



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE
INGENIEROS INDUSTRIALES

TRABAJO FIN DE GRADO:

**VERIFICACIÓN ESTÁTICA DE MARCOS DE CARGA PARA
ENSAYOS MECÁNICOS**

INÉS MERLÍN REYES

SEPTIEMBRE 2017

Director: Rafael Claramunt Alonso
Dpto. de Ingeniería Mecánica

“... no me importa el sacrificio sin con él puedo alcanzar el resultado apetecido”

María Callas

1. Agradecimientos

A mis padres y mis hermanos, por confiar en mí y apoyarme todos estos años. Luis, gracias por darme la ilusión de no fiarte de los ingenieros hasta que yo fuese uno.

A mi abuelo, por no dudar nunca de que iba a terminar.

A mi tutor, por ayudarme en el camino, enseñarme y darme la oportunidad de realizar este proyecto.

A mis amigos, por todas esas vivencias que hemos tenido dentro y fuera de la Escuela.

Y, por último, pero no menos importante, a Abdón. Gracias por ayudarme, apoyarme y aguantarme incluso cuando yo no lo hacía.

2. RESUMEN

Un marco de carga es un pórtico de ensayos estructurales de materiales, con actuadores hidráulicos, para ensayos estáticos y dinámicos sobre materiales y elementos estructurales de grandes dimensiones. [1]

En el presente Trabajo Fin de Grado se realizó un estudio de dos marcos de carga estáticos aplicando la norma del *Eurocódigo 3: Proyecto de estructuras de acero* [2] y se buscaron opciones de mejora para aumentar la carga de ensayo.

Para ello fue necesaria la realización de dos cálculos distintos: el cálculo a flexión y el cálculo a pandeo.

El análisis a flexión se realizó siguiendo los criterios de tensión y de deformación y el cálculo a pandeo fue necesario por ser los perfiles de los pilares suficientemente esbeltos.

Dicho cálculo de pandeo se realiza teniendo en cuenta la sustentación en cada plano y las características geométricas del perfil. En este apartado se comparan resultados de criterios teóricos (basados en la teoría de Timoshenko [3]) y de otros criterios más aplicados (basados en el Eurocódigo y en cálculos realizados con el software de simulación MDSolids), ya que los fenómenos de pandeo son complejos y difíciles de calcular en los casos que presentan imperfecciones (casos reales) y sustentación compleja (más de dos apoyos).

Para aumentar la carga de los ensayos, se decidió modificar la sustentación de los pilares como una posible solución de diseño para poder realizar ensayos de mayor tonelaje. Por tanto, se utilizan nuevamente los cálculos citados para esta nueva estructura y se comprueba si la modificación propuesta permite mejorar el uso de la máquina.

Por otro lado, durante la realización de este Trabajo Fin de Grado surgió la oportunidad de ampliarlo, iniciando el estudio propuesto por la fábrica de vidrio *Verescence* del marco de carga con el que trabajan. La máquina de la fábrica se utiliza para realizar ensayos termoelectromecánicos de aisladores de vidrio, pero el estudio se centra en la parte mecánica aprovechando la similitud de objetivos y de procedimientos que se habían realizado hasta el momento.

Al igual que con el marco de carga del laboratorio, se ha de conocer las cargas críticas que soportarían los perfiles para comprobar si están siendo desaprovechados y buscar la mejor forma de aumentar la carga según las especificaciones de la fábrica.

Con todo ello se logra una visión global de los procedimientos de cálculo de estructuras en estudios profesionales, teniendo la oportunidad de trabajar en un proyecto real.

2.1. Palabras clave

- Marco de carga
- Ensayos
- Tensión
- Deformación
- Flecha
- Carga
- Flexión
- Pandeo

2.2. Códigos UNESCO

330521 Construcciones Metálicas

331209 Resistencia de Materiales

3. ÍNDICE

1. Agradecimientos	5
2. RESUMEN	7
2.1. Palabras clave.....	8
2.2. Códigos UNESCO.....	8
3. ÍNDICE.....	9
4. INTRODUCCIÓN	11
5. OBJETIVOS.....	15
5.1. Objetivos principales	15
5.2. Objetivos específicos	15
6. METODOLOGÍA	17
6.1. Métodos de cálculo	17
6.1.1. Carga y flecha máxima.....	17
6.1.2. Pandeo de los pilares.....	18
6.2. Cálculo del marco de carga actual	22
6.2.1. Carga y flecha máxima.....	22
6.2.2. Pandeo de los pilares.....	29
6.3. Cálculo del marco de carga modificado.....	39
6.3.1. Carga y flecha máxima.....	39
6.3.2. Pandeo de los pilares.....	44
6.4. Cálculo de la estructura de la fábrica	47
6.4.1. Estudio del dintel y la base.....	47
6.4.2. Estudio de los pilares	54
7. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	59
7.1. Marcos de carga actual y modificado	59
7.2. Marco de carga de la fábrica	60
8. CONCLUSIONES.....	61
9. BIBLIOGRAFÍA	63
10. PLANIFICACIÓN TEMPORAL Y PRESUPUESTO	65
10.1. Diagrama de Gantt	65
10.2. Presupuesto	66
11. ÍNDICE DE FIGURAS	67
12. ÍNDICE DE TABLAS	69
13. ABREVIATURAS, UNIDADES Y ACRÓNIMOS	71
13.1. Símbolos	71
14. ANEXO A: CARACTERÍSTICAS DE LOS MARCOS DE CARGA	73
14.1. Marcos de carga actual y modificado.....	73
14.2. Marco de carga de la fábrica	74

15. ANEXO B: CARACTERÍSTICAS DE MATERIALES Y PERFILES	75
15.1. Características de los materiales	75
15.1.1. Acero	75
15.1.2. Baquelita	75
15.2. Características de los perfiles	76
15.2.1. Perfil IPE 330.....	76
15.2.2. Perfil UPN 200.....	76
15.2.3. Perfil HEB 220.....	77

4. INTRODUCCIÓN

Un marco de carga es un pórtico de ensayos estructurales de materiales, con actuadores hidráulicos, para ensayos estáticos y dinámicos sobre materiales y elementos estructurales de grandes dimensiones. [1]

Las aplicaciones principales de este tipo de máquinas son:

- Ensayos de resistencia a la compresión sobre pilares, muros de carga, etc.
- Ensayos de flexión sobre vigas, dinteles, placas, losas, forjados, cúpulas, etc.
- Ensayos de resistencia a flexión y compresión de elementos prefabricados de hormigón: bordillos, canales de drenaje, bloques, arquetas, tapas, tubos, colectores, canales de drenaje, tapas, etc.
- Ensayos de resistencia de fábricas de albañilería: ladrillos, adoquines, baldosas, bovedillas, bloques cerámicos, etc.

En el caso del marco de carga que se estudia en este Trabajo Fin de Grado, los ensayos que se realizan son únicamente estáticos, por lo que no es necesario realizar el cálculo a fatiga de la estructura.

En el laboratorio de Resistencia de Materiales de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de la Universidad Politécnica de Madrid se construyó en la década de los 90 un marco de carga para realizar ensayos estructurales de materiales. Como no se conocen las características técnicas de esta máquina con precisión, en el presente proyecto se han calculado y estudiado para poder darle un mejor uso y rediseñarlo, si se pudiese, para mejorarlas. Se busca principalmente aumentar la carga aplicable.

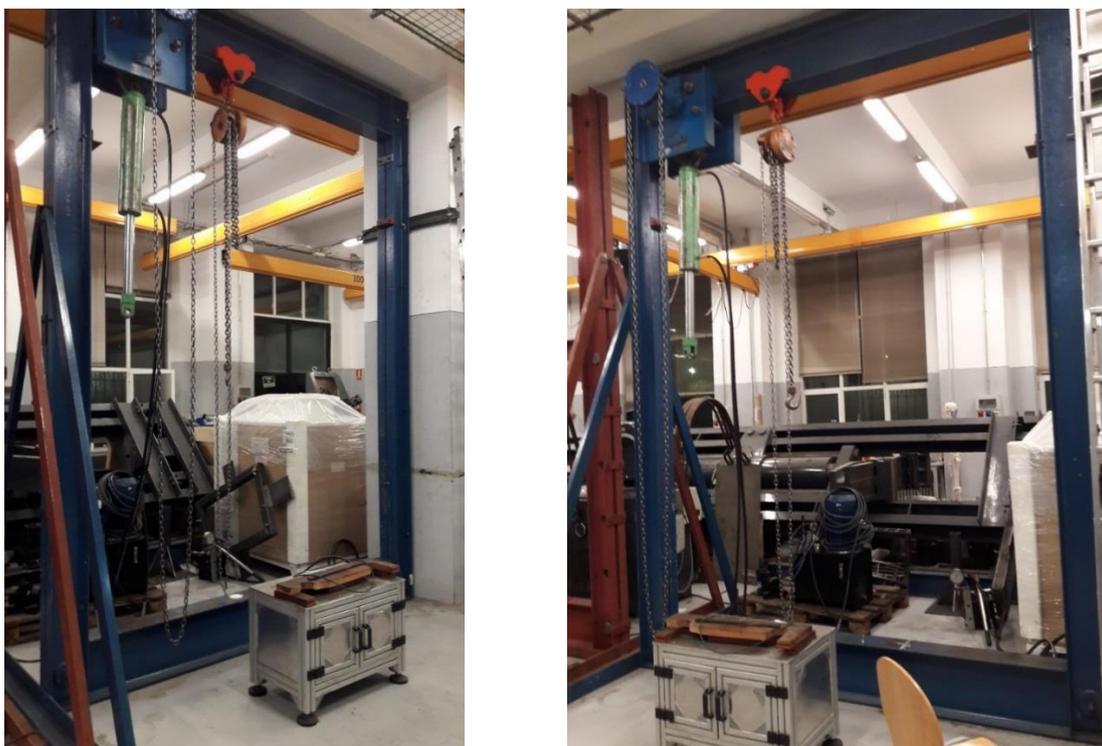


Figura 1. Marco de carga actual

INTRODUCCIÓN

El marco se compone de dos perfiles IPE 330 como dintel y base y dos pilares compuestos por dos perfiles UPN 200 separados entre sí 10 milímetros y unidos mediante presillas (todo ello de acero ST42). Está sujeto mediante un patín en un pilar y por una unión atornillada a la pared en el otro pilar.



Figura 2. Detalle de la unión de los perfiles



Figura 3. Patín del marco de carga actual



Figura 4. Detalle de la unión del patín con el marco de carga



Figura 5. Unión del marco de carga actual a la pared



Figura 6. Detalle de la unión del marco a la pared

Con estas características se calcularán las cargas máximas admisibles siguiendo las especificaciones del *Eurocódigo 3: Proyecto de estructuras de acero* [2] y se intentará modificarlo para sustituir el perfil de la base por una placa base a la que estén arriostrados los dos pilares.

Además, durante la realización de este Trabajo Fin de Grado la fábrica de vidrio *Verescence* pidió un estudio del marco de carga que poseen para mejorar su producción. Aprovechando la similitud de objetivos y de procedimientos, se decidió ampliar este trabajo realizando parte de ese estudio.

La máquina de la fábrica se utiliza para realizar ensayos termoelectromecánicos de aisladores de vidrio, pero este estudio se centra en la parte mecánica.

La estructura consta de cuatro columnas de baquelita de 150 mm de diámetro situadas sobre dos perfiles HEB 220 de acero S275 y con un dintel con los mismos perfiles. Además, tiene una estructura en el lateral formada por perfiles UPN que permite la aplicación de carga de flexión.



Figura 7. Marco de carga de la fábrica

5. OBJETIVOS

5.1. Objetivos principales

- Estudiar la carga máxima admisible del marco de carga del laboratorio de Resistencia de Materiales y buscar modificaciones para optimizarlo.
- Iniciar el análisis del marco de carga de la fábrica de vidrio *Verescence* para un estudio completo posterior (no es la finalidad de este Trabajo Fin de Grado el estudio completo de esa estructura).

5.2. Objetivos específicos

- Estudiar la carga máxima a flexión y la flecha que ésta produce.
- Analizar los casos de pandeo que se pueden producir
- Estudiar cada caso de pandeo por separado buscando hallar la carga máxima.
- Modificar la sustentación del marco de carga como posible solución para aumentar la carga.
- Analizar el marco de carga que se diseña como modificación al marco de carga actual del laboratorio.
- Calcular la estructura de la fábrica a flexión.
- Analizar las columnas del marco de carga de la fábrica a compresión.

6. METODOLOGÍA

6.1. Métodos de cálculo

Para estudiar los marcos de carga se han hecho dos cálculos fundamentalmente: un cálculo a flexión de cada elemento y un cálculo de pandeo. Con ambos aspectos se buscaba conocer las cargas máximas admisibles de la estructura para ver si se está aprovechando todo el potencial de la máquina y si se puede mejorar.

6.1.1. Carga y flecha máxima

Uno de los aspectos principales a tratar es la carga máxima que aguanta la estructura a flexión.

Una carga puntual perpendicular a la viga provoca un esfuerzo cortante y un momento flector en función de la sustentación y de la situación de la carga, lo que ocasiona que en el perfil se produzcan giros y desplazamientos. Con el presente cálculo se busca conocer dichos desplazamientos para comprobar si son aceptables y conocer la carga que los produce.

Este cálculo se ha hecho de dos formas distintas:

6.1.1.1. Cálculo de la carga según el criterio de tensión

El primer cálculo es comprobar la carga máxima que aguanta la estructura antes de que plastifique el material, según la tensión admisible de éste. A la hora de estudiar una estructura hay que tenerlo en cuenta, ya que se busca que las deformaciones que se puedan producir no sean permanentes.

La tensión que se produce en la sección viene dada por el cociente entre el momento flector y el módulo resistente a flexión. Si se iguala la tensión a la tensión máxima admisible del material se puede hallar la carga crítica que admitiría la viga antes de plastificar. Para ello, la carga debe estar situada en la posición más desfavorable.

$$\sigma = -\frac{M_z}{I_z} \cdot y \quad (1)$$

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{M_{m\acute{a}x}}{W_z} \quad (2)$$

Una vez que se conoce la carga máxima (y el momento flector máximo) se puede hallar la flecha máxima por el método de la carga unidad o mediante la ecuación universal de la elástica, particularizando para el caso de cargas y sustentación que se estudie.

$$E \cdot I_z \cdot v(x) = E \cdot I_z \cdot v(0) + E \cdot I_z \cdot v'(0) \cdot x + \sum_i \frac{m_i}{2} \cdot \langle x - a_i \rangle^2 + \sum_i \frac{F_i}{6} \cdot \langle x - b_i \rangle^3 + \sum_i \frac{q_i}{24} \cdot (\langle x - c_i \rangle^4 - \langle x - d_i \rangle^4) \quad (3)$$

En los casos más comunes, en lugar de recurrir a la ecuación de la elástica, se pueden utilizar diversos prontuarios en los que ya está desarrollada la ecuación de la flecha máxima para unas condiciones determinadas.

En el caso de una viga biapoyada con carga centrada, la flecha máxima viene dada por:

$$v_{max} = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I} \quad (4)$$

6.1.1.2. Cálculo de la carga según el criterio de deformación

La otra forma utilizada fue ver como una flecha aceptable lleva a una carga máxima. En la práctica, las flechas consideradas son las siguientes:

$$\frac{luz}{300}$$

$$\frac{luz}{500}$$

Con esa flecha, y utilizando nuevamente la ecuación universal de la elástica, el método de la carga unidad o las ecuaciones de los prontuarios, se puede hallar la carga que la produce. Para el caso de una viga biapoyada con la carga centrada se tendría:

$$P = \frac{48 \cdot E \cdot I \cdot v}{L^3} \quad (5)$$

6.1.2. Pandeo de los pilares

Al someter a una barra recta a compresión, ésta se acorta de manera proporcional al esfuerzo normal. Cuando se supera un cierto valor de la carga compresiva, la barra puede seguir recta o doblarse súbitamente. Lo normal es que la barra se doble, produciéndose el pandeo de la viga, ya que la primera solución es inestable y difícil de observar. Una vez que la barra abandona su posición de referencia se producen grandes desplazamientos para pequeños incrementos de carga, deshaciéndose la linealidad del problema. [4]

Cuando se ensayan los materiales a tracción en el marco de carga se generan unas fuerzas de compresión que pueden provocar el pandeo de los pilares.

El estudio del pandeo se puede realizar de una manera teórica ideal mediante las fórmulas de Euler, pero los pilares reales contienen imperfecciones que hacen que se agoten por debajo de los límites teóricos.

Las esbelteces se pueden dividir en alta esbeltez, esbeltez media y esbeltez baja. En la zona de esbelteces medias (que representa a la mayoría de los pilares) las imperfecciones provocan el efecto más significativo, por lo que su comportamiento se desvía más de la teoría de Euler y debe considerarse en detalle. Cuanto mayores sean las imperfecciones que tiene el pilar, mayor será la diferencia entre los comportamientos. Las imperfecciones que presentan un efecto más significativo son la rectitud y la presencia de tensiones residuales. [5]

La esbeltez es una magnitud característica de la geometría del perfil y de las condiciones de sustentación de la barra que permite establecer el grado de susceptibilidad al fenómeno de pandeo. El *Eurocódigo 3* define una esbeltez reducida para conocer esa susceptibilidad.

$$\bar{\lambda} = \frac{L_{cr}}{i} \cdot \frac{1}{\lambda_1} = \frac{L_p}{\sqrt{\frac{I}{A}}} \cdot \frac{1}{\pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}}} \quad (6)$$

Esta magnitud permite calcular sendos coeficientes para minorar la carga crítica con un factor de seguridad.

La longitud crítica viene dada por la comparación del senoide del problema de Euler con la deformada. [6]

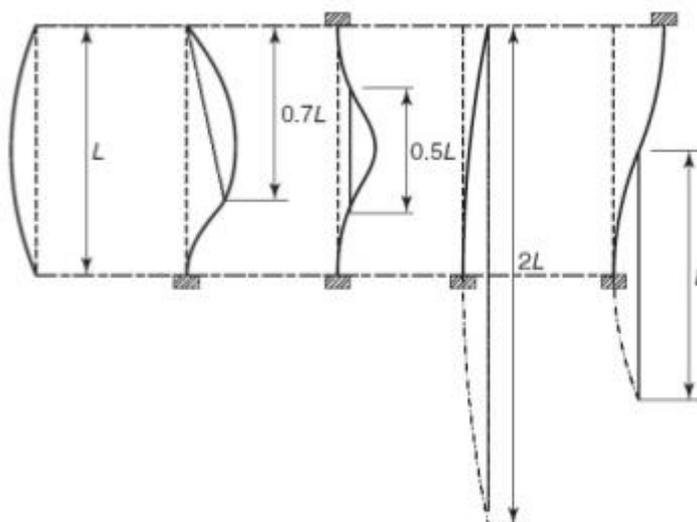


Figura 8. Longitudes de pandeo para diferentes sustentaciones [7]

El valor del coeficiente de reducción χ correspondiente a la esbeltez reducida $\bar{\lambda}$ se determina a partir de la curva de pandeo apropiada de la tabla de curvas de pandeo de acuerdo con:

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \quad (7)$$

$$\text{Siendo } \phi = 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2]$$

El coeficiente de imperfección α depende de la forma de la sección transversal del pilar considerado, de la dirección en la que puede ocurrir el pandeo y del proceso de fabricación utilizado en la pieza comprimida [5]. Los valores de α se dan en la tabla de coeficientes de imperfección para las curvas de pandeo.

