



**POLITÉCNICA**

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales

---

# CÁLCULO DE ESFUERZOS EN LOS CABLES DE UNA PLATAFORMA EÓLICA OFFSHORE FLOTANTE

---

TRABAJO DE FIN DE GRADO

Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales  
Especialidad de Construcción

**Beatriz Aviño de Pablo**

Tutor: Ignacio Romero Olleros

Convocatoria de Julio de 2017



*“Para acabar las cosas, hay que empezar a hacerlas”*

Josemaría Escrivá de Balaguer



# Agradecimientos

A mi tutor, Ignacio, por su asesoramiento, dedicación y consejos que me han permitido adquirir una mayor madurez profesional.

A mis padres, que con su ejemplo constante de cada día me han enseñado que la felicidad está en hacer mi trabajo lo mejor que pueda y disfrutar y confiar en que si quiero puedo.

A mis hermanos y amigos, por apoyarme y animarme siempre, consiguiendo que me despeje en los momentos más complicados.

A Dios, por darme la fuerza necesaria para ser constante y perseverante en el trabajo, y ayudarme a apreciar el verdadero sentido de las cosas.



# Resumen

## Motivación

Actualmente, España, con una potencia eléctrica instalada de 23.026 MW a 31 de diciembre de 2016 [1], es el quinto país del mundo en relación a la potencia instalada, después de China, Estados Unidos, Alemania e India. Esto se debe al uso de energías renovables, que se ha ido incrementando con los años. Dentro de estas energías renovables destaca la producción de electricidad a partir de la energía eólica, que en 2016 ha sido en España la segunda tecnología en el sistema eléctrico, produciendo 47.319 GWh y una cobertura de la demanda eléctrica del 19,3 %. Sin embargo, es el sector eólico terrestre el que produce la mayor parte de la energía eólica en este país. La energía eólica marina está experimentando un escaso desarrollo, debido principalmente a la profundidad de las costas españolas, las cuales empiezan a superar los 60 metros muy cerca de la costa, incrementando la complejidad en la instalación de las plataformas de los aerogeneradores offshore.

La solución sería la instalación de turbinas eólicas flotantes, aerogeneradores que se encuentran flotando en la superficie del agua y que están anclados mediante cables de acero. Estas plataformas flotantes se consideran la mejor alternativa de cara al futuro, y actualmente se están desarrollando diversos proyectos en este sector.

Por esta razón, este trabajo busca dimensionar los cables de acero que sujetan estas plataformas, de manera que otorguen estabilidad a la estructura. El cálculo se realiza mediante la aplicación de la teoría de vigas de Simó-Reissner, la cual calcula la respuesta de las catenarias frente a las cargas a las que está sometida de una manera muy aproximada.

## Objetivos del proyecto

El fin último de este trabajo es calcular los esfuerzos que aparecen en los cables que sujetan una plataforma eólica offshore flotante, más concretamente una plataforma estabilizada por flotación, para verificar su resistencia y su capacidad para otorgar estabilidad a la estructura. Además, los anclajes de la plataforma tienen radios de catenarias grandes en comparación con la profundidad. Reduciendo el grosor de los cables y verificando su resistencia se podría avanzar en los proyectos de instalación de turbinas eólicas offshore que se están llevando a cabo actualmente.

Debido a su grosor, los cables de anclaje no se pueden estudiar con la teoría mecánica de cables, pero tampoco con la teoría del cálculo estructural, debido a que sufren grandes desplazamientos y deformaciones. Por lo tanto, el cálculo se realiza mediante la aplicación de las ecuaciones de equilibrio del modelo de vigas de Simó-Reissner. Esta teoría permite calcular los esfuerzos en estructuras que sufren grandes deformaciones, como es el caso de los cables de acero, de una manera más aproximada que las teorías de Bernoulli y Timoshenko. Para ello, se empleará el programa de elementos finitos **IRIS**.

## Metodología

Este Trabajo de Fin de Grado se ha estructurado en tres bloques. El primero consiste en un estudio de las ventajas que ofrece la energía eólica marina frente a la energía eólica terrestre, así como su origen y evolución, y sus distintas aplicaciones. Se han estudiado a continuación los tipos de plataformas offshore que existen actualmente, diferenciando en plataformas fijas y flotantes. Se ilustran también los diferentes sistemas de anclaje de las plataformas offshore, y se detalla el diseño de la plataforma offshore flotante que va a servir como modelo para este trabajo, introduciendo una serie de simplificaciones. Por último, se estudia la hidrodinámica offshore, analizando las cargas que pueden afectar tanto al aerogenerador como a su soporte y a los cables de acero que lo sujetan.

En el segundo bloque se desarrollan tres modelos para vigas: el modelo de Bernoulli, el modelo de Timoshenko y el modelo de Simó-Reissner. Este último es la teoría que se va a emplear para la simulación de la plataforma offshore con el programa de elementos finitos **IRIS**, debido a que es capaz de reproducir grandes rotaciones y desplazamientos de las secciones transversales de las catenarias de una manera conceptualmente sencilla. A partir de la expresión de la energía de una viga sometida a una serie de cargas, se obtienen las ecuaciones de equilibrio que servirán para el posterior análisis de la plataforma offshore flotante. Estas ecuaciones rigen el comportamiento estático de la estructura, pero son la base del comportamiento dinámico, que no se ha desarrollado debido a su mayor grado de complejidad. Los otros dos modelos comentados anteriormente son la base de la que parte el modelo de Simó-Reissner, que se considera una evolución de los mismos, y aparecen igualmente explicados, hallándose también las ecuaciones de equilibrio a partir de la energía de una viga.

En el tercer y último bloque se somete la plataforma offshore flotante a un análisis dinámico, aplicando las cargas a las que se encuentra sometida y que se han estudiado en el primer bloque. Para ello se ha empleado el software **IRIS**, que aplica el Método de los Elementos Finitos para resolver estas ecuaciones, dividiendo toda la estructura en elementos finitos, con sus nodos correspondientes. Se obtienen de esta manera los esfuerzos en cada uno de los nodos, hallándose a continuación las tensiones en los mismos.

## Resultados y conclusiones

La estructura consiste en un aerogenerador compuesto por la torre y la nacelle, apoyado sobre un soporte con geometría prismática que está sujeto por cuatro catenarias, fijadas cada una de ellas en una esquina del mismo y ancladas al lecho marino. Estas catenarias tienen una longitud de  $360\text{ m}$ , y están hechas de acero alta resistencia NV 36, de clase A, con límite elástico de  $375\text{ MPa}$ .

El primer análisis se realiza a la estructura sujeta con unas catenarias de  $0,15\text{ m}$  de diámetro, para estudiar si con ese diámetro escogido para los cables de acero la tensión máxima que aparece en los nodos es inferior a la tensión admisible del acero.

Se obtienen los esfuerzos (esfuerzo axial y momentos  $M_x$  y  $M_y$ ) en cada uno de los nodos de dos de los cables en función del tiempo (en un intervalo de  $100\text{ s}$ ), y las tensiones, que vienen representadas en las posteriores gráficas, se calculan mediante la siguiente expresión:

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_{xx}} + \frac{M_y}{I_{yy}}$$

Se concluye que la tensión máxima del cable 1 se produce en el anclaje de la catenaria con el soporte del aerogenerador, en el instante  $t = 16\text{ s}$ , con un valor de  $\sigma_1 = 171,89\text{ MPa}$ .

La tensión máxima en el cable 2 aparece en el anclaje de la catenaria 2 con el lecho marino, en el instante  $t = 93\text{ s}$ , con un valor de  $\sigma_2 = 118,52\text{ MPa}$ .

El cable 1 es el que sufre mayores esfuerzos debido a que se encuentra la mayor parte del tiempo traccionado, al tener que sujetar la plataforma para que no se desplace en la dirección y sentido de las cargas. En el cable 2, en cambio, los esfuerzos que aparecen son menores, al estar sometido únicamente a las fuerzas de las corrientes (el desplazamiento de la plataforma está impedido por el cable 1). Por esta razón, los valores de las tensiones son siempre menores en el cable 2 para un nodo determinado, como se observa en las figuras posteriores.

A partir de estos resultados, se comprueba que el valor de la tensión máxima que aparece en los nodos de los cables es inferior al valor de la tensión elástica máxima del acero ( $375\text{ MPa}$ ), siendo válido por tanto el diámetro seleccionado para las catenarias.

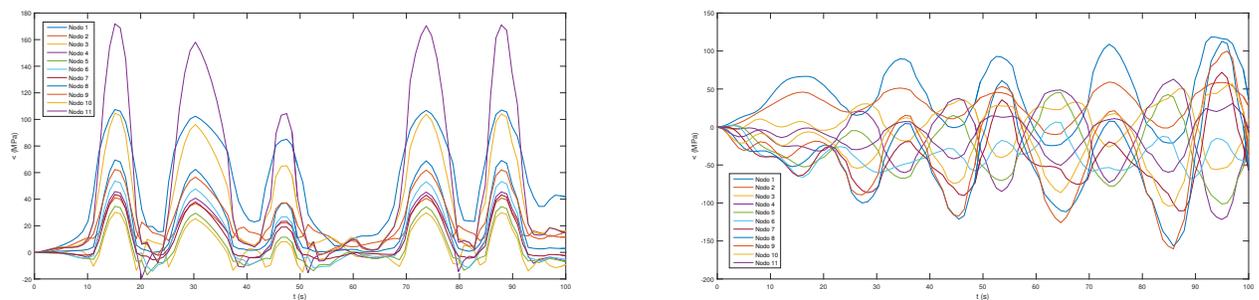


Figura 1: Representación de la tensión de los 11 nodos de los cables 1 y 2 en función del tiempo

Para conseguir una reducción en la cantidad de acero que es necesario emplear para las catenarias y una consecuente disminución en los costes de construcción de la plataforma, se ha estudiado si se puede reducir el diámetro de los cables a  $0,10\text{ m}$ .

Se vuelve a someter la estructura a las cargas calculadas debido al oleaje, al viento y a las corrientes marinas, y se estudia si el modelo sigue siendo válido. Se calculan nuevamente los valores de la tensión para los cables 1 y 2, con una sección de  $0,00785\text{ m}^2$ .

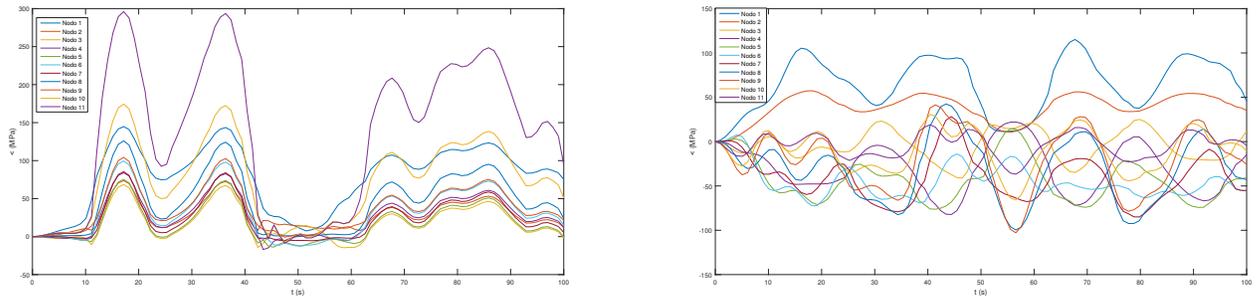


Figura 2: Representación de la tensión de los 11 nodos de los cables 1 y 2 con diámetro  $0,10\text{ m}$  en función del tiempo

En el cable 1 la tensión máxima aparece en el anclaje de la catenaria 1 con el lecho marino, en el tiempo  $t=18\text{ s}$ , con un valor de  $\sigma_1=296,12\text{ MPa}$ , mientras que en el cable 2 aparece en el anclaje de la catenaria con el soporte del aerogenerador, en el tiempo  $t=68\text{ s}$ , con un valor de  $\sigma_2=115,23\text{ MPa}$ .

Se observa, por tanto, que la tensión en el cable 1 ha aumentado como consecuencia de la disminución del diámetro del mismo.

Se comprueba que esta tensión es inferior al límite elástico del acero, por lo que el modelo sigue siendo válido.

Por lo tanto, como no se ha superado el valor del límite elástico del acero, los cables que sujetan la plataforma offshore flotante se pueden construir con un diámetro de  $0,10\text{ m}$ , con un factor de seguridad de 1,27. De esta manera, se ha conseguido disminuir el grosor de las catenarias de acero de  $0,15\text{ m}$  a  $0,10\text{ m}$ .

**Palabras clave:**

Energía eólica marina, aerogeneradores, plataformas offshore flotantes, simulación, ecuaciones de Simó-Reissner, elementos finitos, esfuerzos, catenarias, IRIS.

**Códigos UNESCO:**

332202 Generación de Energía

220404 Mecánica de Fluidos

330112 Hidrodinámica

330532 Ingeniería de Estructuras

330533 Resistencia de Estructura

332202 Generación de Energía



# Índice general

|  |           |
|--|-----------|
| Índice de figuras  | 15        |
| Índice de cuadros  | 17        |
| <b>1. Energía eólica marina</b>                                    | <b>19</b> |
| 1.1. Energías renovables . . . . .                                 | 19        |
| 1.1.1. Necesidad de las energías renovables . . . . .              | 19        |
| 1.1.2. Clasificación de las energías renovables . . . . .          | 21        |
| 1.1.3. Ventajas y desventajas de las energías renovables . . . . . | 22        |
| 1.2. Energía eólica . . . . .                                      | 23        |
| 1.2.1. Energía eólica en España . . . . .                          | 24        |
| 1.2.2. Energía eólica marina . . . . .                             | 25        |
| 1.2.3. Energía eólica marina en España . . . . .                   | 26        |
| 1.3. Plataformas eólicas offshore . . . . .                        | 26        |
| 1.3.1. Plataformas fijas . . . . .                                 | 27        |
| 1.3.2. Plataformas flotantes . . . . .                             | 30        |
| 1.3.3. Sistemas de anclaje de las plataformas flotantes . . . . .  | 33        |
| 1.4. Hidrodinámica offshore . . . . .                              | 34        |
| 1.4.1. Presión Hidrostática . . . . .                              | 34        |
| 1.4.2. Principio de Arquímedes . . . . .                           | 34        |
| 1.4.3. Corrientes marinas . . . . .                                | 35        |
| 1.4.4. Oleaje . . . . .  | 35        |
| 1.4.5. Viento . . . . .  | 36        |
| <b>2. Diseño de la plataforma offshore flotante</b>                | <b>37</b> |
| 2.1. Localización del aerogenerador offshore flotante . . . . .    | 37        |
| 2.2. Dimensiones y propiedades de la plataforma . . . . .          | 39        |
| 2.3. Cargas aplicadas sobre la plataforma de estudio . . . . .     | 43        |
| 2.3.1. Cargas aplicadas sobre el aerogenerador . . . . .           | 43        |
| 2.3.2. Cargas aplicadas sobre el soporte . . . . .                 | 46        |
| 2.3.3. Cargas aplicadas sobre los cables . . . . .                 | 49        |
| <b>3. Modelos para vigas</b>                                       | <b>53</b> |
| 3.1. Pequeñas deformaciones . . . . .                              | 53        |
| 3.2. El Modelo de viga de Bernoulli . . . . .                      | 55        |

|                           |   |            |
|---------------------------|---|------------|
| 3.2.1.                    | Cálculo de la derivada variacional de la Energía Potencial variando la función $u$ . . . . .      | 56         |
| 3.2.2.                    | Cálculo de la derivada variacional de la Energía Potencial variando la función $w$ . . . . .      | 57         |
| 3.3.                      | El Modelo de viga de Timoshenko . . . . .   | 59         |
| 3.3.1.                    | Cálculo de la derivada variacional de la Energía Potencial variando la función $u$ . . . . .      | 59         |
| 3.3.2.                    | Cálculo de la derivada variacional de la Energía Potencial variando la función $\theta$ . . . . . | 60         |
| 3.3.3.                    | Cálculo de la derivada variacional de la Energía Potencial variando la función $w$ . . . . .      | 62         |
| 3.4.                      | El modelo de viga de Simó-Reissner . . . . .  | 64         |
| <b>4.</b>                 | <b>Ecuaciones de Simó-Reissner aplicando el FEM</b>   | <b>71</b>  |
| 4.1.                      | Primera ecuación de Simó-Reissner . . . . .   | 73         |
| 4.2.                      | Segunda ecuación de Simó-Reissner . . . . .   | 75         |
| <b>5.</b>                 | <b>Simulación y análisis de la plataforma flotante anclada con cables</b>                         | <b>77</b>  |
| <b>6.</b>                 | <b>Valoración de impactos sociales, económicos y ambientales</b>                                  | <b>89</b>  |
| <b>7.</b>                 | <b>Conclusión y líneas futuras</b>  | <b>91</b>  |
| <b>8.</b>                 | <b>Planificación temporal y presupuesto</b>   | <b>93</b>  |
| 8.1.                      | Planificación . . . . .   | 93         |
| 8.1.1.                    | Estructura de descomposición del proyecto (EDP) . . . . .   | 93         |
| 8.1.2.                    | Diagrama de GANTT . . . . .   | 94         |
| 8.2.                      | Presupuesto . . . . .   | 94         |
| 8.2.1.                    | Coste de los recursos humanos . . . . .   | 94         |
| 8.2.2.                    | Costes materiales . . . . .   | 94         |
| 8.2.3.                    | Coste total del proyecto . . . . .  | 95         |
| <b>Anexo</b>              |   | <b>97</b>  |
| <b>Abreviaturas</b>       |   | <b>99</b>  |
| <b>Índice de símbolos</b> |   | <b>101</b> |
| <b>Glosario</b>           |   | <b>103</b> |
| <b>Bibliografía</b>       |   | <b>105</b> |

# Índice de figuras

|       |   |    |
|-------|---|----|
| 1.    | Representación de la tensión de los 11 nodos de los cables 1 y 2 en función del tiempo . . . . .                                  | 9  |
| 2.    | Representación de la tensión de los 11 nodos de los cables 1 y 2 con diámetro 0,10 <i>m</i> en función del tiempo . . . . .       | 10 |
| 1.1.  | Previsiones de consumo de energía primaria en el mundo (Fuente: IEA, WorldEnergy Outlook 2016) . . . . .                          | 20 |
| 1.2.  | Previsiones de consumo de energía renovable en el mundo (Fuente: IEA, Energy and Climate Change, 2015) . . . . .                  | 23 |
| 1.3.  | Proporción de energías renovables en la producción total de energía (%) (Fuente: IEA Energy Atlas) . . . . .                      | 24 |
| 1.4.  | Partes de un aerogenerador offshore . . . . .   | 27 |
| 1.5.  | Representación esquemática de una estructura monopilote (Fuente:Wind Energy THE FACTS) . . . . .                                  | 28 |
| 1.6.  | Representación esquemática de una estructura de gravedad con base cónica (Fuente:Wind Energy THE FACTS) . . . . .                 | 28 |
| 1.7.  | Representación esquemática de una estructura de torre (Fuente:Wind Energy THE FACTS) . . . . .                                    | 29 |
| 1.8.  | Representación esquemática de una estructura de trípode o succión (Fuente:Wind Energy THE FACTS) . . . . .                        | 29 |
| 1.9.  | Plataforma semisumergible tri-flotador (Fuente:www.erwind.es) . . . . .   | 31 |
| 1.10. | Estructura TLP (Fuente: climatecrocks.com) . . . . .  | 32 |
| 1.11. | Plataforma tipo spar (Fuente:www.kirt-thomsen.com) . . . . .  | 32 |
| 1.12. | Representación de los sistemas de anclaje . . . . .   | 34 |
| 2.1.  | Representación de las zonas aptas y no aptas para el desarrollo de la energía eólica marina (Fuente: www.mapama.gob.es) . . . . . | 38 |
| 2.2.  | Aerogenerador G128-5.0 MW Offshore (Fuente:www.gamesacorp.com) . . . . .  | 39 |
| 2.3.  | Aerogenerador simplificado . . . . .  | 39 |
| 2.4.  | Esquema del modelo a estudiar . . . . .   | 40 |
| 2.5.  | Mapa eólico del País Vasco. (Fuente: www.atlaseolico.idae.es ) . . . . .  | 43 |
| 2.6.  | Representación de la fuerza ( $kN/m$ ) producida por las olas sobre la torre en función del tiempo . . . . .                      | 46 |
| 2.7.  | Representación de la fuerza ( $kN/m^2$ ) producida por las olas sobre el soporte en función del tiempo . . . . .                  | 48 |
| 2.8.  | Representación de las fuerzas aplicadas sobre el aerogenerador y el soporte . . . . .   | 50 |

|  |    |
|--|----|
| 2.9. Representación simplificada de las fuerzas finales sobre el aerogenerador y el soporte . . . . .          | 51 |
| 2.10. Representación esquemática de las fuerzas aplicadas sobre los cables . . . . .                           | 52 |
| 3.1. Sistema de coordenadas de la viga . . . . .   | 54 |
| 3.2. Modelo de viga biapoyada . . . . .  | 55 |
| 3.3. Representación de las cargas aplicadas sobre la viga . . . . .  | 56 |
| 3.4. Relación entre ángulos en la viga de Timoshenko . . . . .   | 61 |
| 3.5. Viga de Simó-Reissner (Fuente:[2]) . . . . .  | 65 |
| 4.1. Funciones de interpolación de elementos finitos . . . . .   | 73 |
| 5.1. Representación del modelo a estudiar con las fuerzas aplicadas sobre la estructura completa . . . . .     | 78 |
| 5.2. Representación de las curvas de la líneas de amarre . . . . .   | 79 |
| 5.3. Representación de las curvas de la líneas de amarre . . . . .   | 80 |
| 5.4. Desplazamiento de la plataforma en t=0s . . . . .   | 81 |
| 5.5. Desplazamiento de la plataforma en t=10s . . . . .  | 81 |
| 5.6. Desplazamiento de la plataforma en t=15s . . . . .  | 81 |
| 5.7. Desplazamiento de la plataforma en t=41s . . . . .  | 81 |
| 5.8. Desplazamiento de la plataforma en t=54s . . . . .  | 82 |
| 5.9. Desplazamiento de la plataforma en t=93s . . . . .  | 82 |
| 5.10. Representación de los momentos $M_x$ y $M_y$ de los 11 nodos del cable 1 en función del tiempo . . . . . | 83 |
| 5.11. Representación de la tensión de los 11 nodos del cable 1 en función del tiempo . . . . .                 | 83 |
| 5.12. Representación de los momentos $M_x$ y $M_y$ de los 11 nodos del cable 2 en función del tiempo . . . . . | 84 |
| 5.13. Representación de la tensión de los 11 nodos del cable 2 en función del tiempo . . . . .                 | 84 |
| 5.14. Representación de los momentos $M_x$ y $M_y$ de los 11 nodos del cable 1 en función del tiempo . . . . . | 86 |
| 5.15. Representación de la tensión de los 11 nodos del cable 1 en función del tiempo . . . . .                 | 86 |
| 5.16. Representación de los momentos $M_x$ y $M_y$ de los 11 nodos del cable 2 en función del tiempo . . . . . | 87 |
| 5.17. Representación de la tensión de los 11 nodos del cable 2 en función del tiempo . . . . .                 | 87 |
| 8.1. EDP del proyecto . . . . .  | 93 |
| 8.2. Diagrama de Gantt del proyecto . . . . .  | 94 |
| 8.3. Esquema acotado de la plataforma y el aerogenerador . . . . .   | 97 |

# Índice de cuadros

|   |    |
|---|----|
| 2.1. Dimensiones plataforma de estudio (m) . . . . .  | 40 |
| 2.2. Masas de los elementos de la estructura . . . . .  | 41 |
| 2.3. Coordenadas de los centros de gravedad . . . . .   | 41 |
| 2.4. Magnitud de los momentos de inercia . . . . .  | 42 |
| 2.5. Dimensiones y características de las catenarias . . . . .  | 43 |
| 2.6. Valores empleados para el cálculo de la presión debida al viento . . . . .   | 44 |
| 2.7. Valores de la presión sobre el aerogenerador . . . . .   | 44 |
| 2.8. Valores de los coeficientes $C_d$ y $C_m$ en función del número de Reynolds y del número de Keulegan Carpenter . . . . . | 44 |
| 2.9. Datos a emplear para el cálculo de la fuerza debida a las olas marinas . . . . .   | 45 |
| 2.10. Pesos de las diferentes partes de la estructura ( $P = M * g$ ) . . . . .   | 47 |
| 2.11. Datos empleados para calcular el empuje . . . . .   | 47 |
| 2.12. Datos a emplear para el cálculo de la fuerza debida a las olas marinas . . . . .  | 48 |
| 2.13. Datos empleados para calcular la fuerza producida por las corrientes marinas . . . . .                                  | 49 |
| 2.14. Resumen de fuerzas que actúan sobre la plataforma, el aerogenerador y los cables . . . . .                              | 52 |
| 5.1. Magnitud de los momentos de inercia de los cables de acero . . . . .   | 82 |
| 5.2. Magnitud de los momentos de inercia de los cables de acero con diámetro de 0,10 m . . . . .                              | 85 |
| 8.1. Coste de los recursos humanos . . . . .  | 94 |
| 8.2. Tabla de conversión a la base diaria . . . . .   | 95 |
| 8.3. Costes materiales . . . . .  | 95 |
| 8.4. Coste total del proyecto . . . . .   | 95 |



# Capítulo 1

## Energía eólica marina

### 1.1. Energías renovables

Las energías renovables son aquellas energías que provienen de una fuente natural, y que se pueden considerar inagotables, o bien debido a que los recursos son capaces de regenerarse, o bien porque provienen de una fuente inagotable.

En el año 2015 se produjo una expansión de la energía renovable, gracias esencialmente a las ayudas gubernamentales y a un descenso en los costes. La capacidad eléctrica adicional del mundo de ese año 2015 estuvo representada por las energías renovables, que se han ido desarrollando de manera paralela al crecimiento del consumo de energía eléctrica, como se representa en la figura 1.1, que ha aumentado de 549 quadrillion Btu en 2012 hasta 815 quadrillion Btu in 2040, un incremento del 48 % [3]. Sin embargo, a pesar de la rápida difusión de las energías renovables, todavía no se tiene la certeza de que su uso se extienda lo suficiente para que se reduzcan las emisiones de gases contaminantes, y se puedan alcanzar los objetivos que se establecieron en el Acuerdo de París [4], que busca reducir los riesgos y los impactos del cambio climático en todo el mundo.

Por este motivo, en esta sección se va a realizar un breve estudio de la necesidad actual del uso de estas energías, realizando además un breve resumen de los diferentes tipos de energía renovables que existen actualmente, enfocándolas a continuación en España, para centrarse más adelante en la energía eólica, y más concretamente en la eólica marina.

#### 1.1.1. Necesidad de las energías renovables

El uso de petróleo y de otros combustibles fósiles como fuente de energía se encuentra en crecimiento constante, aumentando desde 90 millones de barriles al día (b/d) en 2012 a 100 millones b/d en 2020 y 121 millones b/d in 2040 [3]. Pero estas reservas tienen una vida limitada. La mayor parte de esta subida en el consumo se desarrolla en los sectores del transporte y de la industria. Esto, junto con la gran polarización que existe entre países productores y consumidores es una de las razones de mayor interés para fomentar el uso de fuentes energéticas renovables. Los países en desarrollo son países consumidores, pero no son productores de

## 1.1. ENERGÍAS RENOVABLES

energía, de manera que su economía es muy susceptible a cualquier crisis que pueda aparecer.

Sin embargo, la razón más importante es el impacto ambiental que se produce debido a la combustión de los combustibles fósiles, ocasionado por la emisiones de  $CO_2$ , azufre y nitrógeno. El  $CO_2$  es el principal responsable del efecto invernadero. Este fenómeno es un proceso en el que la radiación térmica emitida por la superficie planetaria es absorbida por los gases de efecto invernadero atmosféricos y es irradiada de nuevo en todas las direcciones. Debido a que parte de esta radiación es devuelta hacia la superficie y la atmósfera inferior, se produce un incremento de la temperatura superficial media respecto a lo que habría en ausencia de los gases de efecto invernadero (GEI). Un incremento del  $CO_2$  provocaría un aumento de la temperatura del planeta.

El azufre y el nitrógeno, cuando reaccionan con el agua de la atmósfera dan lugar a ácido sulfúrico y ácido nítrico. Estos gases descienden con la lluvia y provocan la aparición de la lluvia ácida [5].

Si el crecimiento de la demanda energética se satisface con energía proveniente de fuentes fósiles puede dar lugar a un daño irreversible en el medio ambiente. Por lo tanto, es necesario el consumo de energías renovables para poder reducir las emisiones y los efectos nocivos.

La Unión Europea, en la Estrategia Europea de Desarrollo Sostenible, se ha marcado como uno de sus objetivos principales para alcanzar en 2020 reducir al menos en un 20 % las emisiones de gases de efecto invernadero, aumentando el porcentaje de las fuentes de energía renovables en nuestro consumo final de energía hasta un 20 % [6]. En la figura 1.1 se muestran las previsiones de consumo de energía primaria en el mundo. Se puede observar que a pesar de la importancia creciente de las energías renovables, es necesario adoptar medidas de reducción de las emisiones de  $CO_2$  procedentes de combustibles fósiles para combatir el aumento de emisiones que se van a producir en los próximos años.

