolução de Trilhos Matemáticos privilegia-se este modo de trabalho tornando-o mais divertido e as contribuições de outros pontos de vista poder levar a melhores resultados. Se não sabiam como resolver qualquer uma das tarefas, o seu colega dispunha-se a explicar, ajudando na apreensão de conceitos. Procuravam juntos, analisar, explorar, raciocinar, discutir matematicamente e ainda articular ideias e conceitos, incorporando o conhecimento geométrico preciso para este nível de ensino.

Em suma, o ensino da matemática deve focar-se nas experiências diversificadas e em contextos de aprendizagem ricos e variados, desenvolvendo nos alunos as suas capacidades cognitivas, afetivas e sociais, estimulando a motivação, curiosidade, espírito de descoberta, postura crítica, e o gosto pelo raciocínio e comunicação tornando o aluno um ser autoconfiante e por conseqüente autónomo, disposto a enfrentar todas as adversidades que a vida lhe pode fornecer (Matos & Serrazina, 1996).

### **Constrangimentos e limitações do estudo**

Apesar do estudo ter decorrido dentro dos parâmetros previstos, salientam-se algumas limitações durante a concretização do mesmo.

Como se tratava de um Mestrado do 1º e 2º ciclos do Ensino Básico, a investigadora que, também, assumiu o papel de professora estagiária daquela turma, tinha de lecionar quatro disciplinas e não, unicamente, Matemática. Tentar conciliar todo este trabalho incumbindo sempre a mesma turma, e ainda, realizar o projeto de investigação, foi uma experiência difícil, contudo inesquecível. Assumir duas distintas posturas, uma como docente e outra como investigadora, criou algumas dificuldades, uma vez que nem sempre se conseguiu relacionar estes dois pontos, dando prevalência ao primeiro, pois todo o trabalho desenvolvido tanto dentro como fora da sala de aula requereu, do professor, um maior envolvimento e disponibilidade junto de cada um dos alunos. De modo a estabelecer



um fio condutor positivo e que tudo corresse dentro da normalidade, foi necessário um trabalho acrescido exterior às sessões apresentadas.

Com um programa para cumprir e sem tempo a “perder” com o pretendido estudo, uma vez que o ano letivo estava a terminar, sente-se que a temática da geometria deveria ter ocupado mais carga horária, por diversas razões: por ter um peso acrescido no programa de matemática do segundo ciclo; por ser um dos temas mais complexos para os alunos e por ter poucas sessões para a abordagem deste tópico. Três semanas de regência revelaram-se insuficientes para se verificar uma evolução considerável decorrente das estratégias aplicadas. É de salientar que deveria ter sido efetuado um acompanhamento mais de perto das tarefas desenvolvidas dentro da sala de aula de modo a preparar da melhor forma os alunos para o desenvolvimento das tarefas efetuadas no exterior. Uma vez que se trabalhou fora do contexto formal de aprendizagem era imprescindível haver mais tempo para a correção das tarefas já que muitas delas poderiam ter sido melhor exploradas, procurando outras conclusões.

A escassez de tempo para repetir um outro Trilho Matemático e não conseguir colmatar todas as dificuldades dos alunos, por precisarem de fazer mais destas tarefas, fora da sala de aula.

Uma outra limitação foi não se ter conseguido registar todas as observações/gravações obtidas ao longo do percurso de cada um dos grupos na resolução do Trilho Matemático. Apesar de se terem recolhido bastantes dados para a realização deste projeto, acredita-se que se se tivesse conseguido anotar/gravar, não só as opiniões e/ou ideias e raciocínios dos alunos esta investigação teria sido mais rica em detalhes. Todavia, teve-se ao dispor duas colegas de estágio, que sempre que não nos era permitido acatar as informações necessárias, estas estavam disponíveis para o fazer, embora nem sempre fosse possível.

Uma limitação foi o contexto onde decorreu o Trilho Matemático. Este tipo de tarefas que devem ser desenvolvidas fora da sala de aula, também devem ser fora da escola para permitir um contexto diferente e permitir desenhar quer um percurso mais interessante quer um conjunto de tarefas mais diversificadas.

A última limitação deste trabalho tem a ver com o reduzido número de investigações ligado à temática de Trilhos Matemáticos e à execução deste em tempo

curricular, no decorrer das aulas de Matemática. A escassez de estudos teóricos e empíricos dificultou a análise dos resultados/conclusões.

Por fim, importa mencionar que este projeto só foi possível devido à articulação curricular realizada através da teoria e da prática com vista a melhorar a qualidade da intervenção pedagógica (Mota, 2009). Foi assim que se adotou uma postura crítica, reflexiva e se sentiu a necessidade de aprofundar mais o tema para evitar erros. Isto porque um professor nunca sabe tudo e tem que estar em permanente processo de aprendizagem para poder transmitir e ensinar da melhor maneira possível todos os conteúdos incumbidos.

### **Recomendações para investigações futuras**

Para investigações futuras e apesar de se terem alcançado os objetivos propostos, sugeria-se o prolongamento da duração da investigação, pois considera-se que se podia ter feito muito mais. Um estudo de natureza longitudinal permitiria uma melhor preparação e execução de cada uma das fases do projeto e um acompanhamento mais prolongado dos alunos.

Seria importante executar trilhos matemáticos fora do contexto escolar e também com alunos de outro nível de ensino. Seria igualmente relevante que se apostasse em utilizar Trilhos Matemáticos não só sobre a Geometria, mas que envolvessem mais temas curriculares. Seria interessante fazer um estudo que permitisse identificar se os Trilhos evidenciam mais potencialidades para um ou outro tópico. Acredita-se que utilizar Trilhos Matemáticos em diversos contextos e temáticas e em conexão com outras áreas, por exemplo Ciências naturais, poderia tornar as aulas mais práticas, funcionais e com mais potencialidades de modo a desenvolver aprendizagens mais autónomas criativas e conscientes nos alunos.

## **PARTE III**

---

### **Reflexão da PES**

Esta terceira parte assenta numa reflexão global da PES I e PES II desenvolvida, focando aspetos positivos e negativos acerca da mesma e o contributo que esta experiência assume, tanto a nível pessoal, como profissional.



## Reflexão final da PES I e PES II

A nossa infância tem sempre uma razão de ser, sonhámos, brincamos, partilhamos tudo aquilo que desejámos um dia realizar. Nada surge por acaso, nenhuma das ideias são descabidas, pois ainda me lembro de tantas profissões que me passaram pela cabeça, economista, bancária, arquiteta, *design* de interiores, e muitas outras. É curioso que todas elas têm algo em comum, o envolvimento, em várias perspetivas, da grande área do saber, a Matemática. Contudo, nenhuma destas atividades me dava o prazer e a audácia de contactar diretamente com a tão grandiosa área científica. Foram longas as brincadeiras de escolinha partilhadas com bonecas, onde exercia a profissão de professora, eram pedaços de giz espalhados pela casa, o quadro sarrabiscado refletia a grandiosidade da tão desejada atividade profissional.

A entrada no mundo escolar fez um marco muito importante em toda a minha vida. Desde muito cedo as noites passaram a ser aquele momento do dia que nos permitia refletir. Em sonos profundos, dava por mim sentada em cima da cama a ensinar a fazer cálculos àqueles que demonstravam vontade de aprender. A generosidade incumbida desde criança, fez-me acreditar que seria capaz de um dia alcançar o tão esperado sucesso no mundo da descoberta do saber.

Foram anos de aprendizagem que me permitiram compreender e saber o que é necessário para ser professor e o que é ser professor. É arrepiante pensar que entrei no curso tão desejado e neste momento estou prestes a pôr fim a uma grande etapa da minha vida. Deslumbrante é refletir que acabei de concretizar um pouco daquilo que é ser docente.

Não poderei deixar de mencionar que toda a licenciatura realizada na Escola Superior de Educação de Viana do Castelo, tal como o primeiro ano de Mestrado, foram os meios que me deram alento para desempenhar as ações a que fui proposta e a dar resposta a todos os desafios apresentados.

Os anos passaram e quando me deparei lá estava eu a estagiar. De referir que este momento é a única oportunidade que temos de contactar diretamente com a profissão docente, sendo, por isso, uma etapa fulcral no nosso percurso académico. Este funciona como uma ponte de ligação entre tudo aquilo que foi aprendido e o que teríamos que por

em prática pois, o estágio compõe o currículo de um curso, tal como refere Pimenta (2001), o currículo de um curso é constituído não só pelas disciplinas como pelo estágio.

No início deste sonho, que ainda não se encontra finalizado, deparei-me com muitas inseguranças, inúmeras dúvidas, incertezas e o medo de falhar era constante. O que me tranquilizava eram os testemunhos positivos dados por colegas de anos anteriores. Aquando do momento da verdade, tinha como missão partilhar com os alunos todos o esforço e conhecimento concretizado até então. Poder ensinar, mas com a premissa de aprender sempre mais.

Agora que reflito, encaro este processo como um momento em que se medita sobre as práticas para que seja possível, segundo Louden e Sarrazina (2002, como citado em Oliveira e Serrazina):

os professores desenvolverem novas maneiras de pensar, de compreender, de agir e de equacionar os problemas da prática, adquirindo uma maior consciencialização pessoal e profissional sobre o que é ser professor e como ser um professor que, de modo consistente, questiona as suas próprias práticas. (p.12)

Será sempre inesquecível a troca de papéis – a aluna que passa a Professora – pois é um misto de emoções que nos faz pensar se realmente seremos capazes. Contudo, a entrada na sala de aula é como emergir num mundo novo em que tudo se desvanece e fica a esperança de conseguir transmitir conhecimento e aprendizagens significativas aqueles novos seres que entraram nas nossas vidas.

E o sonho tornou-se realidade através de uma viagem pelos contextos de 1.º e 2.º ciclos do Ensino Básico, repleta de aprendizagens que o mestrado me proporcionou.