Curva de pandeo	a ₀	a	b	c	d
Coeficiente de imperfección α	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

Tabla 1. Coeficientes de imperfección para las curvas de pandeo [2]

La tabla de la elección de la curva de pandeo para cada sección transversal ayuda a seleccionar la curva de pandeo apropiada en función del tipo de sección transversal, de sus límites dimensionales y de los ejes sobre los que la pieza pueda pandear.

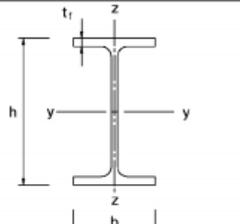
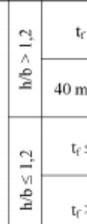
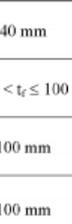
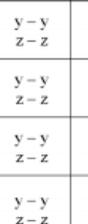
Sección transversal	Límites	Pandeo alrededor del eje	Curva de pandeo	
			S 235 S 275 S 355 S 420	S 460
Secciones de perfiles laminados 	$h/b > 1,2$	y-y z-z	$t_f \leq 40$ mm	a ₀
			$40 \text{ mm} < t_f \leq 100$	a
	$h/b \leq 1,2$	y-y z-z	$t_f \leq 100$ mm	a
			$t_f > 100$ mm	c
Secciones en I de vigas soldadas 	$t_f \leq 40$ mm	y-y z-z	b	b
	$t_f > 40$ mm	y-y z-z	c	c
Secciones huecas 	Acabados en caliente	cualquiera	a	a ₀
	Conformados en frío	cualquiera	c	c
Secciones en cajón de vigas soldadas 	En general (excepto el caso del recuadro inferior)	cualquiera	b	b
	Soldaduras gruesas: $a > 0,5t_f$ $b/t_f < 30$ $h/t_w < 30$	cualquiera	c	c
Secciones en U o en simple T y secciones macizas 		cualquiera	c	c
Secciones de perfiles de angulares 		cualquiera	b	b

Tabla 2. Elección de la curva de pandeo para cada sección transversal [2]

Al ser la separación de los dos perfiles UPN pequeña, se pueden considerar como un único perfil en I.

Con la geometría del perfil y observando la tabla anterior se selecciona la curva c de pandeo.

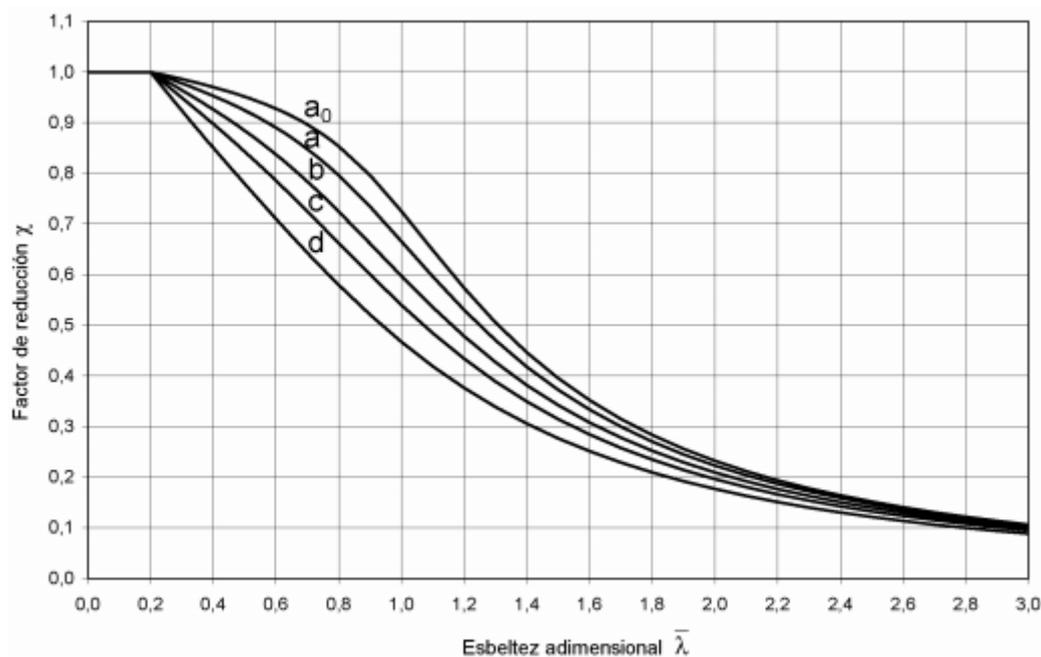


Figura 9. Curvas de pandeo [2]

Con todo ello se puede conocer el valor de la resistencia de cálculo a pandeo del elemento comprimido.

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M_1}} \quad (8)$$

Donde se toma el valor del coeficiente parcial para la resistencia de los elementos a inestabilidad evaluado por la verificación de los elementos como $\gamma_{M_1} = 1,05$ [2].

La resistencia de cálculo a pandeo del elemento no puede ser mayor que el valor de cálculo del esfuerzo axial, por lo que con la igualdad hallamos el máximo esfuerzo axial y, por tanto, la carga crítica.

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1,0 \quad (9)$$

6.2. Cálculo del marco de carga actual



Figura 10. Marco de carga actual

6.2.1. Carga y flecha máxima

Los cálculos de la carga y flecha máxima se han particularizado para el dintel y la base y para los pilares. Ambos casos se han modelizado como el caso de una viga biapoyada en la que se ha situado la carga en la posición más desfavorable (el centro de la viga, que es el que hace que se obtengan momentos flectores máximos). El modelo puede ser el indicado porque están unidos a los pilares mediante unos bulones que permiten el giro de la sección.

6.2.1.1. Caso dintel y base

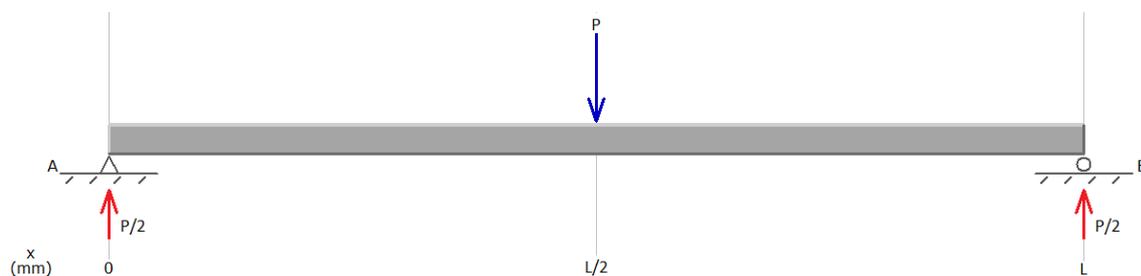


Figura 11. Diagrama de cargas del dintel actual

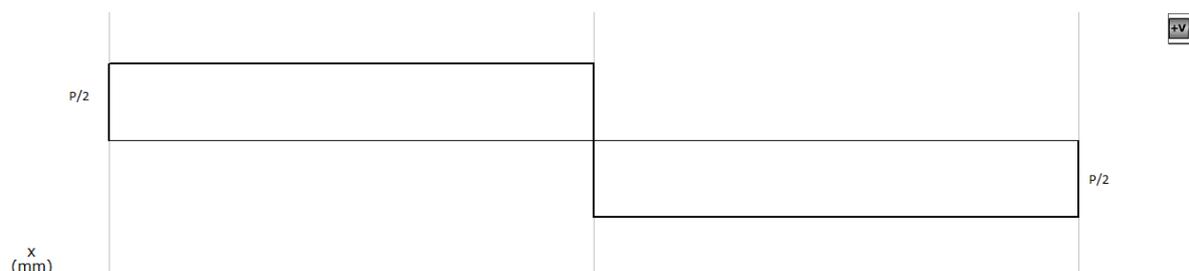


Figura 12. Diagrama de esfuerzos cortantes del dintel actual

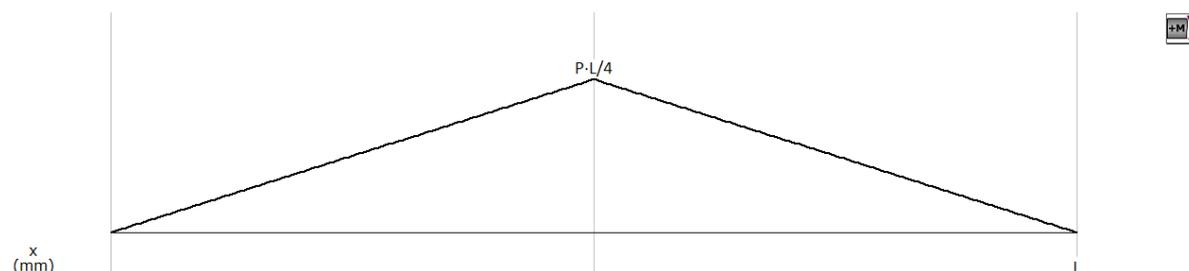


Figura 13. Diagrama de momentos flectores del dintel actual

$$\bullet \quad \sigma_{\text{máx}} = \frac{P_{\text{máx}} \cdot \frac{L}{4}}{W_z} \Rightarrow P_{\text{max}} = \frac{\sigma_{\text{max}} \cdot W_z}{\frac{L}{4}} = \frac{420 \cdot 713 \cdot 10^3}{\frac{2.700}{4}} \cdot 10^{-3} = 443,6 \text{ kN} \approx 44,4 \text{ t}$$

$$v_{\text{máx}} = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I} = \frac{44,4 \cdot 10^4 \cdot 2.700^3}{48 \cdot 210.000 \cdot 11.770 \cdot 10^4} = 7,4 \text{ mm}$$

$$\bullet \quad \frac{luz}{300} = \frac{2.700}{300} = 9,0 \text{ mm}$$

$$P = \frac{48 \cdot E \cdot I \cdot v}{L^3} = \frac{48 \cdot 210.000 \cdot 11.770 \cdot 10^4 \cdot 9}{2.700^3} \cdot 10^{-3} = 542,5 \text{ kN} \approx 54,3 \text{ t}$$

$$\bullet \quad \frac{luz}{500} = \frac{2.700}{500} = 5,4 \text{ mm}$$

$$P = \frac{48 \cdot E \cdot I \cdot v}{L^3} = \frac{48 \cdot 210.000 \cdot 11.770 \cdot 10^4 \cdot 5,4}{2.700^3} \cdot 10^{-3} = 325,5 \text{ kN} \approx 32,5 \text{ t}$$

Limitadores del dintel del marco actual:

44,4 t	→	7,4 mm
54,3 t	→	9,0 mm
32,5 t	→	5,4 mm

Se obtienen tres valores de cargas y flechas donde se puede observar que el valor de la luz entre 300 da valores de cargas y flecha superiores a los que el material podría soportar. Por seguridad, al ser el más limitante, se tomará el último de los valores hallados.

6.2.1.2. Caso pilares

Al igual que el dintel y la base, los pilares se modelizan como una viga biapoyada, donde el bulón que los une permite el giro, pero no el desplazamiento.

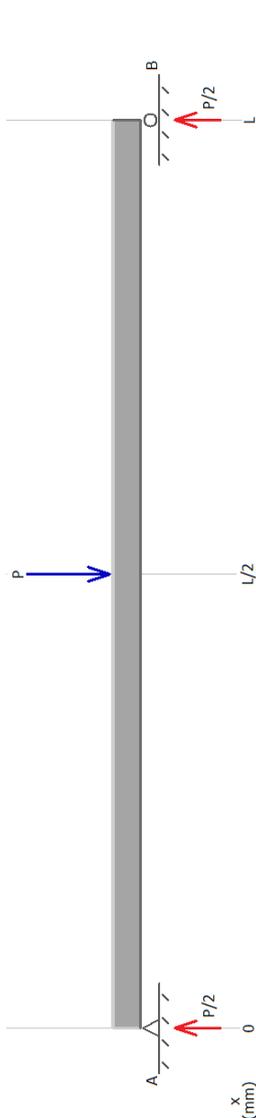


Figura 14. Diagrama de cargas del pilar actual

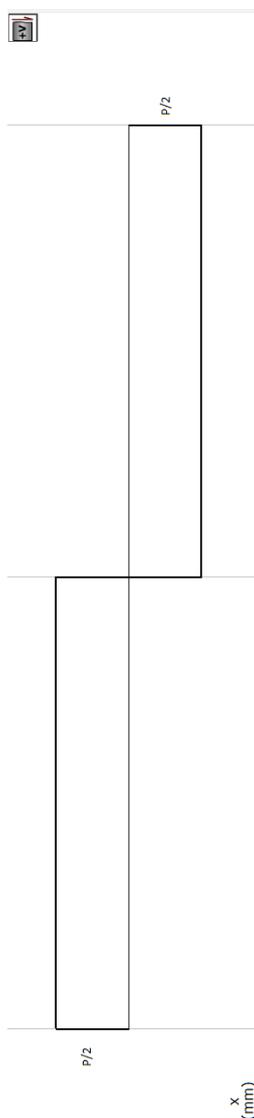


Figura 15. Diagrama de esfuerzos cortantes del pilar actual

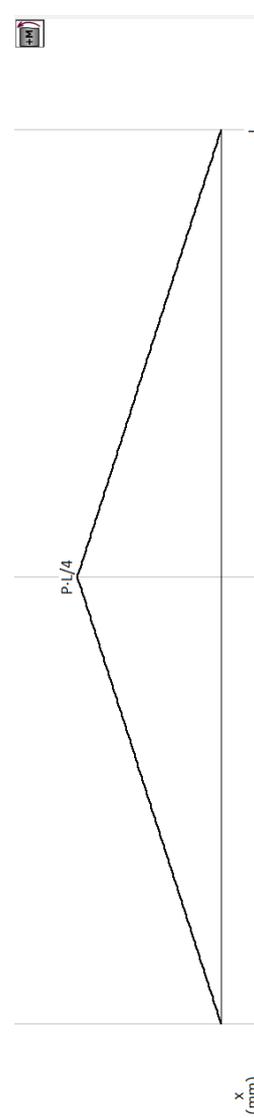


Figura 16. Diagrama de momentos flectores del pilar actual

- $$P_{max} = \frac{\sigma_{max} \cdot W_z}{\frac{L}{4}} = \frac{420 \cdot 2 \cdot 191 \cdot 10^3}{\frac{3.670}{4}} \cdot 10^{-3} = 174,8 \text{ kN} \approx 17,5 \text{ t}$$

$$v_{m\acute{a}x} = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I} = \frac{17,5 \cdot 10^4 \cdot 3.670^3}{48 \cdot 210.000 \cdot 1.910 \cdot 10^4} = 22,4 \text{ mm}$$

- $$\frac{luz}{300} = \frac{3.670}{300} = 12,2 \text{ mm}$$

$$P = \frac{48 \cdot E \cdot I \cdot v}{L^3} = \frac{48 \cdot 210.000 \cdot 2 \cdot 1.910 \cdot 10^4 \cdot 12,2}{3.670^3} \cdot 10^{-3} = 95,1 \text{ kN} \approx 9,5 \text{ t}$$

- $$\frac{luz}{500} = \frac{3.670}{500} = 7,3 \text{ mm}$$

$$P = \frac{48 \cdot E \cdot I \cdot v}{L^3} = \frac{48 \cdot 210.000 \cdot 2 \cdot 1.910 \cdot 10^4 \cdot 7,3}{3.670^3} \cdot 10^{-3} = 56,9 \text{ kN} \approx 5,7 \text{ t}$$

Limitadores de los pilares del marco actual:

17,5 t	→	21,8 mm
9,5 t	→	12,2 mm
5,7 t	→	7,3 mm

Al igual que en el dintel, se obtienen tres valores. El primero de ellos se puede descartar por presentar una flecha excesiva para la luz de los pilares estudiados y, por seguridad, se utilizará el valor de la $luz/500$.

En este caso, como los pilares no están formados por un único perfil, habrá que comprobar las uniones.

6.2.1.2.1. Uniones

Como se ha indicado anteriormente, los dos perfiles UPN 200 están unidos por presillas. Estas presillas están sujetas por tornillos de métrica 12 y clase 8.8.



Figura 17. Tornillos métrica 12 [8]



Figura 18. Detalle de la unión de los perfiles mediante las presillas y tornillos

6.2.1.2.1.1. Tornillos

Conociendo la clase del tornillo se conocen sus resistencias, ya que la clase 8.8 indica con el primer 8 que la resistencia última a la tracción son 800 MPa y con el segundo 8 que el límite elástico es un 80% del límite de rotura (640 MPa). Este cálculo coincide con los valores de la tabla de valores nominales del límite elástico f_{yb} y de la resistencia última a tracción f_{ub} para tornillos del *Eurocódigo 3 parte 1-8: Uniones*.

Clase de tornillo	4.6	4.8	5.6	5.8	6.8	8.8	10.9
f_{yb} (N/mm ²)	240	320	300	400	480	640	900
f_{ub} (N/mm ²)	400	400	500	500	600	800	1.000

Tabla 3. Valores nominales del límite elástico f_{yb} y de la resistencia última a tracción f_{ub} para tornillos [2]

En este caso se calcula la carga que pueden admitir los tornillos a cortadura. Para ello se necesita conocer el valor del esfuerzo cortante máximo que soportan los tornillos. Al contrario que en el caso anterior, este esfuerzo no vendrá dado por una carga situada a la mitad del pilar, si no que estará situada cerca de las uniones. Por ello, el cálculo se ha realizado con una carga situada a 450 mm del bulón (a 20 mm del extremo de la primera presilla).