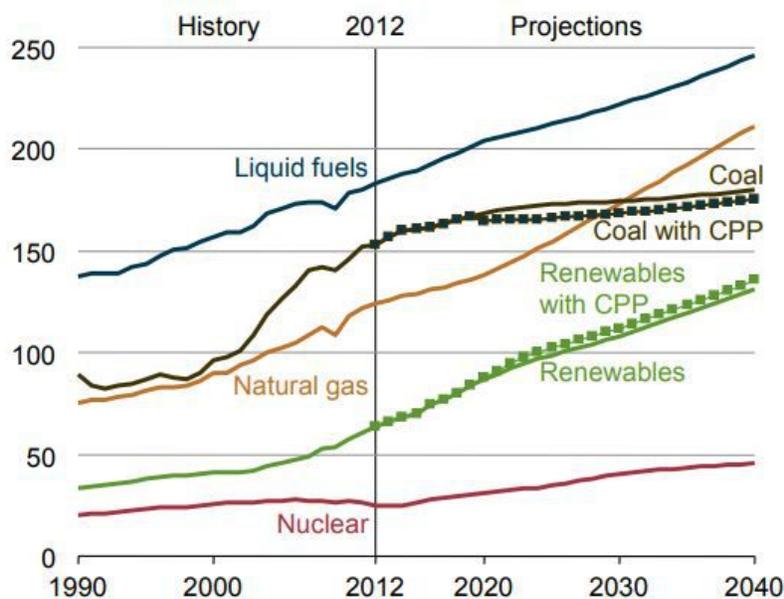


Figura 1.1: Previsiones de consumo de energía primaria en el mundo (Fuente: IEA, WorldEnergy Outlook 2016)

### 1.1.2. Clasificación de las energías renovables

Las energías renovables se pueden clasificar en los siguientes grupos [7]:

- **Energía solar fotovoltaica:** Esta energía transforma de manera directa la luz solar en electricidad mediante una tecnología basada en el efecto fotovoltaico (fotones). La corriente eléctrica se genera a través de la incidencia de la radiación del sol sobre una de las caras de una célula fotoeléctrica (dispositivo electrónico que permite transformar la energía luminosa en eléctrica mediante el efecto fotoeléctrico y que conforman los paneles) que produce una diferencia de potencial eléctrico entre ambas caras, provocando el salto de los electrones de un lugar a otro.

Los paneles pueden ser de tres tipos: fotovoltaicos, generadores de energía para las distintas necesidades de los hogares que requieran pequeñas fuentes de energía eléctrica; térmicos, que se instalan en casas con recepción directa de sol; y termodinámicos, que funcionan independientemente de la variación meteorológica.

- **Energía hidráulica:** Se denomina también hidroenergía, y es aquella que se obtiene a partir del aprovechamiento de las energías cinética y potencial de la corriente del agua, saltos de agua o mareas. Se aplica a turbinas para generar electricidad. Es la segunda mayor fuente de energía renovable, sin embargo, debido a la construcción de las presas, que pueden llegar a inundar grandes superficies, y a la modificación del caudal de agua los ríos y la calidad de la misma, produce un gran impacto ambiental.
- **Biomasa:** Es aquella materia orgánica de origen vegetal o animal, incluyendo los residuos y deshechos orgánicos, que puede ser aprovechada energéticamente, a través de procesos de transformación natural o artificial en residuos biodegradables o cultivos energéticos. Presenta la ventaja de producirse de forma continua como consecuencia de la actividad humana, pero sin embargo su rendimiento es menor que el de los combustibles fósiles y produce gases, como el dióxido de carbono, que aumentan el efecto invernadero.
- **Energía solar térmica:** Esta energía, denominada también termosolar, aprovecha la energía del sol para generar calor mediante el uso de colectores o de paneles solares térmicos. Tiene varios usos, siendo el principal la producción de agua caliente, ya sea agua caliente sanitaria (ACS), calefacción, para la climatización de piscinas o para la producción de energía mecánica y a partir de ella, de energía eléctrica. Actualmente también existe la posibilidad de alimentar una máquina de refrigeración por absorción, que emplea esta energía solar térmica en lugar de electricidad para producir frío, al igual que lo haría un aparato de aire acondicionado tradicional.
- **Energía marina:** También denominada energía oceánica, es una fuente de energía renovable que se fundamenta en la energía contenida en los océanos, como la energía proveniente de las mareas (mareomotriz), de las olas (undimotriz), de las corrientes, de las diferencias de salinidad entre los flujos de agua dulce en el agua de mar, o de las diferencias de temperatura entre la superficie y las profundidades. La aplicación más importante de este tipo de energía es su aprovechamiento para generar electricidad, aunque también se aplica en actividades de desalinización del agua o bombeo del agua en embalses.

- **Energía eólica:** Es la forma de energía renovable más productiva. Es una energía proveniente del aire, es decir, de la energía cinética generada por el movimiento de las corrientes de aire. En la actualidad, esta energía es utilizada principalmente para producir electricidad mediante aerogeneradores, instalados tanto en el suelo firme como en el suelo marino, o bien aerogeneradores flotantes, todos ellos conectados a las grandes redes de distribución de energía eléctrica.
- **Energía geotermia:** Este tipo de energía renovable se basa en el aprovechamiento del constante flujo de calor existente entre el núcleo de la tierra y la corteza. Su obtención tiene como objetivos principalmente la obtención de electricidad y su uso para la calefacción. Esta energía es la que más recursos ofrece, sin embargo, presenta dos grandes desventajas debido a que puede llegar a tener un impacto negativo en el medioambiente, especialmente en las aguas subterráneas, y puede incrementar la sismicidad en las zonas debido a que es necesario realizar perforaciones.

### 1.1.3. Ventajas y desventajas de las energías renovables

Las energías renovables se presentan como una alternativa a las energías convencionales, algunas de ellas muy contaminantes, y aunque tienen como uno de sus principales objetivos reducir los altos niveles de contaminación atmosférica, también presentan algunos inconvenientes. A continuación se exponen las diferentes ventajas y desventajas que presentan los distintos tipos de energías renovables.

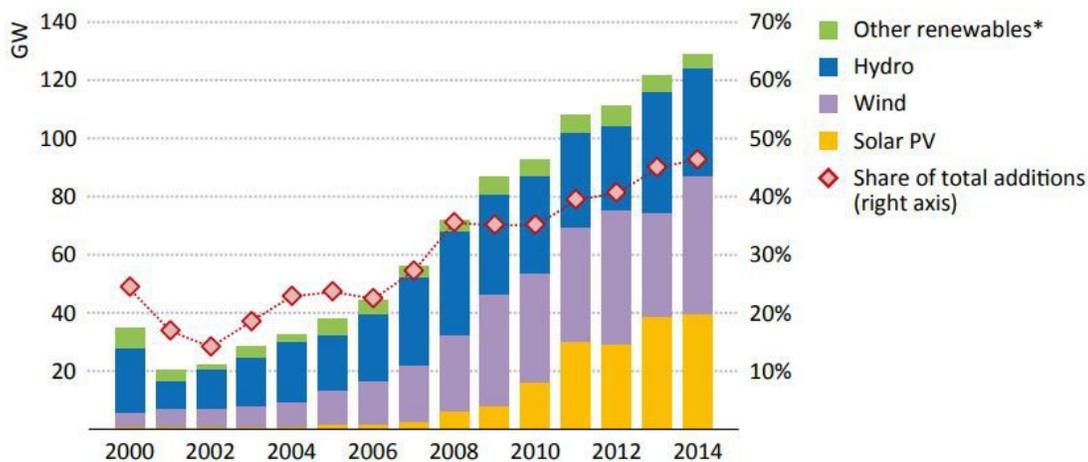
Este tipo de energía se encuentra en la naturaleza, y en ocasiones de manera abundante. Se puede obtener además en lugares remotos donde es necesaria la energía, y son más respetuosas con el medio ambiente que las energías no renovables, añadiendo que no contaminan (se denominan energías “verdes”) y representan, hasta el momento, la energía más limpia.[8]. Otras ventajas que presentan son su facilidad de desmantelamiento, y la generación de puestos de trabajo, que se prevé un aumento mayor en unos años debido a la demanda e implantación de las energías renovables. Hacen posible el aumento de la autonomía de la región en la que se implantan, ya que se desarrollan en el lugar donde se han instalado, permitiendo un mayor crecimiento de la industria y la economía del lugar. Gracias a sus distintos orígenes se pueden aplicar en diferentes tipos de escenarios.

Uno de los principales inconvenientes de las energías renovables es el fuerte impacto visual y ambiental que pueden producir, debido primordialmente al bajo poder de generación de energía en comparación con a la superficie que ocupan. Además, la energía obtenida suele ser más cara que la proveniente de las energías no renovables convencionales. Otro problema al que se encuentran expuestas es la falta de continuidad, debido a que la generación de energía se puede ver interrumpida por diversas causas como consecuencia de la naturaleza difusa de la fuente que la genera, a excepción de la energía geotérmica, la cual, sin embargo, únicamente es accesible en aquellas zonas donde la corteza terrestre es fina.

## 1.2. Energía eólica

Como se ha definido anteriormente, la energía eólica proviene de la fuerza del viento, y genera electricidad a partir del movimiento de las corrientes de aire. Generalmente la energía eléctrica se genera mediante aerogeneradores eólicos, que pueden estar instalados en tierra (onshore) o el mar (offshore). Esta energía es considerada "verde" debido a que no produce ningún tipo de contaminación, a lo que hay que añadir que no requiere consumo de agua. La energía eólica está disponible en todo el mundo, y puede llegar a reducir la dependencia de los diferentes países de las importaciones de energía.

Según la Agencia Internacional de Energía, la energía eólica en tierra (onshore) es la segunda fuente más grande de generación de electricidad. En la figura 1.2 se muestra la evolución de la capacidad de generación de electricidad según el tipo de energía renovable.



\* Includes geothermal, marine, bioenergy and concentrating solar power.

Figura 1.2: Previsiones de consumo de energía renovable en el mundo (Fuente: IEA, Energy and Climate Change, 2015)

Sin embargo, una de las mayores desventajas de la energía eólica es que tiene que ser usada en paralelo con otro sistema de generación de energía para que la producción de energía pueda ser continua, debido a que todavía no se han desarrollados sistemas de almacenamiento capaces de acumular una cantidad tan grande de energía de manera económica (las baterías actuales no son económicamente rentables). La necesidad de usar baterías se debe a que el viento es difícil de predecir y la disponibilidad del mismo para la producción de energía no es constante.

A pesar de este inconveniente, la energía eólica ha evolucionado de manera exponencial. El primer aerogenerador capaz de generar electricidad data de 1887 y fue construido por Charles F. Brush [9]. Sus dimensiones eran considerablemente mayores a las de las turbinas eólicas actuales. El rotor tenía un diámetro de 17 metros, y a pesar de las dimensiones la energía producida no superaba los 12 kW. Actualmente los aerogeneradores eólicos pueden

llegar a producir más de 2000 kW con diámetros inferiores a 80 metros [10]. Con diámetros mayores se pueden producir hasta 10 MW de potencia.

Actualmente, Europa es líder global en energía eólica. El viento se ha convertido en un elemento esencial en la base de la industria europea.

Según la Asociación Europea de Energía Eólica, este sector genera alrededor de 300.000 trabajos y 72 billones de euros anuales. Además, la industria europea tiene una participación del 40 % de todas las turbinas eólicas vendidas a nivel mundial, y en relación con la exportación europea de energías renovables, esta energía representa la mayor parte de las mismas [11].

A su vez, los países con mayor peso en este sector eólico se enfocan en la exportación, tanto de aerogeneradores como de componentes y servicios.

Además, para mayor aprovechamiento de la energía que produce el viento se han instalado parques eólicos, que son conjuntos de turbinas eólicas que transmiten la energía eólica a la red eléctrica. Los molinos de estos parques eólicos suelen tener una vida útil de 25 años, y cuando es necesaria la renovación de los mismos, el desmantelamiento no provoca huellas sobre el suelo terrestre.

### 1.2.1. Energía eólica en España

Actualmente, España es el segundo país europeo en relación a la potencia instalada después de Alemania, y el quinto país del mundo, después de China, Estados Unidos, Alemania e India, con una potencia instalada, a 31 de diciembre de 2016, de 23.026 MW [1]. La posición en la que se encuentra a España se debe al uso de energías renovables, que se ha ido incrementando con los años, y a la existencia de 12 centros de investigación y la presencia de 14 universidades que realizan actividades en el sector eólico, lo que permite a España conservar una posición de liderazgo.

El crecimiento en el uso de las energías renovables en España mencionado anteriormente queda reflejado en la siguiente gráfica, que muestra la proporción de energías renovables empleadas en relación a la energía total producida anualmente, hasta el año 2015.

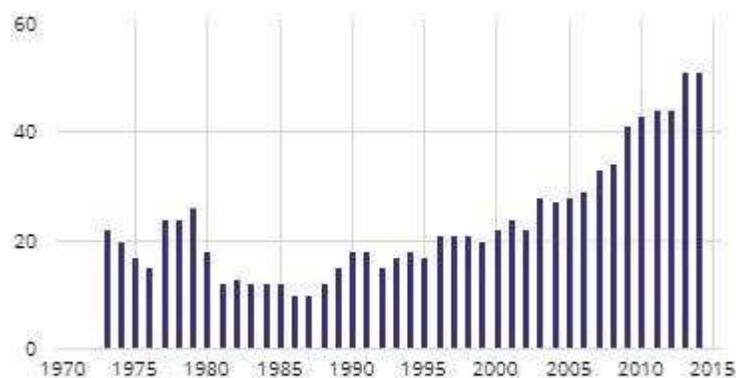


Figura 1.3: Proporción de energías renovables en la producción total de energía (%) (Fuente: IEA Energy Atlas)

En 2016, la energía eólica ha sido en España la segunda tecnología en el sistema eléctrico, produciendo 47.319 GWh y una cobertura de la demanda eléctrica del 19,3 %. Este sector tiene además 195 centros de fabricación de aerogeneradores en doce comunidades autónomas, y se ha comprobado que las instalaciones eólicas tienen un efecto muy positivo en las comunidades rurales, mediante la implantación de 1.077 instalaciones en alrededor de 800 municipios españoles [1].

Otro efecto positivo provocado por la energía eólica es el aumento del empleo. Este sector crea cinco veces más empleo que las tecnologías convencionales de generación de electricidad.

### 1.2.2. Energía eólica marina

La energía eólica marina, al igual que la terrestre, consiste en aprovechar la velocidad del viento para producir energía. Sin embargo, los aerogeneradores se encuentran situados en el mar, o bien anclados al fondo marino o bien flotando en el agua.

Desde hace años se están instalando aerogeneradores marinos (offshore) debido a que la energía eólica marina ofrece diversas ventajas frente a los terrestres. Una de esas ventajas es el menor impacto visual que producen, al estar instalados a kilómetros de la costa, y la notable reducción de la contaminación acústica en relación a los parques eólicos instalados en tierra. Esto permite un mayor aprovechamiento del viento, al poder instalar maquinaria más grande. Otra consecuencia positiva es la creación de empleo, debido a la mayor complejidad en la instalación y mantenimiento de los parques eólicos offshore o turbinas eólicas aisladas, especialmente en las fases de construcción y montaje, pero especialmente en la fase de mantenimiento.

Sin embargo, la instalación de estos aerogeneradores offshore también tiene algunas desventajas con respecto a los aerogeneradores terrestres. La principal desventaja son las condiciones ambientales, al ser considerablemente más severas que las terrestres, hecho que aumenta la complejidad en el diseño de la cimentación, provocando el uso de tecnologías más específicas tanto en la fase de cimentación como en la de construcción y montaje en alta mar. Otra desventaja relevante es la inexistencia de infraestructuras eléctricas, lo que conlleva la instalación de redes eléctricas submarinas.

El sector de la energía eólica marina está actualmente liderado por Europa, más concretamente en el Báltico y en el Mar del Norte. A finales de 2010 se habían instalado 3.514 MW en este continente, la mayor parte de la potencia global instalada (3.616 MW). Desde entonces, hasta los días actuales, la energía eólica offshore ha evolucionado exponencialmente, y se espera que en los próximos años llegue a alcanzar los 75.000 MW offshore, de los cuales 52.000 MW corresponderían a Europa, y el resto fundamentalmente a China, Estados Unidos y Canadá, según la consultora BTM Consult ApS [12]. Se espera además que en el año 2020 Europa alcance los 40.000 MW, lo que correspondería con un 18 % de la energía eólica que se llegaría a instalar en Europa en ese año, en comparación con el 4 % instalado actualmente. Para el año 2030 la Asociación Europea de Energía Eólica (EWEA) estima que la potencia eólica marina instalada en Europa alcanzará los 150.000 MW [11].

La primera turbina eólica offshore se instaló en 1991 en el mar Báltico, en Suecia. Este aerogenerador contaba con una potencia de 220 kW. Ese mismo año se instaló el primer parque eólico offshore, de carácter demostrativo, en la costa de Dinamarca, formado por 11

turbinas de 450 kW de potencia por aerogenerador, y desde entonces se ha ido desarrollando alrededor del mundo, pero sobre todo en aguas europeas [13].

Sin embargo, no fue hasta 2001 cuando se instaló el primer parque marítimo comercial con una capacidad total de 40 MW, en Middelgrunden, Copenhagen, Dinamarca.

La primera empresa española que puso en marcha un parque eólico, fue Iberdrola, en 2014, con el parque eólico West of Duddon Sands (WoDS), en la costa noroeste de Inglaterra, con una potencia de 389 MW por hora, cubriendo un área de 67 kilómetros cuadrados. Cada turbina eólica tiene una capacidad de 3,6 MW por hora [14].

#### 1.2.3. Energía eólica marina en España

Pese a que el sector eólico marino está evolucionando en España, y se están llevando a cabo diversos estudios e investigaciones, es la energía eólica terrestre la que produce la mayor parte de la energía eólica en este país. El escaso desarrollo de la energía eólica offshore se debe principalmente a la profundidad de las costas españolas, debido a que a partir de los 60 metros aumenta la complejidad en la instalación de los aerogeneradores.

La solución sería la instalación de turbinas eólicas flotantes, aerogeneradores que se encuentran flotando en la superficie del agua y que están anclados mediante líneas de fondeo de acero. Esta tecnología todavía se está investigando y actualmente no se ha implementado en España. Sin embargo, empresas españolas como Acciona, Gamesa o Iberdrola están estudiando varias posibilidades. Las plataformas flotantes se consideran como la mejor alternativa de cara al futuro.

El primer aerogenerador marino instalado en España, G128-5.0 MW, pertenece a la empresa Gamesa, y fue instalado en el año 2013, en Arinaga, Gran Canarias, con una potencia de 5 MW y capacidad de abastecer alrededor de 7.500 hogares al año. Tiene un rotor de 128 metros de diámetro, y una altura de 154 metros (la torre tiene una altura de 90 metros) [10]

### 1.3. Plataformas eólicas offshore

Como se ha mencionado anteriormente, los aerogeneradores pueden ser terrestres (onshore) o estar instalados en el mar (offshore). En esta sección se van a explicar los aerogeneradores que se encuentran en el agua, explicando brevemente las dos variantes que existen: aerogeneradores instalados en el lecho marino, y aerogeneradores flotantes.

Primero se va a detallar cómo es un aerogenerador, sus componentes y dimensiones, para desarrollar más adelante los tipos de plataformas, tanto onshore como offshore que se emplean actualmente.

Un aerogenerador está formado por la torre, la nacelle y las aspas, y se apoya sobre una plataforma. Pueden tener una capacidad de entre 2 MW y 10 MW por hora, y en función de la misma tienen una altura máxima determinada. Sin embargo, no pueden exceder de 220 metros de altura.

Debido a que este trabajo tiene como objetivo el diseño de la plataforma, no se van a explicar las partes internas del aerogenerador ni su función, sin embargo, sí que se van a identificar las partes principales del mismo, en la figura 1.4, debido a que se va a ir haciendo referencia a ellas según avance el proyecto.

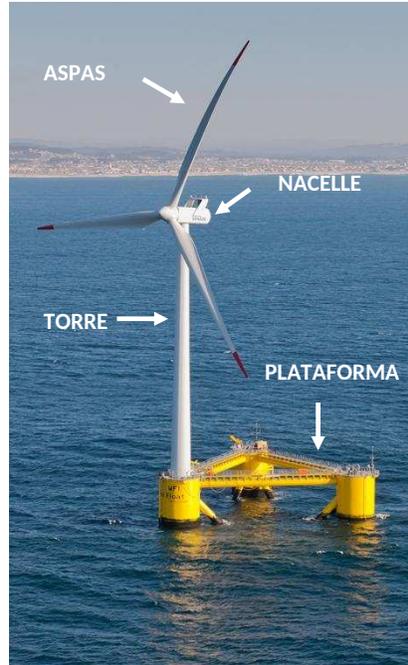


Figura 1.4: Partes de un aerogenerador offshore

Como se ha explicado anteriormente, las plataformas eólicas offshore se pueden dividir en dos tipos distintos: fijas y flotantes, en función de si el peso es soportado por una estructura fijada al suelo, o se sujeta por flotabilidad. A continuación se desarrollan las tipologías de soporte que existen dentro de estas dos variantes.

### 1.3.1. Plataformas fijas

Como su nombre indica, este tipo de plataformas están fijas al fondo marítimo y tienen restringido cualquier tipo de movimiento. Se pueden clasificar en cuatro tipos, en función de su soporte.

- **Monopilote**

En este tipo de plataforma el aerogenerador se apoya sobre una estructura tubular de acero que se encuentra embebida en el fondo marítimo. Esta estructura suele tener un diámetro aproximado de 6 metros y se utiliza para profundidades de alrededor de 30 metros.

Este anclaje es técnicamente factible en distintos tipos de suelo, desde arcillas suaves hasta rocas más blandas donde es posible hincar el pilote en el fondo marino. Cuando el terreno es más duro o no es posible la hinca, se puede instalar el monopilote en un agujero perforado previamente, y una vez introducido se asegura con lechada.

### 1.3. PLATAFORMAS EÓLICAS OFFSHORE

Sin embargo, este proceso suele producir movimiento y derrame de sedimentos en el mar.

Un esquema de este tipo de estructura se ilustra en la siguiente figura

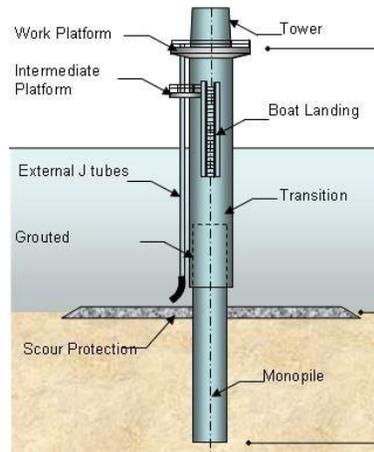


Figura 1.5: Representación esquemática de una estructura monopilote (Fuente:Wind Energy THE FACTS)

#### ■ De gravedad

Este tipo de estructuras normalmente van apoyadas sobre banquetas de escollera, y se mantienen por su propio peso, como se representa en la figura 1.6. Debajo de la placa de cimentación se encuentra una falda de acero que penetra en la superficie del fondo marino para aumentar la estabilidad. Los posibles huecos que aparecen debajo de la baja se rellenan con lechada, asegurando además la estructura al lecho marino. Este tipo de plataformas se utilizan en aguas de entre 20 y 80 metros de profundidad, siendo adecuadas para suelos razonablemente firmes.

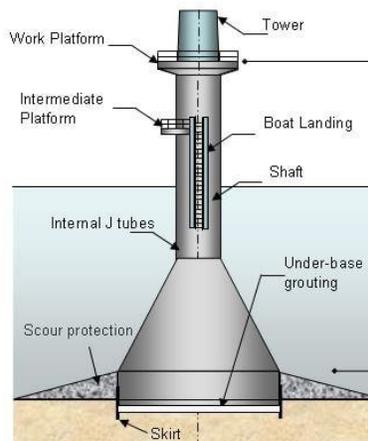


Figura 1.6: Representación esquemática de una estructura de gravedad con base cónica (Fuente:Wind Energy THE FACTS)

- **De torre**

El aerogenerador se apoya sobre una estructura de celosía de tres o cuatro patas que se encuentra parcialmente sumergida en el fondo marino. La figura 1.7 representa este tipo de soportes, denominados “jackets”, que van normalmente pilotados.

Se utilizan para profundidades de hasta 80 metros.

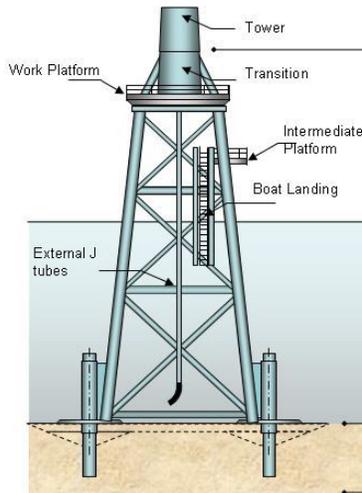


Figura 1.7: Representación esquemática de una estructura de torre (Fuente:Wind Energy THE FACTS)

- **De trípode o succión**

En este tipo de estructura, esquematizada en la figura 1.8, el aerogenerador va montado sobre un soporte que se apoya sobre tres patas embebidas en la superficie del fondo marino, normalmente mediante cajones de succión, conocidos también como “inverted-bucket structures”, y menos frecuentemente mediante pilotes macizos. Los cajones de succión crean un vacío cuando se clavan en el terreno, que junto con la presión que actúa externamente al soporte fuerzan a la estructura a penetrar en la superficie.

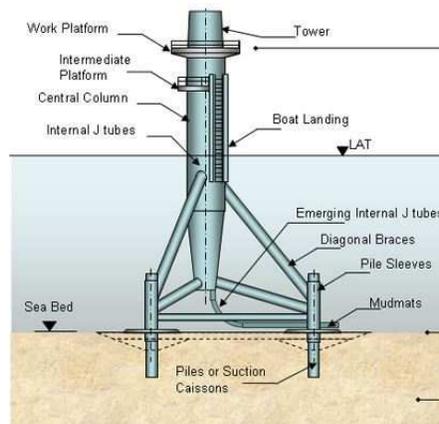


Figura 1.8: Representación esquemática de una estructura de trípode o succión (Fuente:Wind Energy THE FACTS)

### 1.3.2. Plataformas flotantes

Las plataformas flotantes no tienen contacto directo con el lecho marino y están amarradas al mismo mediante distintos tipos de sistemas de fondeo como pueden ser catenarias, cables pretensados, etc, pudiéndose encontrar semisumergidas o flotando sobre la superficie del agua.

Este tipo de estructuras presentan grandes ventajas frente a las plataformas fijas debido a que tienen menores restricciones de movimiento (según el tipo de plataforma y sistema de fondeo), y amplían las posibilidades de instalar turbinas eólicas en aguas de mayor profundidad, haciendo frente al problema de la limitación de zonas con aguas poco profundas y aprovechando las grandes áreas oceánicas disponibles. Al estar instaladas en aguas con mayor profundidad reducen todavía más el impacto visual frente a las plataformas fijas. Además, el montaje se facilita debido a que los soportes se pueden desplazar mediante arrastre gracias a su flotabilidad. Sin embargo, presentan una desventaja, debido a que están expuestas al oleaje y a viento de mayor velocidad y fuerza, lo que dificulta la estabilidad de las mismas.

El primer aerogenerador flotante del mundo, conocido como WindFloat, se instaló en Portugal, 5 km de la costa de Aguçadoura, en el año 2011, y contaba con una potencia de 2 MW. La puesta en marcha de este proyecto demostró que era posible la instalación de este tipo de plataformas, y actualmente se ha iniciado ya el proceso de comercialización de la plataforma WindFloat, a la vez que se ha continuado investigando y desarrollando nuevos diseños WindFloat que integren innovaciones y optimicen el modelo [15].

El primer parque de aerogeneradores flotantes del mundo se instaló a 12 kilómetros de la costa oeste de Noruega, en el océano atlántico, con una profundidad de 220 metros. Este proyecto, conocido como Hywind Demo, fue desarrollado por la empresa alemana Siemens en colaboración con el grupo noruego de petróleo y gas Statoil [16].

Según la empresa norteamericana Principle Power los aerogeneradores offshore flotantes pueden generar una potencia de entre 5 y 10 MW, con rotores de diámetros que varían entre los 120 y 200 metros [15]. La torre de las turbinas puede tener una altura que se encuentre dentro del intervalo 80-140 metros, y se pueden instalar en aguas desde 40 metros de profundidad a 1000 metros. Por último, los sistemas de amarre pueden tener 3, 4, 5 ó 6 catenarias o cables.

A continuación se exponen los diferentes tipos de plataformas flotantes que se emplean en los países en los que se han instalados turbinas eólicas offshore, o que se están investigando actualmente.

Las plataformas flotantes se pueden clasificar en tres tipos:

- **Estructuras estabilizadas por flotación o barcazas**

La plataforma se encuentra flotando sobre la superficie del agua, y está anclada al fondo marino mediante cables que evitan que el aerogenerador vuelque. Este sistema de anclaje está diseñado para zonas con menor oleaje, y logran la estabilidad a través de la flotabilidad, aprovechándose de la inercia de la flotación para corregir el momento

escorante, producido por las fuerzas debidas al viento. Una de las plataformas más características de este tipo de estructura es la representada en la figura 1.9. Se trata de una plataforma semisumergible denominada plataforma tri-flotador, en la que parte de la misma se encuentra por encima de la superficie del agua, y la otra parte está sumergida. Está compuesta por tres columnas cilíndricas flotantes unidas mediante vigas de acero, y anclada al lecho marino a través de cables. Otra plataforma de este tipo de estructuras es la denominada cuádruple flotador, muy similar a la anterior, pero compuesta por cuatro columnas cilíndricas.