Primeiramente, importa referir a passagem que efetuei pela PES I referente ao 1.º ciclo, mais especificamente a uma turma do 2.º ano de escolaridade. Ao longo desta etapa fui constantemente surpreendida pela motivação, dedicação e empenho demonstrado pelos alunos. Crianças curiosas deslumbravam a sala de aula através do levantamento de questões sucessivas aguardando sempre uma solução plausível. Todas as atividades pensadas iam ao encontro desse fator, visando o desenvolvimento das capacidades cognitivas e intelectuais de cada aluno. Procurei sempre motivar os alunos através da didática, conduzindo para a sala de aula jogos, tarefas e atividades inovadoras. Nesta idade o conhecimento dos alunos é cruciforme para que comecem “a comunicar mais eficientemente e a ser mais flexível nos seus julgamentos morais” (Papalia et al. 2001, p. 420). Não foi fácil aliar a motivação, a originalidade e a interdisciplinaridade, uma vez que

nos encontrávamos no primeiro ciclo e prevalece o regime de monodocência. Segundo Piaget (1972, como citado em Pinto & Marques, 2012, p. 22) a interdisciplinaridade é “um intercâmbio mútuo e integração recíproca entre várias disciplinas (...) como resultado um enriquecimento recíproco”. De salientar, que tentei sempre dar o melhor de mim e proporcionar aos alunos um ensino integrado.

Viajando para um outro contexto, a PES II referente ao 2º ciclo do Ensino Básico, tendo a oportunidade de trabalhar com uma turma do 5º ano de escolaridade, o entusiasmo já não era o mesmo, não tinha nem metade do ânimo para recomeçar. Não sei explicar tal estado de espírito, talvez tudo isto se devesse ao cansaço acumulado no semestre anterior. Iniciei este ciclo sem qualquer tipo de expectativa e muito receosa relativamente àquilo que estava para vir. Senti-me muitas vezes triste e confusa, com receio de que não fosse corresponder às expectativas, mas sem saber muito bem o porquê de ter aquela panóplia de sentimentos menos positivos que me assombravam. No entanto, fui-me mentalizando que toda a rotina que tinha até então conseguido organizar se ia esmorecer e uma nova desordem se iria apoderar sobre mim, para mais uma vez, serem postas à prova todas as minhas capacidades.

Esta luta continuou mesmo após ter conhecido a turma com quem iria trabalhar durante, aproximadamente, 5 meses. Esta apresentava alunos heterogéneos e provenientes de meios distintos. Porém, muitos eram os pontos em comum entre todos eles. A motivação e o aproveitamento não era o melhor e a rotulação que a própria comunidade escolar lhes atribuiu não ajudava em nada. Apercebi-me que não poderia ser mais uma daquelas pessoas que iria marcar aquelas crianças pelo simples facto da aquisição de conhecimentos não lhes ser prioridade. Após as primeiras semanas fui-me apercebendo dos comportamentos menos próprios, que uma criança “normal” não os deveria manifestar. A razão de ser de tudo isto rumava perante as condições dos seios familiares. Não padeciam de famílias com organizações económicas e afetivas ditas satisfatórias. Neste preciso momento o meu coração abriu-se e despedaçou-se por cada um destes alunos. Em momentos menos bons, de desespero pelo facto das performances não serem as mais desejáveis e os níveis de atenção diminutos, a postura firme e fria depressa abrandava quando aqueles olhos me transmitiam “desespero” e preocupação por algo muito mais importante que adquirir conhecimento. Posto tudo isto, senti que estava a ser cruel e infantil quando pensaria que me encontrava a combater uma batalha por ter

que enfrentar um novo ciclo da minha vida. Foi a partir desta etapa que a minha motivação e ânsia de fazer algo produtivo com aquelas crianças me fez erguer a cabeça e pensar que iria conseguir que estes melhorassem a todos os níveis. Fazer-lhes ver que a escola é um local bom, onde partilhamos ideias, fazemos amigos e nos predispomos para aprender coisas que nos irão ser muito úteis nas nossas vidas, foi o lema que tentei levar adiante com todos eles. Deste modo, findei a tão desejada luta.

Depois das primeiras semanas de labor com aquela turma, tão numerosa (26 alunos), apercebi-me que o trabalho apesar de distinto era parecido. Os horários eram mais rigorosos, a necessidade do cumprimento dos tempos eram essenciais, mais do que no 1.º ciclo, as planificações para além de terem um grau de complexidade mais elevado apresentavam uma estrutura um pouco diferente em algumas áreas do conhecimento e a rotina era totalmente dissemelhante face aos prazos de entrega de todo o trabalho a ser desenvolvido. No entanto, o tipo de estratégias/metodologias que se utilizavam eram idênticas e o pensamento de responder às necessidades dos alunos era o mesmo. Assim, todo o trabalho desenvolvido no 1º ciclo contribuiu bastante para que o desempenho durante a PES II decorresse da melhor forma, tendo reforçado anteriormente uma disparidade de competências essenciais para esta etapa. Contudo, na disciplina de Matemática, a exigência e o rigor teriam de ser outros, uma vez que, o trabalho de investigação seria realizado nesta área de ensino. Quando confrontada com a temática dos Trilhos Matemáticos, numa fase inicial o medo abalou-me um pouco. Senti-me perdida, sem saber muito bem o que fazer, o que pensar, o que pesquisar, mas rapidamente me encontrei. A realização de uma dinâmica desta natureza, para quem é principiante na realização da PES II, foi, sem dúvida, uma ideia bastante inovadora, tendo sempre presente a disciplina de Matemática, em específico a Geometria que coincidia com os conteúdos a seleccionar no período de estágio. Porém, esta ideia foi bastante desafiadora, pois se por um lado me encontrava num processo de aprendizagem como professora com todas as complicações que este processo poderia acarretar, por outro o Trilho iria exigir de mim uma grande destreza em todos os sentidos, tratando-se de um trabalho de investigação inovador de estudo exploratório.

No decorrer da prática educativa, em ambos os contextos, o período de observação revelou-se crucial, uma fase que de acordo com Reis (2011) “desempenha um papel fundamental na melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem, constituindo uma



fonte de inspiração e motivação e um forte catalisador de mudança na escola” (p.11). Esta etapa permitiu-me aceder aos contextos educativos, às turmas, às características dos alunos como seres únicos e especiais, às metodologias já adotadas pelos professores cooperantes, bem como aos interesses dos alunos. Segundo Formosinho (2002), “só a observação direta, consistentemente realizada durante períodos de tempo prolongados e enquanto as crianças estão envolvidas nas atividades típicas da classe, poderá permitir obter dados precisos sobre aquilo que a criança faz e sobre aquilo que a criança ainda não faz” (p.168). De salientar que os professores cooperantes possibilitaram-nos as entradas nos ambientes educativos permitindo-nos auxiliar os alunos nas suas aprendizagens. Sem margem para dúvidas, que foram estes momentos que nos prepararam para o papel de professor e nos ajudaram a perceber que todos nós somos diferentes e que todos temos o direito ao mesmo processo de ensino-aprendizagem. Foi a partir destas observações diretas que criamos laços com os alunos fortalecendo a nossa capacidade de idealizar atividades direcionadas para as turmas em questão. De acordo com Masseto (1996, citado em Siqueira, 2001) a aprendizagem e o seu sucesso está dependente das relações que se estabelecem entre professor – aluno e vice-versa, relações essas que devem ser afetivas.

Finalizada esta primeira etapa em ambos os ciclos, procedeu-se à iniciação de outra que visava a monotorização da turma. Esta exigiu uma organização e um rigor extremo de níveis diferentes contudo, planificar, apresentar materiais e refletir ao longo de semanas foram comuns.

Todo o processo de planificação ocupa um papel fulcral no momento da implementação e funciona como suporte de todo o trabalho a ser desenvolvido. Apesar de cansativo, considero que é importante as atividades se apresentarem descritas e definidas previamente como meio de guia ao longo da prática pedagógica. De acordo com Zabalza (1994) a planificação é concretizada com um determinado propósito é uma espécie de “fim ou meta a alcançar que nos indica a direção a seguir” (p.2). Particularmente, como forma de preparar o melhor possível as minhas aulas, e com receio que o medo se apoderasse de mim, recorri às planificações diariamente, elaborando um resumo e anotando os pontos chaves das mesmas para que, durante as regências, não me descurasse de nenhum conteúdo. Posto isto, “o planeamento é um processo psicológico básico pelo qual uma pessoa visualiza o futuro, inventaria meios e fins, e constrói um esquema que guia sua ação futura” (Calrk & Yinger, 1987, como citado em Cardoso, 2010, p.86).

Todo este desenvolvimento processual não seria concretizável se não nos fossem fornecidos os conteúdos a lecionar ao longo de todas as semanas, bem como, dicas e estratégias vindas de alguém que possui imensa experiência nesta área e que já conhecia a turma e o contexto em questão. Devido à inicial inexperiência foram várias as vezes que sentimos dificuldades em optar sobre uma tarefa ou até mesmo o modo de como a apresentar, e por isso, recorremos aos professores cooperantes que se apresentaram sempre muito atenciosos, dispostos a ajudar de modo construtivo.

Não é de descurar todo o trabalho desenvolvido pelos docentes da ESE, sendo que estes se demonstraram incansáveis e colaborativos durante todo o processo. O auxílio prestado foi de extrema importância para nós, enquanto estagiários, pois revestiram-se de uma enorme disponibilidade e paciência para nos esclarecer dúvidas e ouvir os nossos desabaços, de tal forma a retribuirmos com as críticas construtivas e os conselhos que nos fizeram refletir de modo que o desempenho fosse o melhor possível. Foram estes que nos deram a base, o suporte, nos transmitiram a segurança, a responsabilidade e a esperança de conseguirmos seguir em frente e lutarmos pelo nosso futuro.

Após práticas tão intensas, importa refletir sobre tudo que foi desenvolvido. Nisto, surgiam as reflexões onde analisávamos os processos, as atitudes, as aprendizagens dos alunos e, conseqüentemente, as minhas. Não foram momentos fáceis, auxiliava-me muito na(s) minha(s) colega(s) como meio de ajuda, de forma a realizar uma introspeção mais precisa do trabalho desenvolvido junto dos alunos. Após cada reflexão, sentia que podia fazer sempre mais e melhor e o facto de pensar sobre as minhas aprendizagens fez despertar a minha destreza e capacidade de resposta às necessidades de cada um dos alunos. Segundo Oliveira e Serrazina (1998), a reflexão proporciona a qualquer professor a oportunidade de meditar sobre as aprendizagens dos alunos e sobre si mesmo tendo conseqüências no seu “desenvolvimento, tornando-os profissionais mais responsáveis, melhores e mais consistentes” (p.10).