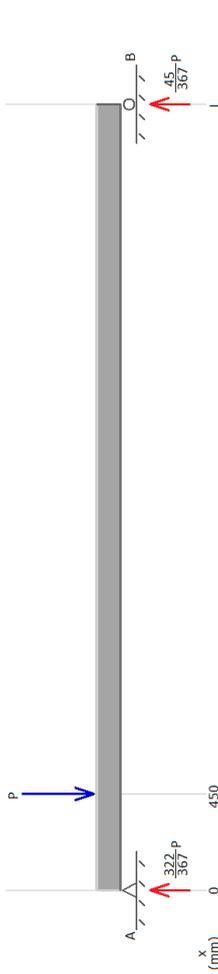


Figura 19. Diagrama de cargas en la situación más desfavorable para las uniones

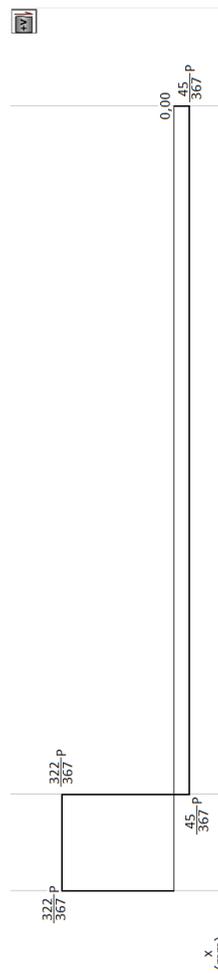


Figura 20. Diagrama de esfuerzo cortante en la situación más desfavorable para las uniones

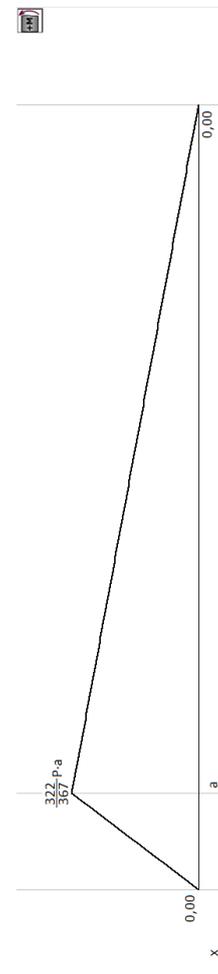


Figura 21. Diagrama de momento flector en la situación más desfavorable para las uniones

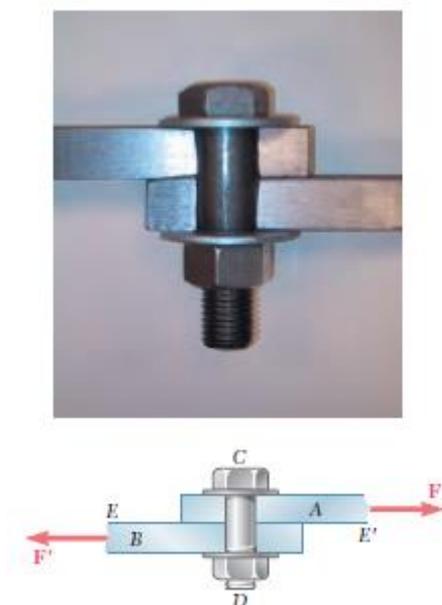


Figura 22. Esquema de tornillos a cortadura simple [9]

$$\tau_{adm} = \frac{\sigma}{2} \quad (10)$$

$$\tau_{adm} = \frac{F_d/2}{A_{tornillo}} \quad (11)$$

La tensión en el tornillo vendrá dada por la mitad de la fuerza aplicada en el mismo (ya que hay dos tornillos por pletina) dividida por el área útil del tornillo. Al ser un tornillo de métrica 12, su diámetro útil será de 10 milímetros.

La fuerza de desequilibrio se puede hallar con la fórmula de Colignon [10].

$$F_d = 2 \cdot \tau \cdot A_{tornillo}$$

$$F_d = \frac{|T_{m\acute{a}x}| \cdot m_{z_{A'}} \cdot L}{N^{\circ}_{presillas (1\ cara)} \cdot I_{z(2UPN)}} = \frac{|T_{m\acute{a}x}| \cdot m_{z_{A'}} \cdot s}{I_{z(2UPN)}} = \frac{\frac{322}{367} \cdot P \cdot m_{z_{A'}} \cdot s}{I_{z(2UPN)}}$$

$$2 \cdot \tau \cdot A_{tornillo} = \frac{\frac{322}{367} \cdot P \cdot m_{z_{A'}} \cdot s}{I_{z(2UPN)}}$$

$$P_{m\acute{a}x} = \frac{\frac{322}{367} \cdot 2 \cdot \tau \cdot A_{tornillo} \cdot I_{z(2UPN)}}{m_{z_{A'}} \cdot s} \quad (12)$$

$m_{z_{A'}}$ es el primer momento de área parcial, que se puede calcular según la geometría de la sección donde se están calculando los esfuerzos tomando el área transversal de la presilla y el centro de gravedad de la presilla y del perfil.

$$m_{z_{A'}} = 6 \cdot 160 \cdot \left(\frac{6}{2} + 200 - 123,6 \right) = 76.224 \text{ mm}^3$$

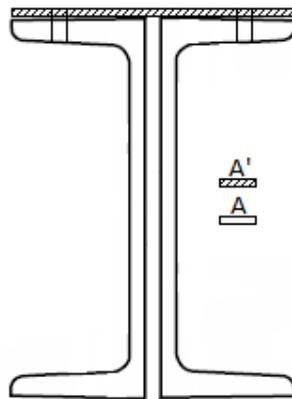


Figura 23. Sección transversal para el cálculo del primer momento de área parcial

$$P_{m\acute{a}x} = \frac{\frac{367}{322} \cdot 2 \cdot \tau \cdot A_{\text{tornillo}} \cdot I_{z(2 \cdot \text{UPN})}}{m_{z_{A'}} \cdot s} = \frac{\frac{367}{322} \cdot 2 \cdot \frac{640}{2} \cdot \pi \cdot \frac{10^2}{4} \cdot 2 \cdot 1.910 \cdot 10^4}{76.224 \cdot 500} \cdot 10^{-3}$$

$$= 57,4 \text{ kN} \approx 5,7 \text{ t}$$

Por lo tanto, los tornillos resisten una carga de 5,7 toneladas en su posición más desfavorable.

6.2.1.2.1.2.Presillas

En las presillas se ha hecho un cálculo a aplastamiento, ya que los cálculos a desgarro y a tracción no son necesarios al estar sobredimensionadas. En este caso, la tensión máxima vendrá dada nuevamente por una fuerza cercana a la unión sin estar sobre ésta.

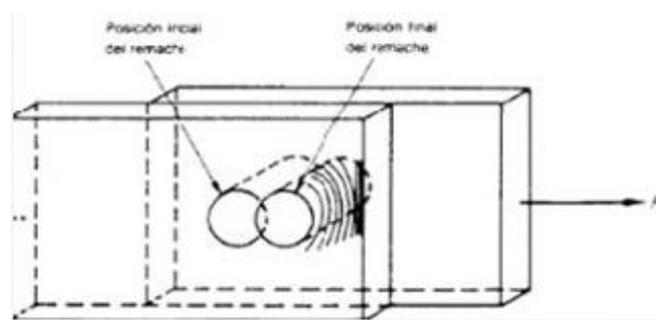


Figura 24. Esquema del aplastamiento de las pletinas [11]

$$\frac{F_d/2}{A_{pletina}} < \sigma_c \tag{13}$$

$$P_d = \frac{\frac{367}{322} \cdot P \cdot m_{z_{A'}} \cdot s}{I_{z(2 \cdot \text{UPN})}} \tag{14}$$

$$\frac{367}{322} \cdot P \cdot m_{z_{A'}} \cdot s < 2 \cdot \sigma_c \cdot A_{pletina}$$

$$P_{m\acute{a}x} = \frac{\frac{367}{322} \cdot 2 \cdot \sigma_c \cdot A_{pletina} \cdot I_{z(2UPN)}}{m_{z_{A'}} \cdot s} = \frac{\frac{367}{322} \cdot 2 \cdot \frac{420}{1,25} \cdot 60 \cdot 2 \cdot 1.910 \cdot 10^4}{76.224 \cdot 500} \cdot 10^{-3}$$

$$= 46 \text{ kN} = 4,6 \text{ t}$$

Se puede comprobar que ambos elementos tienen una carga máxima en el entorno de las 5 toneladas, por lo que ninguno de los dos está desaprovechado.

6.2.2. Pandeo de los pilares

Para calcular la carga crítica de pandeo se han considerado cuatro casos (dos posibles planos de pandeo por cada pilar).

6.2.2.1. Caso 1: Lado patín en el plano del marco

El pilar izquierdo está sujeto mediante un patín que fuera del plano impide el giro y el desplazamiento en la sección de la unión, pero que no actúa en el plano del marco. Por lo tanto, habrá un caso articulado-articulado en el plano del marco (que es el que tiene la inercia fuerte) y un caso articulado-empotrado-libre fuera del plano (inercia débil).

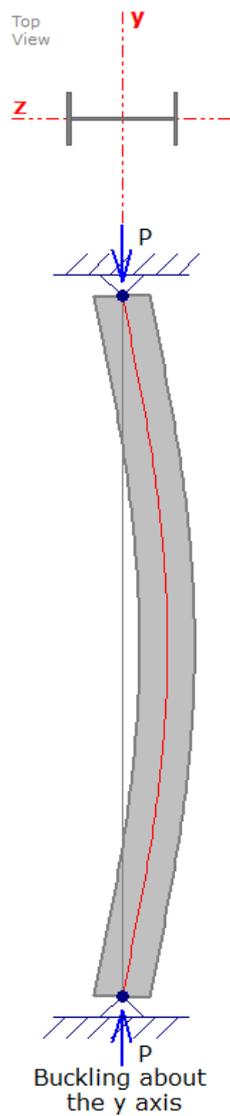


Figura 25. Esquema pandeo del lado del patín en el plano del marco

$$\bar{\lambda} = \frac{L_{cr}}{i} \cdot \frac{1}{\lambda_1} = \frac{L_{cr}}{\sqrt{\frac{I}{A}}} \cdot \frac{1}{\pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}}} = \frac{L}{\sqrt{\frac{I}{A}}} \cdot \frac{1}{\pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}}} = \frac{3.670}{\sqrt{\frac{3.820 \cdot 10^4}{2 \cdot 3.220}}} \cdot \frac{1}{\pi \cdot \sqrt{\frac{210.000}{420}}} = 0,678$$

$$\phi = 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] = 0,5 \cdot [1 + 0,49 \cdot (0,678 - 0,2) + 0,678^2] = 0,847$$

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{0,847 + \sqrt{0,847^2 - 0,678^2}} = 0,738$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M_1}} = \frac{0,738 \cdot 2 \cdot 3.220 \cdot 420}{1,05} \cdot 10^{-3} = 1.901 \text{ kN} \approx 190,1 \text{ t}$$

Carga crítica de pandeo en el pilar del patín en el plano del marco: $N_{b,Rd} \approx 190,1 \text{ t}$.

6.2.2.2. Caso 2: Lado patín fuera del plano del marco

Como fuera del plano el apoyo intermedio es un empotramiento, se puede hacer una aproximación de dividir el pilar en dos tramos y así calcular independientemente las cargas de pandeo.

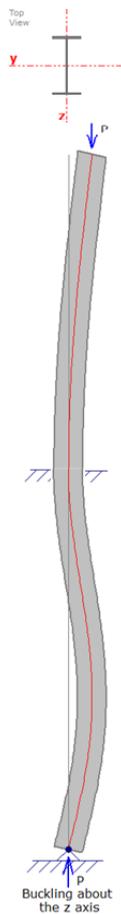


Figura 26. Pandeo del patín fuera del plano del marco de carga actual

- Tramo 1: empotrado-libre

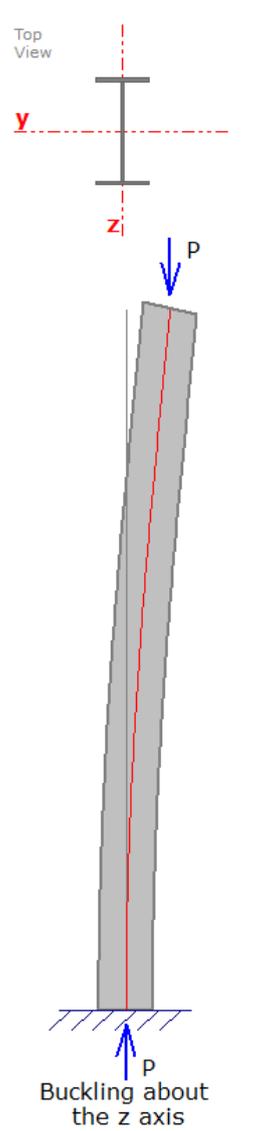


Figura 27. Pandeo del primer tramo del patín fuera del plano del marco de carga actual

$$\bar{\lambda} = \frac{L_{cr}}{i} \cdot \frac{1}{\lambda_1} = \frac{L_{cr}}{\sqrt{\frac{I}{A}}} \cdot \frac{1}{\pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}}} = \frac{2 \cdot L}{\sqrt{\frac{I}{A}}} \cdot \frac{1}{\pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}}} = \frac{2 \cdot 1.335}{\sqrt{\frac{701,726 \cdot 10^4}{2 \cdot 3.220}}} \cdot \frac{1}{\pi \cdot \sqrt{\frac{210.000}{420}}} = 1,151$$

$$\phi = 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] = 0,5 \cdot [1 + 0,49 \cdot (1,151 - 0,2) + 1,151^2] = 1,395$$

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{1,395 + \sqrt{1,395^2 - 1,151^2}} = 0,458$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M_1}} = \frac{0,458 \cdot 2 \cdot 3.220 \cdot 420}{1,05} \cdot 10^{-3} = 1.180 \text{ kN} \approx 118,0 \text{ t}$$

- Tramo 2: articulado-empotrado

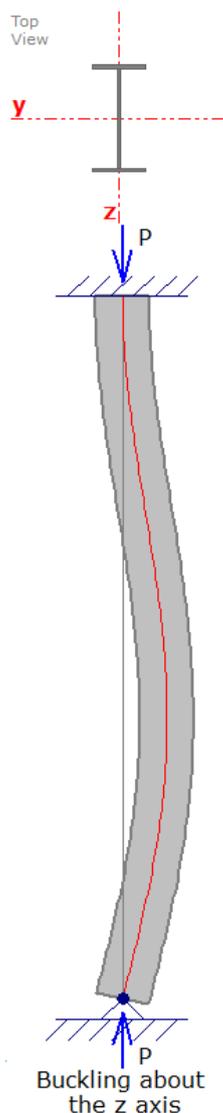


Figura 28. Pandeo del segundo tramo del patín fuera del plano del marco de carga actual

$$\bar{\lambda} = \frac{L_{cr}}{i} \cdot \frac{1}{\lambda_1} = \frac{L_{cr}}{\sqrt{\frac{I}{A}}} \cdot \frac{1}{\pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}}} = \frac{0,7 \cdot L}{\sqrt{\frac{I}{A}}} \cdot \frac{1}{\pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}}} = \frac{0,7 \cdot 1.335}{\sqrt{\frac{701,726 \cdot 10^4}{2 \cdot 3.220}}} \cdot \frac{1}{\pi \cdot \sqrt{\frac{210.000}{420}}} = 0,705$$

$$\phi = 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] = 0,5 \cdot [1 + 0,49 \cdot (0,705 - 0,2) + 0,705^2] = 0,872$$

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{0,872 + \sqrt{0,872^2 - 0,705^2}} = 0,722$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M_1}} = \frac{0,722 \cdot 2 \cdot 3.220 \cdot 420}{1,05} \cdot 10^{-3} = 1.860 \text{ kN} \approx 186,0 \text{ t}$$

La carga del tramo articulado-empotrado se comprueba que es muy parecida al caso del plano, pero el empotrado-libre es más débil y será el limitante.

Por tanto, la carga crítica en el pilar del patín fuera del plano del marco es $N_{b,Rd} \approx 118 t$.

6.2.2.3. Caso 3: Lado pared en el plano del marco

El pilar derecho está anclado a la pared por un apoyo que se puede considerar articulado, ya que tal y como están colocados los tornillos y la placa permiten un giro de las secciones en ambos planos. En el plano del marco se puede considerar un apoyo articulado en el extremo superior, ya que podrá girar, pero la pared no permitirá su desplazamiento. Fuera del plano ese extremo no tiene ninguna limitación, por lo que será un extremo libre. Además, este será el que tenga la inercia débil.

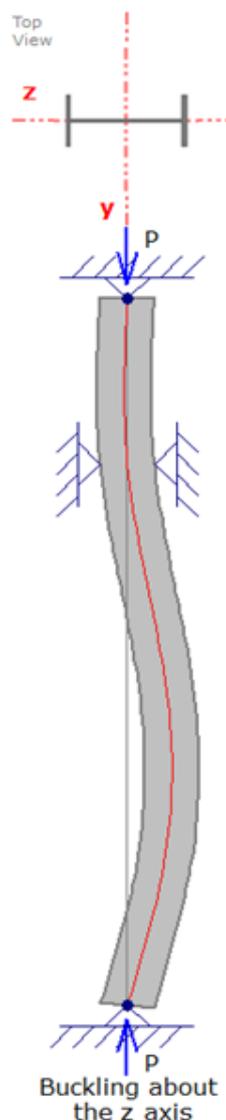


Figura 29. Esquema pandeo del pilar en el plano del marco en el lado de la pared

Como en ambos casos el apoyo intermedio es articulado, para poder estudiarlos se recurre a un método teórico en lugar de utilizar un método basado en la práctica como se venía

haciendo hasta ahora.

En el plano del marco se utiliza el método del libro *Theory of Elastic Stability* [3] para vigas continuas. En él, se utilizan las fórmulas de las vigas-columna ampliadas al análisis de una viga con tres apoyos. Los momentos generados se relacionan con la siguiente ecuación:

$$2M_2 \left[\psi(u_1) + \frac{l_2 I_1}{l_1 I_2} \psi(u_2) \right] = -\frac{6EI_1}{l_1} (\theta_{02+} + \theta'_{02}) \quad (15)$$

El valor crítico se obtiene con la condición de que M_2 tiende a infinito, por lo que

$$\psi(u_1) + \frac{l_2 \cdot I_1}{l_1 \cdot I_2} \cdot \psi(u_2) = 0 \quad (16)$$

Asumiendo que la sección es la misma en los dos tramos se tiene

$$u_1 = \frac{k_1 l_1}{2} = \frac{l_1}{2} \sqrt{\frac{P}{EI}} \quad u_2 = \frac{k_2 l_2}{2} = \frac{l_2}{2} \sqrt{\frac{P}{EI}} \quad (17)$$

$$\frac{\psi(u_1)}{\psi\left(u_1 \frac{l_2}{l_1}\right)} = -\frac{l_2}{l_1} \quad (18)$$

Esta ecuación se puede resolver con la tabla de las funciones $\phi(u)$, $\psi(u)$, $\chi(u)$ del libro de Timoshenko. Buscando en la tabla se halla un valor de $2u_1 = 1,225$, y siguiendo con el método del libro la carga vendría dada como

$$P_{m\acute{a}x} = \frac{(1,225)^2 \cdot E \cdot I}{l_1^2} = \frac{(1,225)^2 \cdot 210.000 \cdot 3.820 \cdot 10^4}{2.810^2} = 1.600 \text{ kN} \approx 160,0 \text{ t}$$

Este valor es menor que el hallado en el caso biapoyado del patín en el plano del marco, por lo que resulta conservador al ser este un caso más rígido.