Figura 1.9: Plataforma semisumergible tri-flotador (Fuente:www.erwind.es)

#### ■ Estructuras TLP

El aerogenerador se apoya sobre una plataforma sujeta por cuatro cables macizos de alta resistencia y anclados en el fondo marino. Los cables están tensados, y es esa tensión la que mantiene la flotabilidad y la posición de la turbina frente a cualquier tipo de carga. Cuanto mayor sea la tensión en los cables, más libertad de movimiento tendrá el aerogenerador. Este tipo de plataforma presenta varias desventajas, debido a que el sistema de fondeo es muy complejo, siendo no apto para cualquier tipo de suelo, y es considerablemente caro. Sin embargo, posibilita la instalación de aerogeneradores en aguas de mayor profundidad, ofreciendo menor amplitud de movimiento de la turbina.



Figura 1.10: Estructura TLP (Fuente: climatecrocks.com)

- **Estructuras spar**

El aerogenerador se apoya sobre una columna cilíndrica de acero, totalmente sumergida, que tiene incorporada un contrapeso en el extremo para otorgar estabilidad al aerogenerador y poder soportar las cargas producidas por el viento y el oleaje. Al igual que las plataformas anteriores, está unida al suelo mediante cables, como se muestra en la figura 1.11. Algunas plataformas tienen el cilindro en celosía, similar a las que tienen las plataformas fijas de tipo torre, para disminuir el peso y el coste.



Figura 1.11: Plataforma tipo spar (Fuente:www.kirt-thomsen.com)

### 1.3.3. Sistemas de anclaje de las plataformas flotantes

En las plataformas flotantes el sistema de anclaje es de vital relevancia, debido a que es el que tiene que conseguir la estabilidad de la plataforma flotante frente a las fuertes olas y vientos de alta mar. Tras realizar un estudio de los diferentes sistemas de fondeo que se emplean actualmente, se detallan a continuación los más característicos:

- **Sistema con catenarias**

Este sistema es el más habitual, debido a que las catenarias son fondeos poco restrictivos, ya que permiten el movimiento de las plataformas en los seis grados de libertad (desplazamientos y giros). La mayor ventaja que presentan es su bajo coste y la facilidad de utilización en aguas de profundidad limitada. También se emplean en profundidades de 250-300 metros aproximadamente, y para mayores profundidades se suelen combinar con cables para reducir el peso de la línea. Una desventaja que presenta este tipo de anclaje es el impacto ambiental, debido a que el radio de la catenaria suele ser grande en comparación con la profundidad, sobre todo si se trata de un parque eólico de aerogeneradores flotantes. Además, se necesitan líneas de fondeo cada vez más pesadas a medida que aumenta la profundidad, lo que puede complicar el diseño de la estructura flotante.

- **Sistema tenso o taut-leg**

Este tipo de anclaje es muy similar al sistema con catenarias. La principal diferencia radica en que en las catenarias el primer tramo desde el ancla hasta que empieza a haber elevación es horizontal, mientras que los cables tensos forman un ángulo con el lecho marino directamente desde el anclaje, lo que permite soportar cargas horizontales y verticales en el propio anclaje, mientras que las catenarias solo pueden soportar cargas horizontales en el mismo. Este sistema requiere además menores líneas para alcanzar la tensión necesaria en los cables reduciendo los costes de instalación, y abarca un radio menor que el que ocupa el sistema con catenarias.

- **Sistema TLP o vertical**

Este sistema consiste en líneas de fondeo verticales que logran la tensión necesaria gracias al exceso de flotabilidad que proporciona la estructura flotante. Es el más costoso y complejo de los sistemas de anclaje. Sin embargo, presentan grandes ventajas, ya que son excepcionalmente estables al ser capaces de mantener gran parte de la estructura sumergida por debajo de la acción de las olas, y restringen en mayor medida los movimientos, ofreciendo mejores prestaciones en aguas de profundidades donde no sería viable el uso de sistemas de catenarias.

En la figura se representan los tres sistemas de anclajes explicados anteriormente

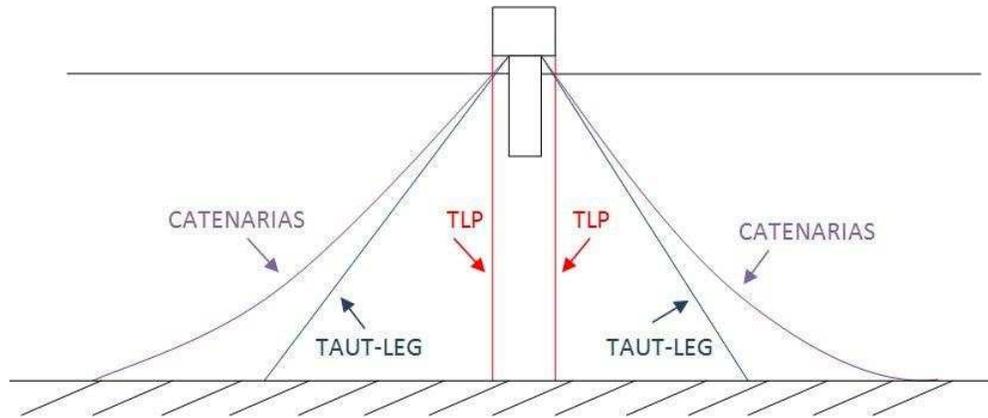


Figura 1.12: Representación de los sistemas de anclaje

## 1.4. Hidrodinámica offshore

En este capítulo se va a explicar brevemente las ecuaciones que rigen el comportamiento los cuerpos semisumergidos en un fluido, en consideración estática. Para ello, se desarrollan las relaciones hidrodinámicas de manera simplificada, incluyendo además el efecto que producen el viento y el oleaje, al ser una estructura que se encuentra parcialmente sumergida. Todos estos cálculos se emplearán más adelante para el estudio de las cargas que afectan a la plataforma semisumergida estabilizada por flotación.

### 1.4.1. Presión Hidrostática

La Presión hidrostática se define como aquella que se ejerce sobre la superficie de un cuerpo que se encuentra sumergido en un fluido. Esta presión a una cierta profundidad debajo de la superficie libre de un líquido en reposo es igual al producto de la densidad del líquido por la aceleración de la gravedad y por la profundidad del punto considerado. Se expresa de la siguiente manera [17]:

$$P = \rho * g * h$$

Siendo:

$P$  = presión hidrostática

$\rho$  = densidad del fluido

$g$  = gravedad

$h$  = distancia entre la superficie del cuerpo y la superficie libre del fluido

### 1.4.2. Principio de Arquímedes

Según el principio de Arquímedes, un cuerpo total o parcialmente sumergido en un fluido en reposo experimenta un empuje vertical y hacia arriba igual al peso de la masa del volumen del fluido que desaloja [18].

Este empuje se expresa de la siguiente manera:

$$E = V * \rho * g$$

Siendo:

$E$ = empuje

$V$ = volumen del líquido desalojado

$g$ = gravedad

### 1.4.3. Corrientes marinas

Las corrientes marinas son movimientos de arrastre o traslado de aguas oceánicas producidas por la acción combinada del viento, las mareas y la densidad del agua.

La fuerza experimentada por un cilindro vertical en el seno de un fluido en movimiento (corrientes marinas) puede calcularse por medio de la expresión [19]:

$$F = \frac{1}{2} * C_d * \rho * D * u^2$$

Siendo:

$C_d$ = coeficiente de resistencia aerodinámica

$\rho$ = densidad del agua

$D$ = diámetro del cilindro

$u$ = velocidad del fluido

### 1.4.4. Oleaje

Las olas marinas provocan cargas periódicas en cualquier tipo de estructura, ya sea anclada o flotante, que se encuentre en el mar. Se pueden generar debido a diferentes causas, entre las que destacan las fuerzas astronómicas (mareas), la interacción entre el viento y la superficie del mar, el desplazamiento de una estructura, ya sea con una velocidad de avance constante o realizando un movimiento oscilatorio o terremotos submarinos (tsunamis).

Para calcular la fuerza que producen las olas marinas sobre un cilindro vertical, de una manera simplificada, se emplea la ecuación de Morison. Esta ecuación representa la suma de las fuerzas de arrastre y las fuerzas inerciales que actúan sobre la estructura de manera conjunta. Se representa mediante la siguiente expresión [6]:

$$F = \frac{1}{2} * C_d * \rho * D * u^2 + \frac{\pi}{4} * C_m * \rho * w * D^2 * u$$

Siendo:

$C_d$ =coeficiente de resistencia aerodinámica

$C_m$ =coeficiente de inercia

$w$ =pulsación de la ola

La ecuación de Morison únicamente es válida para cuerpos que presentan una relación pequeña entre su longitud significativa y la longitud de onda de la ola, de manera que se cumpla la condición [6]:

$$\frac{D}{\lambda} < 0,1 \sim 0,2$$

Siendo:

$D$ =Diámetro del cilindro

$\lambda$ =longitud de onda

### 1.4.5. Viento

El viento actúa como una fuerza sobre las estructuras que se encuentran a su paso y que están sometidas al mismo, al producir una presión sobre ellas. Según la normativa española R.O.M, Recomendaciones para Obras Marítimas, la carga de viento se define como aquella carga de naturaleza variable producida por la acción directa del viento sobre la estructura resistente o sobre elementos no estructurales que incidan sobre ella, independientemente de que se considere su actuación directamente para el cálculo estructural o como acción exterior para la determinación de otras cargas variables o accidentales [20].

Esta fuerza se expresa de la siguiente manera:

$$F = P * A$$

Siendo  $P$  la presión y  $A$  la proyección del área del frente del ataque. La presión se calcula mediante la fórmula siguiente [6]:

$$P = \frac{(C_d * \rho * v^2)}{2}$$

Siendo:

$P$  = presión del viento

$\rho$  = densidad del aire seco

$v$  = velocidad del viento

$C_d$  = coeficiente aerodinámico de resistencia al avance

# Capítulo 2

## Diseño de la plataforma offshore flotante

En esta sección se describe la plataforma flotante y el aerogenerador que se encuentra apoyado sobre la misma, que van a ser objeto de estudio de este Trabajo de Fin de Grado, y las fuerzas a las que se encuentra sometida la estructura al completo, calculadas a partir de las ecuaciones expuestas en el capítulo anterior. Para poder realizar el estudio, se ha estudiado previamente la posible localización de la turbina eólica, que se describe a continuación.

### 2.1. Localización del aerogenerador offshore flotante

España es una de las potencias mundiales en el sector eólico terrestre, sin embargo, en el sector eólico marino todavía no se ha desarrollado lo suficiente. Esto se debe principalmente a la profundidad del suelo marino, que empieza a superar los 40 metros muy cerca de la costas, complicando excesivamente la cimentación de estas plataformas marinas.

Álvaro Martínez Palacio, director de operaciones de Iberdrola en el parque offshore Winkinger del mar Báltico, explica el motivo por el que no se instalan aerogeneradores marinos en España:

“No se está haciendo prácticamente nada porque en nuestra costa no se cumplen los dos requisitos necesarios para que sea eficiente un parque eólico marino, el recurso eólico y la profundidad, y ambos son insuficientes, el primero en general no es muy bueno en ningún punto de la costa y luego la profundidad no es la adecuada”.

La solución a estos problemas es la implantación de la tecnología offshore flotante. Actualmente, en España no se ha implantado todavía esta tecnología, aunque empresas como Acciona, Gamesa, Gas Natural, Fenosa Renovables (GNFR), Iberdrola o Windar Renovables están realizando estudios y pruebas con proyectos de energía eólica marina flotante, para una posible instalación en un futuro próximo. Uno de los proyectos que se están estudiando para la instalación de turbinas eólicas flotantes es el proyecto Nautilus, llevado a cabo por la corporación tecnológica Tecnalia, junto con las empresas Astilleros Murueta, Tamoin, Velatia y Vicinay Marine Innovación. Nautilus es una plataforma flotante semisumergible, con un aerogenerador de 5 MW de potencia, que se colocará a 60 metros de profundidad en un

## 2.1. LOCALIZACIÓN DEL AEROGENERADOR OFFSHORE FLOTANTE

parque tecnológico del País Vasco, que es al que pertenecen las empresas del consorcio [21]. Como esta tecnología eólica offshore flotante sería la solución para el comienzo del desarrollo de la energía eólica marina en España, y su siguiente crecimiento hasta poder llegar a igualar, o incluso superar el potencial que presenta la energía eólica en este país, se ha decidido situar la turbina eólica de este trabajo en España, y al igual que el aerogenerador del proyecto Nautilus, en las aguas costeras del País Vasco.

Además, según el Estudio Estratégico Ambiental del litoral [22], aprobado por los Ministerios de Medio Ambiente, Medio Rural y Marino e Industria, Turismo y Comercio, cuya finalidad es acotar y definir las zonas aptas y las no aptas para la instalación de parques eólicos marinos, el País Vasco presenta una zona verde, apta para el desarrollo de la tecnología offshore, tal y como se muestra en en la figura 2.1.

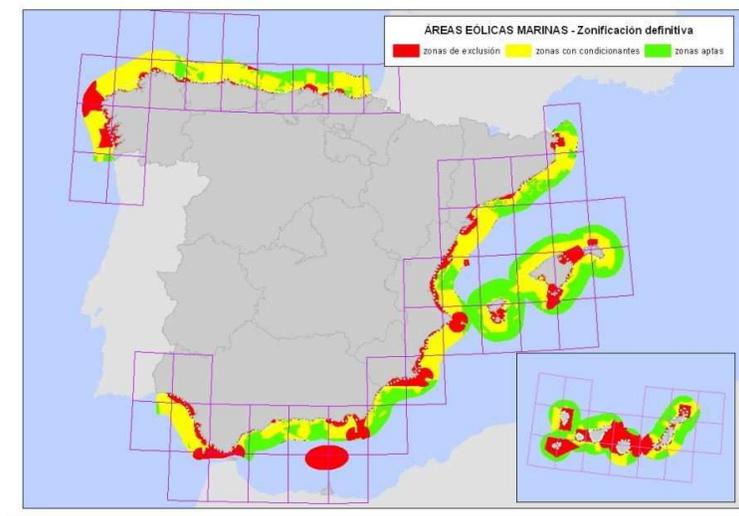


Figura 2.1: Representación de las zonas aptas y no aptas para el desarrollo de la energía eólica marina (Fuente: [www.mapama.gob.es](http://www.mapama.gob.es))

A continuación se describe el significado de cada zona del mapa anterior [22]:

- Zonas de color rojo: Son consideradas “zonas de exclusión”, en las hay incompatibilidad entre la existencia de parques eólicos marinos (mayores de 50 MW) y los usos o actividades ya establecidos.
- Zonas de color amarillo: Estas zonas son consideradas “zonas aptas con condicionantes”, donde el desarrollo de parques eólicos marinos está condicionado, y depende de varios factores.
- Zonas de color verde: Son “zonas aptas”, en las que no hay ningún tipo de incompatibilidad, en términos de planificación estratégica. El País Vasco pertenece a este tipo de zona.

## 2.2. Dimensiones y propiedades de la plataforma

La plataforma offshore flotante que va a ser objeto de estudio es la estructura estabilizada por flotación o barcaza, con el aerogenerador centrado en la misma. La estructura completa está compuesta por la torre, la nacelle, la plataforma y los cables de acero que la sujetan y la mantienen fijada al lecho marino.

Para el diseño de la estructura se va a realizar un modelo simplificado, representado en la figura 2.4, compuesto de un soporte con geometría prismática rectangular, sobre la que se apoya el aerogenerador, y cuatro líneas de catenaria que unen la plataforma al lecho marino, atadas en cada una de las cuatro esquinas de la base del soporte.

El aerogenerador está compuesto de la torre, las aspas, el rotor, el generador y la caja de cambios. Estos tres últimos se encuentran dentro de la nacelle de la turbina eólica. La nacelle es el elemento que se sitúa en la parte superior de la torre sobre el que giran las palas, y está formada por una estructura metálica que sirve de soporte para el conjunto de componentes (rotor, generador y caja de cambios) que se sitúan en su interior, y se va a simplificar representándola como un prisma rectangular de sección cuadrada.

Se ha seleccionado como modelo el aerogenerador G128-5.0 MW Offshore, el primer aerogenerador marino instalado en España, de la empresa GAMESA [10]. En las figuras 2.2 y 2.3 se representan el aerogenerador que ha servido como referencia (G128-5.0 M) y el aerogenerador simplificado que se va a emplear en este trabajo.



Figura 2.2: Aerogenerador G128-5.0 MW Offshore (Fuente:www.gamesacorp.com)

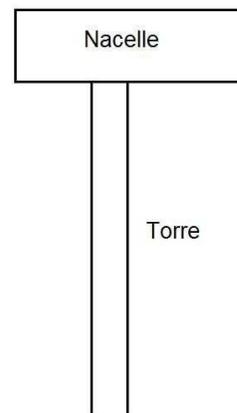


Figura 2.3: Aerogenerador simplificado

Como el objetivo de este trabajo es estudiar como afectan las diferentes cargas a las catenarias que sujetan la estructura completa, se va a simplificar el modelo, manteniendo el soporte como plataforma, y el aerogenerador con su torre y la nacelle. Sin embargo, en relación a las aspas, únicamente se tendrá en cuenta el peso de las mismas, sin incluirlas en la representación esquemática. Se ha decidido no incluir las aspas del aerogenerador porque se complicaría excesivamente el cálculo de las cargas sobre las mismas, no siendo relevantes al ser los cables el objeto de estudio del trabajo.

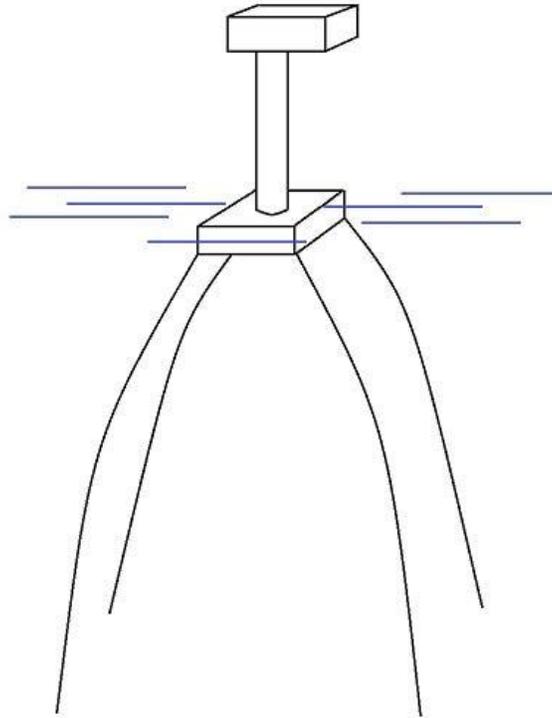


Figura 2.4: Esquema del modelo a estudiar

En la siguiente tabla se muestran las dimensiones de esta estructura, obtenidas a partir del aerogenerador G128-5.0 MW Offshore de GAMESA que se ha seguido como ejemplo de turbina eólica. Aquellos datos que han sido aportados por dicha empresa se han estimado teniendo como base otros proyectos:

|                                   |      |
|-----------------------------------|------|
| Altura prisma rectangular soporte | 8    |
| Lado base cuadrada soporte        | 33   |
| Altura de la torre                | 80   |
| Diámetro de la torre              | 6    |
| Espesor de la torre               | 0,05 |
| Altura de la nacelle              | 7    |
| Largo de la nacelle               | 13   |
| Ancho de la nacelle               | 7    |
| Calado                            | 6,11 |
| Longitud de las palas             | 62,5 |

Cuadro 2.1: Dimensiones plataforma de estudio (m)

Además de las dimensiones, es necesario situar los centros de gravedad tanto del soporte como de todas las partes del aerogenerador, y conocer las masa de los mismos, que serán necesarias para el cálculo de los momentos de inercia y de las tensiones que aparecerán en la estructura.

■ Masa

Para calcular la masa ( $M$ ) es necesario conocer el volumen ( $V$ ) de las diferentes partes, así como la densidad del material ( $\rho$ ), y se hallan a partir de la expresión:  $M = V * \rho$ . La torre está hecha de acero inoxidable, con una densidad de  $7850 \text{ kg/m}^3$  y la geometría es un cilindro hueco. La plataforma, por el contrario, sería una estructura de geometría prismática, formada por vigas de acero S355JR en forma de celosía. Como se ha explicado anteriormente, se va a realizar una simplificación de la misma, representándola como un elemento macizo, pero con una densidad equivalente muy inferior que le permita tener flotabilidad. La masa de este soporte se ha estimado de  $68,39,10^6 \text{ kg}$ .

En el caso de la nacelle y de las aspas, debido al alto número de componentes que tienen, y a su geometría, respectivamente, se da una masa aproximada. El aerogenerador seleccionado está formado por tres aspas, cada una con una masa de  $23,45 \text{ kg}$ .

En el cuadro 2.2 se detallan el volumen y la masa de las cuatro partes de la estructura.

|         | Volumen ( $m^3$ ) | Masa ( $kg$ ) |
|---------|-------------------|---------------|
| Soporte | 8.712             | $68,39,10^6$  |
| Torre   | 75,40             | $5,91,10^5$   |
| Nacelle | -                 | 182.000       |
| Aspas   | -                 | 70,35         |

Cuadro 2.2: Masas de los elementos de la estructura

■ Centros de gravedad

Para calcular los centros de gravedad, es necesario situar primero los ejes de referencia a partir de los cuales se miden las coordenadas de los diferentes puntos. Los ejes de referencia están situados en la superficie superior del soporte, siendo el eje  $z$  coincidente con el eje principal del cilindro, y  $x$  e  $y$  los ejes contenidos en esa cara del soporte.

En la torre, el centro de gravedad se encuentra en el propio eje del cilindro:  $CX = 0$ ,  $CY = 0$ ,  $CZ = 40$

|         | CX ( $m^3$ ) | CY ( $kg/m^3$ ) | CZ ( $kg$ ) |
|---------|--------------|-----------------|-------------|
| Soporte | 0            | 0               | -4          |
| Torre   | 0            | 0               | 40          |
| Nacelle | 3,5          | 0               | 83,5        |
| Aspas   | 10           | 0               | 83,25       |

Cuadro 2.3: Coordenadas de los centros de gravedad

Una vez calculados todos los centros de gravedad, se procede al cálculo de los momentos de inercia.

■ Momentos de inercia

El momento de inercia de la sección de la torre es el correspondiente a la sección de un cilindro hueco, es decir, a una corona circular, con respecto al eje del cilindro:

$\frac{\pi}{2}(R_{exterior}^4 - R_{interior}^4)$ , siendo  $R_{exterior}$  el radio de la torre y  $R_{interior} = R_{exterior} - 0,05$  el radio interior de la misma. Los momentos de inercia  $I_{xx}$  e  $I_{yy}$  tienen el mismo valor, y se calculan de la siguiente manera:  $I_{xx} = I_{yy} = \frac{\pi}{4}(R_{exterior}^4 - R_{interior}^4)$ .

El momento de inercia de una sección circular se calcula mediante la expresión:  $\frac{\pi}{2}R^4$ , siendo  $R$  el radio de la torre. Los momentos de inercia  $I_{xx}$  e  $I_{yy}$  tienen el mismo valor, y se calculan de la siguiente manera:  $I_{xx} = I_{yy} = \frac{\pi}{4}R^4$ .

El momento de inercia de un prisma rectangular se calcula con las expresiones:  $I_{zz} = I_{xx} + I_{yy}$ ,  $I_{xx} = \frac{a*b^3}{12}$ ,  $I_{yy} = \frac{b*a^3}{12}$ , siendo  $a$  y  $b$  los lados de la base del prisma, correspondientes a los ejes  $x$  e  $y$  respectivamente.

En la tabla siguiente aparecen los momentos de inercia de las tres partes de la estructura, calculados mediante las expresiones anteriores. No se calculan los momentos de inercia de las aspas debido a la rotación de las mismas.

|         | $I_{xx}(m^4)$    | $I_{yy}(m^4)$    | $I_{zz}(m^4)$    |
|---------|------------------|------------------|------------------|
| Soporte | $98,83 * 10^3$   | $98,83 * 10^3$   | $19,76 * 10^4$   |
| Torre   | 4,14             | 4,14             | 8,27             |
| Nacelle | 371,58           | $1,282 * 10^3$   | 1653,16          |
| Cables  | $2,48 * 10^{-5}$ | $2,48 * 10^{-5}$ | $4,97 * 10^{-5}$ |

Cuadro 2.4: Magnitud de los momentos de inercia

Las plataformas flotantes se pueden instalar en profundidades de entre 40 y 1000 metros. En España las profundidades empiezan a superar los 40 metros muy cerca de la costa, por lo que se ha elegido una profundidad de 120 metros para anclar la plataforma sobre la que se apoya el aerogenerador, buscando que el aerogenerador no se encuentre situado demasiado lejos de la costa cantábrica.

El sistema de anclaje seleccionado es el sistema de catenarias, ya que presentan bajo coste, y se pueden emplear en aguas de 120 m de profundidad. Permiten además el movimiento de la plataforma en los seis grados de libertad. Una desventaja que presenta este tipo de anclaje es el impacto ambiental, debido a que el radio de la catenaria suele ser grande en comparación con la profundidad, sobre todo si se trata de un parque eólico de aerogeneradores flotantes.

Se ha elegido una plataforma con cuatro catenarias de acero, cada una unida a una esquina del soporte, y al suelo marino. Las dimensiones y características de estas catenarias de acero que se han estimado vienen recogidas en el siguiente cuadro, y se aportará una explicación más detallada cuando se realice en análisis de las mismas. El acero seleccionado es acero de alta resistencia NV 36, de clase A, con límite elástico de 375 MPa, y tensión máxima de rotura de 400 MPa. [23]

|          |                        |
|----------|------------------------|
| Número   | 4                      |
| Diámetro | 0,15 m                 |
| Longitud | 320 m                  |
| Densidad | 7850 kg/m <sup>3</sup> |

Cuadro 2.5: Dimensiones y características de las catenarias

## 2.3. Cargas aplicadas sobre la plataforma de estudio

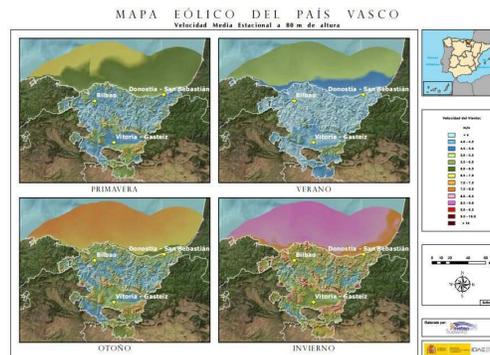
Como se ha comentado anteriormente, para la realización de este estudio, se ha decidido simplificar la estructura, de manera que no se incluyen las aspas. Únicamente se tiene en cuenta su peso, para que no se complique excesivamente el cálculo de los esfuerzos en los cables.

Para ello, se ha estudiado las diferentes cargas a las que están sometidos tanto la turbina como la plataforma semisumergible.

### 2.3.1. Cargas aplicadas sobre el aerogenerador

El aerogenerador se encuentra sometido a la fuerza del viento, que actúa como una carga distribuida a lo largo de la torre y de la nacelle del aerogenerador, y a la fuerza producida por las olas, que actúa únicamente sobre la torre del aerogenerador, debido a que las olas en el litoral cantábrico no sobrepasan los 30 metros de altura.

Según el mapa de las velocidades medias estacionales del viento de la comunidad autónoma del País Vasco, realizado por el IDAE y representado en la figura 2.5, las velocidades medias máximas del viento a una altura de 80 metros (altura de la torre) toman valores de 6–6,5, 8,5–9, 5,5–6 y 7,5–8 m/s en las estaciones de primavera, verano, otoño e invierno respectivamente [22]. A medida que se desciende por la torre la velocidad del viento va disminuyendo, de manera que se va a estudiar el caso más desfavorable, seleccionando la velocidad máxima a 80 metros, que corresponde con la estación de invierno (9 m/s aproximadamente).



### 2.3. CARGAS APLICADAS SOBRE LA PLATAFORMA DE ESTUDIO

A partir de las expresiones desarrolladas anteriormente, se calcula la presión del viento sobre el aerogenerador, introduciendo los valores de la densidad, coeficientes aerodinámicos [20] y velocidad que se muestran a continuación:

|  |                              |
|--|------------------------------|
| Densidad del aire seco ( $\rho$ )                | 1,2 $Kg/m^3$ (1 atm y 15 °C) |
| Coeficiente aerodinámico ( $C_d$ ) de la nacelle | 1.17                         |
| Coeficiente aerodinámico ( $C_d$ ) de la torre   | 1                            |

Cuadro 2.6: Valores empleados para el cálculo de la presión debida al viento

Se obtienen los siguiente valores de presión, que actúa según la dirección de eje  $x$ , incidiendo perpendicularmente sobre la torre, y sobre una de las caras laterales de la nacelle:

|                          |  |
|--------------------------|--|
| Presión sobre la torre   | $P = (1 * 1,2 * 9^2)/2 = 48,6$ ( $N/m^2$ )     |
| Presión sobre la nacelle | $P = (1,17 * 1,2 * 9^2)/2 = 56,86$ ( $N/m^2$ ) |

Cuadro 2.7: Valores de la presión sobre el aerogenerador

La torre tiene un diámetro de 6 m, de manera que la fuerza por unidad de longitud que actúa sobre la misma es de 291,6  $N/m$ .