Importa ainda salientar que foram lecionadas todas as áreas do saber em ambos os ciclos, e apesar de me esforçar igualmente em cada uma delas, considero que houve áreas que me surpreenderam pela positiva e outras que me desafiaram ainda mais.

No ensino de Português o que mais me incentivou foram todas as estratégias de motivação criadas para ampliar o gosto dos alunos pela leitura, interpretação e escrita de obras literárias. Também os jogos gramaticais realizados foram uma mais-valia, consegui

através desta prática que o processo de ensino/aprendizagem fosse natural e fluente. Apesar de não ser a minha área predileta, o prazer de proporcionar aos alunos momentos de leitura, fazia-me viajar com eles e entrar num outro mundo que só os livros nos transportam e isso fez com que também eu ganhasse um outro apresso por esta área.

No que toca às sessões de História e Geografia de Portugal, estas superaram todas as minhas expectativas. O facto de inicialmente não me sentir completamente segura dos conteúdos que possuía fez-me sentir ansiosa e receosa sobre tudo aquilo que estaria para vir. Contudo, consegui transformar aquelas aulas teóricas e aborrecidas em sessões mais práticas em que a interação aluno professor e professor aluno era constante. Orgulho-me bastante por ter conseguido sempre responder correta e cientificamente às questões e curiosidades dos alunos.

Relativamente ao ensino das Ciências Naturais também me senti capaz, uma vez que procurei dar mais enfoque a aulas experimentais com o intuito de motivar os alunos mantendo-os interessados, empenhados e ativos durante o processo de ensino/aprendizagem. Deste modo, consegui que as crianças tirassem as suas próprias conclusões e fossem elas as construtoras dos seus próprios conhecimentos.

A disciplina que mais me entusiasmou e me desafiou foi a Matemática. Fascina-me e sempre tive uma enorme empatia com esta área, e o facto de a sociedade de então olhar para esta, muitas vezes como um “bicho-de-sete-cabeças”, cria em mim uma motivação extrema para colmatar tal ideia descabida. Foi muito gratificante entrar num jogo com os alunos, levá-los ao conhecimento científico sem que estes se apercebessem do mesmo, ensinar-lhes a olhar o mundo de uma forma simples e matematicamente interessante.

Para o desenvolvimento das aptidões cognitivas dos alunos todas as áreas são essenciais. Os saberes devem manter-se interligados facultando ao individuo um desenvolvimento genérico possibilitando a descoberta de novas competências e interesses.

Em suma, toda esta experiência para além de enriquecedora foi muito gratificante sentirmo-nos capazes de realizar algo que inicialmente tínhamos torna-nos mais desinibidos e confiantes para enfrentar todos os desafios que a vida tem para nos proporcionar.

No entanto, ao longo de todo este percurso, surgiram diversas dificuldades que merecem o seu destaque. O meu maior obstáculo foi o facto de não saber como lidar com

o comportamento menos próprio dos alunos ao longo das aulas. Posto isto, autonomamente recorri a alguma bibliografia para conseguir reagir da melhor forma com esta situação. Contudo, penso que ao longo da nossa licenciatura ou mestrado se deveria dar mais enfoque à pedagogia, uma vez que só temos a oportunidade de abordar esta temática no primeiro ano de licenciatura, o que não nos permite adquirir todos os conhecimentos necessários.

Uma outra dificuldade sentida foi aquando de planificar, lecionar e refletir duas áreas curriculares em simultâneo, nomeadamente, Ciências Naturais e História e Geografia de Portugal. Esta junção é realizada pelo facto de estas duas áreas perfazerem a mesma carga horária de Matemática ou Português. Porém, não se deveria ter em conta somente a carga horária pois o esforço exercido aquando do trabalho a desenvolver demonstra-se muito mais exaustivo que lecionar apenas Matemática. Por este motivo, separar a abordagem destas duas disciplinas seria mais vantajoso.

Dando o término desta fase da minha vida, reflito que esta exigiu de mim um grande esforço, empenho e dedicação sentindo que apesar de tudo valeu a pena. Nasci, aprendi e cresci neste meio da educação, evoluindo enquanto pessoa e futura profissional.

Espero que a vida me reserve aprendizagens sucessivas e gratificantes.

Sentindo já uma certa nostalgia pelos momentos vividos recentemente, trago no coração o sorriso e a alegria daqueles seres tão genuínos, todas as pessoas que pelo meu caminho se atravessaram e as amizades realizadas, que ficarão para uma vida. Apesar de todas as vicissitudes, são estas memórias que fortalecem a vontade sublime de cumprir esta missão com empenho e devoção.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abrantes, P., Serrazina, L., Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Departamento da Educação Básica. Ministério da Educação: Lisboa.
- Albuquerque, C., Veloso, E., Rocha, I., Santos, L., Serrazina, L., & Nápoles, S. (2008). *A matemática na formação inicial de professores*. Lisboa: APM.
- APM (1998). *Matemática 2001, diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da Matemática*. Lisboa: APM.
- Arends, R. (1995). *Aprender a ensinar*. Lisboa: McGraw- Hill.
- Arcavi, A. (2006). El desarrollo y el uso del sentido de los símbolos. In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos & P. Canavarro (Orgs.), *Números e Álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores*. (pp.29-48). Lisboa: SEM-SPCE.
- Barbosa, A. (2004). Geometria no plano numa turma do 9º ano de escolaridade: Abordagem sociolinguística à teoria de van Hiele usando o computador. *Revista da Escola Superior de Educação*, 5, 25-56.
- Barbosa, A. (2009). *A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais: um estudo longitudinal com alunos do 2º ciclo do ensino básico*. (Tese de doutoramento) Universidade do Minho: Braga.
- Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 843-908). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

- Bispo, R., Ramalho, G., Henriques, N., (2008). Tarefas matemáticas e desenvolvimento do conhecimento matemático no 5º ano de escolaridade. *Unidade de Investigação em Psicologia Aplicada*, 1 (XXVI), 3-14.
- Blanchet, A., Ghiglione, R., Massonnat, J., & Trognon, A. (1989). *Técnicas de investigación en ciencias sociales: Datos. Observacion. Entrevista. Cuestionario*. Madrid: Narcea.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Borges, I. (2012). *Contribuição do ensino não formal para o desenvolvimento de competências do Currículo de Ciências do 3º Ciclo do Ensino Básico*. (Dissertação de Mestrado) Lisboa: Universidade Aberta.
- Calado, C. (2008). *Uma escola com ambição*. Lisboa: Universidade Nova.
- Canavarro, A. P., & Santos, L. (2012). Explorar Tarefas Matemáticas. In L. Santos, A. P. Canavarro, A. M. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes, & S. Carreira (Ed.s.), *Investigação em educação matemática 2012: Práticas de ensino da matemática* (pp. 255-266). Portalegre: SPIEM.
- Cardoso, L. D. (2010). *A planificação do ensino: análise de planificações do 1º ciclo de ensino básico*. (Tese de Mestrado) Universidade de Coimbra: Faculdade de Psicologia e das Ciências da Comunicação.
- Carvalho, H., Ávila, P., Nico, M., Pacheco, P. (2011). *As competências dos alunos – Resultados do PISA 2009 em Portugal*. Instituto Universitário de Lisboa, pp.1-147.
- Clements, D., Battista, M. (1992). Geometry and spacial reasoning. In D. Grouws (Ed.) *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. (pp.420-464). New York: Macmillan Publishing Company.

- Cohen, L., & Manion, L. (1990). *Métodos de Investigación Educativa*. Madrid: Editorial La Muralla, SA.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2011). *Research Methods in Education*. London: Routledge.
- Costa, C., & Vale, I. (2012). Geometria e Medida. Em H. Pinto, H. Jacinto, A. Henriques, A. Silvestre, & C. Nunes, *Atas do XXIII Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 123-126). Lisboa: APM.
- Coutinho, C. P. (2008). A qualidade da investigação educativa de natureza qualitativa: questões relativas à fidelidade e validade. *Educação Unisinos*, 5-15.
- Coutinho, C.P. (2011). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: Teoria e Prática*. Coimbra: Edições Almedina.
- Couto, A. & Vale, I. (2012). O conhecimento geométrico de futuros professores do ensino básico: uma breve caracterização. In H. Pinto, H. Jacinto, A. Henriques, A. Silvestre, & C. Nunes, *Atas do XXIII Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 207-219). Lisboa: APM.
- Cross, R. (1997). Developing Maths Trails. *Mathematics Teaching*, 158, 38–39.
- DfES. (2006). *Learning outside the classroom MANIFESTO*. Nottingham: Department for Education and Science. Acedido em 20 de junho de 2015 no website: <http://www.lotc.org.uk/wp-content/uploads/2011/03/G1.-LOtC-Manifesto.pdf>.
- Dias, E., Viseu, F., Cunha, M. d., & Martins, P. (2013). A natureza das tarefas e o envolvimento dos alunos nas atividades da aula de matemática. In B. D. Silva, L. S. Almeida, A. Barca, M. Peralbo, A. Franco & R. Monginho (Orgs.). *Actas do XII Congresso Internacional Galego-Português de Psicopedagogia*, (pp. 4624-4639). Braga: Universidade do Minho.

- Doyle, W. (1988). Work in mathematics classes: The context of student's thinking during instruction. *Educational Psychologist* 23, 167-180.
- Evertson, C., & Green, J. (1989). La observacion como indagacion y metodo. In M. Wittrock, (Ed.) *La investigación de la enseñanza, II: Métodos cualitativos y de observación* (pp. 303-421). Barcelona: Ediciones Paidós.
- Fontaine, (2005). *Motivação em contexto escolar*. Porto: Faculdade de Psicologia e Ciências da Educação da Universidade do Porto.
- Formosinho, (2002). *A Supervisão na Formação de Professores I - Da Sala à Escola*. Porto: Porto Editora.
- Gohn, M. G., (2006). Educação não-formal, participação da sociedade civil e estruturas colegiadas nas escolas. *Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação*, 4, 50.
- Garcia, V. G., Juste, R. P., (1984). *La investigación del profesor en el aula*. Madrid: Escuela Española, S. A..
- Gari, B., Silverman, F., (2009). Beyond the classroom walls: Helping teachers recognize mathematics outside of the school. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 12, (3), 333-354.
- Gomes, M. (2003). *Um estudo sobre o conhecimento matemático de (futuros) professores do 1.º ciclo. O problema dos conceitos fundamentais em Geometria*. (Tese de doutoramento) Braga: Universidade do Minho.
- Gomes, A. (2012). Transformações geométricas: conhecimentos e dificuldades de futuros professores. In H. Pinto, H. Jacinto, A. Henriques, A. Silvestre, & C. Nunes(Orgs.), *Atas do XXIII Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 233-244). Lisboa: APM.