Se utiliza el software MDSolids para buscar otra aproximación de la carga crítica de pandeo de esta solución. Como el pandeo se produciría alrededor del eje fuerte, el programa no produce resultados para la situación planteada, pandeando la viga en el otro plano. Para poder comprobar el pandeo alrededor del eje deseado, se diseñó una sección que tuviese la misma área y la misma inercia del perfil real en el plano de estudio y una inercia muy superior alrededor del otro eje.

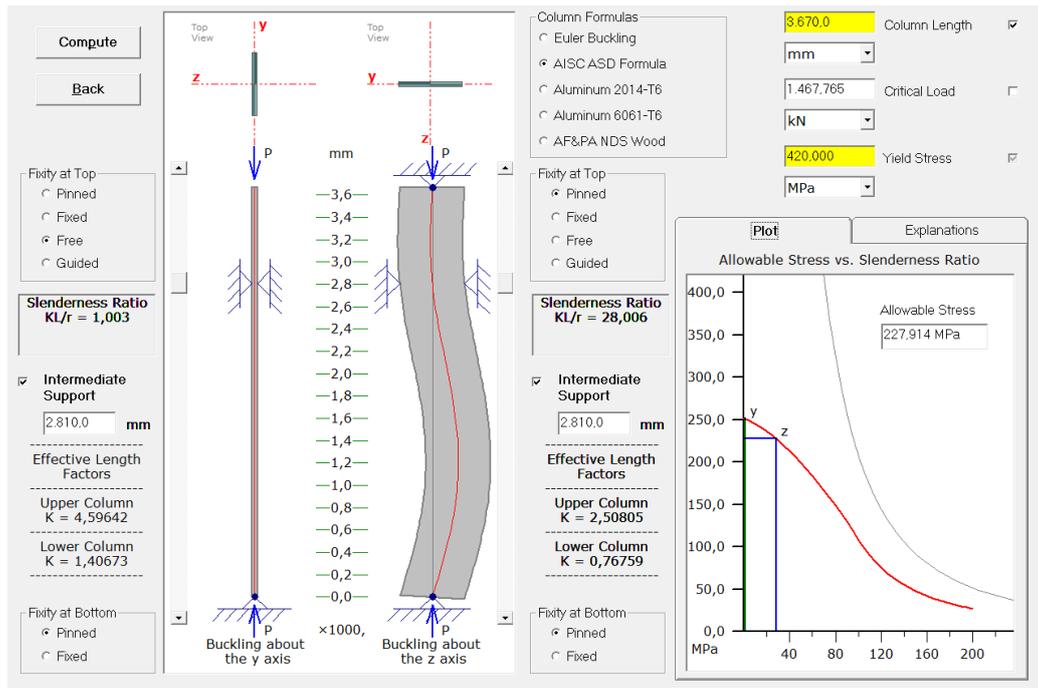


Figura 30. Simulación del pandeo en el lado de la pared en el plano del marco

En este caso, el resultado de la simulación da un valor de 146,8 toneladas, lo que en principio es un valor conservador, ya que la carga que se había hallado sin apoyo intermedio era de 190 toneladas. Aunque el programa está tomando un factor de seguridad de 1,80 [12] se tomará el valor del perfil sin apoyo intermedio como limitante.

6.2.2.4. Caso 4: Lado pared fuera del plano del marco

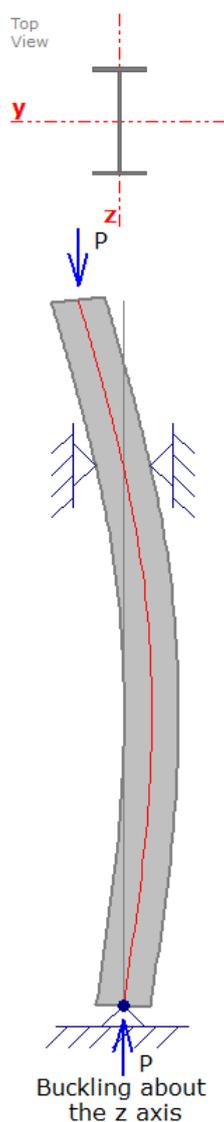


Figura 31. Esquema pandeo del pilar fuera del plano del marco en el lado de la pared

En este caso, al igual que en el anterior, el apoyo intermedio es articulado, por lo que al transmitirse giro no se podría dividir la estructura. Realizando la simulación con el MDSolids, se obtiene lo siguiente:

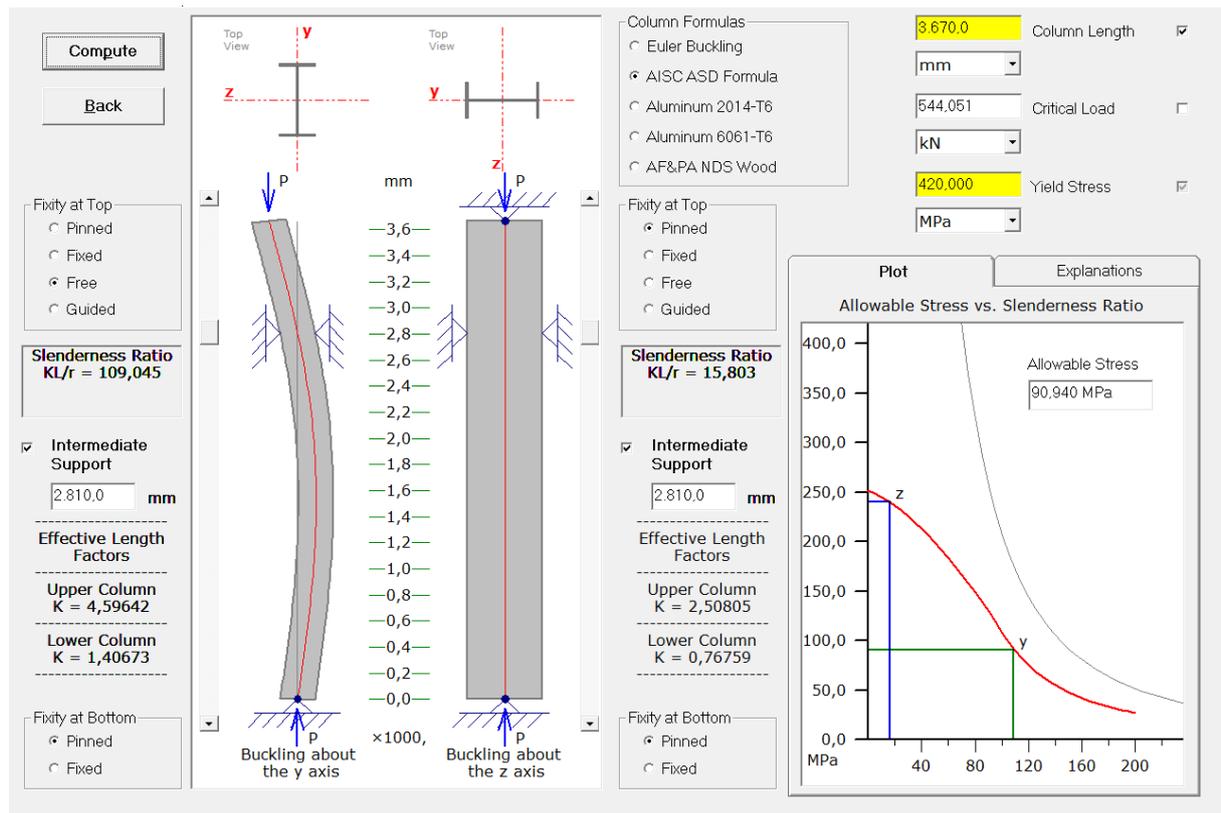


Figura 32. Simulación del pandeo en el lado de la pared fuera del plano del marco

El programa calcula una carga máxima de 54,4 toneladas de nuevo con un factor de seguridad de 1,80 [12]. Aun así, por seguridad se tomará como limitante el valor que tiene en cuenta el factor de seguridad.

6.3. Cálculo del marco de carga modificado

Para aumentar la resistencia del marco de carga se puede recurrir a diversas modificaciones, tales como cambio de longitudes, materiales, perfiles, etc. En este caso, se modifica el tipo de sustentación para comprobar si supone un cambio sustancial.

La estructura se modifica buscando la estabilidad en el ensayo, por lo que se sustituye la viga base por una placa situada en el suelo a la que se empotran los pilares. Además, ambos se sujetan con un patín.

6.3.1. Carga y flecha máxima

6.3.1.1. Caso dintel

El caso del dintel sigue siendo el mismo que con el modelo anterior, por lo que los resultados se mantienen sin variación.

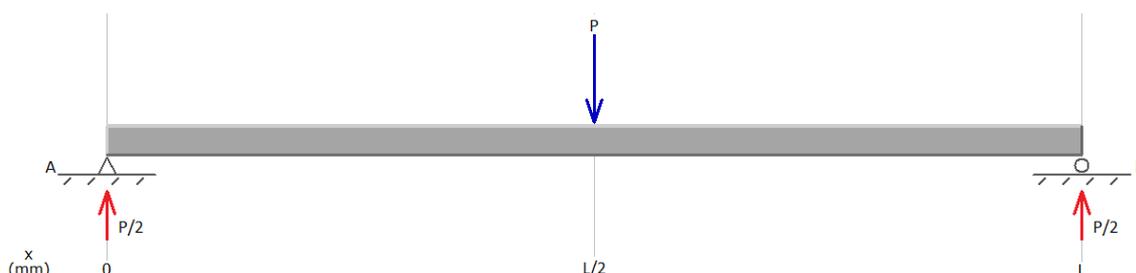


Figura 33. Diagrama de cargas del dintel modificado

Limitadores dintel del marco modificado:	44,4 t	→	7,4 mm
	54,3 t	→	9,0 mm
	32,5 t	→	5,4 mm

Por tanto, la carga máxima que resiste a flexión son 32,5 toneladas que producen una flecha máxima de 5,4 milímetros.

6.3.1.2. Caso pilares

Ahora los pilares se encuentran empotrados-articulados, que es un caso hiperestático de grado 1. La situación más desfavorable ya no es con la carga centrada, por lo que hay que encontrar la posición de la carga que produzca un momento máximo.

El caso hiperestático se descompone en un caso isostático empotrado-libre más una restricción en el movimiento vertical del extremo libre.

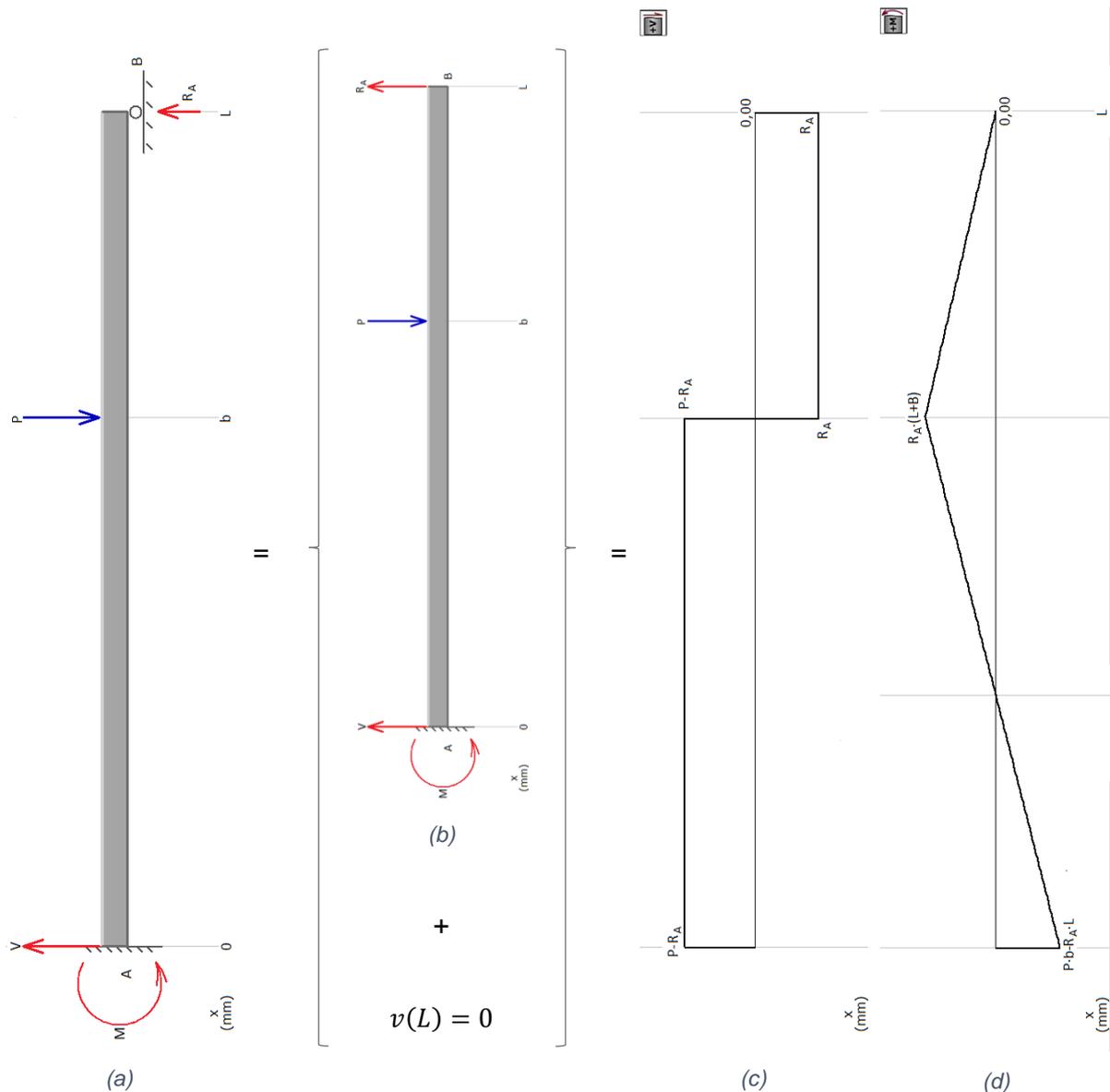


Figura 34. Descomposición de la flexión del pilar del marco de carga modificado con (a) diagrama de cargas hiperestático (b) Caso isostático con reacción adicional (c) Diagrama de esfuerzos cortantes (d) diagrama de momentos flectores

Se resuelve el caso isostático por equilibrio y se añade la condición de desplazamiento nulo en el extremo, teniendo todo en función de la distancia b de aplicación de la carga.

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \rightarrow H = 0 \\ \sum F_y = 0 \rightarrow V = P - R_A \\ \sum M_{(A)} = 0 \rightarrow M = P \cdot b - R_A \cdot L \end{cases}$$

$$E \cdot I \cdot v(x) = -(P \cdot b - R_A \cdot L) \cdot \frac{\langle x \rangle^2}{2} + (P - R_A) \cdot \frac{\langle x \rangle^3}{6} - F \cdot \frac{\langle x - b \rangle^3}{6}$$

$$v(L) = 0 \rightarrow 0 = -(P \cdot b - R_A \cdot L) \cdot \frac{L^2}{2} + (P - R_A) \cdot \frac{L^3}{6} - P \cdot \frac{(L-b)^3}{6}$$

$$\Rightarrow R_A = \frac{P \cdot b^2}{2 \cdot L^3} \cdot (3 \cdot L - b)$$

$$M_F(x) = \begin{cases} R_A \cdot (L - x) - P \cdot (b - x), & 0 \leq x < b \\ R_A \cdot (L - x), & b \leq x \end{cases}$$

$$\rightarrow M_F(x) = \begin{cases} \frac{P \cdot b^2}{2 \cdot L^3} \cdot (3 \cdot L - b) \cdot (L - x) - P \cdot (b - x), & 0 \leq x < b \\ \frac{P \cdot b^2}{2 \cdot L^3} \cdot (3 \cdot L - b) \cdot (L - x), & b \leq x \end{cases}$$

A la distancia b a la que se encuentra la carga el momento debe ser máximo, por lo que la derivada en ese punto será nula, pudiendo despejar el valor de b .

$$M_F(x = b) = \frac{P \cdot b^2}{2 \cdot L^3} \cdot (3 \cdot L^2 - 4 \cdot L \cdot b + b^2)$$

$$\frac{\partial M_F}{\partial b} = 0 \rightarrow 2 \cdot b^2 - 6 \cdot L \cdot b - 3 \cdot L^2 = 0 \rightarrow \begin{cases} b = \frac{3 \cdot L + \sqrt{3} \cdot L}{2} \\ b = \frac{3 \cdot L - \sqrt{3} \cdot L}{2} \end{cases}$$

De los dos valores obtenidos solo uno de ellos tiene sentido físico, ya que el otro produce el máximo a una distancia mayor que la longitud de la viga. La carga por tanto estará situada a una distancia de 2.326 milímetros del empotramiento.

$$M_F(x) = \begin{cases} \frac{9 - 3 \cdot \sqrt{3}}{8} \cdot P \cdot (L - x) - P \cdot \left(\frac{3 - \sqrt{3}}{2} \cdot L - x \right), & 0 \leq x < b \\ \frac{9 - 3 \cdot \sqrt{3}}{8} \cdot P \cdot (L - x), & b \leq x \end{cases}$$

Con ello, ya se puede trabajar como en los casos anteriores, hallando los tres valores de carga y flecha máxima.