La torre del aerogenerador también se encuentra sometida a la acción del oleaje, por lo que se procede a continuación al cálculo de la fuerza que provocan las olas sobre la misma. Debido a que las olas no superan los 30 metros de altura, solamente la parte inferior de la torre está sometida a las fuerzas debidas a las olas. Como se ha explicado en el capítulo anterior, para el cálculo de la fuerza se emplea la siguiente ecuación:

$$F = \frac{1}{2} * C_d * \rho * D * u^2 + \frac{\pi}{4} * C_m * \rho * w * D^2 * u \quad (2.1)$$

Los coeficientes  $C_d$  y  $C_m$  se pueden obtener de manera simplificada a través de la tabla 2.8, en función del número de Reynolds(Re) y del número de Keulegan Carpenter (KC) [24].

|      | Re < 10 <sup>5</sup> |     | Re ≥ 10 <sup>5</sup> |     |
|------|----------------------|-----|----------------------|-----|
| KC   | CD                   | CM  | CD                   | CM  |
| < 10 | 1,2                  | 2   | 0,6                  | 2   |
| ≥ 10 | 1,2                  | 1,5 | 0,6                  | 1,5 |

Cuadro 2.8: Valores de los coeficientes  $C_d$  y  $C_m$  en función del número de Reynolds y del número de Keulegan Carpenter

Para ello es necesario calcular primero el valor del número de Reynolds, utilizando la siguiente expresión:

$$Re = \frac{u * D}{\nu}$$

Siendo  $\nu$  la viscosidad cinemática del agua, de valor  $1,473 * 10^{-6} m^2/s$  [25].

Para el cálculo del número de Keulegan Carpenter, que también es necesario para obtener el valor de los coeficientes, se emplea la expresión:

$$KC = \frac{u * T}{D}$$

Siendo  $T$  el periodo de la ola.

Introduciendo estos dos valores (número de Reynolds y número de Keulegan Carpenter) en la tabla 2.8, se obtienen los valores de los dos coeficientes:

$$C_d=0.6, C_m=2$$

En cuanto a la velocidad, se ha seleccionado un valor de velocidad de corriente marina superficial de  $1,5 m/s$ , al ser el valor medio aproximado de las velocidades de las corrientes, que se encuentran entre valores de  $0,55 m/s$  y  $2,22 m/s$  [26].

El valor de la pulsación de la ola se calcula a partir del periodo de la misma, mediante la expresión:

$$w = \frac{2 * \pi}{T}$$

En el litoral cantábrico domina el oleaje entre los 8 y 12 segundos [27], de manera que se ha escogido un valor del periodo de 10 segundos. Por lo tanto, la pulsación de la ola tendrá un valor de  $0,63 rad/s$ .

A continuación se muestran todos los datos que se van a introducir o bien que influyen en la ecuación 2.1 para calcular la fuerza sobre la torre debida al oleaje.

|                         |  |
|-------------------------|--|
| Diámetro de la torre    | 6 m  |
| Densidad $\rho$         | 1027 kg/m <sup>3</sup> ,                   |
| Velocidad $u$           | 1,5 m/s                                    |
| Pulsación de la ola $w$ | 0,63 rad/s                                 |
| Periodo T               | 10 s                                       |
| Viscosidad $\nu$        | 1,473 * 10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup> /s |
| Re                      | 6,11 * 10 <sup>6</sup>                     |
| KC                      | 2,5  |
| $C_d$                   | 0,6  |
| $C_m$                   | 2  |

Cuadro 2.9: Datos a emplear para el cálculo de la fuerza debida a las olas marinas

Introduciendo los valores de la tabla 2.9 en la ecuación 2.1 se halla el valor de la fuerza sobre la torre, hasta una altura máxima de 30 metros, debida a las olas marinas:

$$F = 4159,35 + 54881,33 = 59040,68$$

## 2.3. CARGAS APLICADAS SOBRE LA PLATAFORMA DE ESTUDIO

---

Por lo tanto, la fuerza por unidad de longitud sobre la torre debida al oleaje tiene un valor de  $59,04 \text{ kN/m}$ .

Para simular el movimiento de las olas, se asemeja la fuerza que producen a una función sinusoidal, dependiente del tiempo, con una frecuencia de  $0,63 \text{ rad/s}$  (periodo de 10 segundos), con un valor máximo de  $59,04 \text{ kN/m}$ , que va disminuyendo y volviendo a aumentar hasta ese valor en función del tiempo. Este movimiento de la fuerza de las olas se puede expresar como:

$$F = 59,04 * \sin(0,63 * t)$$

La figura 2.6 representa la fuerza sinusoidal en  $\text{kN/m}$  producida por las olas sobre la torre en función del tiempo.

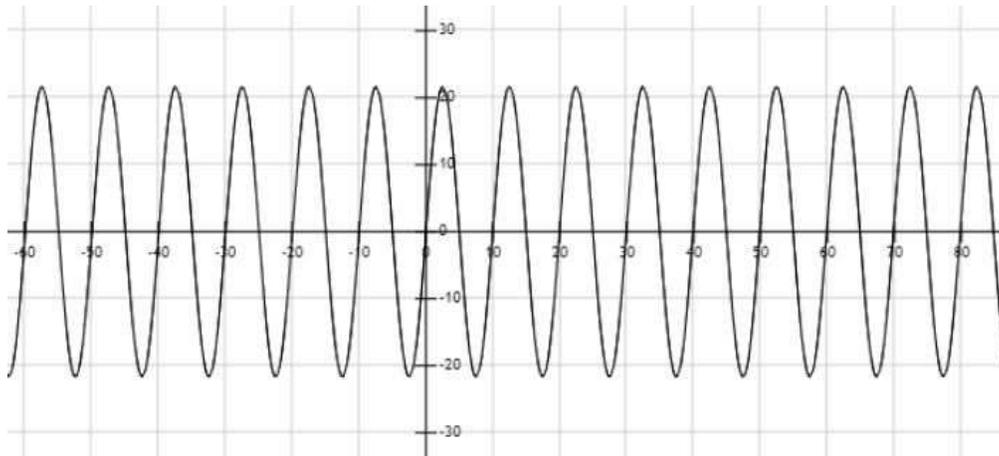


Figura 2.6: Representación de la fuerza ( $\text{kN/m}$ ) producida por las olas sobre la torre en función del tiempo

### 2.3.2. Cargas aplicadas sobre el soporte

Sobre la parte de la plataforma que se encuentra por encima de la superficie del agua actúa la fuerza proveniente del oleaje. A su vez, el agua, debido principalmente a la viscosidad, ofrece una resistencia al movimiento de la plataforma que actúa de manera análoga a una fuerza de rozamiento en el movimiento de los sólidos. Sobre la parte del soporte que se encuentra sumergida actúa la fuerza de empuje explicada anteriormente. Esta fuerza se compensa con el peso que soporta la plataforma, además de su propio peso, dotando a la estructura de equilibrio vertical. Esta es la razón por la cual la plataforma se mantiene por flotabilidad.

La plataforma soporta todo el peso del aerogenerador (torre, nacelle y aspas). La tabla 2.10 muestra el desglose de los pesos que soporta la misma.

|         |                     |
|---------|---------------------|
| Soporte | $6,70 \cdot 10^7$ N |
| Torre   | $5,79 \cdot 10^6$ N |
| Nacelle | $1,78 \cdot 10^6$ N |
| Aspas   | 689,43 N            |

Cuadro 2.10: Pesos de las diferentes partes de la estructura ( $P = M * g$ )

Con los datos anteriores se calcula el peso total sobre el soporte:

$$P = 5,79 * 10^6 + 1,78 * 10^6 + 689,43 = 7,57 * 10^6 (N)$$

Según el Principio de Arquímedes explicado anteriormente, la fuerza de empuje se calcula mediante la expresión:

$$E = V * \rho * g$$

El volumen del líquido desalojado es el volumen que ocupa el soporte, y se calcula de la siguiente manera:

$$V = \text{calado} * \text{área de la base} = 6,11 * 33^2 = 6653,79 \text{ m}^3$$

|                   |                       |
|-------------------|-----------------------|
| Volumen           | $6653,79 \text{ m}^3$ |
| Densidad del agua | $1027 \text{ kg/m}^3$ |
| Gravedad          | $9,8 \text{ m/s}^2$   |

Cuadro 2.11: Datos empleados para calcular el empuje

Introduciendo estos datos en la ecuación del empuje, obtenemos el valor de esa fuerza, que se va a representar en la misma dirección que el eje  $x$ :

$$E = 6,7 * 10^7 (N)$$

Esta fuerza de empuje que aparece como consecuencia del volumen que ocupa la estructura en el agua se compensa con el peso total que está soportando ese volumen, es decir, el peso del propio soporte más el peso de la torre, la nacelle y las aspas.

Para calcular la fuerza sobre el soporte debida al oleaje se emplea la misma ecuación que la utilizada para calcular la fuerza sobre la torre:

$$F = \frac{1}{2} * C_d * \rho * D * u^2 + \frac{\pi}{4} * C_m * \rho * w * D^2 * u$$

El diámetro equivalente de la sección cuadrada del soporte equivale al diámetro de la sección de un cilindro, y es necesario calcularlo debido a que las expresiones para el cálculo de los dos coeficientes  $C_m$  y  $C_d$  dependen del diámetro. Se halla con la expresión:

### 2.3. CARGAS APLICADAS SOBRE LA PLATAFORMA DE ESTUDIO

$$D_e = \frac{l}{\sqrt{\pi}}$$

Siendo  $l$  el lado de la base cuadrada del soporte. Se obtiene así un diámetro equivalente de  $18,62 \text{ m}$ . Con este diámetro, introduciéndolo en las ecuaciones de Reynolds y Keulegan Carpenter se calculan los siguientes valores para esos dos números:  $Re= 1,89,10^7$  y  $KC= 0,81$ . Con estos valores, se obtienen los coeficientes  $C_d=0,6$  y  $C_m=2$ .

Introduciendo los datos de la tabla 2.12 en la ecuación 2.1 se obtiene el valor de la fuerza debida a las olas:

|                                  |                        |
|----------------------------------|------------------------|
| Diámetro equivalente del soporte | $18,62 \text{ m}$      |
| Densidad $\rho$                  | $1027 \text{ kg/m}^3,$ |
| Velocidad $u$                    | $1,5 \text{ m/s}$      |
| Pulsación de la ola $w$          | $0,63 \text{ rad/s}$   |
| Re                               | $1,89.10^7$            |
| KC                               | $0,81$                 |
| $C_d$                            | $0,6$                  |
| $C_m$                            | $2$                    |
| T                                | $10 \text{ s}$         |

Cuadro 2.12: Datos a emplear para el cálculo de la fuerza debida a las olas marinas

Por lo tanto, como el soporte tiene una profundidad de  $33 \text{ m}$ , se obtiene un valor de fuerza por unidad de superficie debido al oleaje, en la dirección del eje  $x$ :

$$F=16,41 \text{ kN/m}^2$$

El movimiento de las olas se vuelve a simular mediante una función sinusoidal dependiente del tiempo, con una frecuencia de  $0,63 \text{ rad/s}$ , siendo por tanto la fuerza debida al oleaje, en la dirección del eje  $x$ :

$$F = 16,41 * \sin(0,63 * t)$$

La figura 2.7 representa la variación de esta fuerza ( $\text{kN/m}^2$ ) en función del tiempo.

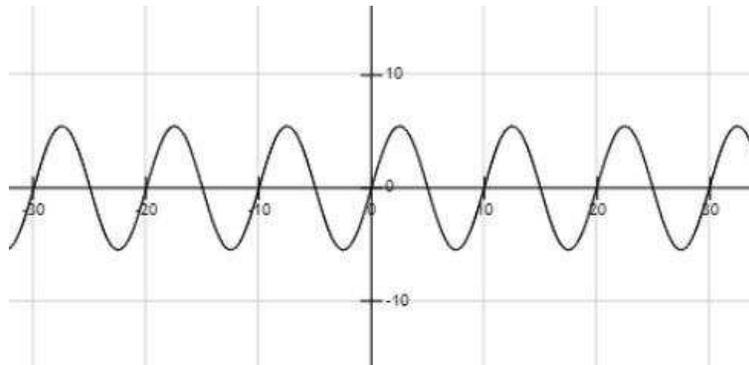


Figura 2.7: Representación de la fuerza ( $\text{kN/m}^2$ ) producida por las olas sobre el soporte en función del tiempo

### 2.3.3. Cargas aplicadas sobre los cables

Los cables están sometidos a las corrientes marinas, y a su propio peso. No soportan el peso de la plataforma debido a que ésta se sostiene por flotabilidad, y debido también a que no trabajan a compresión.

La fuerza producida por las corrientes marinas sobre las líneas de fondeo se calcula mediante la expresión descrita en el apartado de corrientes marinas. La ecuación de la fuerza se aplica a cilindros, sin embargo, debido al grosor de los cables, se pueden estudiar asemejándolos a cilindros de pequeño diámetro (0,15 m).

$$F = \frac{1}{2} * C_d * \rho * D * u^2$$

La siguiente tabla muestra los datos que se van a introducir en la ecuación anterior para calcular la fuerza debida a las corrientes marinas:

|  |                      |
|--|----------------------|
| Densidad del agua ( $\rho$ )                     | 1 gr/cm <sup>3</sup> |
| Coficiente de resistencia aerodinámica ( $C_d$ ) | 1,50                 |
| Diámetro de los cables                           | 0,15 m               |
| Velocidad del agua                               | 0,2 m/s              |

Cuadro 2.13: Datos empleados para calcular la fuerza producida por las corrientes marinas

La fuerza obtenida, por unidad de longitud, tiene un valor de 4,5 (N/m), y se representará actuando según la dirección del eje  $x$ , al igual que todas las fuerzas calculadas anteriormente, en el mismo sentido, para que todas las fuerzas en conjunto simulen un posible caso muy desfavorable de condiciones ambientales.

### Fuerzas finales que actúan sobre la plataforma

Las representaciones que se adjuntan a continuación se han realizado en dos dimensiones debido a que el estudio posterior se aplica a tres dimensiones, pero impidiendo el movimiento en dirección del eje  $z$ , de manera que toda la estructura se mueve únicamente en el plano  $XY$ . Se ha escogido además que las fuerzas del viento y el oleaje, así como la fuerza de las corrientes, actúen en la misma dirección y sentido para estudiar el caso más desfavorable, como se ha mencionado anteriormente.

En la figura 2.9 se han representado todas las fuerzas que actúan sobre la estructura. Las fuerzas definidas en rojo corresponden a las que varían en función del tiempo (fuerzas debido al oleaje) según una función sinusoidal, y las negras son las correspondientes a las fuerzas del viento.

## 2.3. CARGAS APLICADAS SOBRE LA PLATAFORMA DE ESTUDIO

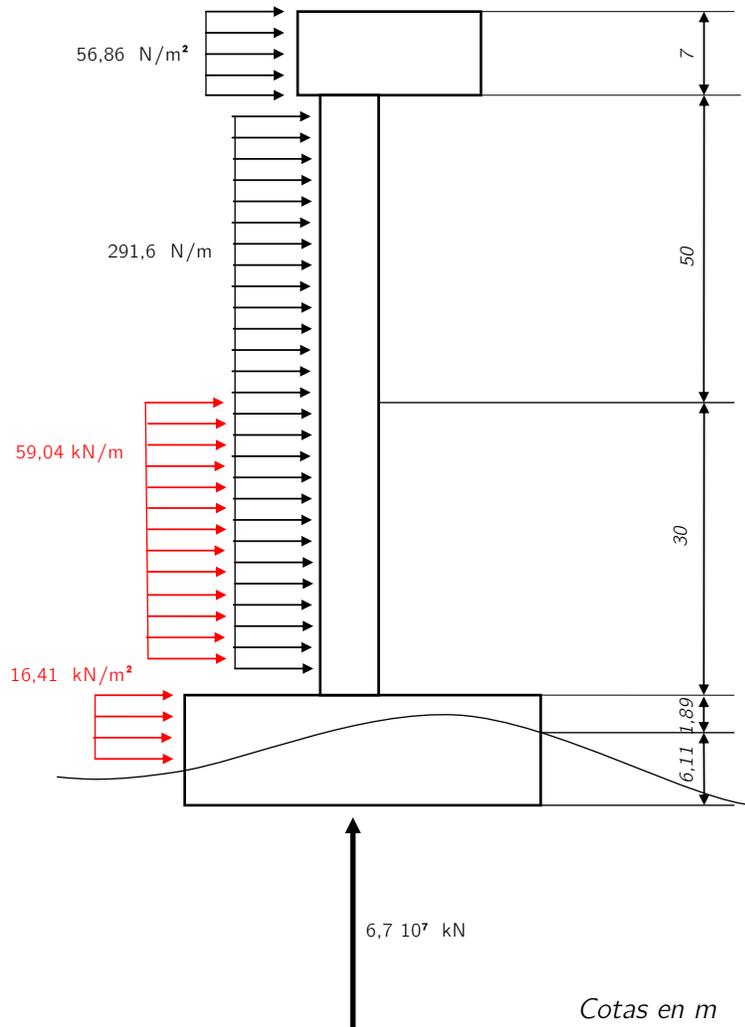


Figura 2.8: Representación de las fuerzas aplicadas sobre el aerogenerador y el soporte

Finalmente, se ha adaptado la estructura a estudiar al programa que se empleará para su posterior análisis (**IRIS**). De esta manera, se han realizado varias modificaciones que se presentan a continuación:

- Para facilitar el estudio posterior se ha centrado la nacelle sobre la torre que la soporta
- La carga debido al oleaje aplicada sobre la superficie del soporte que sobresale del agua se ha extendido a todo el área, para estudiar el caso más desfavorable posible, debido a que las olas provocan el movimiento de la plataforma produciendo que acaben actuando sobre toda la superficie de esa cara lateral del soporte
- Debido al alcance del programa, no es posible introducir cargas en la torre que dependen de la altura, de manera que se ha extendido la carga debido a las olas a toda la altura de la torre del aerogenerador

A continuación se representa la estructura con las modificaciones ya aplicadas, y con las fuerzas finales que actúan sobre la misma.

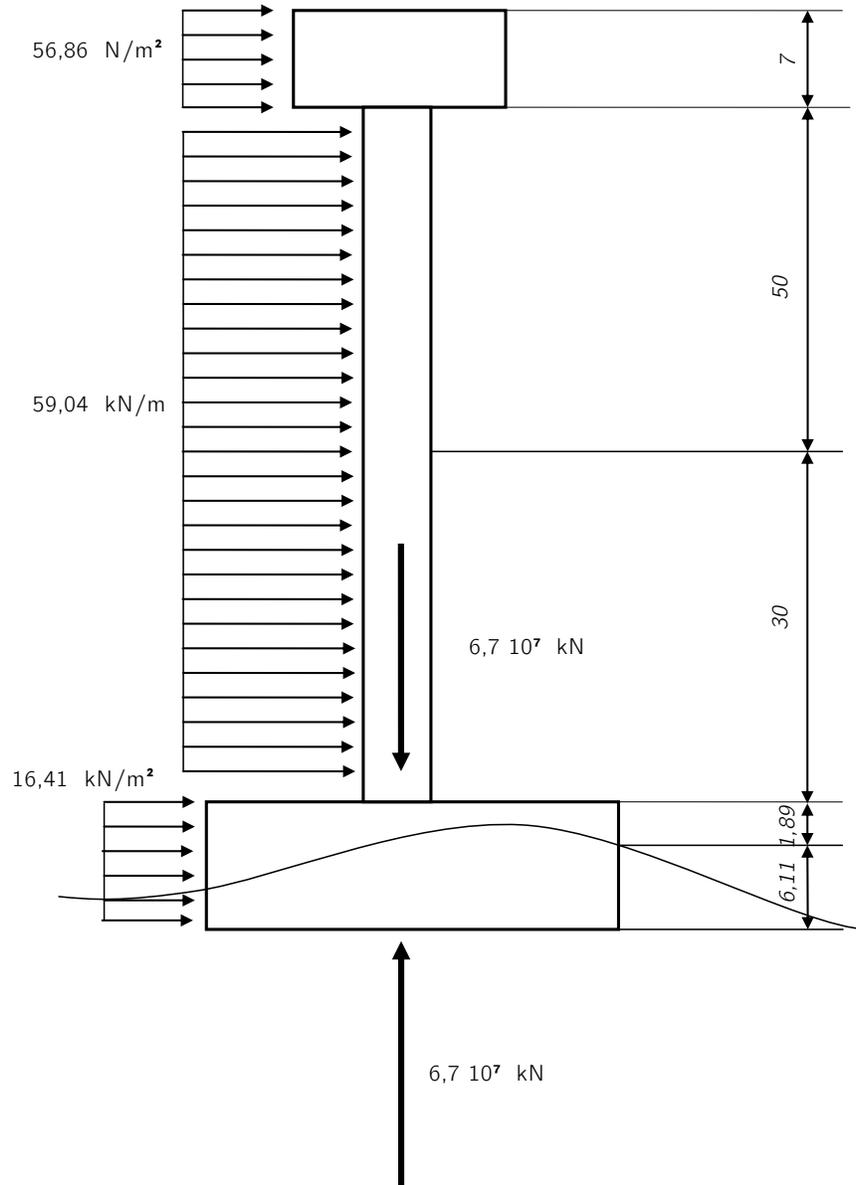


Figura 2.9: Representación simplificada de las fuerzas finales sobre el aerogenerador y el soporte

Por último, se representan las fuerzas por unidad de longitud producidas por las corrientes marinas sobre las líneas de catenaria en la figura 2.10.

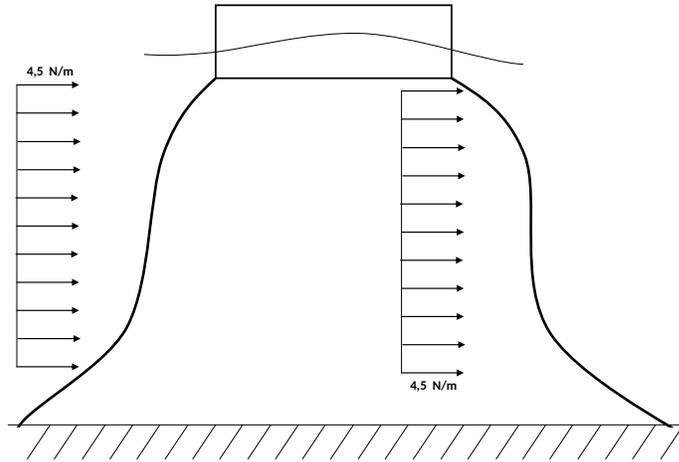


Figura 2.10: Representación esquemática de las fuerzas aplicadas sobre los cables

En la siguiente tabla (2.14) se muestra un resumen de las fuerzas finales horizontales que actúan sobre toda la estructura:

|                        |                |
|------------------------|----------------|
| $F_x$ sobre la nacelle | 56,86 $N/m^2$  |
| $F_x$ en la torre      | 59,04 $kN/m$   |
| $F_x$ en el soporte    | 16,41 $kN/m^2$ |
| $F_x$ en los cables    | 4,5 $N/m$      |

Cuadro 2.14: Resumen de fuerzas que actúan sobre la plataforma, el aerogenerador y los cables

# Capítulo 3

## Modelos para vigas

Para realizar posteriormente el estudio del comportamiento de las catenarias (tensiones y desplazamientos) en función de las cargas aplicadas sobre la estructura, mediante el programa **IRIS**, se van a emplear las ecuaciones de equilibrio del modelo de vigas de Simó-Reissner. Las catenarias de acero, como se explicará más adelante, presentan un comportamiento que se asemeja más al comportamiento de las vigas que de los cables frente a las mismas cargas. Por este motivo, en este capítulo se van a desarrollar las ecuaciones de equilibrio a partir de la energía que almacena una viga.

Aunque el modelo que va a servir para este estudio es la teoría de vigas de Simó-Reissner, porque es el modelo cuyos resultados más se ajustan a la realidad, antes de su desarrollo se van a exponer dos teorías, la teoría de vigas de Bernoulli y la teoría de vigas de Timoshenko, que se basan en modelos más simplificados y menos aproximados a las deformaciones reales, pero que son la base de la que parte el modelo de Simó-Reissner. Por lo tanto, a continuación se desarrollan los tres modelos para el cálculo de esfuerzos y deformaciones en vigas, que servirán para el posterior estudio de la respuesta de los anclajes de las plataformas offshore ante distintas cargas.

### 3.1. Pequeñas deformaciones

Aunque las vigas son sólidos tridimensionales, se pueden realizar varias simplificaciones, debido a que se pueden estudiar como elementos unidimensionales, permitiendo calcular las tensiones, deformaciones y esfuerzos de una manera más sencilla.

Se toma un sistema de coordenadas en cual el eje  $X$  es coincidente con el eje de la viga, y los ejes  $Z$  e  $Y$  coinciden con los ejes principales de inercia.

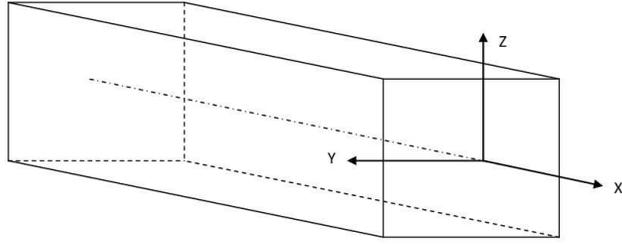


Figura 3.1: Sistema de coordenadas de la viga

Para cada uno de los tres modelos de viga que se van a estudiar (Bernoulli, Timoshenko y Simó-Reissner), partiendo de la expresión de la energía potencial total ( $\Pi$ ) de la viga representada en la figura 3.1, se van a obtener las ecuaciones de equilibrio, basándonos en el Principio de la Mínima Energía Potencial, según el cual el sistema es estacionario con respecto a variaciones en el campo de desplazamientos cuando la viga se encuentra en equilibrio.

La energía potencial total de la viga está compuesta por:

- Energía potencial interna ( $\Pi_{int}(u, w, \theta)$ )
- Energía potencial externa ( $\Pi_{ext}(u, w, \theta)$ )

Siendo  $u$  el campo de desplazamientos según el eje de la viga,  $w$  el campo de desplazamientos verticales (flecha) según el eje  $z$ , y  $\theta$  el campo de giros. Se cumple que:  $\Pi(u, w, \theta) = \Pi_{ext}(u, w, \theta) - \Pi_{int}(u, w, \theta)$

Como las vigas tienden a conseguir la mínima energía potencial, derivando la energía respecto a los desplazamientos e igualando a cero obtendremos las ecuaciones de equilibrio de la viga.

$$\delta\Pi = 0$$

El símbolo  $\delta$  es el análogo de la derivada parcial ordinaria de una función de varias variables, pero aplicado a un funcional, debido a que la energía  $\Pi$  depende de las funciones  $u$ ,  $w$  y  $\theta$ .

**Definición.**  $F : \text{funcional} \rightarrow R$

$$\frac{\delta F}{\delta v} \cdot v = \left. \frac{d}{d\epsilon} F(u + \epsilon v) \right|_{\epsilon=0}$$

Este procedimiento se va a aplicar a los tres modelos enunciados anteriormente: el modelo de vigas de Bernoulli, el modelo de Timoshenko y el de Simó-Reissner, para poder hallar en cada uno las diferentes ecuaciones de equilibrio.

### 3.2. El Modelo de viga de Bernoulli

La teoría de vigas de Euler-Bernoulli es probablemente uno de los problemas modelo más simples de la formulación restringida de la elasticidad lineal. Esta teoría es además una simplificación de la teoría de Timoshenko, y se aplica para vigas con un valor alto de esbeltez, y pequeñas deformaciones.

Este modelo se basa en la teoría de Bernoulli:

“Las secciones planas y perpendiculares al eje de la sección permanecen planas y ortogonales después de la deformación”.

El modelo se basa además en las siguientes hipótesis, conocidas como las suposiciones de Euler-Bernoulli [28]:

- Se supone la presencia solamente de un estado uni-axial de tensiones en la dirección del eje.
- Se considera que el material es isótropo, homogéneo y verifica la ley de Hooke.
- La viga tiene una sección constante a lo largo de toda su longitud.

El sistema que se va a emplear en este modelo es una viga sujeta en los dos extremos mediante un apoyo fijo y un apoyo móvil, que permiten el giro, impidiendo los desplazamientos tanto en la dirección del eje  $X$  como del eje  $Z$  en el primer apoyo, y los desplazamientos en el eje  $Z$  en el segundo.



Figura 3.2: Modelo de viga biapoyada

A continuación se expone la expresión de la energía potencial en función de los desplazamientos  $u$  y  $w$ .

$$\Pi(u, w) = \int_0^L \frac{1}{2} EI (w'')^2 dx - \int_0^L \rho w dx + \int_0^L \frac{1}{2} EA (u')^2 dx - \int_0^L q u dx - Pu(L)$$

Donde  $L$  es la longitud de la viga,  $E$  el módulo de elasticidad,  $I$  el momento de inercia según el eje respecto al cual se produce la flexión,  $A$  el área de la sección,  $\rho$  las cargas verticales aplicadas sobre la viga y  $q$  las cargas axiales.  $u$  y  $w$  representan los desplazamientos según el eje de la viga, y según el eje perpendicular a la misma, respectivamente.