- Goméz, G. R., Flores, J. G., & Jiménez, E. G. (1999). *Metodología de la investigación cualitativa*. Málaga: Ediciones Aljibe, S.L.
- Guita, C. (2013). Implementação do Novo Programa de Matemática: *Um estudo numa turma do 6º ano do ensino básico*. (Dissertação de Mestrado) Lisboa: Universidade Aberta.
- Hayden, L. N. (2012). Leaving the Classroom Behind: *Increasing Student Motivation through Outdoor Education*. Acedido em 24 de setembro de 2015 no website: <http://www.smcm.edu/educationstudies/pdf/rising-tide/volume-2/VOL2-article1.pdf>
- Hannula, M. S., (2004). *Affect in Mathematical Thinking and learning*. (Doctoral Dissertation) Finland: University of Turku.
- Hannula, M., Evans, J., Philippou, G., Zan, R., (2004). Affect in Mathematics education Exploring Theoretical Frameworks. In M. Hannula, J. Evans, G. Philippou, R. Zan (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. (Vol. I, pp.107-136).
- Hierbert, J., & Wearne, D. (1993). Instruction tasks, classroom discourse, and students' learning in second-grade arithmetic. *American Educational Research Journal*, 30, (2), 393-425.
- Hierbert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.65-67). New York: Macmillan.
- IAVE (2015). *Relatório Nacional 2010-2014 – Provas finais 2º e 3º Ciclos do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, IAVE.

- Jones, K. (2000). Teacher knowledge and professional development in Geometry. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 20 (3), 109-114.
- Jorge, F., Paixão, F., Heitor, A. & Taborda, A. (2015). "O lobo, a ovelha e a couve"- do jogo em contexto não formal ao problema em sala de aula. In A. Canavarro, L. Santos, C. Nunes & H. Jacinto (Orgs), *Atas XXVI Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 301-304). Lisboa: APM.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Leikin, R., Koichu, B., & Berman, A. (2009). Mathematical giftedness as a quality of problem-solving acts. In R. Leikin, A. Berman, & B. Koichu (Eds.), *Creativity in Mathematics and Education of Gifted Students* (pp. 115-128). Rotterdam: Sense Publishers.
- Mann, E. L., (2006). *Creativity: The Essence of Mathematics*. In *Journal for the Education of the Gifted*, 30, (2), 236-260.
- Matos, J. M. (1984). *Van Hiele levels of preservice primary teachers in Portugal* (Tese de Mestrado). Lisboa: APM.
- Matos, J. M. & Serrazina, L. (1996). *Didáctica da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Miles, M. B. & Huberman, A. M. (1994) *Qualitative Data Analysis: an Expanded Sourcebook*, Thousand Oaks, Calif: Sage.
- Ministério da Educação (2001). *Programa de Matemática A (10º ano)*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Ministério da Educação. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.

- Ministério da Educação e Ciência. (2013). *Programa e Metas Curriculares de Matemática - Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Morais, C., & Miranda, L. (2014). Recursos educativos abertos na aprendizagem matemática no ensino básico. *Jornal das Primeiras Matemáticas*, (2), 31-44.
- Moses, B., Bjork, E., & Goldenberg, E. P. (1990). Beyond Problem Solving: Problem Posing. Em T. J. Cooney, & C. R. Hirsch (Edits.), *Yearbook - Teaching and learning mathematics in the 1990's* (pp. 82-91). Reston, VA: NCTM.
- NCTM. (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em Matemática escolar*. Lisboa: APM/IIIE.
- NCTM. (1994). *Normas profissionais para o ensino da matemática*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática: Instituto de Inovação Educacional.
- NCTM (2007), *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM.
- Neves, C., Carvalho, C., (2006). *A importância da afetividade na aprendizagem da matemática em contexto escolar: Um estudo de caso com alunos do 8º ano*. *Análise Psicológica*, 2 (XXIV), 201-215.
- Niss, M. (1999). Aspects of the nature and state of research in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 40, 1–24.
- Nogueira, V. (s/d). *Uso da Geometria no Cotidiano*. Acedido em 17 de junho de 2015 no website:<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1850-8.pdf>.
- OECD (2014). *PISA 2012 Results: Creative Problem Solving: Students' Skills in Tackling Real-Life Problems* (Volume V). Acedido em 3 de setembro de 2015 no website:

[http://www.meb.gov.tr/earged/oeed/PISA2012%20\(vol%205\)--eBook%20\(eng\)-FINAL.pdf](http://www.meb.gov.tr/earged/oeed/PISA2012%20(vol%205)--eBook%20(eng)-FINAL.pdf)

Oliveira, I., & Serrazina, L. (2002). *A reflexão e o professor como investigador - de Trabalho de Investigação*, In GTI (Org.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional*. (pp. 12-29) Lisboa: APM.

Paixão, F., & Jorge, F. (2015). Desenvolver o conhecimento para ensinar matemática na interação entre contextos formais e não formais. In A. Canavarró, L. Santos, C. Nunes, & H. Jacinto (Eds.), *Atas XXVI Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 92-106). Lisboa: APM

Panorkou, N., & Pratt, D. (2009). Mapping experience of dimension. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, & H. Sakonidis (Eds.), *Proceedings of the 33rd PME International Conference* (Vol. 4, pp. 281-288). Thessaloniki, Grécia: PME.

Papalia, D., Olds, S. & Feldman, R. (2001). *O Mundo da Criança*. Amadora. McGraw-Hill.

Pegg, J.; Gutiérrez, A.; Huerta, P. (1998): Assessing reasoning abilities in geometry. In V. Villanue, C. Mammana (Eds.), *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century* (Kluwer: Dordrecht), 275-295.

Pimentel, T., Vale, I., Freire, F., Alvarenga, D., & Fão, A. (2010). *Matemática nos primeiros anos – tarefas e desafios para a sala de aula*. Lisboa: Texto Editores.

Pinheiro, S., & Vale, I. (2013). Criatividade e Matemática: Um caminho partilhado. In – Atas do encontro *Ensinar e Aprender Matemática com Criatividade dos 3 aos 12 anos* (Atas) (pp. 30-39). Viana do Castelo: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo.

Pinto, L. C. & Pereira, S. C. (2008). Educação Não-Formal para uma Infância Real. Acedido a

4 de setembro de 2015:

[http://www.inducar.pt/webpage/contents/pt/cad/Educacao\\_Nao-Formal\\_para\\_uma\\_Infancia\\_Real.pdf](http://www.inducar.pt/webpage/contents/pt/cad/Educacao_Nao-Formal_para_uma_Infancia_Real.pdf)

Pinto, A. & Marques, B. (2012). *A interdisciplinaridade em sala de aula, no 1.º ciclo do ensino básico*. Faro: Escola Superior de Educação e Comunicação da Universidade do Algarve.

Pinto, L. C. & Pereira, S. C. (2008). *Educação Não-Formal para uma Infância Real*. Acedido em 4 de setembro de 2015 no website: [http://www.inducar.pt/webpage/contents/pt/cad/Educacao\\_Nao-Formal\\_para\\_uma\\_Infancia\\_Real.pdf](http://www.inducar.pt/webpage/contents/pt/cad/Educacao_Nao-Formal_para_uma_Infancia_Real.pdf)

Pinto, S., & Fonseca, L. (2012). As isometrias no 2.º ciclo do ensino básico: uma proposta de ensino baseada no modelo de Vien Hiele. Em H. Pinto, H. Jacinto, A. Henriques, A. Silvestre, & C. Nunes (Eds.), *Atas do XXIII Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 167-180). Lisboa: APM.

Ponte, J. (2005). Gestão curricular em Matemática. In APM, *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.

Ponte, J. P., & Serrazina, M. d. (2000). *Didáctica da matemática do 1º ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.

Quivy, R., & Campenhoudt, L. V. (1992). *Manual de Investigação em Ciências Sociais*. Lisboa: Gradiva.

Reis, P. (2011). *Observação de Aulas e Avaliação do Desempenho Docente*. Acedido em 4 de fevereiro de 2015 no website: [http://www.ccap.min-edu.pt/docs/Caderno\\_CCAP\\_2-Observacao.pdf](http://www.ccap.min-edu.pt/docs/Caderno_CCAP_2-Observacao.pdf)

Richardson, K. (2004). Designing math trails for the elementary school. *Teaching Children Mathematics*, 11, 8-14.

- Rodrigues, A. & Martins, I. P. (2005). *Ambientes de Ensino Não Formal de Ciências: Impacte nas Práticas de Professores do 1º Ciclo do Ensino Básico*. Aveiro: Departamento de Didáctica e Tecnologia Educativa. Universidade de Aveiro.
- Sebastiany, A. P., Pizzato, M., Pino, J. D., & Salgado, T. (2012). *Visando, pesquisando, aprendendo e brincando: uma revisão de atividades para o ensino formal de ciências*. *R.B.E.C.T*, 5 (2), 69-98.
- Serrazina, L. (2004). La resolución de problemas y la actividad matemática en el 1.er ciclo de la enseñanza básica. In J. S. Giménez (Eds.), *La actividad matemática en el aula*, (pp.49-57). Barcelona: Editorial GRAÓ.
- Shoaf, M. M., Pollak, H., & Schneider, J. (2004) *Math Trails*. Lexington: COMAP. Inc.
- Singer, F. M., Pelczar, I., & Voica, C. (2011). Problem posing and modification as a criterion of mathematical creativity. In T. Rowland, & E. Swoboda (Ed.), *Proceedings of the 7th Conference of the European Society for Research in Math Education (CERME 7)* (pp. 1133-1142). Poland: University of Rzeszów.
- Siqueira, D. (2001). Relação professor- aluno: uma revisão científica. *Educação e Matemática* (83), 35-40.
- Sousa, H. D., Castanheira, M. T., Lains, C. (2015). *Provas Finais – 2º e 3º Ciclos do Ensino Básico, Relatório Nacional: 2010-2014*. Lisboa: IAVE.
- Stake, R. (1995). *The Art of Case Study Research*. California: SAGE.
- Stein, M. K., Grover, B., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal*, 33(2), 455–488.