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= -\frac{M_z}{I_z} \cdot y = \frac{M}{W_z} \\ M(x = b) &= \frac{P \cdot b^2}{2 \cdot L^3} \cdot (3 \cdot L - b) \cdot (L - b) = \frac{-9 + 6 \cdot \sqrt{3}}{8} \cdot P \cdot L \end{aligned} \right\} \sigma_{\max} = \frac{6 \cdot \sqrt{3} - 9}{8} \cdot \frac{P \cdot L}{W_z}$$

$$P_{\max} = \frac{\sigma_{\max} \cdot W_z}{\frac{6 \cdot \sqrt{3} - 9}{8} \cdot L} = \frac{420 \cdot 2 \cdot 191 \cdot 10^3}{\frac{6 \cdot \sqrt{3} - 9}{8} \cdot 3.670} = 251,2 \text{ kN} \approx 25,1 \text{ t}$$

$$v_{m\acute{a}x} = \frac{P \cdot (L - b) \cdot b^2}{6 \cdot E \cdot I} \cdot \sqrt{\frac{L - b}{2 \cdot L + (L - b)}}$$

$$v_{m\acute{a}x} = \frac{25,1 \cdot 10^4 \cdot (3.670 - 2.327) \cdot 2.327^2}{6 \cdot 210.000 \cdot 2 \cdot 1.910 \cdot 10^4} \cdot \sqrt{\frac{3.670 - 2.327}{2 \cdot 3.670 + (3.670 - 2.327)}} = 14,9 \text{ mm}$$

- $$\frac{luz}{300} = \frac{3.670}{300} = 12,2 \text{ mm}$$

$$v_{m\acute{a}x} = \frac{P \cdot (L - b) \cdot b^2}{6 \cdot E \cdot I} \cdot \sqrt{\frac{L - b}{3 \cdot L - b}} \Rightarrow P = \frac{6 \cdot E \cdot I \cdot v_{m\acute{a}x}}{(L - b) \cdot b^2} \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot L - b}{L - b}}$$

$$\Rightarrow P = \frac{6 \cdot 210.000 \cdot 2 \cdot 1.910 \cdot 10^4 \cdot 12,2}{(3.670 - 2.327) \cdot 2.327^2} \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot 3.670 - 2.327}{3.670 - 2.327}} = 205,3 \text{ kN} \approx 20,5 \text{ t}$$

- $$\frac{luz}{500} = \frac{3.670}{500} = 7,3 \text{ mm}$$

$$P = \frac{6 \cdot E \cdot I \cdot v_{max}}{(L - b) \cdot b^2} \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot L - b}{L - b}}$$

$$P = \frac{6 \cdot 210000 \cdot 2 \cdot 1910 \cdot 10^4 \cdot 7,34}{(3670 - 2327) \cdot 2327^2} \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot 3670 - 2327}{3670 - 2327}} = 122,8 \text{ kN} \approx 12,3 \text{ t}$$

Limitadores del pilar del marco de carga modificado:

25,1 t	→	14,9 mm
20,5 t	→	12,2 mm
12,3 t	→	7,3 mm

De nuevo, por seguridad, se tomará el último valor hallado (12,3 toneladas con una flecha máxima de 7,3 milímetros a una distancia de 2.326 milímetros de la base).

Como las restricciones son mayores en este caso, se puede comprobar que la carga que soporta esta configuración es mayor para una misma flecha, consiguiéndose así uno de los objetivos buscados.

6.3.1.2.1. Uniones

Al igual que en el caso articulado-articulado, hay que comprobar las uniones de los dos perfiles UPN.

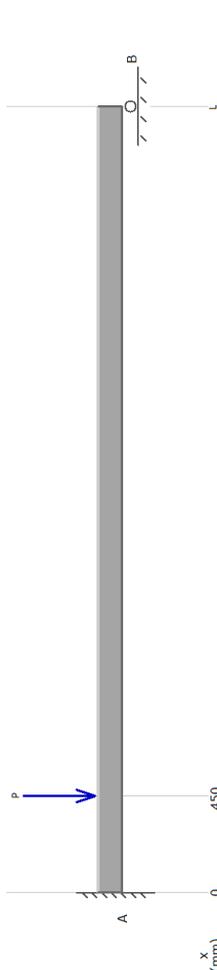


Figura 35. Diagrama de cargas en la situación más desfavorable para las uniones en el marco modificado

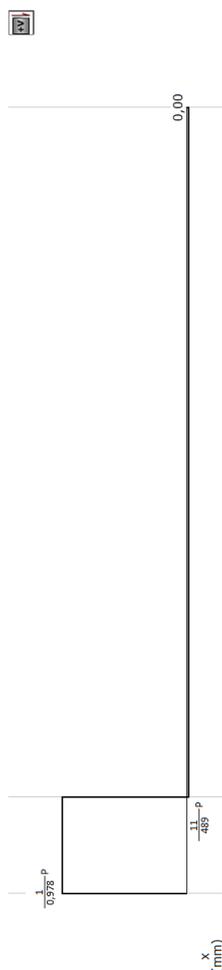


Figura 36. Diagrama de esfuerzo cortante en la situación más desfavorable para las uniones en el marco modificado

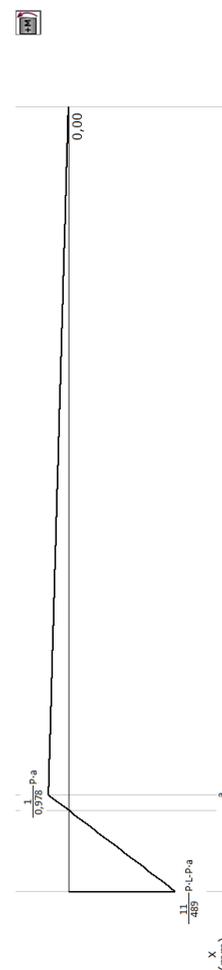


Figura 37. Diagrama de momento flector en la situación más desfavorable para las uniones en el marco modificado

6.3.1.2.1.1. Tornillos

$$P_{m\acute{a}x} = \frac{1}{0,978} \cdot 2 \cdot \tau \cdot A_t \cdot I_{z(2 \cdot UPN)} = \frac{1}{0,978} \cdot 2 \cdot \frac{640}{2} \cdot \pi \cdot \frac{10^2}{4} \cdot 2 \cdot 1.910 \cdot 10^4}{76.224 \cdot 500}$$

$$P_{m\acute{a}x} = 51,5 \text{ kN} \approx 5,2 \text{ t}$$

La situación más desfavorable de los tornillos vuelve a ser análoga a la anterior y se sitúa de nuevo la carga a 450 mm del empotramiento (a 20 mm del extremo de la primera presilla).

6.3.1.2.1.2. Presillas

Para las presillas se realiza el mismo cálculo.

$$P_{m\acute{a}x} = \frac{1}{0,978} \cdot 2 \cdot \sigma_c \cdot A_p \cdot I_z = \frac{1}{0,978} \cdot 2 \cdot \frac{420}{1,25} \cdot 60 \cdot 2 \cdot 1.910 \cdot 10^4}{76.224 \cdot 500} \cdot 10^{-3}$$

$$P_{m\acute{a}x} = 41,3 \text{ kN} \approx 4,1 \text{ t}$$

Se puede comprobar que apenas hay variaci3n en ambos valores al modificar la sustentaci3n.

6.3.2. Pandeo de los pilares

Ahora ambos pilares tienen la misma sustentaci3n, por lo que su comportamiento ser3 el mismo. Hay 3nicamente que diferenciar entre el pandeo en el plano y fuera de 3l.

6.3.2.1. Pandeo en el plano del marco

En el plano del marco el pat3n no realiza ninguna sujeci3n, por lo que ser3 un caso empotrado articulado con pandeo en el eje fuerte.

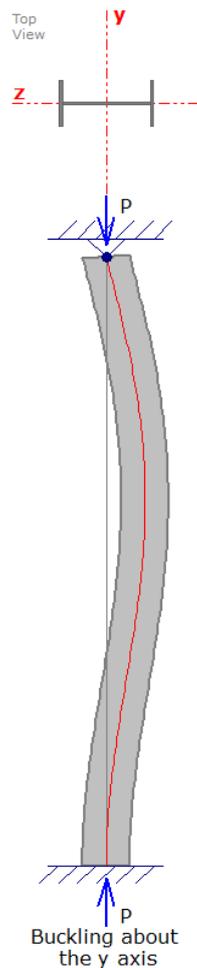


Figura 38. Esquema pandeo en el plano del marco modificado

$$\bar{\lambda} = \frac{L_{cr}}{\sqrt{\frac{I}{A}}} \cdot \frac{1}{\pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}}} = \frac{0,7 \cdot 3.670}{\sqrt{\frac{3.820 \cdot 10^4}{2 \cdot 3.220}}} \cdot \frac{1}{\pi \cdot \sqrt{\frac{210.000}{420}}} = 0,475$$

$$\phi = 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] = 0,5 \cdot [1 + 0,49 \cdot (0,475 - 0,2) + 0,475^2] = 0,545$$

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{0,545 + \sqrt{0,545^2 - 0,475^2}} = 1,231$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M_1}} = \frac{1,231 \cdot 2 \cdot 3.220 \cdot 420}{1,05} = 3.171 \text{ kN} \approx 317,1 \text{ t}$$

6.3.2.2. Pandeo fuera del plano del marco

Fuera del plano, el patín vuelve a ejercer de empotramiento, por lo que de nuevo se separa el pilar en dos para su estudio, siendo la situación idéntica al caso de la estructura actual, por lo que los resultados serán los mismos.

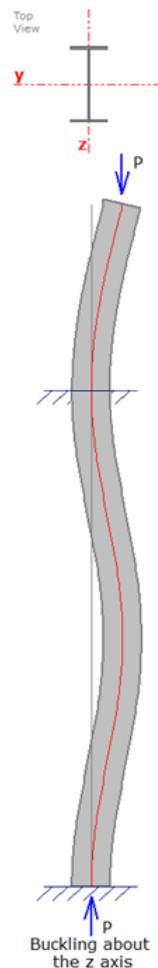


Figura 39. Pandeo fuera del plano del marco de carga modificado

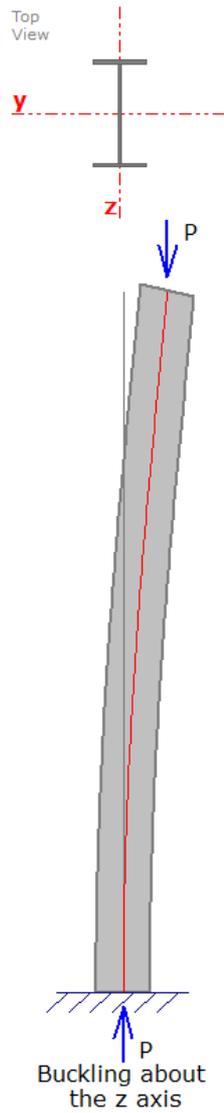


Figura 40. Pandeo del primer tramo fuera del plano del marco de carga modificado

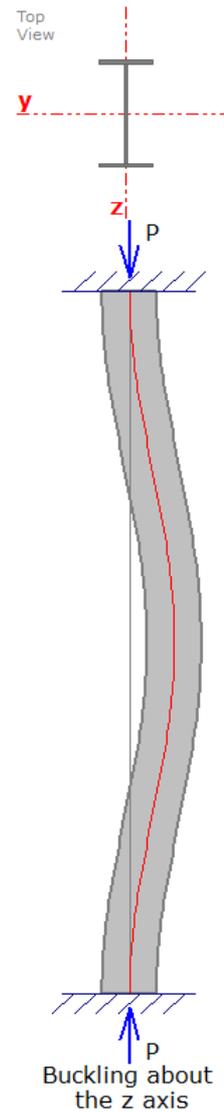


Figura 41. Pandeo del segundo tramo fuera del plano del marco de carga modificado

La carga crítica de pandeo vendrá dada por la carga del primer tramo, ya que, en el caso del marco de carga actual, el limitante de los dos tramos era el primero y en este caso el segundo tramo es todavía más rígido que el anterior. Por lo tanto, $P_{m\acute{a}x} = 118,0 t$.

6.4. Cálculo de la estructura de la fábrica

Actualmente, el marco permite ensayar aisladores bajo una carga de 30 toneladas. Desde la fábrica buscan realizar el estudio para cambiar la máquina a una similar que permita aumentar la carga a 100 toneladas.

El esquema del marco de carga de la fábrica es:

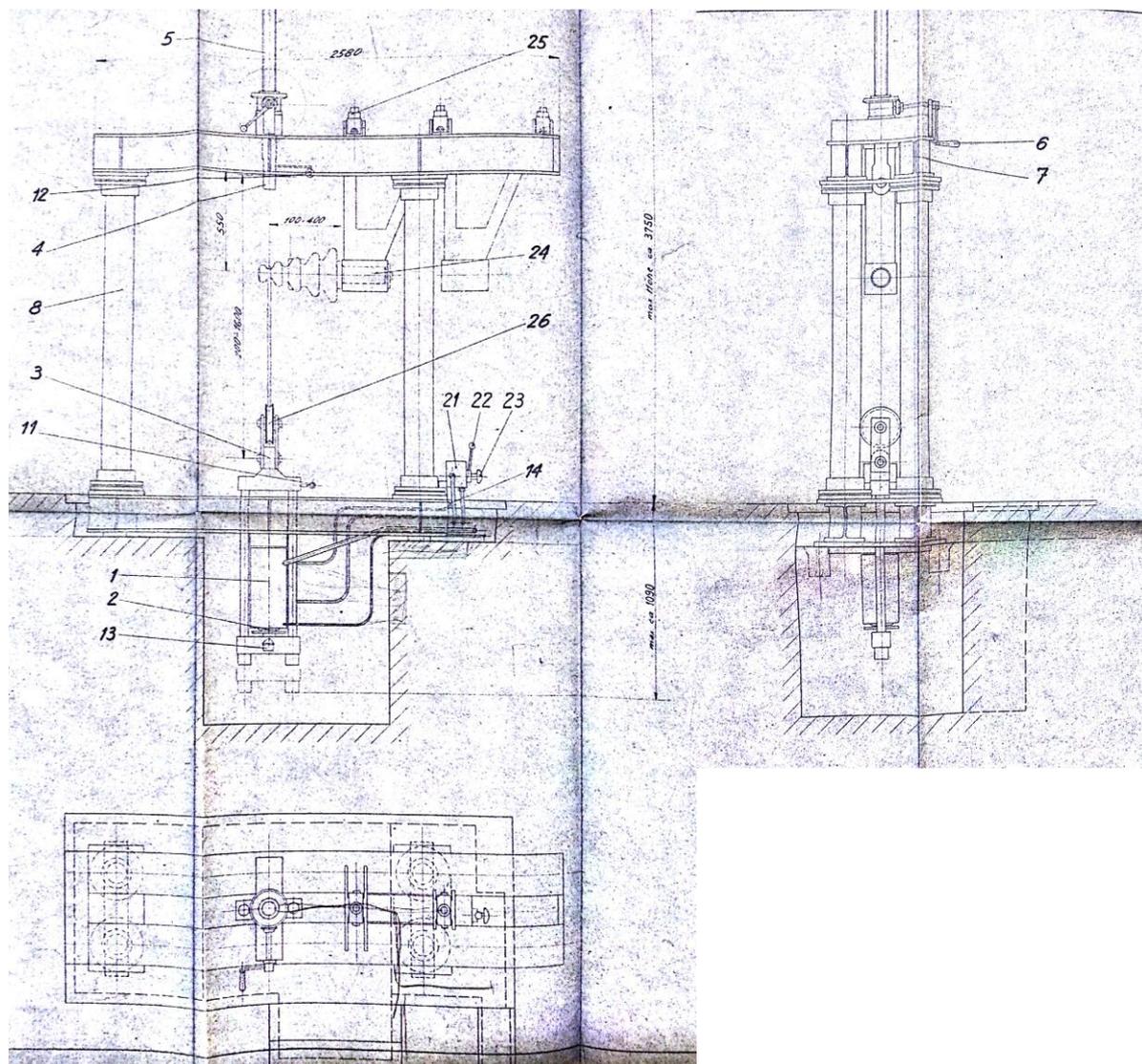


Figura 42. Plano del marco de carga de la fábrica

De nuevo, habrá que realizar los cálculos de carga y flecha máxima a flexión para el dintel y la base, pero no para los pilares, ya que la baquelita, al ser un material frágil no trabajará a flexión. Su cálculo será el del material trabajando a compresión.

6.4.1. Estudio del dintel y la base

El dintel se puede modelizar como una viga biapoyada con un extremo en voladizo y la base

como una viga biapoyada.

6.4.1.1. Caso de carga 1

El cálculo más inmediato se realiza con la carga centrada entre los apoyos (punto de aplicación de cargas). Igual que en los casos anteriores, se obtienen tres valores.



Figura 43. Tornillo de aplicación de la carga

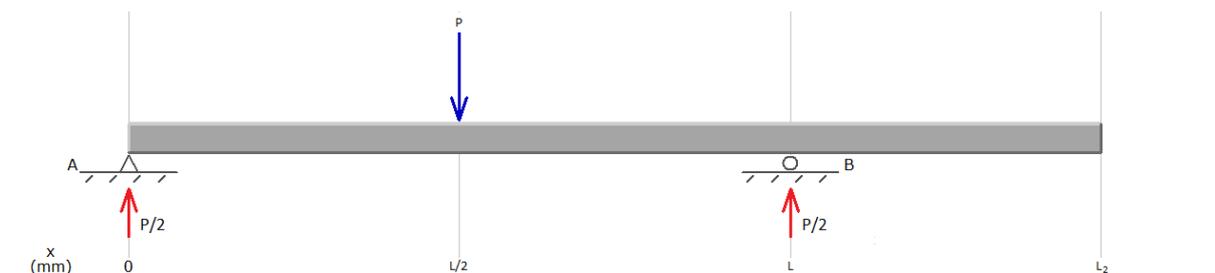


Figura 44. Diagrama de cargas del dintel de la fábrica. Caso de carga 1

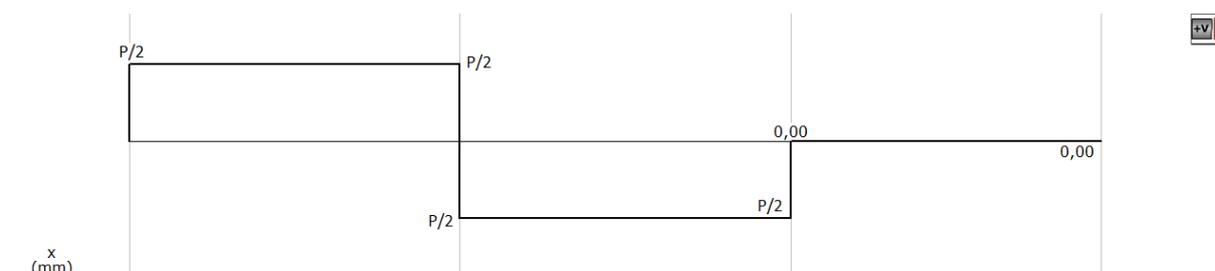


Figura 45. Diagrama de esfuerzos cortantes del marco de carga de la fábrica. Caso de carga 1

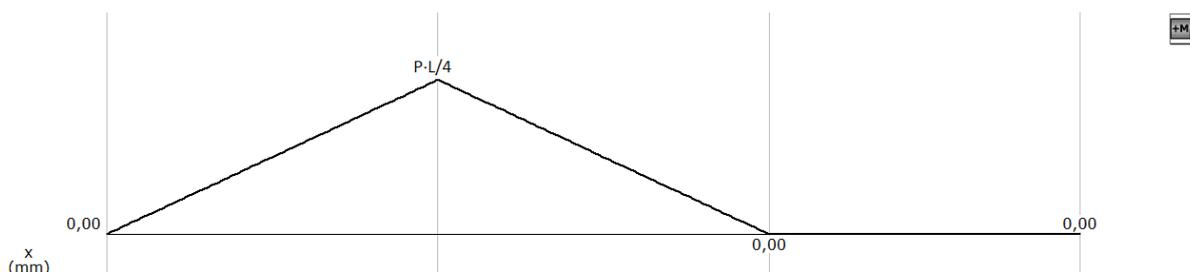


Figura 46. Diagrama de momentos flectores del marco de carga de la fábrica. Caso de carga 1

$$\sigma_{max} = \frac{M_{m\acute{a}x}}{W_z} = \frac{P_{m\acute{a}x} \cdot \frac{L}{4}}{W_z}$$

$$P_{max} = \frac{\sigma_{max} \cdot W_z}{\frac{L}{4}} = \frac{275 \cdot 736 \cdot 10^3}{\frac{1.660}{4}} = 487,7 \text{ kN} \approx 48,8 \text{ t}$$

$$v_{max} = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I} = \frac{48,8 \cdot 10^4 \cdot 1.660^3}{48 \cdot 210.000 \cdot 8.091 \cdot 10^4} = 2,7 \text{ mm}$$

$$\frac{luz}{300} = \frac{1.660}{300} = 5,5 \text{ mm}$$

$$P = \frac{48 \cdot E \cdot I \cdot v}{L^3} = \frac{48 \cdot 210.000 \cdot 8.091 \cdot 10^4 \cdot 5,53}{1.660^3} = 980,6 \text{ kN} \approx 98,1 \text{ t}$$

$$\frac{luz}{500} = \frac{1.660}{500} = 3,3 \text{ mm}$$

$$P = \frac{48 \cdot E \cdot I \cdot v}{L^3} = \frac{48 \cdot 210.000 \cdot 8.091 \cdot 10^4 \cdot 3,32}{1.660^3} = 588,4 \text{ kN} \approx 58,8 \text{ t}$$

Las cargas y flechas son las siguientes:

48,8 t	→	2,7 mm
98,1 t	→	5,5 mm
58,8 t	→	3,3 mm

La flecha que produce el criterio de deformación con la $luz/300$ supera el criterio de tensión, por lo que la viga plastificaría con la flecha mencionada.