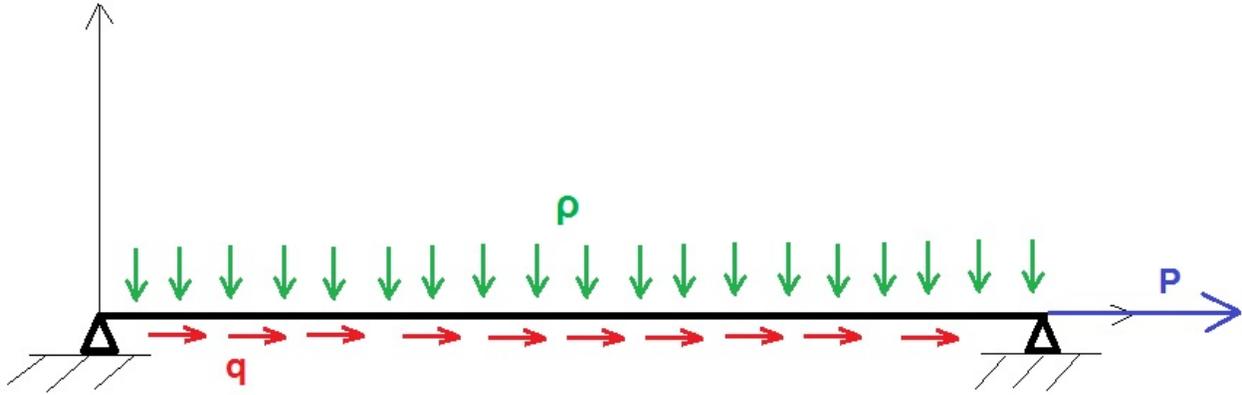


Figura 3.3: Representación de las cargas aplicadas sobre la viga

El primer término de la expresión anterior corresponde a la energía asociada a la flexión que se produce en la viga, el segundo término a la energía debida a las cargas verticales, y los tres últimos a la energía asociada a la tracción.

Para calcular la derivada de la energía se va a emplear la derivada variacional para cada uno de los dos campos ( $u$  y  $w$ )

### 3.2.1. Cálculo de la derivada variacional de la Energía Potencial variando la función $u$

En primer lugar se va a calcular la derivada variacional de la energía potencial variando la función  $u$ , mediante un incremento de  $\epsilon v$ , siendo  $v$  una función que cumple la condición  $v(0) = 0$ , al igual que el campo  $u$ , debido que está restringido en el extremo  $x = 0$ .

$$\begin{aligned} \Pi(u + \epsilon v, w) = & \int_0^L \frac{1}{2} EI (w'')^2 dx - \int_0^L \rho w dx + \int_0^L \frac{1}{2} EA (u' + \epsilon v')^2 dx \\ & - \int_0^L q (u + \epsilon v) dx - P (u + \epsilon v)(L) \end{aligned}$$

A partir de la expresión anterior se calcula la derivada variacional con la expresión:

$$\delta \Pi.v = \frac{d}{d\epsilon} \Pi(u + \epsilon v, w)|_{\epsilon=0} = \int_0^L EA u' v' dx - \int_0^L q v dx - P v(L)$$

Igualamos la derivada de la energía a cero, según el Principio de Mínima Energía Potencial, para llegar al estado de equilibrio

$$0 = \int_0^L EA (u' + \epsilon v') v' dx - \int_0^L q v dx - P v(L)$$

Por último, se integra por partes la primera integral y se agrupan términos

$$\int_0^L -EA u'' v dx + EA u' v|_0^L - \int_0^L q v dx - P v(L) = 0$$

$$\int_0^L (-EAu'' - q)v dx + EAu'v|_0^L - Pv(L) = 0$$

Debido a las condiciones de contorno de la viga biapoyada, el término  $EAu'v(0)$  se anula como consecuencia de que la función  $v$  se anula en  $x=0$ . El término  $EAu'v(L)$  corresponde a la energía en el extremo de la viga, y es igual a  $Pv(L)$ , anulándose con  $-Pv(L)$ .

Por lo tanto, para que se cumpla la expresión anterior, el término  $(-EAu'' - q)$  tiene que ser cero para cualquier variación de  $v$ , de manera que se iguala a cero, obteniendo la primera ecuación de equilibrio 3.1.

$$-EAu'' - q = 0$$

$$EAu'' = EA \frac{d}{dx} \left( \frac{du}{dx} \right) = \frac{dN(x)}{dx}$$

Siendo  $\frac{du}{dx}$  la deformación de la viga según el eje  $x$ , y  $N(x) = EA \frac{\partial u}{\partial x}$  el esfuerzo axial de la misma.

$$\frac{dN(x)}{dx} + q = 0 \quad (3.1)$$

### 3.2.2. Cálculo de la derivada variacional de la Energía Potencial variando la función $w$

En segundo lugar, se va a calcular la derivada variacional de la energía potencial variando la función  $w$ , mediante un incremento de  $\epsilon v$ , siendo  $v$  una función que cumple  $v(L) = 0$  y  $v(0) = 0$ , al igual que  $w(x)$ , por estar restringido el movimiento vertical en los extremos de la viga.

$$\Pi(u, w + \epsilon v) = \int_0^L \frac{1}{2} EI (w'' + \epsilon v'')^2 dx - \int_0^L \rho (w + \epsilon v) dx + \int_0^L \frac{1}{2} EAu^2 dx - \int_0^L q u dx$$

A partir de la expresión anterior derivamos respecto de  $\epsilon$

$$\frac{d}{d\epsilon} \Pi(u, w + \epsilon v)|_{\epsilon=0} = \int_0^L EI w'' v'' dx - \int_0^L \rho v dx$$

Igualamos la energía a cero, según el Principio de Mínima Energía Potencial, para llegar al estado de equilibrio

$$0 = \int_0^L EI w'' v'' dx - \int_0^L \rho v dx$$

Por último, se integra por partes la primera integral y se agrupan términos

$$EI w'' v'|_0^L - \int_0^L EI w''' v' dx - \int_0^L \rho v dx = 0$$

$$EI w'' v'|_0^L - EI v w'''|_0^L + \int_0^L EI w'''' v dx - \int_0^L \rho v dx = 0$$

$$EIw''v'|_0^L - EIvw'''|_0^L + \int_0^L (EIw'''' - \rho)v dx = 0$$

Debido a las condiciones de contorno de la viga biapoyada el término  $EAvw'''|_0^L$  se anula, al ser cero el valor de  $v$  en los dos extremos de la viga. Además, al ser articulados, el momento en los extremos es cero, anulándose el término  $EIw''v'|_0^L$ , debido a que el término  $EIw''(x)$  corresponde al momento, en una  $x$  determinada. Por lo tanto, para que se cumpla la expresión anterior, el término  $(EIw'''' - \rho)$  tiene que ser cero para cualquier variación de  $v$ , de manera que se iguala a cero, obteniendo la segunda ecuación de equilibrio 3.2.

$$EIw'''' - \rho = 0 \tag{3.2}$$

### 3.3. El Modelo de viga de Timoshenko

Este modelo permite mejorar la respuesta de la teoría de Bernoulli cuando la razón entre la longitud de la viga y la principal dimensión de la sección es cada vez más pequeña, es decir, para vigas con menor esbeltez.

La teoría de Timoshenko se basa en las mismas hipótesis que la teoría de Bernoulli, aunque con el agregado de algunas adicionales:

La diferencia entre la viga de Bernoulli y la de Timoshenko radica en las hipótesis cinemáticas adoptadas, que permiten considerar el efecto del cortante en el caso de la viga de Timoshenko, apareciendo un estado de tensiones cortantes en la sección de la viga. Por lo tanto, las secciones no se mantienen perpendiculares al eje de la viga después de la deformación [29].

La expresión de la energía total de la viga en función de los desplazamientos  $u$ , en la dirección del eje de la viga,  $w$  perpendicular al eje, y del giro  $\theta$  es:

$$\begin{aligned} \Pi(u, \theta, w) = \int_0^L \frac{1}{2} EA(u')^2 dx - \int_0^L q u dx + \int_0^L \frac{1}{2} EI(\theta')^2 dx + \\ \int_0^L \frac{1}{2} GA(\theta - w')^2 dx - \int_0^L \rho w dx \end{aligned}$$

Siendo los dos primeros términos correspondientes a la energía debido a la tracción, el tercer término correspondiente a la energía debido a la flexión, el cuarto término debido al cortante, y el último debido a las fuerzas verticales.

Para calcular la derivada variacional de la energía se va a emplear la derivada direccional para cada una de las tres funciones ( $u$ ,  $\theta$  y  $w$ ).

#### 3.3.1. Cálculo de la derivada variacional de la Energía Potencial variando la función $u$

En primer lugar se va a calcular la derivada de la energía potencial variando la función  $u$ , mediante un incremento de  $\epsilon v$ , siendo  $v$  una función que al igual que  $u$ , se anula en  $x = 0$ , debido a que en ese extremo la viga tiene restringido el movimiento según el eje de la misma.

$$\begin{aligned} \Pi(u + \epsilon v, \theta, w) = \int_0^L \frac{1}{2} EA(u' + \epsilon v')^2 dx - \int_0^L q(u + \epsilon v) dx + \int_0^L \frac{1}{2} EI\theta'^2 dx + \\ \int_0^L \frac{1}{2} GA(\theta - w')^2 dx - \int_0^L \rho w dx \end{aligned}$$

A partir de la expresión anterior derivamos respecto de  $\epsilon$

$$\frac{d}{d\epsilon} \Pi(u + \epsilon v, \theta, w)|_{\epsilon=0} = \int_0^L EAu'v' dx - \int_0^L qv dx$$

Por último, igualamos la energía a cero, según el Principio de Mínima Energía potencial,

para llegar al estado de equilibrio. Se resuelven las integrales y se agrupan términos.

$$0 = \int_0^L EAu'v'dx - \int_0^L qvdx$$

$$EAu'v|_0^L - \int_0^L EAu''vdx - \int_0^L qvdx = 0$$

$$EAu'v|_0^L - \int_0^L (EAu'' + q)vdx = 0$$

$EAu'v$  se anula porque  $v(0) = 0$ . El término  $EAu'' + q$  tiene que ser cero para cualquier variación de  $v$ , de manera que se iguala a cero, obteniendo la primera ecuación de equilibrio 3.3.

$$EAu'' + q = 0$$

$$EAu'' = EA \frac{d}{dx} \left( \frac{du}{dx} \right) = EA \frac{d\epsilon}{dx} = \frac{dN}{dx}$$

$$\frac{dN}{dx} + q = 0 \tag{3.3}$$

### 3.3.2. Cálculo de la derivada variacional de la Energía Potencial variando la función $\theta$

En segundo lugar se va a calcular la derivada de la energía potencial variando la variable  $\theta$ , mediante un incremento de  $\epsilon v$ .

$$\begin{aligned} \Pi(u, \theta + \epsilon v, w) = & \int_0^L \frac{1}{2} EA(u')^2 dx - \int_0^L qu dx + \int_0^L \frac{1}{2} EI(\theta' + \epsilon v')^2 dx + \\ & \int_0^L \frac{1}{2} GA((\theta + \epsilon v) - w')^2 dx - \int_0^L \rho w dx \end{aligned}$$

A partir de la expresión anterior, derivamos respecto de  $\epsilon$

$$\frac{d}{d\epsilon} \Pi(u, \theta + \epsilon v, w)|_{\epsilon=0} = \int_0^L EI\theta v' dx + \int_0^L GA(\theta - w')v dx$$

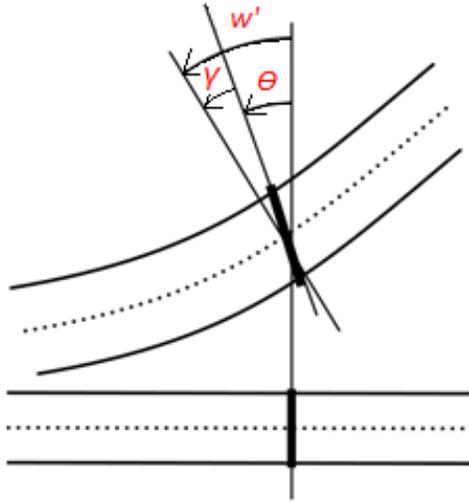


Figura 3.4: Relación entre ángulos en la viga de Timoshenko

A partir de la figura 3.4 se obtiene la relación:

$$w' - \theta = \gamma$$

Siendo  $\theta$  el ángulo que forman el eje  $z$  de la la viga antes y después de deformar, y  $\gamma$  el ángulo entre el eje  $z$  de la viga deformada y el eje perpendicular a esa sección. Se iguala la derivada variacional de la energía a cero, según el Principio de Mínima Energía Potencial, para llegar al estado de equilibrio. Se integra por partes la primera integral y se agrupan términos.

$$0 = \int_0^L EI\theta'v'dx - \int_0^L GA\gamma vdx$$

$$0 = EI\theta'v|_0^L - \int_0^L EI\theta''vdx - \int_0^L GA\gamma vdx$$

$$0 = EI\theta'v|_0^L - \int_0^L (EI\theta'' + GA\gamma)vdx$$

Debido a que los extremos son articulados, el momento tiene valor cero, de manera que el término  $EI\theta'v|_0^L$  se anula, al ser  $EI\theta(x)'$  el momento para una  $x$  determinada. Por lo tanto, para que se verifique la expresión anterior, el término  $EI\theta'' + GA\gamma$  tiene que ser cero para cualquier variación de  $v$ , de manera que lo igualamos a cero, obteniendo la segunda ecuación de equilibrio 3.4.

$$EI\theta'' + GA\gamma = 0$$

Multiplicando el módulo de elasticidad, el momento de inercia y la curvatura se obtiene el momento:

$$EI\theta' = M$$

Derivando esa expresión se obtiene:

$$EI\theta'' = \frac{dM}{dx}$$

Expresando el esfuerzo cortante que aparece en la viga a partir de la expresión:

$$GA\gamma + T = 0$$

se obtiene la ecuación de equilibrio:

$$\frac{dM}{dx} = T \quad (3.4)$$

### 3.3.3. Cálculo de la derivada variacional de la Energía Potencial variando la función $w$

En tercer lugar se va a calcular la derivada de la energía potencial variando la variable  $w$ , mediante un incremento de  $\epsilon v$ , siendo  $v$  una función que se anula en  $x = 0$  y  $x = L$ , al igual que  $w$ , por ser la viga biapoyada.

$$\begin{aligned} \Pi(u, \theta, w + \epsilon v) &= \int_0^L \frac{1}{2} EA(u')^2 dx - \int_0^L q u dx + \int_0^L \frac{1}{2} EI\theta'^2 dx \\ &+ \int_0^L \frac{1}{2} GA(\theta - (w' + \epsilon v'))^2 dx - \int_0^L \rho(w + \epsilon v) dx \end{aligned}$$

A partir de la expresión anterior derivamos respecto de  $\epsilon$

$$\frac{d\Pi}{d\epsilon}(u, \theta, w + \epsilon v) = \int_0^L GA(\theta - w')(-v') dx - \int_0^L \rho v dx$$

Por último, igualamos la energía a cero, según el Principio de mínima energía potencial, para llegar al estado de equilibrio. Se resuelven las integrales y se agrupan términos.

$$0 = \int_0^L GA(\theta - w')(-v') dx - \int_0^L \rho v dx$$

Como se observa en la figura 3.4

$$\theta - w' = -\gamma$$

$$\int_0^L GA\gamma v' dx - \int_0^L \rho v dx = 0$$

Se integra por partes y se agrupan términos

$$GA\gamma v|_0^L - \int_0^L GA\gamma' v dx - \int_0^L \rho v dx = 0$$

$$GA\gamma v|_0^L - \int_0^L (GA\gamma' + \rho) v dx = 0$$

Debido a las condiciones de contorno de la viga biapoyada en la que se restringe el movimiento vertical en los extremos, el término  $EAu'v|_0^L$  se anula al ser  $v(0)$  y  $v(L)$  iguales a cero. Por lo tanto, para que se cumpla la expresión anterior, el término  $GA\gamma' + \rho$  tiene que ser cero para cualquier variación de  $v$ , de manera que se iguala a cero, obteniendo la tercera ecuación de equilibrio 3.5.

$$GA\gamma' + \rho = 0$$

Expresando el esfuerzo cortante en función del ángulo  $\gamma$  y derivando la expresión se obtiene:

$$GA\gamma + T = 0$$

$$GA\gamma' + \frac{dT}{dx} = 0$$

Obteniendo finalmente la ecuación de equilibrio

$$\frac{dT}{dx} = \rho \tag{3.5}$$

## 3.4. El modelo de viga de Simó-Reissner

La hipótesis de pequeños desplazamientos ha desempeñado un papel importante en la predicción del comportamiento de una estructura bajo la acción de cargas externas aplicadas sobre la misma. Sin embargo, esta aproximación lineal no siempre es aplicable para la predicción real de la respuesta de estructuras muy esbeltas, o sometidas a cargas muy grandes. Debido a esto, se ha extendido esta aproximación a problemas no lineales.

Los anteriores análisis estructurales estaban restringidos a pequeñas deformaciones y casos elásticos, pero en ocasiones se requiere una respuesta inelástica y no lineal.

Se puede considerar a Reissner como el precursor de este modelo, ya que fue él quien lo desarrolló para la viga en dos dimensiones [30]. Fue Simó quien formuló la expresión tridimensional del modelo, y a partir de la misma dedujo las ecuaciones de equilibrio dinámico de la viga.

Este modelo es conocido como teoría de piezas alargadas de Simó-Reissner, y es capaz de reproducir grandes rotaciones y desplazamientos de las secciones transversales de la viga, de una manera conceptualmente sencilla. Simó lo llamó “modelo geoméricamente exacto de piezas alargadas”, porque es válido para cualquier magnitud de desplazamientos y rotaciones.

Las aportaciones fundamentales de Simó son [30]:

- La formulación matemática de la hipótesis cinemática para el caso general tridimensional en términos del vector posición de los puntos de la directriz, y de la rotación de la sección transversal
- El establecimiento de la relación entre la deformación conjugada a los momentos y la variable cinemática asociada, que es la matriz ortogonal que define la rotación
- La escritura de las ecuaciones en el caso dinámico general, partiendo de la expresión de la potencia del sólido tridimensional y de la derivada en el tiempo del gradiente de la deformación
- La adopción de una terminología basada en la consideración de la matriz de rotación como operador que permite el paso de la configuración material a la espacial
- El desarrollo de una formulación que permitió la solución del problema por elementos finitos

El modelo se basa en una teoría no lineal en la que no se restringen la magnitud de las deformaciones debidas al axil y al cortante, ni los desplazamientos asociados. Al igual que en los dos modelos anteriores (Bernoulli y Timoshenko), las secciones transversales permanecen planas después de la deformación, pero pueden experimentar una rotación finita. Se puede considerar una extensión del modelo de Timoshenko al rango no lineal.

Para definir este modelo se ha escogido una viga biapoyada, con los desplazamientos verticales, en la dirección  $y$  impedidos. En la siguiente figura, 3.5, se muestra un segmento de la viga, el cual tiene un extremo fijado en el plano  $(e_1, e_2)$ , el cual puede rotar según el eje  $e_3$  [2].

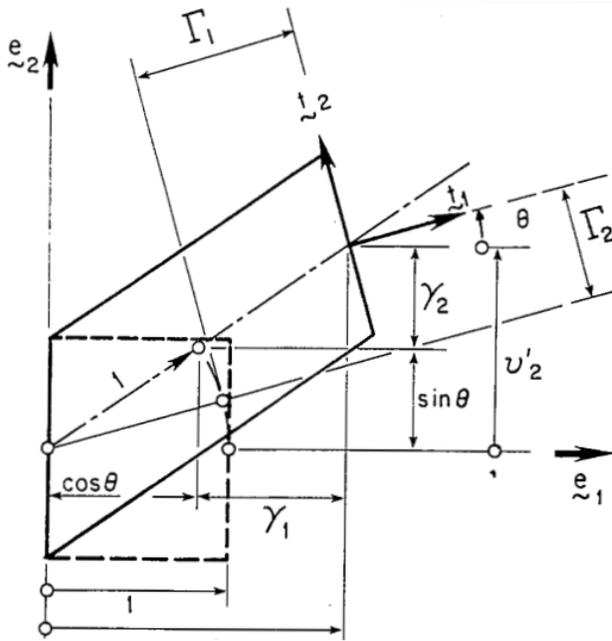


Figura 3.5: Viga de Simó-Reissner (Fuente:[2])

Se definen primero las variables que intervienen en este modelo:

- $\{e_1, e_2, e_3\}$  son los ejes globales del sistema de referencia, y  $\{t_1, t_2, t_3\}$  los ejes móviles de la estructura, que tienen su origen en el centro de la sección del extremo de la viga y se encuentran orientados de manera que  $t_1$  y  $t_2$  son paralelos a los ejes principales de inercia de la sección ,y  $t_3$  perpendicular a la misma.
- $\Lambda$  es un operador rotacional que transforma linealmente e isométricamente una base ortogonal de  $R^3$  en otra base ortogonal del espacio Euclídeo. Se representa como un tensor: 
$$\Lambda = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$
- La matriz  $C$  contiene la rigidez axial ( $EA$ ) y la rigidez al cortante de la viga ( $GA$ ): 
$$C = \begin{bmatrix} EA & 0 \\ 0 & GA \end{bmatrix}$$
- $\Gamma$  es un vector que agrupa las medidas no lineales de deformación de la sección, es decir, las medidas de la diferencia entre el eje de la deformada y la normal a la sección transversal de la viga:  $\Gamma = \Lambda^t \gamma$   
siendo 
$$\gamma = \begin{bmatrix} 1 + u'_1 - \cos \theta \\ u'_2 - \sin \theta \end{bmatrix}$$

- $EI$  representa la rigidez a flexión de la viga.

A continuación se muestra la expresión de la Energía Total del sistema:

$$\Pi(\theta, u_1, u_2) = \int \frac{1}{2}EI(\theta')^2 ds + \int \frac{1}{2}\Gamma^t C \Gamma ds - \Pi_{ext}$$

El primer término de la expresión anterior corresponde a la energía debido a la flexión, el segundo término debido a la traslación y al cortante, y el tercer término es la Energía Potencial Externa.

El desplazamiento de la viga se puede describir como una curva, siendo el parámetro  $s$  una variable independiente que representa una medida de la longitud del arco de esa curva.

La energía exterior depende de la fuerza  $\vec{f}$  y de los vectores de coordenadas  $\vec{u}$  (variable) y  $\vec{x}$  (fijo).

$$\Pi_{ext} = \int \vec{f}(\vec{u} + \vec{x}) ds - \vec{n}(L)\vec{u}(L)$$

$$\Pi(\theta, u_1, u_2) = \int \frac{1}{2}EI(\theta')^2 ds + \int \frac{1}{2}\Gamma^t C \Gamma ds - \int \vec{f}(\vec{u} + \vec{x}) ds - \vec{n}(L)\vec{u}(L)$$

Se deriva la energía, y se iguala a cero, según el Principio de Mínima Energía Potencial, para llegar al estado de equilibrio.

$$\delta\Pi(\theta, u_1, u_2) = \int EI\theta'\delta\theta' ds + \int \delta\Gamma^t C \Gamma ds - \int \vec{f}\delta\vec{u} ds - \vec{n}(L)\delta u(L) = 0$$

Se designan con letras cada uno de los tres términos de la expresión anterior para trabajar con cada uno por separado

$$A : \int EI\theta'\delta\theta' ds; \quad B : \int \delta\Gamma^t C \Gamma ds; \quad C : \int \vec{f}\delta\vec{u} ds - \vec{n}(L)\delta u(L)$$

Se empieza calculando mediante integración por partes la integral del término  $A$ :

$$\int EI\theta'\delta\theta' ds = EI\theta'\delta\theta|_0^L - \int EI\theta''\delta\theta' ds$$

$$EI\theta' = m$$

Siendo  $m$  el momento que aparece en la sección transversal de la viga después de deformarse.

$$A : m\delta\theta|_0^L - \int EI\theta''\delta\theta' ds$$

A continuación se procede al cálculo de la integral del término  $B$ :

$$\int \delta\Gamma^t C\Gamma ds$$

En primer lugar, se procede al cálculo de  $\delta\Gamma^t$ , mediante el uso de la derivada variacional. Para ello, se expresa este término como el sumatorio de las derivadas variaciones del mismo respecto a cada una de las variables que intervienen:  $u_1, u_2$  y  $\theta$ .

$$\delta\Gamma^t = D_\theta\Gamma^t\delta\theta + D_{u_1}\Gamma^t\delta u_1 + D_{u_2}\Gamma^t\delta u_2$$

A continuación, se desarrollan cada unos de los tres términos de la expresión anterior, basándose en la relación que aparece anteriormente:  $\Gamma^t = \gamma^t\Lambda$ .

- $D_\theta\Gamma^t\delta\theta = \gamma^t D_\theta\Lambda\delta\theta + D_\theta\gamma^t\delta\theta\Lambda = \gamma^t \begin{bmatrix} -\sin\theta & -\cos\theta \\ \cos\theta & -\sin\theta \end{bmatrix} \delta\theta + \begin{bmatrix} \sin\theta \\ -\cos\theta \end{bmatrix}^t \delta\theta\Lambda$
- $D_{u_1}\Gamma^t\delta u_1 = \gamma^t D_{u_1}\Lambda\delta u_1 + D_{u_1}\gamma^t\delta u_1\Lambda = \begin{bmatrix} (\delta u_1)' \\ 0 \end{bmatrix} \Lambda$
- $D_{u_2}\Gamma^t\delta u_2 = \gamma^t D_{u_2}\Lambda\delta u_2 + D_{u_2}\gamma^t\delta u_2\Lambda = \begin{bmatrix} 0 \\ (\delta u_2)' \end{bmatrix} \Lambda$

Se realiza el sumatorio de las tres expresiones anteriores para obtener  $\delta\Gamma^t$

$$\delta\Gamma^t = \gamma^t \begin{bmatrix} -\sin\theta & -\cos\theta \\ \cos\theta & -\sin\theta \end{bmatrix} \delta\theta + \begin{bmatrix} \sin\theta \\ -\cos\theta \end{bmatrix}^t \delta\theta\Lambda + \begin{bmatrix} (\delta u_1)' \\ (\delta u_2)' \end{bmatrix} \Lambda$$

A continuación, se introduce la expresión anterior en la integral del término  $B$ , después, se separa en tres sumandos, y finalmente se integra el último de los sumandos.

$$\begin{aligned} & \int (\gamma^t \begin{bmatrix} -\sin\theta & -\cos\theta \\ \cos\theta & -\sin\theta \end{bmatrix} \delta\theta + \begin{bmatrix} \sin\theta \\ -\cos\theta \end{bmatrix}^t \delta\theta\Lambda + \begin{bmatrix} (\delta u_1)' \\ (\delta u_2)' \end{bmatrix} \Lambda) C\Gamma ds \\ & \int \gamma^t \begin{bmatrix} -\sin\theta & -\cos\theta \\ \cos\theta & -\sin\theta \end{bmatrix} \delta\theta C\Gamma ds + \int \begin{bmatrix} \sin\theta \\ -\cos\theta \end{bmatrix}^t \delta\theta\Lambda C\Gamma ds + \int (\delta\vec{u})' \Lambda C\Gamma ds \\ B : & \int \gamma^t \begin{bmatrix} -\sin\theta & -\cos\theta \\ \cos\theta & -\sin\theta \end{bmatrix} \delta\theta C\Gamma ds + \int \begin{bmatrix} \sin\theta \\ -\cos\theta \end{bmatrix}^t \delta\theta\Lambda C\Gamma ds + \delta\vec{u}\Lambda C\Gamma|_0^L \\ & - \int \delta\vec{u}(\Lambda C\Gamma)' ds \end{aligned}$$

Por último se calcula la integral del término  $C$ :

$$C: \int \vec{f}\delta\vec{u}ds - \vec{n}(L)\delta u(L)$$

Finalmente se juntan las expresiones  $A$ ,  $B$  y  $C$ , obteniendo de esta manera la expresión de la derivada de la energía:

$$\begin{aligned} \delta\Pi = m\delta\theta|_0^L - \int EI\theta''\delta\theta'ds + \int \gamma^t \begin{bmatrix} -\sin\theta & -\cos\theta \\ \cos\theta & -\sin\theta \end{bmatrix} \delta\theta C\Gamma ds \\ + \int \begin{bmatrix} \sin\theta \\ -\cos\theta \end{bmatrix}^t \delta\theta \Lambda C\Gamma ds + \delta\vec{u}\Lambda C\Gamma|_0^L \\ - \int \delta\vec{u}(\Lambda C\Gamma)'ds - \int \vec{f}\delta\vec{u}ds - \vec{n}(L)\delta u(L) = 0 \end{aligned}$$

A continuación se procede al desarrollo de esta expresión, agrupando términos:

$$\begin{aligned} \delta\Pi = \int (-EI\theta'' + \gamma^t \begin{bmatrix} -\sin\theta & -\cos\theta \\ \cos\theta & -\sin\theta \end{bmatrix} C\Gamma + \begin{bmatrix} \sin\theta \\ -\cos\theta \end{bmatrix}^t \Lambda C\Gamma) \delta\theta ds \\ + \int \delta\vec{u}(-(\Lambda C\Gamma)' - \vec{f}) + m\delta\theta|_0^L + \delta\vec{u}\Lambda C\Gamma|_0^L ds - \vec{n}(L)\delta u(L) = 0 \end{aligned} \quad (3.6)$$

Debido a las condiciones de contorno de la viga biapoyada el momento  $m$  se anula en  $s = 0$  y  $s = L$ , debido a que la viga no tiene impedido el giro en ninguno de los dos extremos. Por lo tanto, se anula el término  $m\delta\theta|_0^L$ .