- Stein, M. & Lane, S. (1996). Instructional tasks and the development of student capacity to think and reason: An analysis of the relationship between teaching and learning in a reform mathematics project. *Educational Research and Evaluation*, 2, 50-80.
- Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: Da investigação à prática. *Educação e Matemática*, 105, 22-28.
- Stein, M., Engle, R., Smith, M., & Hughes, E. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313–340.
- Stein, M., Smith, M., Hughes, E., & Engle, R. (2009). Orchestrating discussions: Em *Mathematics teaching in the middle school*, 14, 549-556.
- Vale, I. (2004). Algumas Notas sobre a Investigação Qualitativa em Educação Matemática, O Estudo de Caso. Em J. Subtil, J. Portela, & I. Vale, *Revista da Escola Superior de Educação*, 5, 171-202.
- Vale, I. (2009). Das tarefas com padrões visuais à generalização. In J. Fernandes, H. Martinho & F. Viseu (Orgs.), *Actas do Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp.35-63). Viana do Castelo: APM.
- Vale, I. (no prelo). *A criatividade nas (re)soluções visuais de problemas*. Educação e matemática, 135, s/p.
- Vale, I. & Barbosa, A. (Org.), (2009). *Padrões. Múltiplas perspectivas e contextos em educação matemática*. Viana do Castelo: ESEIPVC.
- Vale, I. & Barbosa, A. (2015). Trilhos Matemáticos num contexto não formal de ensino e aprendizagem. In A. Canavarro, L. Santos, C. Nunes & H. Jacinto. (Orgs.), *Atas XXVI Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp.330-336). Lisboa: APM.

- Vale, I., & Pimentel, T. (2004). Resolução de Problemas. In P. Palhares, *Elementos de Matemática para Professores do Ensino Básico* (pp. 7-51). Lisboa: Lidel.
- Vale, I., & Pimentel, T. (2012). Um novo-velho desafio: da resolução de problemas à criatividade em Matemática. In A. P. Canavarro, L. Santos, A. M. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes, & S. Carreira (Ed.), *Investigação em Educação Matemática - Práticas de Ensino da Matemática* (pp. 347-360). Lisboa: SPIEM.
- Veloso, E. (1999). Ensino da Geometria: Ideias para um Futuro Melhor. In E. Veloso, H. Fonseca, J. P. Ponte, & P. Abrantes (Orgs.), *Ensino da geometria no virar do milénio* (pp. 17-32). Lisboa: Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, Departamento de Educação.
- Vergani, T. (1993). *Um horizonte de possíveis sobre uma educação matemática viva e globalizante*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Way, J. (2005). *Problem Solving: Opening up Problems*. Acedido em 28 de agosto de 2015: <http://nrich.maths.org/2471>
- Zabalza, M. (1994). *Planificação e Desenvolvimento Curricular na Escola – A escola como cenário de operações didáticas*. Porto: Edições ASA.



## ANEXOS

### Anexo I – Pedido de autorização

Estimado(a) Encarregado(a) de Educação,

No âmbito do curso de Mestrado em 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico, da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo e da minha integração no estágio que realizo com o grupo de alunos em que o seu educando se encontra, pretendo realizar uma investigação centrada na área curricular de Matemática.

Para a concretização da mesma será necessário proceder à recolha de dados através de diferentes meios, entre eles os registos fotográficos, áudio e vídeo das atividades referentes ao estudo. A colaboração, nesta investigação, não prejudicará os estudos do seu educando e os registos serão confidenciais e utilizados exclusivamente na realização desta investigação. Todos os dados serão devidamente codificados garantindo, assim, o anonimato das fontes quando publicado.

Venho por este meio solicitar a sua autorização para que o seu educando participe neste estudo, permitindo a recolha dos dados acima mencionados. Estarei ao seu dispor para prestar quaisquer esclarecimentos que achar necessários.

Agradecendo desde já a sua disponibilidade e colaboração, solicito que assine a declaração abaixo, devendo posteriormente destacá-la e devolvê-la.

Viana do Castelo, 10 de abril de 2015

A mestranda

\_\_\_\_\_  
(Lígia Rafaela Rodrigues Castro)

-----

Eu, \_\_\_\_\_, encarregado(a)  
de \_\_\_\_\_ educação \_\_\_\_\_ do(a) \_\_\_\_\_ aluno(a),  
\_\_\_\_\_, nº \_\_\_\_\_, da turma \_\_\_\_\_ do \_\_\_\_\_º  
ano, declaro que autorizo/não autorizo (riscar o que não interessa) a participação do meu  
educando no estudo acima referido e a recolha de dados necessária.

Data: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_ Assinatura: \_\_\_\_\_

Obs.: \_\_\_\_\_



## Anexo II – Quadro da calendarização do estudo

Etapas do estudo	Datas										
	Fev.	Mar.	Abr.	Mai.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Out.	Nov.	
Pesquisa bibliográfica											
Definição do problema e das questões de investigação											
Revisão da literatura											
Pedidos de autorização aos encarregados de educação											
Questionários iniciais											
Seleção de tarefas											
Implementação de tarefas											
Recolha de dados											
Questionários finais											
Entrevistas aos alunos											
Análise dos dados											
Conclusões											



## **Anexo III – Entrevistas Semiestruturadas**

### Entrevista grupo J

#### **Estação A/ Tarefa 1.2**

Como pensaram para obter a resposta a esta tarefa?

#### **Estação B/ Tarefas 2.1 e 2.2**

Qual a estratégia que utilizaram para resolver esta tarefa?

#### **Estação D/ Tarefa 4.2**

Nesta tarefa, qual foi a vossa resposta?

Só havia uma possibilidade?

#### **Estação F/ Tarefa 6.2**

Não deram qualquer tipo de resposta a esta tarefa?

#### **Estação I/ Tarefa 9.1**

Deram resposta por tentativas?

Que de outra forma poderiam ter chegado à solução correta?

### Entrevista grupo I

#### **Estação A/ Tarefa 1.2**

Como pensaram para obter a resposta a esta tarefa?

#### **Estação B/ Tarefas 2.1 e 2.2**

Qual a estratégia que utilizaram para resolver estas tarefas?

#### **Estação F/ Tarefa 6.1 e 6.2**

Qual foi o vosso raciocínio na tarefa 6.1?

O que se pretende com a tarefa 6.2?

Como obtiveram a resposta de janela meia aberta?

#### **Estação H/ Tarefa 8.2 e 8.3**

Observem o que fizeram na tarefa 8.2 e 8.3 e expliquem-me o vosso raciocínio.

O que realizaram está correto?

#### **Estação I/ Tarefa 9.1**

Como obtiveram a resposta de que o 17º quadrado seria azul?

### Entrevista grupo H

#### **Estação A/ Tarefa 1.2**

Como pensaram para obter a resposta a esta tarefa?

#### **Estação B/ Tarefas 2.1 e 2.2**

Qual a estratégia que utilizaram para resolver estas tarefas?

#### **Estação F/ Tarefa 6.1 e 6.2**

Qual foi o vosso raciocínio na tarefa 6.1?

Não deram qualquer resposta à tarefa 6.2?

#### **Estação I/ Tarefa 9.1**

Como obtiveram a resposta de que o 17º quadrado seria azul?

#### Entrevista grupo G

##### **Estação A/ Tarefa 1.2**

Como pensaram para obter a resposta a esta tarefa?

##### **Estação B/ Tarefas 2.1 e 2.2**

Qual a estratégia que utilizaram para resolver estas tarefas?

##### **Estação F/ Tarefa 6.1 e 6.2**

Qual foi o vosso raciocínio na tarefa 6.1?

O que se pretende com a tarefa 6.2?

Como obtiveram a resposta de janela meia aberta?

##### **Estação I/ Tarefa 9.1**

Como obtiveram a resposta de que o 17º quadrado seria azul?

##### **Desafio 12**

Expliquem-me como chegaram à solução que a área do retângulo será preenchido por 22 quadrados.

#### Entrevista grupo F

##### **Estação A/ Tarefa 1.2**

Como pensaram para obter a resposta a esta tarefa?

##### **Estação B/ Tarefas 2.1 e 2.2**

Qual a estratégia que utilizaram para resolver estas tarefas?

##### **Estação F/ Tarefa 6.1 e 6.2**

Qual foi o vosso raciocínio na tarefa 6.1?

O que se pretende com a tarefa 6.2?

Como obtiveram a resposta de janela meia aberta?

##### **Estação I/ Tarefa 9.1**

Como obtiveram a resposta de que o 17º quadrado seria azul?

#### Entrevista grupo A

##### **Estação A/ Tarefa 1.2**

Como pensaram para obter a resposta a esta tarefa?

##### **Estação B/ Tarefas 2.1 e 2.2**

Qual a estratégia que utilizaram para resolver estas tarefas?

##### **Estação G/ Tarefas 7.1 e 7.2**

Dêem-me resposta às tarefas.

##### **Estação H/ Tarefa 8.3**

Perante o que realizaram na tarefa 8.2, expliquem-me o que teriam que fazer na alínea 8.3.

##### **Estação I/ Tarefa 9.1**

Como obtiveram a resposta de que o 17º quadrado seria azul?

##### **Desafio 12**

Quais as respostas ao vosso desafio?

#### Entrevista grupo E

##### **Estação A/ Tarefa 1.2**

Como pensaram para obter a resposta a esta tarefa?

##### **Estação B/ Tarefas 2.1 e 2.2**

Qual a estratégia que utilizaram para resolver estas tarefas?

##### **Desafio 12**

Expliquem-me o desafio que realizaram.

#### Entrevista grupo K

##### **Estação B/ Tarefas 2.1 e 2.2**

Qual a estratégia que utilizaram para resolver estas tarefas?

##### **Estação C/ Tarefa 3**

Não realizaram esta tarefa porquê?