6.4.1.2. Caso de carga 2

Además, la estructura lateral puede aplicar la carga y como la distancia es considerable se traducirá en una carga puntual y un momento.



Figura 47. Detalles de estructura lateral



Figura 48. Vista lateral del marco de carga de la fábrica

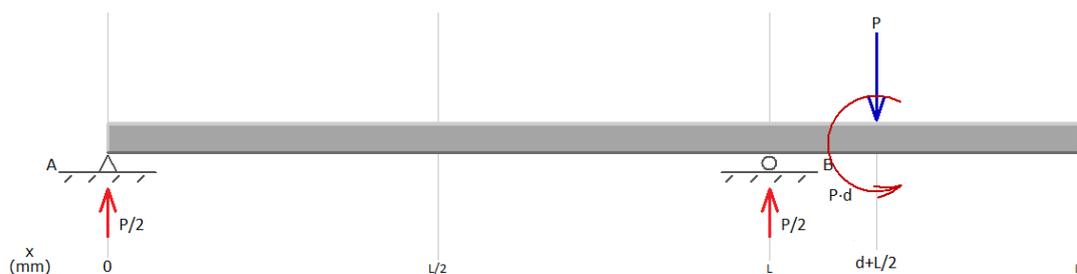


Figura 49. Diagrama de cargas del dintel de la fábrica. Caso de carga 2

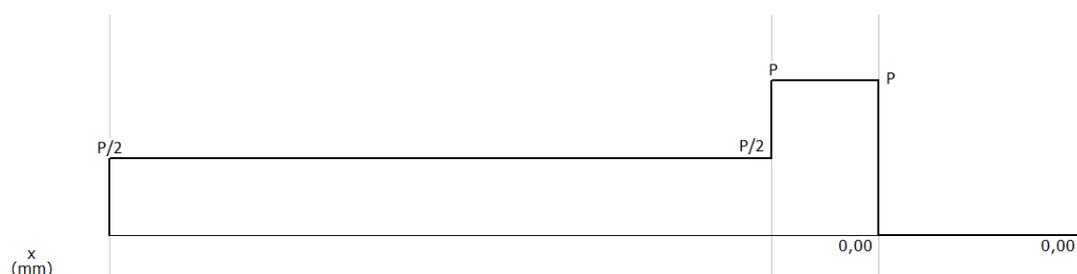


Figura 50. Diagrama de esfuerzo cortante del dintel de la fábrica. Caso de carga 2

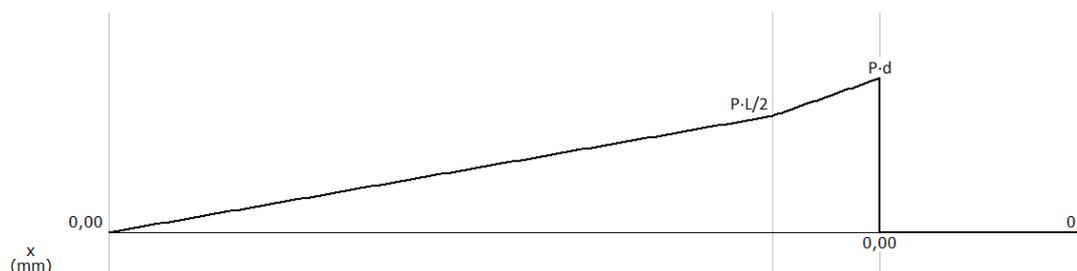


Figura 51. Diagrama de momento flector del dintel de la fábrica. Caso de carga 2

Se calcula la carga y la flecha con los dos criterios propuestos.

$$M(x) = \begin{cases} \frac{P}{2} \cdot x, & x < L \\ \frac{P}{2} \cdot x + \frac{P}{2} \cdot (x - L), & L \leq x < \left(\frac{L}{2} + d\right) \\ 0, & x \geq \left(\frac{L}{2} + d\right) \end{cases}$$

Con el método de la carga unidad se puede hallar el giro en la sección inicial para poder hallar la ecuación de la elástica.

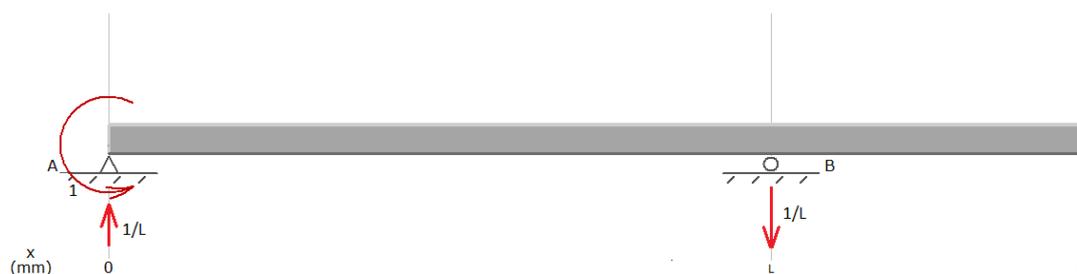


Figura 52. Diagrama de cargas del momento unidad

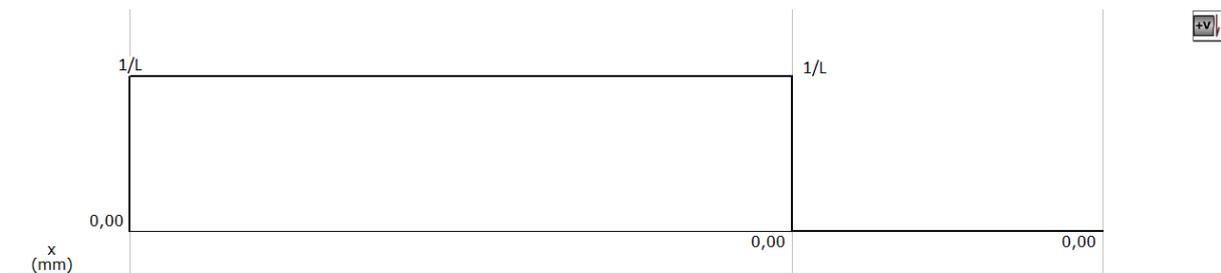


Figura 53. Diagrama de esfuerzo cortante en el método del momento unidad

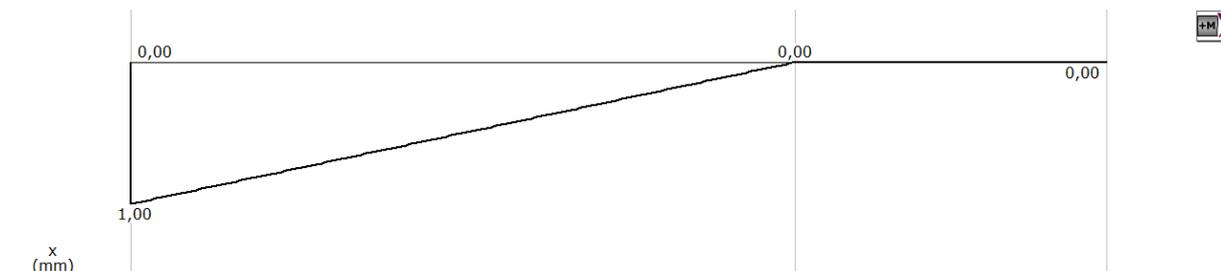


Figura 54. Diagrama de momento flector en el método del momento unidad

$$M_z' = \begin{cases} -1 + \frac{x}{L}, & x < L \\ 0, & x \geq L \end{cases}$$

$$\theta = \int_0^L \frac{M_z \cdot M_z'}{E \cdot I} \cdot dx = \frac{1}{E \cdot I} \cdot \int_0^L \frac{P}{2} \cdot x \cdot \left(\frac{x}{L} - 1\right) \cdot dx = \frac{-P \cdot L^2}{12 \cdot E \cdot I}$$

$$E \cdot I \cdot v(x) = -\frac{P \cdot L^2}{12} \cdot x + \frac{P}{12} \cdot \langle x \rangle^3 + \frac{P}{12} \cdot \langle x - L \rangle^3 + \frac{P}{6} \cdot \langle x - \frac{L}{2} - d \rangle^3 + \frac{P \cdot d}{2} \cdot \langle x - \frac{L}{2} - d \rangle^2$$

Con la ecuación de la elástica particularizada con el caso de cargas propuesto se puede hallar la flecha en cualquier sección de la viga. Interesa conocer su valor en el punto medio de los apoyos y en el extremo en voladizo (flecha máxima).

$$v\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{P \cdot L^3}{32 \cdot E \cdot I}$$

$$E \cdot I \cdot v(L_2) = -P \cdot \frac{L^2}{12} \cdot L_2 + \frac{P}{12} \cdot L_2^3 + \frac{P}{12} \cdot (L_2 - L)^3 - \frac{P}{6} \cdot \left(L_2 - \frac{L}{2} - d\right)^3 + \frac{P \cdot d}{2} \cdot \left(L_2 - \frac{L}{2} - d\right)^2$$

Con los métodos citados anteriormente se puede hallar la carga máxima.

$$\bullet \sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} = \frac{P_{\max} \cdot d}{W_z} \Rightarrow P_{\max} = \frac{\sigma_{\max} \cdot W_z}{d} = \frac{275 \cdot 736 \cdot 10^3}{1.100} \cdot 10^{-3} = 184 \text{ kN} \approx 18,4 \text{ t}$$

$$v\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{P \cdot L^3}{32 \cdot E \cdot I} = \frac{18,4 \cdot 10^4 \cdot 1.660}{32 \cdot 210.000 \cdot 8.091 \cdot 10^4} = 1,5 \text{ mm}$$

$$v(L_2) = \frac{P}{2 \cdot E \cdot I} \cdot \left[-\frac{L^2 \cdot L_2}{6} + \frac{L_2^3}{6} + \frac{(L_2 - L)^3}{6} - \frac{\left(L_2 - \frac{L}{2} - d\right)^3}{3} + d \cdot \left(L_2 - \frac{L}{2} - d\right)^2 \right]$$

$$v(L_2) = \frac{18,4 \cdot 10^4}{2 \cdot 210.000 \cdot 8.091 \cdot 10^4} \cdot \left[-\frac{1.660^2 \cdot 2.440}{6} + \frac{2.440^3}{6} + \frac{(2.440 - 1.660)^3}{6} - \frac{\left(2.440 - \frac{1.660}{2} - 1.100\right)^3}{3} + 1.100 \cdot \left(2.440 - \frac{1.660}{2} - 1.100\right)^2 \right]$$

$$v(L_2) = 8,8 \text{ mm}$$

- $$\frac{luz}{300} = \frac{1.660}{300} = 5,5 \text{ mm}$$

$$v\left(\frac{L}{2}\right) = 5,5 = \frac{P \cdot L^3}{32 \cdot E \cdot I} \rightarrow P = \frac{32 \cdot E \cdot I \cdot v\left(\frac{L}{2}\right)}{L^3} = \frac{32 \cdot 210.000 \cdot 8.091 \cdot 10^4 \cdot 5,5}{1.660^3} \cdot 10^{-3} = 653 \text{ kN} \approx 65,3 \text{ t}$$

- $$\frac{luz}{500} = \frac{1.660}{500} = 3,3 \text{ mm}$$

$$P = \frac{48 \cdot E \cdot I \cdot v\left(\frac{L}{2}\right)}{L^3} = \frac{32 \cdot 210.000 \cdot 8.091 \cdot 10^4 \cdot 3,3}{1.660^3} = 392 \text{ kN} \approx 39,2 \text{ t}$$

Con todo ello se llega a:

18,4 t	→	1,5 mm	$\left(\frac{luz}{2}\right)$	→	8,8 mm (extremo)
65,3 t	→	5,5 mm	$\left(\frac{luz}{2}\right)$	→	31,5 mm (extremo)
39,2 t	→	3,3 mm	$\left(\frac{luz}{2}\right)$	→	18,8 mm (extremo)

La aplicación de la carga en el voladizo produce una considerable disminución de la carga máxima admisible, pasando de 48,8 toneladas a 18,4 toneladas.

Hay que señalar que esos cálculos están realizados para uno de los dos perfiles del dintel, por lo que la carga total máxima sería el doble de la calculada, es decir, 36,8 toneladas.

6.4.1.3. Estudio de la base

Se incluye también el caso de la base, a pesar de no ser determinante, en su situación más desfavorable. Se comprueba que es el mismo caso que el dintel con la primera disposición de cargas.

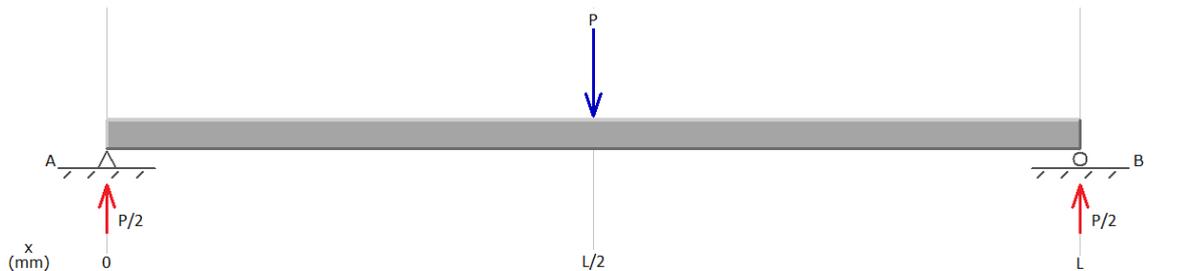


Figura 55. Diagrama de cargas de la base de la fábrica

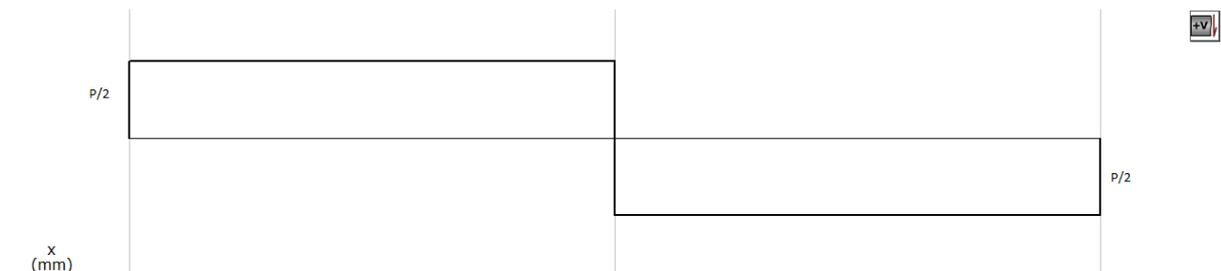


Figura 56. Diagrama de esfuerzo cortante de la base de la fábrica

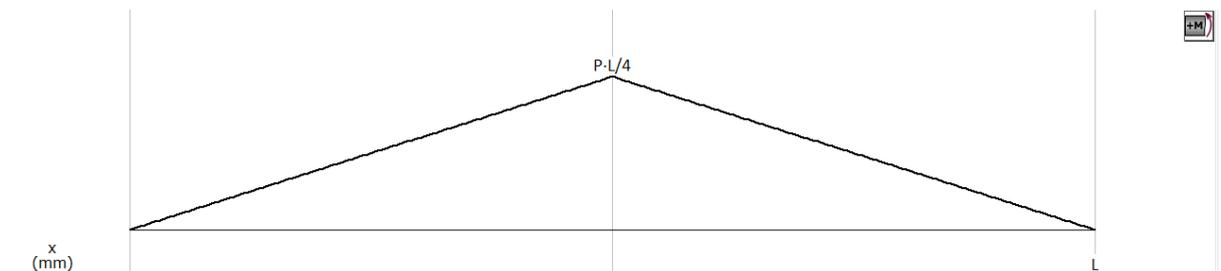


Figura 57. Diagrama de momento flector de la base de la fábrica

Por lo tanto, las cargas y flechas según los criterios son:

48,8 t	→	2,7 mm
98,1 t	→	5,5 mm
58,8 t	→	3,3 mm

Al igual que el dintel, hay que multiplicar la carga por dos, ya que hay dos perfiles paralelos.

En todos los casos, se comprueba que la estructura está sobredimensionada, con un factor de 3 aproximadamente, por lo que la nueva estructura deberá tener un factor parecido por seguridad y solitud de la fábrica.

6.4.2. Estudio de los pilares

Como se ha indicado antes, las columnas de la estructura son de baquelita, ya que se necesita un material aislante para los ensayos electromecánicos.

Como el material es un plástico frágil, no se puede utilizar el *Eurocódigo* y se realizará un cálculo simple de compresión y un cálculo con la fórmula de Euler para comprobar si la columna rompe o plastifica antes.

A simple vista no se puede apreciar si las columnas son macizas o huecas y los planos muestran contradicciones entre ellos y con las medidas que se realizaron *in situ*, por lo que

se realizarán los cálculos con ambos casos.