El término  $\Lambda C\Gamma$  corresponde a los esfuerzos axil y cortante que aparecen en la viga, y se representan mediante el vector  $\vec{n}$ . De esta manera, el término  $\delta\vec{u}\Lambda C\Gamma|_0^L$  se puede expresar como  $\vec{n}\delta\vec{u}|_0^L$ , que desarrollado equivale a  $[\vec{n}(L)\delta u(L)] - [\vec{n}(0)\delta u(0)]$ , siendo el primer término igual a cero porque se anula con el término correspondiente en la expresión 3.6, y el segundo igual a cero porque los esfuerzos en ese punto tienen valor nulo.

A continuación se seleccionan únicamente aquellos términos de la primera integral de la expresión 3.6, que están multiplicados por  $\delta\theta$ , y los igualamos a cero, debido a que la expresión  $(-EI\theta'' + \gamma^t \begin{bmatrix} -\sin\theta & -\cos\theta \\ \cos\theta & -\sin\theta \end{bmatrix} C\Gamma + \begin{bmatrix} \sin\theta \\ -\cos\theta \end{bmatrix}^t \Lambda C\Gamma)$  se tiene que anular para cualquier variación de  $\theta$ .

$$\begin{aligned} -EI\theta'' + \gamma^t \begin{bmatrix} -\sin\theta & -\cos\theta \\ \cos\theta & -\sin\theta \end{bmatrix} C\Gamma + \begin{bmatrix} \sin\theta \\ -\cos\theta \end{bmatrix}^t \Lambda C\Gamma = 0 \\ -EI\theta'' + (\gamma^t \begin{bmatrix} -\sin\theta & -\cos\theta \\ \cos\theta & -\sin\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sin\theta \\ -\cos\theta \end{bmatrix}^t \Lambda) C\Gamma = 0 \end{aligned}$$

Se operan las matrices mediante el producto matricial y se van agrupando términos.

$$\begin{aligned} -EI\theta'' + \left( \begin{bmatrix} 1 + u'_1 - \cos\theta & u'_2 - \sin\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sin\theta & -\cos\theta \\ \cos\theta & -\sin\theta \end{bmatrix} \right. \\ \left. + \begin{bmatrix} \sin\theta & -\cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \right) C\Gamma = 0 \\ -EI\theta'' + \left( \begin{bmatrix} (1 + u'_1 - \cos\theta)(-\sin\theta) + (u'_2 - \sin\theta)(\cos\theta) \\ (1 + u'_1 - \cos\theta)(-\cos\theta) + (1 + u'_1 - \cos\theta)(-\sin\theta) \end{bmatrix} \right. \\ \left. + \begin{bmatrix} \cos\theta \sin\theta - \sin\theta \cos\theta \\ -\sin\theta^2 - \cos\theta^2 \end{bmatrix} \right) C\Gamma = 0 \end{aligned}$$

$$-EI\theta'' + \begin{bmatrix} (1 + u'_1)(-\sin \theta) + u'_2 \cos \theta \\ (1 + u'_1)(-\cos \theta) - u'_2 \sin \theta \end{bmatrix} C\Gamma = 0$$

La matriz de la expresión anterior se puede separar en un vector  $([-u'_2 \quad 1 + u'_1])$  multiplicado por la matriz  $\Lambda$ .

$$-EI\theta'' + [-u'_2 \quad 1 + u'_1] \begin{bmatrix} -\cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & -\cos \theta \end{bmatrix} C\Gamma = 0$$

$$-EI\theta'' - \begin{bmatrix} -u'_2 \\ 1 + u'_1 \end{bmatrix}' \Lambda C\Gamma = 0$$

$$-EI\theta'' - \begin{bmatrix} -u'_2 \\ 1 + u'_1 \end{bmatrix}' \Lambda C\Lambda^t \gamma = 0$$

Utilizando la relación  $\Gamma = \Lambda^t \gamma$ , y sabiendo:  $\gamma = \begin{bmatrix} 1 + u'_1 - \cos \theta \\ u'_2 - \sin \theta \end{bmatrix}$  se obtiene la primera ecuación de equilibrio de la teoría de Simó-Reissner.

$$-EI\theta'' - \begin{bmatrix} -u'_2 \\ 1 + u'_1 \end{bmatrix}' \Lambda C\Lambda^t \begin{bmatrix} 1 + u'_1 - \cos \theta \\ u'_2 - \sin \theta \end{bmatrix} = 0 \quad (3.7)$$

Seleccionamos ahora los términos de la segunda integral de la expresión 3.6, que están multiplicados por  $\delta u$ , y los igualamos a cero, debido a que la expresión  $(-(\Lambda C\Gamma)' - \vec{f})$  se tiene que anular para cualquier variación de  $\vec{u}$ , obteniendo la segunda ecuación de equilibrio 3.8.

$$-(\Lambda C\Gamma)' - \vec{f} = 0$$

$$-(\Lambda C\Lambda^t \gamma)' - \vec{f} = 0$$

$$-(\Lambda C\Lambda^t \begin{bmatrix} 1 + u'_1 - \cos \theta \\ u'_2 - \sin \theta \end{bmatrix})' - \vec{f} = 0 \quad (3.8)$$

Las ecuaciones de equilibrio 3.7 y 3.8 modelan las deformaciones de cualquier tamaño de la viga no lineal, y permiten calcular los esfuerzos axil, cortante y momento flector de una viga. Por ello, van a servir para el estudio de esos esfuerzos en los cables que sujetan las plataformas offshore flotantes.



## Capítulo 4

# Ecuaciones de Simó-Reissner aplicando el FEM

Las ecuaciones de equilibrio del modelo de Simó-Reissner desarrolladas en el capítulo anterior son las ecuaciones que se servirán para el posterior cálculo de los esfuerzos (axil, cortante y flector) que aparecen en los cables debido a las cargas aplicadas sobre la estructura. Sin embargo, no son estas ecuaciones las que se introducirán más adelante en el software **IRIS**, sino las ecuaciones resultantes de aplicar el método de los elementos finitos. Por lo tanto, a continuación, a partir de las ecuaciones de equilibrio de Simó-Reissner se van a obtener, mediante el método de elementos finitos, las ecuaciones que finalmente son las que se introducen en el programa. Se recuerdan las ecuaciones de la teoría de vigas de Simó-Reissner:

$$-EI\theta'' - \begin{bmatrix} -u'_2 \\ 1 + u'_1 \end{bmatrix}' \Lambda C \Lambda^t \begin{bmatrix} 1 + u'_1 - \cos \theta \\ u'_2 - \sin \theta \end{bmatrix} = 0 \quad (4.1)$$

$$-(\Lambda C \Lambda^t \begin{bmatrix} 1 + u'_1 - \cos \theta \\ u'_2 - \sin \theta \end{bmatrix})' - \vec{f} = 0 \quad (4.2)$$

El término  $-EI\theta''$  corresponde a la derivada del momento flector ( $m'$ ), mientras que  $\Lambda C \Lambda^t \begin{bmatrix} 1 + u'_1 - \cos \theta \\ u'_2 - \sin \theta \end{bmatrix}$  hace referencia a los esfuerzos axil y cortante, que se representan, como se mencionó en el capítulo anterior, mediante  $\vec{n}$ . De esta manera, las ecuaciones de equilibrio de Simó-Reissner se pueden simplificar en las siguientes expresiones:

$$-m' - \begin{bmatrix} -u'_2 \\ 1 + u'_1 \end{bmatrix}' \vec{n} = 0 \quad (4.3)$$

$$-\vec{n}' - \vec{f} = 0 \quad (4.4)$$

A continuación, se va a aplicar el método de los elementos finitos, aplicado a las ecuaciones anteriores para obtener las expresiones simplificadas que se introducirán en el programa.

La solución de las ecuaciones 4.3 y 4.4 son los esfuerzos axil y cortante ( $\vec{n}$ ) y el momento flector ( $m$ ), siendo las incógnitas los desplazamientos  $\vec{u}$  ( $u_1$  y  $u_2$ ) y el giro ( $\theta$ ).

Estas incógnitas verifican la ecuación de la derivada de la energía de la viga (3.6), y pertenecen a los siguientes campos de funciones:

$$\vec{u} \in [H_1(0, L)]^2, \theta \in [H_1(0, L)]$$

Siendo  $[H_1(0, L)]$  un conjunto de funciones integrables con derivada integrable, y  $[H_1(0, L)]^2$  el conjunto de funciones integrables con derivada integrable que además cumplen las condiciones de contorno:  $\vec{w}(0) = 0$  y  $\vec{w}(L) = 0$ .

El problema desarrollado, 4.5, se conoce como Principio de los Trabajos Virtuales, y corresponde con la forma débil del problema. Además, como la forma débil y la fuerte son equivalentes, nos basamos en la formulación débil del mismo.

$$\int (m' \delta \theta + \begin{bmatrix} -u_2' \\ 1 + u_1' \end{bmatrix}' \vec{n} \delta \theta + \vec{n}' \delta u + \vec{f} \delta u) ds = 0 \quad (4.5)$$

La idea básica es aproximar los conjuntos de funciones  $[H_1(0, L)]^2$  y  $[H_1(0, L)]$  mediante un conjunto finito de funciones más sencillas que verifiquen las condiciones de contorno. Para ello, se aplica el método de Galerkin, que busca las funciones ( $\vec{u}$  y  $\theta$ ) que minimicen el problema a resolver, que en este caso es la derivada de la energía:  $\min \Pi(\vec{u}, \theta)$ . Se aproxima el conjunto de funciones al que pertenecen  $\vec{u}$  y  $\theta$  a un campo más reducido de funciones denominado  $V^h$ . Este conjunto de funciones se asocia a una malla o discretización en el que los elementos tienen una longitud  $h$ . Se verifica además:

$V^h \subset H_1$ , de manera que si  $w^h \in V^h$ , entonces  $w^h \in H_1$ , y por lo tanto la solución sería válida.

Trabajando con  $w^h$  se reduce la complejidad del problema, debido a que estas funciones se aproximan mediante la siguiente expresión:

$$\vec{u}(s) \sim \vec{u}^h(s) = \sum_{i=1}^n N^i(s) \vec{u}^i$$

$$\theta(s) \sim \theta^h(s) = \sum_{i=1}^n N^i(s) \theta^i$$

Las funciones  $N^a$  con  $a = 1, 2, \dots, n$ , siendo  $n$  el número de nodos en los que se divide el problema, se conocen como funciones de interpolación. Por lo tanto, hay tantas funciones como número de elementos en los que se divide la estructura a estudiar.  $\vec{u}^a$  y  $\theta^a$  son las nuevas incógnitas, que corresponden con los coeficientes de las funciones de interpolación.

De esta manera, al aproximar las incógnitas por elementos finitos a un sumatorio de las funciones de interpolación por unos coeficientes, se ha conseguido reducir el problema a un sistema de  $n$  ecuaciones con  $n$  incógnitas, que puede resolver el software **IRIS** con mayor rapidez y simplicidad, mediante métodos no lineales.

Las funciones de interpolación tienen un valor unitario en el nodo correspondiente a la función, y valen cero en el resto de nodos. Un ejemplo de este tipo de funciones se muestra en la figura 4.1, y su expresión matemática es:

$$N_a(s) = \begin{cases} \frac{s-s_{a-1}}{h_{a-1}}, & s_{a-1} \leq s \leq s_a \\ \frac{s_{a+1}-s}{h_a}, & s_a \leq s \leq s_{a+1} \\ 0, & \text{en el resto de casos} \end{cases}$$

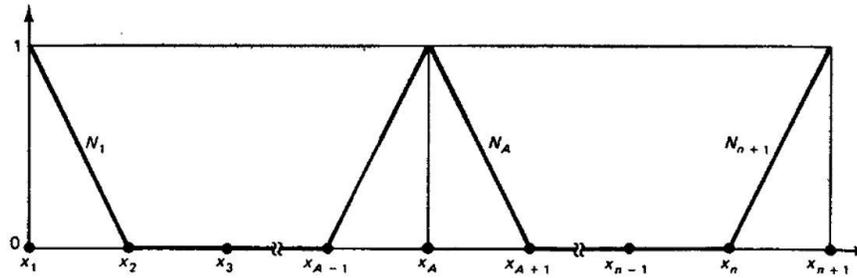


Figura 4.1: Funciones de interpolación de elementos finitos

## 4.1. Primera ecuación de Simó-Reissner

Se expone a continuación la función de la derivada de la energía una vez aplicado el método de Galerkin.

$$\int (m' \delta \theta^h + \begin{bmatrix} -u_2^{h'} \\ 1 + u_1^{h'} \end{bmatrix}' \vec{n} \delta \theta^h + \vec{n}' \delta u^h + \vec{f} \delta u^h) ds = 0 \quad (4.6)$$

Se seleccionan los términos que dependen de la variación de  $\theta^h$ , que corresponden a la primera ecuación de Simó-Reissner:

$$(m' + \begin{bmatrix} -u_2^{h'} \\ 1 + u_1^{h'} \end{bmatrix}' \vec{n}) \delta \theta^h = 0 \quad (4.7)$$

El FEM (Finite Element Method) se aplica también a la variación de  $\theta^h$  aproximándola por un sumatorio de funciones de interpolación multiplicadas por unos coeficientes que son conocidos, debido a que  $\delta \theta^h$  sí que es conocida.

$$\delta \theta^h = \sum_{i=1}^n N^i(s) \delta \theta^i$$

La ecuación 4.7 se tiene que cumplir para cualquier variación de  $\theta^h$ , que se ha aproximado con la expresión anterior, la cual depende de la variación de  $\theta^a$ , de manera que se elige como variación  $\delta\theta^a = (0, 0, 0, \dots, 1, \dots, 0, 0, 0, 0)$ , teniendo valor 1 en la posición  $a$ , y 0 en el resto de nodos, que facilita los cálculos posteriores. Por tanto, el sumatorio de las funciones de interpolación se reduce a:

$$\delta\theta^h = N^a(s)$$

Se introduce la expresión anterior en la ecuación 4.7.

$$(m' + \begin{bmatrix} -u_2^{h'} \\ 1 + u_1^{h'} \end{bmatrix} \vec{n}) N^a(s) = 0$$

Se integra, verificándose igualmente la igualdad, y a continuación se integra por partes el primer término, obteniéndose:

$$\int m' N^a(s) ds + \int \vec{n} \begin{bmatrix} -u_2^{h'} \\ 1 + u_1^{h'} \end{bmatrix} N^a(s) ds = 0$$

$$-m N^a(s)|_0^1 + \int m N^{a'}(s) ds + \int \vec{n} \begin{bmatrix} -u_2^{h'} \\ 1 + u_1^{h'} \end{bmatrix} N^a(s) ds = 0$$

El término  $-m N^a(s)|_0^1$  es cero porque al tratarse de una viga biapoyada, el giro no se encuentra impedido en ninguno de los dos extremos, de manera que el momento es cero en esos dos puntos. Se obtiene así la primera ecuación de Simó-Reissner que se introduce en el programa, simplificada mediante el método de los elementos finitos.

$$\int \begin{bmatrix} -u_2^{h'} \\ 1 + u_1^{h'} \end{bmatrix} \vec{n} N^a(s) + m N^{a'}(s) ds = 0 \quad (4.8)$$

## 4.2. Segunda ecuación de Simó-Reissner

Se repite el procedimiento seleccionando ahora los términos multiplicados por  $\delta u^h$  de la ecuación 4.6:

$$(\vec{n}' + \vec{f})\delta u^h = 0 \quad (4.9)$$

El término  $\delta u^h$ , que es conocido, se aproxima por un sumatorio de funciones de interpolación multiplicadas por unos coeficientes que son conocidos.

$$\delta u^h = \sum_{i=1}^n N^a(s)\delta u^a$$

La ecuación 4.9 se tiene que cumplir para cualquier variación de  $u^h$ , que se ha aproximado con la expresión anterior, que depende de la variación de  $u^a$ , de manera que se elige como variación  $\delta u^a = (0, 0, 0, \dots, 1, \dots, 0, 0, 0, 0)$ , tal y como se hizo con el término anterior, teniendo valor 1 en la posición  $a$ , y 0 en el resto de nodos, facilitando los cálculos posteriores de las incógnitas. Por tanto, el sumatorio de las funciones de interpolación se reduce a:

$$\delta u = N^a(s)$$

Se introduce la expresión anterior en 4.9.

$$(\vec{n}' + \vec{f})N^a(s) = 0$$

Se integra, verificándose igualmente la igualdad anterior, y a continuación se integra por partes el primer término, obteniéndose:

$$\int \vec{n}' N^a(s) ds + \int \vec{f} N^a(s) ds = 0$$

$$\vec{n} N^a(s)|_0^L - \int \vec{n} N^{a'}(s) ds + \int \vec{f} N^a(s) ds = 0$$

Al igual que se ha explicado anteriormente, el término  $\vec{n} N^a(s)|_0^L$  también se anula al ser una viga bipoyada, obteniendo la segunda ecuación de Simó-Reissner simplificada mediante el método de los elementos finitos.

$$\int \vec{n}N^a(s)'ds - \int \vec{f}N^a(s)ds = 0 \quad (4.10)$$

Concluyendo, mediante la aplicación del método de los elementos finitos se ha conseguido reducir la complejidad en el cálculo de los desplazamientos y giro, a partir de los cuales se obtienen los esfuerzos axial y cortante y el momento flector. **IRIS** será el software encargado de calcular esas incógnitas a partir de las ecuaciones de Simó-Reissner desarrolladas en esta sección.

El resultado de la discretización por elementos finitos descrita en este capítulo es un sistema de  $N$  ecuaciones no lineales, ecuaciones que deben de ser resueltas para obtener el valor de los desplazamientos y giros en cada uno de los nodos de la malla y, a partir de ellos, en todos los puntos del modelo.

Los sistemas de ecuaciones algebraicos, como lo que estudiamos, se pueden resolver de varias maneras. En general, en mecánica de sólidos y estructuras se emplea el método de Newton-Raphson que resuelve las ecuaciones de manera iterativa, buscando en cada iteración soluciones incrementales a las ecuaciones linealizadas. Estas últimas se basan en la factorización de la matriz de rigidez tangente, que se obtiene linealizando una segunda vez la energía potencial del sistema. Ver por ejemplo [31].”

## Capítulo 5

# Simulación y análisis de la plataforma flotante anclada con cables

En este capítulo se va a proceder al análisis de los esfuerzos que aparecen en los cables de acero que sujetan la plataforma offshore flotante, como consecuencia de las cargas a las que se encuentran sometidos. El análisis se va a llevar a cabo con el programa de elementos finitos **IRIS**, aplicando las ecuaciones de Simó-Reissner, que se van a resolver siguiendo el método de elementos finitos (FEM), tal y como se describe en el capítulo 4.

Para el cálculo de los esfuerzos en los cables de la estructura se emplean las ecuaciones del modelo de vigas de Simó-Reissner, debido a que, como se ha comentado anteriormente, los cables que sujetan estas plataformas flotantes no se comportan según la teoría mecánica de cables porque tienen un diámetro considerablemente grueso. Su comportamiento frente a distintas cargas se asemeja más a la respuesta de una viga frente a las mismas cargas que a la respuesta de cables, sin embargo, tampoco se pueden calcular según la teoría de vigas del cálculo estructural clásica porque no son vigas y las deformaciones que sufren no se pueden despreciar. Además, los cables son elementos que no presentan flexión, sin embargo, las catenarias de acero que sujetan la plataforma tienen un grosor de  $0,15\text{ m}$ , por lo que sí que tienen flexión. Por esta razón se emplea la teoría de vigas de Simó-Reissner, que permite calcular esfuerzos en estructuras que sufren grandes deformaciones de una manera muy aproximada.

Las ecuaciones de Simó-Reissner, simplificadas con el Método de los Elementos Finitos, se aplican a estructuras en 3 dimensiones, por lo que el programa **IRIS** realiza el análisis en 3 dimensiones. Estas ecuaciones que emplea el programa, y que han sido introducidas en el mismo para poder aplicar el cálculo de los esfuerzos, y posteriormente las tensiones, son las desarrolladas en el capítulo anterior, y se exponen a continuación. La primera ecuación rige el comportamiento de las estructuras según la teoría de cables, que no presentan flexión, pero añadiendo la segunda ecuación de Simó-Reissner se añade la flexión introduciendo el momento  $m$ , y las dos ecuaciones juntas permiten calcular los esfuerzos de las catenarias de acero de una manera muy aproximada. Cabe añadir que estas ecuaciones rigen el comportamiento estático de las estructuras y el análisis que se ha realizado es un análisis dinámico, sin embargo, estas ecuaciones son la base del anterior, que tiene un mayor grado de complejidad, y no se ha desarrollado en este trabajo.

$$\int \left[ \begin{array}{c} -u_2^{h'} \\ 1 + u_1^{h'} \end{array} \right] \vec{n} N^a(s) + m N^{a'}(s) ds = 0 \quad (5.1)$$

$$\int \vec{n} N^a(s)' ds - \int \vec{f} N^a(s) ds = 0 \quad (5.2)$$

Sin embargo, aunque las ecuaciones de Simó-Reissner se aplican a estructuras en 3 dimensiones, se ha decidido fijar la estructura en el plano perpendicular al eje  $z$ , moviéndose la plataforma únicamente en el plano  $XY$ . Las cargas aplicadas también se encuentran en el mismo, siguiendo la dirección del eje  $x$ . Además, como la plataforma es flotante, los cables no soportan el peso de la misma al mantenerse ésta por flotabilidad, de manera que este comportamiento se ha asemejado a un apoyo móvil en la base de la plataforma, impidiendo el movimiento del soporte en dirección vertical. Los cables únicamente sujetan la estructuras impidiendo que se desplace grandes distancias, manteniéndola en la misma posición.

A continuación se muestra la estructura completa (torre, nacelle y soporte) sobre la que se va a realizar el análisis realizado con el programa **IRIS**, con todas las cargas a las que se encuentra expuesta:

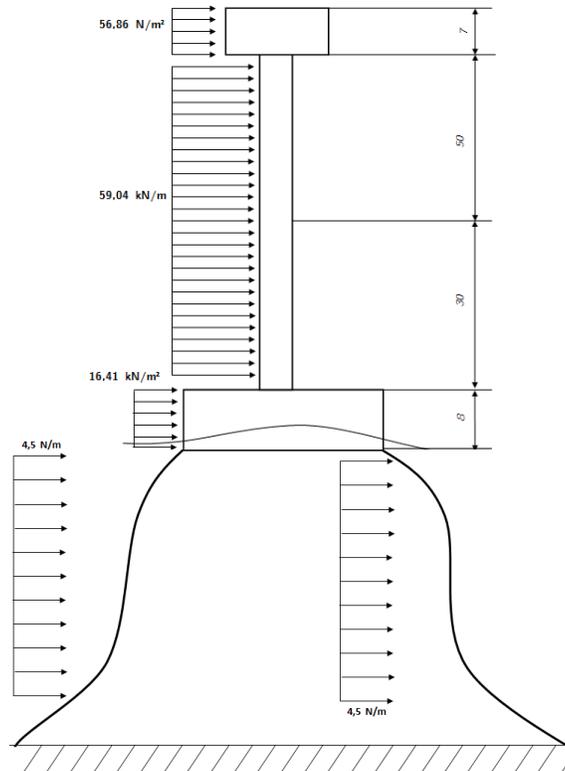


Figura 5.1: Representación del modelo a estudiar con las fuerzas aplicadas sobre la estructura completa

Las curvas que forman las líneas de fondeo se han asemejado a una parábola, con extremos en las esquinas del soporte y en el lecho marino, como se muestra en la figura 5.2, que representa dos de los cables de acero, y se representan mediante las ecuaciones paramétricas descritas a continuación:

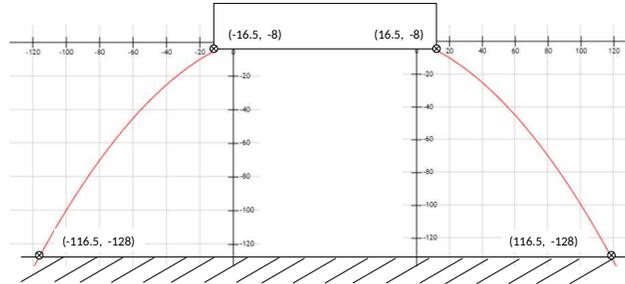


Figura 5.2: Representación de las curvas de la líneas de amarre

Ecuaciones paramétricas para el cable situado en el lado izquierdo de la plataforma:

$$\begin{aligned} x &= -16,5 - 100 * u \\ y &= -0,00165 * (-16,5 - 100 * u)^2 + 0,38 * (-16,5 - 100 * u) \end{aligned}$$

Ecuaciones paramétricas para el cable situado en el lado derecho de la plataforma:

$$\begin{aligned} x &= 16,5 + 100 * u \\ y &= -0,00164 * (16,5 + 100 * u)^2 - 0,38 * (16,5 + 100 * u) \end{aligned}$$

Siendo  $u$  una variable perteneciente al intervalo  $[0,1]$ .

Una vez definidas las ecuaciones que rigen la forma de las catenarias, se procede al cálculo de los esfuerzos en los cables de acero mediante el programa de elementos finitos **IRIS**. Este programa calcula los esfuerzos aplicando las ecuaciones de Simó-Reissner, mediante el método de los elementos finitos.

Para poder utilizar estas ecuaciones, **IRIS** divide los cables en varios elementos finitos, siendo en este caso el número de elementos  $n = 10$ , y aplica las ecuaciones en cada uno. De esta manera, se obtienen 11 nodos en cada cable, en los que los esfuerzos calculados tienen un valor exacto.

Por lo tanto, se obtienen los esfuerzos en cada uno de los 11 nodos de cada cable, permitiendo calcular el valor exacto de la tensión en cada uno de los nodos. Además, se puede obtener el valor máximo de la tensión, y el nodo en el que aparece. Como las cargas dependen del tiempo, se puede saber también en qué momento de tiempo aparece la tensión máxima. Con el programa obtenemos los valores de los esfuerzos (axil y momentos) que aparecen en cada uno de los nodos de las catenarias, y para el cálculo de la tensión a partir de esfuerzo axil y de los momentos se usa la ecuación:

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_{xx}} + \frac{M_y}{I_{yy}} \quad (5.3)$$

Se realiza un primer análisis de la estructura para estudiar si con el diámetro escogido de las catenarias (0,15 m) la tensión máxima que aparece en los nodos de las mismas es inferior a la tensión admisible del acero de los cables.

Se somete la plataforma offshore flotante con las catenarias de 0,15 m de grosor a las cargas definidas en la figura 5.1, y obtenemos los esfuerzos (esfuerzo axial y momentos  $M_x$  y  $M_y$ ) en cada uno de los nodos en función del tiempo.

En la siguiente figura se ha representado la plataforma con el aerogenerador discretizado en todos los elementos, con sus correspondientes nodos, en los que el programa **IRIS** ha dividido la estructura para calcular todos los esfuerzos. Este estudio se va a centrar exclusivamente en las catenarias que sujetan la estructura. Como se ha fijado la plataforma flotante en el plano  $XY$ , y las cargas que actúan sobre la estructura se aplican en la dirección del eje  $x$ , se va a estudiar la respuesta de los cables 1 y 2, representados en la figura 5.3, debido a que los valores de tensión serán los mismos en los otros dos cables respectivamente, de manera que no es necesario calcularlos. Estos dos cables que se van a estudiar vienen indicados en la figura siguiente, en la que se detalla también el número correspondiente de cada nodo de las catenarias.