##### **Estação E/ Tarefa 5**

Qual é a vossa resposta a esta tarefa?

##### **Estação F/ Tarefa 6.1 e 6.2**

Qual foi o vosso raciocínio na tarefa 6.1?

O que se pretende com a tarefa 6.2?

Como obtiveram a resposta de janela meia aberta?

##### **Estação I/ Tarefa 9.1**

Como obtiveram a resposta de que o 17º quadrado seria verde?

##### **Estação J/ Tarefa 10**

Expliquem-me e demonstrem-se quais são os pontos que apelidaram.

#### Entrevista grupo D

##### **Estação A/ Tarefa 1.2**

Porque não realizaram esta tarefa depois de a terem explicado, e muito bem, o que teriam de fazer?

##### **Estação B/ Tarefas 2.1 e 2.2**

Qual a estratégia que utilizaram para resolver estas tarefas?

##### **Estação D/ Tarefa 4.2**

Existem quatro modos, mas quais são esses modos? Pedi para registarem esses diferentes modos.

##### **Estação F/ Tarefa 6.1 e 6.2**

Qual foi o vosso raciocínio na tarefa 6.1?

Como obtiveram a resposta de janela aberta?

##### **Estação I/ Tarefa 9.1**

Como obtiveram a resposta de que o 17º quadrado seria azul?

##### **Desafio 12**

Qual foi o vosso raciocínio para obterem a resposta à realização do vosso desafio?

### Entrevista grupo C

#### **Estação A/ Tarefa 1.2**

Como pensaram para obter a resposta a esta tarefa?

#### **Estação B/ Tarefas 2.1 e 2.2**

Qual a estratégia que utilizaram para resolver a tarefa 2.1?

Qual a estratégia que utilizaram para resolver a tarefa 2.2?

#### **Estação D/ Tarefa 4.2**

Será que não existem outras formas?

#### **Estação E/ Tarefa 5**

Expliquem-me o vosso raciocínio na determinação da amplitude dos ângulos agudos.

#### **Estação F/ Tarefa 6.1 e 6.2**

Como é que chegaram ao valor de 1,20€?

Não responderam à tarefa 6.2 porquê? O que responderiam? Justifiquem.

#### **Estação I/ Tarefa 9.1**

Expliquem-me como chegaram à resposta de que a 17<sup>o</sup> quadrado seria verde.

### Entrevista grupo B

#### **Estação A/ Tarefa 1.2**

Como pensaram para obter a resposta a esta tarefa?

#### **Estação B/ Tarefas 2.1 e 2.2**

Qual a estratégia que utilizaram para resolver estas tarefas?

#### **Estação I/ Tarefa 9.1**

Como obtiveram a resposta de que o 17<sup>o</sup> quadrado seria azul?

### Perguntas comuns a todas as entrevistas

Qual o desafio que mais gostaram?

Qual o desafio que menos gostaram? Porquê?

Qual o desafio mais fácil de resolver?

Qual o desafio mais difícil?

Tiveram muitas dificuldades na sua resolução?

Se se tornar-se a fazer um trilho matemático, a vossa postura mantinha-se?

O que alteravam?

O que é que aprenderam na realização do trilho?

A realização dos desafios na sala de aula ajudou-vos na realização do trilho?



**Anexo IV – Questionário Inicial**

**Questionário diagnóstico**

**Nome:** \_\_\_\_\_ **Idade:** \_\_\_\_\_

**Numera as disciplinas por ordem de preferência (1 a mais favorita a 10 menos favorita)**

1. Qual é a tua disciplina favorita?

Português	<input type="checkbox"/>	Ciências Naturais	<input type="checkbox"/>
Matemática	<input type="checkbox"/>	História e Geografia de Portugal	<input type="checkbox"/>
Educação Física	<input type="checkbox"/>	Educação Visual	<input type="checkbox"/>
Educação Tecnológica	<input type="checkbox"/>	Educação Musical	<input type="checkbox"/>
Inglês	<input type="checkbox"/>	OC Cidadania	<input type="checkbox"/>

**Assinala com um x as tuas respostas.**

2. Tens dificuldades em alguma (s) da (s) disciplina (s)?

Sim  Não  Se sim, qual (ais)? \_\_\_\_\_

3. Porque dizes que tens mais dificuldades?

---

---

4. Tens facilidade em aprender matemática?

Sim  Não

Porquê? \_\_\_\_\_

---

5. A Matemática é útil para o dia-a-dia?

Sim  Não

Porquê? \_\_\_\_\_

---

6. Onde podes usar a matemática que aprendes?

---

---

7. É importante aprender Matemática?

Sim  Não

Porquê? \_\_\_\_\_

---

8. Gostas da disciplina de Matemática?

Sim  Não

Porquê? \_\_\_\_\_

---

**Anexo V – Questionário Final**

**Questionário final**

Nome: \_\_\_\_\_ Idade: \_\_\_\_\_

**Assinala com um x as tuas respostas.**

1. Gostaste de fazer o Trilho Matemático?

Sim  Não

Porquê? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

2. Achas que aprendes melhor com aulas como as do trilho?

Sim  Não

Porquê? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

3. O que achas de haver mais aulas fora da sala de aula?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

4. A Matemática é útil para o dia-a-dia?

Sim  Não

Porquê? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

5. Onde podes usar a Matemática que aprendes?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

6. É importante aprender Matemática?

Sim  Não

Porquê? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



## Anexo VI – Calendarização dos conteúdos da intervenção educativa

Tabela 1

### *Calendarização dos conteúdos da intervenção educativa*

<i>Calendarização</i>	<i>Conteúdos</i>
15 de abril	Geometria e Medida Comprimento: Unidades de medida de comprimento do sistema métrico; Conversões; Perímetro.
17 de abril	Geometria e Medida Área: Unidades de área convencionais. Unidades de área do sistema métrico; Medições de áreas em unidades do sistema métrico; Conversões; Área de retângulos de lados de medida racional.
20 de abril	Geometria e Medida Área: Fórmula para a área de paralelogramos. Cálculo de áreas de figuras planas.
22 de abril	Geometria e Medida Área: Fórmulas para a área de triângulos; Cálculo de áreas de figuras planas.
24 de abril	Geometria e Medida Área: Cálculo de áreas de figuras planas por decomposição, composição e enquadramento.



## Anexo VII – Trilho Matemático

Estação A – De costas para o edifício escolar, vira à esquerda e vai em direção ao banco de pedra.

Tarefa 1. A escola irá mandar fazer bancos do mesmo formato que este, mas em madeira.



**1.1** O carpinteiro quer saber por quantas faces é formado o banco.

**1.2** Sabendo que o carpinteiro tem placas do tamanho das faces com maior área dos pés do banco, quantas placas de madeira necessita para construir apenas o topo do banco com as mesmas dimensões que este?

Estação B – Dirige-te para a bancada de pedra que se encontra em frente à vedação do campo de jogos. Numa das extremidades da bancada irás encontrar um caixote do lixo, como na imagem:

Tarefa 2. Os caixotes do lixo estão bastante degradados. A direção da escola, vai pintar todo o ferro vermelho a preto.

**2.1** Calcula um valor aproximado da área do ferro.

**2.2** Sabe-se que existem 3 latas de tinta preta que dá para cobrir 3 metros quadrados e a escola dispõem de 12 caixotes do lixo deste tipo. Verifica e as 3 latas de tinta preta serão suficientes para pintar todos os caixotes.

Justifica.



Estação C – De frente para o caixote do lixo, faz o percurso andando em linha reta. Para quando encontrares um ogo da macaca desenhado no chão.

Tarefa 3. Um dos alunos, a brincar com uma pinchona, atirou-a para o telhado da escola. Para conseguir recuperar vai necessitar de uma escada. Para saber o comprimento necessário da escada precisa da tua ajuda.

Estima a altura da escola, tendo em conta uma unidade de comprimento à tua escolha.

Estação D – De costas para o edifício da escola, roda 90° para a tua direita e segue em frente. Vira à direita na primeira saída e irás encontrar esta figura desenhada no chão:



**Tarefa 4.** Dois colegas lançaram dois desafios na escola baseada na figura que encontras à tua direita.

**4.1** Observa com atenção a figura e regista quantos quadrados consegues visualizar.

**4.2** Regista no teu bloco todos os modos diferentes de pintar  $\frac{3}{4}$  dessa figura.

**Estação E - Dirige-te até à entrada do campo de jogos.**

**Tarefa 5.** Olha para o portão e focaliza-te no triângulo inferior esquerdo. Determina a amplitude dos ângulos internos do triângulo.



**Estação F – Dirige-te para o campo de futebol e mantém-te perto da primeira baliza, de frente para o edifício escolar.**

**Tarefa 6.** Com uma bola de futebol, um aluno partiu um vidro de uma janela. Essa janela encontra-se no canto inferior esquerdo do edifício escolar. Este terá como penalização pagar um novo vidro.

**6.1** Sabendo que  $1\text{m}^2$  de vidro custa 1,50€, calcula o valor a pagar.

**6.2** Agora, imagina que a primeira, terceira e sexta janelas estão abertas. Tendo a fachada 20 janelas descobre se a vigésima primeira janela estaria aberta ou fechada. Justifica.

**Estação G – De frente para o edifício escolar, roda  $90^\circ$  para direita e dirige-te até encontrares a figura de um tabuleiro de xadrez no chão do teu lado direito.**

**Tarefa 7.** Haverá um jogo de basquetebol, para usufruírem de uma melhor visualização, colocar-se-á cadeiras apenas nos quadrados pretos.

**7.1** Quantas pessoas poderão assistir ao jogo sentadas?

**7.2** Que percentagem de quadrados do “tabuleiro” terão cadeiras?



Estação H – De frente para o edifício escolar, roda 90° para a esquerda. Dirige-te em frente e vira ligeiramente, na primeira saída, à direita. Encontra uma parede que tem esta figura pintada:

**Tarefa 8.** Esta é uma sinalética de um jogo de orientação que uma das turmas irá realizar. Esta mesma figura irá ser representada, exatamente igual, em outras paredes da escola. Para que se consiga pintar, irão ter que tomar conhecimento de algumas das suas propriedades.