6.4.2.1. Cálculo a compresión

A compresión pura, la carga crítica viene dada por:

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{P}{A} \Rightarrow P_{m\acute{a}x} = \sigma_{m\acute{a}x} \cdot A \quad (19)$$

6.4.2.1.1. Columna maciza

$$P_{m\acute{a}x} = \sigma_{m\acute{a}x} \cdot A = 150 \cdot \pi \cdot \frac{150^2}{4} \cdot 10^{-3} = 2.651 \text{ kN} \approx 265,1 \text{ t}$$

Ese es el valor calculado para una columna, pero como hay cuatro, el valor total que podrían resistir sería de 1.060,4 t.

6.4.2.1.2. Columna hueca

Se toman tres posibles valores de diámetro interior (según medidas tomadas en el plano) y se calcula para cada una de ellas la carga máxima admisible a compresión.

$$\begin{aligned} \phi_i = 100 \text{ mm} \Rightarrow P_{m\acute{a}x} &= \sigma_{m\acute{a}x} \cdot A = 150 \cdot 9817 \cdot 10^{-3} = 1472 \text{ kN} \approx 147,2 \text{ t} \\ &\Rightarrow P_{m\acute{a}x} = 588,8 \text{ t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_i = 103 \text{ mm} \Rightarrow P_{m\acute{a}x} &= \sigma_{m\acute{a}x} \cdot A = 150 \cdot 9339 \cdot 10^{-3} = 1400 \text{ kN} \approx 140,0 \text{ t} \\ &\Rightarrow P_{m\acute{a}x} = 560,0 \text{ t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_i = 105 \text{ mm} \Rightarrow P_{m\acute{a}x} &= \sigma_{m\acute{a}x} \cdot A = 150 \cdot 9012 \cdot 10^{-3} = 1352 \text{ kN} \approx 135,2 \text{ t} \\ &\Rightarrow P_{m\acute{a}x} = 540,8 \text{ t} \end{aligned}$$

6.4.2.2. Pandeo de Euler

La carga que se haya por el método de Euler es la siguiente:

$$P_{m\acute{a}x} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L_p^2} \quad (20)$$

Para poder aplicar este criterio la esbeltez de la columna tiene que ser mayor que la esbeltez

de Euler, ya que en los casos en los que la esbeltez es menor la curva de Euler no contempla el carácter elastoplástico del material.

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{L_p}{\sqrt{\frac{I}{A}}} \\ \lambda_E &= \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{\sigma_e}} = \pi \cdot \sqrt{\frac{9.000}{150}} = 24,33 \end{aligned} \right\} \lambda > \lambda_E \quad (21)$$

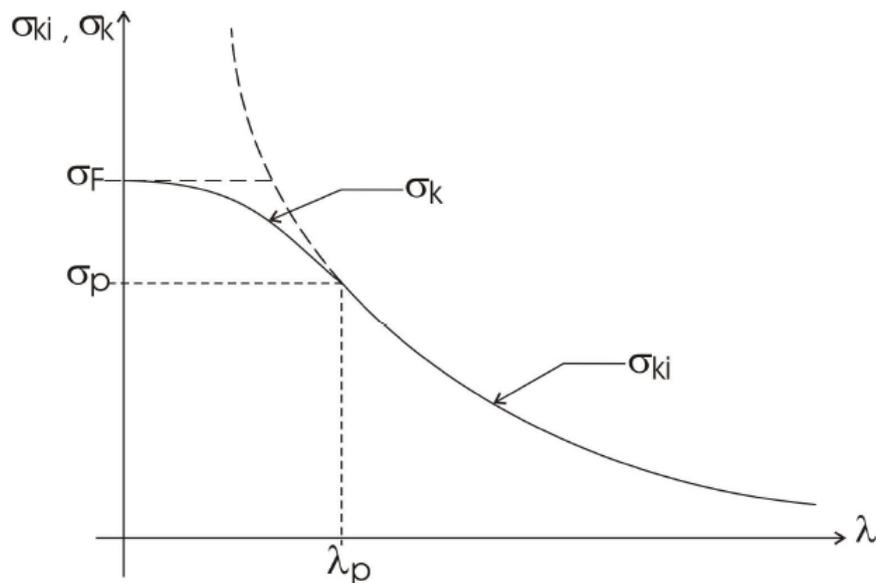


Figura 58. Curvas de pandeo de Euler [13]

6.4.2.2.1. Columna maciza

$$P_{m\acute{a}x} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L_p^2} = \frac{\pi^2 \cdot 9.000 \cdot 2.485 \cdot 10^4}{1.650^2} \cdot 10^{-3} = 811 \text{ kN} \approx 81,1 \text{ t}$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{L_p}{\sqrt{\frac{I}{A}}} = \frac{L}{\sqrt{\frac{\phi^2}{16}}} = \frac{1.650}{\sqrt{\frac{150^2}{16}}} = 44 \\ \lambda_E &= 24,3 \end{aligned} \right\} \lambda > \lambda_E$$

La condición de esbeltez se cumple, por lo que la carga que el marco de carga puede resistir entre las cuatro columnas es de 324,4 toneladas.

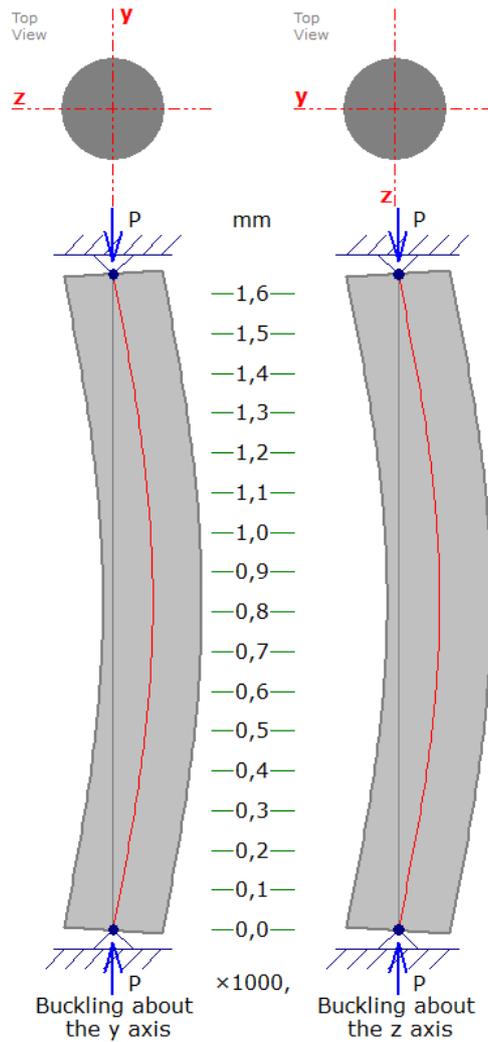


Figura 59. Pandeo de columna maciza

6.4.2.2.2. Columna hueca

$$\phi_i = 100 \text{ mm} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} P_{\text{m}\acute{\text{a}}\text{x}} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L^2} = \frac{\pi^2 \cdot 9.000 \cdot 1.994 \cdot 10^4}{1.650^2} \cdot 10^{-3} = 650 \text{ kN} \approx 65,0 \text{ t} \\ \lambda = \frac{L}{\sqrt{\frac{I}{A}}} = \frac{1.650}{\sqrt{\frac{1.994 \cdot 10^4}{9817}}} = 36,61 \end{array} \right\} \lambda > \lambda_E$$

$$\phi_i = 103 \text{ mm} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} P_{\text{m}\acute{\text{a}}\text{x}} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L^2} = \frac{\pi^2 \cdot 9.000 \cdot 1.933 \cdot 10^4}{1.650^2} \cdot 10^{-3} = 630 \text{ kN} \approx 63,0 \text{ t} \\ \lambda = \frac{L}{\sqrt{\frac{I}{A}}} = \frac{1.650}{\sqrt{\frac{1.933 \cdot 10^4}{9.339}}} = 36,27 \end{array} \right\} \lambda > \lambda_E$$

$$\phi_i = 105 \text{ mm} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} P_{\text{máx}} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L^2} = \frac{\pi^2 \cdot 9.000 \cdot 1.888 \cdot 10^4}{1.650^2} \cdot 10^{-3} = 616 \text{ kN} \approx 61,6 \text{ t} \\ \lambda = \frac{L}{\sqrt{\frac{I}{A}}} = \frac{1.650}{\sqrt{\frac{1.888 \cdot 10^4}{9.012}}} = 36,0,5 \\ \lambda_E = 24,33 \end{array} \right\} \lambda > \lambda_E$$

En los tres casos se cumple la condición de la esbeltez, por lo que se puede aplicar la fórmula de Euler, obteniéndose cargas totales para $\phi_i = 100 \text{ mm}$, $\phi_i = 103 \text{ mm}$ y $\phi_i = 105 \text{ mm}$ de 260,0 toneladas, 252,0 toneladas y 246,4 toneladas respectivamente.

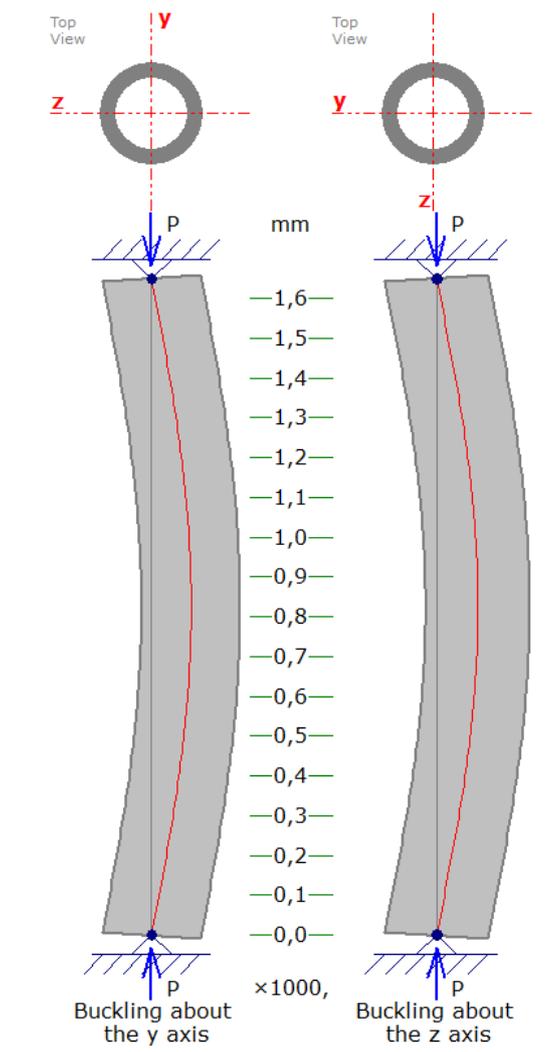


Figura 60. Pandeo de columna hueca

7. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

7.1. Marcos de carga actual y modificado

Como se ha indicado anteriormente, los resultados obtenidos para las situaciones de carga planteadas son:

	Flexión				Pandeo			
	Dintel		Pilares		Carga en el plano		Carga fuera del plano	
	Carga (t)	Flecha (mm)	Carga (t)	Flecha (mm)	Patín / lado izquierdo	Pared / lado derecho	Patín	Pared
Marco actual	32,5	5,4	5,7	7,3	190,1 t	190,1 t	118,0 t	54,4 t
Marco modificado	32,5	5,4	12,3	7,3	317,1 t	-	118,0 t	-

Tabla 4. Resumen resultados de los marcos de carga actual y modificado

Al observar la tabla se puede comprobar lo que se había dicho en apartados anteriores: al modificar el marco original se modifica la sustentación de los pilares, haciéndolos más rígidos, lo que supone un aumento de la carga que resisten a flexión, consiguiéndose más del doble.

Lo mismo ocurre con el pandeo en el plano del marco. Al sustituir un apoyo por un empotramiento la carga de pandeo puede aumentar un 66%.

Atendiendo a esos casos, el marco permitiría hacer ensayos de mayor tonelaje. Sin embargo, el dintel no se ha modificado en ningún sentido, por lo que la carga sigue siendo la misma. Además, si se observa el pandeo fuera del plano, aunque el pilar sí se ha modificado, la carga no ha variado ya que, como se dijo anteriormente, como el apoyo intermedio del pilar es un empotramiento que no transmite giro, la carga crítica viene determinada por el tramo superior, y en ese tramo no se ha modificado la sustentación.

Hay además que tener en cuenta, que los cálculos están realizados aplicando el Eurocódigo sin aplicar un factor de seguridad (excepto el lado de la pared). Si se aplica un factor de 1,80 como aplicaba el MDSolids, las cargas se reducen.

7.2. Marco de carga de la fábrica

Los resultados del marco de la fábrica pueden resumir como sigue:

		Carga máxima	Flecha máxima	Carga de Euler	
Dintel	Caso de carga 1	97,6 t	2,7 mm	-	
	Caso de carga 2	36,8 t	8,8 mm	-	
Columnas	Maciza	1.060,4 t	-	324,4 t	
	Hueca	$\phi_i = 100 \text{ mm}$	588,8 t	-	260,0 t
		$\phi_i = 103 \text{ mm}$	560,0 t	-	252,0 t
		$\phi_i = 105 \text{ mm}$	540,8 t	-	248,6 t

Tabla 5. Resumen resultados del marco de carga de la fábrica

Como se puede observar, en la mayoría de los casos se está utilizando la máquina muy por debajo de lo que podría admitir, utilizando un factor alto por seguridad. Sin embargo, el valor obtenido en el dintel cuando la carga es aplicada con la estructura lateral solo tiene un factor de seguridad de 1,2.

8. CONCLUSIONES

En este Trabajo Fin de Grado se ha realizado un análisis de dos marcos de carga estáticos para comprobar las fuerzas que soportan y las deflexiones que se producen, así como proponer la manera de poder aumentar las cargas de ensayo.

Con el marco de carga situado en el laboratorio de Resistencia de Materiales de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de la Universidad Politécnica de Madrid se produjo la inmersión en los estudios profesionales de estructuras, utilizando, a parte de los conocimientos adquiridos en la carrera, la normativa del Eurocódigo 3. Además, los casos no ideales permitieron profundizar en el estudio de pandeo, leyendo documentación variada. Este análisis permitió conocer los órdenes de magnitud de trabajo habituales.

Tanto en flexión como en pandeo se comprobó la importancia de las sustentaciones, pudiendo variar la carga desde alguna unidad hasta un orden de magnitud, por lo que es una forma sencilla de rigidizar las vigas a la hora de diseñar o modificar una estructura.

Por lo tanto, de las diversas opciones que permiten modificar la carga admisible de los perfiles se decidió utilizar una modificación de la sustentación para el marco de carga del laboratorio. Como se ha indicado en apartados anteriores, esto elevaría la carga que se puede aplicar en los pilares, pero como el dintel y las uniones no se modificaron, la carga de trabajo no se puede aumentar, debiendo realizar alguna modificación más sobre estos elementos.

El marco de carga de la fábrica se puede observar que está bastante sobredimensionado. En un primer momento preocupaban las columnas de baquelita, pero tras el análisis se demostró que pueden resistir grandes cargas incluso si son huecas, no siendo éstas las que limitan la carga de trabajo de la máquina. Con los coeficientes de seguridad actuales, antes de romper las columnas plastificaría el dintel cuando se aplica la carga con la estructura lateral (Caso de carga 2). Si se tienen en cuenta los otros casos estudiados, se podría proponer rigidizar el extremo en voladizo para evitar que se deforme tanto que llegue a plastificar, aumentando así la carga que soporta el dintel.

Aunque las columnas de baquelita se ha dicho que no son las limitantes, hay que tenerlas muy en cuenta, ya que los cálculos se han realizado de forma ideal y, al ser un material frágil, su ruptura se produciría sin previo aviso. Por ello conviene llegar a un compromiso entre la inversión económica que supone este material y un factor de seguridad suficientemente elevado para asegurar que no se fracturan.

Teniendo en cuenta todo el desarrollo de este Trabajo Fin de Grado se concluye que gracias a él se ha podido ampliar el conocimiento en este campo de trabajo y se ha podido conocer el procedimiento de estudio de las estructuras, así como los factores a tener en cuenta a la hora de realizar un proyecto.

9. BIBLIOGRAFÍA

- [1] «Ibertest,» [En línea]. Available: <http://www.ibertest.es/>. [Último acceso: Octubre 2016].
- [2] AENOR, *Eurocódigo 3: Proyecto de estructuras de acero*, 2013.
- [3] S. P. Timoshenko y J. M. Gere, *Theory of Elastic Stability*, McGRAW-HILL INTERNATIONAL BOOK COMPANY, 1982.
- [4] I. Romero, *Pandeo de vigas*, 2016.
- [5] M. A. Serrano López, C. López-Colina Pérez y R. Hernado Díez, «OpenCourseWare de la Universidad de Oviedo,» [En línea]. Available: <http://ocw.uniovi.es/course/view.php?id=136§ion=4>. [Último acceso: Abril 2017].
- [6] J. A. Garrido y A. Foces, *Resistencia de Materiales*, Universidad de Valladolid.
- [7] J. Ricaldoni, «Slide share,» [En línea]. Available: <https://es.slideshare.net/RomanIngenieroCivil/3-pandeo-columna>. [Último acceso: Marzo 2017].
- [8] «Hidragricolamercado,» [En línea]. Available: <http://www.hidragricolamercado.es/producto/es/tornillo-hexagonal-rosca-parcial-pavonado-metrica-12/3764/1>. [Último acceso: Julio 2017].
- [9] A. Santamaría, «Throwate - Blogspot,» [En línea]. Available: <http://throwate.blogspot.com.es/2013/10/solicitaciones-mecanicas-de-los.html>. [Último acceso: Febrero 2017].
- [10] V. Feodósiev, *Resistencia de Materiales*, URSS, 1997.
- [11] Á. A. Aguillón Rangel, E. I. Ávila López, R. M. Cu Chan y C. Gómez Aguillón, «Slideplayer,» [En línea]. Available: <http://slideplayer.es/slide/3121128/>. [Último acceso: Abril 2017].
- [12] American Iron and Steel Institute, *Manual para el Diseño de Acero Conformado en Frío*, 1996.
- [13] «Universidad Nacional del Nordeste,» [En línea]. Available: ing.unne.edu.ar/mecap/Apuntes/Estabilidad_2/Cap10-Pandeo.pdf. [Último acceso: Febrero 2017].
- [14] «Hierros Merle,» [En línea]. Available: <http://merle.es/perfiles-ipn-ipe-upn-hea-heb/>. [Último acceso: Abril 2017].
- [15] E. Hearn, *Resistencia de Materiales: Diseño de estructuras y máquinas*, Nueva Editorial Interamericana, 1984.

10. PLANIFICACIÓN TEMPORAL Y PRESUPUESTO

10.1. Diagrama de Gantt

Este Trabajo Fin de Grado se ha realizado entre los días 28 de octubre de 2016 y 21 de julio de 2017.

Se ha compaginado la realización de este trabajo con el curso de asignaturas del Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales, por lo que en periodo de exámenes se priorizó el estudio de las asignaturas frente a la realización del proyecto.