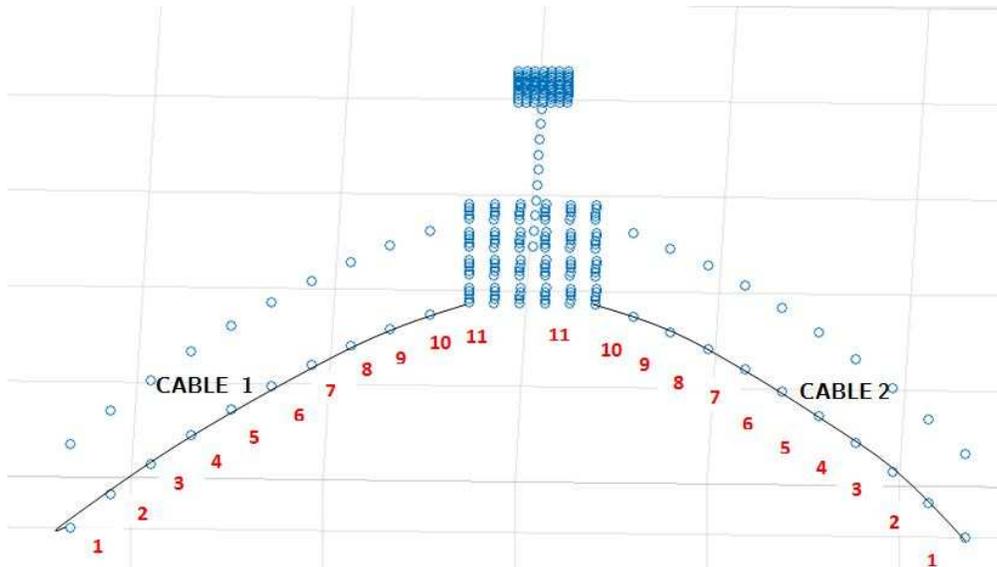


Figura 5.3: Representación discretizada de las curvas de la líneas de amarre

Como se explicó anteriormente, las ecuaciones empleadas del modelo de Simó-Reissner son las únicas ecuaciones aplicables a estructuras con grandes desplazamientos que permiten calcular esfuerzos de manera aproximada. Esta condición se puede observar en las siguientes figuras, que muestran como la plataforma y los cables se desplazan distancias de hasta 10 metros de magnitud, en distintos instantes de tiempo:

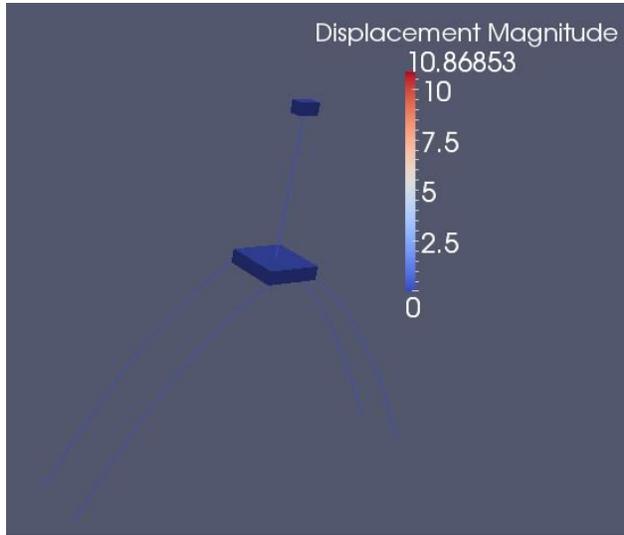


Figura 5.4: Desplazamiento de la plataforma en  $t=0s$

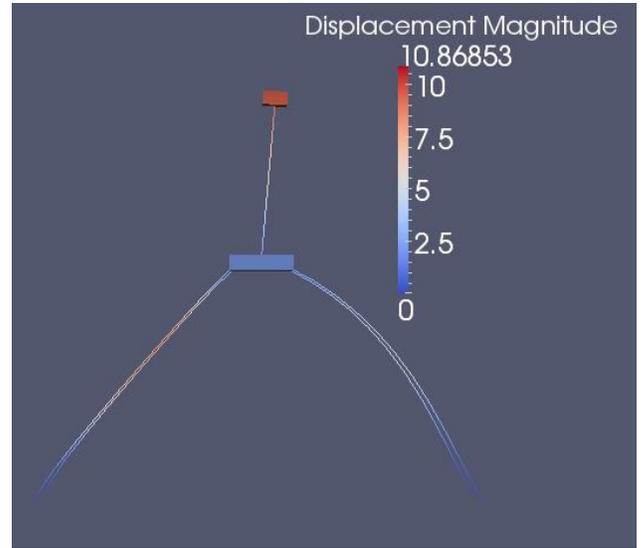


Figura 5.5: Desplazamiento de la plataforma en  $t=10s$

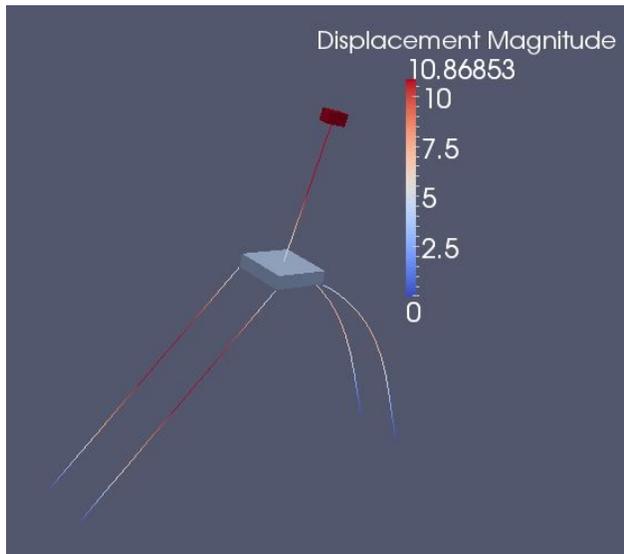


Figura 5.6: Desplazamiento de la plataforma en  $t=15s$

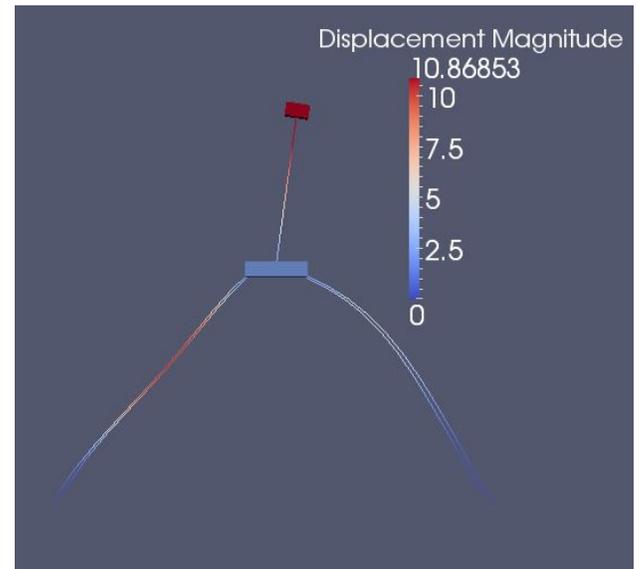


Figura 5.7: Desplazamiento de la plataforma en  $t=41s$

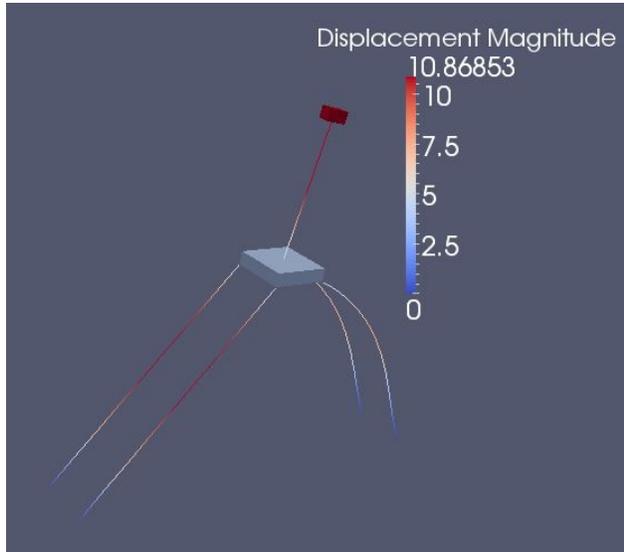


Figura 5.8: Desplazamiento de la plataforma en t=54s

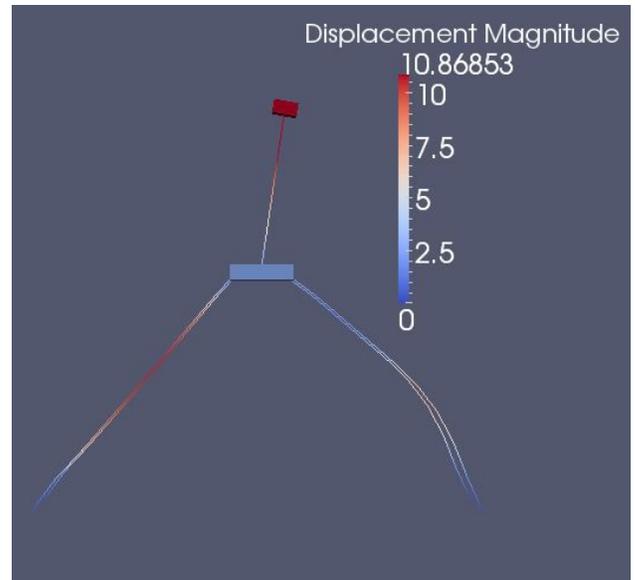


Figura 5.9: Desplazamiento de la plataforma en t=93s

Para calcular los valores de la tensión en los cables 1 y 2, es necesario el valor del esfuerzo axial en cada nodo, y de los momentos  $M_x$  y  $M_y$ , así como el valor del área de la sección del cable y los momentos de inercia según los ejes  $x$  e  $y$ . Estos valores, que se definieron cuando se eligió el diseño de la estructura, son los siguientes:

|        | $I_{xx}(m^4)$    | $I_{yy}(m^4)$    | $I_{zz}(m^4)$    |
|--------|------------------|------------------|------------------|
| Cables | $2,48 * 10^{-5}$ | $2,48 * 10^{-5}$ | $4,97 * 10^{-5}$ |

Cuadro 5.1: Magnitud de los momentos de inercia de los cables de acero

A continuación se representan los momentos ( $M_x$  y  $M_y$ ) que aparecen en cada uno de los 11 nodos en los que está dividido el cable 1, en función del tiempo. Se he introducido en el programa un intervalo de tiempo de 100 segundos. En la figura 5.11 se puede observar en qué nodos aparece la tensión máxima, y en qué instantes de tiempo. Para poder obtener el valor únicamente en estos nodos, se ha empleado el programa Matlab, para extraer de los archivos obtenidos con **IRIS** los valores en los 11 nodos de los dos cables de acero.

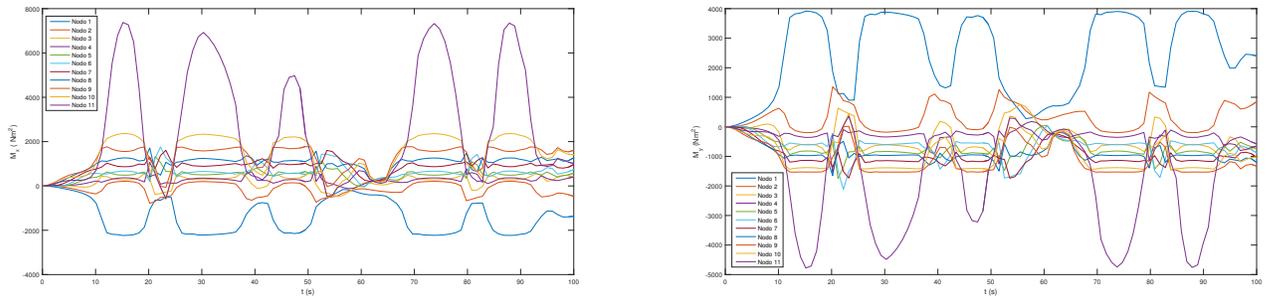


Figura 5.10: Representación de los momentos  $M_x$  y  $M_y$  de los 11 nodos del cable 1 en función del tiempo

A partir de los valores anteriores, de los valores del esfuerzo axial en función del tiempo (también obtenidos a partir del programa **IRIS**) y de los datos de la tabla 5.1, aplicando la ecuación 5.3 se obtienen los valores de tensión en los 11 nodos del cable en función del tiempo, que vienen representados en la figura 5.11

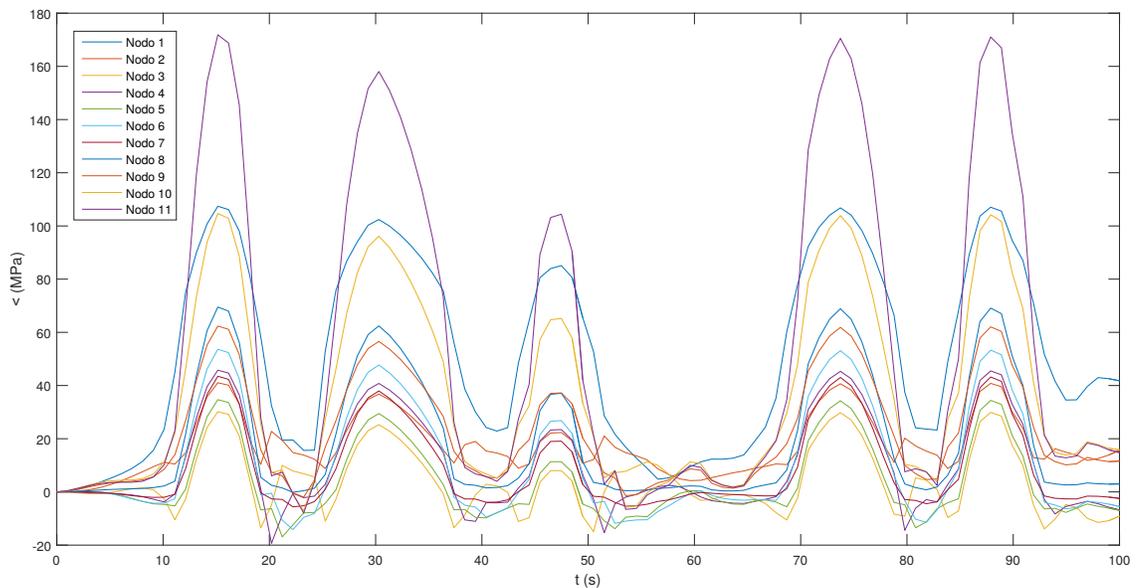


Figura 5.11: Representación de la tensión de los 11 nodos del cable 1 en función del tiempo

Se aplica el mismo procedimiento al cable 2 de la estructura, obteniendo los valores de la tensión aplicando la expresión 5.3 e introduciendo los valores obtenidos con **IRIS**. A continuación se representan los momentos ( $M_x$  y  $M_y$ ) que aparecen en los nodos del cable 2.

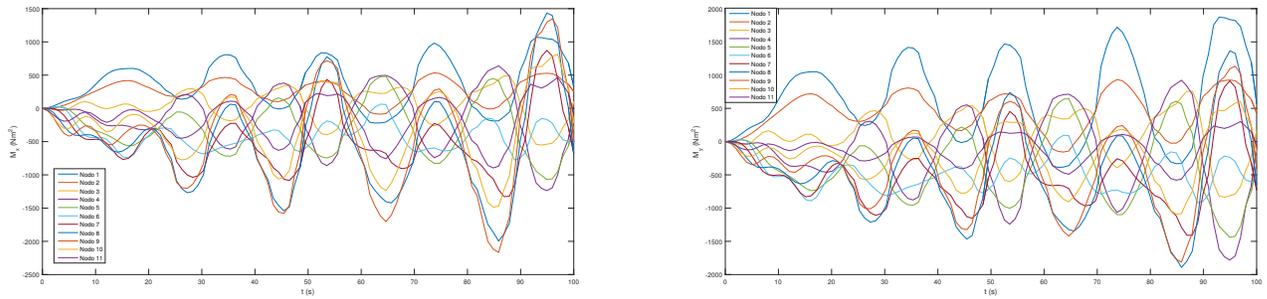


Figura 5.12: Representación de los momentos  $M_x$  y  $M_y$  de los 11 nodos del cable 2 en función del tiempo

Por último, la siguiente figura representa las tensiones obtenidas, tras aplicar la ecuación 5.3, en el cable 2 de la estructura.

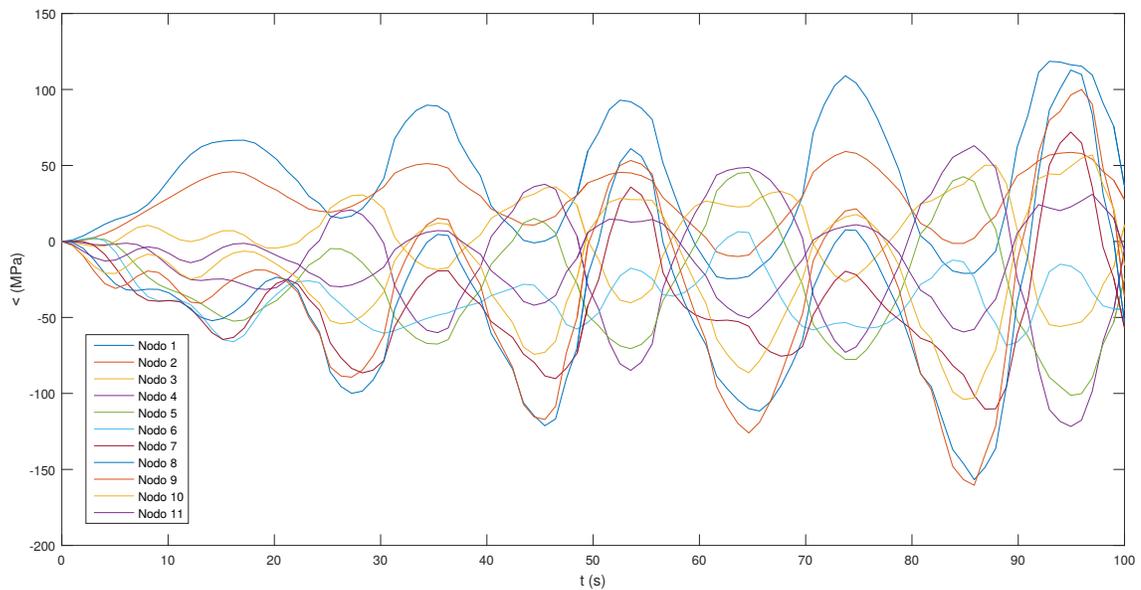


Figura 5.13: Representación de la tensión de los 11 nodos del cable 2 en función del tiempo

De la figura 5.11 se concluye que la tensión máxima del cable se produce en el nodo 11, que corresponde al anclaje de la catenaria con el soporte del aerogenerador, y aparece en el instante de tiempo  $t = 16s$ , con un valor de  $\sigma_1 = 1,7189 \times 10^8 \text{ N/m}^2$ .

La tensión máxima en el cable 2 aparece en el nodo 1, como se observa en la figura 5.13, en el instante  $t = 93s$ , con un valor de  $\sigma_2 = 1,1852 \times 10^8 \text{ N/m}^2$ . Este nodo corresponde al anclaje de la catenaria 2 con el lecho marino.

El cable 1 es el que sufre mayores esfuerzos debido a que se encuentra la mayor parte del tiempo traccionado, al tener que sujetar la plataforma para que no se desplace en la dirección

y sentido de las cargas. En el cable 2, en cambio, los esfuerzos que aparecen son menores, al estar sometido únicamente a las fuerzas de las corrientes (el desplazamiento de la plataforma está impedido por el cable 1). Por esta razón, los valores de las tensiones son siempre menores en el cable 2 para un nodo determinado (Figuras 5.11 y 5.13).

A partir de estos resultados, se va a comprobar si el valor de la tensión máxima que aparece en los nodos de los cables es inferior al valor de la tensión elástica máxima. Este valor, que ha sido definido en el diseño de la estructura, es de 375 MPa.

Como consecuencia de que las tensiones máximas aparecen en el cable 1, la condición anterior se aplica solamente a la catenaria 1, que presenta un valor de tensión máxima de  $\sigma_{max} = 171,89MPa$ .

Por lo tanto, la tensión máxima de los cables es inferior a la tensión elástica máxima:

$$\sigma_{max} = 171,89MPa < \sigma_{e,max} = 375Mpa$$

Se obtiene además un coeficiente de seguridad,  $\nu$ , de 2,18, aplicando la expresión:

$$\sigma_{max} \leq \frac{\sigma_{e,max}}{\nu}$$

Al ser el valor de la tensión máxima menor que la tensión admisible del acero, se va a estudiar si se puede reducir el diámetro de los cables, para conseguir una reducción en la cantidad de acero que es necesario emplear para las catenarias, y una consecuente disminución en los costes de construcción de la plataforma.

Se vuelve a someter la estructura a las cargas calculadas debido al oleaje y viento, pero reduciendo el diámetro de las catenarias de acero de 0,15 m a 0,10 m, y se estudia si la tensión que aparece en los cables sobrepasa la tensión admisible del acero al ser grosor insuficiente, o si por el contrario, el modelo es válido. Extrayendo de nuevo con Matlab los esfuerzos obtenidos con el programa **IRIS** en cada nodo de los cables, y aplicando la expresión de la tensión 5.3 con los datos de la tabla 5.2, se calculan nuevamente los valores de la tensión para los cables 1 y 2, con una sección de  $0,00785 m^2$ .

|        | $I_{xx}(m^4)$    | $I_{yy}(m^4)$    | $I_{zz}(m^4)$    |
|--------|------------------|------------------|------------------|
| Cables | $4,91 * 10^{-6}$ | $4,91 * 10^{-6}$ | $9,82 * 10^{-6}$ |

Cuadro 5.2: Magnitud de los momentos de inercia de los cables de acero con diámetro de 0,10 m

Las siguientes figuras representan los momentos que aparecen en el cable 1 en función del tiempo (para un intervalo de 100 segundos).

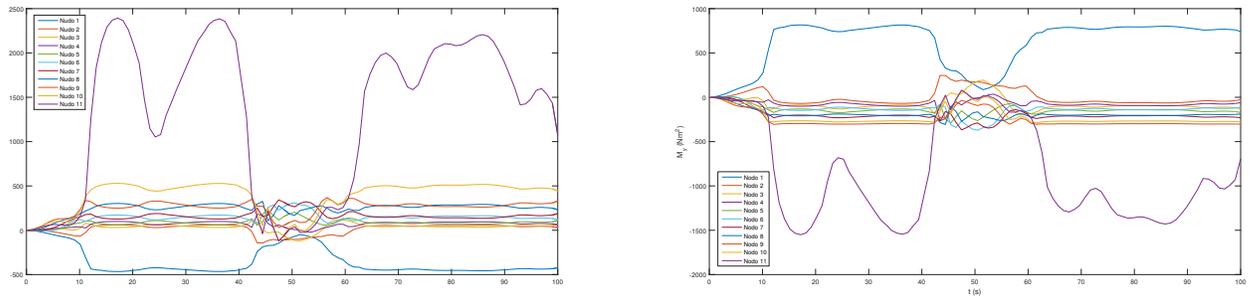


Figura 5.14: Representación de los momentos  $M_x$  y  $M_y$  de los 11 nodos del cable 1 en función del tiempo

Las tensiones resultantes que aparecen en los 11 nodos del cable 1 vienen representadas en la figura 5.15 en función del tiempo.

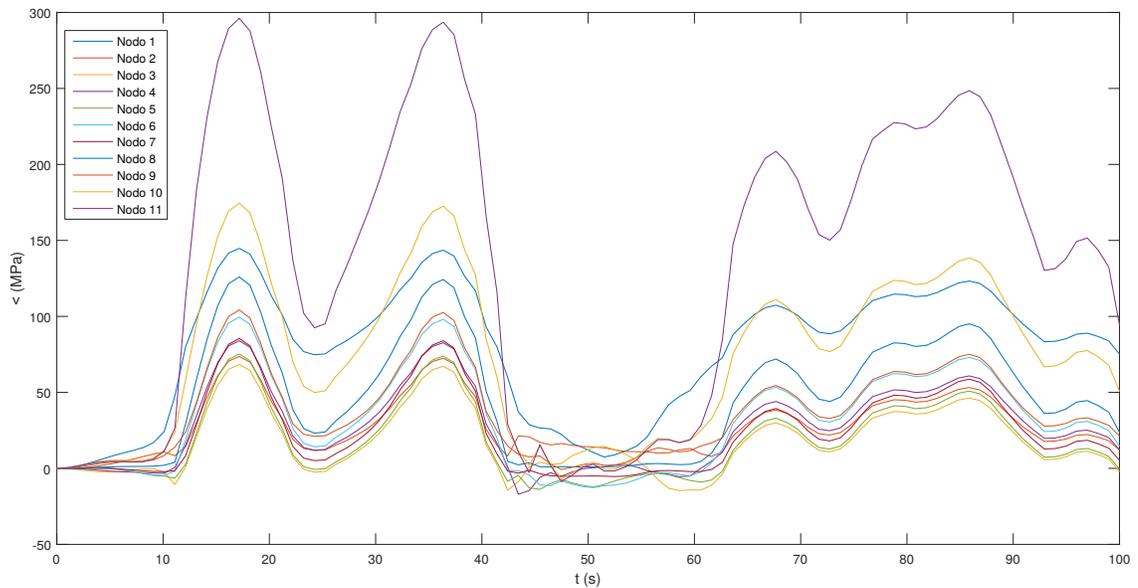


Figura 5.15: Representación de la tensión de los 11 nodos del cable 1 en función del tiempo

A continuación se muestran los momentos  $M_x$  y  $M_y$  en los nodos del cable 2, de diámetro 0,10 m en función del tiempo.

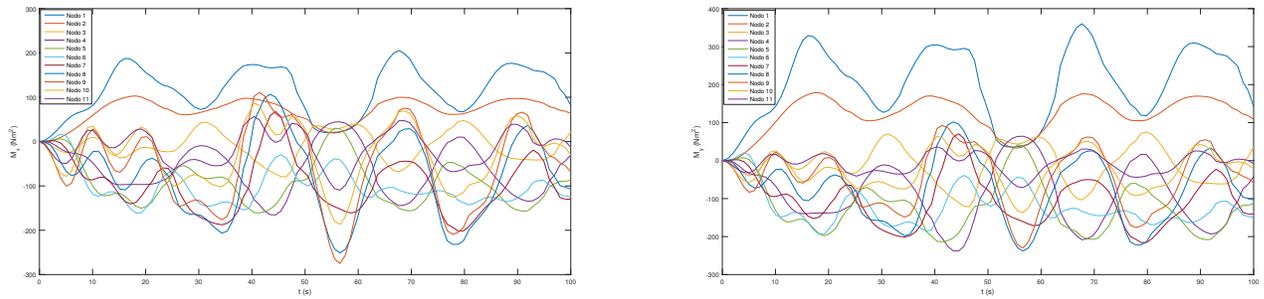


Figura 5.16: Representación de los momentos  $M_x$  y  $M_y$  de los 11 nodos del cable 2 en función del tiempo

A continuación se muestran las tensiones que aparecen en los nodos del cable 2, de diámetro 0, 10 m en función del tiempo.

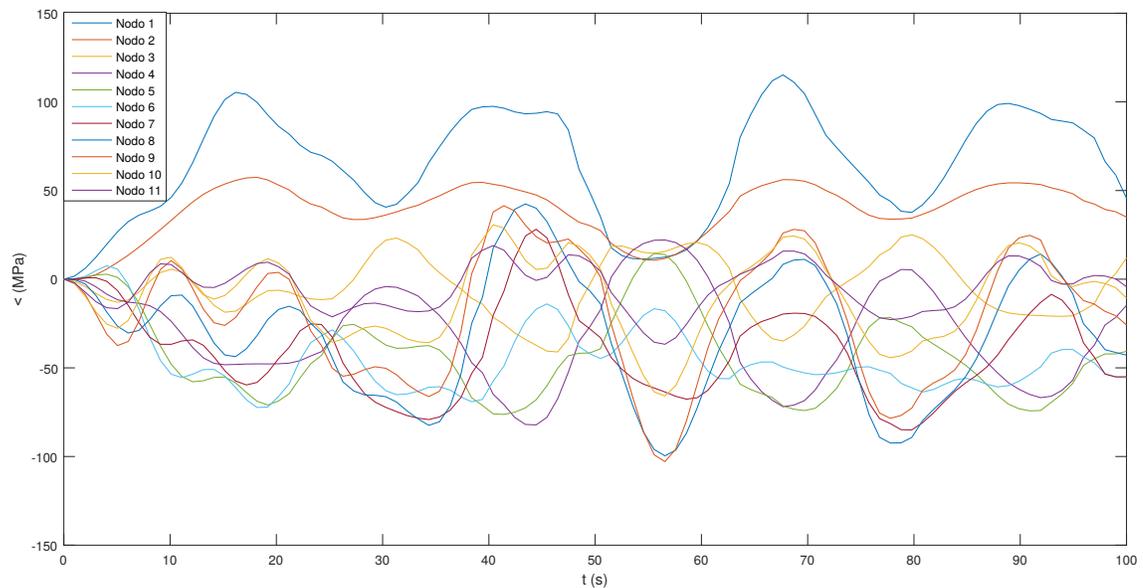


Figura 5.17: Representación de la tensión de los 11 nodos del cable 2 en función del tiempo

A partir de los esfuerzos (axil y momentos) anteriores, aplicando la expresión 5.3, se obtienen las tensiones máximas en los cables 1 y 2 respectivamente:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= 2,9612 * 10^8 \text{ (Pa)} \\ \sigma_2 &= 1,1523 * 10^8 \text{ (Pa)}\end{aligned}$$

En el cable 1 la tensión máxima aparece en el nodo 11, en el tiempo  $t=18$  s, mientras que en el cable 2 aparece en el nodo 1 en el tiempo  $t= 68$  s. Se observa, por tanto, que la tensión

en el cable 1 ha aumentado como consecuencia de la disminución del diámetro del mismo. El cable 2, sin embargo, ha disminuido.

Se vuelve a comprobar si esta tensión es inferior al límite elástico del acero:

$$\sigma_{max} = 296,12MPa < \sigma_{e,max} = 375MPa$$

Por lo tanto, como no se ha superado el valor del límite elástico del acero, los cables que sujetan la plataforma offshore flotante se pueden construir con un diámetro de 0,10 m, con un factor de seguridad de 1,27. De esta manera, se ha conseguido disminuir el grosor de las catenarias de acero de 0,15 m a 0,10 m.