**8.1** Verifica e classifica o triângulo representado a vermelho.

**8.2** Determina a área desse mesmo triângulo.

**8.3** Calcula a área do quadrilátero.

Estação I – Dirige-te em frente até encontrares o seguinte posto de água:

**Tarefa 9.** Todos estes postos são cubos, nas quais as faces estão representadas por 5 ninhos de quadrados alternadamente pintados.



**9.1** Imagina se tivesses um cubo com 50 ninhos de quadrados de que cor seria o 17º quadrado?

**9.2** A escola vai transformar estes postos em floreiras. Cada posto terá 8 pés de rosas e 8 pés de lírios. Desenha no teu bloco os vários modos de dispor as flores, tendo em conta que o espaçamento entre cada pé tem a mesma dimensão/medida. Não pode sobrar pé de flores. Sê organizado.

**9.3** Gastou-se 75,60€ em flores para cada posto. Se cada pé de rosas custa 3,50€ e cada pé de lírios custa 4,20€, calcula quantos pés de cada flor terá cada posto.

Estação J – De frente para o posto de água, vira à direita até encontrares, do teu lado direito, a seguinte porta:

**Tarefa 10.** Centra-te no vidro quadrangular e imagina duas diagonais a atravessar-lhe. Uma das funcionárias da escola, irá fazer em croché uma cortina com *design* geométrico. Para tal, necessita de recordar alguns conteúdos matemáticos. A vossa função será ajudá-la. Para facilitar as indicações a dar, identifica os vértices de que poderás necessitar. Indica:



**10.1** Dois segmentos de reta perpendiculares.

**10.2** Dois ângulos verticalmente opostos.

**10.3** Dois ângulos adjacentes.

**10.4** Duas retas paralelas.

Estação K – De frente para a escola, roda 90° para a tua esquerda e anda até encontrares uma chave desenhada no chão.

Tarefa 11.

Para o trilho terminar.

Este desafio irás desvendar.

O perímetro da chave terás de calcular,

E o valor registar.

Dirige-te rápido para a meta,

E o papel terás de entregar.

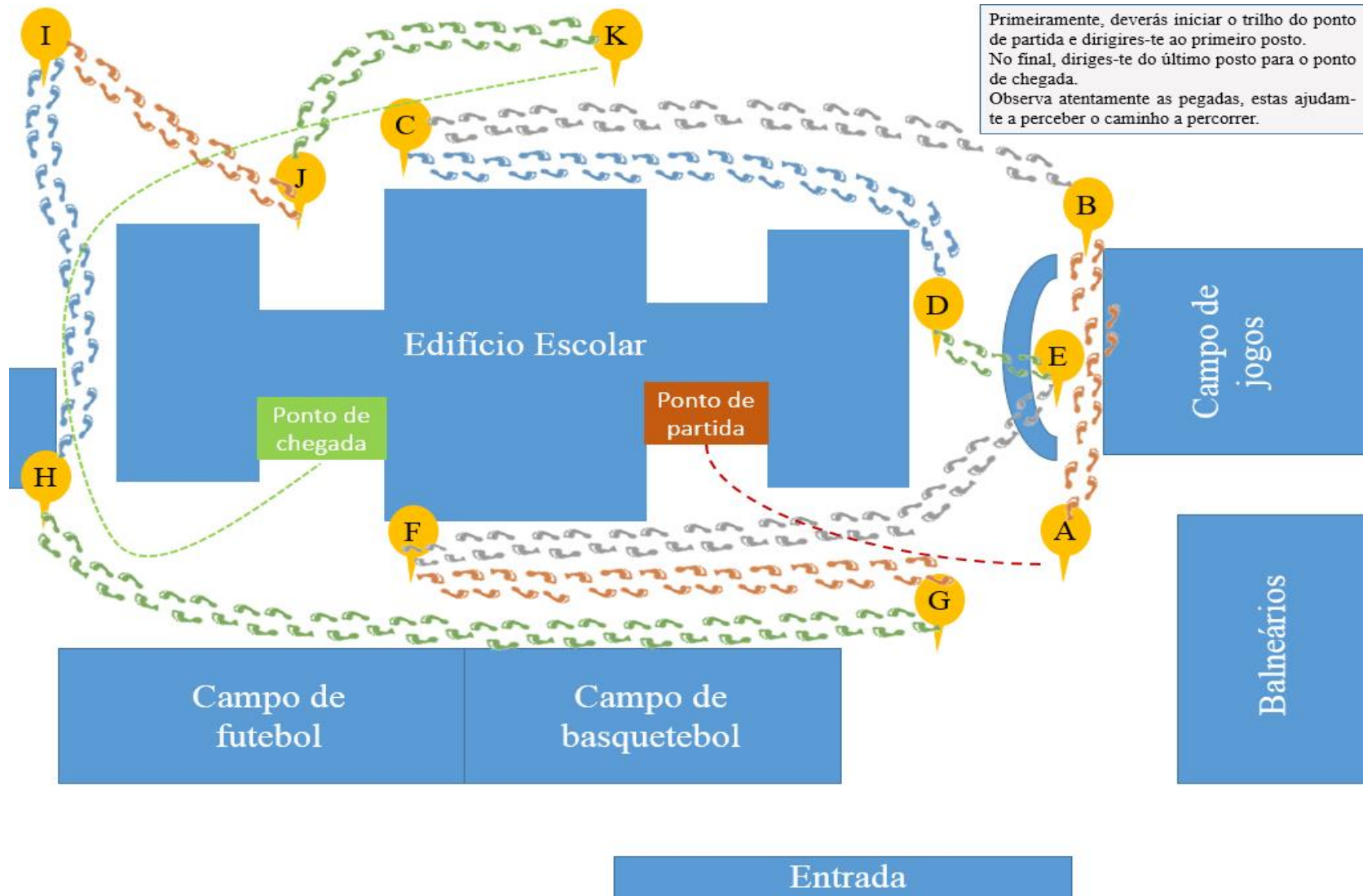
Se acertares na resposta.

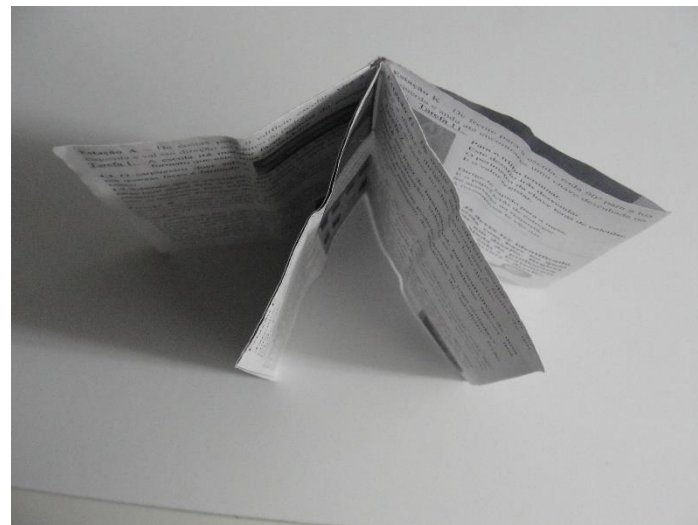
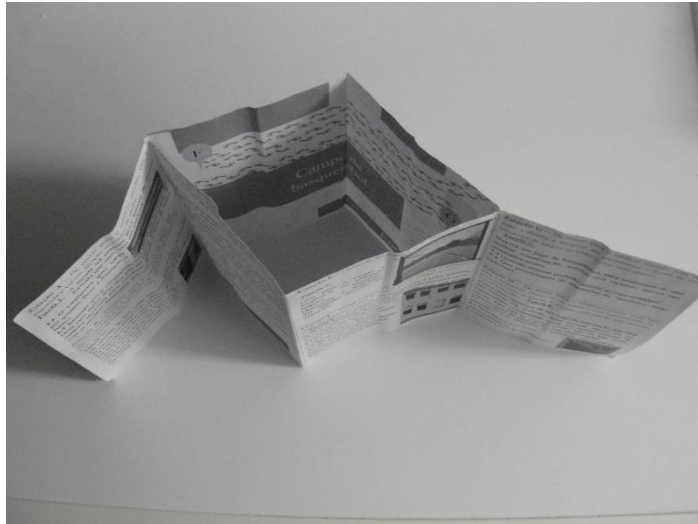
A recompensa te vão dar.



Tarefa 12. Ao longo do trilho já deves ter identificado um elemento da escola com base no qual gostarias de inventar um problema. Regista esse elemento com a ajuda da professora. Dirige-te para a sala de aula e juntamente com o(s) teu(s) colega(s) resolve o desafio.











## Anexo VIII – Descrição das tarefas

Na tabela 3 é possível ter uma visão geral das tarefas apresentadas no Trilho Matemático, o tipo de tarefa e os objetivos definidos.