La planificación se vio modificada debido a la inclusión del estudio del marco de carga de la fábrica *Verescence*.

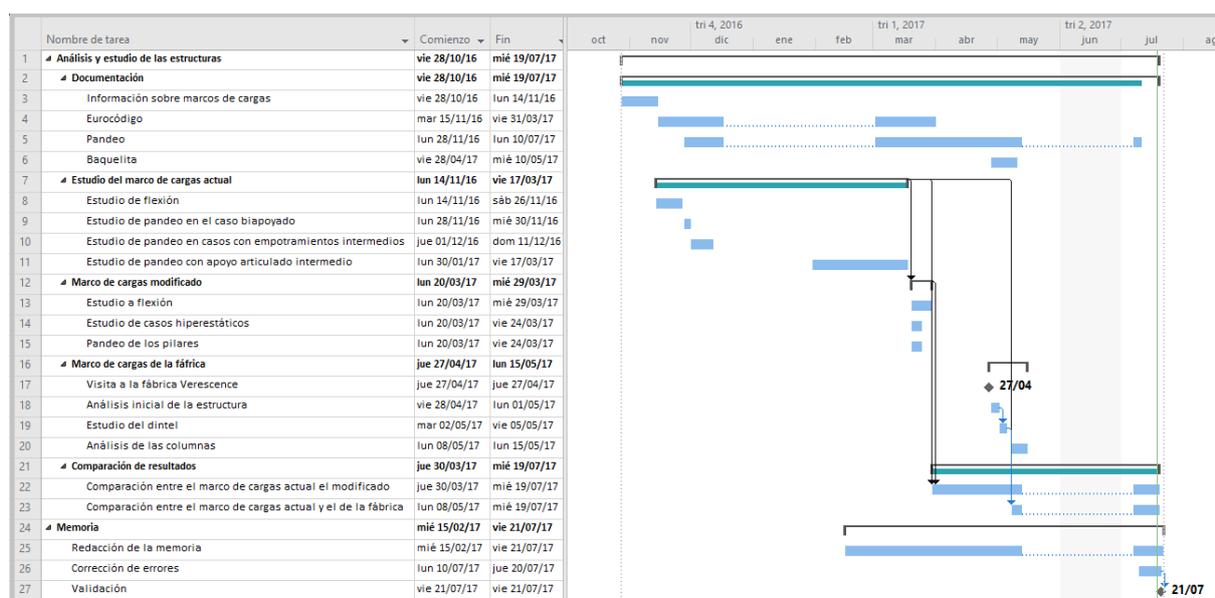


Figura 61. Diagrama de Gantt

10.2. Presupuesto

		Cantidad	Precio	Total
Horas de trabajo	Alumno	320 h	15 €/hora	4.800 €
Licencias	MD Solids	1 uds.	0 €	99 €
	Microsoft Office	1 uds.	99 €	
Normas UNE	Eurocódigo 3 Parte 1-1	1 uds.	102 €	250 €
	Eurocódigo 3 Parte 1-1 Anexo	1 uds.	27 €	
	Eurocódigo 3 Parte 1-8	1 uds.	121 €	
				5.149 €

Tabla 6. Presupuesto

*IVA incluido

El precio del proyecto podría ser de 5.149 €, pero gracias a los acuerdos de la Universidad Politécnica de Madrid, las licencias y las normas UNE se pueden adquirir sin coste alguno.

11. ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Marco de carga actual	11
Figura 2. Detalle de la unión de los perfiles	12
Figura 3. Patín del marco de carga actual	12
Figura 4. Detalle de la unión del patín con el marco de carga	13
Figura 5. Unión del marco de carga actual a la pared	13
Figura 6. Detalle de la unión del marco a la pared	13
Figura 7. Marco de carga de la fábrica	14
Figura 8. Longitudes de pandeo para diferentes sustentaciones [7]	19
Figura 9. Curvas de pandeo [2]	21
Figura 10. Marco de carga actual	22
Figura 11. Diagrama de cargas del dintel actual	23
Figura 12. Diagrama de esfuerzos cortantes del dintel actual	23
Figura 13. Diagrama de momentos flectores del dintel actual	23
Figura 14. Diagrama de cargas del pilar actual	24
Figura 15. Diagrama de esfuerzos cortantes del pilar actual	24
Figura 16. Diagrama de momentos flectores del pilar actual	24
Figura 17. Tornillos métrica 12 [8]	25
Figura 18. Detalle de la unión de los perfiles mediante las presillas y tornillos	25
Figura 19. Diagrama de cargas en la situación más desfavorable para las uniones	26
Figura 20. Diagrama de esfuerzo cortante en la situación más desfavorable para las uniones	26
Figura 21. Diagrama de momento flector en la situación más desfavorable para las uniones	26
Figura 22. Esquema de tornillos a cortadura simple [9]	27
Figura 23. Sección transversal para el cálculo del primer momento de área parcial	28
Figura 24. Esquema del aplastamiento de las pletinas [11]	28
Figura 25. Esquema pandeo del lado del patín en el plano del marco	30
Figura 26. Pandeo del patín fuera del plano del marco de carga actual	31
Figura 27. Pandeo del primer tramo del patín fuera del plano del marco de carga actual	32
Figura 28. Pandeo del segundo tramo del patín fuera del plano del marco de carga actual	33
Figura 29. Esquema pandeo del pilar en el plano del marco en el lado de la pared	34
Figura 30. Simulación del pandeo en el lado de la pared en el plano del marco	36
Figura 31. Esquema pandeo del pilar fuera del plano del marco en el lado de la pared	37
Figura 32. Simulación del pandeo en el lado de la pared fuera del plano del marco	38
Figura 33. Diagrama de cargas del dintel modificado	39
Figura 34. Descomposición de la flexión del pilar del marco de carga modificado con (a) diagrama de cargas hiperestático (b) Caso isostático con reacción adicional (c) Diagrama de esfuerzos cortantes (d) diagrama de momentos flectores	40
Figura 35. Diagrama de cargas en la situación más desfavorable para las uniones en el marco modificado	43
Figura 36. Diagrama de esfuerzo cortante en la situación más desfavorable para las uniones en el marco modificado	43
Figura 37. Diagrama de momento flector en la situación más desfavorable para las uniones en el marco modificado	43
Figura 38. Esquema pandeo en el plano del marco modificado	44
Figura 39. Pandeo fuera del plano del marco de carga modificado	45
Figura 40. Pandeo del primer tramo fuera del plano del marco de carga modificado	46
Figura 41. Pandeo del segundo tramo fuera del plano del marco de carga modificado	46
Figura 42. Plano del marco de carga de la fábrica	47
Figura 43. Tornillo de aplicación de la carga	48
Figura 44. Diagrama de cargas del dintel de la fábrica. Caso de carga 1	48
Figura 45. Diagrama de esfuerzos cortantes del marco de carga de la fábrica. Caso de carga 1	48
Figura 46. Diagrama de momentos flectores del marco de carga de la fábrica. Caso de carga 1	49
Figura 47. Detalles de estructura lateral	50
Figura 48. Vista lateral del marco de carga de la fábrica	50
Figura 49. Diagrama de cargas del dintel de la fábrica. Caso de carga 2	51

ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 50. Diagrama de esfuerzo cortante del dintel de la fábrica. Caso de carga 2</i>	51
<i>Figura 51. Diagrama de momento flector del dintel de la fábrica. Caso de carga 2</i>	51
<i>Figura 52. Diagrama de cargas del momento unidad</i>	51
<i>Figura 53. Diagrama de esfuerzo cortante en el método del momento unidad</i>	52
<i>Figura 54. Diagrama de momento flector en el método del momento unidad</i>	52
<i>Figura 55. Diagrama de cargas de la base de la fábrica</i>	54
<i>Figura 56. Diagrama de esfuerzo cortante de la base de la fábrica</i>	54
<i>Figura 57. Diagrama de momento flector de la base de la fábrica</i>	54
<i>Figura 58. Curvas de pandeo de Euler [13]</i>	56
<i>Figura 59. Pandeo de columna maciza</i>	57
<i>Figura 60. Pandeo de columna hueca</i>	58
<i>Figura 61. Diagrama de Gantt</i>	65
<i>Figura 62. Datos perfil IPE 330 [14]</i>	76
<i>Figura 63. Datos perfil UPN 200 [14]</i>	76
<i>Figura 64. Perfil del pilar del marco de carga actual</i>	77
<i>Figura 65. Datos perfil HEB 220 [14]</i>	77

12. ÍNDICE DE TABLAS

<i>Tabla 1. Coeficientes de imperfección para las curvas de pandeo [2]</i>	<i>20</i>
<i>Tabla 2. Elección de la curva de pandeo para cada sección transversal [2].....</i>	<i>20</i>
<i>Tabla 3. Valores nominales del límite elástico f_{yb} y de la resistencia última a tracción f_{ub} para tornillos [2].....</i>	<i>26</i>
<i>Tabla 4. Resumen resultados de los marcos de carga actual y modificado</i>	<i>59</i>
<i>Tabla 5. Resumen resultados del marco de carga de la fábrica.....</i>	<i>60</i>
<i>Tabla 6. Presupuesto</i>	<i>66</i>
<i>Tabla 7. Características de los marcos de carga actual y modificado.....</i>	<i>73</i>
<i>Tabla 8. Características del marco de carga de la fábrica</i>	<i>74</i>

13. ABREVIATURAS, UNIDADES Y ACRÓNIMOS

13.1. Símbolos

σ	Tensión.	MPa
M	Momento flector.	kN·mm
I	Momento de inercia de la sección transversal.	cm ⁴
y	Distancia del centro de gravedad del elemento al punto donde se calcula la tensión.	mm
W_z	Módulo resistente a flexión.	cm ³
E	Módulo de elasticidad longitudinal.	MPa
v	Flecha de la sección.	mm
v'	Giro de la sección.	rad
x	Distancia de la sección al origen.	mm
m_i	Momento puntual.	kN·mm
a, b, c, d	Distancias de aplicación de cargas y momentos.	mm
F_i	Fuerza puntual.	t
q_i	Fuerza distribuida.	t/mm
P	Carga puntual.	t
L, l	Longitud del elemento.	mm
$\bar{\lambda}$	Esbeltez relativa.	-
L_{cr}	Longitud crítica de pandeo.	mm
i	Radio de giro sobre el eje considerado, determinado usando las propiedades de la sección transversal bruta.	mm
λ_1	Valor de la esbeltez para determinar la esbeltez relativa.	-
L_p	Longitud de pandeo.	mm

ABREVIATURAS, UNIDADES Y ACRÓNIMOS

A	Área de la sección transversal.	mm
f_y	Límite elástico.	MPa
χ	Coefficiente reductor para la curva de pandeo considerada.	-
ϕ	Defecto inicial global de verticalidad.	-
α	Factor de imperfección.	-
γ_{M_1}	Coefficiente parcial para la resistencia de los elementos a inestabilidad evaluado por la verificación de los elementos.	-
$N_{b,Rd}$	Valor de cálculo de la resistencia a pandeo de un elemento comprimido.	t
N_{Ed}	Valor de cálculo del esfuerzo axial de compresión en el elemento considerado.	t
f_{yb}	Valor nominal del límite elástico.	MPa
f_{ub}	Valor nominal de la resistencia última a tracción.	MPa
τ	Tensión cortante.	MPa
F_d	Fuerza de desequilibrio en las uniones.	t
T	Esfuerzo cortante.	t
$m_{z_{A_i}}$	Primer momento de área parcial.	mm ³
s	Paso entre presillas.	mm
ψ	Factor de amplificación en columnas	-
θ	Ángulo, ángulo de giro por unidad de longitud.	rad
u	Factor de carga axial para columnas.	-
k	Factor de carga axial para columnas, módulo elástico, factor numérico.	-
λ	Esbeltez.	-
λ_E	Esbeltez de Euler	-
ϕ_i	Diámetro interior de la columna.	mm

14. ANEXO A: CARACTERÍSTICAS DE LOS MARCOS DE CARGA

14.1. Marcos de carga actual y modificado

Dintel y base	Perfil IPE 330
	Acero ST42
	L=2.700 mm
Pilares	2 perfiles UPN 200 unidos por presillas y separados 10 mm
	L=3.670 mm
	Acero ST42
Unión con el patín	L=2.335 mm
Unión con la pared	L=2.810 mm
Presillas	Dimensiones:160x60x6 mm
	Distancia entre taladros 80 mm
	Distancia entre presillas 500 mm
	Acero ST42
Tornillos	M12
	Calidad 8.8
	Acero ST42

Tabla 7. Características de los marcos de carga actual y modificado

14.2. Marco de carga de la fábrica

Dintel y base	2 perfiles HEB 220 separados 380 mm
	Acero S275
	L=1.660 mm
	L ₂ =2.440 mm
	d=1.110 mm
Columnas	4 columnas de sección circular (o tubular)
	L=1.650 mm
	Baquelita

Tabla 8. Características del marco de carga de la fábrica

15. ANEXO B: CARACTERÍSTICAS DE MATERIALES Y PERFILES

15.1. Características de los materiales

15.1.1. Acero

$E=210.000 \text{ MPa}$

$G=81.000 \text{ MPa}$

$\nu=0,3$

$\alpha=1,2 \cdot 10^{-5} \text{ (}^\circ\text{C)}^{-1}$

$\rho=7.850 \text{ kg/m}^3$

En el acero ST42 $\sigma=420 \text{ MPa}$

En el acero S275 $\sigma=275 \text{ MPa}$

15.1.2. Baquelita

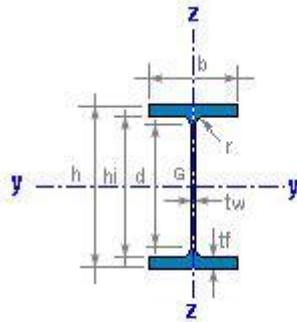
$E=9.000 \text{ MPa}$

$\rho= 1,4 \text{ g/cm}^3$

$\sigma=150 \text{ MPa}$

15.2. Características de los perfiles

15.2.1. Perfil IPE 330



$h = 330 \text{ mm}$	$r = 18 \text{ mm}$
$b = 160 \text{ mm}$	$d = 271.0 \text{ mm}$
$tw = 7.5 \text{ mm}$	$hi = 307.0 \text{ mm}$
$tf = 11.5 \text{ mm}$	

$A = 62.6 \text{ cm}^2$	$M = 49.1 \text{ kg/m}$
-------------------------	-------------------------

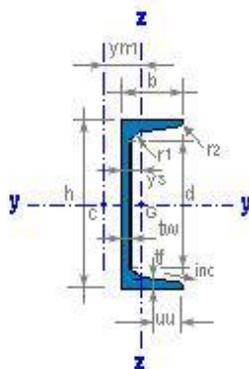
$I_y = 11768 \text{ cm}^4$	$I_z = 788 \text{ cm}^4$
$W_y = 713.2 \text{ cm}^3$	$W_z = 98.5 \text{ cm}^3$
$W_{ply} = 804.4 \text{ cm}^3$	$W_{plz} = 153.7 \text{ cm}^3$
$i_y = 13.71 \text{ cm}$	$i_z = 3.55 \text{ cm}$
$I_t = 28.1 \text{ cm}^4$	$I_w = 199877 \text{ cm}^6$

$S_y = 402.2 \text{ cm}^3$	$Avz = 30.81 \text{ cm}^2$
$s_y = 29.3 \text{ cm}$	

$AL = 1.254 \text{ m}^2/\text{m}$	$AG = 25.52 \text{ m}^2/\text{t}$
-----------------------------------	-----------------------------------

Figura 62. Datos perfil IPE 330 [14]

15.2.2. Perfil UPN 200



$h = 200 \text{ mm}$	$r2 = 6.0 \text{ mm}$
$tf = 11.5 \text{ mm}$	$b = 75 \text{ mm}$
$r1 = 11.5 \text{ mm}$	$d = 151.0 \text{ mm}$
$tw = 8.5 \text{ mm}$	

$A = 32.2 \text{ cm}^2$	$M = 25.3 \text{ kg/m}$
-------------------------	-------------------------

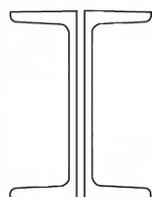
$I_y = 1910.0 \text{ cm}^4$	$I_z = 148.0 \text{ cm}^4$
$W_y = 191.0 \text{ cm}^3$	$W_z = 27.0 \text{ cm}^3$
$W_{ply} = 228.0 \text{ cm}^3$	$W_{plz} = 51.8 \text{ cm}^3$
$i_y = 7.70 \text{ cm}$	$i_z = 2.14 \text{ cm}$
$I_t = 11.90 \text{ cm}^4$	$I_w = 9070 \text{ cm}^6$

$AG = 26.15 \text{ m}^2/\text{t}$	$AL = 0.661 \text{ m}^2/\text{m}$
$Avz = 17.71 \text{ cm}^2$	

$ys = 2.01 \text{ cm}$	$ym = 3.94 \text{ cm}$
------------------------	------------------------

Figura 63. Datos perfil UPN 200 [14]

Cuando se considera el doble perfil UPN en los pilares los datos son los siguientes:



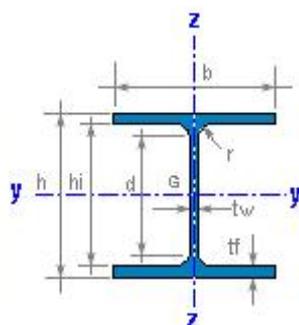
$$A = 2 \cdot A_{UPN} = 2 \cdot 32,20 = 64,40 \text{ cm}^2$$

$$I_y = 2 \cdot I_{yUPN} = 2 \cdot 1.910 = 3.820 \text{ cm}^4$$

Figura 64. Perfil del pilar del marco de carga actual

$$I_z = 2 \cdot I_{yUPN} + 2 \cdot A \cdot d^2 = 2 \cdot 148 + 2 \cdot 32,20 \cdot (2,01 + 0,5)^2 = 701,726 \text{ cm}^4$$

15.2.3. Perfil HEB 220



h = 220 mm	r = 18 mm
b = 220 mm	d = 152.0 mm
tw = 9.5 mm	hi = 188.0 mm
tf = 16.0 mm	
<hr/>	
A = 91.0 cm ²	M = 71.5 kg/m
<hr/>	
I _y = 8091 cm ⁴	I _z = 2843 cm ⁴
W _y = 735.6 cm ³	W _z = 258.5 cm ³
W _{ply} = 827.1 cm ³	W _{plz} = 393.9 cm ³
i _y = 9.43 cm	i _z = 5.59 cm
I _t = 77.0 cm ⁴	I _w = 295814 cm ⁶
<hr/>	
S _y = 413.5 cm ³	Av _z = 27.93 cm ²
s _y = 19.6 cm	
<hr/>	
AL = 1.270 m ² /m	AG = 17.77 m ² /t

Figura 65. Datos perfil HEB 220 [14]