## Capítulo 6

# Valoración de impactos sociales, económicos y ambientales

El fin último de este proyecto es calcular los esfuerzos que aparecen en los cables de una plataforma offshore flotantes, para que se pueda diseñar un aerogenerador offshore con un anclaje que se asegure sujete la estructura y aporte estabilidad. Aplicando la teoría de vigas de Simó-Reissner se puede conseguir que el cálculo de los esfuerzos sea preciso y se pueda avanzar en los proyectos de instalación de estas plataformas que se están desarrollando actualmente en España.

La instalación del aerogenerador en las costas del País Vasco tendría un impacto positivo tanto social como económicamente al generar puestos de trabajo en la construcción y cimentación del aerogenerador, así como en su posterior mantenimiento. A su vez, aprovechando el recurso eólico del mar, se produciría un aumento en la producción de electricidad a partir de energía eólica marina, es decir, un aumento en el consumo de energía renovable, lo que conllevaría a una disminución en el uso de combustibles fósiles, y por consiguiente, una reducción en la contaminación. Además, este aumento afectaría positivamente a la economía, al aumentar la generación de electricidad aprovechando el recurso del viento en las aguas costeras.

Sin embargo, el impacto ambiental también tiene aspectos negativos. Durante la fases de construcción y desmantelamiento, la contaminación puede producirse por el derrame de combustibles o aceites de las embarcaciones y maquinaria utilizada. A su vez, existe el riesgo de colisión de las aves marinas con los aerogeneradores, que pueden derivar en altas tasas de mortalidad de aves. Sin embargo, se reduciría el impacto visual y el acústico al encontrarse a kilómetros de la costa Cantábrica.

En relación con el presente trabajo, no se produce ningún impacto sobre el medio ambiente. Esto se debe a que tiene un carácter fundamentalmente teórico y la obtención de resultados se consigue mediante la realización de simulaciones. El consumo de recursos asociado al desarrollo de este proyecto se limita a la disposición de electricidad para el funcionamiento de los ordenadores



# Capítulo 7

## Conclusión y líneas futuras

A continuación se expone un análisis del grado de alcance de los objetivos propuestos al inicio de este proyecto.

Se han desarrollado como se propuso en un principio las ecuaciones de equilibrio del modelo estático de vigas de Simó-Reissner, partiendo de la ecuación de la energía de una viga. Sin embargo, no se han podido desarrollar las ecuaciones que rigen el comportamiento dinámico de una viga según el modelo de Simó-Reissner debido al mayor grado de complejidad, y a que la extensión de las mismas sobrepasaba la duración establecida del proyecto. Aún así, las ecuaciones del modelo estático son la base para el modelo dinámico, siendo éste el empleado para las simulaciones. Este modelo es el que permite calcular los esfuerzos de la viga (cable en este caso) con alta precisión, ya que se puede aplicar a estructuras que sufren grandes deformaciones, como los catenarias que sujetan la plataforma. Gracias a la aplicación de este modelo es posible realizar cálculos mucho más próximos a la realidad que con las teorías de vigas de Euler-Bernoulli y de Timoshenko.

Las ecuaciones simplificadas mediante el Método de los Elementos Finitos que se han desarrollado permiten que el programa que calcula los esfuerzos se ejecute de una manera más rápida, y con mayor simplicidad.

En cuanto a la modelización del aerogenerador a estudiar, se ha realizado un estudio de modelos básicos de plataformas offshore flotantes con el objetivo de identificar un modelo adecuado que permita la futura optimización en el diseño del anclaje de las mismas. El modelo debe presentar un balance conveniente entre simplicidad, en términos de exigencia de poder computacional, y precisión.

Para el análisis, se han realizado una serie de simplificaciones a tener en cuenta, debido principalmente a la limitación en el uso del software, que actualmente se sigue desarrollando.

Las simplificaciones se han realizado tanto en la geometría de la estructura, como en la aplicación de las cargas, seleccionando siempre la situación más desfavorable. Además de que las simulaciones se han realizado con la estructura fija en el plano  $xy$ .

A partir de los esfuerzos calculados mediante el software **IRIS** se han hallado las tensiones de los cables para un diámetro estimado inicial de 0,15 metros. Las tensiones obtenidas han resultado ser inferiores a la tensión elástica máxima del acero del que están hechos los cables, por lo que las dimensiones estimadas de estas catenarias serían válidas, siendo válido por lo tanto el modelo de plataforma flotante seleccionado. Se ha estudiado además si reduciendo el diámetro de los cables a 0,10 m la tensión sigue verificando la condición necesario para que el modelo se pueda aceptar, es decir, que la tensión siga siendo inferior a la tensión admisible del acero. Tras estudiar los resultados se ha comprobado que sí se cumple esta condición, de manera que se puede reducir el grosor de los cables al valor seleccionado, lo que conlleva una disminución de la cantidad de acero a emplear, y por lo tanto una reducción en los costes derivados del anclaje de la plataforma al lecho marino. Sin embargo, el factor de seguridad sería inferior en los cables de diámetro 0,10 metros en comparación con los de 0,15 metros.

La continuación de los esfuerzos iniciados por este proyecto tendría como requisito la ampliación de los recursos computacionales de los que dispone el departamento, en concreto, la extensión del software con la posible introducción de cargas variables a lo largo de un eje, y la ampliación de la memoria. Esta segunda ampliación permitiría la obtención de mejores aproximaciones con el modelo de aerogenerador estudiado y la simulación de grandes dominios con mallados de mayor definición. Es más, la disposición de mayor capacidad de computación permitiría prescindir de ciertas simplificaciones que se han realizado sobre el modelo y aumentar la precisión del mismo. La simulación en tres dimensiones haría posible prescindir de simplificaciones importantes, como por ejemplo, la aerodinámica de las palas, o la introducción de cargas variables a lo largo de la torre. Es de esperar que la simulación en tres dimensiones mejoraría sustancialmente las predicciones cuantitativas del modelo.

Por lo tanto, el estudio dinámico en tres dimensiones de los esfuerzos en los cables de las plataformas offshore flotantes, mediante la aplicación del modelo de vigas de Simó-Reissner y el software **IRIS**, puede permitir que los proyectos actuales de instalación de aerogeneradores offshore flotantes se desarrollen con mayor rapidez. Esto es posible debido a la aproximación de los resultados obtenidos con el modelo de Simó-Reissner a la respuesta real de las estructuras. Con resultados tan precisos se podría obtener un diámetro menor para los cables de manera que tengan la resistencia suficiente para sujetar la plataforma, posibilitando el avance en los proyectos que se están investigando hoy en día. De esta manera, España podría dar un salto en la generación de electricidad a través de la energía eólica marina.

# Capítulo 8

## Planificación temporal y presupuesto

### 8.1. Planificación

#### 8.1.1. Estructura de descomposición del proyecto (EDP)

A continuación se presenta la organización jerárquica de las diferentes tareas que comprende este proyecto.

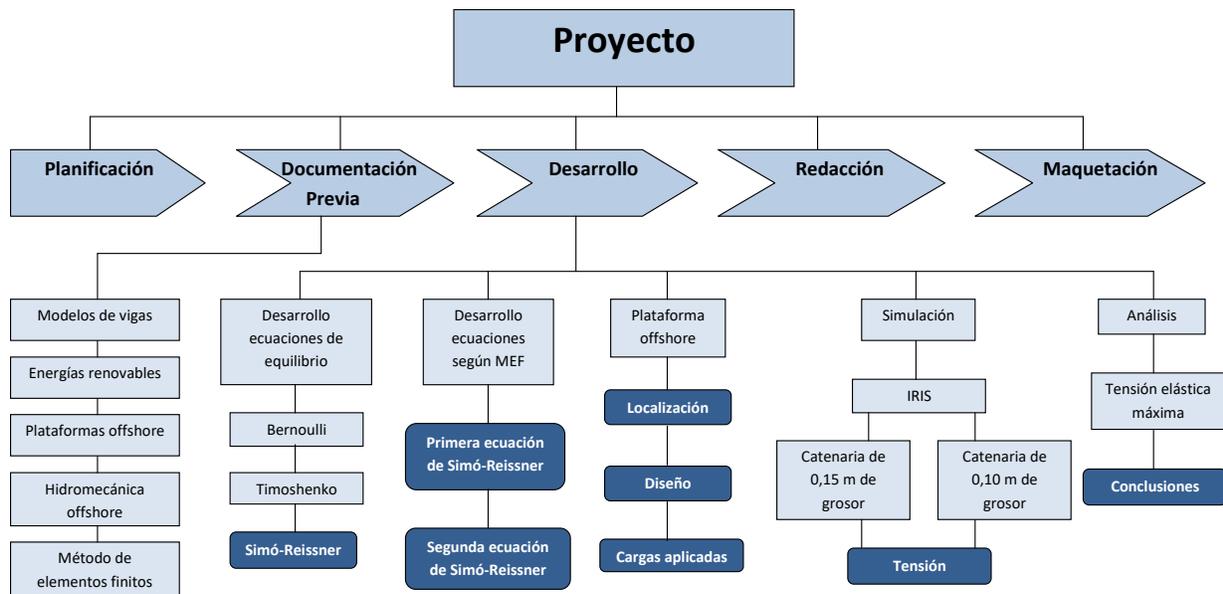


Figura 8.1: EDP del proyecto

### 8.1.2. Diagrama de GANTT

A continuación se presenta el diagrama de Gantt del proyecto, correspondiente a la secuencia temporal de sucesos que acontecen durante el desarrollo del mismo.

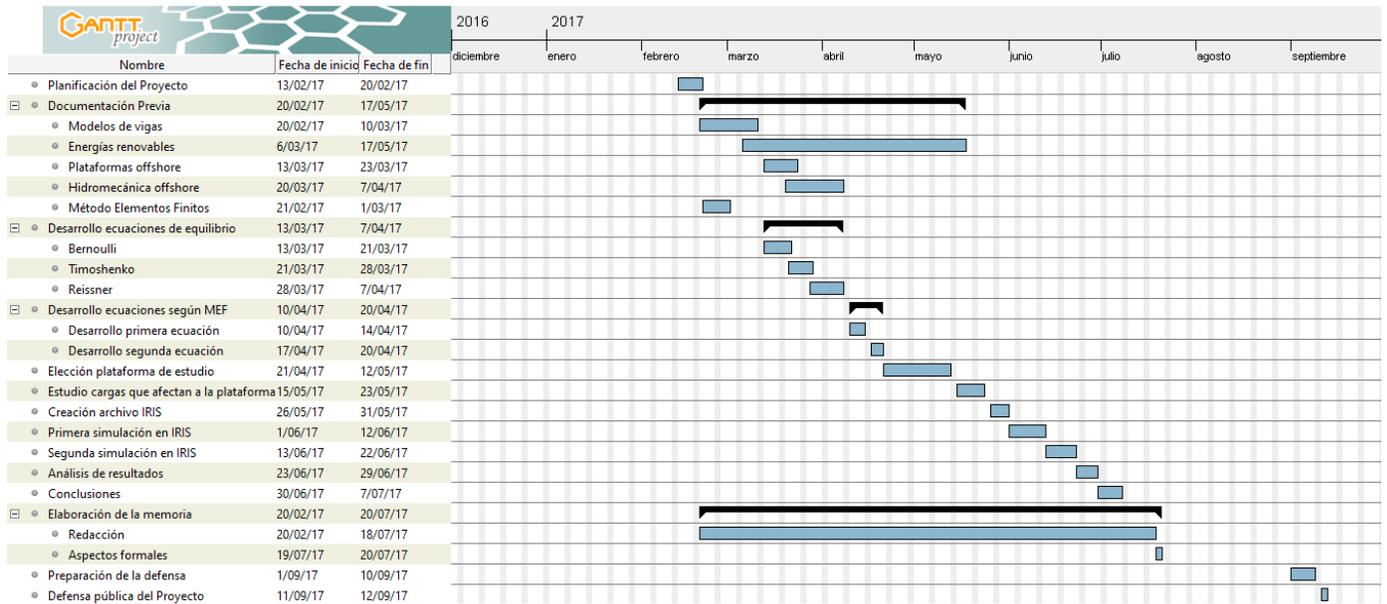


Figura 8.2: Diagrama de Gantt del proyecto

## 8.2. Presupuesto

### 8.2.1. Coste de los recursos humanos

Los costes de recursos humanos corresponden a las horas que el autor de este trabajo ha tenido que invertir en el mismo, así como los costes vinculados a las horas invertidas por el tutor.

La siguiente tabla detalla el desglose de los costes que ha supuesto la realización de este trabajo.

| Concepto         | Coste Unitario (€/h) | Unidades (h) | Coste total (€) |
|------------------|----------------------|--------------|-----------------|
| Horas del alumno | 12,50                | 352          | 4.400           |
| Horas del tutor  | 60                   | 30           | 1.800           |
| Subtotal         |                      | 6.200        |                 |

Cuadro 8.1: Coste de los recursos humanos

### 8.2.2. Costes materiales

En el caso de los costes asociados con los recursos materiales, únicamente se tiene en cuenta los costes del ordenador. Para ello, se ha optado por realizar el cálculo en una base

diaria. La siguiente tabla representa la conversión a la base especificada.

|           |        |       |         |         |
|-----------|--------|-------|---------|---------|
| Concepto  | 4 años | 1 año | 1 mes   | 1 día   |
| Ordenador | 700 €  | 175 € | 14,58 € | 0,486 € |

Cuadro 8.2: Tabla de conversión a la base diaria

Conocidas las cuantías diarias de cada uno de los costes, el resumen del mismo se realiza en el cuadro a continuación. Se han computado un total de 44 días trabajados, asumiendo un trabajo diario de 8 horas.

| Concepto                                    | Ud/€  | Ud | Total  |
|---|-------|----|--------|
| Días de amortización del ordenador portátil | 0,486 | 44 | 21,384 |
| Subtotal                                    |       |    | 21,384 |

Cuadro 8.3: Costes materiales

Como se ha mencionado anteriormente, en la tabla anterior no se han incluido los costes del software empleado por tres razones:

- Se ha empleado un programa desarrollado por el propio departamento en el que se ha llevado a cabo el trabajo, de manera que su uso no conlleva desembolso. (**IRIS**)
- El software es libre y por lo tanto gratuito. (**Paraview, Latex , TexStudio**)
- La licencia es gratuita por se alumno de la UPM (**Matlab**)

### 8.2.3. Coste total del proyecto

| Concepto            | Subtotal (€) |
|---------------------|--------------|
| Recursos humanos    | 5.275        |
| Recursos materiales | 21,384       |
| Base imponible      | 5296,384     |
| IVA (21 %)          | 1.112,24     |
| Total               | 6.408,63     |

Cuadro 8.4: Coste total del proyecto



# Anexo

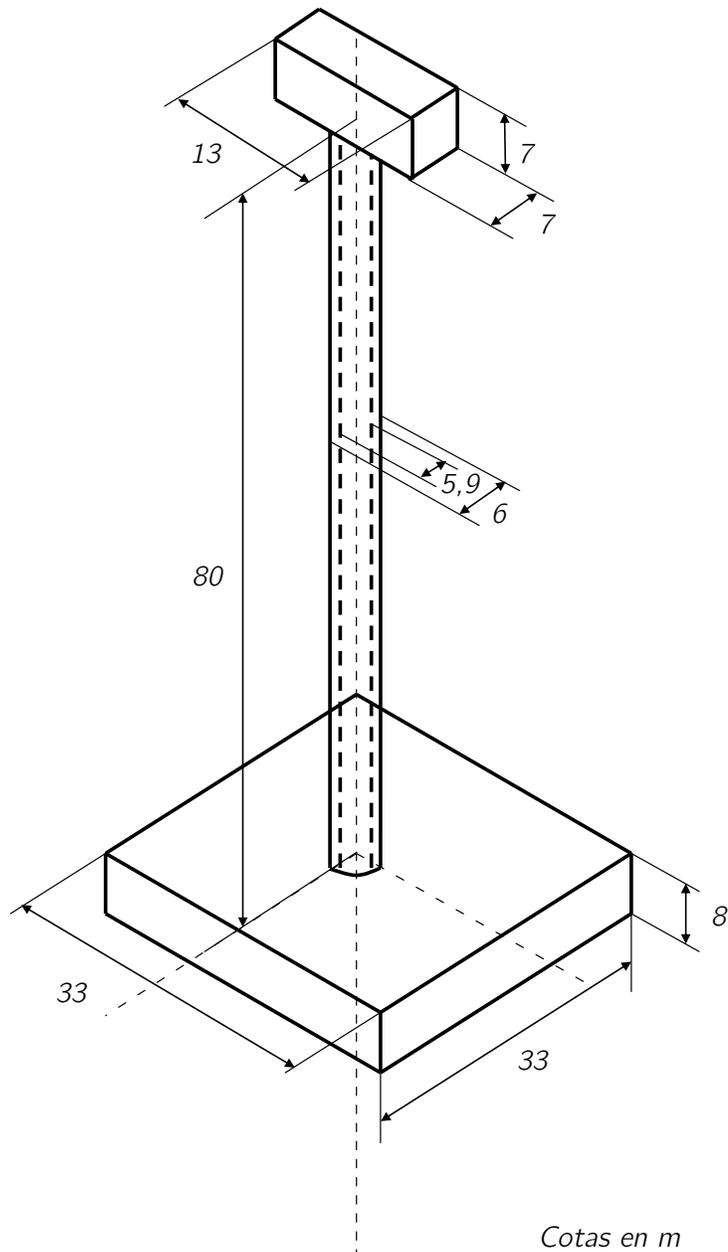


Figura 8.3: Esquema acotado de la plataforma y el aerogenerador



# Abreviaturas, unidades y acrónimos

**EWEA**.; del inglés, "The European Wind Energy Association", Asociación Europea de Energía Eólica.

**IEA**: del inglés, "International Energy Agency", Agencia Internacional de la Energía.

**MEF**: Método de elementos finitos.

**GEI**: Gases de efecto invernadero.

**ACS**: Agua caliente sanitaria.

**TLP**: del inglés, "Tension Leg Platform", plataforma de pierna tensionada.

**R.O.M**: Recomendaciones para Obras Marítimas.

**IDAE**: Instituto para la Diversificación y Ahorro de la Energía.

**FEM**: del inglés, "Finite Element Method", Método de Elementos Finitos.



# Índice de símbolos

## Unidades en el Sistema Internacional (SI)

### Hidromecánica

|           |   |  |
|-----------|---|--|
| $P$       | — | Presión (Pa)                               |
| $\rho$    | — | Densidad ( $kg/m^3$ )                      |
| $g$       | — | Gravedad ( $m/s^2$ )                       |
| $h$       | — | Altura ( $m$ )                             |
| $E$       | — | Empuje ( $N$ )                             |
| $V$       | — | Volumen ( $m^3$ )                          |
| $D$       | — | Diámetro del cilindro ( $m$ )              |
| $u$       | — | Velocidad del fluido ( $m/s$ )             |
| $C_d$     | — | Coefficiente de resistencia aerodinámica   |
| $C_m$     | — | Coefficiente de inercia                    |
| $w$       | — | Pulsación de la ola ( $rad/s$ )            |
| $\lambda$ | — | Longitud de la onda ( $m$ )                |
| $F$       | — | Fuerza ( $N$ )                             |
| $v$       | — | Velocidad ( $m/s$ )                        |
| $M$       | — | Masa ( $kg$ )                              |
| $\pi$     | — | 3.1416 (-)                                 |
| $R$       | — | Radio ( $m$ )                              |
| $\nu$     | — | Viscosidad cinemática del agua ( $m^2/s$ ) |
| $T$       | — | Tiempo ( $m$ )                             |
| $D_e$     | — | Diámetro equivalente ( $m$ )               |

### Modelos para vigas

|          |   |  |
|----------|---|--|
| $\Pi$    | — | Energía de la viga ( $J$ )   |
| $u$      | — | Desplazamiento en la dirección del eje de la viga ( $m$ )              |
| $w$      | — | Desplazamiento en la dirección perpendicular al eje de la viga ( $m$ ) |
| $\theta$ | — | Giro de la viga ( $rad/s$ )  |
| $E$      | — | Módulo de elasticidad ( $Pa$ )   |
| $I$      | — | Momento de inercia ( $m^4$ )   |
| $\rho$   | — | Cargas verticales aplicadas sobre la viga ( $N$ )                      |
| $q$      | — | Cargas axiales aplicadas sobre la viga ( $N$ )                         |

|           |   |  |
|-----------|---|--|
| $P$       | — | Carga puntual aplicada sobre el extremo de la viga ( $N$ )                       |
| $L$       | — | Longitud de la viga ( $m$ )  |
| $A$       | — | Área de la sección de la viga ( $m^2$ )  |
| $N$       | — | Esfuerzo axil ( $N$ )  |
| $G$       | — | Módulo cortante ( $Pa$ )   |
| $T$       | — | Esfuerzo cortante ( $N$ )  |
| $\Lambda$ | — | Operador rotacional  |
| $C$       | — | Matriz que contiene la rigidez axial y al cortante de la viga                    |
| $\Gamma$  | — | Vector con las medidas de deformación de la sección respecto a los ejes móviles  |
| $\gamma$  | — | Vector con las medidas de deformación de la sección respecto a los ejes globales |
| $m$       | — | momento ( $Nm$ )   |

## Números adimensionales

|      |   |   |
|------|---|---|
| $Re$ | — | Número de <i>Reynolds</i> (-)           |
| $KC$ | — | Número de <i>Keulegan Carpenter</i> (-) |

## Cálculo de las tensiones

|          |   |                              |
|----------|---|------------------------------|
| $\sigma$ | — | tensión ( $MPa$ )            |
| $N$      | — | Esfuerzo axil ( $N$ )        |
| $M$      | — | Momento flector ( $Nm^2$ )   |
| $A$      | — | Área de la sección ( $m^2$ ) |
| $I$      | — | Momento de inercia ( $m^4$ ) |
| $t$      | — | Tiempo ( $s$ )               |

# Glosario

*Aerogenerador:* dispositivo que convierte la energía cinética del viento en energía eléctrica.

*Nacelle:* chasis principal del aerogenerador, se sitúa en la parte superior de la torre y en su interior se encuentran los elementos eléctricos y mecánicos necesarios para convertir el giro del rotor en energía eléctrica.

*Rotor:* parte del aerogenerador que está compuesta por las palas, el buje y el mecanismo de cambio de paso de pala. Al girar transforma la energía cinética del viento en rotación en el eje del generador eléctrico.

*Plataforma offshore:* instalaciones que se encuentran a cierta distancia de la costa, o bien como construcciones flotantes o bien fijadas en el fondo marino.

*Plataforma onshore:* instalaciones que se encuentran en el suelo terrestre.

*Catenaria:* curva cuya forma es la que adopta una cuerda de densidad uniforme sujeta por sus dos extremos y sometida a la fuerza de la gravedad.

*Calado:* Es la distancia vertical desde la parte inferior de la estructura hasta la flotación que tiene en ese momento.



# Bibliografía

- [1] Asociación Empresarial Eólica. Aee, 2016.  
<https://www.aeeolica.org/es/sobre-la-eolica/la-eolica-en-espana/>.
- [2] J.C. Simo and L. Vu-Quoc. *On the Dynamics of Flexible Beams Under Large Overall Motions-The Plane Case:Part I*. 1986.
- [3] U.S. Energy Information Administration Office of Energy Analysis. U.S. Department of Energy. International energy outlook 2016, 2016.
- [4] Principales elementos del Acuerdo de París. Ministerio de Agricultura y Pesca, Alimentación y Medio Ambiente, 2015.
- [5] Jose M<sup>a</sup> de Juana. *Energías Renovables para el Desarrollo*. 978-84-2287-2864-7. 2003.
- [6] C. Piñón Fernández. Cálculos estructurales. *El Ingeniero Industrial*, 2011.
- [7] J. Roldán Viloría. *Energías renovables : lo que hay que saber*. 978-84-2833-312-2. 2013.
- [8] Energías renovables ventajas y desventajas. *Erenovable*, 2015.
- [9] Ammonit. Cronología de los pioneros de la energía eólica, 2017.  
<http://www.ammonit.com/es/informacion-eolica/energia-eolica>.
- [10] Gamesa. *Gamesa Offshore: Cutting edge technology solutions*, 2014.
- [11] Wind Energy. Wind energy today, 2017.  
<https://windeurope.org/about-wind/wind-energy-today/>.
- [12] ACCIONA. Primer aerogenerador flotante en aguas españolas. 2011.
- [13] Offshore wind energy. *Bureau of Ocean Energy Management (BOEM)*, 2016.
- [14] SCOTTISHPOWER RENEWABLES. West of duddon sands offshore windfarm. *Iberdrola*, 2017.
- [15] PRINCIPLE POWER. Windfloat.  
<http://www.principlepowerinc.com>.
- [16] Hywind, primer aerogenerador flotante. *Ingeniería e Innovación*, 2011.

- [17] Fuerzas en los fluidos.  
<http://www.darwin-milenium.com/estudiante/fisica/temario/tema4.htm>.
- [18] J. A. Gómez Sánchez. Teoría del buque.  
<http://www.naval582.com/>.
- [19] A. Martín Domingo. *Apuntes de Mecánica de fluidos*. 2011.
- [20] Recomendaciones para Obras Marítimas. Acciones climáticas II: Viento. ministerios de obras públicas, transporte y medio ambiente, 1995.
- [21] Eólica marina en cantabria con ayudas europeas. *Revista Eólica y del Vehículo Eléctrico (reve)*, 2014.
- [22] Instituto para la Diversificación y Ahorro de la Energía. IDAE. Mapas de las ciudades y comunidades autónomas, 2017.
- [23] DET NORSKE VERITAS AS. *Design of Offshore Steel Structures, General (LRFD Method)*, 2014.
- [24] J.M.J. Journée and W.W. Massie. *Offshore Hydromechanics, Delft University of Technology*. 2011.
- [25] Facultad Regional de Buenos Aires. *Hidráulica Gráficos y tablas*, 2010.
- [26] J. Arango Uribe. Corrientes marinas.  
<http://fluidos.eia.edu.co/hidraulica/articulos/interesantes/corrientes/>.
- [27] Sanz Moral P. Ortiz Berenguer F.J., Artech García J.L. CARACTERIZACION DEL OLEAJE EN LAS AGUAS COSTERAS DEL CANTÁBRICO. Centro Meteorológico Territorial en Cantabria y Asturias, Instituto Nacional de Meteorología, 2004.
- [28] Simple Beam Theory. Module 7. Massachusetts Institute of Technology.
- [29] Aamer Haque. Introduction to timoshenko beam theory, 2016.
- [30] J.C. SIMO. *A Finite Strain Beam Formulation. The Three-Dimensional Dynamic Problem. PART I*. 1984.
- [31] J. Bonet and R. D. Wood. *Nonlinear continuum mechanics for finite element analysis. Cambridge, England: Cambridge University Press*. 1997.
- [32] Asociación Empresarial Eólica. AEE. Siemens instala el primer aerogenerador flotante en noruega, 2009.  
<https://www.aeeolica.org>.
- [33] David M. Parks. Euler-bernoulli beams: Bending, buckling, and vibration, 2016.
- [34] Norma española experimental. *EUROCÓDIGO 1: Bases de proyecto y acciones en estructuras*. 1998.

- [35] IDAE. *Análisis del Recurso. Atlas eólico de España*, 2011.
- [36] Miguel Ibáñez. Oceanografía del golfo de vizcaya.  
<http://divulgameteo.es/uploads/Oceanograf>
- [37] *Unidad 10 – Principio de energía potencial mínima y primer teorema de Castigliano*. 2003.
- [38] A. Arrieta Zigorruga and E. Gamboa Medarde. Valoración del entorno de simulación sesam para el diseño de una estructura tipo trípode, 2010.
- [39] Alex Pratt. Floating Wind Turbines. Stanford University, 2012.
- [40] M. Tulio Piovan. *Diversos Modelos de análisis y cálculo. Casos de Estudio*. 2014.
- [41] J. Segalés Torras. Diseño, cálculo y verificación de un aerogenerador marino con fondeo tlp. facultad de náutica de barcelona, 2011.
- [42] Macia Avila J.E. Frias Ruiz B.X. Análisis Estructural de una Plataforma Jacket con aplicación al Caribe Colombiano. Universidad Tecnológica de Bolívar, 2015.
- [43] Carlos Lázaro Fernández. Formulación material y espacial del modelo geoméricamente exacto de piezas alargadas. departamento de mecánica de medios continuos y teoría de estructuras de la universidad politécnica de valencia, 2005.
- [44] E. Chaves. *Viga sobre base elástica, 4*. 2010.
- [45] Wind Energy. THE FACTS. Offshore support structures.  
<http://www.wind-energy-the-facts.org/offshore-support-structures.html>.
- [46] S. Ferreño González, L. Castro Santos, Vi. Díaz Casás, and J.A. Fraguera Formoso. Estudio, caracterización y comparación de tipologías de plataformas para soporte de aerogeneradores en alta mar. asociación de ingenieros navales y oceánicos de españa, 2011.
- [47] ENERGINET.DK. Technical project description for offshore wind farms (200 MW), 2015.
- [48] Enrico C. Da Lozzo. Geometrically exact three-dimensional beam theory: modeling and fem implementation for statics and dynamics analysis, 2010.
- [49] Thomas J.R. Hughes. *The Finite Element Method. Linear Static and Dynamic. Finite Element Analysis*. 2000.
- [50] Energías renovables.  
<http://www.energiasrenovablesinfo.com/>.