Tabela 3

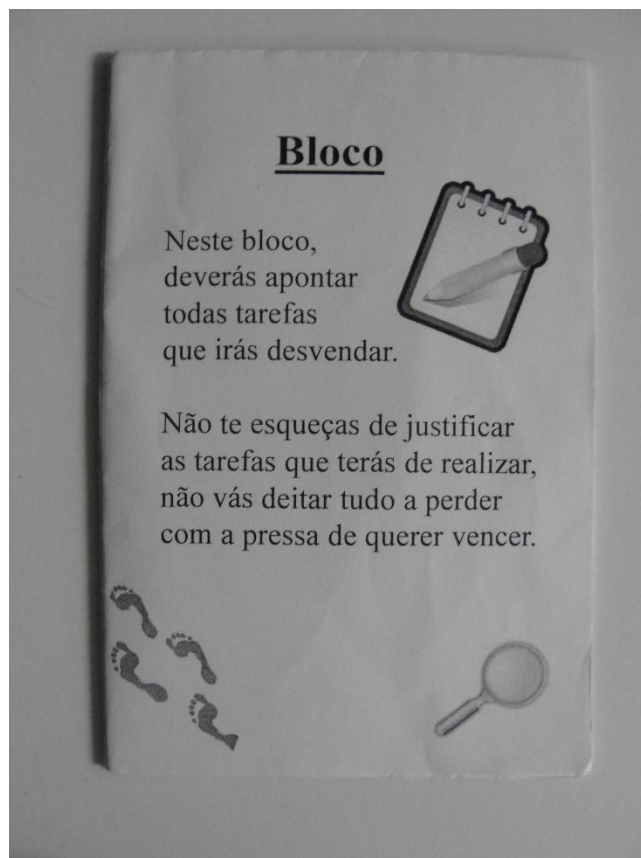
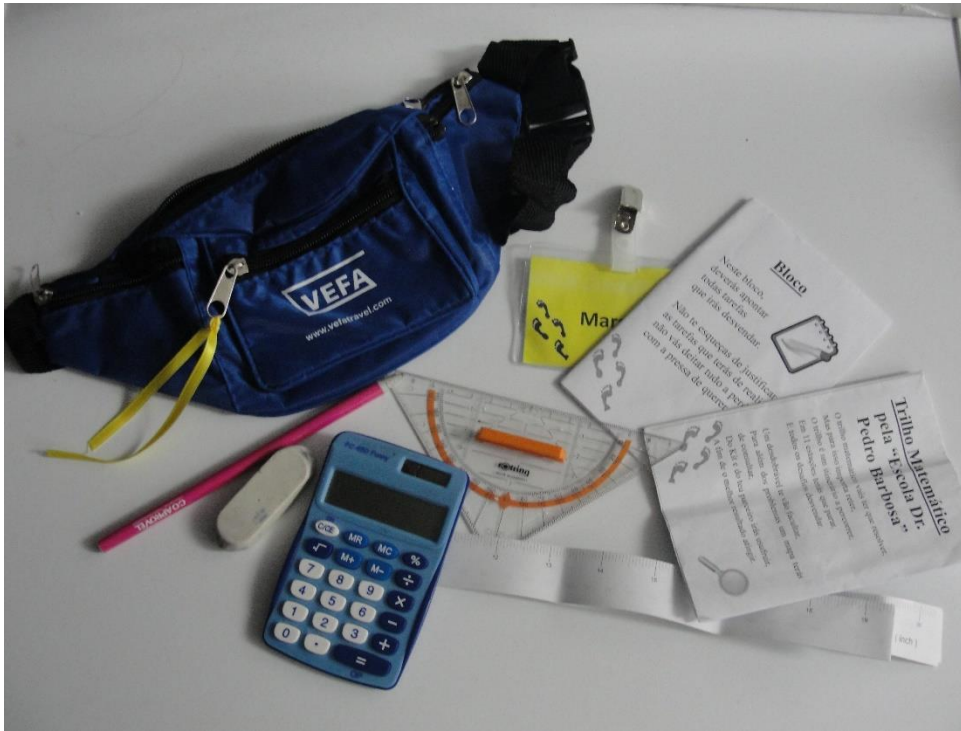
### Descrição das tarefas

Tarefa		Tipo de tarefa (Ponte, 2005)	Objetivos matemáticos
T1	T1.1	Exercício	Identificar e contar faces de um sólido.
	T1.2	Problema	Resolver problemas recorrendo a diferentes estratégias.
T2	T2.1	Exploração	Medir e calcular áreas.
	T2.2	Problema	Resolver problemas recorrendo a diferentes estratégias.
T3		Exploração	Identificar uma unidade de comprimento. Estimar alturas.
T4	T4.1	Exploração	Contar.
	T4.2	Exploração	Representar de diferentes modos a fração representativa de uma situação parte-todo.
T5		Exploração	Identificar o triângulo quanto ao comprimento dos lados e quanto à amplitude dos ângulos. Determinar a amplitude dos ângulos.
T6	T6.1	Problema	Resolver problemas recorrendo a diferentes estratégias.
	T6.2	Exploração	Determinar o termo da sequência. Explicar o raciocínio.
T7	T7.1	Exercício	Contar.
	T7.2	Exercício	Reconhecer a percentagem representativa de uma situação parte-todo.
T8	T8.1	Exercício	Classificar o triângulo quanto ao comprimento dos lados e à amplitude dos ângulos.
	T8.2	Problema	Determinar a área de um triângulo.
	T8.3	Problema	Determinar a área de um quadrilátero.

T9	T9.1	Exploração	Determinar o termo da sequência. Explicar o raciocínio.
	T9.2	Investigação	Identificar a figura. Desenhar de diferentes formas a situação descrita.
	T9.3	Problema	Resolver problemas recorrendo a diferentes estratégias.
T10	T10.1	Exploração	Identificar segmentos de reta perpendiculares.
	T10.2	Exploração	Identificar ângulos verticalmente opostos.
	T10.3	Exploração	Identificar ângulos adjacentes.
	T10.4	Exploração	Identificar retas paralelas.
T11		Exercício	Medir e reconhecer o perímetro de uma figura poligonal fechada.
T12			Construir e resolver uma tarefa matemática inserida no meio envolvente.



## Anexo IX – Kit

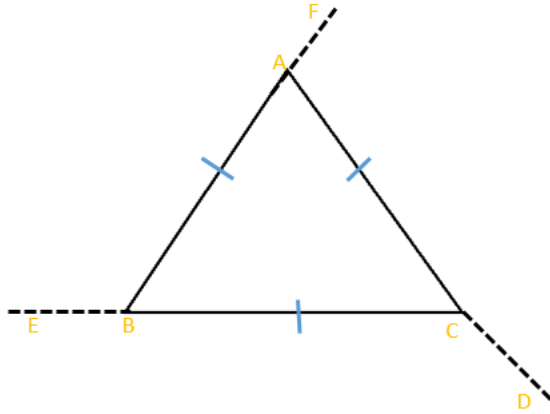




## Anexo X – Desafios de sala de aula

### Desafio A

Observa atentamente a figura e calcula a amplitude do ângulo externo, adjacente ao ângulo ABC.



### Desafio B

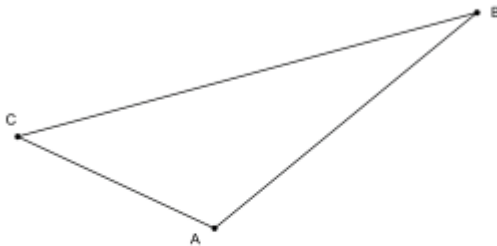
Observa atentamente a figura:



- Identifica, com letras, os vértices das figuras.
- Indica:
  - duas retas perpendiculares;
  - duas retas paralelas;
  - duas retas concorrentes;
  - dois ângulos adjacentes;
  - dois ângulos complementares;
  - dois ângulos suplementares;
  - uma semirreta;
  - um segmento de reta.

### Desafio C

Observa o triângulo [ABC] representado:

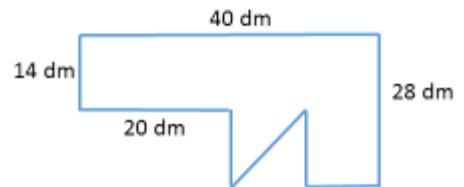


$\overline{CA} = 3 \text{ cm}$ ;  
 $\overline{CB}$  é o quádruplo de dois;  
 $\overline{AB}$  é o dobro do  $\overline{CA}$ ;

- Classifica o triângulo [ABC]:
  - quanto ao comprimento dos lados;
  - quanto à amplitude dos ângulos.

### Desafio D

Observa a figura:



- Calcula um valor aproximado do perímetro e a área da figura.
- Se 1cm de rede custa 0,50 € quanto ficará mandar vedar toda a figura?
- Uma lata de tinta dá para cobrir  $10 \text{ dm}^2$  quantas latas serão necessárias para pintar toda a figura?

### Desafio E

Observa a figura:



Calcula um valor aproximado do perímetro até às centésimas.

### Desafio G

Tem por base este sólido geométrico e os dados fornecidos:

$$\begin{aligned} \overline{BC} &= 10 \text{ cm} \\ \overline{CD} &= \overline{DE} \\ \overline{FE} &= 0,4 \text{ cm} \end{aligned}$$



- Classifica o sólido.
- Por quantas faces é constituído?
- Irá forrar-se o sólido com papel autocolante, mas só existem papeis das dimensões da face mais pequena do sólido. Quantos papeis serão necessários para cobrir o topo do sólido.

### Desafio I

Observa o padrão:



- Completa e continua o padrão.
- Qual é o grupo que se repete?
- Que figura se encontra na décima nona posição?

### Desafio F

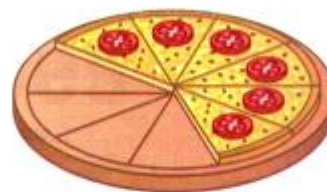
O João tem 1,59 m de altura.

- Qual é a altura do João em centímetros?
- Observa a figura e faz uma estimativa para:
  - a altura da árvore;
  - a altura do castelo.



### Desafio H

A Ana e a Rita comeram quatro fatias de pizza.



- Que fração do todo representa o que foi comido pela Ana e a Rita?
- Qual a percentagem de fatias comidas?
- Que fração do todo sobrou da pizza?
- Que percentagem sobrou da pizza?

### Desafio J

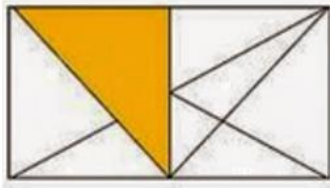
Observa o padrão na sequência:



- Continua a sequência “duas casas” para a direita e “duas casas” para a esquerda.
- Que figura se encontra na sétima posição na sequência dada? E na vigésima?
- Com as figuras disponíveis, constrói padrões do tipo:  
AABAAB;  
ABBABBABB.

### Desafio K

Observa atentamente a figura.



- Quantos triângulos consegues observar na figura?
- Que fração, do todo, está pintada?
- Pinta a figura de forma a obter  $\frac{1}{2}$ .

### Desafio M

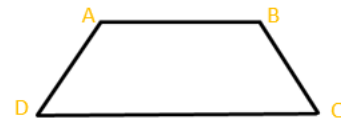
Observa atentamente a imagem:



Com os sinais de trânsito presentes na imagem, desafia-te a elaborares um problema.

### Desafio L

Observa atentamente a figura.



- Descreve sucintamente a figura.
- Calcula a área da mesma tendo em conta as seguintes indicações:

$$\text{Altura} = 0,5 \text{ cm}$$

$$\text{Base} = \overline{DC}$$

$$\overline{DC} = 2,6 \text{ cm}$$

$$\overline{AB} = 2,0 \text{ cm}$$

$$\overline{AD} = \overline{BC}$$